UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

CENTRO DE INVESTIGACIONES EN ÓPTICA, A.C.
LEÓN, GUANAJUATO, MÉXICO.

TESIS

APLICACIONES DE CRISTALES LÍQUIDOS A PRUEBAS ÓPTICAS NO DESTRUCTIVAS

Presenta:

Miguel Mora González

Ing. en Electrónica (Instituto Tecnológico de Aguascalientes)

Sometida en cumplimiento parcial de los
requisitos para obtener el grado de:

Doctor en Ciencias (Óptica)

León, Gto. 2002

RESUMEN

En este trabajo de tesis se propone el uso de rejillas digitales para evaluar elementos ópticos con la prueba de Ronchi. Esta propuesta está avalada por los resultados tanto teóricos como experimentales que obtuvimos. Adicionalmente se demuestra que la prueba de Ronchi puede ser automatizada y que las frecuencias de la rejilla digital pueden ser modificadas sin necesidad de realizar manipulaciones físicas. Se prueba también que este método es ideal para incluir técnicas de desplazamiento de fase.

A

Verónica, a mi hijo (por nacer)

y a mis padres

por su comprensión y apoyo.

AGRADECIMIENTOS

Quiero dedicar un espacio de esta tesis a las Instituciones y personas que hicieron posible con su apoyo y compañía la elaboración de este trabajo.

A las siguientes Instituciones: Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) y al Consejo de Ciencia y Tecnología de Guanajuato (CONCYTEG) por su apoyo económico. Al Centro de Investigaciones en Óptica (CIO), como una institución que me ha dado un soporte invaluable en mis propósitos académicos. Al CBTa 32, donde realicé mi servicio social.

A mi esposa: Verónica González.

A mis padres: José Miguel Mora y Aurora González.

A mis hermanos: Aurora y Héctor.

A mi asesor y a mis maestros: Dr. Noé Alcalá, Dr. Jesús Rafael Moya, Dr. Ramón Rodríguez, Dr. Daniel Malacara, Dr. Francisco Cuevas, Dr. Fernando Mendoza.

A mis compañeros de estudio: Fco. Javier Casillas, Jesús Muñoz, Raúl Sánchez, Alfredo Padilla, Gerardo Peña.

A las personas que trabajan en los talleres óptico y mecánico del Centro de Investigaciones en Óptica.

Miguel Mora González

CONTENIDO

Lista de Figuras **vi**

Lista de Tablas **ix**

Introducción **1**

1. Cristales Líquidos **4**
1.1. Introducción..... 4
1.2. ¿Qué es un Cristal Líquido?..... 5
1.3. Tipos de Cristales Líquidos..... 6
1.3.1. Smectic..... 6
1.3.2. Ferro-eléctrico..... 7
1.3.3. Nematic..... 7
1.3.4. Cholesteric..... 9
1.4. El Twisted o Giro Molecular..... 9
1.5. Propiedades Eléctricas de los Cristales Líquidos..... 12
1.6. Propiedades ópticas de los Cristales Líquidos..... 12
1.6.1. Para Cristales Líquidos Nematic NLC..... 14
1.7. Fabricación de los Cristales Líquidos..... 15
1.7.1. Materiales utilizados en la fabricación de Cristales Líquidos..... 15
1.8. Conclusiones..... 16

2. La Prueba de Ronchi **17**
2.1. Introducción..... 17
2.2. Matemática de la Prueba de Ronchi..... 18
2.3. Interpretación Geométrica..... 18
2.4. Interpretación Física..... 21
2.4.1. Rejilla de Ronchi binaria..... 26
2.4.2. Rejilla de Ronchi senoidal..... 29
2.5. Conclusiones..... 31

3. La Prueba de Ronchi con Cristales Líquidos **32**
3.1. Introducción..... 33
3.2. La Prueba de Ronchi en su modelo Geométrico..... 34
3.2.1. La Prueba en la prueba de sistemas ópticos reflectores..... 34
3.2.2. Arreglo Experimental..... 39
3.2.3. Resultados Experimentales..... 42
3.3. La Prueba de Ronchi en su modelo Físico..... 44
3.3.1. La Prueba de Ronchi en Transmisión..... 44

3.3.2. Arreglo Experimental..... 51
3.3.3. Resultados Experimentales..... 52
3.4. Conclusiones..... 56

4. Conclusiones Generales 58

Apéndices 60
A. Las LCDs utilizadas en la Tesis..... 60
A.1. Televisión Casio JY-70 (modelo b)..... 60
A.2. Pantalla de Cristal Líquido KOPIN CyberDisplay^{TM}320..... 62
B. Vectores y matrices de Jones..... 66
C. Modelo Físico de la prueba de Ronchi con un sistema de conjugados finitos 1:1 bajo prueba..... 70
D. Calibración de Cristales Líquidos..... 72
D.1. Reseña histórica de la calibración..... 72
D.2. Métodos de calibración reportados..... 73
D.2.1. Método publicado por Soutar y Lu [48]..... 76
D.2.2. Método publicado por Davis et al [49]..... 76
D.2.3. Método publicado por Neto et al [52]..... 77

Bibliografía 80

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1. Arreglo molecular de Cristales Líquidos Smectic A y C..... 8

Figura 1-2. (a) Arreglo molecular de un Cristal Líquido Ferro-eléctrico.
(b) Orientación de una molécula del mismo cristal..... 8

Figura 1-3. Arreglo molecular de un Cristal Líquido Nematic..... 10

Figura 1-4. Arreglo molecular de un Cristal Líquido Cholesteric..... 10

Figura 1-5. Esquema del twisted molecular entre las dos caras de una LCD..... 11

Figura 1-6. Comportamiento molecular de una TNLCD (a) sin aplicar voltaje
entre sus dos caras, y (b) aplicando voltaje entre sus caras..... 13

Figura 2-1. Diferencia entre un frente de onda aberrado $W(x, y)$ y una esfera de
referencia..... 19

Figura 2-2. Geometría de la prueba de Ronchi..... 22

Figura 2-3. Rejilla de Ronchi rotada a un ángulo φ con respecto al eje *y*..... 22

Figura 2-4. Diagrama a bloques de la prueba de Ronchi..... 23

Figura 2-5. Patrones de interferencia debido a la difracción de una rejilla de Ronchi.. 24

Figura 2-6. Diagrama de la prueba de Ronchi con iluminación colimada..... 24

Figura 2-7. Diagrama de la prueba de Ronchi con iluminación a conjugados finitos
1:1..... 25

Figura 2-8. Rejilla de Ronchi binaria vertical..... 27

Figura 2-9. Rejilla de Ronchi senoidal vertical..... 30

Figura 3-1. Diagrama de la Prueba de Ronchi con LCD, con un espejo (M)

como elemento de prueba..... 35

Figura 3-2. (a) Ronchigrama I_1 obtenido con una rejilla vertical (ronchigrama vertical). (b) Ronchigrama I_2 desfasado $\pi/2$ radianes con respecto a I_1.... 41

Figura 3-3. Fases envueltas para (a) ronchigramas verticales, y (b) ronchigramas horizontales..... 41

Figura 3-4. Integración de las fases desenvueltas de las figuras (3-3a) y (3-3b)..... 42

Figura 3-5. Diagrama de la prueba de Ronchi para la medición de lentes utilizando la LCD como rejilla de Ronchi..... 46

Figura 3-6. Geometría típica de la prueba de Ronchi con una lente bajo prueba..... 50

Figura 3-7. Ronchigramas obtenidos con una rejilla vertical (ronchigrama vertical). (a) $\beta = 0$, (b) $\beta = \pi/2$, (c) $\beta = \pi$, y (d) $\beta = 3\pi/2$..... 53

Figura 3-8. Fase envuelta obtenida con cuatro ronchigramas desplazados $\pi/2$ radianes entre ellos (a) verticales, y (b) horizontales..... 54

Figura 3-9. Integración de las fases desenvueltas de las figuras (3-8a) y (3-8b)..... 54

Figura 3-10. (a) Presentación de franjas del frente de onda obtenido de la integración de las fases desenvueltas de las figuras (3-8a) y (3-8b), esto después de remover tilt y defoco. (b) Interferograma obtenido con un interferómetro comercial de tipo Fizeau..... 55

Figura A-1. Fotografía de la TV CASIO JY-70 (a) entera, y (b) la LCD..... 64

Figura A-2. (a) Esquema de los pixeles en la LCD de la TV CASIO JY-70, (b) Zoom de los pixeles..... 64

Figura A-3. Comparación entre el despliegue de video de un monitor normal al despliegue en la TV CASIO JY-70 (dimensiones en pixeles)..... 64

Figura A-4. Como corre el video en la LCD CASIO con respecto a la señal de entrada, esto al realizar el desplazamiento de fase, (a) vertical y (b) horizontal..... 65

Figura A-5. LCD KOPIN CyberDisplay™ 320, (a) Kit y (b) pixeles de la LCD..... 65

Figura A-6. Comparación entre el despliegue de video de un monitor VGA y la LCD KOPIN (dimensiones en pixeles)..... 65

Figura C-1. Sistema óptico a conjugados finitos 1:1..... 71

Figura D-1. Diagrama esquemático para el sistema polarizador, LCD y analizador..... 74

LISTA DE TABLAS

Tabla 1-1. Tipos de Twisted en las LCDs..... 11

Tabla B-1. Vectores de Jones normalizados para algunos estados de polarización..... 68

Tabla B-2. Matrices de Jones normalizadas para algunos elementos ópticos lineales.... 69

INTRODUCCIÓN

Los Cristales Líquidos han evolucionado rápidamente en los últimos años, siendo utilizados en pantallas de computadoras personales y portátiles, así como en televisores y pantallas gigantes, etc. Sin embargo, su funcionamiento y propiedades físicas en general no se conoce con suficiente detalle porque se encuentran como secreto industrial.

La tecnología de los láseres también ha sufrido grandes cambios y podemos obtener ahora láseres de alta potencia, bajo costo y poco peso. De esta manera es más fácil introducir ahora láseres en las pruebas ópticas.

En este trabajo de tesis se incorporaron ambas tecnologías en una prueba óptica geométrica que data de principios del siglo pasado: la prueba de Ronchi.

La prueba de Ronchi se caracteriza por que no utiliza elementos ópticos adicionales a los de prueba, a excepción de una rejilla de difracción de baja frecuencia, denominada rejilla de Ronchi.

Esta prueba se considera de baja precisión y usualmente se realiza visualmente, con lo que se tiene una evaluación subjetiva de la superficie bajo evaluación. A pesar de ello es una prueba usada muy frecuentemente en los talleres ópticos en las primeras etapas de pulido.

Desde su descubrimiento en 1923 [1] a lo largo de los años muchas personas la han utilizado y la han perfeccionado de acuerdo a sus necesidades. Yatagai [2] y Omura-Yatagai [3] usaron un detector de fase síncrono y desplazaron la rejilla por medio de un motor de pasos haciendo interfase con la PC. Alcalá [4] utilizó técnicas de procesamiento digitál de imágenes para localizar los centroides de los ronchigramas y métodos numéricos para

reducir los datos. Sin embargo, no fue hasta 1997 en que Hibino et al [5] utilizaron rejillas senoidales hechas con técnicas micro-litográficas y técnicas de desplazamiento de fase para demostrar que con este método se podía obtener precisión interferométrica. En este mismo trabajo se especifica que la mayor fuente de error radicaba en el desplazamiento mecánico de la rejilla.

Con estos antecedentes pensamos en la posibilidad de desarrollar un método que nos permitiera automatizar totalmente la prueba de Ronchi con precisión interferométrica.

En este trabajo, inicialmente realizamos la prueba de Ronchi con luz blanca y como rejilla desplegamos una imagen binaria en una Televisión de bolsillo. A pesar de automatizar la prueba, la baja resolución de la TV nos permitió desplegar únicamente alrededor de 8 lin/pulg, frecuencia muy baja para propósitos de precisión.

Posteriormente sustituimos la TV por una pantalla comercial de menor tamaño y de mayor resolución. Aunado a ello empleamos un láser como fuente de iluminación y desplegamos rejillas digitales con perfil senoidal. Los pixeles ahora tan pequeños pusieron de manifiesto la difracción y tuvimos que desarrollar la teoría para explicar la prueba.

Finalmente logramos obtener resultados confiables y para obtener un marco de referencia, un sistema óptico convergente se probó con un interferómetro comercial y con el método propuesto. Encontramos que los resultados fueron prácticamente los mismos.

Aunque el objetivo de este trabajo fue la medición de aberraciones, el mismo procedimiento es aplicable a la resolución de otros problemas, por ejemplo, en la medición o inspección de objetos de fase, detección de cambios de índice de refracción, etc.

Ahora que se demuestra la automatización de la prueba de Ronchi con rejillas de amplitud, el siguiente paso natural es realizar mediciones con rejillas de fase. Aunque se

obtuvieron resultados preliminares no se caracterizó en fase las LCD. Por ello se incluye un apéndice que resume los métodos usados para ello.

Así, el contenido de este trabajo se encuentra estructurado de la siguiente manera:

En el Capítulo 1 se explica brevemente lo que entendemos por un cristal líquido y se mencionan los tipos comerciales que se conocen. En el Capítulo 2 se describe la prueba de Ronchi y se obtienen las ecuaciones que la rigen de acuerdo al modelo geométrico y al modelo físico. Posteriormente en el capítulo 3 se explica la prueba de Ronchi con rejillas digitales binarias y senoidales, y se presentan resultados experimentales. Finalmente en el capítulo 4 se presentan las conclusiones de este trabajo.

CAPÍTULO I

CRISTALES LÍQUIDOS

1.1 Introducción

Los Moduladores Espaciales de Luz (SLM, de sus siglas en Inglés: *Spatial Light Modulators*) son dispositivos capaces de modular la luz por medio de impulsos eléctricos u ópticos.

Los SLM pueden ser dispositivos en una dimensión (1D), en dos dimensiones (2D) o en tres dimensiones (3D). Los SLMs en 1D son generalmente utilizados como celdas de Bragg y en 3D como hologramas de volumen. En 2D los SLMs tienen una gran gama de aplicaciones por ejemplo: *SLMs magneto opticos, SLMs de microcanal, Espejos deformables, Moduladores Pockels, Válvulas de luz con cristales líquidos, televisiones de cristal líquido* (LCTV, de sus siglas en Inglés: *Liquid Crystal Television*), *etc*. [6]. En particular, notamos que los cristales líquidos son un tipo especifico de SLM en dos

dimensiones. A los LCTV, también se les puede encontrar como pantallas de cristal líquido (LCD de sus siglas en Inglés: *Liquid Crystal Display*).

Los cristales líquidos fueron descubiertos alrededor del año 1888 por el botánico australiano Friedrich Rheinitzer al observar la composición cholesteric del benzoato, un poco después el físico alemán O. Lehmann sugiere el nombre de "cristal líquido" al observar la estructura cristalina de este [7]. El 9 de Noviembre de 1962 la RCA archiva una patente realizada por uno de sus científicos (R. Williams), que se publica el 30 de Mayo de 1967, dicha patente consiste en una capa de cristal líquido nematic que se encuentra entre dos electrodos transparentes [8]. En 1963 Williams descubre la propiedad moduladora que tienen los cristales líquidos, esto al hacer pasar luz a través del cristal líquido y estimular a éste con una carga eléctrica. En 1968 G. H. Heilmeier, trabajando para la RCA, fabrica un prototipo de LCD, siendo éste muy inestable. En 1973 sale al mercado la primer calculadora que utiliza en la construcción de alguna de sus partes la tecnología de las LCDs, ésta fue el modelo EL-8025 de SHARP [9]. Este desarrollo fue la plataforma de despegue para las LCDs hacia la mayoría de los productos y aparatos electrónicos.

1.2 ¿Qué es un Cristal Líquido?

El cristal líquido es una estructura molecular que posee propiedades físicas tanto de sólidos como de líquidos.

El material con el que está fabricado un cristal líquido, por lo general está compuesto de un alto número de moléculas anisotrópicas[‡] (ver sección 1.7.1) [11], [12]. Sus moléculas tienen una forma elipsoidal con una orientación ordenada a través de la estructura cristalina

[‡] Una substancia cristalina es ópticamente anisotrópica si sus propiedades ópticas no son las mismas en todas direcciones dentro de una muestra dada [10].

(propiedad física de los sólidos). Pero también tienen una viscosidad comparable con la de los líquidos; ya que cuando se le aplica una fuerza eléctrica o mecánica externa al cristal líquido, cada molécula puede girar o rotar con respecto a otra molécula (propiedad física de los líquidos) [13].

Comercialmente es utilizado en pantallas de TV, en relojes de pulso, en indicadores gráficos de electrodomésticos, etc. Las LCDs tienen muchas ventajas con respecto a otros tipos de pantallas electrónicas, como lo son: *menor consumo de energía, menor tamaño y mayor fidelidad entre otras.*

1.3 Tipos de Cristales Líquidos

Existen diferentes tipos de cristales líquidos clasificados de acuerdo al acomodo molecular de la estructura cristalina, estos son: *el smectic, el ferro-eléctrico, el nematic y el cholesteric*.

1.3.1 *Smectic*

El tipo smectic es un cristal líquido que se encuentra imaginariamente seccionado en varias capas, con sus moléculas paralelas respecto a las de su misma capa y con su centro de gravedad localizado aleatoriamente en alguna de ellas. Existen varios tipos de smectic; diferenciándose entre ellos por el ángulo al que se encuentran las moléculas con respecto a la capa normal. En la figura 1-1 se puede observar que las moléculas del Smectic A tienen una orientación paralela a la cara normal del cristal, en cambio, las moléculas del Smectic C tienen un ángulo Θ con respecto a la cara normal del cristal [14].

El nombre "*smectic*" proviene de la palabra griega "*jabón*" por el parecido que su estructura cristalina posee con las pastillas de jabón [15].

1.3.2 *Ferro-eléctrico*

El cristal ferro-eléctrico es una versión especial del smectic, también llamado smectic C* o chiral† smectic C.

Este tipo de cristal posee una polarización permanente y tiene una velocidad de respuesta mayor que los cristales nematic; característica que los hace ser utilizados como dispositivos electro-ópticos biestables, en las LCDs Ferro-eléctricas, etc. [14]

La estructura cristalina ferro-eléctrica está seccionada en varias capas, con sus moléculas alineadas y paralelas unas con otras en cada capa. La orientación de dichas moléculas se rige por un ángulo θ_t con respecto a la cara normal del cristal. En la figura 1-2 se puede observar la estructura del Cristal Líquido Ferro-eléctrico (FLC, de sus siglas en inglés Ferroelectric Liquid Crystal) [17].

1.3.3 *Nematic*

Es la configuración mecánica más usada en las LCDs. Sus moléculas poseen una orientación paralela en todo el volumen del cristal y su centro de gravedad se localiza aleatoriamente en toda la estructura cristalina (ver figura 1-3) [17]. Tanto la orientación de sus moléculas como sus propiedades ópticas pueden ser controladas por medio de impulsos eléctricos [14]. La estructura cristalina nematic posee propiedades ópticas muy importantes como lo es el giro de sus moléculas debido a una actividad óptica inducida (*Twist)*, propiedad que se explicará con más detalle en la sección (1.4).

