

Universidad de Guanajuato



Centro de Investigaciones en Óptica A. C.

“Estudios y Aplicaciones sobre la Prueba de Hartmann”

Tesis que como requisito para obtener el grado de Doctor en Ciencias (Óptica) presenta:

Ing. Didia Patricia Salas Peimbert

Director de Tesis:

Dr. Daniel Malacara Hernández

León, Gto., Julio 2006

DEDICATORIA

A mis hijas Didia Nerissa y Lizeth Patricia quienes siendo tan pequeñas siempre han tenido el control de mi vida. Todos mis sentidos se activan por ellas quienes han resultado ser la fuerza más impulsante en el logro de esta meta.

Es tan difícil encontrar a un verdadero amigo, a un verdadero compañero de trabajo, a un verdadero ser humano, que cuando lo encuentras y además éste resulta ser tu compañero en la vida, no es fácil expresar en tan pocas líneas todo lo que significa y representa alguien así. JE AMO GERARDO!

A mis Padres Ma. Virginia y Enrique por su deseo de superación incansable, porque sin importar el cansancio que con el correr de los años se acumula, siempre me han brindado su amor e invaluable apoyo en un desinteresado afán por mis logros personales y profesionales, y porque tienen la razón: “Un ser humano sin aspiraciones no tiene futuro”.

*Pueden pasar mil años para que suceda algo extraordinario,
pero basta con el suspiro de un Dios
para que el curso de los tiempos cambie.*

Proverbio Maya.

AGRADECIMIENTOS

A ti Señor, por darme la oportunidad de ser, estar aquí y poder disfrutar de las maravillas de tu gran obra. Por permitirme ser alguien y tratar de contribuir de la mejor manera con quienes me rodean. Porque sería lamentable saber que he quitado la oportunidad a otros. Porque cada prueba me fortalece como ser humano y enriquece mi espíritu y conocimiento. Porque no soy obra de la casualidad y espero al final, haber cumplido.

El tiempo y el espacio cambian y en nuestra estancia, nos brindan la oportunidad de conocer a personas muy valiosas que contribuyen ampliamente al logro de nuestras metas. Agradezco muy sinceramente a Velia y Samuel todo su apoyo y cariño.

A mi asesor de tesis, Dr. Daniel Malacara Hernández fuente de conocimientos y experiencias pero sobre todo ejemplo de sencillez y de un deseo constante de aprender, investigar, crear y compartir. Gracias por la oportunidad de trabajar con usted y por haber convivido tan gratos momentos.

A los doctores Cristina E. Polano Posa y Daniel Malacara Doblado del Centro de Investigaciones en Óptica, A. C., así como al Dr. Rufino Díaz Uribe de la Universidad Nacional Autónoma de México, por sus enriquecedoras observaciones y sugerencias en la realización de esta tesis.

Al Centro de Investigaciones en Óptica, A. C., por el sólido compromiso institucional y profesional que tiene con todos sus estudiantes. Por su constante preocupación en proporcionar la infraestructura necesaria para llevar a buen término todas las actividades académicas y de investigación propias de los programas de posgrado que ofrece.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología CONACYT, por el otorgamiento de una beca para realizar mis estudios de doctorado.

Al Instituto Tecnológico de Chihuahua ITC, que con el objeto de estimular el desarrollo profesional de su personal académico me permitió realizar estudios de posgrado en un área de interés institucional.

PREFACIO

La prueba de Hartmann es una de las pruebas más simples pero también una de las más utilizadas y con gran éxito para la determinación de la forma del frente de onda de un sistema óptico. En este trabajo se describen nuevos métodos de análisis e interpretación de los datos generados por la prueba de Hartmann. Uno de ellos enfocado en mejorar la reconstrucción del frente de onda y otro que proporciona resultados directos sobre la obtención de mapas de distribución de potencia dióptrica en lentes oftálmicas.

El capítulo I comprende un repaso de los antecedentes sobre la prueba de Hartmann clásica incluyendo una explicación de la importancia de la misma, una descripción de la teoría básica, su implementación y se mencionan además algunos trabajos previamente relacionados.

En el capítulo II se presenta un análisis del marco teórico que sustenta la interpretación clásica de la prueba de Hartmann, donde el frente de onda es obtenido aplicando la integración de Newton a las aberraciones transversales, uniendo los puntos muestreados mediante pequeños segmentos rectos.

El capítulo III describe una modificación al procedimiento anterior considerando celdas unitarias de cuatro orificios de la placa de Hartmann para ajustar un pequeño frente de onda en cada área cuadrada. Este procedimiento tiene algunas ventajas prácticas; una de ellas es la obtención local de los frentes de onda, otra consiste en que pueden

obtenerse las curvaturas locales y una última ventaja es que también puede obtenerse el astigmatismo con su eje.

En el capítulo IV se presenta un método de análisis muy sencillo que puede aplicarse a la medición de potencia de lentes oftálmicas, en el cual; cada punto luminoso del hartmanngrama es considerado como un rayo de prueba y esto permite calcular la potencia dióptrica de la lente.

Finalmente, en el capítulo V se hace un balance de los resultados y se enuncian las conclusiones obtenidas con la realización de estos trabajos.

Al final del documento se presentan los apéndices con información complementaria e importante para la mejor comprensión de este trabajo.

CONTENIDO

PREFACIO	vi
I ANTECEDENTES	1
1.1 Introducción.	1
1.2 Teoría de la prueba de Hartmann.	4
1.3 Trabajos relacionados con la prueba de Hartmann.	7
II. MARCO TEÓRICO	15
2.1 Prueba clásica de Hartmann.	15
2.2 Cálculo del frente de onda.	19
III. RECONSTRUCCIÓN DE FRENTE DE ONDA UTILIZANDO LA PRUEBA DE HARTMANN	23
3.1 Método propuesto.	23
3.2 Cálculo de los coeficientes de aberración en celdas cuadradas.	29
3.3 Cálculo de los coeficientes de aberración en celdas triangulares.	32
3.4 Evaluación del frente de onda en celdas cuadradas.	35
3.5 Evaluación del frente de onda en celdas triangulares.	36
3.6 Curvaturas locales y componentes de Astigmatismo.	38
3.7 Evaluación del método propuesto. Análisis por simulación computacional.	39
IV. ANÁLISIS SIMPLE PARA LENTES OFTÁLMICAS	44
4.1 Introducción.	44

4.2	Análisis para lentes oftálmicas esféricas.	45
4.3	Montaje experimental.	50
4.4	Evaluación de lentes oftálmicas de visión sencilla.	50
4.5	Evaluación de lentes oftálmicas bifocales.	58
4.6	Evaluación de lentes oftálmicas progresivas.	61
4.7	Análisis de precisión y exactitud del método propuesto.	64
V.	CONCLUSIONES	68
5.1	Método de reconstrucción del frente de onda usando la prueba de Hartmann.	68
5.2	Método de análisis simple para lentes oftálmicas usando la prueba de Hartmann.	69
	BIBLIOGRAFÍA	70
	APÉNDICES	
A.	Pre-procesamiento de las imágenes.	73
B.	Software utilizado para el cálculo de potencia dióptrica.	81
C.	Simulación.	84
D.	Imágenes de archivo.	87

CAPÍTULO I

ANTECEDENTES

1.1 Introducción.

Cuando se trata de realizar una prueba de componentes ópticas, se opta generalmente por seleccionar métodos cuantitativos que generan resultados precisos en la medición de frentes de onda completos como en el caso de los métodos interferométricos¹.

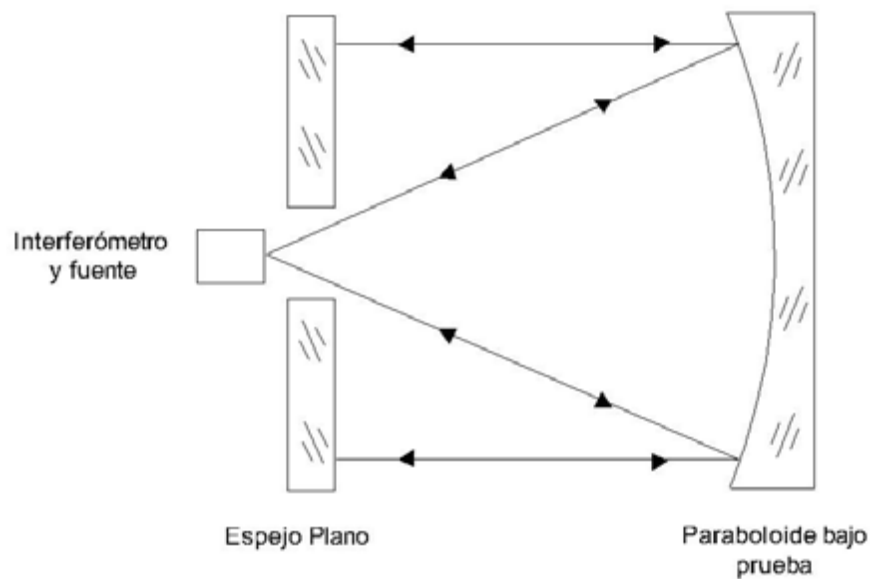


Fig. 1.1 Arreglo de auto colimación para prueba de un espejo parabólico con la ayuda de un espejo probado previamente.

Para probar el espejo parabólico de la figura 1.1 se coloca en el foco de este, un espejo plano con características conocidas. En esta

situación, la interferencia generada por la diferencia de fase entre los frentes de onda de referencia y de prueba se registra en un interferómetro colocado en el foco del paraboloide en forma de un patrón de franjas brillantes y oscuras. Debido a que el haz de prueba se reflejó dos veces por el paraboloide, el frente de onda final puede ser muestreado con una resolución $\lambda/2$; también se puede decir que el espaciamiento entre una franja brillante y una oscura es de $\lambda/2$. Esto es equivalente a muestrear la superficie cada $\lambda/4$, puesto que las desviaciones del frente de onda son dos veces las de la superficie.

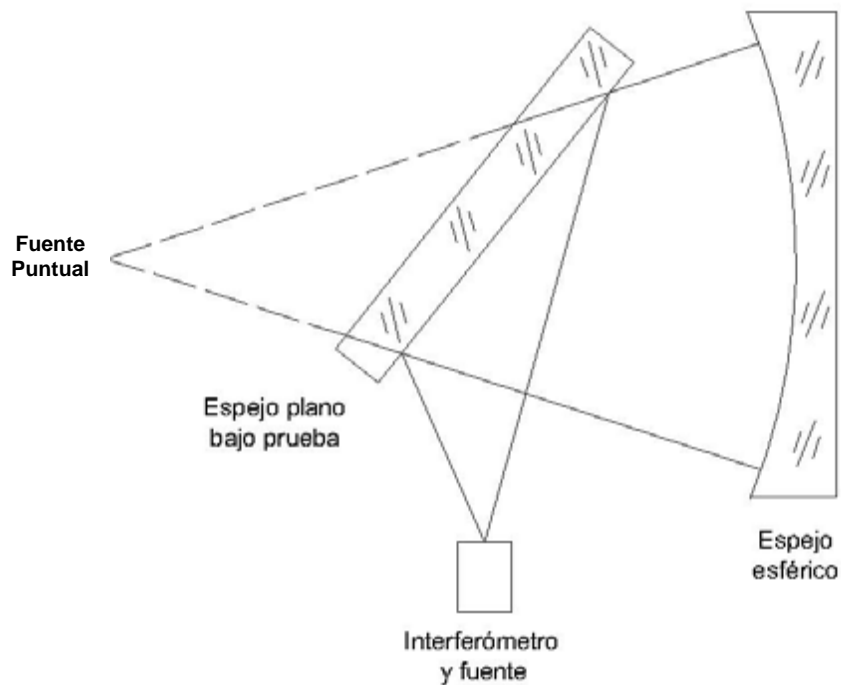


Fig. 1.2 Arreglo para probar un espejo plano con la ayuda de una esfera probada previamente.

Otro ejemplo es el mostrado en la figura 1.2 en el que es posible probar un espejo plano con la ayuda de un espejo esférico cóncavo cuyas características de la superficie han sido previamente determinadas. Nuevamente, el haz de prueba es doblemente reflejado por la superficie bajo prueba, y en el interferograma se obtienen franjas espaciadas cada $\lambda/2$ para el frente de onda, o cada $\lambda/4$ para la superficie.

Sin embargo, estos métodos generalmente son laboriosos y por consiguiente muy tardados, debido a que deben mantenerse bajo control muchos de los parámetros de la prueba y luego procesar una gran cantidad de datos para obtener finalmente la medición del frente de onda.

Por este motivo es que generalmente en el taller de prueba óptica se opta por métodos cualitativos como la prueba de la navaja o prueba de Foucault² o bien la prueba del alambre³. Estos métodos permiten obtener de manera rápida algunas características del frente de onda, sin embargo, son insensibles a pequeñas desviaciones de la pendiente del frente de onda lo cual no es significativo cuando se examinan componentes de pequeña apertura, pero cuando se está examinando componentes de gran apertura esto no resulta conveniente ya que una pequeña desviación continua de pendiente puede resultar en una gran desviación en el borde de la de apertura.

Entonces, una buena opción de prueba pueden ser los métodos cuasi-cuantitativos que miden frentes de onda muestreados como en el caso de la prueba de Hartmann⁴.

1.2 Teoría de la prueba de Hartmann.

El concepto básico detrás de la prueba de Hartmann es que un frente de onda puede muestrearse en distintos lugares de una manera predeterminada, y luego este puede reconstruirse relacionando entre sí los puntos muestreados. Esta premisa está basada en una aproximación óptica puramente geométrica. El capítulo 2 presenta una descripción detallada de esta prueba.

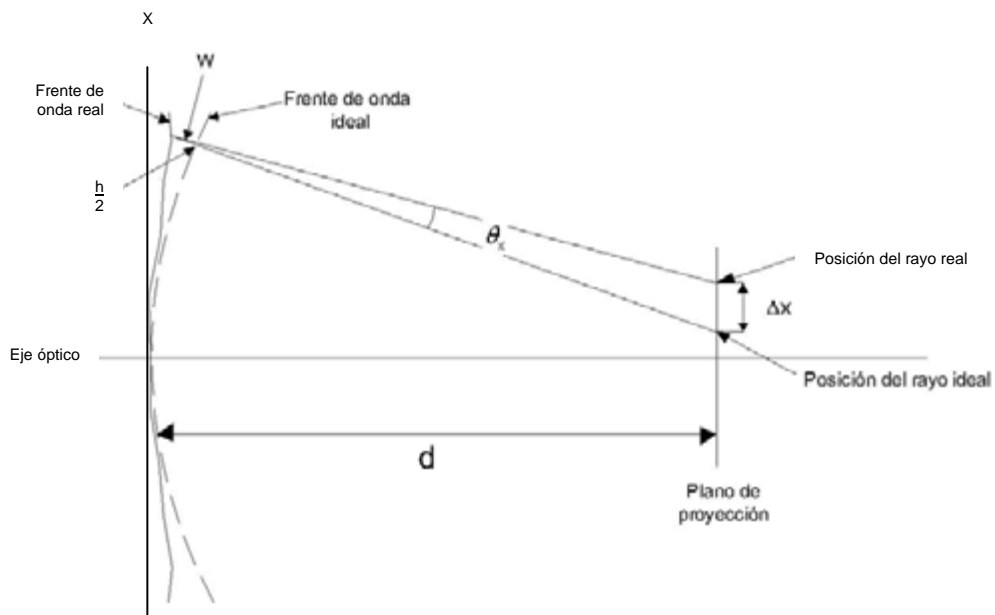


Fig. 1.3 Esquema de rayos y frentes de onda en la prueba de Hartmann.

La figura 1.3 muestra cómo se establece el corrimiento en x para un punto muestreado, es decir; qué tanto se desplaza el haz sobre el plano de proyección. Aquí el parámetro Δx representa el valor de uno de los

componentes del haz desviado, d es la separación entre el espejo y el plano de proyección, θ_x es el desplazamiento angular y h es la altura resultante de la superficie real por encima o por debajo de la altura de la superficie ideal. Esta altura h está relacionada aproximadamente con la desviación del frente de onda W por $W \approx 2h$.

La relación entre la aberración del frente de onda W y la componente x (Δx) de la desviación del rayo en el plano de proyección, según la fig. 1.3, puede obtenerse de las fórmulas exactas dadas por Rayces⁵ en 1964, aunque el siguiente valor puede considerarse como exacto para propósitos prácticos:

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\Delta x}{d} \quad (1.1)$$

Integrando esta expresión, se obtiene

$$W = \frac{1}{d} \int_0^x \Delta x \, dx \quad (1.2)$$

Si ahora expresamos la desviación de la superficie como h

$$W = 2h = \frac{1}{d} \int_0^x \Delta x \, dx$$

$$h = \frac{1}{2d} \int_0^x \Delta x \, dx$$

y esta se escribe en términos de longitudes de onda $H = h/\lambda$, se tiene

$$h = H\lambda = \frac{1}{2d} \int_0^x \Delta x \, dx$$

$$H = \frac{1}{2d\lambda} \int_0^x \Delta x \, dx \quad (1.3)$$

Debido a que la función Δx se muestrea en puntos discretos, tales como los orificios en una placa de muestreo, es posible resolver la integral usando la regla trapezoidal:

$$H_N = \frac{1}{2d\lambda} \sum_{n=2}^N \left(\frac{\Delta x_{n-1} + \Delta x_n}{2} \right) \delta x_{n-1} \quad (1.4)$$

y similarmente

$$H_M = \frac{1}{2d\lambda} \sum_{m=2}^M \left(\frac{\Delta y_{m-1} + \Delta y_m}{2} \right) \delta y_{m-1} \quad (1.5)$$

donde δx_{n-1} es la separación entre los puntos n y $n-1$ en la dirección x , y δy_{m-1} entre los puntos m y $m-1$ en la dirección y .

Con este procedimiento es posible calcular las desviaciones H_N en los mismos lugares donde están localizados los orificios de la placa.

Expresiones alternativas para H_N , derivadas de las ecuaciones (1.4) y (1.5) son evaluadas⁶ algunas veces para el caso en el cual δx_n y δy_m son constantes como sigue:

$$H_N = \frac{1}{d\lambda} \left(\frac{1}{2} \Delta x_1 + \sum_{n=2}^{N-1} \Delta x_n + \frac{1}{2} \Delta x_N \right) \delta x \quad (1.6)$$

y similarmente

$$H_M = \frac{1}{d\lambda} \left(\frac{1}{2} \Delta y_1 + \sum_{m=2}^{M-1} \Delta y_m + \frac{1}{2} \Delta y_M \right) \delta y \quad (1.7)$$

Estas expresiones proporcionan la desviación de la superficie en el N th punto desde algún punto de referencia $N=1$.

1.3 Trabajos relacionados con la prueba de Hartmann.

Como ya se ha mencionado la prueba de Hartmann es una de las pruebas más simples pero también una de las más poderosas para la determinación de la forma del frente de onda de un sistema óptico. Gracias a la sencillez en su implementación y a la confiabilidad en los resultados que arroja, hoy en día investigadores de todas partes del mundo utilizan esta poderosa herramienta en distintas aplicaciones trabajando además en una mejora constante de la interpretación de los datos obtenidos mediante diversas técnicas opto electrónicas y computacionales. A este respecto se mencionan algunos trabajos interesantes desarrollados en torno a la prueba de Hartmann.

A. Morales y D. Malacara⁷ han utilizado la prueba de Hartmann con gran éxito para determinar los errores de un espejo de superficie cóncava de un telescopio, desarrollando para ello un modelo matemático y presentando los cálculos de los parámetros geométricos óptimos. En la implementación de la prueba de Hartmann ubicaron la fuente de luz cerca del centro de curvatura del espejo. Así mismo, D. Malacara⁸ demostró que los espejos esféricos pueden probarse en un taller óptico mediante una prueba nula de Hartmann, la cual se obtiene colocando pequeñas cuñas de vidrio sobre cada orificio de la placa de Hartmann. Las cuñas cuentan con un ángulo entre sus caras tal que se compensa la aberración esférica con el objeto y la imagen en el centro de curvatura.

A. Cordero, A. Cornejo y O. Cardona^{9,10} han utilizado la prueba nula de Hartmann y la prueba de Hartmann-Ronchi para diseñar pantallas especiales para cada prueba que produzcan franjas rectas alineadas y un arreglo cuadrado de los patrones observados, donde pueden intercambiarse el filtro de pantalla y los planos de observación de ambas pruebas. Utilizando la misma teoría, han establecido un modelo matemático común para ambas pruebas y para la interpretación de ronchigramas así como la obtención de las curvas de nivel de las componentes presentes en las aberraciones transversales del frente de onda. Ellos registran un hartmanngrama usando dos rejillas Ronchi cruzadas a 90°. De esta forma, presentan un método simple y directo para el cálculo de los ronchigramas en el caso de secciones cónicas centradas y fuera de eje con una fuente de luz puntual en cualquier lugar.

Ho-Soon Yang, *et al.*¹¹ han aplicado la prueba nula de Hartmann en la fabricación de grandes superficies esféricas. Su trabajo ha consistido

en usar la prueba nula de Hartmann en combinación con un interferómetro de corrimiento para la medición de un espejo cóncavo esférico de 0.90 m. Una característica de esta prueba que supieron aprovechar es que la prueba de Hartmann tiene la ventaja de contar con un rango dinámico mayor al de cualquier método interferométrico general.