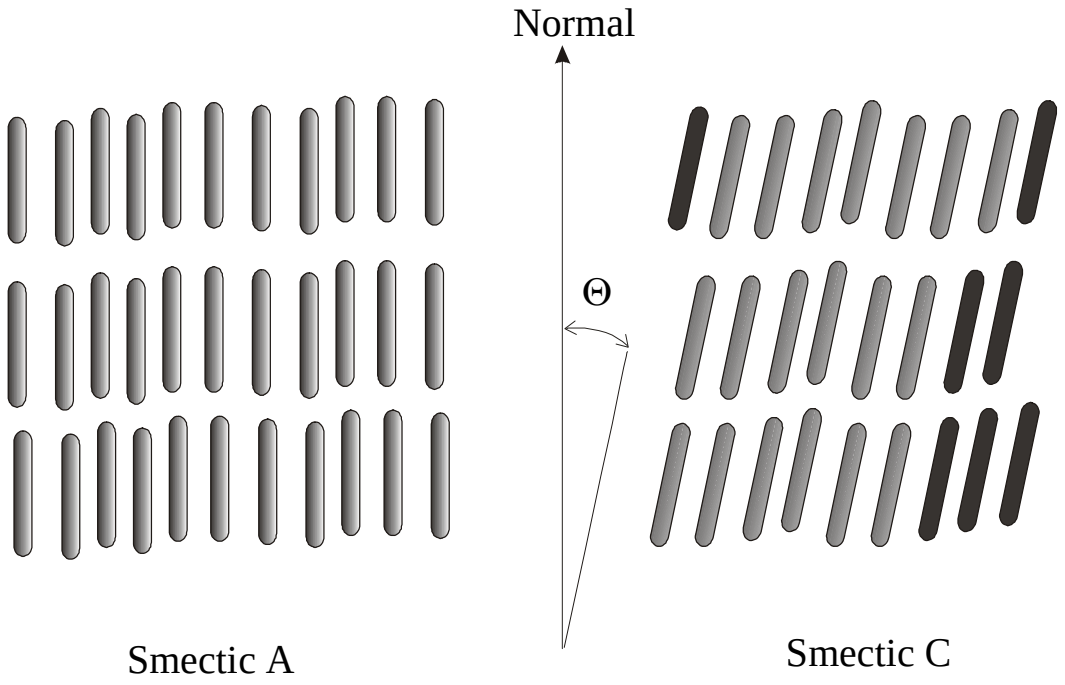


Figura 1-1 Arreglo molecular de Cristales Líquidos Smectic A y C.

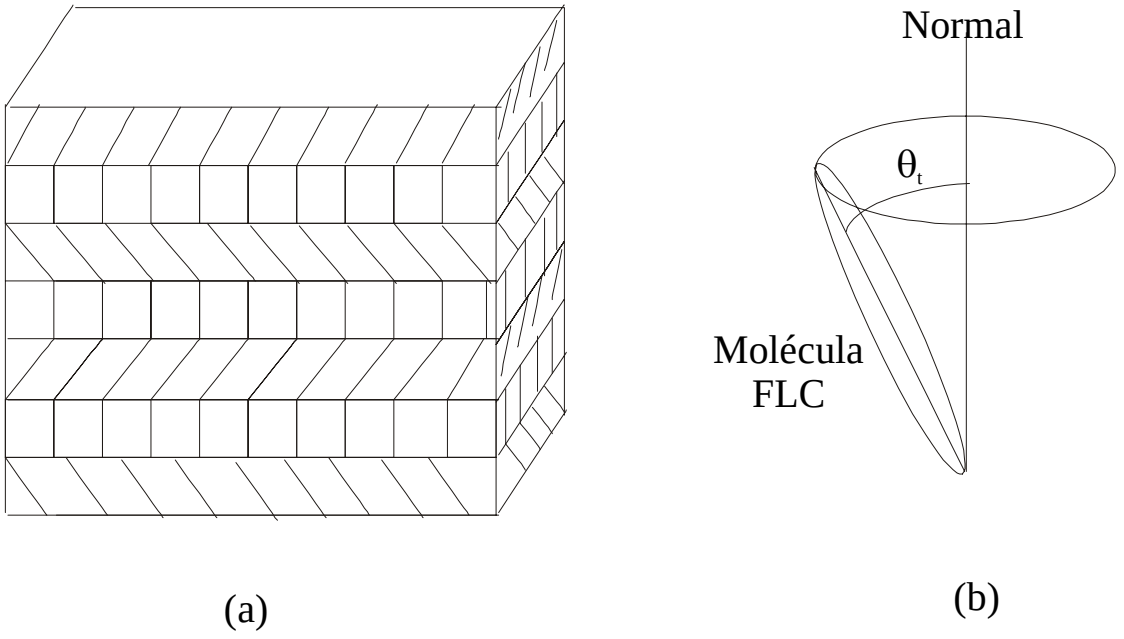


Figura 1-2 (a) Arreglo molecular de un Cristal Líquido Ferro-eléctrico. (b) Orientación de una molécula del mismo cristal.

---

† Una molécula es "*chiral*" si una imagen espejo de ella no se puede rotar para duplicar a ella misma [16].

El nombre “*nematic*” significa “*hebra de hilo*”, que observando la estructura cristalina mostrada en la figura 1-3 se puede entender la razón de este nombre [18].

1.3.4 *Cholesteric*

Es un tipo intermedio entre el smectic y nematic, y se le conoce también como chiral nematic. Las moléculas se alinean paralelamente por capas, pero entre capa y capa la orientación molecular cambia en forma helicoidal, como se observa en la figura 1-4. Las capas son muy delgadas (del grosor de la molécula) [11], [17].

El nombre “*cholesteric*” tiene su origen en la palabra “*colesterol*” porque su estructura molecular es característica de un gran número de compuestos químicos que contienen colesterol [19].

1.4 El Giro Molecular (Twist)

El Giro Molecular es una propiedad mecánica propia de los cristales líquidos del tipo nematic, que aparece cuando el cristal nematic se coloca entre dos placas de vidrio pulidas con dos direcciones de pulido diferentes. Esto hace que la molécula gire al trasladarse de la frontera del vidrio 1 hacia la frontera del vidrio 2, como se observa en la figura 1-5. Al iniciar el giro, el eje de la molécula se encuentra paralelo a la dirección de pulido del vidrio 1 y al finalizar se encuentra paralelo a la dirección de pulido del vidrio 2 [17].

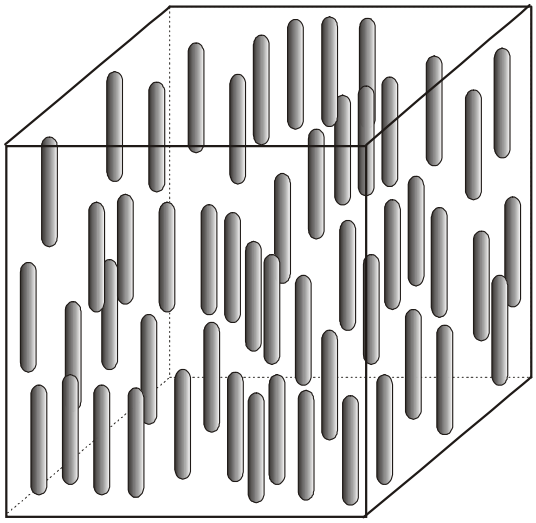


Figura 1-3 Arreglo molecular de un Cristal Líquido Nematic.

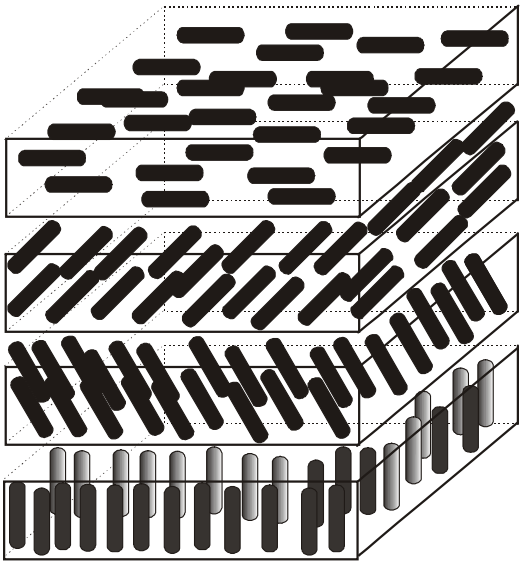


Figura 1-4 Arreglo molecular de un Cristal Líquido Cholesteric.

Comercialmente los dispositivos nematic en las LCDs poseen diferentes ángulos de Giro Molecular (Twisted) y reciben su nombre de acuerdo a éste. En la tabla 1-1 se presenta un resumen de ello. El tipo más común es el que tiene las direcciones de pulido ortogonales (Twisted Nematic).

Ángulo	Nombre	Siglas	Ilustración
90°	Twisted Nematic LCD	TN-LCD	Polarizador LCD Polarizador
180° a 260°	Super Twisted Nematic LCD	STN-LCD	Polarizador LCD Polarizador
>260°	Triple Super Twisted Nematic LCD	TSTN-LCD	Polarizador LCD Película Polarizador

Tabla 1-1. Tipos comerciales de Giro Molecular en las LCDs [20].

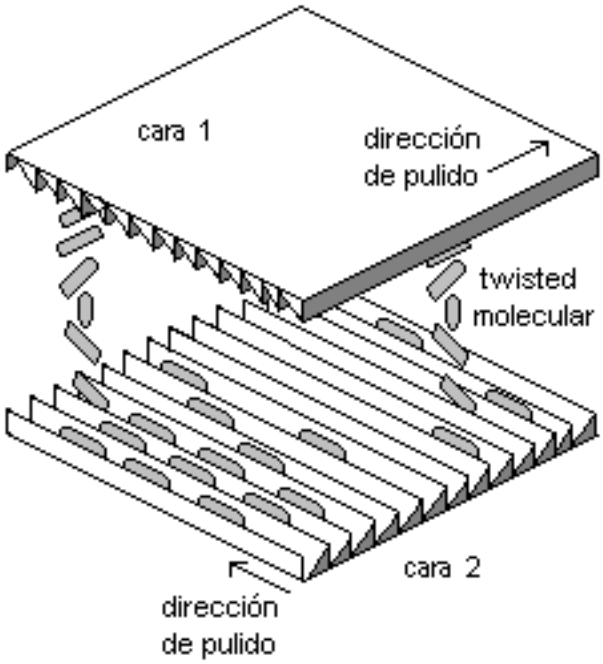


Figura 1-5 Esquema del Giro Molecular entre las dos caras de una LCD.

1.5 Propiedades eléctricas de los Cristales Líquidos

Las LCDs poseen la propiedad de modificar la transmitancia del cristal líquido al recibir un campo eléctrico. Por lo general dicho campo eléctrico se aplica a dos conductores transparentes localizados entre las dos placas de vidrio que contienen al cristal líquido.

En general, una LCD contiene un polarizador lineal colocado en cada una de sus dos caras y con sus ejes a cierto ángulo. Suponiendo que el Analizador y el Polarizador se encuentran a 90° (ver tabla 1-1), al aplicar suficiente voltaje, las moléculas se alinearán con la dirección del campo eléctrico como lo ilustra la figura 1-6 [21], [8]. Esto es, la transmitancia de la luz incidente en la TNLCD variará con respecto al voltaje aplicado a cada uno de sus pixeles y será máxima en ausencia de voltaje (figura 1-6a), disminuyendo de acuerdo al voltaje aplicado (figura 1-6b).

1.6 Propiedades ópticas de los Cristales Líquidos

Para poder analizar matemáticamente un cristal líquido es conveniente utilizar las matríces de Jones como herramienta primordial (ver Apéndice B), aunque otros métodos pueden ser útiles también. De acuerdo al formalismo, cada uno de los elementos de un cristal líquido se expresa como un vector o una matríz. Si se tiene un frente de onda con un estado de polarización $\mathbf{E}_i$ (polarización inicial de la LCD) éste puede ser representado por sus fasores complejos E_{ix} y E_{iy}, donde x e y son los componentes de polarización [22]; la ecuación (B.1) se puede reescribir como

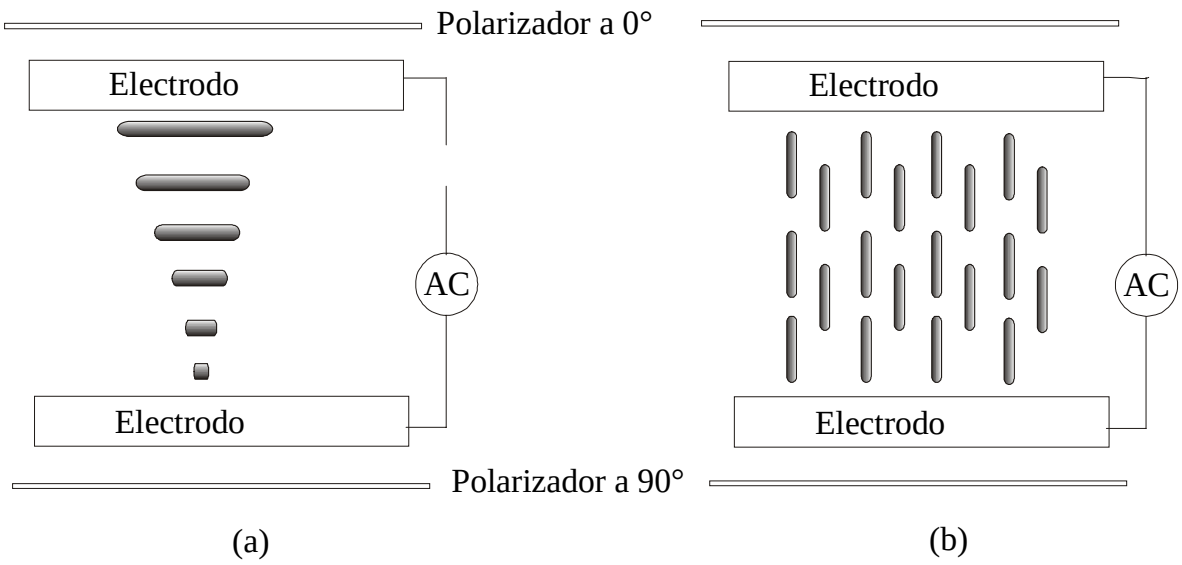


Figura 1-6 Comportamiento molecular de una TNLCD (a) sin aplicar voltaje entre sus dos caras, y (b) aplicando voltaje entre sus caras.

$$\mathbf{E}_i = \begin{bmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{bmatrix}. \tag{1.1}$$

Cuando el frente de onda atraviesa el cristal líquido tenemos un nuevo estado de polarización (**E**’) que se obtiene al multiplicar la matriz de transformación del cristal líquido por el vector de polarización inicial, esto es

$$\mathbf{E}' = \mathrm{M}\,\mathbf{E}_i = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \mathbf{E}_i. \tag{1.2}$$

En general las LCDs son fabricadas con materiales anisotrópicos birrefringentes biaxiales con dos índices de refracción que son: $\boldsymbol{n_e}$ para el eje extraordinario y el $\boldsymbol{n_o}$ para el eje ordinario. Para la mayoría de los materiales que componen los cristales líquidos, $\boldsymbol{n_e}$ es mayor que $\boldsymbol{n_o}$ y muestran una birrefringencia $\Delta n \geq 0.2$ [22], donde

$$\text{Ä}\, n = \boldsymbol{n_e} - \boldsymbol{n_o}. \tag{1.3}$$

De la ecuación (1.3) se genera otra similar pero con un parámetro adicional para determinar el contraste y las características electro ópticas de los bordes en una LCD, esta es [23]

$$d \cdot \Delta n = d \cdot (\boldsymbol{n_e} - \boldsymbol{n_o}), \tag{1.4}$$

donde d es el grosor del cristal líquido.

1.6.1 *Para Cristales Líquidos Nematic NLC*

La matriz característica del cristal líquido nematic está dada por la siguiente ecuación

$$\mathrm{M} = \mathrm{M}_{rotar}(-\acute{a}d) \cdot \mathrm{M}_{retardada}(\hat{a}d). \tag{1.5}$$

El Giro Molecular (sin voltaje aplicado) de α radianes a lo largo de la dirección de propagación de la onda determina la matriz de entrada M_{rotar} como se indica a continuación

$$\mathrm{M}_{rotat}(-\acute{a}d) = \begin{bmatrix} \cos \acute{a}d & -\mathrm{sen}\acute{a}d \\ \mathrm{sen}\acute{a}d & \cos \acute{a}d \end{bmatrix}. \tag{1.6}$$

Dicha rotación trae como consecuencia un retardo relativo entre los dos ejes de β radianes en el paso de la onda a través del cristal líquido, con lo cual $\mathrm{M}_{retardada}$ es

$$\mathrm{M}_{retardada}(\hat{a}d) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(-j\hat{a}d) \end{bmatrix}, \tag{1.7}$$

donde β está dado por

$$\hat{a} = \frac{2\pi \cdot \Delta n}{\lambda_o}, \tag{1.8}$$

donde λ_o es la longitud de onda en el vacio.

Cuando se aplica un voltaje a una TN-LCD, las moléculas giran, de tal forma que éstas se alinean suavemente con la dirección del campo eléctrico aplicado, con lo que el ángulo de twisted (α) y la birrefringencia (β) del cristal tienden a desaparecer. Por lo tanto los NLC

pueden ser utilizados como polarizadores pues cuando no hay voltaje aplicado entre sus placas se tiene que $\acute{a} \neq 0$ y $\hat{a} \neq 0$, pero al aplicar voltaje se tiene que $\acute{a} = 0$ y $\hat{a} = 0$.

1.7 Fabricación de los Cristales Líquidos

El progreso teórico y experimental que se ha hecho en la comprensión y fabricación de los cristales líquidos va de la mano con los avances en la química de materiales [24] y los cristales líquidos han evolucionado notablemente desde su aparición en 1888 hasta nuestros días. Los materiales utilizados para fabricar un cristal líquido, así como el proceso de su manufactura, han ido evolucionando al paso de los años conforme la tecnología lo va demandando.

Un método muy usual en la fabricación de un cristal líquido es el siguiente: *Colocar el electrodo dentro del substrato, colocar las capas de alineación, rellenar con el material de selección y sellar, para proseguir a colocar los polarizadores*. Por lo general el material del electrodo es transparente con partículas de oxido de indio que tiene una conductividad eléctrica buena. El substrato puede ser de plástico o de vidrio y se usa para proteger al cristal líquido del medio ambiente [8].

1.7.1 *Materiales utilizados en la fabricación de Cristales Líquidos*

En 1888, el primer material utilizado como cristal líquido fue un compuesto químico derivado del *colesterol*, donde Reinitzer y Lehmann detectaron el estado de cristal líquido. En 1890 Gattermann sintetizó la primer estructura química completa de un cristal líquido, este fué el *azoxybenzeno* (p-azoxyanisole = PAA y p-azoxyphenetole = PAP, con un número n=1, 2 respectivamente). En 1908 Vorländer fué el primero en sintetizar una componente del

tipo smectic, que fue el *di-etyl 4.4'-azoxybenzoato* (con valores del número n desde 2 hasta 16). El mismo Vorländer detectó un polimorfismo del cristal líquido y sintetizó además un cristal líquido con fases diferentes (una nematic y dos del tipo smectic), el etyl 4-methoxybenzylideneamino-cinnamate [24].

Existen cristales líquidos anisotrópicos con índices de refracción muy bajos comprendidos entre 0.06 y 0.16, entre estos se encuentran los fabricados con *biphenyl*, *phenycyclohexane* o *bicyclohexane* [25].

1.8 Conclusiones

Los cristales líquidos han evolucionado rápidamente en los últimos años, siendo utilizados en pantallas de computadoras personales y portátiles, así como en televisores portátiles y pantallas gigantes, etc. Sin embargo, su funcionamiento y propiedades físicas en general no se conoce con suficiente detalle porque se encuentran como secreto industrial.

La óptica de cristales líquidos tiene mucho futuro en el desarrollo de sistemas ópticos tanto en el ramo comercial como en el terreno de la investigación, ya que un cristal líquido puede ser utilizado como modulador de fase y/o amplitud.

CAPÍTULO II

LA PRUEBA DE RONCHI

En este capítulo describiremos las interpretaciones geométrica y física de la prueba de Ronchi y la analizaremos cuando se realiza con rejillas binarias y senoidales de amplitud.

2.1 Introducción

En 1922 se utilizaron por primera vez las rejillas de difracción en los interferómetros [1]. En 1923 el físico italiano Vasco Ronchi descubrió la prueba que lleva su nombre cuando hizo pasar una rejilla cerca del centro de curvatura de un espejo. Este fenómeno inicia la aparición de uno de los métodos más simples y poderosos existentes para evaluar la calidad de sistemas ópticos [26].