L. J. Golden¹² desarrolló la prueba dinámica Hartmann para monitorear la alineación de las componentes ópticas de un sistema de telescopio como el gran telescopio espacial, usando una fuente estelar real. Escogió esta prueba por su gran rango de operación, sensibilidad y simplicidad relativa. En su trabajo discute y analiza la configuración de la prueba de Hartmann dinámica y describe la construcción de un instrumento de prueba. Utiliza un simulador de error de frente de onda para determinar de manera experimental la capacidad del instrumento de prueba de Hartmann para la detección de aberraciones de bajo orden en condiciones de laboratorio, obteniendo sensibilidades en el rango de $\lambda/50$ y $\lambda/100$.

D. H. Schulte¹³ ha presentado un programa Fortran generalizado que reduce los datos de la prueba de Hartmann. Proporciona un breve resumen de las técnicas matemáticas con sus métodos de discusión y los resultados obtenidos de algunas pruebas sobre la exactitud del programa.

J. E. A. Landgrave y J. R. Moya¹⁴ proporcionan una expresión que permite conocer la magnitud del error provocado cuando se introducen pequeños desplazamientos de la pantalla sobre el eje óptico de la superficie bajo prueba. Demuestran que estos errores se incrementan con la asfericidad de la superficie de interés siendo despreciables en

superficies esféricas. Esta expresión fue simulada en una prueba por computadora para un espejo hiperbólico perfecto.

R. G. Lane y M. Tallon¹⁵ han presentado un análisis del problema de la reconstrucción del frente de onda de mediciones con el sensor Shack-Hartmann. Ellos asumen que la aberración del frente de onda es provocada por turbulencia Kolmogorov. Encuentran que las limitaciones de usar los polinomios de Zernike como una base ortogonal para la reconstrucción del frente de onda son muy altas y presentan la ventaja de usar las funciones de Karhunen-Loeve para calcular los órdenes de los modos más altos del frente de onda.

Johannes Pfund *et al.*¹⁶ han descrito los efectos en la alineación del sensor Shack-Hartmann. Este sensor consiste en un arreglo de micro lentes y una cámara CCD para la medición del frente de onda. Para obtener las mediciones con alta exactitud, la alineación de este arreglo de micro lentes y la cámara deben ser exactas. Presentan una clasificación en los diferentes puntos de alineación del sensor y los tratan teórica y experimentalmente. Evalúan los efectos de estos errores y proponen un método práctico para alinear apropiadamente el sensor Shack-Hartmann.

Jorge Ares, *et al.*¹⁷ han propuesto el uso del sensor Shack-Hartmann como dispositivo de sensado de posición. Determinan las coordenadas de un punto del objeto mediante los coeficientes modales de Zernike del frente de onda emitido por el objeto y detectado por el sensor. Demuestran como este sensor puede medir la posición del centroide luminoso de un objeto moderadamente plano y extendido. Sus resultados experimentales se basan en cámaras off-the-shelf, óptica convencional,

arreglos de micro lentes difractivas y de precio accesible. Muestran que la exactitud en el posicionamiento axial varía entre $74 \mu m$ y $300 \mu m$ y exactitudes angulares de $4.3 \mu rad$ pueden alcanzarse.

Jeffrey A. Koch, *et al.*¹⁸ han comparado de manera experimental los resultados entre un sensor Shack-Hartmann y un Interferómetro en aplicaciones de metrología en grandes superficies ópticas. Hacen una comparación directa entre ambos dispositivos, utilizándolos para medir la superficie de un espejo cuadrado de 400 mm . Los resultados demuestran que los sensores Shack-Hartmann pueden reemplazar a los interferómetros de corrimiento de fase en muchas aplicaciones con ventajas particulares en el caso de grandes superficies ópticas.

Sascha Groening, *et al.*¹⁹ reconstruyen un frente de onda utilizando un sensor Shack-Hartmann y un método iterativo de ajuste con funciones de interpolación “splines”. Una limitación de este sensor es que los puntos de cada micro lente se mantienen en sus respectivas sub aberturas. Presentan un algoritmo que asigna los puntos luminosos a sus puntos de referencia.

Roy Irwan y Richard G. Lane²⁰ han realizado un análisis óptimo de la estimación del centroide detectado por el sensor Shack-Hartmann. Analizan el problema de la estimación del centroide de un punto captado incoherentemente por un arreglo CCD. En su análisis utilizan la función de corta exposición de la CCD en vez de la aproximación Gaussiana tradicional. Se muestra que para ruido Poisson, la varianza del centroide depende del tamaño de la CCD y que los efectos de truncamiento juegan un papel importante en la determinación del tamaño óptimo de la CCD.

Describen los efectos anteriores sobre la reconstrucción de un frente de onda formado por un sensor Shack-Hartmann.

Carlos Robledo, *et al.*²¹ mediante una computadora han generado un sistema de filtros para ayudar en la reconstrucción de las funciones de aberración de puntos luminosos. Los filtros consisten en puntos de datos discretos de dos dimensiones tales como los puntos luminosos y son ortogonalizados con el procedimiento de Gram-Schmidt. Obtienen los coeficientes de aberración calculando el producto escalar del puntos luminosos con cada filtro ortogonal.

M. Servín, F. Cuevas, D. Malacara, José L. Marroquín²², han mostrado una estimación de la aberración de rayos en puntos luminosos usando un sistema regularizado de seguimiento de fase. La técnica Hartmann muestra el frente de onda bajo análisis usando una pantalla con orificios espaciados uniformemente. La técnica requiere de la medición del centroide de estos orificios en una posición cercana al foco paraxial. La posición uniforme no aberrada es proporcional a la pendiente de la asfericidad del frente de onda. La estimación del centroide se realiza normalmente de manera manual con la ayuda de un microscopio o un densímetro, sin embargo pueden utilizarse nuevas técnicas de procesamiento de franjas que utilizan técnicas de detección sincrónicas o el método de estimación de fase de Fourier. Ellos proponen una nueva técnica basada en un sistema regularizado de seguimiento de fase (RPT) para detectar la aberración transversal en hartmanngramas de una manera directa. El sistema toma el patrón muestreado del hartmanngrama como una señal de entrada y como una señal de salida el sistema RPT da de manera desenvuelta la aberración del rayo transversal justo en un solo

paso. Su sistema RPT es comparado con métodos de sincronización y de Fourier, los cuales pueden verse como sus competidores más cercanos.

C. Castelline, F. Francine, y B. Tiribilli²³ han presentado una modificación a la prueba de Hartmann para la medición de lentes progresivas oftálmicas. Ellos describen una versión modificada de la prueba de Hartmann en la cual el patrón de orificios es remplazado por un haz láser de barrido circular. En este caso se utiliza un detector sensible a la posición para adquirir las coordenadas del haz deflecionado. Los datos significativos se obtienen al considerar la transformada de Fourier de las señales de salida del detector. Finalmente ellos presentan una aplicación del método propuesto en el barrido de parámetros ópticos de lentes progresivas oftálmicas. Además, miden con apropiada exactitud la desviación prismática, la potencia esférica y el astigmatismo en este tipo de lentes.

Yobani Mejía y D. Malacara H.²⁴ Han presentado una modificación a la prueba de Hartmann para medir topografía corneal. Proponen remplazar la pantalla plana de Hartmann por una superficie curva que consiste en un ovalo de revolución que puede ser modelado por un elipsoide. El plano imagen se forma por un arreglo cuadrado de puntos luminosos circulares, todos del mismo diámetro. Para la obtención del arreglo cuadrado en la imagen, calculan la distribución espacial de los puntos luminosos sobre la superficie objeto.

Segolene Olivier, Vincent Lau de y Jean-Pierre Huignard²⁵ han desarrollado un escáner de frentes de onda Hartmann de cristal líquido, LCWS. Este dispositivo consiste en un sensor altamente sensitivo, idóneo

para la medición de aberraciones en sistemas ópticos y más generalmente de frentes de onda estáticos basado en la prueba de Hartmann. En el LCWS, un frente de onda entrante se barre secuencialmente por una apertura con desplazamiento programable. El LCWS utiliza un display de cristal líquido. La posición del punto de difracción se registra por una lente de observación con un detector CCD y proporciona una estimación de las pendientes locales en las dos direcciones ortogonales en la posición de la apertura. El frente de onda se reconstruye a partir de los datos de las pendientes. Ellos reportan resultados experimentales para frentes de onda planos y fuertemente aberrados en los que se aprecia el gran rango dinámico y la gran sensibilidad del sensor LCWS. Estas características del sensor son comparadas con las del sensor de frente de onda Shack-Hartmann.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Prueba Clásica de Hartmann.

En la prueba clásica de Hartmann²⁴ la forma del frente de onda es encontrada mediante una integración trapezoidal aproximada denominada Integración de Newton. Esta integración es aplicada a las aberraciones transversales, uniendo los puntos muestreados mediante pequeños segmentos rectos.

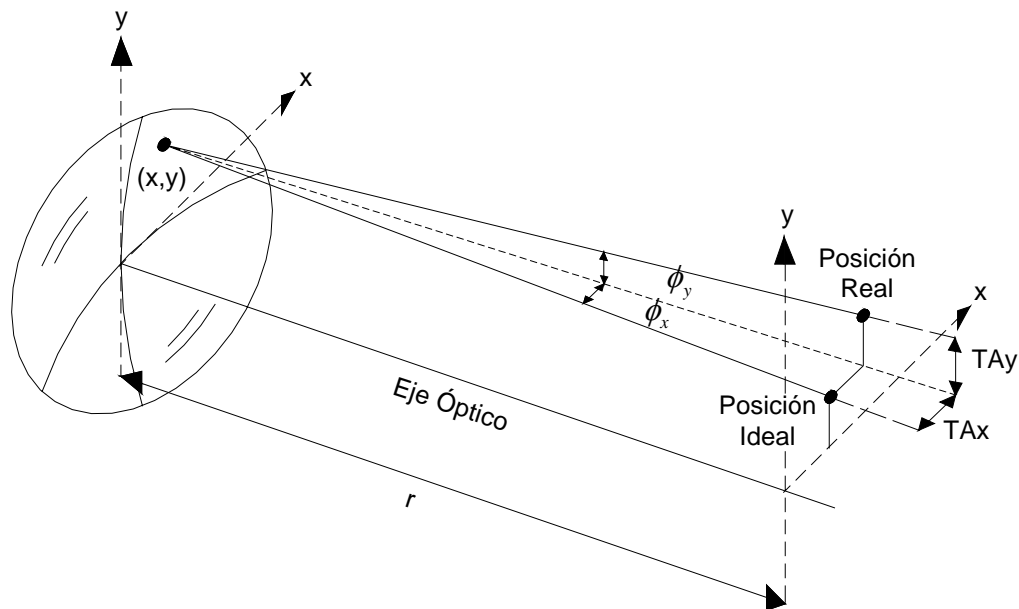


Fig. 2.1 Prueba de Hartmann Clásica.

En la prueba de Hartmann ilustrada en la figura 2.1, se coloca una placa con un arreglo cuadrado de orificios, como el de la figura 2.2, cerca de la pupila de entrada o de salida del sistema bajo prueba.

El arreglo cuadrado de orificios en la placa de Hartmann se define frecuentemente con su orificio central alineado con el eje óptico del sistema.

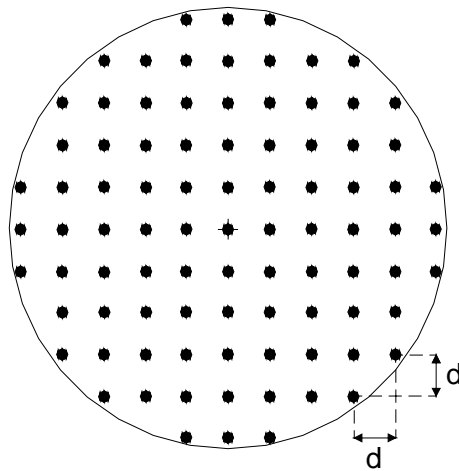


Fig. 2.2 Prueba de Hartmann Clásica.

Las deformaciones del frente de onda $W(x, y)$ se calculan de las mediciones de las aberraciones transversales TA_x y TA_y , (medidas mas adelante). Estas aberraciones y las deformaciones del frente de onda están relacionadas por las expresiones:

$$\frac{\partial W(x, y)}{\partial x} = \frac{TA_x(x, y)}{r} = \theta_x(x, y) \quad (2.1)$$

y

$$\frac{\partial W(x, y)}{\partial y} = \frac{TA_y(x, y)}{r} = \theta_y(x, y) \quad (2.2)$$

Donde r es la distancia desde el frente de onda en la pupila de salida hasta la pantalla de observación donde se proyectan los puntos luminosos aberrados.

Las aberraciones transversales lineales son TA_x y TA_y , y las aberraciones transversales angulares son θ_x y θ_y . El frente de onda se calcula integrando las aberraciones transversales medidas en la placa Hartmann como la mostrada en la figura 2.3.

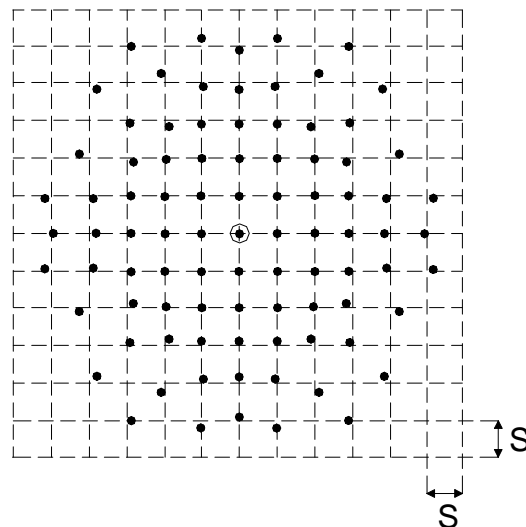


Fig. 2.3 Placa Hartmann en la prueba clásica.

Para hacer posible la identificación apropiada de los puntos luminosos en la pantalla de observación, ésta tiene que estar localizada en un lugar, desplazada del foco de la lente, frecuentemente dentro de foco, fuera de la región de la cáustica y evitando que los haces de luz se crucen unos con otros. Este defoco es especialmente importante si el frente de onda es esférico. En este caso la placa Hartmann tiene que estar localizada fuera de la región cáustica.

Este desplazamiento provoca un gran desenfoque que introduce una gran componente lineal en las aberraciones transversales, las cuales a su vez producen una gran componente esférica (términos cuadráticos) en el frente de onda calculado. Para reducir completamente el efecto de este desenfoque las aberraciones transversales pueden medirse no con respecto al eje óptico, sino con respecto a la posición que el punto luminoso medido podría tener si el frente de onda tuviera una forma ideal, como en un sistema óptico perfecto y no con respecto al eje óptico. Entonces las deformaciones del frente de onda obtenidas de esta manera, son con respecto a una esfera de referencia cercana. Si el frente de onda perfecto tiene una forma esférica, estos puntos de referencia son los puntos de cruce de un arreglo cuadrado de líneas como lo ilustrado por las líneas punteadas en la figura 2.3.

Este arreglo de líneas de referencia que elimina la mayor cantidad de luminosos introducido, puede encontrarse calculando el espacio promedio de todos los puntos luminosos aberrados e igualándolo a la línea de espaciamiento S como sigue:

$$S = \frac{1}{2K} \left[\sum_K \frac{\eta_x(n, m)}{n} + \sum_K \frac{\eta_y(n, m)}{m} \right] \quad (2.3)$$

Donde la primer sumatoria de todos los K puntos luminosos es para $n \neq 0$ y la segunda sumatoria es para $m \neq 0$, n_x y n_y son las aberraciones transversales medidas desde el eje óptico y K es el número total de puntos luminosos en la pantalla de observación. Entonces las aberraciones transversales TA_x y TA_y para cada punto luminoso n, m medidas con respecto a las posiciones ideales no aberradas son:

$$TA_x(n, m) = \eta_x(n, m) - nS \quad (2.4)$$

$$TA_y(n, m) = \eta_y(n, m) - mS$$

2.2 Cálculo del frente de onda.

Debido a que las mediciones son hechas sólo en puntos de un arreglo rectangular (valores discretos), en la prueba de Hartmann clásica la forma del frente de onda se encuentra mediante una integración trapezoidal aproximada de las ecuaciones (2.1) y (2.2):

$$W(n, m) = \frac{d}{2r} \sum_{i=1}^n [TA_x(i-1, m) + TA_x(i, m)] \quad (2.5)$$

Cuando el barrido es a lo largo del eje x , y se tiene que;

$$W(n, m) = \frac{d}{2r} \sum_{j=1}^m [TA_y(n, j-1) + TA_y(n, j)] \quad (2.6)$$

Cuando el barrido es a lo largo del eje y . Aquí d es la separación entre dos orificios consecutivos en la placa de Hartmann.

Alternativamente, las ecuaciones (2.5) y (2.6) pueden ser reescritas como:

$$W(x_n, y_m) = W(x_{n-1}, y_m) + \frac{d}{2r} [TA_x(x_{n-1}, y_m) + TA_x(x_n, y_m)] \quad (2.7)$$

Donde $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm N$

y

$$W(x_n, y_m) = W(x_n, y_{m-1}) + \frac{d}{2r} [TA_y(x_n, y_{m-1}) + TA_y(x_n, y_m)] \quad (2.8)$$

Donde $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm M$

Es posible mostrar que con este modelo, los valores de las pendientes (aberración transversal) del frente de onda a lo largo de los pequeños segmentos uniendo dos orificios consecutivos en las direcciones x y y están dados por:

$$TA_x(x, y_m) = TA_x(x_{n-1}, y_m) + \left[\frac{TA_x(x_n, y_m) - TA_x(x_{n-1}, y_m)}{d} \right] x \quad (2.9)$$

y similarmente cuando la integración es a lo largo de la dirección y :

$$TA_y(x_n, y) = TA_y(x_n, y_{m-1}) + \left[\frac{TA_y(x_n, y_m) - TA_y(x_n, y_{m-1})}{d} \right] y \quad (2.10)$$

Así, trabajando las ecuaciones (2.9) y (2.10) se obtiene:

$$W(x, y_m) = W(x_{n-1}, y_m) + \left[\frac{TA_x(x_{n-1}, y_m)}{r} \right] x + \left[\frac{TA_x(x_n, y_m) - TA_x(x_{n-1}, y_m)}{2rd} \right] x^2 \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} W(x_n, y) &= W(x_n, y_{m-1}) + \left[\frac{TA_y(x_n, y_{m-1})}{r} \right] y + \left[\frac{TA_y(x_n, y_m) - TA_y(x_n, y_{m-1})}{2rd} \right] y^2 \\ &= W(x_n, y_{m-1}) + \left[\frac{TA_y(x_n, y_{m-1})}{r} \right] y + \frac{c}{2} y^2 \end{aligned} \quad (2.12)$$

las cuales son expresiones cuadráticas que implican una curvatura c que es directamente proporcional a la pendiente de los segmentos lineales. Con las ecuaciones (2.11) y (2.12) los resultados de la prueba de Hartmann clásica son encontrados mediante el cálculo del frente de onda en muchos puntos entre las posiciones muestreadas por la placa de

Hartmann. Como un ejemplo, observemos la integración trapezoidal de una función $TA(x)$ y su frente de onda en la figura 2.4:

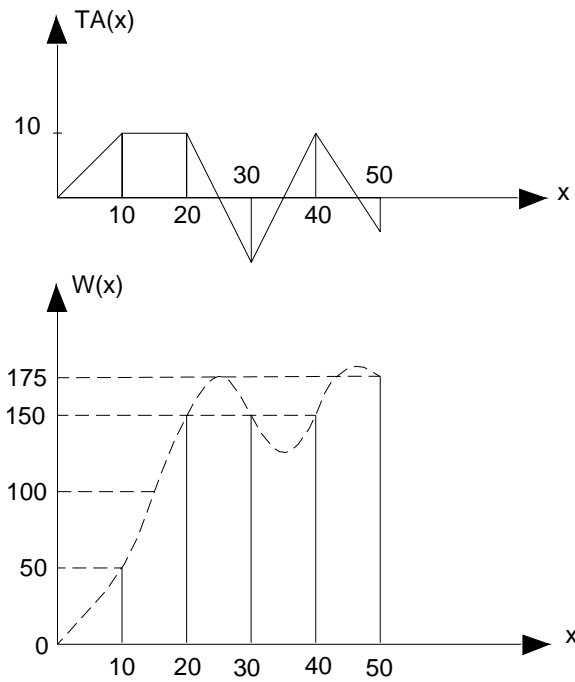


Fig. 2.4 Cálculo de un frente de onda mediante la integración trapezoidal de las aberraciones transversales.

Para encontrar las deformaciones del frente de onda se acostumbra comenzar el cálculo del frente de onda en el centro de la pupila donde $n=0$ y $m=0$ con $W(0,0) = 0$.

CAPÍTULO III

RECONSTRUCCIÓN DEL FRENTE DE ONDA UTILIZANDO LA PRUEBA DE HARTMANN

3.1 Método propuesto.

El método de integración clásica a lo largo de trayectorias rectas sobre la pupila no toma ventaja de toda la información disponible en la pantalla de observación. Por ejemplo, se ve en la ecuación (3.1) que en esta integración se mide la diferencia

$$TA_y(x_n, y_m) - TA_y(x_n, y_{m-1}) \quad (3.1)$$

pero no se utilizan las otras componentes de aberración transversal TA_x . En otras palabras, solamente se consideran a la vez arreglos de puntos unidimensionales. Entonces, es posible obtener resultados ligeramente diferentes pueden por integraciones en direcciones ortogonales.