2.2 Explicación Matemática de la Prueba de Ronchi

La prueba de Ronchi se explica actualmente con dos modelos: el primero es el modelo geométrico que interpreta las franjas como la proyección de la rejilla de Ronchi sobre el objeto de prueba y el segundo modelo es el físico, el cual interpreta las franjas obtenidas como la interferencia de los frentes de onda difractados por la rejilla. Si se utiliza una rejilla de Ronchi de baja frecuencia (80 líneas/pulgada por ejemplo), los dos modelos obtienen las mismas expresiones algebraicas y por ende predicen los mismos resultados [26].

2.3 Interpretación Geométrica

Desde el punto de vista geométrico la prueba de Ronchi proporciona información relativa a la primera derivada del frente de onda bajo prueba respecto a un frente de onda esférico de referencia. Para llegar a dicha conclusión es necesario analizar la relación que tienen un frente de onda esférico con un frente de onda aberrado [27]. Denotemos por $W(x, y)$ a la función de aberración del frente de onda aberrado Σ. Esta W será la diferencia funcional entre el frente de onda aberrado proveniente del sistema óptico bajo prueba y una esfera de referencia centrada en la posición de la rejilla. En la figura 2-1 se observa que el punto P(0, y_0, 0) es el centro de la esfera de referencia y además que la diferencia entre el radio de la esfera de referencia (R) y la distancia desde el centro de esa esfera hasta un punto en el plano del frente de onda aberrado (r) es:

$$W(x, y) = R - r \,, \tag{2.1}$$

al despejar r se tiene

$$r = R - W(x, y) \,. \tag{2.2}$$

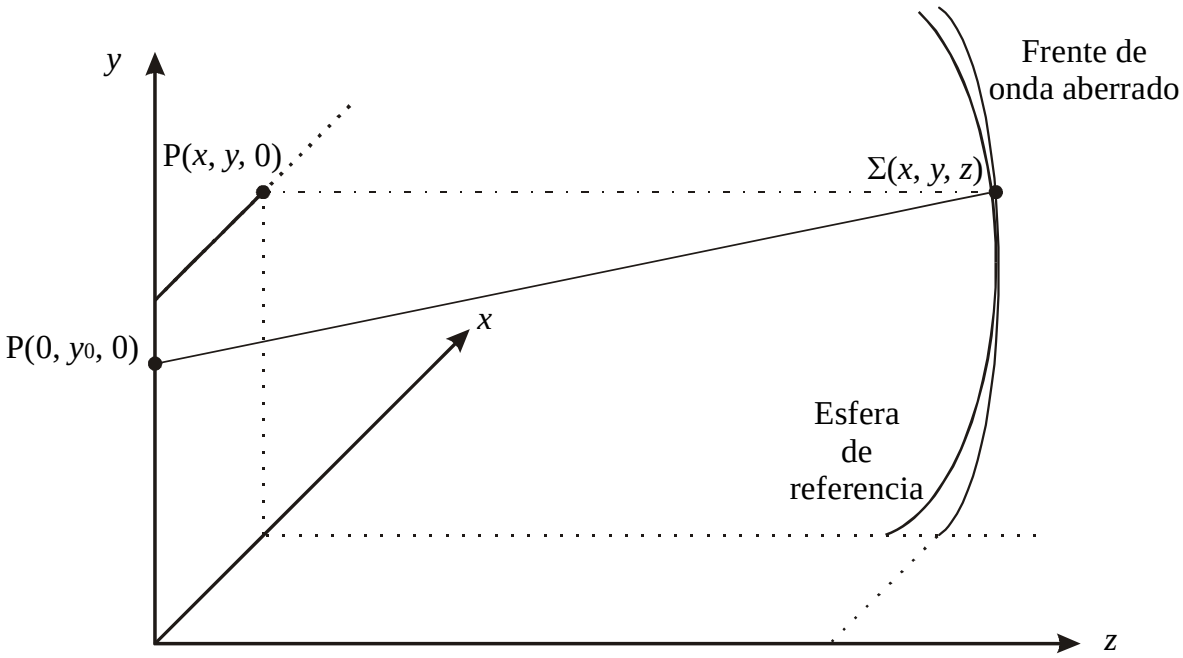


Figura 2-1 Diferencia entre un frente de onda aberrado $W(x, y)$ y una esfera de referencia.

Dada la geometría de la figura 2-1 y utilizando el teorema de Pitágoras para el triángulo rectángulo que se forma entre los puntos P(0, y_0, 0), P(x, y, 0) y Σ(x, y, z), donde los dos primeros puntos pertenecen al plano imagen y el tercero pertenece a la pupila de salida, se puede deducir lo siguiente:

$$x^2 + (y - y_0)^2 + z^2 - r^2 = 0, \tag{2.3}$$

por lo tanto al realizar las derivadas parciales de r en la ecuación (2.3) con respecto a x y a y, se obtiene [28]

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r}, \tag{2.4a}$$

$$\frac{\partial r}{\partial y} = \frac{y - y_0}{r}, \tag{2.4b}$$

donde las distancias $TAx = x$ y $TAy = (y - y_0)$, representan a las aberraciones transversales en x y en y respectivamente [29], por lo cual las ecuaciones (2.4a y 2.4b) se pueden reescribir como:

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{TAx}{r}, \tag{2.5a}$$

$$\frac{\partial r}{\partial y} = \frac{TAy}{r}. \tag{2.5b}$$

Al sustituir la ecuación (2.2) en las ecuaciones (2.5a y 2.5b) y tomando en cuenta que el radio de la esfera de referencia es constante (R = constante), se tiene lo siguiente

$$\frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{TAx}{R - W}, \tag{2.6a}$$

$$\frac{\partial W}{\partial y} = -\frac{TAy}{R - W}, \tag{2.6b}$$

como se observa en la figura 2-1, $R>>W$. Entonces para todo propósito práctico, las ecuaciones (2.6a y 2.6b) se pueden reexpresar como se indica a continuación.

$$\frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{TA_x}{R}, \tag{2.7a}$$

$$\frac{\partial W}{\partial y} = -\frac{TA_y}{R}. \tag{2.7b}$$

Considerando la geometría de la prueba de Ronchi como lo indica la figura 2-2, se puede afirmar que dicha prueba mide la aberración transversal (TA) de un frente de onda (W) [30]. Si la orientación de las franjas de la rejilla de Ronchi es paralela al eje y (rejilla vertical), entonces la aberración transversal sobre el eje x estará en función del periodo de la rejilla de Ronchi (d) $TAx = md$, donde m se puede considerar como el orden de interferencia

para el patrón de franjas observadas [31]. Por lo tanto $TAy = md$, para una rejilla horizontal. Si sustituimos los valores de *TA* en las ecuaciones (2.7a y 2.7b)

$$\frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{TAx}{R} = -\frac{md}{R}, \tag{2.8a}$$

$$\frac{\partial W}{\partial y} = -\frac{TAy}{R} = -\frac{md}{R}, \tag{2.8b}$$

Para expresar las ecuaciones (2.8a y 2.8b) de una forma general, se supone una rejilla que se encuentra girada a un ángulo φ con respecto al eje *y* (ver figura 2-3), entonces se puede deducir que la aberración transversal tiene componentes sobre los dos ejes (*x*, *y*). Así, la fórmula general de la prueba de Ronchi es

$$\frac{\partial W}{\partial x}\cos\varphi - \frac{\partial W}{\partial y} sin\varphi = -\frac{md}{R}. \tag{2.9}$$

2.4 Interpretación Física

Esta interpretación descansa en la óptica física. Conforme a la teoría de difracción, el ronchigrama[¤] se debe a la interferencia causada por los ordenes de difracción producidos por la rejilla de Ronchi (fig. 2-5). Desde este punto de vista la prueba de Ronchi se puede considerar como un interferómetro de desplazamiento lateral de haces múltiples.

Utilizando la óptica de Fourier, la prueba de Ronchi puede ser analizada usando la transformada de Fourier en el plano de la rejilla (x_r, y_r) y su respectiva antitransformada en el plano imagen (x_1, y_1) (fig. 2-4).

[¤] Los patrones de franjas observados a través de la rejilla de Ronchi se les conoce como ronchigramas [32].

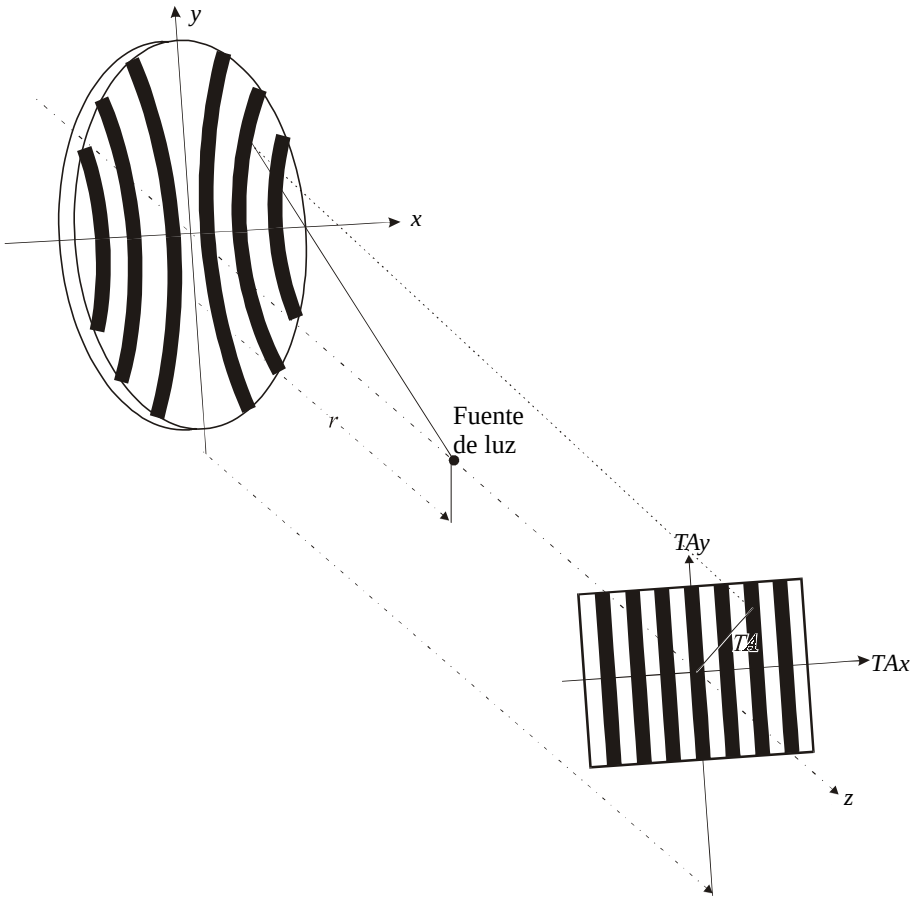


Figura 2-2 Geometría de la prueba de Ronchi.

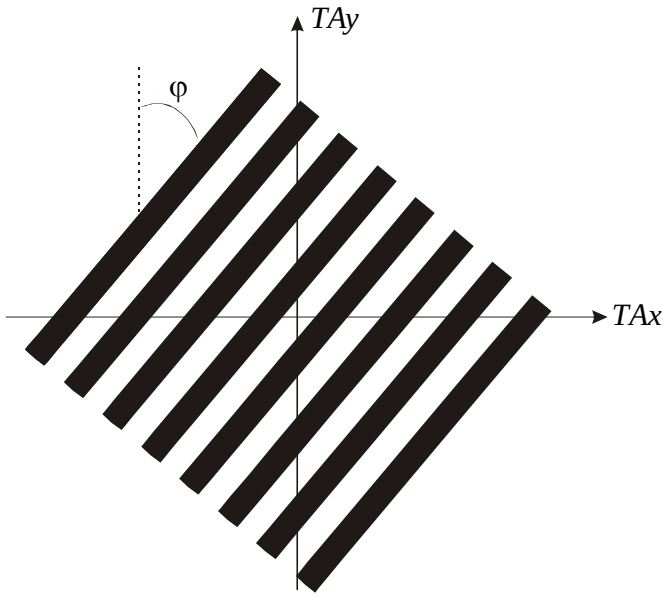


Figura 2-3 Rejilla de Ronchi rotada a un ángulo φ con respecto al eje *y*.

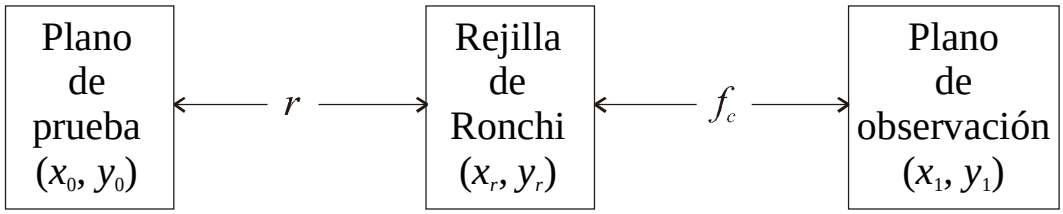


Figura 2-4 Diagrama de bloques de la prueba de Ronchi.

Sean (x_0, y_0) las coordenadas de la pupila de salida del sistema bajo prueba (como se observa en el diagrama de la figura 2-4), el frente de onda en ésta posición se puede representar por la función compleja F_0 [33], [34]

$$F_0(x_0, y_0) = \begin{cases} \exp[i2\pi W(x_0, y_0)], & x_0, y_0 \in \text{a la pupila de salida} \\ 0, & x_0, y_0 \notin \text{a la pupila de salida,} \end{cases} \tag{2.10}$$

donde W representa la función de deformación del frente de onda en la pupila de salida.

Si la lente bajo prueba es iluminada con luz colimada como se observa en la figura 2-6, entonces el plano de la rejilla (x_r, y_r) estará muy cercano a la distancia focal de dicha lente, $r \approx f_t$, donde f_t es la distancia focal de la lente bajo prueba y r es la distancia entre la lente bajo prueba y la rejilla de Ronchi. En cambio si se utiliza un sistema de conjugados finitos 1:1 como se observa en la figura 2-7, la posición de la rejilla es diferente, esto es $r \approx 2f_t$ (ver Apéndice C).

Si r es el radio de curvatura de la esfera de referencia centrada en la posición axial de la rejilla, la amplitud compleja en la posición de la rejilla (x_r, y_r) está dado por la transformada de Fourier del frente de onda aberrado, como lo indica la ecuación (2.11)

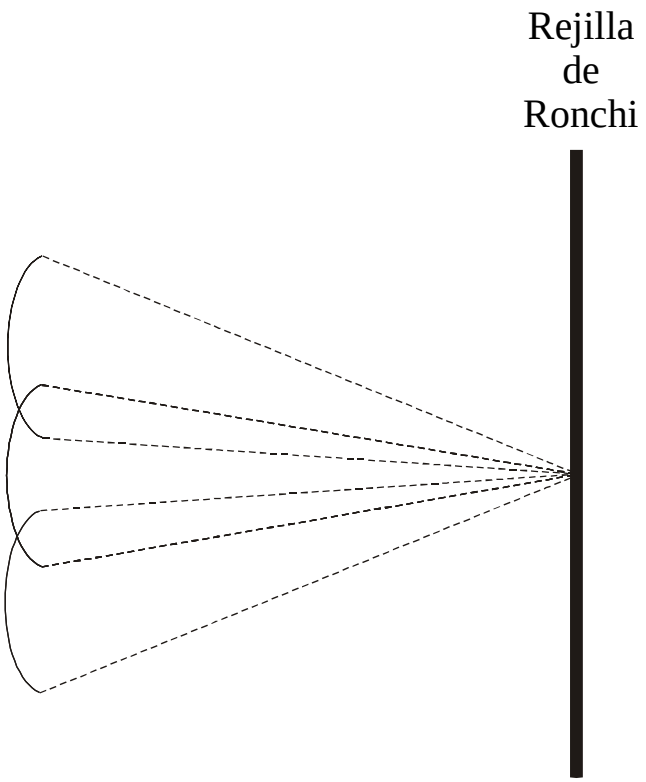


Figura 2-5 Patrones de interferencia debidos a la difracción de una rejilla de Ronchi.

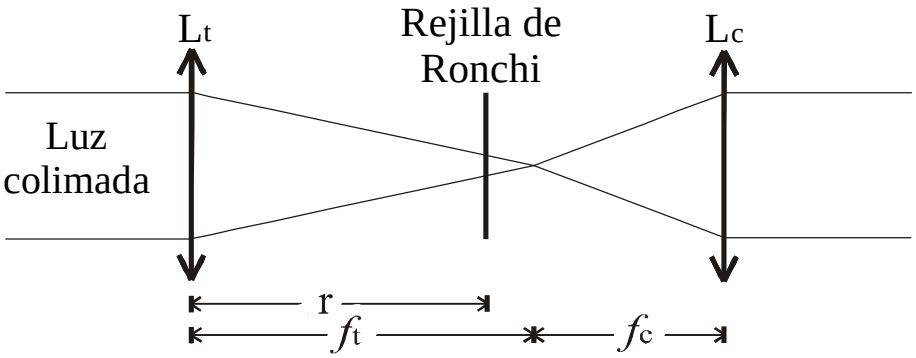


Figura 2-6 Diagrama de la prueba de Ronchi con iluminación colimada.

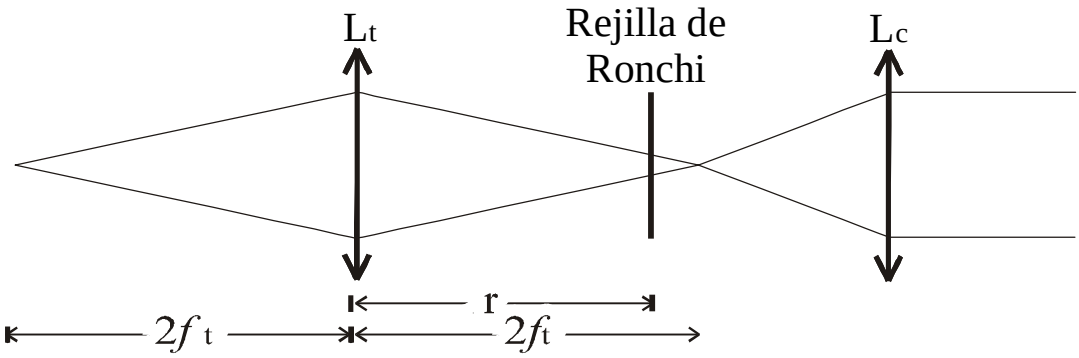


Figura 2-7 Diagrama de la prueba de Ronchi con iluminación divergente.

$$U(x_r, y_r) = \int_{-\infty}^{\infty}\int F_0(x_0, y_0)\exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda r}(x_r x_0 + y_r y_0)\right]dx_0 dy_0 \ , \tag{2.11}$$

donde λ es la longitud de onda de la fuente de iluminación.