La aproximación común para improvisar los resultados es tomar el promedio de varias mediciones. En el pasado varios autores han hecho algunas modificaciones a este método básico para mejorar la exactitud de la prueba de Hartmann. Por ejemplo Ghozeil y Simmons²⁶ hicieron la integración a lo largo de múltiples trayectorias rectas. Mansell²⁷ *et al* hicieron algunos ajustes utilizando un factor de corrección.

En este capítulo se propone un método más exacto donde el frente de onda se representa por muchas funciones curvas cuyos dominios son

celdas unitarias definidas por cada arreglo cuadrado de orificios en la placa de Hartmann colocada en la pupila de salida del sistema. Cada celda con cuatro orificios es un arreglo bidimensional de puntos que proporciona más información que el arreglo unidimensional. Además existe información en cada celda cuadrada acerca de los términos tales como Tilts (aberraciones transversales), que a diferencia de los métodos comunes ahora puede ser tomada en cuenta. Los subíndices n y m asignados a cada celda unitaria son aquellos mostrados en la figura 3.1.

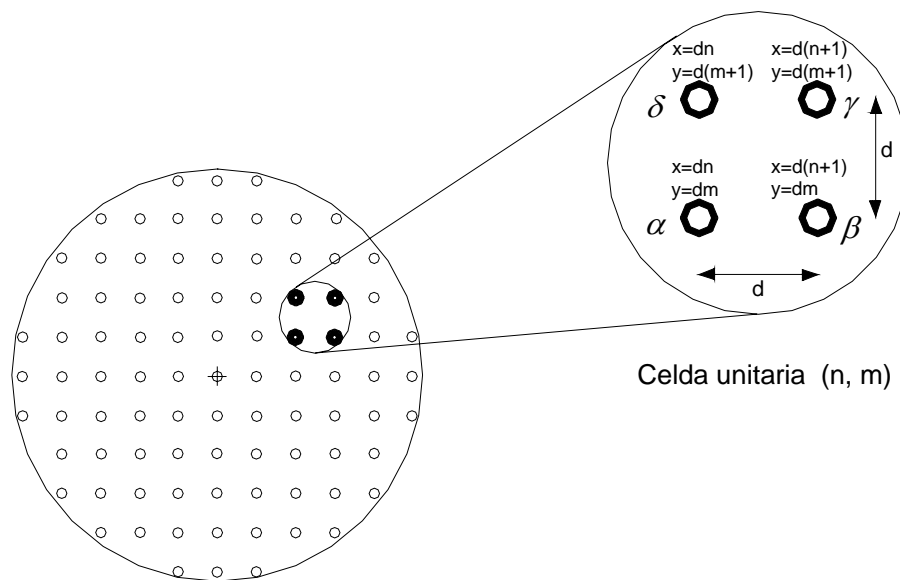


Fig. 3.1 Celda unitaria en una placa de Hartmann.

Las aberraciones del frente de onda distorsionado en cualquier celda unitaria n,m en la placa de Hartmann son definidas por:

$$W_{nm}(x, y) = A_{n,m} + B_{n,m}x + C_{n,m}y + D_{n,m}(x^2 + y^2) + E_{n,m}(x^2 - y^2) + F_{n,m}xy + G_{n,m}(x^2 + y^2 - d^2)y + H_{n,m}(x^2 + y^2 - d^2)x \quad (3.2)$$

Donde los coeficientes A, B, C, D, E, F, G y H representan:

A = Término constante o Pistón.

B = Tilt de la celda local alrededor del eje x .

C = Tilt de la celda local alrededor del eje y .

D = Luminosos. Deformación esférica de la celda local

E = Astigmatismo con eje a 0° o 90° .

F = Astigmatismo con eje a $\pm 45^\circ$.

G = Coma a lo largo del eje y .

H = Coma a lo largo del eje x .

La aberración esférica y las aberraciones de órdenes mas altos no necesitan ser consideradas ya que el tamaño de la celda cuadrada es pequeño comparado con la abertura completa bajo prueba.

En este método propuesto, todavía persiste el problema de que las Curvaturas del frente de onda no son continuas cuando pasan de una celda cuadrada a la siguiente.

Vamos ahora a considerar los cuatro puntos luminosos producidos por los haces de luz que cruzan a través de los cuatro orificios de una celda cuadrada unitaria en la placa de Hartmann, en una manera similar a la del método descrito por Malacara para una prueba de Hartmann con solo cuatro orificios²⁸.

El centroide (centro de gravedad) de estos cuatro puntos luminosos no se desplaza por la presencia de aberración esférica o Astigmatismo. Esto es debido a que el origen de coordenadas se considera en el centro de estos cuatro puntos para medir aberraciones locales.

Además, este centroide tampoco se desplaza por la presencia de Coma, gracias a la introducción del término $-d^2$ que ha sido agregado. Este centroide se desplaza solamente por los dos términos de Tilt del frente de onda local, desplazando el sistema de los cuatro puntos luminosos sin cambiar sus posiciones relativas. Estos dos Tilts del frente de onda local pueden producirse por deformaciones del propio frente de onda y por un desplazamiento axial (defoco) de la pantalla de observación.

Asumiendo que el centro de cada celda unitaria de cuatro orificios en la placa de Hartmann, es el origen de las coordenadas para la función del frente de onda en un cuadrado unitario, entonces, las componentes x de las aberraciones transversales las obtuvimos mediante la derivada parcial del frente de onda con respecto a x , quedando como:

$$\frac{\partial W(x, y)}{\partial x} = \frac{TA_x}{r} = \phi_x = B + 2Dx + 2Ex + Fy + 2Gxy + H(3x^2 + y^2 - d^2) \quad (3.3)$$

Así mismo, las componentes y de las aberraciones transversales las obtuvimos mediante la derivada parcial del frente de onda con respecto a y respectivamente, quedando como:

$$\frac{\partial W(x, y)}{\partial y} = \frac{TA_y}{r} = \phi_y = C + 2Dy - 2Ey + Fx + G(x^2 + 3y^2 - d^2) + 2Hxy \quad (3.4)$$

donde además, ϕ_x y ϕ_y corresponden a las aberraciones transversales angulares medidas desde su correspondiente posición ideal sobre el arreglo cuadrado de líneas definido en el CAPÍTULO II y mostrado en la figura 2.3.

La configuración del sistema de cuatro puntos luminosos depende de los coeficientes de aberración D, E, F, G, H y su posición global depende de los coeficientes de Tilt B y C . En resumen, el centro de gravedad (promedio de las coordenadas de los cuatro puntos luminosos) de cada celda unitaria tiene dos propiedades de importancia práctica:

1. La posición del centro de gravedad de los cuatro puntos luminosos depende sólo de los valores de los coeficientes de Tilt que son $B_{n,m}$ y $C_{n,m}$ (modificados por algún luminosos de la pantalla de observación) y no por alguna de las otras aberraciones. Ver figura 3.2.
2. Las aberraciones de una celda cuadrada unitaria pueden ser calculadas mas fácilmente desplazando el sistema de los cuatro puntos luminosos de una celda unitaria, haciendo coincidir su centro de gravedad con el centro de gravedad de referencia.

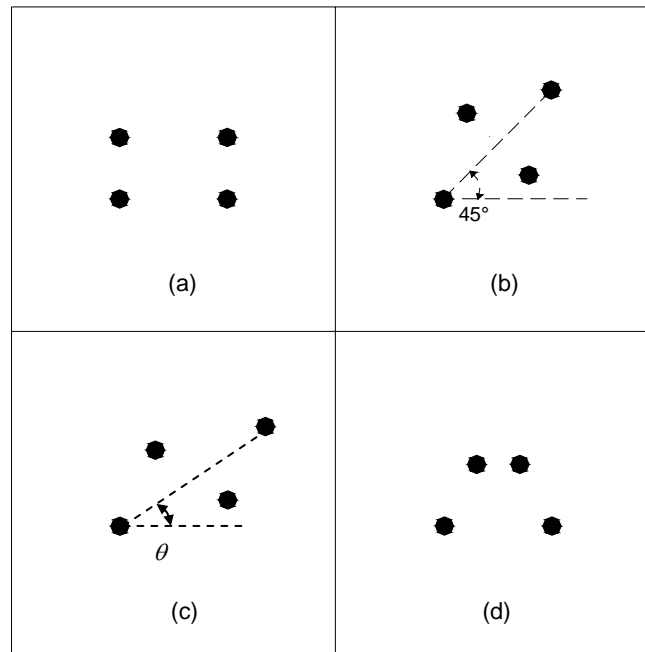


Fig. 3.2 Arreglos de cuatro puntos luminosos de una celda unitaria ante la presencia de algunas aberraciones: (a) Astigmatismo a 0° o 90° ; (b) Astigmatismo a un ángulo de $\pm 45^\circ$; (c) Astigmatismo a un ángulo de θ , (d) Coma en la dirección y .

Si no hay Tilt en ninguna dirección, el centro de gravedad de los cuatro puntos luminosos es localizado exactamente en la posición ideal, es decir, coincide con el centroide correspondiente a la celda unitaria de cuatro orificios. Sin embargo, la presencia de los dos Tilts desplaza el centro de gravedad de estos cuatro puntos luminosos de la posición ideal de referencia de la celda unitaria. Representando las componentes x y y de estos desplazamientos por $TAx_0(n, m)$ y $TAy_0(n, m)$, de esta manera, los coeficientes de Tilt local pueden calcularse por la desviación con respecto del centroide ideal, el cual corresponde al centro del cuadro definido por las líneas punteadas mostradas en la figura 2.3, obteniendo:

$$TAx_0(n, m) = B_{n,m} r = \frac{TA_{x\alpha} + TA_{x\beta} + TA_{x\gamma} + TA_{x\delta}}{4} \quad (3.5)$$

y

$$TAy_0(n, m) = C_{n,m} r = \frac{TA_{y\alpha} + TA_{y\beta} + TA_{y\gamma} + TA_{y\delta}}{4} \quad (3.6)$$

donde los subíndices α, β, γ y δ corresponden a cada uno de los cuatro orificios de la celda unitaria que está siendo considerada en la pantalla de observación como en la figura 3.1. TAx_0 y TAy_0 son las coordenadas del centro de gravedad de los cuatro puntos luminosos con respecto al centro de gravedad de referencia. Las aberraciones presentes en el miembro derecho de las ecuaciones (3.5) y (3.6) son medidas con respecto a la posición del punto luminoso ideal en la esquina correspondiente en el arreglo rectangular de líneas punteadas de referencia de la figura 2.3.

3.2 Cálculo de los coeficientes de aberración en celdas cuadradas.

La configuración de cada sistema de cuatro puntos luminosos es diferente para diferentes aberraciones como lo ilustrado en el ejemplo de la figura 3.2. Para calcular los coeficientes de aberración de cada celda unitaria en la placa de Hartmann, usamos las ecuaciones (3.3) y (3.4):

$$\frac{\partial W(x, y)}{\partial x} = \frac{TA_x}{r} = \phi_x = B + 2Dx + 2Ex + Fy + 2Gxy + H(3x^2 + y^2 - d^2)$$

$$\frac{\partial W(x, y)}{\partial y} = \frac{TA_y}{r} = \phi_y = C + 2Dy - 2Ey + Fx + G(x^2 + 3y^2 - d^2) + 2Hxy$$

con los valores de $B_{n,m}$ y $C_{n,m}$ obtenidos en las ecuaciones (3.5) y (3.6):

$$TAx_0(n, m) = B_{n,m} r = \frac{TA_{x\alpha} + TA_{x\beta} + TA_{x\gamma} + TA_{x\delta}}{4}$$

$$TAy_0(n, m) = C_{n,m} r = \frac{TA_{y\alpha} + TA_{y\beta} + TA_{y\gamma} + TA_{y\delta}}{4}$$

Ahora bien, asumiendo que no existe Tilt, entonces; se pueden medir las aberraciones transversales angulares ϕ_x y ϕ_y con respecto a la posición (la cual es ahora la ideal) del centro de gravedad de los puntos luminosos Hartmann producidos por los haces de luz provenientes de los cuatro orificios que definen un área óptica cuadrada. De esta manera, usando las ecuaciones (3.3) y (3.4) y analizando la figura 3.3,

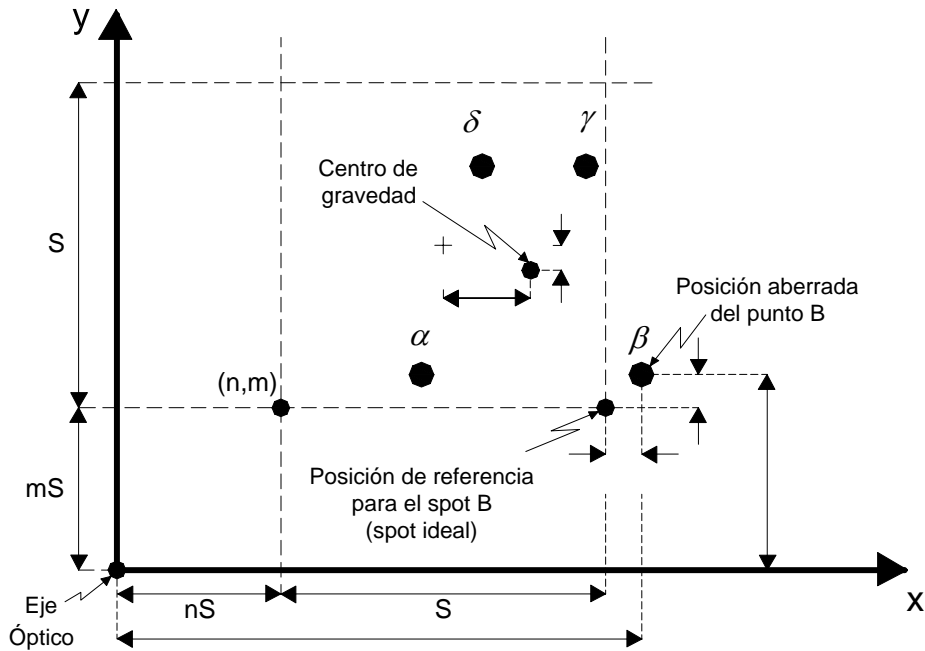


Fig. 3.3 Parámetros utilizados en la medición de las aberraciones transversales.

Pudimos obtener las funciones de aberración transversal angular ϕ_x y ϕ_y (nuevamente medidas con respecto a su correspondiente posición ideal) para cada celda cuadrada, mediante:

$$\begin{aligned}\phi_{x\alpha} &= \frac{TA_{x\alpha} - TA_{x0}}{r} = -\left(D + E + \frac{F}{2}\right)d + \frac{G}{2}d^2, \\ \phi_{y\alpha} &= \frac{TA_{y\alpha} - TA_{y0}}{r} = -\left(D - E + \frac{F}{2}\right)d + \frac{H}{2}d^2, \\ \phi_{x\beta} &= \frac{TA_{x\beta} - TA_{x0}}{r} = \left(D + E - \frac{F}{2}\right)d - \frac{G}{2}d^2, \\ \phi_{y\beta} &= \frac{TA_{y\beta} - TA_{y0}}{r} = -\left(D - E - \frac{F}{2}\right)d - \frac{H}{2}d^2,\end{aligned}$$

(3.7)

$$\begin{aligned}\phi_{xy} &= \frac{TA_{xy} - TA_{x0}}{r} = \left(D + E + \frac{F}{2}\right)d + \frac{G}{2}d^2, \\ \phi_{yy} &= \frac{TA_{yy} - TA_{y0}}{r} = \left(D - E + \frac{F}{2}\right)d + \frac{H}{2}d^2, \\ \phi_{x\delta} &= \frac{TA_{x\delta} - TA_{x0}}{r} = -\left(D + E - \frac{F}{2}\right)d - \frac{G}{2}d^2, \\ \phi_{y\delta} &= \frac{TA_{y\delta} - TA_{y0}}{r} = \left(D - E - \frac{F}{2}\right)d - \frac{H}{2}d^2,\end{aligned}$$

El paso siguiente consistió en resolver estas ocho ecuaciones para encontrar los coeficientes de aberración D, E, F, G y H . Tomando los promedios donde la información redundante estuvo disponible, como en el caso de los coeficientes G y H , finalmente encontramos todos los coeficientes de aberración para la celda cuadrada unitaria (n, m) :

$$\begin{aligned}
 D_{n,m} &= -\frac{(TA_{x\alpha} - TA_{x\beta}) - (TA_{x\gamma} - TA_{x\delta}) + (TA_{y\alpha} + TA_{y\beta}) - (TA_{y\gamma} + TA_{y\delta})}{8rd}, \\
 E_{n,m} &= -\frac{(TA_{x\alpha} - TA_{x\beta}) - (TA_{x\gamma} - TA_{x\delta}) - (TA_{y\alpha} + TA_{y\beta}) + (TA_{y\gamma} + TA_{y\delta})}{8rd}, \\
 F_{n,m} &= -\frac{(TA_{x\alpha} + TA_{x\beta}) - (TA_{x\gamma} + TA_{x\delta})}{2rd}, \\
 G_{n,m} &= -\frac{(TA_{x\alpha} - TA_{x\beta}) + (TA_{x\gamma} - TA_{x\delta})}{2rd^2}, \\
 H_{n,m} &= -\frac{(TA_{y\alpha} - TA_{y\beta}) + (TA_{y\gamma} - TA_{y\delta})}{2rd^2},
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

3.3 Cálculo de los coeficientes de aberración en celdas triangulares.

En las orillas de la pupila circular, la celda cuadrada en ocasiones llega a perder uno de los cuatro puntos, transformándose en una celda triangular. Entonces puede realizarse una buena evaluación del frente de onda bajo la siguiente consideración. Debido a que solo contamos con tres puntos a evaluar, entonces medimos solamente seis componentes de aberración transversal.

Lo que implicó que solo podíamos calcular seis coeficientes de aberración. En este caso consideramos a cinco coeficientes con alguna información redundante. Estos coeficientes fueron: A , B , C , D , y E , considerando además G y H igual a cero. Entonces pudimos rescribir la ecuación (3.7) como:

$$\begin{aligned}
\phi_{x\alpha} &= \frac{TA_{x\alpha} - TA_{x0}}{r} = -\left(D + E + \frac{F}{2}\right)d, \\
\phi_{y\alpha} &= \frac{TA_{y\alpha} - TA_{y0}}{r} = -\left(D - E + \frac{F}{2}\right)d, \\
\phi_{x\beta} &= \frac{TA_{x\beta} - TA_{x0}}{r} = \left(D + E - \frac{F}{2}\right)d, \\
\phi_{y\beta} &= \frac{TA_{y\beta} - TA_{y0}}{r} = -\left(D - E - \frac{F}{2}\right)d, \\
\phi_{x\gamma} &= \frac{TA_{x\gamma} - TA_{x0}}{r} = \left(D + E + \frac{F}{2}\right)d, \\
\phi_{y\gamma} &= \frac{TA_{y\gamma} - TA_{y0}}{r} = \left(D - E + \frac{F}{2}\right)d, \\
\phi_{x\delta} &= \frac{TA_{x\delta} - TA_{x0}}{r} = -\left(D + E - \frac{F}{2}\right)d, \\
\phi_{y\delta} &= \frac{TA_{y\delta} - TA_{y0}}{r} = \left(D - E - \frac{F}{2}\right)d,
\end{aligned} \tag{3.9}$$

De esta manera, pudimos calcular los coeficientes de aberración D , E y F usando seis de estas ocho ecuaciones, excluyendo aquellas dos que corresponden al punto perdido. A continuación se presenta un análisis de las cuatro posibilidades de una celda triangular:

a) Punto α perdido, entonces los coeficientes obtenidos fueron:

$$\begin{aligned}
D &= \frac{TA_{x\beta} - TA_{y\beta} - TA_{x\delta} + TA_{y\delta} + 2(TA_{x\gamma} + TA_{y\gamma} - TA_{x0} - TA_{y0})}{8rd}, \\
E &= \frac{TA_{x\beta} + TA_{y\beta} + TA_{x\gamma} - TA_{y\gamma} - TA_{x\delta} - TA_{y\delta} - TA_{x0} + TA_{y0}}{6rd}, \\
F &= \frac{2(TA_{x\gamma} + TA_{y\gamma} - TA_{x0} - TA_{y0}) - TA_{x\beta} + TA_{y\beta} + TA_{x\delta} - TA_{y\delta}}{4rd}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

b) Punto β perdido, entonces los coeficientes obtenidos fueron:

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{TA_{x\gamma} + TA_{y\gamma} - TA_{x\alpha} - TA_{y\alpha} - 2(TA_{x\delta} - TA_{y\delta} - TA_{x0} + TA_{y0})}{8rd} \\
 E &= \frac{TA_{x\gamma} - TA_{y\gamma} - TA_{x\alpha} + TA_{y\alpha} - TA_{x\delta} - TA_{y\delta} + TA_{x0} + TA_{y0}}{6rd} \\
 F &= \frac{TA_{x\gamma} + TA_{y\gamma} - TA_{x\alpha} - TA_{y\alpha} + 2(TA_{x\delta} - TA_{y\delta} - TA_{x0} + TA_{y0})}{4rd}
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

c) Punto γ perdido, entonces los coeficientes obtenidos fueron:

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{TA_{x\beta} - TA_{y\beta} - TA_{x\delta} + TA_{y\delta} - 2(TA_{x\alpha} + TA_{y\alpha} - TA_{x0} - TA_{y0})}{8rd} \\
 E &= \frac{TA_{x\beta} + TA_{y\beta} - TA_{x\alpha} + TA_{y\alpha} - TA_{x\delta} - TA_{y\delta} + TA_{x0} - TA_{y0}}{6rd} \\
 F &= \frac{2(TA_{x\alpha} + TA_{y\alpha} - TA_{x0} - TA_{y0}) + TA_{x\beta} - TA_{y\beta} - TA_{x\delta} + TA_{y\delta}}{4rd}
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

d) Punto δ perdido, entonces los coeficientes obtenidos fueron:

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{TA_{x\gamma} + TA_{y\gamma} - TA_{x\alpha} - TA_{y\alpha} + 2(TA_{x\beta} - TA_{y\beta} - TA_{x0} + TA_{y0})}{8rd} \\
 E &= \frac{TA_{x\beta} + TA_{y\beta} - TA_{x\alpha} + TA_{y\alpha} + TA_{x\gamma} - TA_{y\gamma} - TA_{x0} - TA_{y0}}{6rd} \\
 F &= \frac{TA_{x\gamma} + TA_{y\gamma} - TA_{x\alpha} - TA_{y\alpha} - 2(TA_{x\beta} - TA_{y\beta} - TA_{x0} + TA_{y0})}{4rd}
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

3.4 Evaluación del frente de onda en celdas cuadradas.

Con las ecuaciones obtenidas fue posible evaluar el frente de onda en cualquier punto dentro de cada celda unitaria cuadrada o triangular. En las celdas cuadradas, además de los términos de Tilt, este frente de onda incluye la Curvatura local (Luminosos), los dos términos de Astigmatismo y los dos términos de Tilt.

Las ecuaciones obtenidas para las deformaciones del frente de onda en las esquinas de la celda unitaria incluyendo los términos de Tilt son:

a) En el punto $\alpha \left(x = \frac{-d}{2}; y = \frac{-d}{2} \right)$:

$$W_{\alpha} = -\frac{(B+C)}{2}d + \frac{(2D+F)}{4}d^2 + \frac{(G+H)}{4}d^3 \quad (3.14)$$

b) En el punto $\beta \left(x = \frac{d}{2}; y = \frac{-d}{2} \right)$:

$$W_{\beta} = \frac{(B-C)}{2} + \frac{D}{2}d^2 - \frac{F}{4}d^2 + \frac{(G-H)}{4}d^3 \quad (3.15)$$

c) En el punto $\gamma \left(x = \frac{d}{2}; y = \frac{d}{2} \right)$:

$$W_{\gamma} = \frac{(B+C)}{2}d + \frac{D}{2}d^2 + \frac{F}{4}d^2 - \frac{(G+H)}{4}d^3 \quad (3.16)$$

d) En el punto $\delta \left(x = \frac{-d}{2}; y = \frac{d}{2} \right)$:

$$W_{\delta} = \frac{-(B-C)}{2}d + \frac{(2D-F)}{4}d^2 - \frac{(G-H)}{4}d^3 \quad (3.17)$$

A los valores de las deformaciones del frente de onda en cada dominio cuadrado se le agregó un término constante $A_{n,m}$ con excepción de aquella celda cuadrada ubicada en el centro de la pupila. Este término constante se seleccionó para que todas las funciones formaran un frente de onda continuo imponiendo para ello la condición:

$$A_{n,m} = \frac{1}{2} [W_{\beta}(n-1, m) + W_{\gamma}(n-1, m)] - \frac{1}{2} [W_{\alpha}(n, m) + W_{\delta}(n, m)] \quad (3.18)$$

cuando se integre a lo largo de la dirección positiva del eje x , o la condición:

$$A_{n,m} = \frac{1}{2} [W_D(n, m-1) + W_C(n, m-1)] - \frac{1}{2} [W_A(n, m) + W_B(n, m)] \quad (3.19)$$

cuando se integre a lo largo de la dirección positiva del eje y .

3.5 Evaluación del frente de onda en celdas triangulares.

Para las celdas triangulares, además de los términos de Tilt, este frente de onda incluye la Curvatura local (Luminosos) y los dos términos

de Astigmatismo. Las ecuaciones obtenidas para estas deformaciones del frente de onda en las esquinas de la celda unitaria incluyendo los términos de Tilt son:

a) Si el punto α es perdido:

$$\begin{aligned} W_{\beta} &= \frac{(B-C)}{2}d + \frac{(2D-F)}{4}d^2 \\ W_{\gamma} &= \frac{(B+C)}{2}d + \frac{(2D+F)}{4}d^2 \\ W_{\delta} &= -\frac{(B-C)}{2}d + \frac{(2D-F)}{4}d^2 \end{aligned} \quad (3.20)$$

b) Si el punto β es perdido:

$$\begin{aligned} W_{\alpha} &= -\frac{(B+C)}{2}d + \frac{(2D+F)}{4}d^2 \\ W_{\gamma} &= \frac{(B+C)}{2}d + \frac{(2D+F)}{4}d^2 \\ W_{\delta} &= -\frac{(B-C)}{2}d + \frac{(2D-F)}{4}d^2 \end{aligned} \quad (3.21)$$

c) Si el punto γ es perdido:

$$\begin{aligned} W_{\alpha} &= -\frac{(B+C)}{2}d + \frac{(2D+F)}{4}d^2 \\ W_{\beta} &= \frac{(B-C)}{2}d + \frac{(2D-F)}{4}d^2 \\ W_{\delta} &= -\frac{(B-C)}{2}d + \frac{(2D-F)}{4}d^2 \end{aligned} \quad (3.22)$$

d) Si el punto δ es el perdido:

$$\begin{aligned} W_{\alpha} &= -\frac{(B+C)}{2}d + \frac{(2D+F)}{4}d^2 \\ W_{\beta} &= \frac{(B-C)}{2}d + \frac{(2D-F)}{4}d^2 \\ W_{\gamma} &= \frac{(B-C)}{2}d + \frac{(2D+F)}{4}d^2 \end{aligned} \quad (3.23)$$

3.6 Curvaturas locales y componentes de Astigmatismo.

Una gran ventaja de este método con cuatro puntos es que los resultados proporcionan información relacionada con los valores locales de la curvatura, el astigmatismo y su eje de orientación. Esta información es bastante útil en muchas aplicaciones, principalmente en oftalmología y optometría. Si despreciamos el término Pistón, las dos componentes de aberración de Tilts, la Curvatura y el Astigmatismo pueden obtenerse:

$$W(x, y) = D(x^2 + y^2) + E(x^2 - y^2) + Fxy \quad (3.24)$$

que también puede escribirse en términos de coordenadas polares ($x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$) como:

$$\begin{aligned} W(r, \theta) &= (D + E \cos 2\theta + F \cos \theta \sin \theta)r^2 \\ &= (D + E \cos 2\theta + F \sin 2\theta)r^2 \end{aligned} \quad (3.25)$$

La curvatura en el origen en la dirección radial con un ángulo de orientación θ está dada por:

$$c_r = \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} = 2D + 2E \cos 2\theta + F \sin 2\theta \quad (3.26)$$

La ecuación anterior también puede escribirse como:

$$c_r = 2D + \sqrt{4E^2 + F^2} \cos 2(\theta - \alpha) \quad (3.27)$$

$$c_r = 2D + \sqrt{4E^2 + F^2} - 2\sqrt{4E^2 + F^2} \sin^2(\theta - \alpha)$$

Donde:

$$\tan 2\alpha = \frac{F}{2E} \quad (3.28)$$

Los primeros dos términos representan la deformación Esférica y el ángulo α representa el eje del Astigmatismo total cuya magnitud es:

$$c_r = 2\sqrt{4E^2 + F^2} \quad (3.29)$$

3.7 Evaluación del método propuesto. Análisis por simulación computacional.

Para evaluar el método propuesto y compararlo con el método de integración clásica, se calculó un punto luminoso considerando a este último como un patrón Hartmann. Se Seleccionó un frente de onda esférico con simetría rotacional con un diámetro igual a 250 mm, un radio de curvatura igual a 1000 mm y los siguientes coeficientes de deformación esférica:

$$A_8 = -1.2 E - 18$$

$$A_{10} = +1.0 E - 22$$

La figura 3.4 muestra el perfil del frente de onda a lo largo de su diámetro:

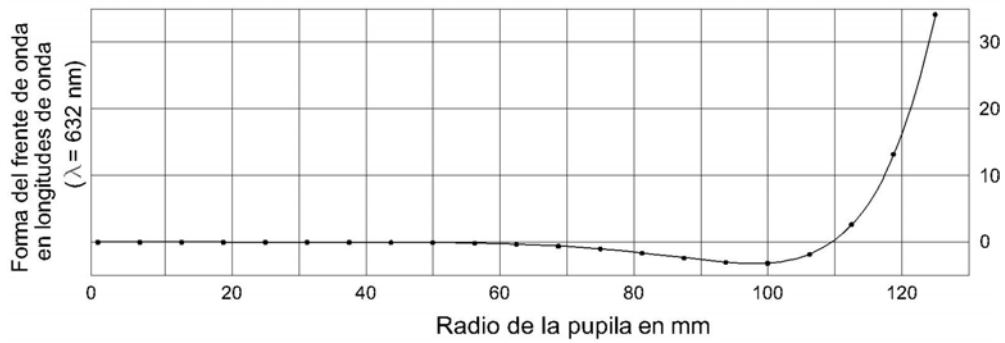


Fig. 3.4 Frente de onda producido por un frente de onda esférico con términos de deformación asférica.

y la figura 3.5 muestra las aberraciones transversales calculadas con este frente de onda:

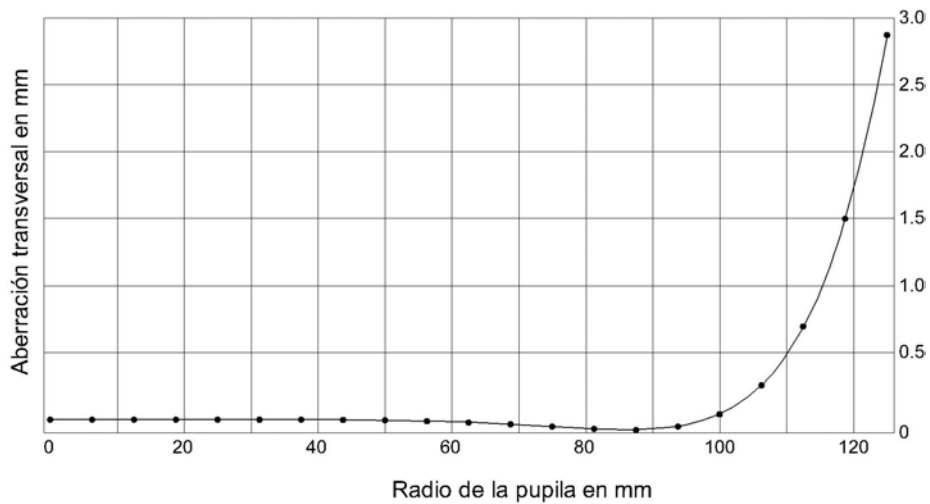


Fig. 3.5 Aberraciones transversales calculadas para el frente de onda esférico.

Se generó el diagrama de puntos luminosos mostrado en la figura 3.6 partiendo de un arreglo de funciones mostrado en la figura 3.7 y usando una constante de defoco $A_2 = 1.2 E - 4$.

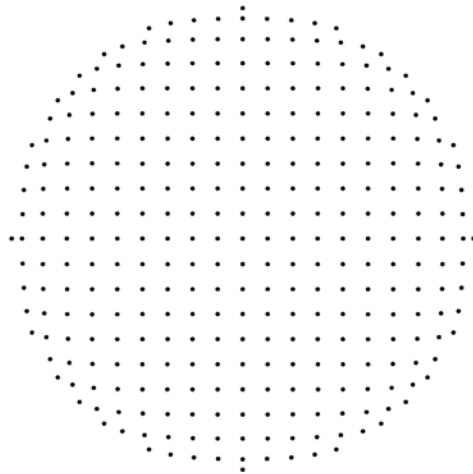


Fig. 3.6 Diagrama de puntos luminosos (patrón Hartmann) producido por el frente de onda esférico.

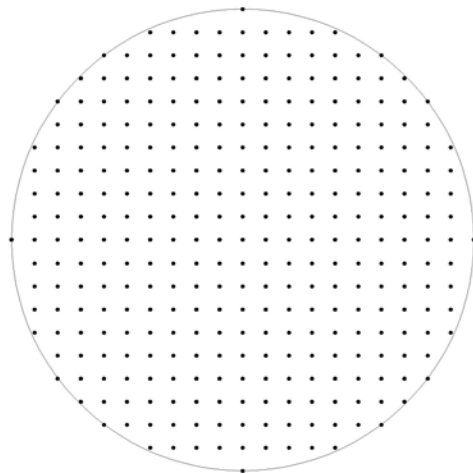


Fig. 3.7 Intersecciones de los rayos en la pupila.

Usando el diagrama de puntos de la figura 3.6 como un patrón Hartmann, se obtuvieron los perfiles de los frentes de onda con el método de Hartmann clásico tan bien como con nuestro método propuesto. Este último método, además de permitir los valores de Curvatura local deseados, produce un resultado el cual es más cercano al frente de onda que el producido por el método clásico. Debido a que el frente de onda tiene simetría rotacional, solamente necesita mostrarse el perfil a lo largo de un diámetro.

La figura 3.8 muestra el perfil del frente de onda obtenido y la diferencia con el frente de onda original dado por el método clásico.

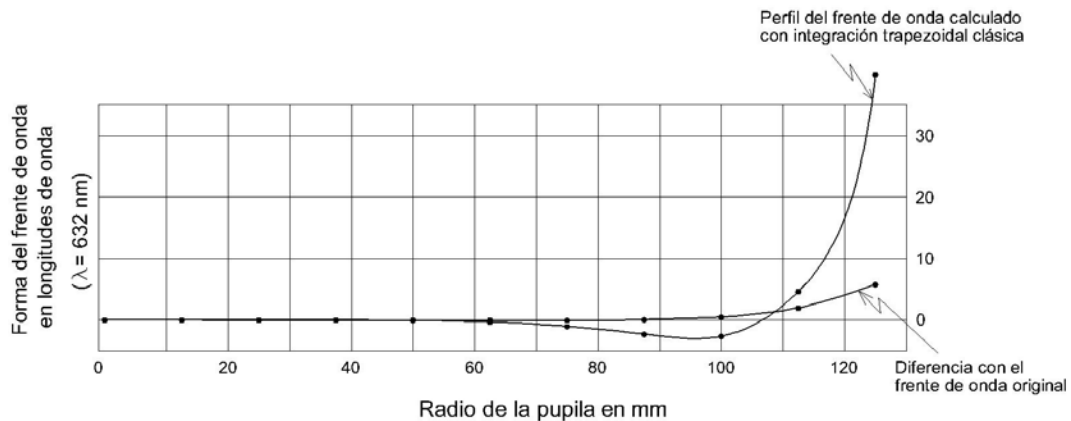


Fig. 3.8 Perfil del frente de onda calculado con integración trapezoidal clásica y la diferencia entre el frente de onda original.

La figura 3.9 muestra los resultados correspondientes a nuestro método propuesto. Nótese que se ha usado un arreglo denso de muestra. Naturalmente el error llega a ser mucho mayor si se utiliza un arreglo menos denso.

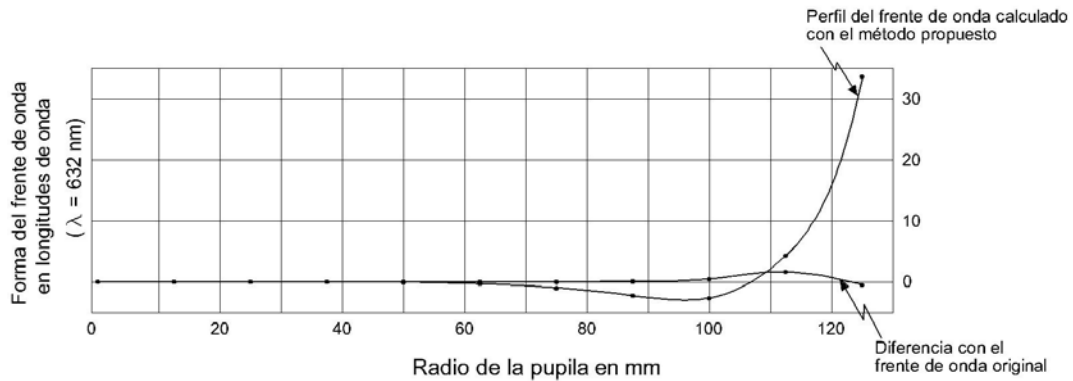


Fig. 3.9 Perfil del frente de onda calculado con el método propuesto y la diferencia entre el frente de onda original.

La tabla 3.1 muestra de manera cuantitativa una comparación entre los resultados obtenidos al aplicar la interpolación clásica y el método propuesto.

Tabla. 3.1 Comparación cuantitativa entre la interpolación clásica y el método propuesto.

Radio de la Pupila [mm]	Error en longitudes de onda Interpolación Clásica	Error en longitudes de onda Método Propuesto
0.00	0.00	0.00
12.50	0.00	0.00
25.00	0.00	0.00
37.50	-0.01	0.00
50.00	-0.01	-0.01
62.50	-0.03	-0.02
75.00	-0.04	-0.02
87.50	0.05	0.08
100.00	0.50	0.47
112.50	1.97	1.63
125.00	5.76	-0.50

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS SIMPLE PARA LENTES OFTÁLMICAS

4.1 Introducción.

En este capítulo se propone una interpretación muy simple de los datos generados por la prueba de Hartmann que también puede utilizarse para evaluar el desempeño de lentes oftálmicas. Tal como se muestra en la figura 4.1, si se utiliza un haz láser colimado para iluminar una placa de Hartmann, los haces de luz que pasan a través de los orificios de esta placa forman un patrón de puntos luminosos proyectados sobre la pantalla de observación.

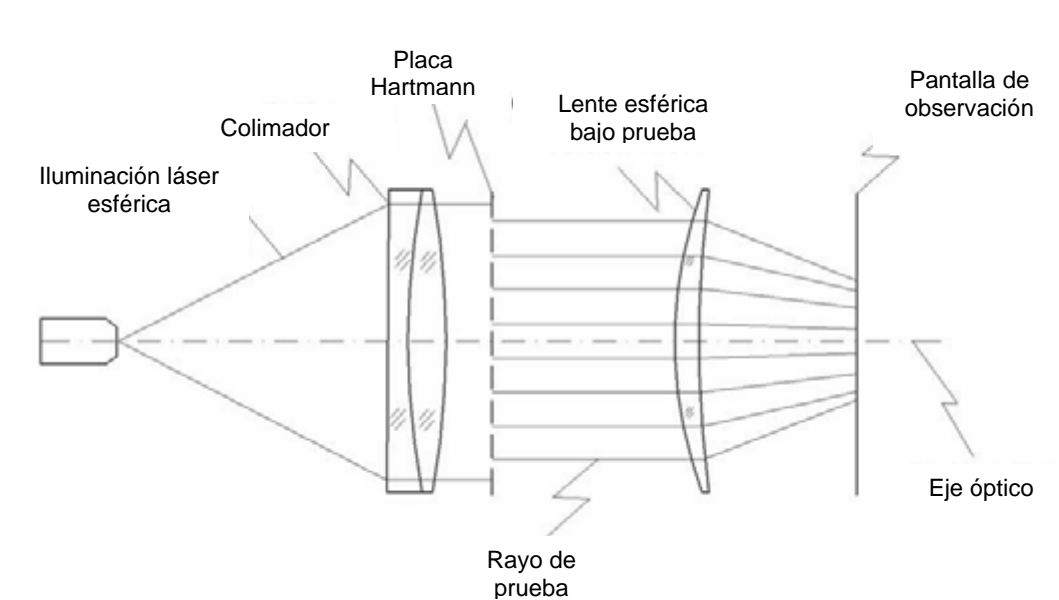


Fig. 4.1 Esquema de montaje de la prueba de Hartmann propuesto para lentes oftálmicas.

Cada uno de estos haces de luz puede considerarse como un rayo de prueba que pasa a través de un punto específico de la lente oftálmica. Entonces, es posible utilizar Óptica Geométrica y hacer un análisis de trazo de rayos para determinar la distancia focal correspondiente a cada uno de estos puntos. Conociendo el valor de la distancia focal en cada punto, es posible calcular el valor correspondiente de su potencia dióptrica. De esta manera se puede obtener un mapa de la distribución de potencia de toda la lente.

4.2. Análisis para lentes oftálmicas esféricas.

Considerando una lente oftálmica esférica, es decir, una lente que sólo contiene superficies esféricas, para determinar la distancia focal de uno de los rayos de prueba. En este caso, es necesario analizar un rayo meridional que cruza la lente oftálmica en el punto (s, θ) , tal como se muestra en la figura 4.2, este punto corresponde a las coordenadas (x, y) en el plano XY.