En el plano de observación (x_1, y_1) se tendrá una imagen de la pupila de salida, esto es, la transformada de Fourier de la multiplicación de dos funciones, la ecuación (2.11) y la ecuación que representa la rejilla de Ronchi [3]

$$G(x_1, y_1) = \int_{-\infty}^{\infty}\int U(x_r, y_r)M(x_r, y_r)\exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda f_c}(x_r x_1 + y_r y_1)\right]dx_r dy_r \ , \tag{2.12}$$

donde $M(x_r, y_r)$ es la representación matemática de la rejilla de Ronchi y f_c es la distancia focal de la lente colimadora (como se muestra en las figuras 2-6 y 2-7). Insertando la ecuación (2.11) en la ecuación (2.12) se obtiene lo siguiente

$$\begin{aligned} G(x_1, y_1) = & \int_{-\infty}^{\infty}\int F_0(x_0, y_0)dx_0 dy_0 \cdot \\ & \cdot \int_{-\infty}^{\infty}\int M(x_r, y_r)\exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}\left[\left(\frac{x_1}{f_c} - \frac{x_0}{r}\right)x_r + \left(\frac{y_1}{f_c} - \frac{y_0}{r}\right)y_r\right]\right)dx_r dy_r . \end{aligned} \tag{2.14}$$

Tomando en cuenta que se pueden relacionar las distancias f_c y r de la siguiente manera

$$\frac{1}{f_c} = \frac{1}{r} \cdot \left(\frac{r}{f_c} \right) = \frac{1}{Qr}, \tag{2.15}$$

donde Q representa el factor de amplificación del sistema óptico,

$$Q = \frac{f_c}{r}, \tag{2.16}$$

por lo tanto, utilizando la ecuación (2.15) en la ecuación (2.14), ésta se puede reexpresar como función de una sola distancia "r"

$$\begin{aligned} G(x_1, y_1) = & \int_{-\infty}^{\infty}\int F_0(x_0, y_0) dx_0 dy_0 \cdot \\ & \cdot \int_{-\infty}^{\infty}\int M(x_r, y_r) \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda r} \left[\left(\frac{x_1}{Q} - x_0 \right) x_r + \left(\frac{y_1}{Q} - y_0 \right) y_r \right] \right) dx_r dy_r . \end{aligned} \tag{2.17}$$

Se observa que la solución de la ecuación (2.17) va a depender de la forma de la rejilla de Ronchi, $M(x_r, y_r)$ y de las aberraciones del frente de onda, F_0. En las secciones (2.4.1) y (2.4.2) se estudian las soluciones de G con rejillas binaria y senoidales, respectivamente.

2.4.1 *Rejilla de Ronchi binaria*

Sea una rejilla de Ronchi con periodo $2p$ y razón K entre las áreas claras y obscuras (fig. 2-8). K=0 representa una pantalla opaca y K=½ una rejilla con líneas claras y obscuras del mismo grosor. Este último es el caso que analizaremos a continuación.

Consideremos una rejilla de Ronchi con K=½, con las líneas en forma vertical. Aunque la rejilla puede tener cualquier orientación haremos el análisis para este caso particular y posteriormente generalizaremos. Dado que la rejilla es una función periódica, podemos expresarla en series de Fourier como sigue:

$$M(x_r, y_r) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \exp\left(i \frac{\pi k}{p} x_r \right), \tag{2.18}$$

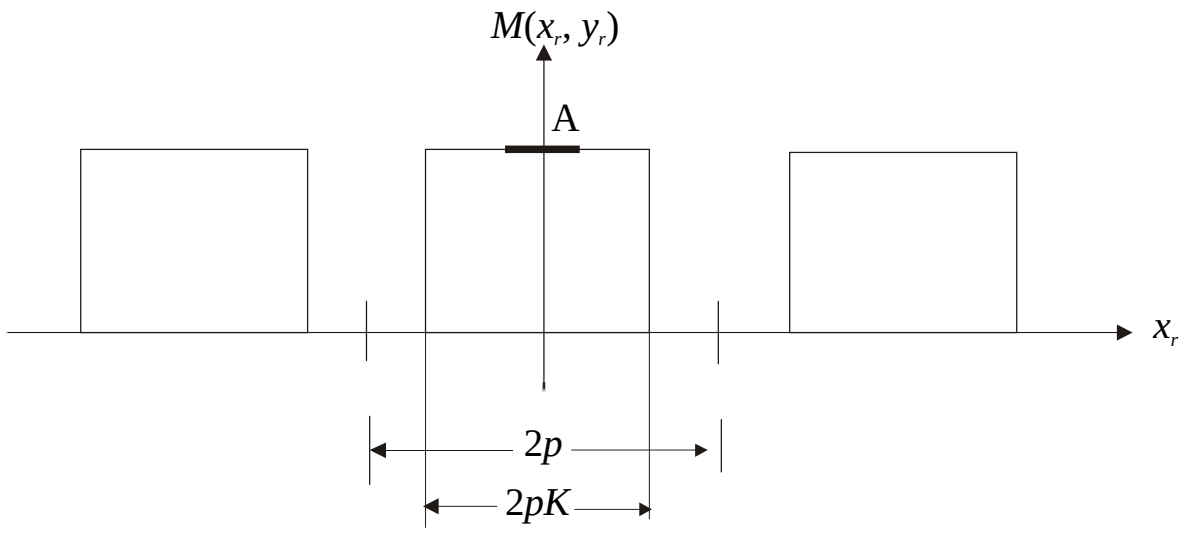


Figura 2-8 Rejilla de Ronchi binaria vertical.

donde 2*p* representa el periodo de la rejilla *y* C_k el coeficiente de Fourier del término *k-ésimo*. Insertando la ecuación (2.18) en la ecuación (2.17) se obtiene la siguiente ecuación

$$G(x_1, y_1) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \int_{-\infty}^{\infty}\int F_0(x_0, y_0) dx_0 dy_0 \cdot \\ \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda r}\left[\frac{x_1}{Q} - x_0 + \frac{\lambda r k}{2p}\right] x_r \right) dx_r \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda r}\left[\frac{y_1}{Q} - y_0\right] y_r \right) dy_r . \tag{2.19}$$

Tomando en cuenta la representación siguiente de la Delta de Dirac [35],

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp[\pm ik(x-a)] \cdot dk = 2\pi \cdot \delta(x-a), \tag{2.20}$$

y recordando que

$$\delta(bx-a) = \frac{1}{|b|}\delta\left(x - \frac{a}{b}\right), \tag{2.21}$$

para $b \neq 0$, la ecuación (2.19) se simplifica, obteniendo

$$G(x_1, y_1) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \int_{-\infty}^{\infty}\int F_0(x_0, y_0) \delta\left(\frac{x_1}{Q} - x_0 + \frac{\lambda r k}{2p}\right) \delta\left(\frac{y_1}{Q} - y_0\right) dx_0 dy_0 , \tag{2.22}$$

al aplicar la integral definida en las posiciones indicadas por las dos Deltas de Dirac, obtenemos como resultado

$$G(x_1, y_1) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k F_0\left(\frac{x_1}{Q} + \frac{\lambda rk}{2p}, \frac{y_1}{Q}\right), \tag{2.23}$$

Similarmente se calcula la amplitud compleja en el plano de observación para una rejilla horizontal, teniendo como resultado

$$G(x_1, y_1) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k F_0\left(\frac{x_1}{Q}, \frac{y_1}{Q} + \frac{\lambda rk}{2p}\right). \tag{2.24}$$

Al evaluar el coeficiente de Fourier C_k para una rejilla vertical binaria, se encuentra

$$C_k = A\frac{\mathrm{sen}(k\pi \mathrm{K})}{k\pi}, \tag{2.25}$$

insertando la ecuación (2.25) en la ecuación (2.23), se obtiene

$$G(x_1, y_1) = A\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{sen(k\pi \mathrm{K})}{k\pi} \cdot F_0\left(\frac{x_1}{Q} + \frac{\lambda rk}{2p}, \frac{y_1}{Q}\right). \tag{2.26}$$

donde se puede observar que tenemos una función sinc con amplitud AK, para cada valor de k. La intensidad en el plano de observación es

$$I(x_1, y_1) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k^2 + 2\sum_{k=-\infty}^{\infty}\sum_{j=-\infty}^{\infty} C_k C_j^* \cdot \cos\left[W\left(\frac{x_1}{Q} + \frac{\lambda rk}{2p}, \frac{y_1}{Q}\right) - W\left(\frac{x_1}{Q} + \frac{\lambda rj}{2p}, \frac{y_1}{Q}\right)\right]. \tag{2.27}$$

Dado que F_0 representa la función del frente de onda, G representa la superposición de un infinito número de réplicas de F_0 desplazadas lateralmente $\frac{\lambda r}{2p}$ entre dos consecutivas. La amplitud de cada uno de los términos está modulada por la función *sinc*. Un aspecto interesante de esta ecuación es que la expresión para la intensidad calculada a partir de ella determina el perfil de las franjas de los ronchigramas. Se observa que no se parece

demasiado a la ecuación (2.7). Las condiciones bajo las cuales ambas expresiones son similares se describen con detalle en la referencia [36].

Resumiremos esta sección diciendo que un ronchigrama obtenido con una rejilla binaria es el resultado de superponer una infinidad de replicas del frente de onda bajo prueba desplazadas lateralmente entre sí.

2.4.2 *Rejilla de Ronchi senoidal*

Obtendremos ahora una expresión para los ronchigramas utilizando una rejilla con perfil senoidal, como la que se muestra en la figura 2-9. Supongamos que esta rejilla es de amplitud A y periodo *2p*, al igual que la binaria, se coloca también verticalmente, su expresión es ahora

$$M(x_r, y_r) = \frac{A}{2}(1 + \cos w_r x_r), \tag{2.28}$$

con $w_r = \frac{\pi}{p}$. Para propósitos de comparación expresamos la ecuación anterior en serie de Fourier como[37]:

$$M(x_r, y_r) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} D_k \exp\left(i\frac{\pi k}{p}x_r\right), \tag{2.29}$$

con D_k dado ahora por

$$D_k = \begin{cases} \frac{A}{4}, & k = 1 \,\&\, k = -1 \\ \frac{A}{2}, & k = 0 \\ 0, & \text{para otro valor de } k. \end{cases} \tag{2.30}$$

La amplitud compleja *G* del ronchigrama en el plano de observación se calcula similarmente al de la sección anterior, pero usando la expresión de M dada por la ecuación 2.29,

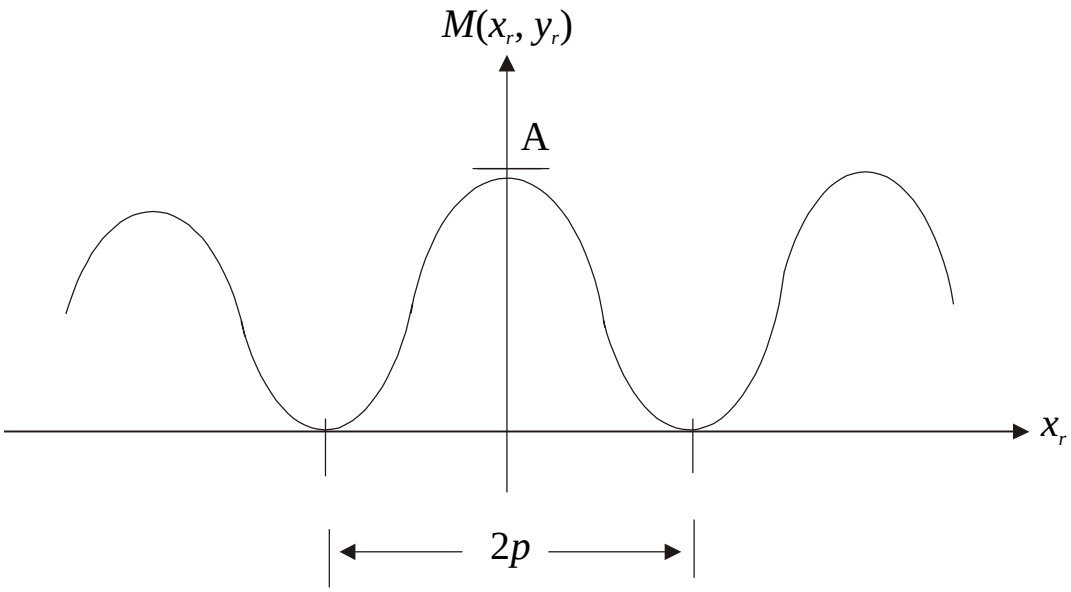


Figura 2-9 Rejilla de Ronchi senoidal vertical.

$$G(x_1, y_1) = \frac{A}{4} F_0\left(\frac{x_1}{Q} - \frac{\lambda r}{2p}, \frac{y_1}{Q}\right) + \frac{A}{2} F_0\left(\frac{x_1}{Q}, \frac{y_1}{Q}\right) + \frac{A}{4} F_0\left(\frac{x_1}{Q} + \frac{\lambda r}{2p}, \frac{y_1}{Q}\right). \qquad (2.31)$$

La intensidad en el plano objeto para una rejilla senoidal es

$$I(x_1, y_1) = \frac{A^2}{16}\left(6 + 4\cos[W_1 - W_0] + 2\cos[W_{-1} - W_1] + 4\cos[W_0 - W_{-1}]\right), \qquad (2.32)$$

donde

$$W_n = W\left(\frac{x_1}{Q} - \frac{n\lambda r}{2p}, \frac{y_1}{Q}\right), \qquad n = -1,0,1. \qquad (2.33)$$

Como se puede observar en la ecuación (2.31), la amplitud compleja en el plano de observación está representado por el espectro de Fourier de una función senoidal con un nivel de $DC = \frac{A}{2}$. La principal diferencia que existe entre las ecuaciones (2.23) y (2.31), es que G en la ecuación (2.23) consta de un infinito número de términos cuya amplitud se modula con una función sinc, mientras que en la ecuación (2.31) solo existen tres términos

de diferente amplitud. Esta diferencia es fundamental para utilizar rejillas binarias o senoidales.

2.5 Conclusiones

Con las ecuaciones (2.26) y (2.31) se demuestra que es mejor utilizar una rejilla de Ronchi senoidal que una binaria, pues la binaria se rige por un número infinito de armónicas y en la senoidal solo se encuentran tres.

Es importante hacer notar que los modelos matemáticos mencionados en las secciones (2.3) y (2.4) se pueden utilizar indistintamente para explicar la prueba de sistemas ópticos convergentes en reflexión o en transmisión para rejillas de baja frecuencia.

CAPÍTULO III

LA PRUEBA DE RONCHI CON CRISTALES LÍQUIDOS

En este capitulo explicaremos la prueba de Ronchi en términos de una rejilla digital desplegada en un cristal líquido. Haremos un desarrollo teórico y presentaremos resultados experimentales. También realizaremos una comparación experimental de resultados con un interferómetro tipo Fizeau.

Explicaremos inicialmente la prueba de Ronchi con una rejilla binaria digital iuluminada con luz blanca para probar espejos parabólicos de alta calidad y presentaremos resultados experimentales comparados con resultados esperados en una simulación. Posteriormente realizaremos algunos cambios y probaremos una lente convergente. Las modificaciones esenciales serán el uso de una fuente puntual de luz láser, una LCD de

mayor resolución y el despliegue de rejillas senoidales. Los resultados se comparan ahora con los obtenidos de un interferómetro.

3.1 Introducción

La prueba de Ronchi es considerada por muchos como una prueba de baja precisión, a pesar de esto, es una prueba muy frecuentemente usada en talleres ópticos. Usualmente esta prueba es del tipo visual, con lo que se tiene una evaluación subjetiva de la superficie bajo prueba.

Desde el descubrimiento de la prueba de Ronchi en 1923 [1], a lo largo de los años muchas personas la han utilizado y la han perfeccionado de acuerdo a sus necesidades. Yatagai [2] y Omura-Yatagai [3] usaron un detector de fase síncrono y desplazaron la rejilla por medio de un motor de pasos haciendo interfase con la PC. En 1997 Hibino et al [5] utilizaron rejillas senoidales hechas con técnicas micro-litográficas y utilizaron un algoritmo de desplazamiento de fase de siete pasos para minimizar los errores no senoidales de la transmitancia de la rejilla. Ellos hacen notar que una rejilla cuasi senoidal mejora la razón señal a ruido (SNR, *sus siglas del inglés Signal to Noise Ratio*) de los Ronchigramas.

En la sección 3.2 se explica la prueba de Ronchi como una prueba que utiliza una LCD de bajo costo como rejilla de Ronchi controlada por una computadora. La rejilla se construye en la LCD mediante el despliegue digital de rejillas binarias. Estas son desplazadas digitalmente también para poder cuantificar las aberraciones mediante el uso de algoritmos de desplazamiento de fase.

En la sección 3.3 se explican las implicaciones de utilizar una LCD de mayor resolución y menor tamaño que despliega rejillas senoidales en lugar de binarias y que además se ilumina con luz láser.

3.2 La Prueba de Ronchi en su modelo Geométrico

3.2.1 *La Prueba de Ronchi en la prueba de sistemas ópticos reflectores*

En la sección 2.3 se obtuvieron las expresiones de la prueba de Ronchi y se mencionó que los ronchigramas representaban desviaciones respecto a una esfera centrada en la posición de la rejilla. De ésta manera, un espejo parabólico siempre tendría aberración de esfericidad aunque fuese perfecto. Así, para propósitos de interpretación de resultados a continuación modificaremos dichas ecuaciones introduciendo el frente onda deseado como referencia.

Recordando la forma general de la prueba de Ronchi en su forma geométrica (ecuación 2.9) es conveniente definir la función de orden de franjas $M(x, y)$ como una función continua dependiente de las coordenadas (x, y) de los puntos sobre la superficie bajo prueba.

En la figura 3-1 se puede observar que la distancia del vértice desde la superficie bajo prueba hasta la rejilla de Ronchi es r, donde d es el periodo de la rejilla, y α es el ángulo que existe entre la rejilla y el eje “y”, con lo cual se tiene que

$$\frac{\partial W(x,y)}{\partial x}\cos(\alpha)-\frac{\partial W(x,y)}{\partial y}\operatorname{sen}(\alpha)=-\frac{M(x,y)}{r}d, \tag{3.1}$$

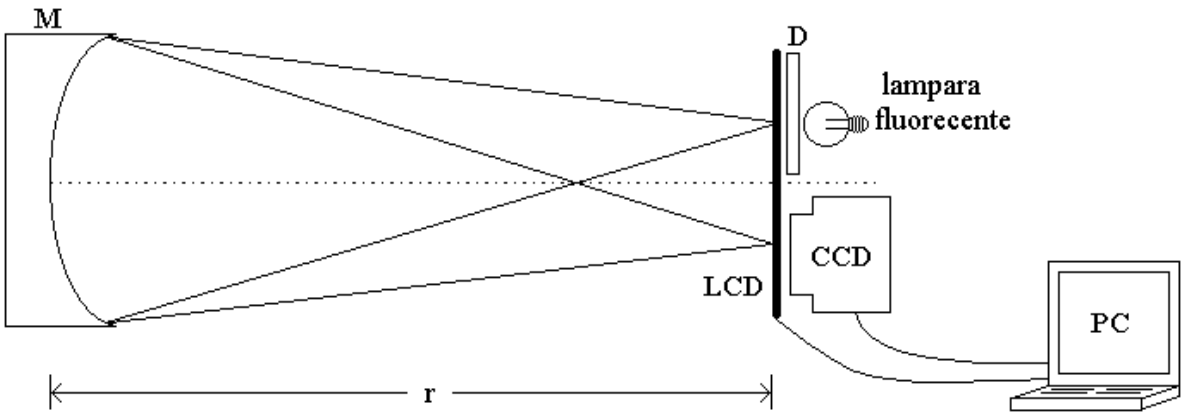


Figura 3-1 Diagrama de la Prueba de Ronchi con LCD, con un espejo (M) como elemento de prueba.

donde $W(x, y)$ es la función de aberración del frente de onda con respecto a su esfera osculadora. Denotemos por $M_t(x, y)$ a la superficie ideal deseada. Entonces para la superficie ideal tenemos lo siguiente

$$\frac{\partial W_t(x,y)}{\partial x}\cos(\alpha)-\frac{\partial W_t(x,y)}{\partial y}\operatorname{sen}(\alpha)=-\frac{M_t(x,y)}{r}d. \tag{3.2}$$

Para este caso, $W_t(x, y)$ y $M_t(x, y)$ pueden ser analizadas con la ayuda de un programa de trazos de rayos exacto. En particular, si la superficie a probar es una esfera, W_t es cero. Al substraer (3.2) de (3.1) se obtiene

$$\frac{\partial w(x,y)}{\partial x}\cos(\alpha)-\frac{\partial w(x,y)}{\partial y}\sin(\alpha)=-\frac{m(x,y)}{r}d, \tag{3.3}$$

donde $w(x,y)=W(x,y)-W_t(x,y)-w_0(x,y)$ y $m(x,y)=M(x,y)-M_t(x,y)$. Ahora $w(x,y)$ representa las aberraciones del frente de onda bajo prueba con respecto al frente de onda de

la superficie ideal, mas un término $w_0(x, y)$ que contiene la substracción de sus esferas de referencia.