Este rayo se refracta de una posición de referencia A hasta una posición de prueba B sobre la pantalla de observación colocada a una distancia r de la lente oftálmica. A esta desviación del punto A al punto B se le puede considerar como una aberración transversal TA_s , producida por la refracción en la lente oftálmica.

Si se extiende este rayo de prueba por detrás de la pantalla de observación, este cruzará el eje óptico en un punto ubicado a una

distancia f de la lente, la cual representa la distancia focal del punto (x,y) de la lente.

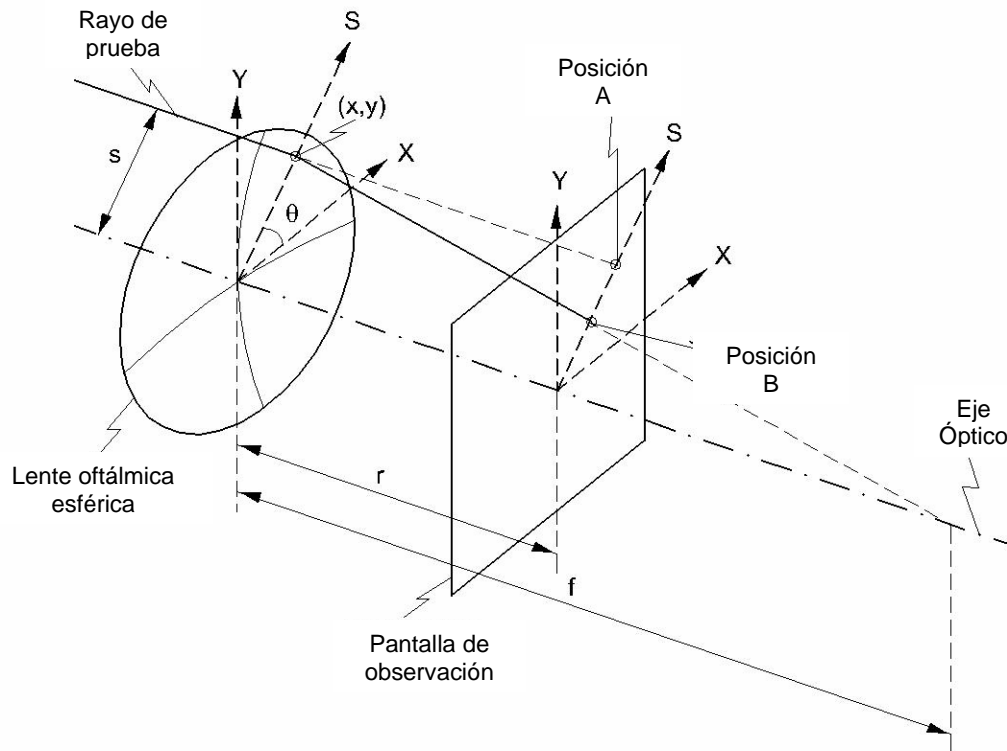


Fig. 4.2 Análisis de un rayo meridional de prueba para lentes oftálmicas.

Con el fin de facilitar el cálculo de esta distancia focal se puede cambiar la perspectiva y considerar el sistema mostrado en la figura 4.3, donde el mismo rayo se analiza visto sobre el eje S , de esta manera se pueden apreciar mejor las relaciones trigonométricas necesarias para el análisis.

Conociendo esta distancia focal fue posible calcular la potencia dióptrica correspondiente al punto (x,y) simplemente obteniendo el inverso de la distancia focal.

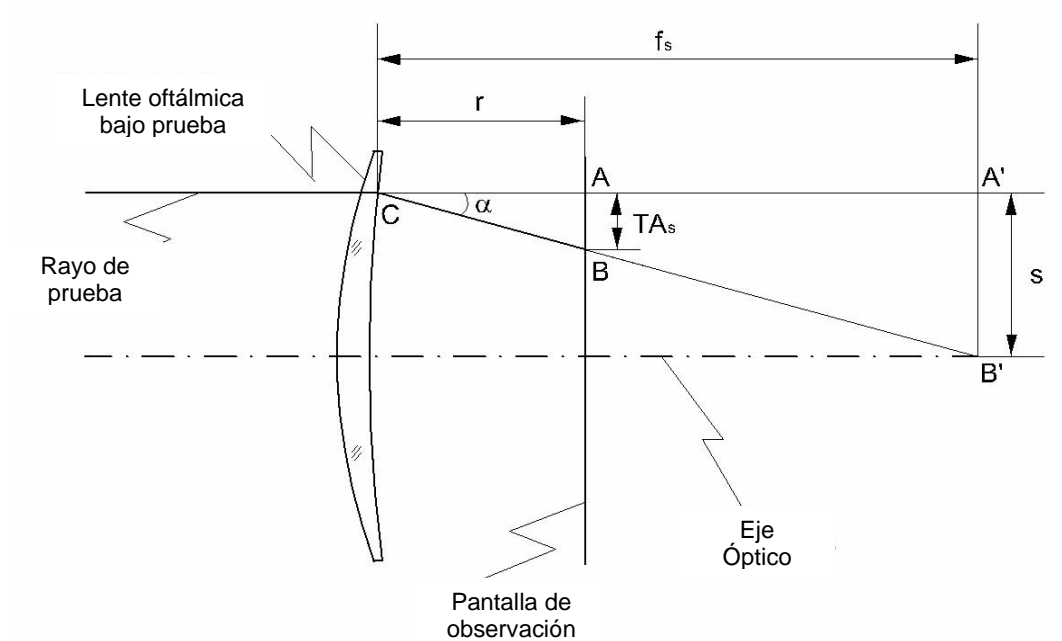


Fig. 4.3 Análisis con respecto al eje S.

Asumiendo la lente oftálmica como una lente delgada, un rayo con altura s se refracta una distancia TA_s de su posición de referencia A hasta una nueva posición de prueba B sobre la pantalla de observación. El rayo refractado forma un ángulo α con respecto a la trayectoria original del rayo, así que del triángulo ABC se encontró la expresión:

$$\tan(\alpha) = \frac{TA_s}{r}. \quad (4.1)$$

Este ángulo es el mismo en el triángulo A'B'C, así que también se pudo expresar como:

$$\tan(\alpha) = \frac{s}{f_s} \quad (4.2)$$

Igualando ambas expresiones se encontró que

$$f_s = \frac{rs}{TA_s} \quad (4.3)$$

Así que la potencia dióptrica en la orientación del eje S es

$$P_s = \frac{TA_s}{rs} \quad (4.4)$$

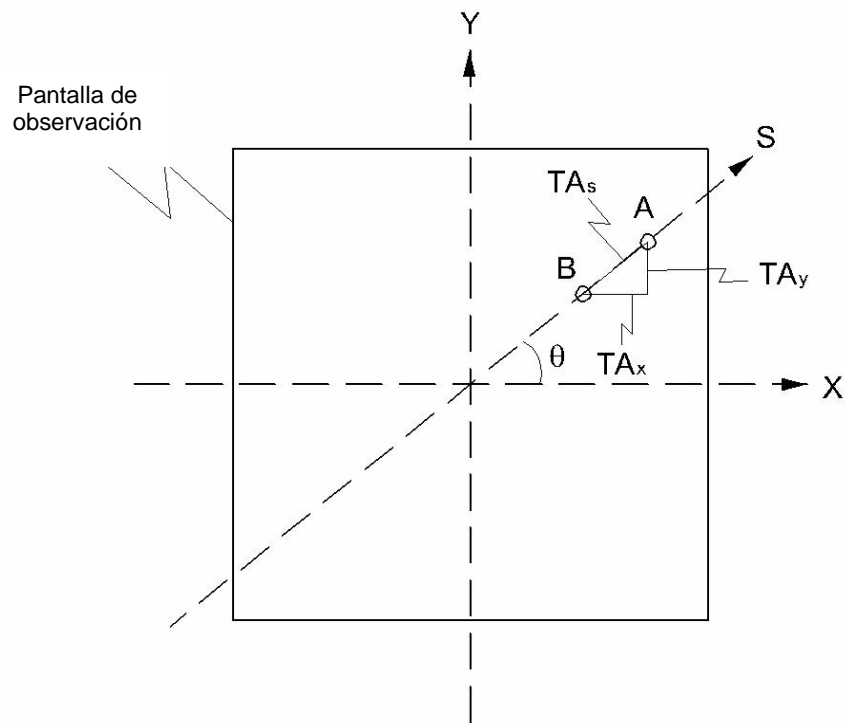


Fig. 4.4 Punto luminoso de referencia A y punto luminoso de prueba B proyectados ambos sobre la pantalla de observación.

Analizando la figura 4.4, a través de relaciones trigonométricas básicas fue posible calcular el valor correspondiente de TA_s de los valores conocidos para TA_x y TA_y usando la expresión:

$$TA_s = \sqrt{TA_x^2 + TA_y^2} \quad (4.5)$$

el valor de s se calcula como:

$$s = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (4.6)$$

donde (x,y) son las coordenadas del punto A de referencia.

Entonces la potencia de corrección refractiva P de la lente en dicho punto es igual a la potencia P_s por lo que pudo calcularse como

$$P_s = \frac{\sqrt{TA_x^2 + TA_y^2}}{r\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (4.7)$$

Debido a la elevación al cuadrado de los valores de aberración transversal, el valor calculado para la potencia siempre resulta positivo. El signo para la potencia se determina entonces de los signos obtenidos para TA_x o TA_y debido a que ambas tienen signo positivo para potencias positivas o signo negativo para potencias negativas.

4.3 Montaje experimental.

Para la prueba experimental de este método se utilizó el montaje mostrado en la figura 4.5. Este arreglo consiste en un láser helio-neón con $\lambda=633 \text{ nm}$ y 20 mW de potencia, un filtro espacial con un objetivo láser de 8 mm y un orificio de precisión de $15 \mu\text{m}$, una lente colimadora, una placa de Hartmann con un arreglo cuadrado de orificios con separación de 2.54 mm, una pantalla de observación y una cámara CCD con resolución de 768×494 píxeles.

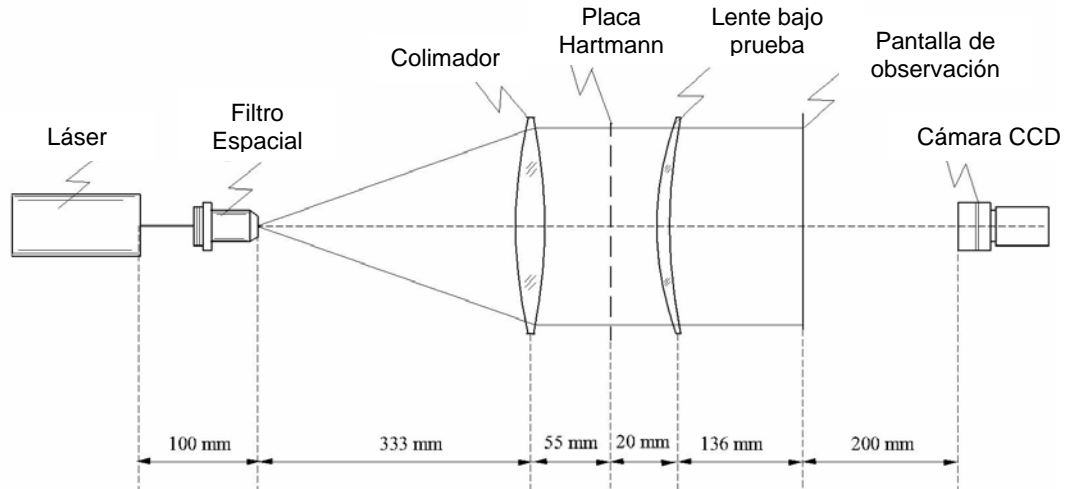


Fig. 4.5 Arreglo experimental usado para prueba de lentes oftálmicas.

4.4 Evaluación de lentes oftálmicas de visión sencilla.

Para realizar una comprobación del método propuesto, se realizaron diversas pruebas experimentales con distintos tipos de lentes oftálmicas.

En primer lugar se utilizaron dos lentes oftálmicas de visión sencilla diseñadas para su uso como lentes oftálmicas corregidas en potencia. La primera fue una lente positiva de +3 dioptrías y la segunda una lente negativa de -3 dioptrías.

Los parámetros de diseño para esta lente positiva fueron: radio de curvatura frontal $r_1= 68.95$ mm (7.59 dioptrías), radio de curvatura posterior $r_2= 111.3$ mm (-4.70 dioptrías) y espesor al centro $t= 4.5838$ mm. Esta lente se fabricó en vidrio oftálmico con índice de refracción $n=1.5231$. La manufactura y prueba de esta lente se realizó en el taller de fabricación óptica del CIO.

Como inicio del procedimiento de prueba fue necesario tomar un hartmanngrama de los puntos luminosos de referencia. La figura 4.6 muestra la imagen correspondiente al patrón de Hartmann de referencia registrado sin colocar aún la lente bajo prueba. Para aprovechar al máximo la resolución de la cámara esta imagen fue tomada ajustando a una resolución de 11.4528 píxeles/mm.



Fig. 4.6 Hartmanngrama de referencia para lente oftálmica de visión sencilla.

Posteriormente se colocó la lente bajo prueba, registrándose un segundo hartmanngrama. La figura 4.7 muestra el patrón de Hartmann deformado al insertar en el montaje de prueba la lente positiva antes descrita. Esta imagen se tomó con una resolución de 20.0551 píxeles/mm.

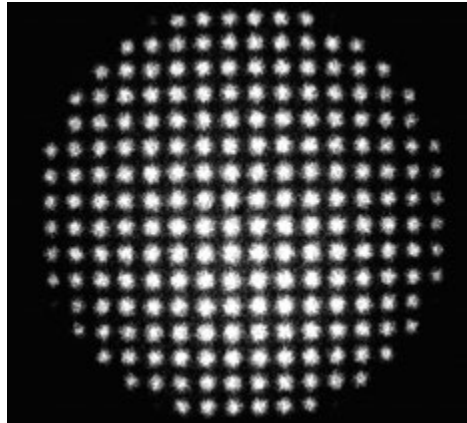


Fig. 4.7 Hartmanngrama generado por la lente oftálmica de visión sencilla (+3 D).

Ambos patrones de Hartmann fueron preprocesados utilizando un software comercial para binarizar las imágenes, filtrarlas y obtener las coordenadas (x,y) en píxeles, correspondientes a los centroides de cada punto luminoso. El proceso y parámetros correspondientes al preprocesamiento de las imágenes se muestran a detalle en el apéndice A.

Posteriormente, estas coordenadas se ajustaron para colocar el eje óptico justo en el centro del patrón de puntos luminosos y finalmente se convirtieron de píxeles a milímetros. Con las coordenadas en milímetros de cada punto luminoso se utilizó la ecuación (4.7) para obtener el valor de la potencia dióptrica en cada punto, obteniendo el mapa mostrado en la

figura 4.8. En el apéndice B se detalla el programa de cómputo desarrollado con este fin.

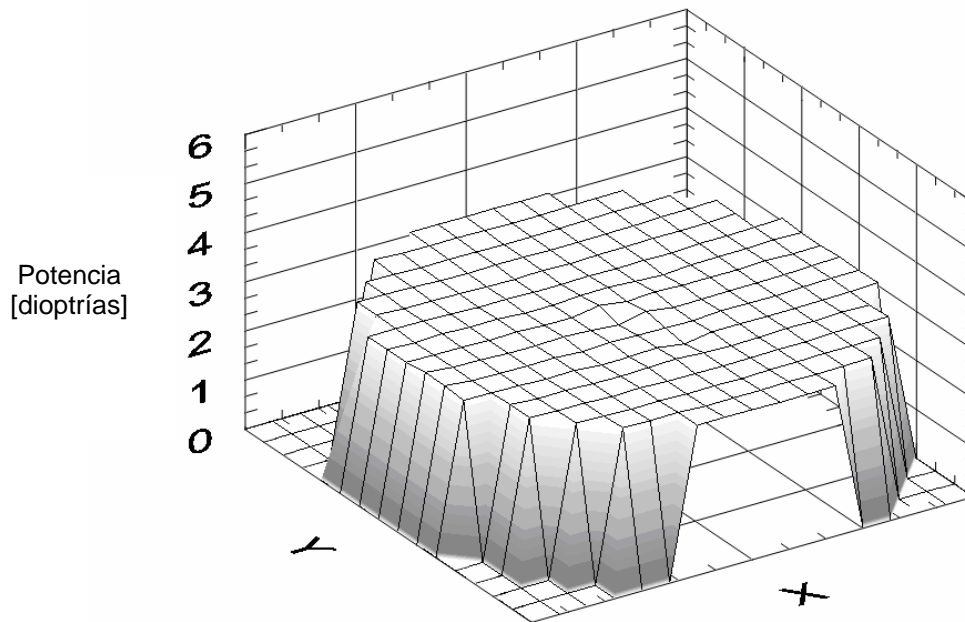


Fig. 4.8 Mapa de distribución de potencia para la lente de visión sencilla (+3 D).

En esta última figura, es posible notar un pequeño error que aparece al centro de la lente, el varía entre ± 0.1 D. En un principio se pensó que fuera ocasionado por un defecto en la fabricación de la lente, pero como se detallará más adelante en realidad es ocasionado por errores en el cálculo del centroide de los puntos luminosos y por el redondeo en píxeles de los valores de TA al centro de la lente.

Cabe señalar que no fue necesario considerar la posible distorsión que el sistema de lentes de la cámara CCD pudiera introducir, debido a que esta se anularía hacer la resta con la imagen de referencia.

Después se realizó una prueba con la lente negativa. Los parámetros de esta lente fueron: radio de curvatura frontal $r_1= 106.7$ mm (4.90 dioptrías), radio de curvatura posterior $r_2= 66.0$ mm (-7.92 dioptrías) y espesor $t= 2.0$ mm, esta lente también se fabricó en vidrio oftálmico con índice de refracción $n=1.5231$ en el taller de fabricación óptica del CIO.

La figura 4.9 muestra el patrón de Hartmann obtenido con esta lente negativa. Esta imagen fue tomada con una resolución de 7.9764 píxeles/mm.



Fig. 4.9 Hartmanngrama generado por la lente oftálmica de visión sencilla (-3 D).

Este patrón fue preprocesado al igual que el anterior hasta obtener las coordenadas (x,y) de cada punto, con respecto al eje óptico correspondiente y posteriormente expresadas en milímetros.

Tomando nuevamente como hartmanngrama de referencia la misma distribución de los puntos luminosos utilizada en el caso de la lente positiva de la figura 4.6 y aplicando la expresión de la ecuación (4.7), se

calculó el valor correspondiente de potencia dióptrica para cada punto luminoso, obteniéndose con ello el mapa de distribución de potencia que se muestra en la figura 4.10.

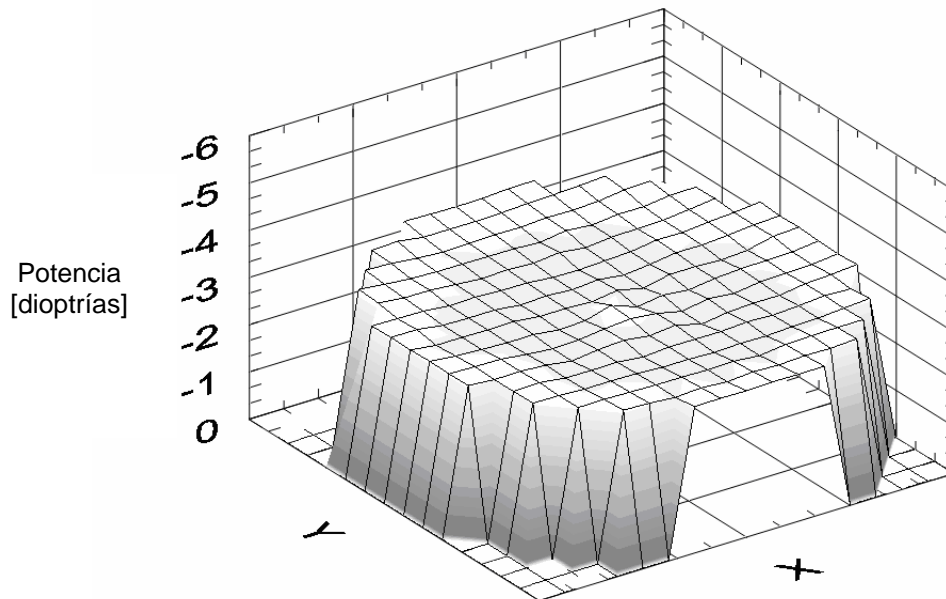


Fig. 4.10 Mapa de distribución de potencia para la lente de visión sencilla (-3 D).

Como se puede apreciar en la figura, de nuevo aparece el error en el centro de la lente. Las fuentes de este error pueden ser muy diversas y son todas aquellas relacionadas con errores en el cálculo de las coordenadas del centroide de los puntos luminosos. La razón por la cual estos errores afectan más al centro de la lente y menos en la periferia puede explicarse de una manera muy sencilla. El centro de la lente es la región donde los valores de TA_x y TA_y que se usan para el cálculo de la potencia son relativamente más pequeños, por lo cual un error en el cálculo de los centroides les afecta más que a los valores de TA_x y TA_y relativamente grandes que se generan en la periferia de la lente.

Por ejemplo, para demostrar que el centro de la lente es más sensible a pequeños errores en el cálculo del centroide de los puntos luminosos podemos hacer una simulación computacional.

Cuando se hace un mapa utilizando hartmanngramas simulados con coordenadas expresadas en variables de punto flotante, el error desaparece, sin embargo, cuando se utilizan variables enteras para las coordenadas, el error al centro del mapa aparece de manera consistente. Esto es debido al pequeño error ocasionado por el redondeo en las coordenadas de los centroides.

La figura 4.11 muestra los resultados de la simulación para una lente positiva de 1 dioptría utilizando variables de punto flotante en las coordenadas de los puntos luminosos.

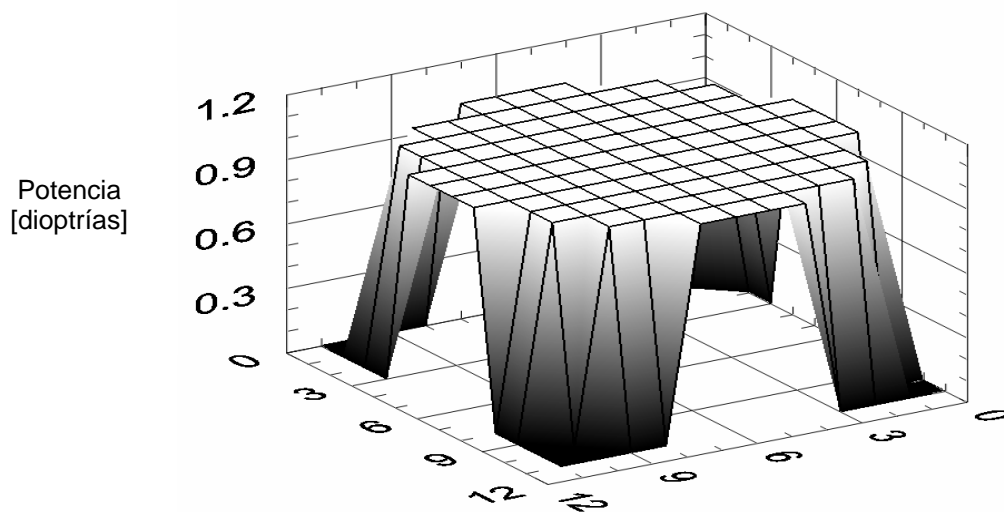


Fig.4.11 Mapa de distribución de potencia simulado sin redondeo.

Obsérvese que en este caso el mapa tiene un comportamiento ideal a lo largo de toda la superficie de la lente y no se observa ningún error en el centro de la misma.

Por otro lado, la figura 4.12 muestra los resultados de la simulación para la misma lente positiva de 1 dioptría solo que ahora utilizando variables enteras para las coordenadas de los centroides, lo cual introduce un error de hasta ± 0.5 píxeles.

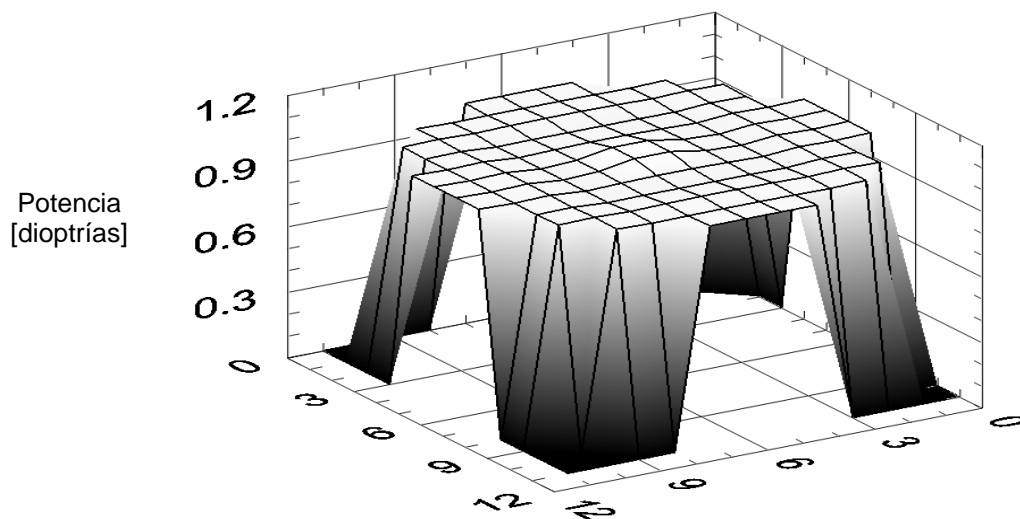


Fig.4.12 Mapa de distribución de potencia simulado con redondeo.

Resulta evidente la aparición de un error en el mapa al centro de la lente, este error es de hasta ± 0.02 dioptrías. De lo cual podemos concluir que efectivamente un pequeño error en el cálculo de los centroides de los puntos luminosos introduce un error al centro de la lente. En el apéndice C se muestran algunos otros resultados de simulaciones.

En el proceso experimental se pudo comprobar que este error disminuye considerablemente cuando se aumenta la resolución de la cámara CCD.

En el apéndice D se muestran otros resultados experimentales obtenidos, utilizando algunos archivos de imágenes de hartmanngramas de lentes oftálmicas tomadas con anterioridad con un montaje experimental diferente. Los resultados obtenidos son similares

4.5 Evaluación de lentes oftálmicas bifocales.

Utilizando el mismo procedimiento descrito con anterioridad, se evaluó una lente bifocal.

En este caso el espécimen de prueba fue una lente bifocal de diseño comercial con características $PI/+2.00D$, es decir visión lejana nula y adición para visión cercana de +2 dioptrías, de la marca Essilor.

La figura 4.13 muestra el hartmanngrama de referencia tomado para la evaluación de esta lente. A pesar de que hubiera sido posible utilizar el mismo hartmanngrama de referencia que se utilizó con las lentes de visión sencilla, como esta prueba no se realizó el mismo día que la prueba de las lentes anteriores, se optó por tomar nuevos hartmanngramas de referencia para evitar introducir cualquier error ocasionado por desajustes mecánicos en el montaje experimental, esta misma precaución se tomó al inicio de cada sesión de prueba.



Fig. 4.13 Hartmanngrama de referencia para la lente oftálmica bifocal.

La figura 4.14 muestra el hartmanngrama de prueba obtenido de esta lente bifocal. Obsérvese como se puede diferenciar fácilmente entre la región de visión lejana en la parte superior y la de visión cercana (adición) en la parte inferior.

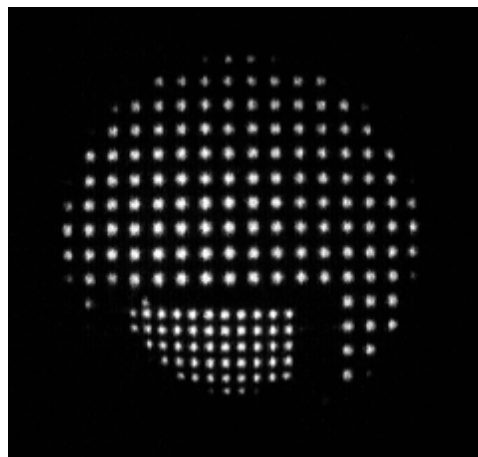


Fig. 4.14 Hartmanngrama generado por la lente oftálmica bifocal (PI/+2.00 D).

Al utilizar de nuevo el procedimiento antes descrito, aplicando la ecuación (4.7) se realizó el cálculo del valor de la potencia dióptrica para cada uno de los puntos luminosos, obteniendo el mapa de distribución de potencia que se muestra en la figura 4.15.

Una aspecto importante para realizar la prueba de este tipo de lentes oftálmicas es tomar en cuenta que las lentes bifocales tienen dos ejes ópticos diferentes, uno para la zona de visión lejana y el otro para la zona de visión cercana, así que para calcular de manera correcta la potencia dióptrica, es necesario calcular los valores de TA con respecto al eje óptico correspondiente a cada zona, el no hacer esto puede ocasionar un error considerable en la medición.

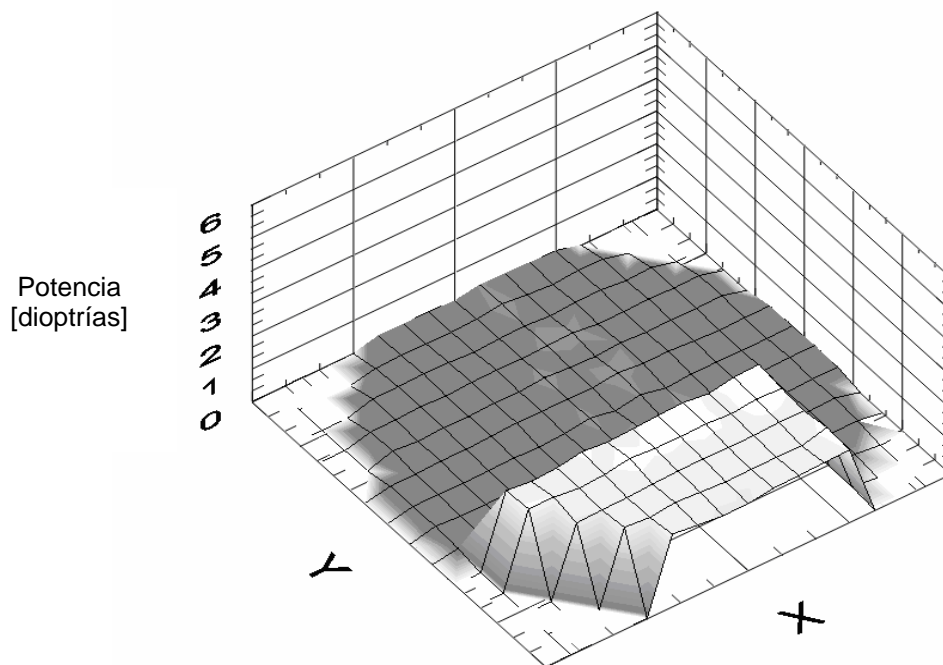


Fig. 4.15 Mapa de distribución de potencia para la lente bifocal (PI/+2.00 D).

Para encontrar el eje óptico de la zona de adición se determinaron las coordenadas del punto que tuvo el corrimiento más pequeño respecto a su posición en la referencia.

4.6 Evaluación de lentes oftálmicas progresivas.

Finalmente, se probaron dos lentes progresivas de diseño comercial, la primera de ellas una Varilux PI/+2.00D (visión lejana nula con adición de +2 dioptrías) y la otra una Varilux -3.00D/+2.00D (visión lejana de -3 dioptrías con adición de +2 dioptrías), ambas de la marca Essilor.

La figura 4.16 muestra el hartmanngrama de referencia utilizado para la prueba de las dos lentes progresivas.



Fig. 4.16 Hartmanngrama de referencia usado en la prueba de lentes progresivas.

Para el caso de la lente progresiva PI/+2.00 se obtuvo el hartmanngrama mostrado en la figura 4.17.

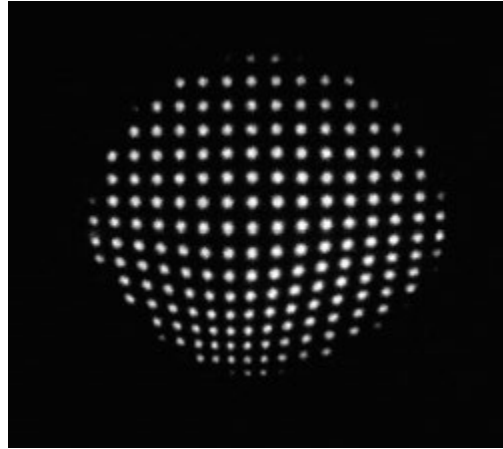


Fig. 4.17 Hartmanngrama generado por la lente oftálmica progresiva de PI/+2.00 D.

Procesando estos hartmanngramas se obtuvo el mapa de distribución de potencia dióptrica mostrado en la figura 4.18

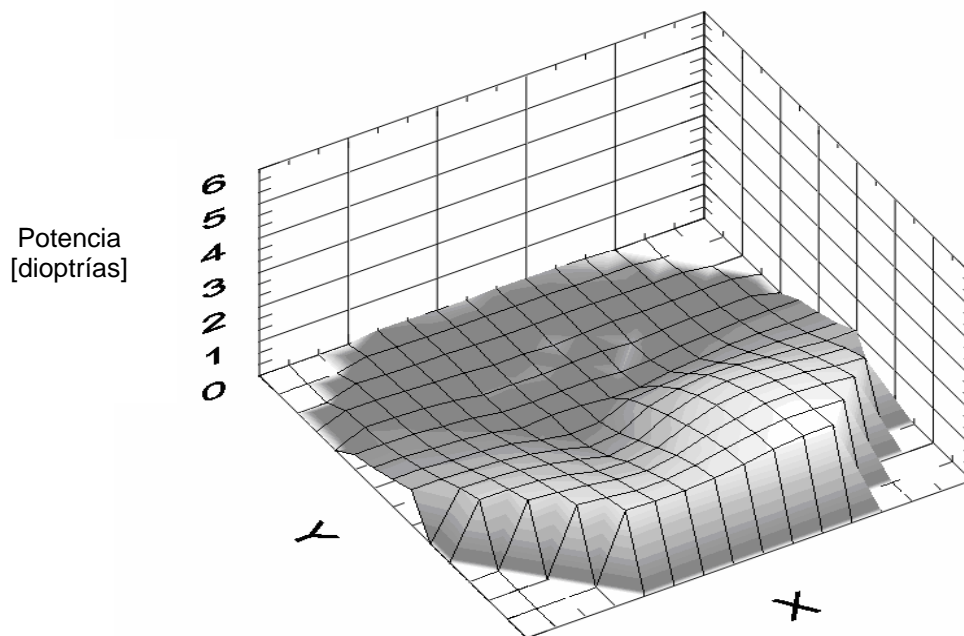


Fig. 4.18 Mapa de distribución de potencia para la lente progresiva (PI/+2.00 D).

Para la lente progresiva $-3.00/+2.00$ se obtuvo el hartmanngrama mostrado en figura 4.19.



Fig. 4.19 Hartmanngrama de prueba para la lente oftálmica progresiva de $-3.00/+2.00$ D.

La figura 4.20 muestra el mapa de distribución de potencia para esta lente.

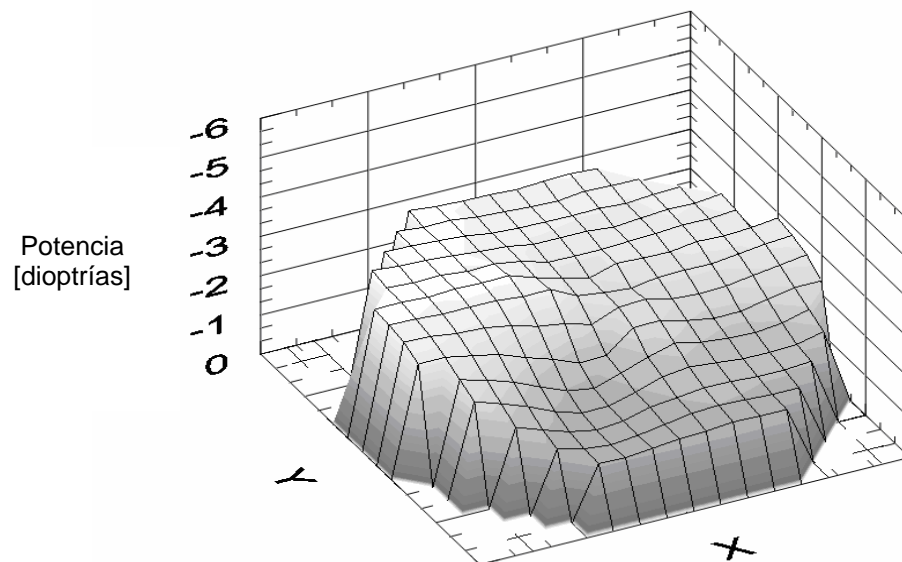


Fig. 4.20 Mapa de distribución de potencia para la lente progresiva de $-3.00/+2.00$ D.

4.7 Análisis de precisión y exactitud del método propuesto.

La exactitud es una medida de que tan cercano es el valor medido al valor verdadero, mientras que la precisión es una medición de que tan repetible es obtener la misma lectura para un mismo valor verdadero. Es decir, la exactitud de una medición esta relacionada con la media del error de medición mientras que la precisión esta relacionada con la desviación estándar del error de medición.

En este caso en particular, para poder calcular los parámetros de precisión y exactitud que tiene el método propuesto se realizó un análisis estadístico sobre una serie de datos experimentales obtenidos al evaluar un espécimen de prueba.

Como espécimen de prueba se utilizó una lente oftálmica de visión sencilla de + 3.00 D, la misma lente descrita en la sección 4.4.

Estadísticamente hablando para que los parámetros de una muestra correspondan con los parámetros de la población de la cual fueron extraídos, es necesario trabajar con al menos 30 valores, así que para este análisis se tomaron 100 mediciones independientes, todas ellas en la región paraxial de la lente bajo prueba.

Aplicando el método propuesto se calculó la potencia de la lente correspondiente a cada una de estas mediciones, obteniendo los datos mostrados en la tabla 4.1.

Tabla 4.1 Lecturas independientes obtenidas en la región paraxial de una lente de + 3.00 D.

3.020284	2.969321	2.991497	2.999822
3.006030	3.010230	2.991057	3.008904
3.008163	3.002499	2.979232	3.019472
2.974015	3.028636	2.972363	3.075354
2.989411	3.004046	3.054511	3.047589
2.973281	3.026420	2.934004	3.019590
2.987916	3.014514	2.980957	3.009379
2.973957	3.001324	3.013279	2.999139
2.972138	3.024740	2.989190	2.997350
2.989629	2.998235	2.994786	3.002648
2.985560	3.004547	3.020370	3.000800
3.006198	3.001215	3.031502	2.912087
3.026132	3.029977	3.084962	2.995908
3.032110	2.989907	3.032734	2.968291
3.022584	3.069207	3.031105	2.960050
3.013248	2.980265	3.016764	3.011737
3.027804	2.983284	2.993025	2.995021
3.007702	3.010752	2.997773	3.018708
3.002571	2.994314	3.006669	3.032576
2.993475	3.013162	2.962896	3.039937
2.951422	3.018310	2.976904	3.009890
2.981901	3.029057	2.984637	3.024740
3.018093	3.047517	3.003087	3.000487
3.007761	3.020859	2.972295	3.014672
2.971743	3.001527	3.007518	2.989598

Para encontrar los valores de precisión y exactitud es más conveniente trabajar con el error de potencia correspondiente a cada una de las lecturas obtenidas. Esto se calcula rápidamente obteniendo la diferencia entre el valor verdadero (+ 3.00 D) con el valor obtenido en cada lectura. La figura 4.21 muestra la dispersión del error de potencia obtenido en dioptrías.

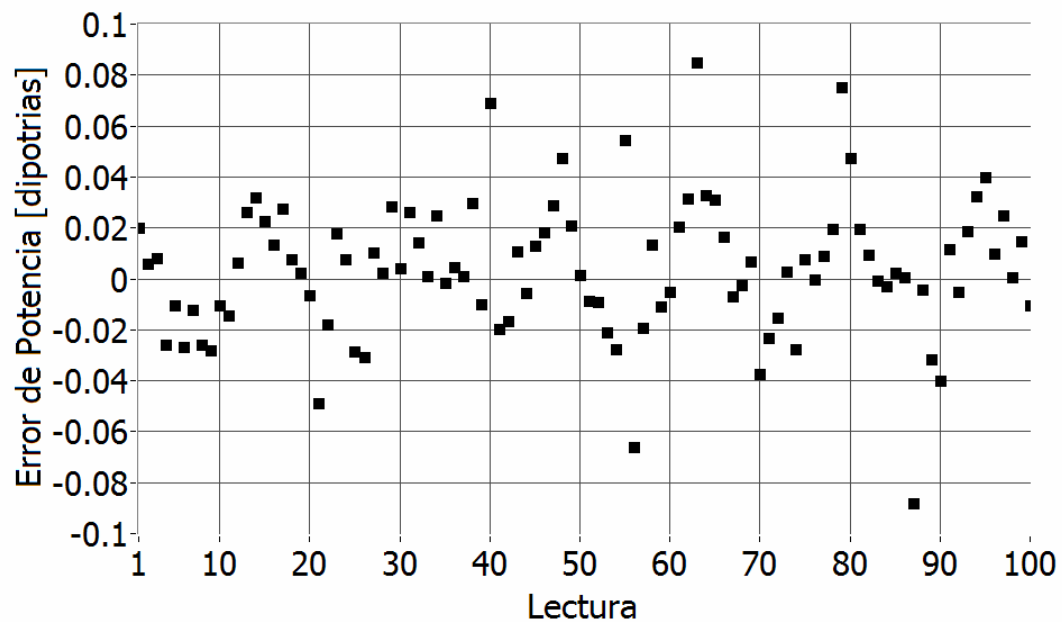


Fig. 4.21 Dispersión del error de potencia para los datos experimentales obtenidos.