Como es conocido la prueba de Ronchi ordinaria es ciega a las aberraciones astigmáticas cuando cualquier eje astigmático es paralelo a las franjas de la rejilla de Ronchi. Para solucionar este problema, se tiene que hacer la prueba dos veces, esto es, una segunda prueba con una rejilla en alguna otra dirección, el proceso se simplifica si ambas son perpendiculares. Con ello la ecuación (3.3) se separa en las siguientes dos ecuaciones

$$\frac{\partial w(x, y)}{\partial x} = -\frac{m_x(x, y)}{r} d, \ (\alpha = 0°), \tag{3.4}$$

$$\frac{\partial w(x, y)}{\partial y} = \frac{m_y(x, y)}{r} d, \ (\alpha = 90°). \tag{3.5}$$

Estas expresiones relacionan el orden de la franja y la función de aberración; sin embargo, ellas no indican su relación con las intensidades de los ronchigramas. Esto es posible si se proyectan imaginariamente las franjas de la rejilla de Ronchi hasta el espejo bajo prueba [2]. De esta manera, la ecuación de intensidad se expresa como

$$I(x, y) = A(x, y) + B(x, y)\cos[\varphi(x, y) + \delta], \tag{3.6}$$

donde

$$\varphi(x, y) = \frac{2\pi}{d} r \left[\frac{\partial w(x, y)}{\partial x} \cos(\alpha) - \frac{\partial w(x, y)}{\partial y} sin(\alpha) \right] \tag{3.7}$$

es la fase del frente de onda, δ es la fase inicial de la rejilla y $A(x, y)$, $B(x, y)$ son las funciones desconocidas de DC y contraste respectivamente.

Como *I(x,y)* es la información que conocemos y nuestro interés es determinar φ, de la ecuación (3.6) se puede observar que al cambiar la fase δ la intensidad del patrón de franjas se modifica. Conociendo los valores de δ se utilizan técnicas de desplazamiento de fase

(phase shifting) para recobrar la fase φ; por ejemplo, con cuatro patrones de franjas I_1, I_2, I_3 e I_4 con desplazamientos entre uno y otro de π/2. En la práctica estos se obtienen al desplazar lateralmente la rejilla de Ronchi *d*/4 respectivamente [38]. La fase se obtiene con la siguiente ecuación

$$\varphi(x,y) = arctg\left[\frac{I_4(x,y) - I_2(x,y)}{I_1(x,y) - I_3(x,y)}\right]. \tag{3.8}$$

que para una rejilla vertical se relaciona con las derivas de *w(x,y)* respecto a *x*, φ_x; y para una rejilla horizontal con la derivadas de *w(x,y)* respecto a *y*, , φ_y. Una vez obtenidas estas derivadas parciales se procede a calcular la función de aberración *w(x,y).*

A continuación explicaremos el método de integración que utilizamos [39], es decir, el método mediante el cual a partir de las dos fases obtenidas con dos rejillas perpendiculares se calculan las aberraciones del frente de onda, y en consecuencia las deformaciones del espejo respecto al ideal de referencia.

Asumiendo que la superficie bajo prueba es suave pero posiblemente con aberraciones no simétricas, la función de aberración del frente de onda puede ser representada por el siguiente polinomio 2-D de grado *k*

$$w(x,y) = \sum_{i=0}^{k}\sum_{j=0}^{i} B_{ij} x^j y^{i-j}. \tag{3.9}$$

Definiendo el orden de las franjas $m(x, y)=\varphi(x,y)/2\pi$ encontramos que $m_x(x, y)=\varphi_x(x,y)/2\pi$ y $m_y(x, y)=\varphi_y(x,y)/2\pi$. Así, de las ecuaciones (3.4), (3.5) y (3.9), obtenemos

$$\frac{-d}{r} m_x(x,y) = \sum_{i=0}^{k-1}\sum_{j=0}^{i} (j+1) B_{i+1,j+1} x^i y^{i-j} \tag{3.10}$$

$$= \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{j=0}^{i} C_{ij} x^i y^{i-j} \tag{3.11}$$

y

$$\frac{-d}{r} m_y(x, y) = \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{j=0}^{i} (i - j + 1) B_{i+1,j} x^j y^{i-j} \tag{3.12}$$

$$= \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{j=0}^{i} D_{ij} x^j y^{i-j}. \tag{3.13}$$

Notemos que r y d son valores del experimento conocidos y que tanto $m_x(x, y)$ como $m_y(x, y)$ fueron determinados a través del procedimiento de desplazamiento de fase y con el trazo exacto de rayos. Los coeficientes C_{ij} y D_{ij} de las ecuaciones (3.11) y (3.13) se pueden encontrarse a través de un procedimiento de ajuste de mínimos cuadrados. Sabiendo esto, en las ecuaciones (3.10) a (3.13) se tiene

$$B_{ij} = \frac{C_{i-1,j-1}}{j} \qquad \begin{matrix} i = 1,2,\ldots,k \\ j=1,2,\ldots,i \end{matrix} \tag{3.14}$$

y

$$B_{ij} = \frac{D_{i-1,j}}{i - j} \qquad \begin{matrix} i = 1,2,\ldots,k \\ j=0,1,\ldots,i-1 \end{matrix} \tag{3.15}$$

Para incrementar la exactitud del resultado, se tuvo que tomar el valor promedio de ambos valores. Una vez que los coeficientes B_{ij} fueron encontrados, la función $w(x, y)$ se evaluó de la ecuación (3.9), con lo cual a través de la siguiente ecuación se aproximaron las desviaciones de la superficie

$$D(x, y) \approx \frac{w(x, y) - w_0(x, y)}{2}, \tag{3.16}$$

donde

$$w_0(x, y) = a + bx + cy + d(x^2 + y^2). \tag{3.17}$$

Los coeficientes *a, b, c* y *d* se pueden reconocer fácilmente como los coeficientes de *pistón, tilt* y *defoco* respectivamente. Hasta este punto todavía no están determinados los coeficientes, pero se hace otro ajuste de mínimos cuadrados con el polinomio de la ecuación (3.17), ahora con valores de $w(x, y)$.

3.2.2 *Arreglo Experimental*

El aparato experimental usado para mejorar la prueba de Ronchi fue diseñado para trabajar fuera de eje. El arreglo básico se muestra en la figura 3-1, donde se tiene una lámpara fluorescente de baja potencia y un difusor (D) que iluminan a la pantalla de la LCD, que actúa como rejilla de Ronchi, e iluminan también a la superficie bajo prueba (M) [26]. La luz reflejada por la superficie pasa de nuevo a través de la LCD. Una lente telefoto es unida a la cámara CCD y se colocan detrás de la pantalla. La señal de la cámara se recibe por medio de una tarjeta digitalizadora instalada en una PC.

Bajo circunstancias ideales y una cuidadosa selección del periodo de la rejilla de Ronchi se puede evitar el fenómeno de difracción [40]. Esto pasa cuando

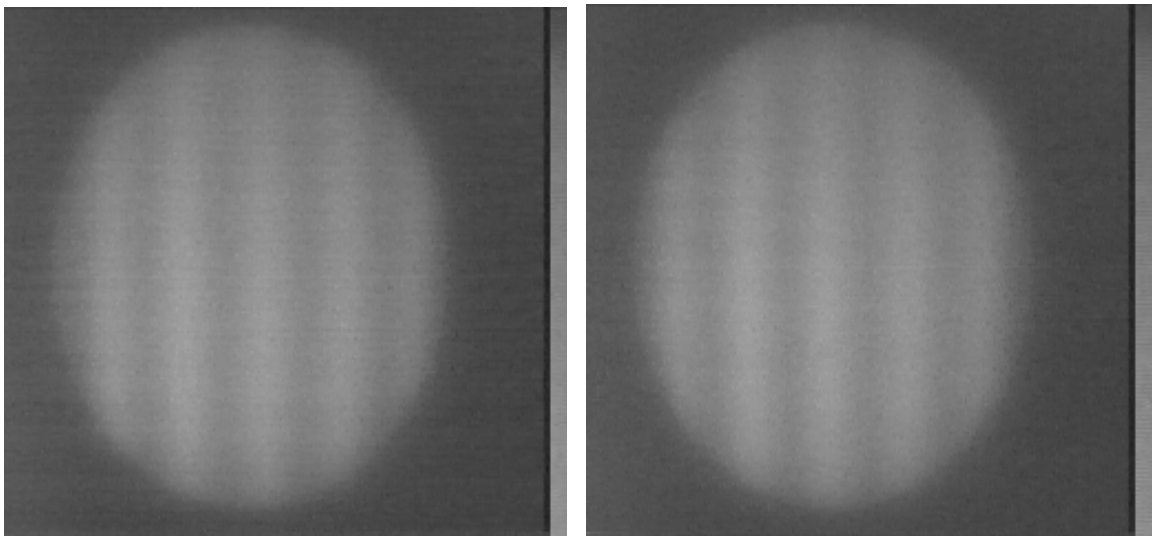
$$d \leq 10\lambda \frac{R}{D}\left[1+\left(1+\frac{\Delta R}{25\lambda\left(R/D\right)^2}\right)^{1/2}\right], \tag{3.18}$$

donde R es el radio de curvatura paraxial de la superficie bajo prueba, D es el diámetro de dicha superficie, ΔR es la diferencia entre el mínimo y el máximo radio de curvatura, y λ es la longitud de onda promedio de la fuente de iluminación.

Por otra parte, la sensibilidad de la prueba es proporcional al periodo de la rejilla generado. Debido al pequeño numero finito de píxeles de la LCD usada en esta prueba, el máximo periodo no se puede desplegar. La LCD utilizada fue una TV a color portátil de la

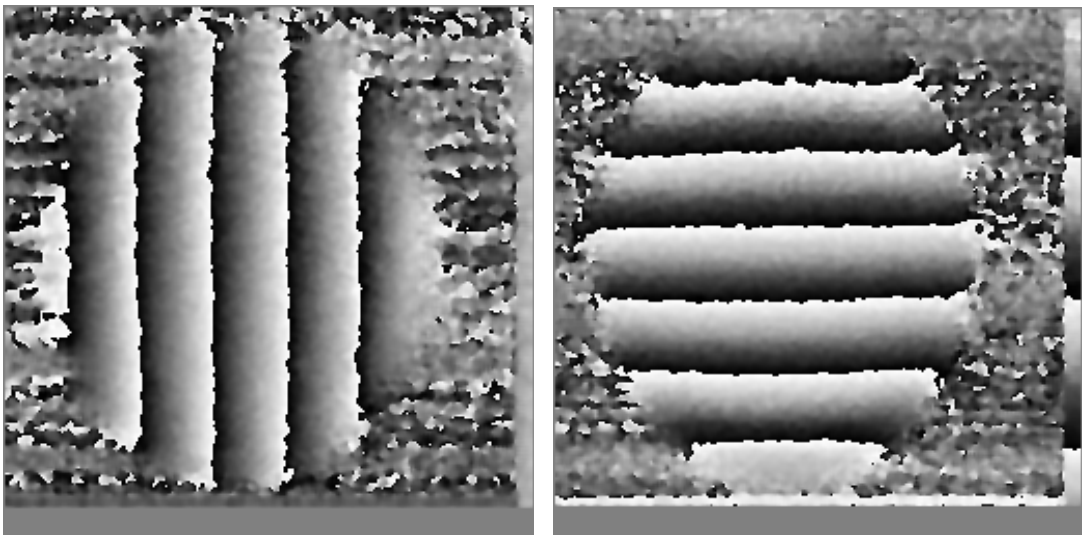
marca CASIO modelo JY-70 (ver Apéndice 1), con 2.3 pulgadas de diagonal, y 360x110 píxeles rectangulares de 163.19x198.12 μm^2. Los píxeles horizontales están compuestos por los colores RGB. Por lo tanto el tamaño de la LCD en píxeles es solo de 120x110 píxeles. El criterio de Nyquist solo deja que se utilicen 60 periodos como máximo en la LCD; en la práctica solo se pudieron alcanzar 30 periodos. La tarjeta digitalizadora que se utilizó fue la VFG-100 de "Imaging Tech". Es importante hacer notar que las frecuencias generadas por la tarjeta digitalizadora no correspondían con las desplegadas por la LCD. En consecuencia fue necesario calcular los factores para desplegar en la LCD las frecuencias deseadas. Esto se hizo con la ayuda de un microscopio. En particular, se tuvieron que hacer desplazamientos digitales de la rejilla para que las franjas se movieran $\pi/2$ radianes por cada paso. Estos valores solo dejaron desplegar 8 líneas por pulgada en forma vertical y 9.7 líneas por pulgada en forma horizontal, son periodos con una precisión baja pero lo suficiente para demostrar el principio de este método.

Inicialmente intentamos probar espejos pulidos pero encontramos el problema que los polarizadores de la LCD reducían significativamente la luz reflejada por el espejo (M), haciendo prácticamente imposible la observación de las franjas. Se decidió colocar un espejo aluminizado como objeto de prueba. Aún así, el contraste de los ronchigramas fue pobre debido a que se utilizó como sistema de iluminación el de la TV CASIO (lámpara fluorescente). La prueba se llevó a cabo con un espejo parabólico cóncavo de 140mm de diámetro con un *f-número* de 2.5 (*f*/2.5) y una rejilla de Ronchi digital de 8 líneas por pulgada (para rejillas verticales) y 9.7 líneas por pulgada (para rejillas horizontales). La rejilla de Ronchi digital se coloca a 69.65cm del vértice del espejo. Las imágenes que se obtuvieron fueron de 256x240 píxeles y con 256 niveles de gris.



(a) (b)

Figura 3-2 (a) Ronchigrama I_1 obtenido con una rejilla vertical (ronchigrama vertical). (b) Ronchigrama I_2 desfasado $\pi/2$ radianes con respecto a I_1.



(a) (b)

Figura 3-3 Fases envueltas para (a) ronchigramas verticales, y (b) ronchigramas horizontales.

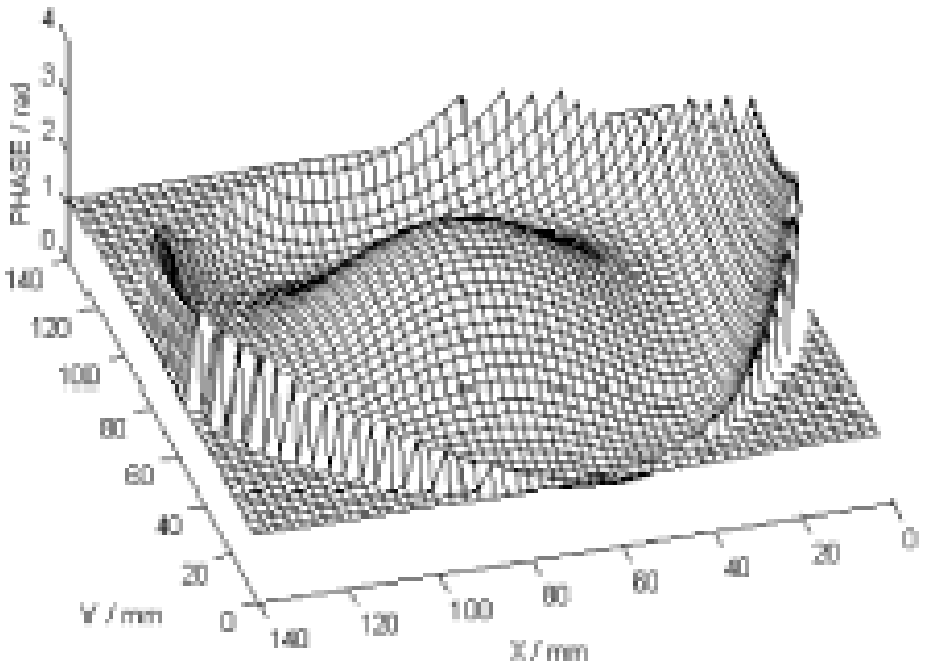


Figura 3-4 Integración de las fases desenvueltas de las figuras (3-3a) y (3-3b).

3.2.3 *Resultados Experimentales*

En primer lugar se grabó un ronchigrama y se almacenó en la computadora con el nombre de I_1 (figura 3-2a). Es importante hacer hincapié en que el tipo de luz utilizada como fuente de iluminación influía en el contraste de los ronchigramas[¥], disminuyendo notoriamente para luz proveniente de una fuente incandescente. La rejilla creada digitalmente en la LCD se desplazó en dirección perpendicular a las líneas una distancia $d/4$, con lo cual el ronchigrama I_2 fue desplazado $\pi/2$ radianes en fase con respecto a I_1 (figura 3-2b). Se siguió el mismo proceso para las restantes dos imágenes. Una vez que se almacenaron en la computadora los cuatro ronchigramas desplazados, se aplicó la ecuación (3.8), obteniendo la fase envuelta que se muestra en la figura 3-3a. Posteriormente se aplicó

[¥] La luz que utiliza las TV CASIO con cristales líquidos es proporcionada por una lámpara fluorescente, lo que hace que la dispersión de la luz al atravesar la LCD sea homogénea y blanca. De esta manera la rejilla desplegada posee un mejor contraste.

un procedimiento de desenvolvimiento de fase [41] para obtener la fase desenvuelta y por ende la función $m_x(x, y)$.

Para los ronchigramas obtenidos con rejillas horizontales se siguió el mismo procedimiento que para los verticales, obteniendo la fase envuelta de figura 3-3b, que fue desenvuelta y calculada la función $m_y(x, y)$. Las deformaciones del espejo con respecto a su parábola ideal fueron calculadas con el método de integración descrito en la sección 3.2.1. El resultado se muestra en la figura 3-4, teniendo desviaciones de 2.25 y 0.29μm en pico a valle y RMS respectivamente [42]. Para obtener una idea de la exactitud de estos resultados, se generaron computacionalmente ronchigramas correspondientes a una parábola ideal con las características de la superficie bajo prueba. Estos fueron desplazados en fase y se aplicó el mismo procedimiento de reducción de datos empleado para los ronchigramas reales, a saber, determinación de la fase envuelta, desenvolvimiento e integración. Se obtuvieron valores de 2.03 y 0.57μm en pico a valle y RMS respectivamente. Creímos que las discrepancias entre los dos valores se debieron a la baja frecuencia de la rejilla de Ronchi que se utilizó y al hecho de que la prueba se realizó fuera de eje. El primer problema se corrige en la sección (3.3) al utilizar una LCD con mayor resolución y una rejilla senoidal. El segundo se corrige digitalmente sustrayendo las aberraciones de coma y astigmatismo causadas por la prueba fuera de eje. El único parámetro que se necesita conocer es la separación que existe entre la imagen del sistema de iluminación y la dirección de observación. Estas aberraciones son claramente presentadas en los resultados y se muestra en la figura 3-4. Otra opción es usar el arreglo óptico de la prueba de Ronchi para trabajar en eje.

3.3 La Prueba de Ronchi en su modelo Físico

En la sección anterior obtuvimos resultados experimentales de una parábola. Fue notorio que los ronchigramas obtenidos consistían de franjas prácticamente rectas, a pesar de estar bajo prueba una parábola relativamente rápida. La explicación es que se utilizó una rejilla digitál de alrededor de 8 lin/pulg. Frecuencia muy baja para propósitos de precisión. La única forma de incrementar la frecuencia es disminuir el tamaño de la rejilla o incrementar su resolución o ambas. Por otro lado, quisimos aprovechar la disminución de costo en los láseres y utilizarlos como fuente de iluminación. Asimismo, aprovechamos los resultados obtenidos por Hibino et al [5], en el cual demuestran que una rejilla senoidal incrementa la precisión pero que el desplazamiento mecánico de la rejilla es la fuente principal de errores.