Analizando estadísticamente estos datos se obtuvo que el error de medición tiene una media $\mu_{error}=0.00394$ dioptrías y una desviación estándar $\sigma_{error}=0.02655$ dioptrías.

Entonces, asumiendo la exactitud como la media del error se le calculó un valor de:

$$\textit{Exactitud} = 0.004 \text{ dioptrías (0.13\%)}$$

Asumiendo la precisión como 3 veces la desviación estándar del error ya que esto implica considerar un intervalo de confianza del 99.7% de las probabilidades (es decir; el 99.7% del área bajo la curva de densidad que define el comportamiento estadístico de los datos experimentales), se calculó que el método propuesto cuenta con una precisión de:

$$\textit{Precisión} = \pm 0.08 \text{ dioptrías (\pm 2.66\%)}$$

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES

5.1 Método de reconstrucción del frente de onda usando la prueba de Hartmann.

En el caso del primer método propuesto, se ha desarrollado un nuevo procedimiento para reconstruir la forma del frente de onda usando información de la prueba de Hartmann, integrando y ajustando la información en pequeñas celdas cuadradas en vez de hacerlo a lo largo de líneas rectas como en el método clásico, con algunas ventajas prácticas importantes.

Mantiene la misma precisión en la obtención del frente de onda que la prueba de Hartmann clásica.

Otra de ellas consiste en que es posible obtener los valores locales de la Curvatura y el Astigmatismo con su eje respectivo; lo cual es bastante útil en muchas aplicaciones oftálmicas y optométricas.

Una última ventaja del método es que cuatro puntos muestreados son suficientes para obtener las Curvaturas y componentes de Astigmatismo en un frente de onda. Por lo tanto, este método puede utilizarse para medir la potencia de lentes o colimación de haces. En este último caso puede utilizarse una configuración Shack-Hartmann o similar.

5.2 Método de análisis simple para lentes oftálmicas usando la prueba de Hartmann.

El método de análisis de los datos generados por la prueba de Hartmann aplicados a la caracterización de lentes oftálmicas que se presenta en el capítulo IV, resulta ser un procedimiento muy sencillo y fácil de implementar, el cual permite obtener el mapa de distribución de potencia dióptrica de la lente bajo prueba con resultados experimentales bastante satisfactorios.

Como una continuación natural de este trabajo, este sencillo método puede emplearse para el diseño y construcción de lensómetros o sistemas de barrido para la detección de la potencia de lentes oftálmicas. Para ello se requiere desarrollar un sistema para automatizar la correlación entre los puntos luminosos de referencia y los puntos luminosos de prueba.

También sería conveniente sustituir algunas componentes de laboratorio como el láser helio-neón y la montura de filtro espacial utilizado por componentes más comerciales como sería un diodo láser y una lente simple, la cual consiste en una lente sencilla de dos superficies que realiza la misma función que un objetivo de microscopio, con un ángulo de divergencia en el haz emergente menor al de uno provocado por el objetivo pero que finalmente para nuestro propósito es válido.

Estas sustituciones permiten desarrollar un prototipo efectivo y económicamente más accesible.

BIBLIOGRAFÍA

1. P. Hariharan, "Basics of Interferometry," Academic Press, (1992).
2. J. Ojeda-Castañeda, "Foucault, Wire and Phase Modulation Tests," in *Optical Shop Testing*, D. Malacara, John Wiley, 2nd. Ed., Chap. 8, pp. 265-287 (1992).
3. J. Ojeda-Castañeda, "Foucault, Wire and Phase Modulation Tests," in *Optical Shop Testing*, D. Malacara, John Wiley, 2nd. Edition, Chap. 8, pp. 288-294 (1992).
4. I. Ghozeil, "Hartmann and other screen tests," in *Optical Shop Testing*, D. Malacara, John Wiley, 2nd Ed., Chap 10, pp. 367-396 (1992).
5. J. L. Rayces, "Exact Relation between Wave Aberration and Ray Aberration", *Opt. Acta* **11**, 85 (1964)
6. E. A. Vitrichenko, F. K. Katagarov, B. G. Lipovestkaya, "Methods of Investigation of Astronomical Optics. II: Hartmann Method", *Izv. Spetz. Astrofiz. Obs.* **7**, 167 (1975)
7. A. Morales, D. Malacara, "Geometrical parameters in the Hartmann test of aspherical mirrors," *Appl. Opt.* **22**, 3957-3959 (1983).
8. D. Malacara, "Hartmann Test of Aspherical Mirrors," *Appl. Opt.* **11**, 99-101 (1972).
9. Alberto Cordero-Dávila, Alejandro Cornejo-Rodríguez, Octavio Cardona-Núñez, "Null Hartmann and Ronchi-Hartmann tests," *Appl. Opt.* **29**, 4618-4621 (1990).
10. Alberto Cordero-Davila, Alejandro Cornejo-Rodriguez, Octavio Cardona-Núñez, "Ronchi and Hartmann tests with the same mathematical theory," *Appl. Opt.* **31**, 2370-2376 (1992).
11. Ho-Soon Yang, Yun-Woo Lee, Jae-Bong Song, In-Won Lee, "Null Hartmann test for the fabrication of large aspheric surfaces," *Opt. Exp.* **13**, 1839-1847 (2005).
12. L. J. Golden, "Dynamic Hartmann test," *Appl. Opt.* **14**, 2391-2399 (1975).
13. D. H. Schulte, "A Hartmann Test Reduction Program," *Appl. Opt.* **7**, 119-124 (1968).

14. J. E. Landgrave, J. R. Moya, "Effect of a small centering error of the Hartmann screen on the computed wave-front aberration," *Appl. Opt.* **25**, 533-536 (1986).
15. R. G. Lane, M. Tallon, "Wave-front reconstruction using a Shack-Hartmann sensor," *Appl. Opt.* **31**, 6902-6908 (1992).
16. Johannes Pfund, Norbert Lindlein, Johannes Schwider, "Misalignment effects of the Shack-Hartmann sensor," *Appl. Opt.* **37**, 22-27 (1998).
17. Jorge Ares, Teresa Mancebo, Salvador Bará, "Position and displacement sensing with Shack-Hartmann wave-front sensors," *Appl. Opt.* **39**, 1511-1520 (2000).
18. Jeffrey A. Koch, Robert W. Presta, Richard A. Sacks, et al., "Experimental comparison of a Shack-Hartmann sensor and a phase-shifting interferometer for large-optics metrology applications," *Appl. Opt.* **39**, 4540-4546 (2000).
19. Sascha Groening, Bernhard Sick, Klaus Donner, et al., "Wave-front reconstruction with a Shack-Hartmann sensor with an iterative spline fitting method," *Appl. Opt.* **39**, 561-567 (2000).
20. Roy Irwan, Richard G. Lane, "Analysis of optimal centroid estimation applied to Shack-Hartmann sensing," *Appl. Opt.* **38**, 6737-6743 (1999).
21. Carlos Robledo-Sánchez, Gilberto Camacho-Basilio, Alberto Jaramillo-Núñez, David Gale, "Aberration extraction in the Hartmann test by use of spatial filters," *Appl. Opt.* **38**, 3483-3489 (1999).
22. Manuel Servín, Francisco Javier Cuevas, Daniel Malacara, Jose Luis Marroquín, "Direct ray aberration estimation in Hartmannograms by use of a regularized phase tracking system," *Appl. Opt.* **38**, 2862-2869 (1999).
23. C. Castelline, F. Francini, B. Tiribilli, "Hartmann test modification for measuring ophthalmic progressive lenses," *Appl. Opt.* **33**, 4120-4124 (1994).
24. Yobani Mejía-Barbosa, Daniel Malacara-Hernandez, "Object surface for applying a modified Hartmann test to measure corneal topography," *Appl. Opt.* **40**, 5778-5786 (2001).
25. Ségolene Olivier, Vincent Laude, Jean-Pierre Huignard, "Liquid-crystal Hartmann wave-front scanner," *Appl. Opt.* **39**, 3838-3846 (2000).

26. I. Ghozeil and J. E. Simmons, "Screen test for large mirrors," *Appl. Opt.* **13**, 1773-1777 (1974).
27. J. D. Mansell, J. Hennawi, E. K. Gustafson, M. M. Fejer, R. L. Byer, D. Clubley, S. Yoshida, and D. H. Reitze, "Evaluating the effect of transmissive optic thermal lensing on laser beam quality with a Shack-Hartmann wave-front sensor," *Appl. Opt.* **40**, 366-374 (2001)
28. D. Malacara, "Testing and centering by means of a Hartmann test with four holes," *Opt. Eng.* **31**, 1551-1555 (1992).

APÉNDICE A

Pre-procesamiento de las imágenes.

Se requirió realizar un pre-procesamiento a las imágenes con el propósito principal de obtener las coordenadas del centroide de cada uno de los puntos luminosos. Se determinó que la herramienta más útil para realizar esto es mediante el programa NI VISION ASSISTANT, ya que presenta la enorme ventaja de que el procesamiento realizado se puede convertir en un programa que se ejecute desde LabVIEW y además dicho procesamiento se puede modificar desde el mismo programa.

Conversión de la imagen.

La primer parte del procesamiento consiste en convertir el formato de colores de la imagen a escala de grises para poder utilizar las herramientas que requieren que la imagen tenga ese formato, como por ejemplo la binarización. Para lograrlo se hizo una extracción del plano de luminiscencia.

Filtro Smoothing Gaussian.

Los filtros alisadores (smoothing filtros) sirven entre otras cosas para eliminar el ruido generado en las imágenes. En este caso, sirvió para eliminar partículas pequeñas que puedan causar deformaciones en los

puntos del puntos luminosos y por lo tanto una mala medición del centroide de dicho punto. La función de estos filtros es reemplazar el valor de cada píxel en la imagen por el promedio en escala de grises de un grupo de píxeles definido por una máscara de filtrado y debido a que el ruido típicamente consiste en pequeñas transiciones bruscas en niveles de grises, es por eso que al efectuar un promedio se eliminan dichas transiciones.

1	2	1
2	4	2
1	2	1

Fig. A.1 Máscara de filtrado.

Como se puede apreciar, los píxeles son multiplicados por distintos coeficientes dando más importancia a algunos píxeles que a otros. El píxel del centro es el que tiene más importancia ya que se multiplica por el coeficiente más alto. Los resultados obtenidos después del filtrado se observan en la figura A.2. Ahí se puede apreciar como los puntos del puntos luminosos no cambian de posición, ya que el área de cada punto permite que al realizar el promedio de píxeles no se alteren las posiciones de los puntos, sin embargo, lo que si se modifica son los contornos de cada punto ya que después del filtrado los contornos se atenúan de manera que la forma de cada punto se acerca más a la de una

circunferencia. Cabe aclarar que lo ideal sería que todos los puntos tuvieran la forma de una circunferencia perfecta para que el cálculo del centroide fuera ideal también, de manera que este filtrado sirve para la reducción de ruido y también para reducir la forma irregular que presentan los puntos de manera original.

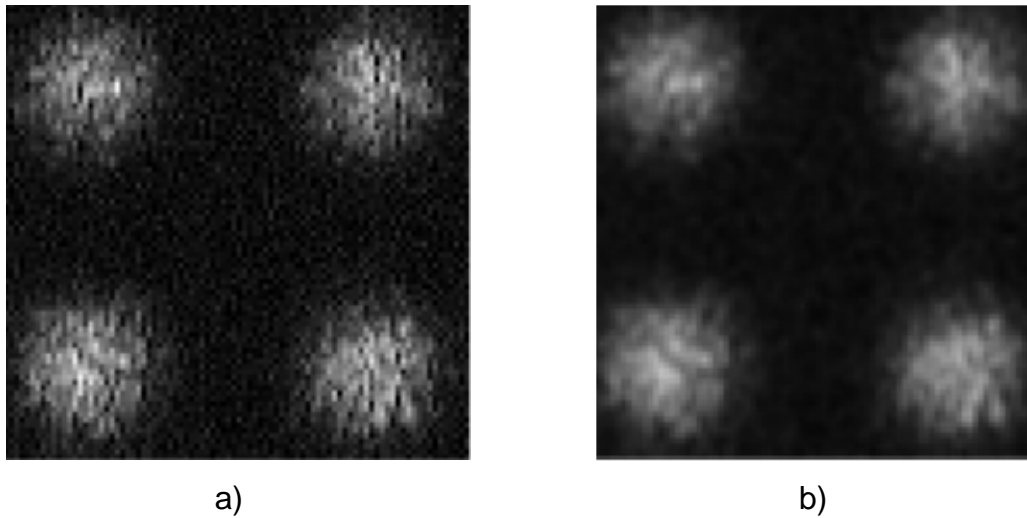


Fig. A.2 Filtro Gaussiano. a) Imagen original, b) Imagen procesada.

Es conveniente realizar este filtrado ya que sin él los puntos luminosos comúnmente tienen una forma muy irregular y es probable que el centroide no se encuentre donde originalmente debe estar, en cambio, cuando se efectúa la binarización después de haber filtrado la imagen, el centroide de los puntos luminosos está más cercano al centro del punto luminoso.

Binarización (Threshold).

Este es uno de los pasos más importantes del procesamiento de la imagen, en este paso se toma la imagen filtrada, se selecciona un valor del rango de valores de la escala de grises como mínimo y otro valor como máximo. Todos los píxeles que estén dentro de los rangos mínimo y máximo tendrán un valor de 0, y por el contrario, todos los píxeles cuyo valor en la escala de grises no se encuentre dentro del rango tendrán un valor de 1.

Dependiendo de los valores del mínimo o máximo, se puede controlar el tamaño del área binaria de los puntos luminosos, sin embargo, normalmente se tiene el inconveniente de que los puntos luminosos de la orilla de la imagen son más tenues que los del centro, por lo que al hacer la binarización el área de los puntos luminosos de la orilla es menor que la de los puntos luminosos del centro, y al ser mayor el área del punto luminoso es más probable que se presente error al efectuar el cálculo del centroide del punto luminoso. Debido a que las imágenes son tomadas variando la intensidad del haz láser y variando la apertura de la lente de la cámara, la binarización se hace de manera manual y arbitraria buscando siempre que el área de los puntos centrales sea lo menor posible cuidando siempre que no se pierdan los puntos de las orillas. La figura A.3 muestra un ejemplo de la binarización de una imagen.

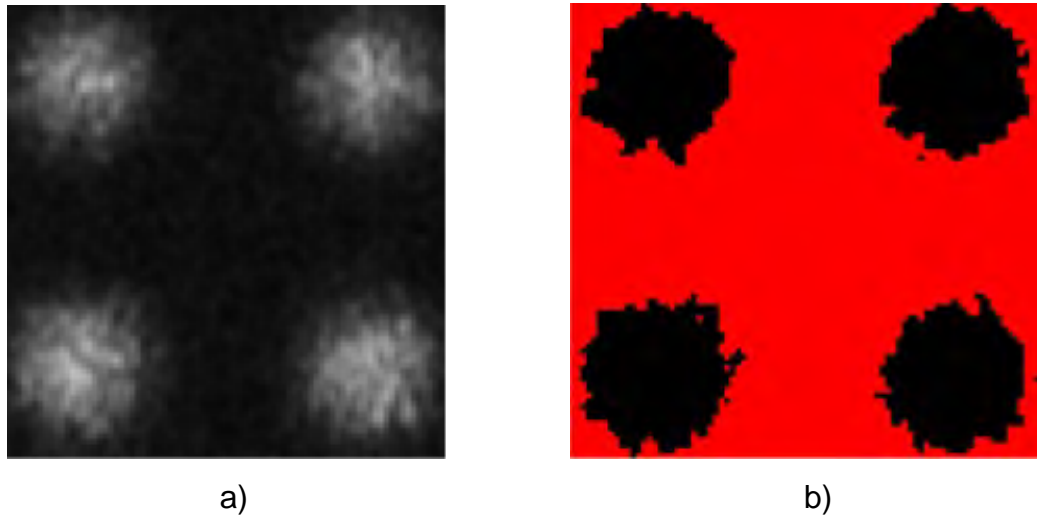


Fig. A.3 Binarización de la imagen. a) Imagen en escala de grises.
b) Imagen binarizada.

Filtro Smoothing Median.

Este tipo de filtro es muy similar al primero ya que también se reemplaza el valor de cada píxel por el resultado de la mediana de los píxeles circunvecinos. Este filtro fue usado con el fin de forzar a los puntos a quedar lo más circulares posibles antes del cálculo de su centroide y de eliminar pequeñas partículas que comúnmente se generan después de la binarización. Cabe señalar que ambos filtros usados hasta este punto del procesamiento, se tratan de filtros estadísticos, los cuales no deforman la imagen, solo realizan operaciones con ella pero sin mover de posición los puntos que son de nuestro interés.

En el inciso a) de la figura A.4 se aprecia como existen partículas pequeñas que deben ser eliminadas, y en el inciso b) se aprecia que

después de filtrar la imagen desaparecen dichas partículas. Además de que se redondean un poco más los puntos luminosos de análisis.

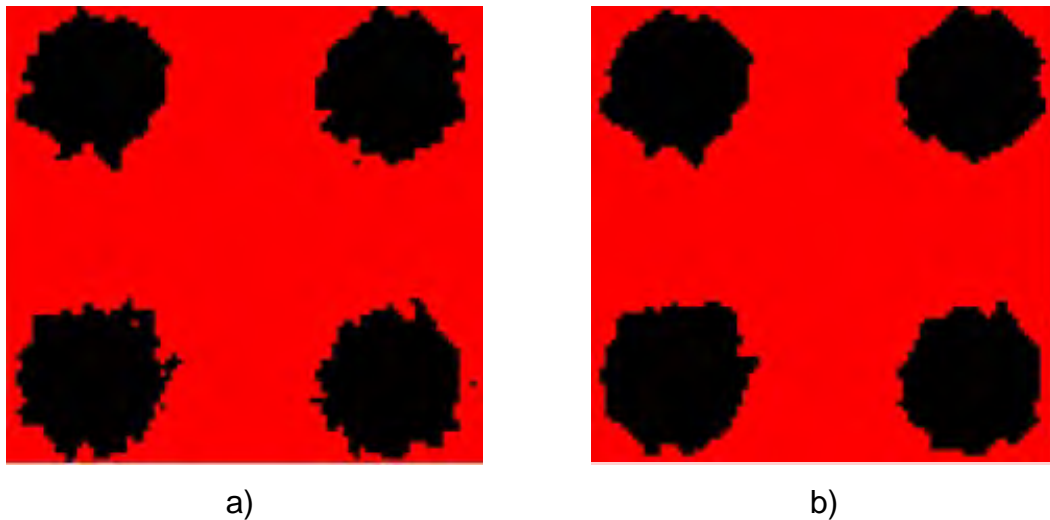


Fig. A.4 Filtro de la mediana. a) Imagen antes de ser filtrada.
b) Imagen después de ser filtrada.

Cálculo de la posición de los puntos.

El paso final del procesamiento de las imágenes consiste en un análisis de partículas, en el cual el programa analiza la imagen y calcula la posición del centroide de cada una de las partículas de la imagen y dependiendo de la posición de las partículas, el programa las numera en orden ascendente.

El programa es capaz de calcular también otros parámetros de las partículas como lo son por ejemplo: el área de las partículas y el perímetro de las mismas, sin embargo, para nuestro análisis solo se necesita saber

la posición de cada una de ellas para medir el desplazamiento que se produce al refractarse los rayos de luz en la lente de prueba. En la figura A.5 se muestra una imagen de un puntos luminosos procesado en el que todos sus puntos luminosos ya han sido numerados y en la parte inferior se muestra el valor numérico de la posición de algunos de los puntos luminosos.

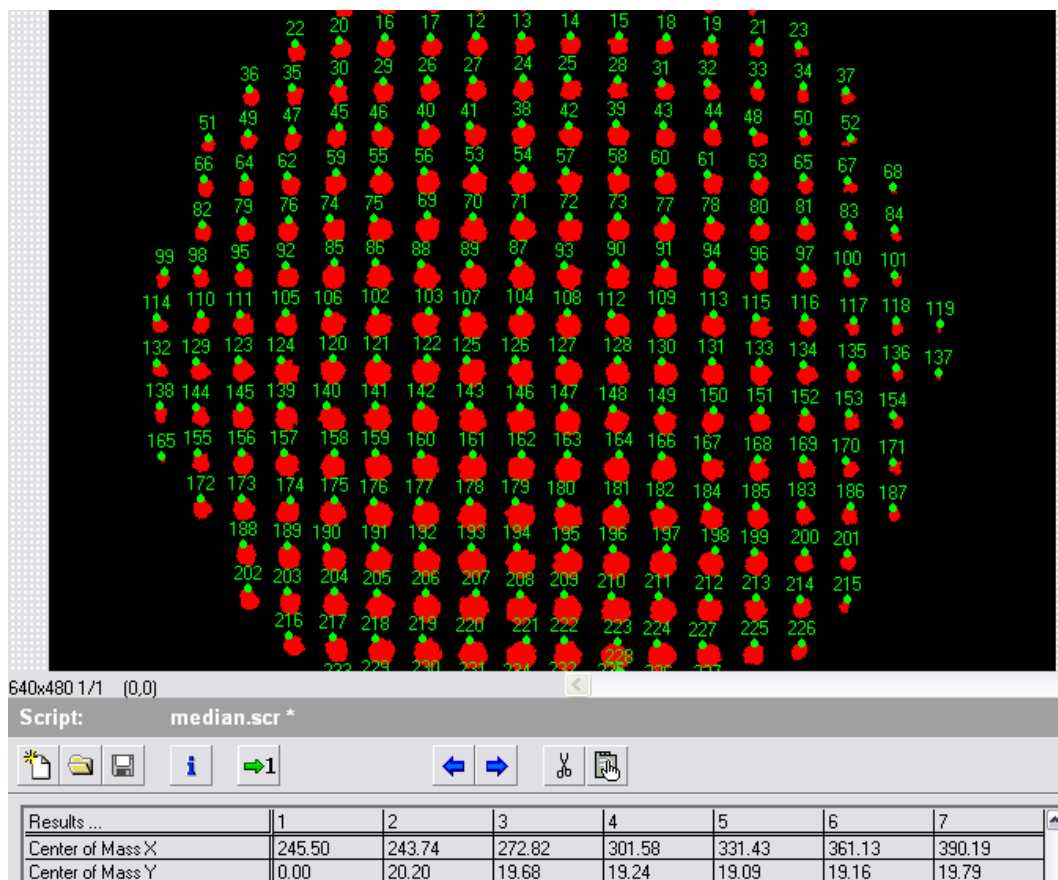


Fig. A.5 Numeración y cálculo del centroide.