3.3.1 La Prueba de Ronchi en Transmisión

En esta parte del trabajo, los efectos de pixelización debidos a la alta resolución de la LCD son notorios, por lo tanto, es más conveniente utilizar el modelo físico de la prueba de Ronchi que el geométrico. A continuación se describe en forma breve el modelo físico para rejillas continuas propuesto por Barakat [33]. En la figura 3-5 se puede observar el arreglo de Ronchi para un sistema óptico convergente: un haz láser divergente ilumina al elemento bajo prueba (L_t), a una distancia (r) del centro de su pupila de salida se coloca la LCD (rejilla de Ronchi). Adicionalmente se coloca una mascara (h) que filtra el orden cero, el cual es colimado por una segunda lente (L_c). Denotaremos por f_t y f_c las distancias focales efectivas de los elementos de prueba y colimador respectivamente.

Para el siguiente desarrollo debemos tener presente el análisis realizado en el apéndice C y recordar las ecuaciones (C.6) y (2.12), donde ahora λ representa la longitud de onda del sistema de iluminación y $M(x_r, y_r)$ es la representación matemática de la rejilla en la LCD. Dado que la LCD consiste de un arreglo rectangular de píxeles rectangulares, la rejilla desplegada no es una función continua sino discreta. Para expresarla en forma discreta utilizamos el resultado obtenido por Kreath [43], obtenido para los pixeles de una CCD. Consideremos los pixeles de la LCD con dimensiones y separaciones dados por a_x y a_y y por Δ_x y Δ_y, respectivamente. Con la ayuda del teorema del muestreo, la función $M(x_r, y_r)$ puede ser escrita como [43]

$$M(x_r, y_r) = \left[m_R(x_r, y_r) ** rect\left(\frac{x_r}{a_x}, \frac{y_r}{a_y} \right) \right] \cdot comb\left(\frac{x_r}{\Delta_x}, \frac{y_r}{\Delta_y} \right), \tag{3.19}$$

donde * denota convolución en dos dimensiones y la función *comb* representa un arreglo de funciones delta con separaciones igual que los píxeles.

En esta sección de la tesis es de nuestro interés trabajar con rejillas senoidales de amplitud. Sin perdida de generalidad, realizamos el análisis para una función senoidal que se desplaza a lo largo del eje x_r dada por

$$m_R(x_r, y_r) = \frac{A}{2}\left[1 + \cos\left(\frac{\pi x_r}{p} - \beta \right) \right] \tag{3.20}$$

donde $2p$ es el periodo y A la amplitud máxima. Para nuestro caso A=255 niveles de gris y β es un parámetro para desplazar la fase, determinada por la posición inicial de la rejilla.

Ahora, $G(x_1, y_1)$ es calculada de las ecuaciones (C.6) y (2.12), tomando en cuenta que $M(x_r, y_r)$ y $F_0(x_0, y_0)$ están dados por las ecuaciones (3.19-20) y la ecuación (2.10) respectivamente, obteniendo

$$G(x_1, y_1) = \left(\frac{-Aa_x a_y}{4}\right)\sum_{k=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left[\exp(i\beta)\cdot \mathrm{B}\cdot F_{0,-1} + 2F_{0,0} + \exp(-i\beta)\cdot \mathrm{B}\cdot F_{0,1}\right] \qquad (3.21)$$

con

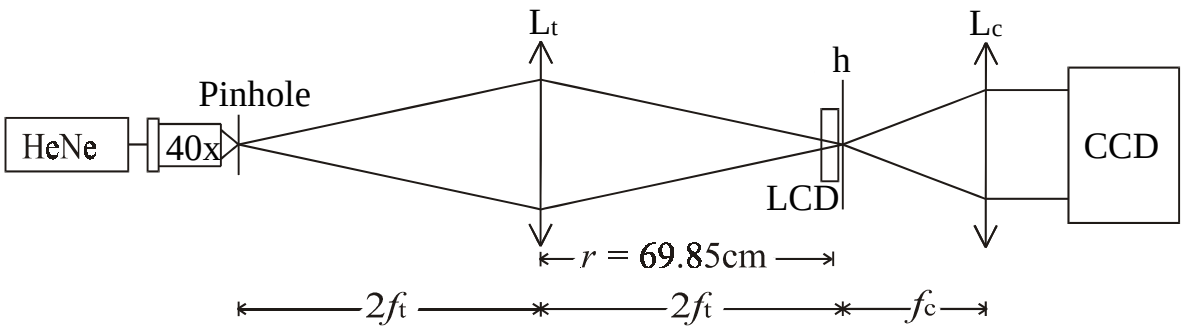


Figura 3-5 Diagrama de la prueba de Ronchi para la medición de lentes utilizando la LCD como rejilla de Ronchi.

$$F_{0,n} = F_0\left(\frac{x_1}{Q} - \frac{\lambda rn}{2p} - \frac{\lambda rk}{\Delta_x}, \frac{y_1}{Q} - \frac{\lambda rm}{\Delta_y}\right), \qquad n = -1,0,1 \qquad (3.22)$$

y

$$\mathrm{B} = \mathrm{sinc}\left(\frac{a_x}{2p}, 0\right), \qquad (3.23)$$

recordando de la ecuación (2.16) que Q es un factor de amplificación dado por $Q = f_c / r$.

La expresión (3.21) representa un patrón de difracción en el cual cada orden de difracción está compuesto de tres imágenes de la función de pupila desplazadas lateralmente. La separación entre dos ordenes consecutivos está dado por $\frac{\lambda rQ}{\Delta_x}$ en la dirección x y $\frac{\lambda rQ}{\Delta_y}$ en la dirección y. Para el propósito de nuestro análisis es conveniente solo transmitir el orden cero de la difracción, esto con la ayuda de la máscara h.

Matemáticamente se hace considerando únicamente k=0 y m=0. Entonces, las ecuaciones (3.21) y (3.22) se reescriben como

$$G(x_1, y_1) = \left(\frac{-Aa_x a_y}{4}\right) \cdot \left[\exp(i\beta) \cdot \mathrm{B} \cdot F_{0,-1} + 2F_{0,0} + \exp(-i\beta) \cdot \mathrm{B} \cdot F_{0,1}\right], \tag{3.24}$$

y

$$F_{0,n} = F_0\left(\frac{x_1}{Q} - \frac{\lambda r n}{2p}, \frac{y_1}{Q}\right), \qquad n = -1,0,1 \tag{3.25}$$

La intensidad en el plano del detector expresa como

$$I(x_1, y_1; \beta) = \left(\frac{A^2 a_x^2 a_y^2}{16}\right)\left(4 + 2\mathrm{B}^2 + 4\mathrm{B}\cos[\varphi_{-1}(x_1, y_1) - \beta] + 2\mathrm{B}^2 \cos[\varphi_0(x_1, y_1) + 2\beta] + 4\mathrm{B}\cos[\varphi_1(x_1, y_1) + \beta]\right), \tag{3.26}$$

con

$$\varphi_n(x_1, y_1) = \frac{2\pi}{\lambda}\left\{w\left[\frac{x_1}{Q} + (-n)^n \frac{\lambda r}{2p}, \frac{y_1}{Q}\right] - w\left[\frac{x_1}{Q} - \left(\frac{1 + (-1)^n}{2}\right)\frac{\lambda r}{2p}, \frac{y_1}{Q}\right]\right\}, \qquad n = -1,0,1 \tag{3.27}$$

Los argumentos de la función coseno, denotados por φ_{-1}, φ_0 y φ_1 representan la interferencia de las tres imágenes entre ellas mismas, de acuerdo con Hibino et al [5] la señal fundamental consiste de la interferencia entre las imágenes desplazadas $\frac{\lambda r}{2p}$ y $-\frac{\lambda r}{2p}$, estas son los términos φ_{-1} y φ_1 respectivamente. La ecuación (3.26) se puede reescribir como

$$I(x_1, y_1; \beta) = C + 4D \cdot E\cos[\Phi_0 - \beta] + \Gamma, \tag{3.28}$$

con

$$\Phi_0 = \frac{\varphi_0(x_1, y_1)}{2}, \tag{3.29}$$

$$C = D \cdot \left(\frac{2}{\mathrm{B}} + \mathrm{B} \right), \tag{3.30}$$

$$E = \cos\left\{ \frac{2\pi}{\lambda} \left[\frac{\varphi_{-1}(x_1, y_1) + \varphi_1(x_1, y_1)}{2} \right] \right\}, \tag{3.31}$$

$$\Gamma = D \cdot \mathrm{B} \cos[\varphi_0(x_1, y_1) + 2\beta], \tag{3.32}$$

$$D = \frac{A^2 a_x^2 a_y^2 \mathrm{B}}{8}, \tag{3.33}$$

donde Φ_0 es la diferencia de fase del objeto a medir, C es un termino de dc, E es la visibilidad de las franjas y Γ representa el termino de ruido indeseable [5]. Como se puede observar en la ecuación (3.28), el desplazamiento del origen de la rejilla senoidal produce un cambio de fase en los ronchigramas. Este desplazamiento se realiza vía software como en la sección anterior modificando β.

Antes de explicar el método de reducción de datos, es conveniente mencionar que el proceso de enmascaramiento no asegura que los ordenes de difracción estén separados. Algunas condiciones relacionadas con el *f-número* de la lente bajo prueba (*f/#*), la separación entre pixeles y la magnitud máxima de las aberraciones introducidas por el sistema bajo prueba deben cumplirse adicionalmente. Primero, la condición para no traslapar los ordenes de difracción, se obtiene de la formula de la red de difracción y del *f-número* del sistema óptico bajo prueba, dado por

$$f_{\#} > \frac{\Delta}{4\lambda}, \tag{3.34}$$

La configuración de la figura (3-6) puede ser utilizada también para realizar la prueba de Ronchi con cristales líquidos. Ésta simplifica la obtención de la amplitud compleja del ronchigrama porque el factor cuadrático de fase desaparece y la amplificación es unitaria.

Sin embargo, posee la desventaja que la condición para no traslapar los ordenes de difracción escrita en la ecuación (3.34) se modifica a

$$f_{\#} > \frac{\Delta}{2\lambda}, \tag{3.35}$$

es decir, solo se puede probar sistemas ópticos menos rápidos. Las restricciones impuestas por las ecuaciones (3.34) y (3.35) no son muy precisas si las aberraciones del sistema bajo prueba son demasiado grandes porque el diámetro de los ordenes de difracción aumenta con las aberraciones. Por ejemplo, si la aberración esférica fuera el error dominante, el máximo valor de la aberración transversal (*TA*) del sistema bajo prueba debe ser menor que el diámetro del disco de Airy [44]

$$TA_{\max} < 1.22\lambda f_{\#}. \tag{3.36}$$

Ahora describiremos la relación existente entre la fase y las aberraciones del frente de onda. Para ello haremos la suposición usual de que el desplazamiento lateral (s)

$$s = \frac{\lambda r Q}{2p}, \tag{3.37}$$

entre la interferencia de los frentes de onda es pequeña. Expandiendo la ecuación (3.29) en series de Taylor seleccionando el primer orden, la fase $\Phi(x_1, y_1; \beta)$ es aproximada por

$$\Phi_0(x_1, y_1) = \frac{\pi}{\lambda}\left[s\frac{\partial w(x_1, y_1)}{\partial x_1} \right] - \beta. \tag{3.38}$$

Generalizando este resultado a una rejilla senoidal orientada a un ángulo γ con respecto del eje y_1 se obtiene la expresión equivalente de la ecuación (2.9)

$$\Phi_0(x_1, y_1) = \frac{\pi}{\lambda} s\left[\frac{\partial w(x_1, y_1)}{\partial x_1}\cos\gamma - \frac{\partial w(x_1, y_1)}{\partial y_1}\sin\gamma \right] - \beta. \tag{3.39}$$

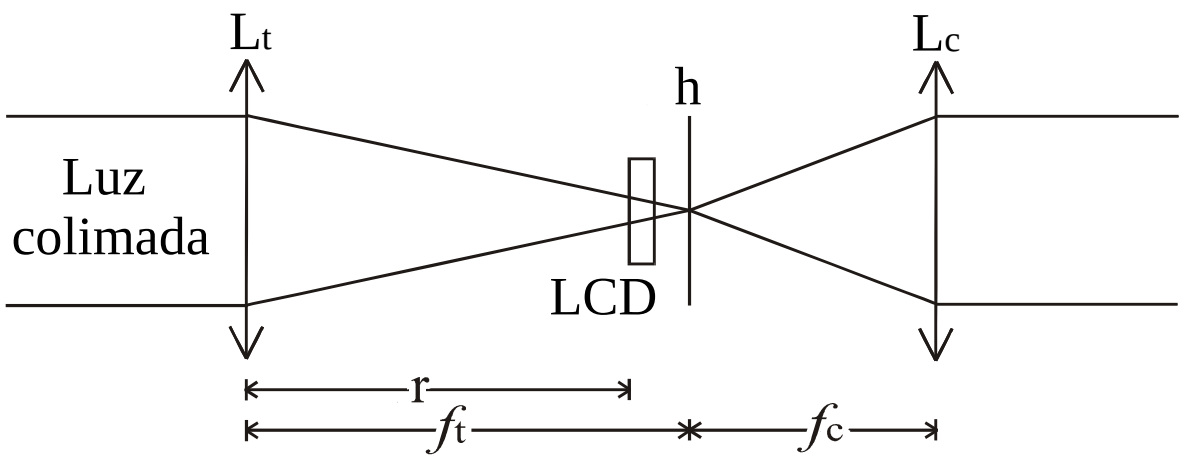


Figura 3-6 Geometría típica de la prueba de Ronchi con una lente bajo prueba.

Como se puede observar en las ecuaciones (3.21) y (3.39), el despliegue de rejillas senoidales con un desplazamiento de fase β implica un desplazamiento de la fase Φ en los ronchigramas por la misma cantidad. Así para recuperar la fase, y en consecuencia las desviaciones del frente de onda utilizaremos los algoritmos de desplazamiento de fase

De acuerdo con Hibino et al [5] para minimizar las influencias de la *K-ésima* armónica, un algoritmo con (K+1) desplazamientos de fase debiera ser utilizado. Para nuestro caso un algoritmo para K=3 fue suficiente. Así que desplegamos cuatro rejillas senoidales con $\beta = p/2$ radianes y grabamos sus respectivas intensidades, la fase fue calculada con la siguiente ecuación

$$\Phi(x_1, y_1) = arctg\left[\frac{I(x_1, y_1; 2\beta) - I(x_1, y_1; 0\beta)}{I(x_1, y_1; 3\beta) - I(x_1, y_1; 1\beta)}\right]. \tag{3.40}$$

y el procedimiento para calcular tanto $m_x(x, y)$ como $m_y(x, y)$ fue el mismo que para la rejilla binaria.

3.3.2 *Arreglo Experimental*

El arreglo óptico utilizado en este experimento se esquematiza en la figura 3-5. Como se explica en la sección (3.3.1), un haz láser de He-Ne filtrado y divergente ilumina a una lente positiva de 50mm de diámetro, *f/* 7 y separada axialmente por $2f_t$, donde el sistema óptico bajo prueba es L_t. Muy cercano al plano de convergencia, 69.85cm del vértice de la lente, se colocó la LCD (como rejilla de Ronchi). El orden central del patrón de difracción producido por la LCD fue filtrado por una máscara circular (*h*) y colimado por una segunda lente L_c. La CCD captura la luz colimada, la cual fue la imagen del ronchigrama. La señal de la cámara fue recibida por una tarjeta digitalizadora (instalada en la PC), y desplegada en el monitor de la PC. La rejilla senoidal (m_R) se generó en la misma computadora, se calibró su periodo y se desplegó en la LCD: las imágenes deformadas (ronchigramas) fueron observadas en el monitor de la computadora.

La LCD utilizada fue la KOPIN CiberDisplay™320 (ver Apéndice 1), con 0.24 pulgadas de diagonal, y 320X240 píxeles cuadrados de 15X15μm^2.

Tomando en cuenta que la frecuencia de la rejilla desplegada en el monitor de la PC no concordaba con la desplegada en la LCD, fue necesario calcular los factores de despliegue. La resolución del monitor fue de 640x480 pixeles y de la LCD de 320x240 pixeles. En primera instancia sólo un factor entero de 2 era necesario para realizar el mapeo. Por ejemplo, si la rejilla del monitor tenía 8 pixeles por periodo entonces la misma rejilla en la LCD tenía 4 pixeles por periodo. Este factor de 2 fue medido con la ayuda de un microscopio con amplificación 100x, (VZM 1000). Mediante este proceso de despliegue podríamos generar rejillas digitales con periodos por debajo de 0.2mm, que son lo

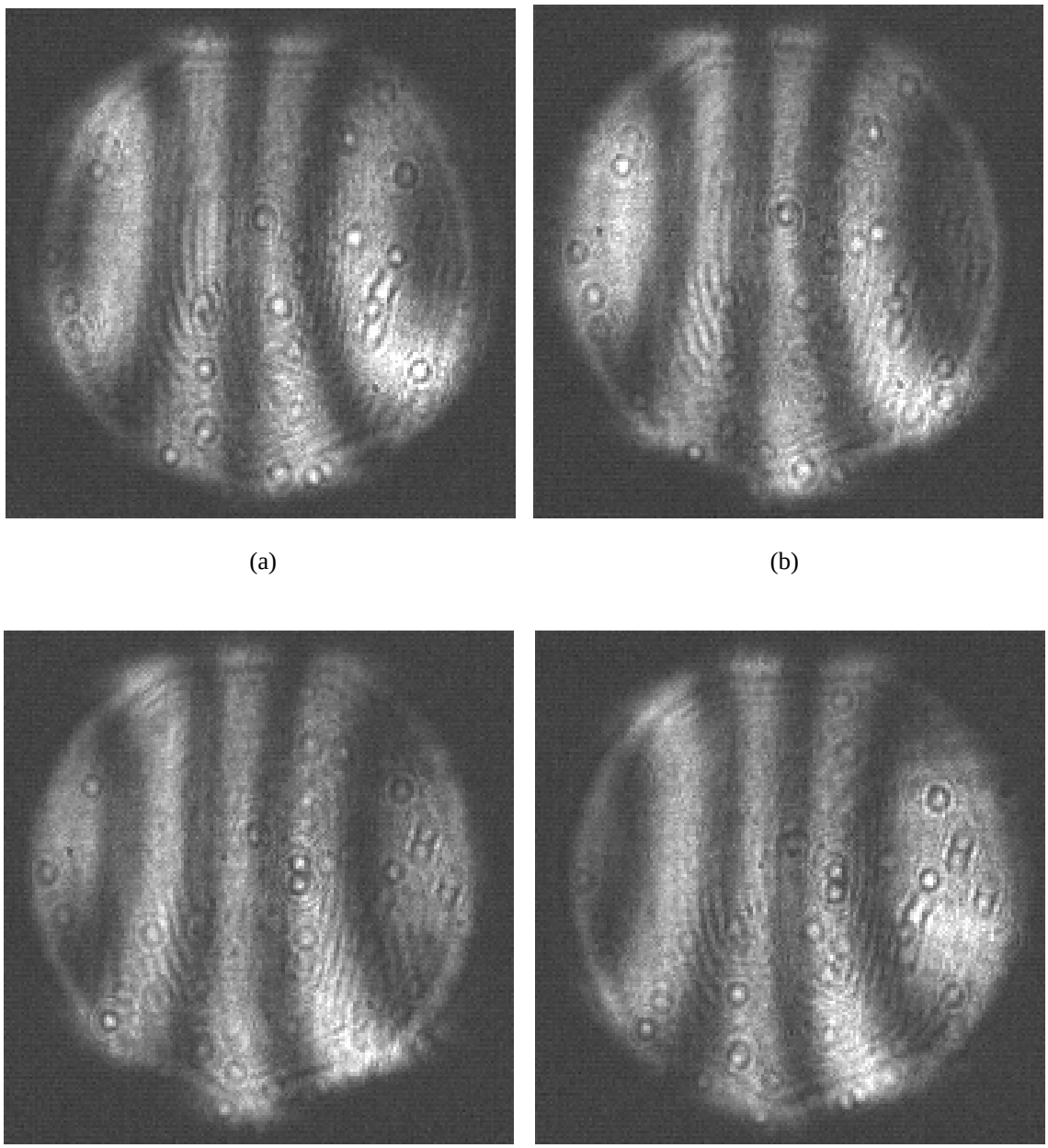
suficientemente grandes para la precisión de la prueba, como lo reportado por Hibino et al [5].