Una vez configurados cada uno de los pasos del pre-procesamiento de la imagen, todo el conjunto se convierte en un instrumento virtual (VI) de para usarlo como un subprograma dentro del programa principal del cálculo de la potencia de la lente en LabVIEW, el código generado es el siguiente:

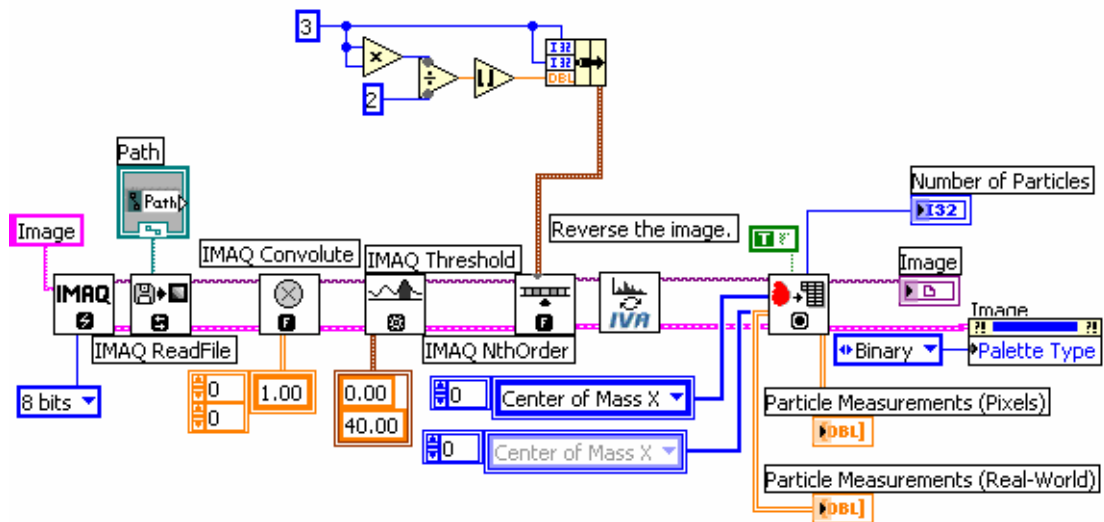


Fig. A.6 Programa del pre-procesamiento.

En la figura A.6 se muestra el código de programa que se genera en para poder realizar el pre-procesamiento de las imágenes. Debido a que funciona a base al lenguaje gráfico LabVIEW, el código generado es un diagrama de bloques interconectados entre sí.

APÉNDICE B

Software utilizado para el cálculo de potencia dióptrica.

Para el cálculo de la potencia dióptrica de la lente se desarrolló un software especializado utilizando el ambiente de programación gráfica. En el desarrollo de este software participó el Ing. Jorge A. González tesista del programa de maestría en ciencias en ingeniería electrónica del Instituto Tecnológico de Chihuahua.

Este programa realiza varios pasos, primero lee la ruta donde se encuentran las imágenes a procesar, obtiene las coordenadas (x,y) de cada uno de los puntos en ambas imágenes: la de referencia y la de medición, utilizando el programa generado por el procesamiento de las imágenes y las guarda en un archivo de datos. La figura B.1 muestra la parte de todo el programa que hace esto, se aprecia que dentro de una estructura de secuencia, la cual se identifica por su contorno gris con cuadros blancos, se encuentra el subprograma que procesa las imágenes.

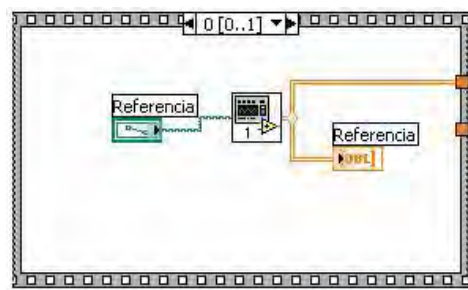


Fig. B.1 Obtención de coordenadas.

A continuación, de ese archivo de datos el usuario debe especificar de la imagen de referencia y su correspondiente punto de la imagen deformada para usarlos en el cálculo de la potencia esférica de dicho punto, en este paso es necesario tener mucho cuidado de seleccionar correctamente los puntos, hay que fijarse qué punto de la imagen deformada corresponde a su respectivo punto de la imagen de referencia. Una vez seleccionadas correctamente los puntos, a las coordenadas de dichos puntos se les restan las coordenadas del centroide de cada una de sus respectivas imágenes para que estas tengan como origen el centroide de la imagen. Después se dividen entre su respectiva resolución en píxeles/mm para convertir todas las coordenadas a milímetros. Posteriormente se introducen las coordenadas a un nodo de fórmula en el cual se encuentra implementada la ecuación (4.7) para realizar el cálculo de la potencia de la lente.

Es necesario recordar que deben elegirse cuidadosamente las unidades en las que se trabaja con las variables; x , y , TA_x y TA_y Todas deben estar en milímetros y r debe estar en metros para que el resultado final sea en dioptrías, por lo cual se debe hacer uso de la resolución que tiene cada una de las imágenes para lograr dicho cometido, de tal manera que los datos obtenidos de la imagen de referencia y los de la imagen deformada deben dividirse entre su respectiva resolución.

La referencia para las coordenadas es el centro del arreglo de puntos, por lo que todas las coordenadas deben estar referenciadas con ese origen ya que de manera natural el programa siempre toma como origen la esquina superior izquierda. Para mover dicho origen hacia el centro del arreglo es necesario calcular el centro del arreglo y restar

dichas coordenadas a las coordenadas correspondientes a cada uno de los puntos, de esa manera es posible efectuar el cálculo de la potencia. En la figura B.2 se muestra un vista general del código G generado para la realización del programa que ejecuta el cálculo de la potencia esférica.

Después de calcular la potencia esférica de dicho punto, el programa lo almacena en una base de datos para usos posteriores. Es necesario calcular la potencia esférica de cada uno de los puntos, con el fin de almacenar los datos de las potencias calculadas en una base de datos para posteriormente generar el mapa de potencia en otro programa en el que se toman los valores calculados y se despliegan en una gráfica de intensidad de tonos de grises y en una grafica de 3-D.

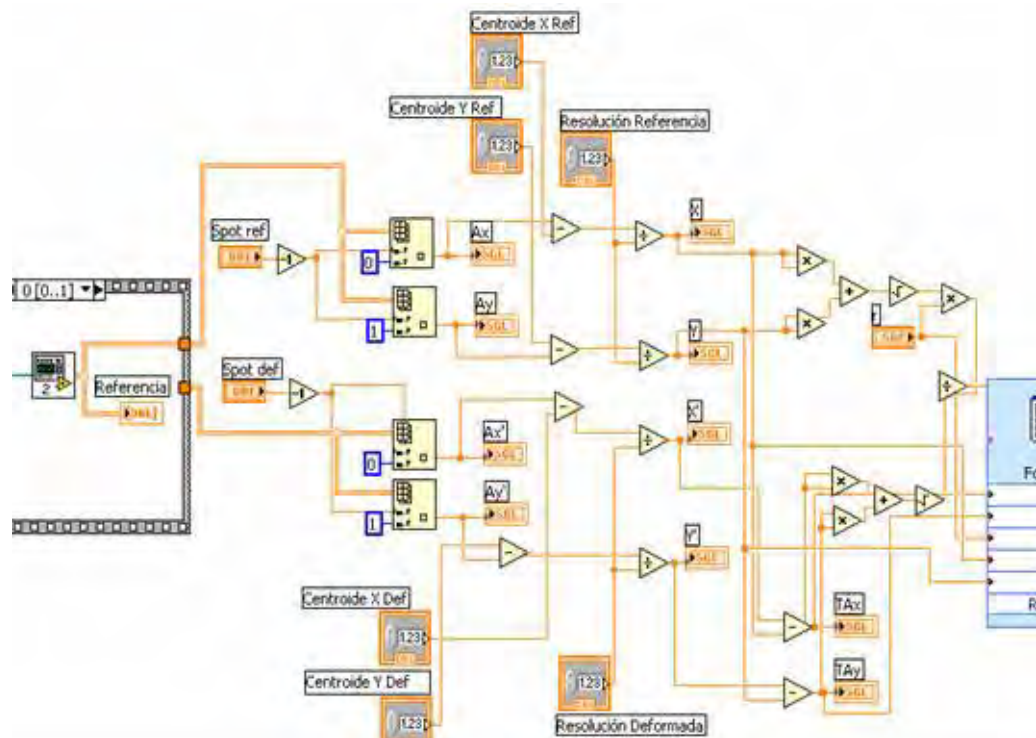


Fig. B2 Cálculo de la potencia esférica.

APÉNDICE C

Simulación.

Esta simulación fue hecha mediante un programa en el cual es posible modificar varios parámetros. En este caso, nuestro interés fue obtener puntos luminosos que contengan información de potencia esférica, por lo cual se crearon varias imágenes simulando lentes de distintas potencias.

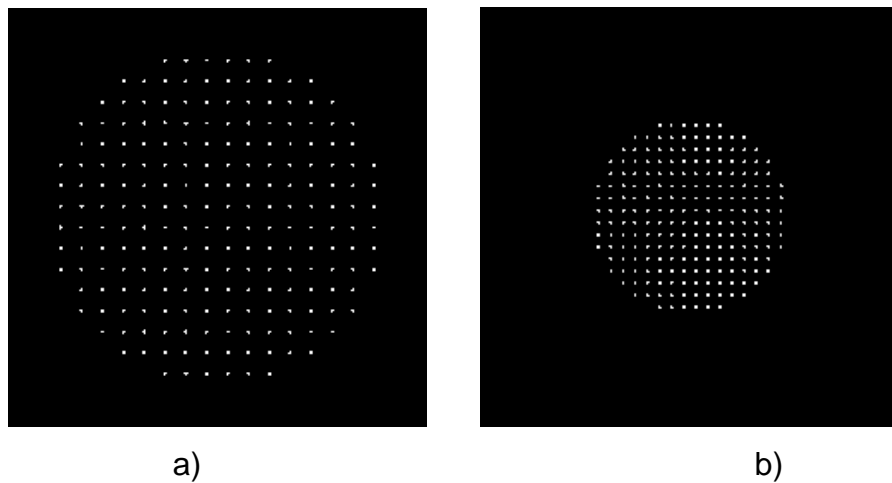


Fig. C.1 Simulación de lente de +3 Dioptrías. a) Imagen de referencia,
b) Imagen de medición.

En la figura C.1 se puede apreciar claramente que al ser una simulación, todos los puntos están perfectamente redondos y bien distribuidos, además, se puede apreciar que no hay pequeñas partículas de ruido, este es el ideal a lo que se intenta llegar en los montajes reales.

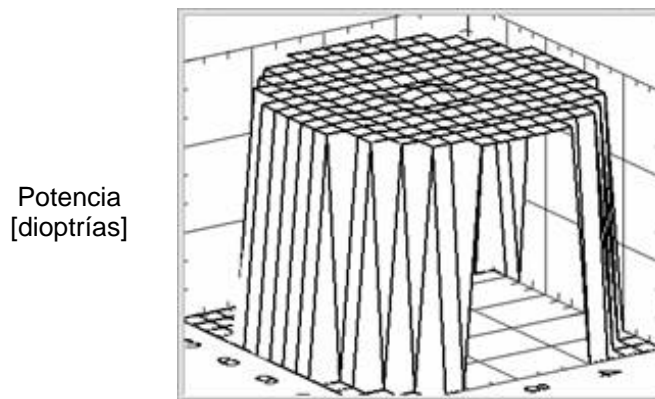


Fig. C.2 Resultados obtenidos de la simulación. a) Gráfica 3D.

Los resultados se muestran de manera visual en una gráfica de intensidades a) y en una gráfica tridimensional b) en la figura C.2. Lo ideal sería que en la gráfica de intensidades toda el área de la lente fuera de la misma intensidad, pero se puede apreciar que esto no ocurre y en la gráfica tridimensional corresponden a cambios de nivel.

Aunque se trata de una simulación, el mapa generado no es perfecto. Tiene un valor máximo de 3.02 dioptrías y un valor mínimo de 2.98 dioptrías lo cual se debe a que al simular las imágenes, no es posible acomodar los puntos de manera ideal, ya que existe un redondeo en cuanto a píxeles se refiere dado que resulta imposible generar un punto con fracciones de píxel. Debido a esto, al calcular la potencia de la lente simulada existe un pequeño error el cual es más notorio en el centro de la lente ya que el método de cálculo usa las coordenadas con respecto al centro de la imagen y a su vez en esta zona de la imagen existe la menor aberración transversal de los puntos, es decir; es la zona donde menos se

desplazan los puntos. Por estas dos razones, en el centro de la lente las cantidades que entran en los cálculos son muy pequeñas y por lo tanto el programa es mucho más sensible en el centro que en las orillas de la lente y como consecuencia el redondeo de píxeles provoca errores más notorios en esta parte de la lente.

Opcionalmente el simulador de puntos luminosos tiene la opción de generar los puntos no solo como imagen, sino también como valores numéricos en un archivo de datos, de tal manera que de dicho archivo se leen directamente las coordenadas de los puntos, siendo de esta forma posible el cálculo de la potencia de la lente usando fracciones de píxeles y el resultado obtenido se muestra en la figura C.3. En ella se aprecia que toda el área de la lente es del mismo color en la gráfica de intensidades y por lo tanto en la gráfica tridimensional la altura en el eje Z correspondiente al valor de la potencia se mantiene constante. Esta simulación si resultó con una potencia de 3.00 dioptrías a todo lo largo y ancho de la lente.

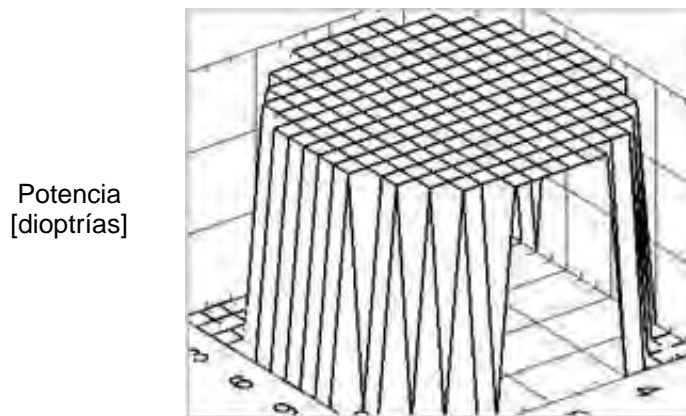


Fig. C.3 Coordenadas simuladas de lente de +3 dioptrías. a) Gráfica 3D.

APÉNDICE D

Imágenes de archivo.

Fueron tomadas en el Centro de Investigaciones en Óptica en el año 2002, mediante la implementación de un montaje Hartmann que se muestra en el esquema de la figura D.1. En él se utilizó un láser Helio-Neón con una longitud de onda de 632 nm y 20 mW de potencia y una lente con la función de colimar el haz. Se utilizó además una lente de 3 dioptrías colocada a una distancia de la pantalla $r=0.23$ m. Los parámetros de la lente oftálmica fueron; radio de curvatura de su superficie frontal $r_1=69.66\text{mm}$, radio de curvatura de su superficie posterior $r_2=110.44\text{mm}$, espesor de $t=4.5838\text{mm}$ y un índice de refracción $n=1.5231$. Los resultados obtenidos oscilan entre 3.0632 dioptrías para el máximo valor y 2.778 dioptrías el mínimo, siendo la diferencia entre ellos de 0.2852 dioptrías.

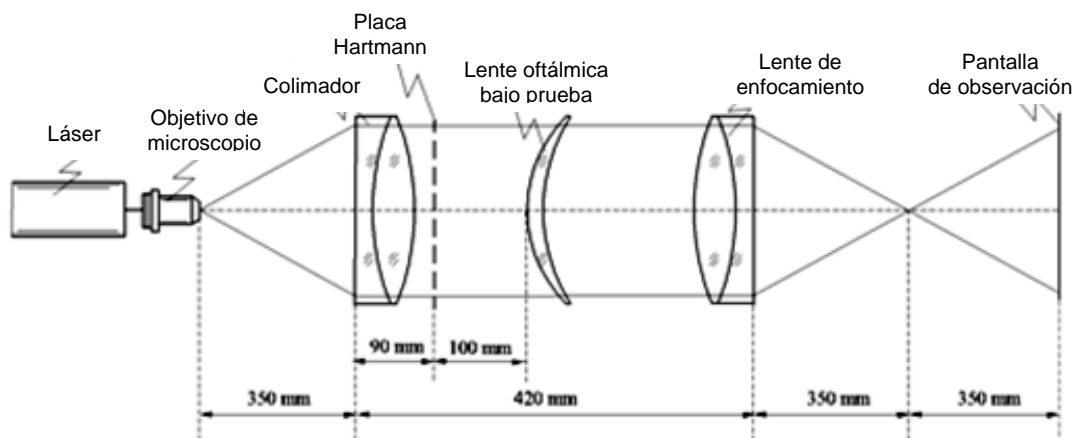


Fig. D.1 Esquema del montaje de Hartmann.

En la figura D.2 se muestran las imágenes de archivo que requieren ser procesadas para el cálculo de la potencia esférica de la lente que se midió.

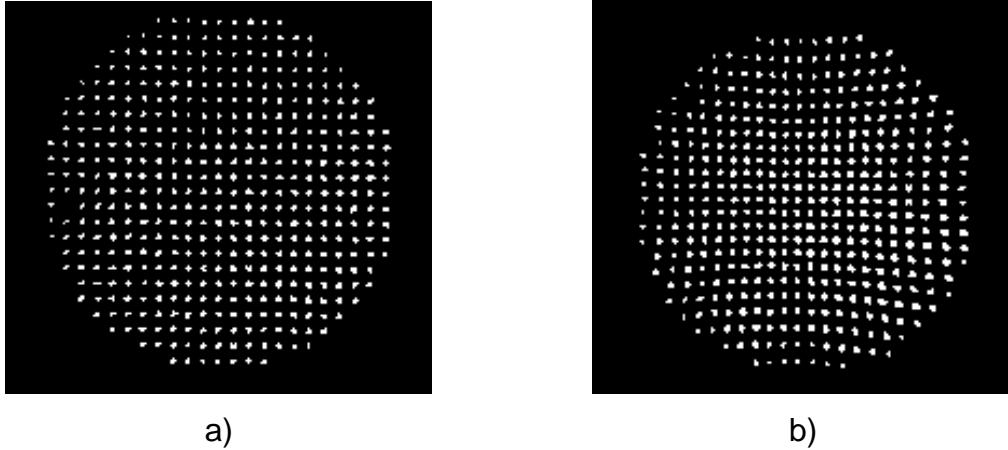


Fig. D.2 Lente de +3 Dioptrías. a) Imagen de referencia, b) Imagen de medición.

Los resultados obtenidos se muestran en la figura D.3. Se puede apreciar que en las orillas de la lente la potencia es menor que en el centro de la misma y en el eje óptico de la misma se presenta la potencia nominal.

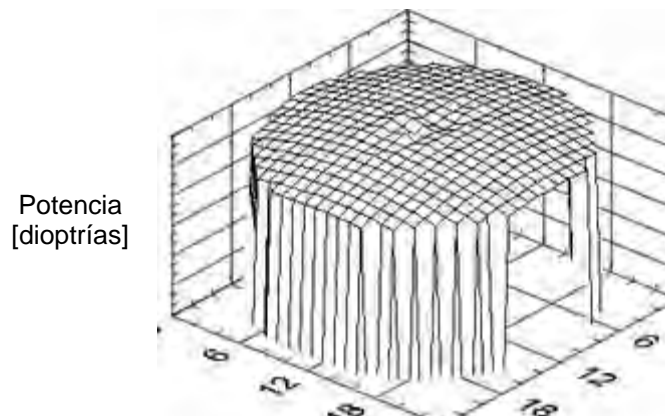


Fig. D.3 Mapas de distribución de potencia en la lente de +3 dioptrías.

Este mapa tiene un valor máximo de 3.06 dioptrías situado en el área central de la lente y un valor mínimo de 2.83 dioptrías situado en la periferia.