Aunque el criterio de Nyquist nos permite escribir 160 periodos verticales y 120 horizontales sobre la LCD KOPIN, en la practica solo un cuarto de estos fueron alcanzados con buen contraste de franjas.

La tarjeta digitalizadora que se utilizó fue la misma que la de la sección (3.2.2) la VFG-100 de “Imaging Tech”. Las imágenes que se obtuvieron fueron de 256X240 píxeles con 256 niveles de gris.

3.3.3 *Resultados Experimentales*

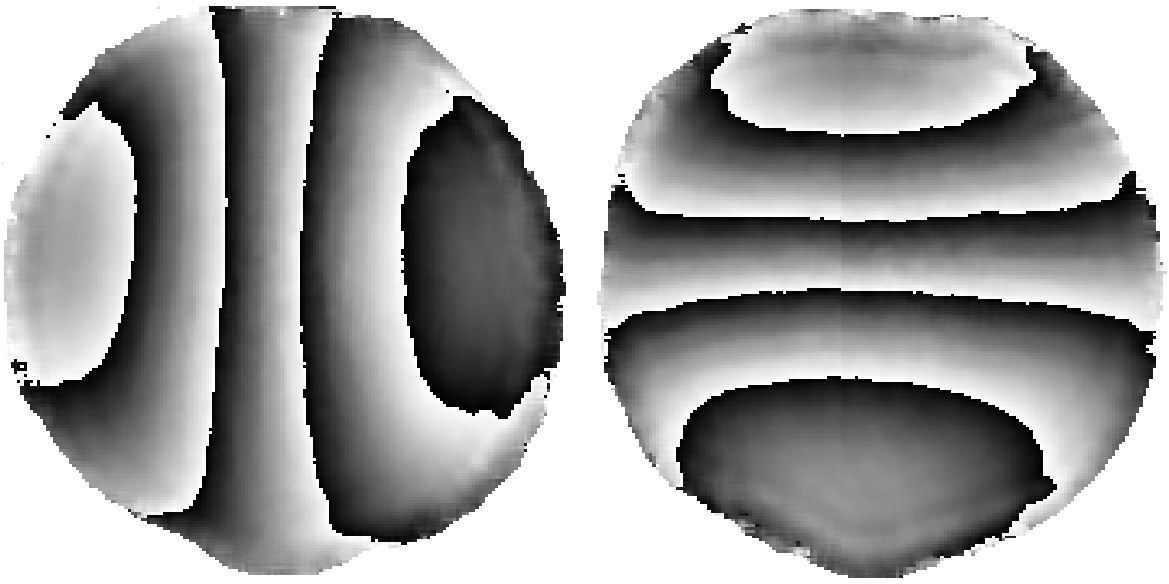
Una rejilla digital con forma senoidal (*2p=0.36 mm*) fue desplegada en la LCD. Un ronchigrama inicial (I_1) fue grabado y archivado en la computadora (ver figura 3-7). La rejilla digital fue desplazada logrando que el ronchigrama tuviera un desplazamiento en la fase dado por $\pi/2$ radianes (I_2), el mismo proceso se siguió para las dos imágenes restantes. Los cuatro ronchigramas fueron capturados, además de ser suavizados utilizando la operación de convolución con una matriz de 5x5. Enseguida se aplicó la ecuación (3.40), resultando la fase envuelta que se muestra en al figura 3-8a, que después fue desenvuelta con el método de Goldstein [14].



(a) (b)

(c) (d)

Figura 3-7 Ronchigramas obtenidos con una rejilla vertical (ronchigrama vertical). (a) $\beta = 0$, (b) $\beta = \pi/2$, (c) $\beta = \pi$, y (d) $\beta = 3\pi/2$.



(a) (b)

Figura 3-8 Fase envuelta debida a ronchigramas (a) verticales, y (b) horizontales.

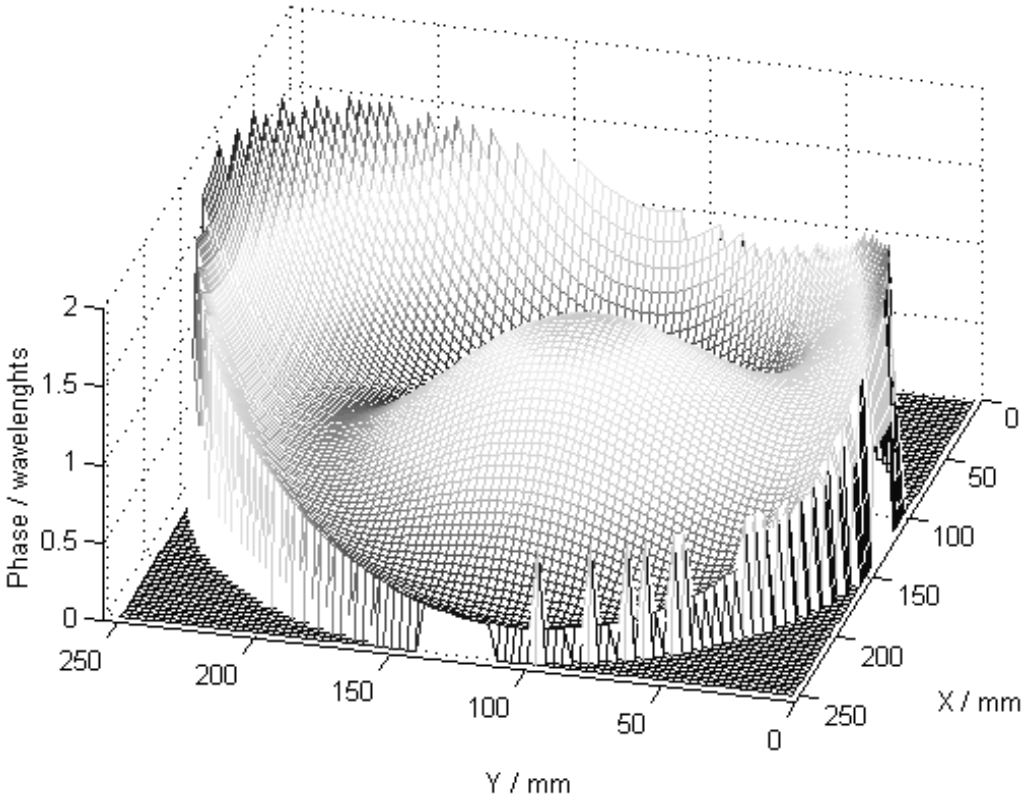
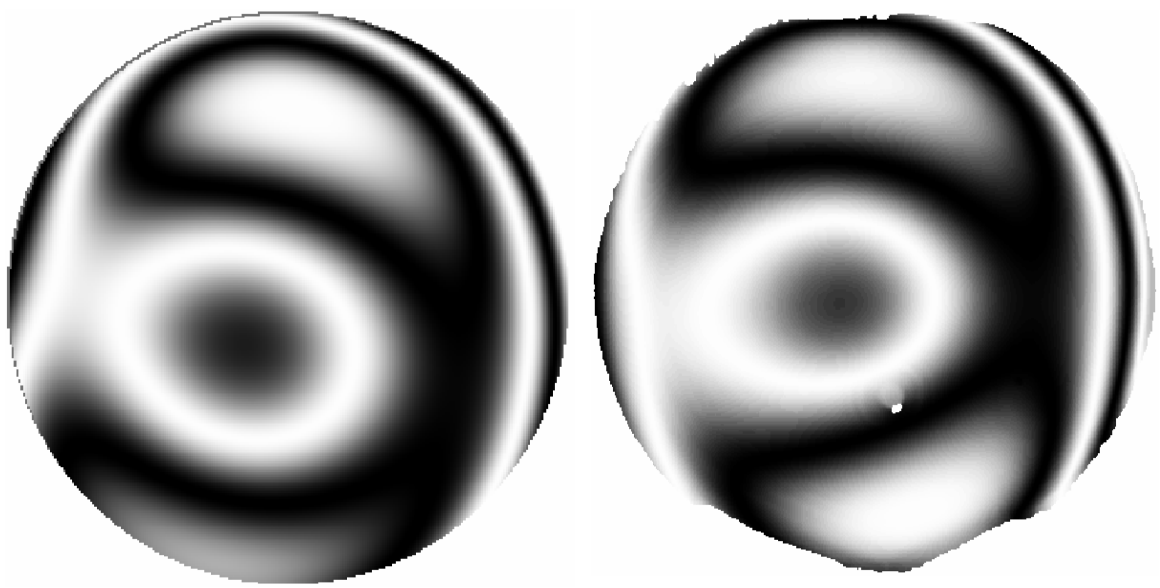


Figura 3-9 Integración de las fases desenvueltas de las figuras (3-8a) y (3-8b).



(a) (b)

Figura 3-10 Representación en franjas de las aberraciones del frente de onda de la lente bajo prueba (a) Mediante la integración de las fases desenvueltas de las figuras (3-8a) y (3-8b), después de remover tilt y defoco. (b) Obtenida con un interferómetro comercial tipo Fizeau.

Un procedimiento similar se utilizó para obtener las franjas horizontales. La fase envuelta horizontal se muestra en la figura 3-8b. Las aberraciones de la lente bajo prueba con respecto a su mejor esfera fueron calculadas mediante la integración de sus correspondientes fases desenvueltas (ver sección 3.2.1) [42], obteniendo desviaciones de 2.0361λ y 0.3786λ de pico a valle y RMS respectivamente. En la figura 3-9 se pueden observar las fases integradas. A fin de evaluar el método propuesto, el mismo elemento óptico se probó con un interferómetro comercial de tipo Fizeau, encontrando desviaciones de 1.99λ y 0.3831λ de pico a valle y RMS respectivamente. A fin de comparar visualmente ambos resultados, sus aberraciones se representaron digitalmente como interferogramas; es decir estos fueron convertidos en franjas digitalmente. Las figuras 3-10a y 3-10b son la representación interferométrica de los resultados obtenidos con Ronchi y con Fizeau

respectivamente [45]. Se pude observar que la posición de la lente de prueba se giró un poco entre prueba y prueba. Es apropiado mencionar que aunque el resultado numéricamente fue muy bueno, el procedimiento de integración utilizado en esta prueba puede influir otras formas de frente de onda, por ejemplo, suavizado de bordes; mejoras en esta dirección pueden traer como resultado una mayor exactitud.

3.4 Conclusiones

Se describió un método para mejorar la Prueba de Ronchi utilizando una rejilla de Ronchi digital y técnicas de desplazamiento de fase. La pantalla de Cristal Líquido se utilizó como rejilla y como dispositivo de desplazamiento. Los resultados experimentales fueron comparados con simulaciones por computadora (*para la prueba de Ronchi en Reflexión*) y contra un interferómetro comercial del tipo Fizeau (*para la prueba de Ronchi en Transmisión*). En el primer caso los resultados numéricos fueron aproximados pero no se hizo una comparación rigurosa, sin embargo, nos permitió probar la viabilidad de realizar la prueba de Ronchi con rejillas digitales. En el segundo caso los resultados fueron excelentes ya que logramos obtener resultados prácticamente iguales a los obtenidos con un interferómetro comercial.

Las aberraciones del frente de onda obtenidas con la LCD KOPIN y con el interferómetro Fizeau muestran diferencias del orden de $\lambda/200$ en RMS. Si tomamos en cuenta que la esfera de referencia utilizada en el interferómetro poseía una calidad de $\lambda/10$ en PV y de $\lambda/100$ en RMS, podemos decir que prácticamente se obtuvo el mismo resultado.

La ventaja de utilizar rejillas digitales de mayor frecuencia es que se tiene mayor precisión. La desventaja es que la pixelización origina fenómenos indeseables de difracción,

los cuales se pueden resolver pero la prueba queda sujeta a condiciones dadas por el *f/#* del sistema bajo prueba, como lo indican las ecuaciones (3.34) y (3.35). La ecuación (3.34) indica la ventaja de poder probar sistemas con un *f/#* del orden de la mitad que cuando se utiliza la configuración para la ecuación (3.35), pero tiene como desventaja de tener un sistema óptico con el doble de longitud.

Debemos hacer notar que probamos particularmente la calidad de una lente convergente. Sin embargo, este procedimiento puede ser utilizado para probar objetos de fase. El procedimiento es muy similar: se coloca una lente de buena calidad como objeto de prueba y en su trayectoria se interpone el objeto de fase. Los ronchigramas representarán ahora desviaciones debidas al objeto de fase y no a la lente. Esto para cualesquiera de las dos configuraciones que presentamos.

Como expresamos a lo largo de este trabajo, se utilizaron rejillas digitales en la prueba de Ronchi, pero éstas fueran de amplitud. Realizamos algunos intentos para realizar la prueba con rejillas de fase, pero nos encontramos con el problema de la calibración, mismo que no logramos resolver en su totalidad. De esta manera explicamos en el apéndice D algunos métodos para su calibración.

CAPÍTULO IV

CONCLUSIONES GENERALES

Se describió un método para mejorar la Prueba de Ronchi utilizando una rejilla de Ronchi digital y técnicas de desplazamiento de fase. La pantalla de Cristal Líquido se utilizó como rejilla y como dispositivo de desplazamiento. Los resultados experimentales fueron comparados con simulaciones por computadora (*para la prueba de Ronchi en Reflexión*) y contra un interferómetro comercial del tipo Fizeau (*para la prueba de Ronchi en Transmisión*). En el primer caso los resultados numéricos fueron aproximados pero no se hizo una comparación rigurosa, sin embargo, nos permitió probar la viabilidad de realizar la prueba de Ronchi con rejillas digitales. En el segundo caso los resultados fueron excelentes ya que logramos obtener resultados prácticamente iguales a los obtenidos con un interferómetro comercial. Las aberraciones del frente de onda obtenidas con la LCD KOPIN y con el interferómetro Fizeau muestran diferencias del orden de $\lambda/200$ en RMS. Si tomamos en cuenta que la esfera de referencia utilizada en el interferómetro poseía una

calidad de $\lambda/10$ en PV y de $\lambda/100$ en RMS, podemos decir que prácticamente se obtuvo el mismo resultado.

La ventaja de utilizar rejillas digitales de mayor frecuencia es que se tiene mayor precisión. La desventaja es que la pixelización origina fenómenos indeseables de difracción, los cuales se pueden resolver pero la prueba queda sujeta a condiciones dadas por el *f/#* del sistema bajo prueba, como lo indican las ecuaciones (3.34) y (3.35). La ecuación (3.34) indica la ventaja de poder probar sistemas con un *f/#* del orden de la mitad que cuando se utiliza la configuración para la ecuación (3.35), pero tiene como desventaja el tener un sistema óptico con el doble de longitud.

Debemos hacer notar que probamos particularmente la calidad de una lente convergente. Sin embargo, este procedimiento puede ser utilizado para probar objetos de fase. El procedimiento es muy similar: se coloca una lente de buena calidad como objeto de prueba y en su trayectoria se interpone el objeto de fase. Los ronchigramas representarán ahora desviaciones debidas al objeto de fase y no a la lente. Esto para cualesquiera de las dos configuraciones que presentamos.

Como expresamos a lo largo de este trabajo, se utilizaron rejillas digitales en la prueba de Ronchi, pero éstas fueran de amplitud. Realizamos algunos intentos para realizar la prueba con rejillas de fase, pero nos encontramos con el problema de la calibración, mismo que no logramos resolver en su totalidad. De esta manera explicamos en el apéndice D algunos métodos para su calibración.

APÉNDICES

A LAS LCDs UTILIZADAS EN LA TESIS

En esta tesis se manejan dos tipos de LCDs, la primera es una LCD que se utiliza en la elaboración de Televisores portátiles de la marca Casio, y la segunda es una pantalla de Cristal Líquido de la marca KOPIN. Existen varias diferencias entre estos dos tipos de LCDs, entre los cuales se encuentran el color, tamaño, tipo de pixel, etc.

A.1 Televisión Casio JY-70 (modelo b)

La Casio JY-70 es una TV a color portátil con pantalla de Cristal Líquido (ver figura A-1). La JY-70 cuenta con las siguientes características [46], [47]:

- Pantalla de cristal líquido en color de alta resolución (tipo Ti-STN)
- Sistema de excitación: Matriz pasiva
- Tamaño de la pantalla activa: 2.3” de diagonal

- Píxel RGB (del mismo tamaño los tres colores)
- Resolución: 120(H) X 110(V), 39600pixeles
- Tamaño del píxel: 374.65μm (H) X 300.99μm (V), ver figura A-2a.
- Tamaño de un solo color del píxel: 110.49μm (H) X 300.99μm (V), ver figura A-2b
- Modelo b (sintonía NTSC)
- Recepción: VHF/CH2-CH13, UHF/CH14-CH69
- TV a color
- Control de brillo
- Entrada para alimentación a $6V_{DC}$
- Entrada para audífono
- Entrada para Audio / vídeo
- Antena de correa
- Alimentación opcional por $6V_{DC}$ ó 4 baterías “AA”
- Vida de las baterías: 3.5 horas
- Sonido Monofónico
- Consumo: 3.6W
- Dimensiones de la TV: 126X39X78mm
- Peso: 220g (excluyendo pilas)

En la entrada de vídeo de la TV JY-70 se utilizó señal con una resolución de 256X256 pixeles que es diferente a la resolución de la LCD, por lo cual se vio en la necesidad de caracterizar la salida de video de la LCD, esto es, realizar un protocolo de comunicación para tener congruencia entre lo que entra a la LCD y lo que despliega ésta misma. En la

figura A-3 pueden observarse las coordenadas en los pixeles de las esquinas de la LCD y su correspondencia con las coordenadas de la señal de video de entrada. Por lo cual, se puede concluir que mientras corre un pixel (en dirección vertical) en la señal de vídeo, en la LCD corre $2/3$ de pixel, como corre en función de una fracción entonces en ocasiones un pixel en la señal de vídeo se puede desplegar como dos pixeles en la LCD (ver figura A-4a). Para la dirección horizontal el vídeo corre uno a uno con respecto a la señal de entrada, pero como los renglones se encuentran desfasados (ver figura A-2), entonces lo que en la señal de entrada seria un pixel en la LCD se observaría como un pixel (para renglones pares) y dos pixeles (para renglones impares) o viceversa, esto se puede observar más claramente en la figura A-4b).

Por lo tanto se debe de cuidar el tipo y forma de señal que entra en la LCD, para poder observar en está lo que nosotros deseamos.

A.2 Pantalla de Cristal Líquido KOPIN CyberDisplay™ 320

La KOPIN CyberDisplay™ 320 es una pantalla de cristal líquido muy pequeña con una alta resolución (ver figura A-5a y A-5b), en la figura A-5c se puede observar el kit completo de la CyberDisplay™ 320. Las características de la LCD KOPIN son las siguientes [48], [49], [50]:

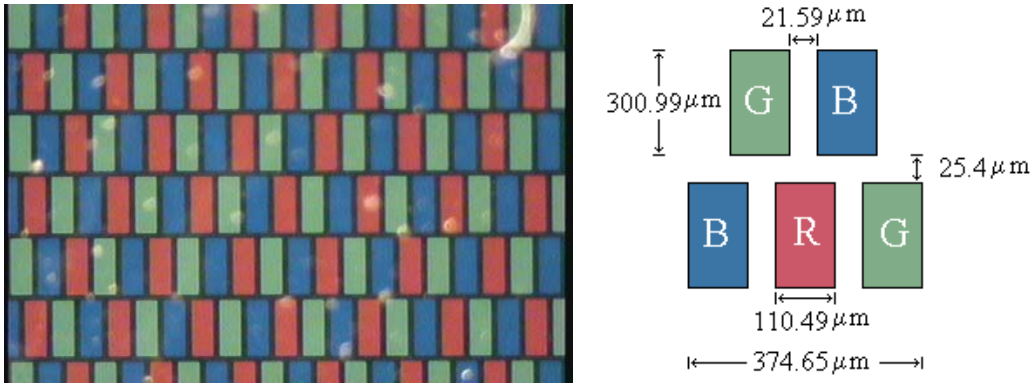
- Resolución: 320(H) X 240(V), 76800pixeles
- Área Activa: 4.8mm X 3.6mm (0.24” de diagonal)
- Tamaño del píxel: 15μm (H) X 15μm (V)
- Tipo de pantalla: Pantalla de cristal líquido de matriz activa monocromática (AMLCD de sus siglas en ingles Active Matriz LCD)

- Modo de la Pantalla: Twisted nematic (TN)
- Control de brillo y contraste
- Radio de contraste: 80:1
- Escala de niveles de grises: arriba de 256 niveles de gris continuos
- Interfase: Digital/analógica
- Movimiento de la imagen en las cuatro direcciones (←, ↑, → y ↓)
- Consumo: 8mW
- Alimentación: $18V_{DC}$ a 500mW
- Velocidad de respuesta: 72 cuadros por segundo.
- LCD a blanco y negro
- Entrada VGA (640 X 480)

Como se mencionó en las características, la entrada de la LCD KOPIN es VGA, pero despliega VGA/2 (320 X 240 pixeles). Por lo cual la calibración de está LCD es muy sencilla, puesto que lo que se observa en dos pixeles en el monitor de la PC, es observado en un solo pixel (esto es igual para las direcciones vertical y horizontal, ver figura A-6).

Se debe tener mucho cuidado al maniobrar la electrónica de está LCD, ya que es muy sensible a cargas electrostáticas.

Figura A-1 Fotografía de la TV CASIO JY-70 (a) entera, y (b) la LCD.



(a) (b)

Figura A-2 LCD de la TV CASIO JY-70, (a) Zoom de los pixeles, (b) dimensiones.

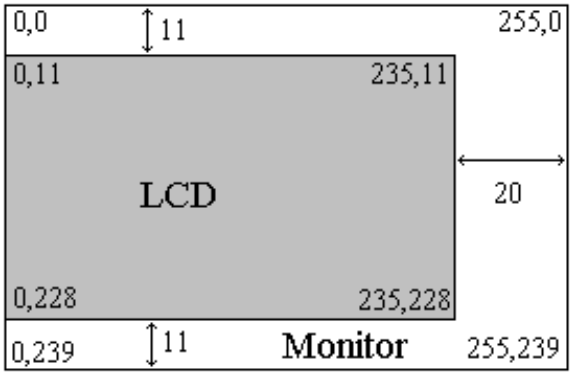


Figura A-3 Comparación entre el despliegue de video de un monitor normal al despliegue en la TV CASIO JY-70 (dimensiones en pixeles).

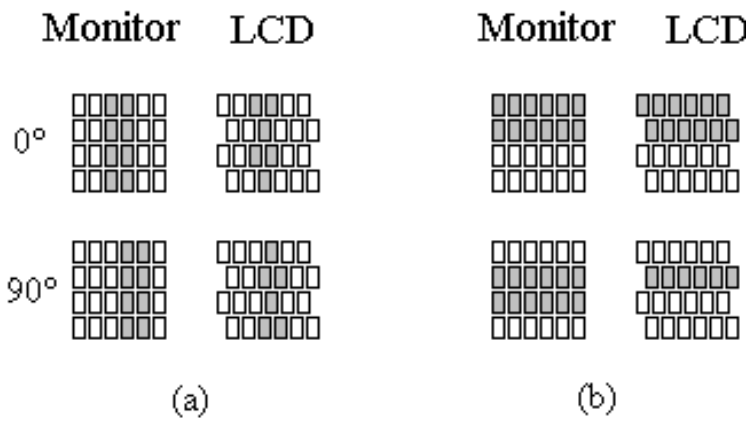


Figura A-4 Como corre el video en la LCD CASIO con respecto a la señal de entrada, esto al realizar el desplazamiento de fase, (a) vertical y (b) horizontal.

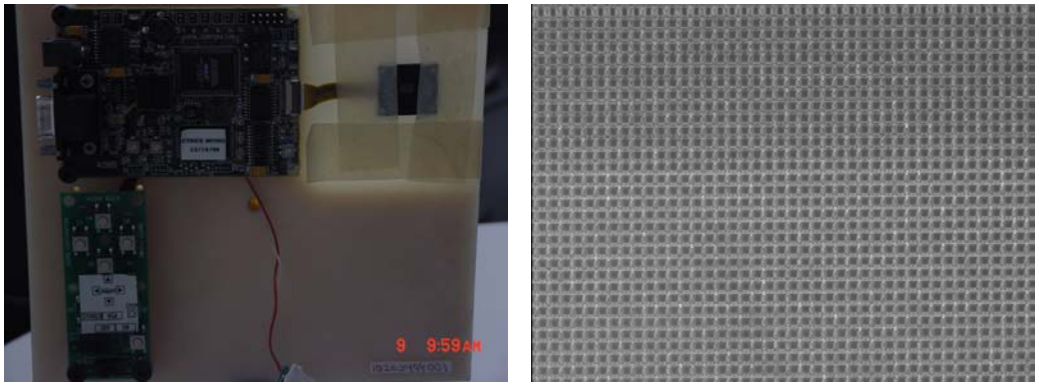


Figura A-5 LCD KOPIN CyberDisplay^{TM} 320, (a) Kit y (b) pixeles de la LCD.

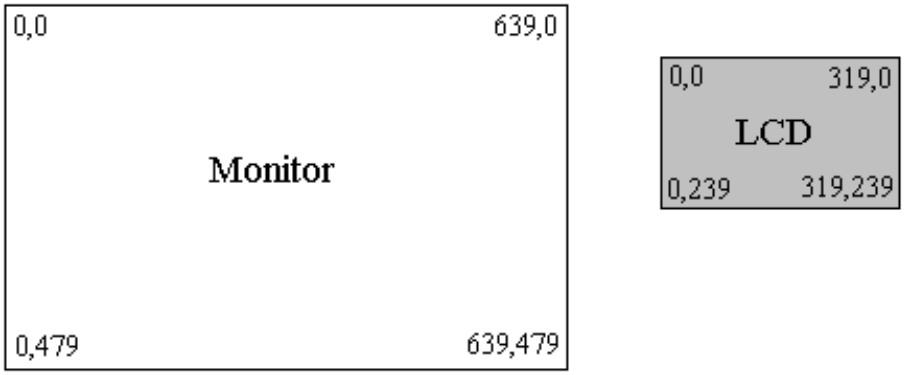


Figura A-6 Comparación entre el despliegue de video de un monitor VGA y la LCD KOPIN (dimensiones en pixeles).

B VECTORES Y MATRICES DE JONES [54], [55], [56].

En 1941 el físico americano R. Clark Jones desarrolló una representación matemática para describir la luz polarizada, esto es utilizó el vector eléctrico para representar un haz de luz en forma de vector como se muestra en la ecuación (B.1) [10], [22], [51].

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \end{bmatrix}, \tag{B.1}$$

donde **E**, $E_x(t)$ y $E_y(t)$ son el vector eléctrico y las componentes escalares instantáneas de **E** horizontal y vertical respectivamente. Las componentes instantáneas pueden ser divididas en dos elementos, uno de amplitud (E_{0x} o E_{0y}) y otro de fase ($\exp[j\varphi_x]$ o $\exp[j\varphi_y]$), por lo que la ecuación (B.1) se puede reescribir como

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_{0x} \exp(j\varphi_x) \\ E_{0y} \exp(j\varphi_y) \end{bmatrix}, \tag{B.2}$$

donde φ_x y φ_y representa la fase del vector eléctrico tanto horizontal como verticalmente. Por lo tanto se puede considerar a la ecuación (B.2) como el vector completo de Jones (o la forma general del vector). En la mayoría de los estado de polarización las amplitudes y las fases se puedan despejar del vector, esto da la pauta a simplificar los vectores de Jones para poder normalizarlos, en la tabla B-1 se mencionan varios de estos vectores.

Hasta ahora solo tenemos el comportamiento de la luz de forma polarizada expresado matemáticamente como un vector de Jones. Para poder expresar matemáticamente un elemento óptico es necesario incorporar una matriz de 2x2, ya que un vector eléctrico incidente $\mathbf{E}_i$ al pasar a través de un elemento óptico se transforma en un vector eléctrico

transmitido $\mathbf{E}_t$, por lo que, para obtener esté vector transmitido es necesario multiplicar la matriz $\mathtt{M}$ por el vector $\mathbf{E}_i$.

$$\mathbf{E}_t = \mathtt{M}\,\mathbf{E}_i, \tag{B.3}$$

donde $\mathtt{M}$ es la matriz de transformación del elemento óptico en cuestión, y está dada por

$$\mathtt{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}, \tag{B.4}$$

insertando los valores de las ecuaciones (B.1) y (B.4) en la ecuación (B.3) se obtiene lo siguiente

$$\begin{bmatrix} E_{tx}(t) \\ E_{ty}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{ix}(t) \\ E_{iy}(t) \end{bmatrix}, \tag{B.5}$$

que al desarrollar la ecuación (B.5) se obtiene el siguiente par de ecuaciones [52]

$$E_{tx}(t) = m_{11}E_{ix} + m_{12}E_{iy}, \tag{B.6}$$

$$E_{ty}(t) = m_{21}E_{ix} + m_{22}E_{iy}. \tag{B.7}$$

donde los elementos de la matriz $\mathtt{M}$ indican los efectos de polarización de un dispositivo óptico lineal. En la tabla B-2 se pueden observar varias matrices normalizadas de elementos ópticos lineales.

Para realizar este mismo desarrollo matricial en un sistema óptico con mayor número de elementos, hay que tomar en cuenta que el último elemento de ecuación (B.3) debe ser un vector para obtener un vector de polarización de salida. En caso de que se tengan solo matrices, a la salida se obtendrá una matriz de un elemento óptico.

Es importante recordar que los cálculos de Jones (matrices y vectores) solo son aplicables a luz totalmente polarizada. Para luz parcialmente polarizada se pueden utilizar

los parámetros de Stokes (como vectores) y las matrices de Muller para complementar el tratamiento de Stokes [53].

Estado de polarización	**Vector de Jones**
Polarizador lineal horizontal	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
Polarizador lineal vertical	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
Polarizador lineal a +45 grados	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
Polarizador lineal a -45 grados	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
Polarizador circular derecha	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix}$
Polarizador circular izquierda	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix}$

Tabla B-1. Vectores de Jones normalizados para algunos estados de polarización [54], [55], [56].

Elemento óptico lineal	Matriz de Jones
Polarizador lineal horizontal	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
Polarizador lineal vertical	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
Polarizador lineal a +45 grados	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$
Polarizador lineal a -45 grados	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$
Polarizador homogéneo circular derecha	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & j \\ -j & 1 \end{bmatrix}$
Polarizador homogéneo circular izquierda	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -j \\ j & 1 \end{bmatrix}$
Lámina de cuarto de onda con eje rápido vertical	$\exp\left(j\frac{\pi}{4}\right)\cdot\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -j \end{bmatrix}$
Lámina de cuarto de onda con eje rápido horizontal	$\exp\left(j\frac{\pi}{4}\right)\cdot\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & j \end{bmatrix}$
Retardador lineal homogéneo (ideal) con retardancia δ = 180°, con eje rápido azimutal ρ = 0 ó 90°.	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
Retardador lineal homogéneo (ideal) con retardancia δ = 180°, con eje rápido azimutal ρ = ±45°.	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
Retardador lineal homogéneo (ideal) con retardancia δ = 360°, con cualquier eje rápido azimutal ρ.	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Tabla B-2. Matrices de Jones normalizadas para algunos elementos ópticos lineales [54], [57].

C MODELO FÍSICO DE LA PRUEBA DE RONCHI EN UN SISTEMA DE CONJUGADOS FINITOS

Para poder probar un elemento óptico en un sistema de conjugados finitos 1:1 como el que se esquematiza en la figura C-1, es necesario hacer algunas consideraciones para encontrar la amplitud compleja difractada por la rejilla de Ronchi $U(x_r, y_r)$.

Un frente de onda esférico divergente proveniente de una fuente puntual situada en la posición (ξ, η) a una distancia *2ft* de un plano de referencia (x_0, y_0) se expresa como [58],

$$U_l(x_0, y_0) = \frac{1}{i\lambda 2 f_t} \exp\left\{ i \frac{\pi}{\lambda 2 f_t} \left[(x_0 - \xi)^2 + (y_0 - \eta)^2 \right] \right\}, \tag{C.1}$$

y al pasar la lente

$$U_l^{'}(x_0, y_0) = U_l(x_0, y_0) F_0(x_0, y_0) \exp\left[-i \frac{\pi}{\lambda f_t} \left(x_0^2 + y_0^2 \right) \right]. \tag{C.2}$$

Usamos ahora la teoría de difracción de Fresnel [59] para propagar la onda esférica a una distancia *r* de la lente

$$H(x_r, y_r; \xi, \eta) = \frac{1}{i\lambda 2 f_t} \iint_{-\infty}^{\infty} U_l(x_0, y_0) \exp\left\{ i \frac{\pi}{\lambda 2 f_t} \left[(x_r - x_0)^2 + (y_r - y_0)^2 \right] \right\} dx_0 dy_0, \tag{C.3}$$

donde $H(x_r, y_r; \xi, \eta)$ es la amplitud del campo producida en el plano (x_r, y_r) por la fuente puntual del plano (ξ, η). Tomando en cuenta que $r \approx 2 f_t$, al sustituir las ecuaciones (C.1) y (C.2) en (C.3) se tiene

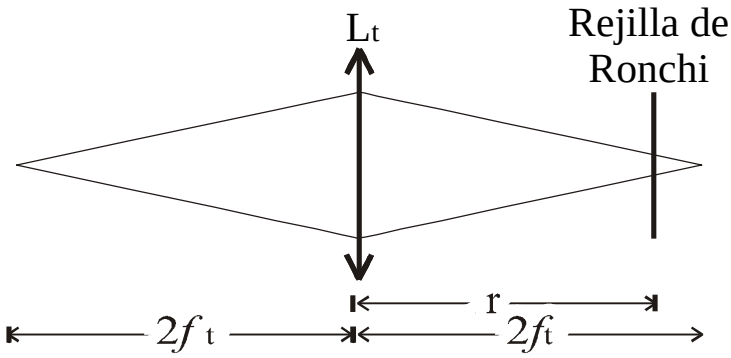


Figura C-1 Sistema óptico a conjugados finitos 1:1.

$$H(x_r, y_r; \xi, \eta) = \frac{-1}{\lambda^2 r^2} \exp\left[i \frac{\pi}{\lambda r} \left(x_r^2 + y_r^2 \right) \right] \exp\left[i \frac{\pi}{\lambda r} \left(\xi^2 + \eta^2 \right) \right] \cdot$$
$$\cdot \iint_{-\infty}^{\infty} F_0(x_0, y_0) \exp\left\{ -i \frac{2\pi}{\lambda r} \left[(\xi + x_r) x_0 + (\eta + y_r) y_0 \right] \right\} dx_0 dy_0, \tag{C.4}$$

ya que la fuente de iluminación es puntual, podemos suponerla sobre el eje óptico de la lente, esto es ξ=0, y η=0, por lo tanto, la imagen de la fuente puntual en el plano (x_r, y_r) estará centrada también en (x_r=0, y_r=0). Sustituyendo estos valores en la ecuación (C.4) se obtiene

$$H(x_r, y_r; \xi, \eta) = \frac{-1}{\lambda^2 r^2} \iint_{-\infty}^{\infty} F_0(x_0, y_0) \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda r} \left(x_r x_0 + y_r y_0 \right) \right] dx_0 dy_0 \tag{C.5}$$

Comparando las ecuaciones (C.5) y (2.11) se puede observar que solo difieren por un valor constante $\frac{-1}{\lambda^2 r^2}$ por lo tanto, la amplitud compleja $U(x_r, y_r)$ para un sistema óptico a conjugados finitos está dada por

$$U(x_r, y_r) = \frac{-1}{\lambda^2 r^2} \iint_{-\infty}^{\infty} F_0(x_0, y_0) \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda r} \left(x_r x_0 + y_r y_0 \right) \right] dx_0 dy_0, \tag{C.6}$$

D CALIBRACIÓN DE CRISTALES LÍQUIDOS

D.1 Reseña histórica de la calibración

A lo largo de los años diversos equipos de trabajo alrededor del mundo han tratado de calibrar las LCDs, ésto con muy poco éxito pues la fabricación de éstas no es homogénea aún para el mismo modelo de LCD.

En 1974 Berreman [60] describe un método numérico con el cual puede medir el twist de una celda de cristal líquido al provocar una diferencia de potencial entre ambas caras del cristal líquido. A principios de los 90's Lu y Saleh obtienen resultados experimentales con los cuales verifican sus expresiones para las amplitudes complejas de la transmitancia [61] y la reflectancia [62] en una TV de cristal líquido (LCTV) y una válvula de cristal líquido respectivamente. En el '93 Paul-Hus y Sheng [63] utilizan una LCTV en un correlador óptico para encontrar un filtro solo de fase (POF, de sus siglas en inglés *Phse-Only Filter*). En el '94 Soutar et al [64] realizan mediciones de la transmitancia compleja en una LCTV, además de reportar mediciones de respuesta en tiempo para los movimientos de las moléculas de la LCTV con respecto a los cambios en la señal de video. En este mismo año Soutar y Lu [65] presentan un procedimiento experimental para determinar las propiedades físicas de un Twisted-nematic LCD (TNLCD), cinco años más tarde Davis et al [66] encontrarían ambigüedades a dicho método. En el '95 Yamauchi y Eiju [67] determinan la matriz de Jones para una TNLCD y encuentran los ángulos óptimos del analizador y el polarizador de la misma TNLCD. En el '96 Coy et al [68] proponen un nuevo modelo

tomando en cuenta efectos adicionales de la birrefringencia como resultado de los efectos de los píxeles de la LCTV. En el mismo año Neto et al [69] desarrollaron técnicas experimentales para determinar los parámetros de una LCTV. En el ’98 Davis et al [70] derivan teóricamente expresiones para los eigenvalores y eigenestados de una TNLCD como funciones de los ángulos de twisted y la birrefringencia. Además Moreno et al [71] obtienen resultados experimentales de la transmisión y el desplazamiento de fase para la polarización de los eigenvectores. Por medio del fenómeno de difracción en el ’99 Davis et al [72] reportaron una sencilla técnica para determinar la orientación del eje extraordinario de la entrada de una TNLCD. Además de obtener un efecto inesperado al aplicar voltaje entre las caras de la LCSLM, observando cambios en la intensidad de la luz transmitida [73]. Al siguiente año, se realizaron mediciones de retardos de fase para los eigenvectores para una TNLCSLM por Yamauchi et al [74]. También Márquez et al [75] presentan un modelo más exacto para obtener las propiedades ópticas de un TNLCD, ellos toman en cuenta los bordes de los píxeles para realizar su análisis. En el 2001 Davis et al [76] y Fernández-Pousa et al [77] utilizan la LCD como rejilla de difracción para encontrar los estados de polarización de los ordenes de difracción. En el 2002 Nicolás y Davis [78] demostraron que una TNLCD puede actuar como una placa de onda programable.

D.2 Métodos de calibración reportados

Para calibrar una TN-LCD, se necesita calcular los valores de la birrefringencia (β), el ángulo total de twisted (α) y el ángulo al que se encuentra el director molecular (ψ_D) de la LCD. A través de la historia de los cristales líquidos se han realizado muchos intentos por encontrar estos tres parámetros.

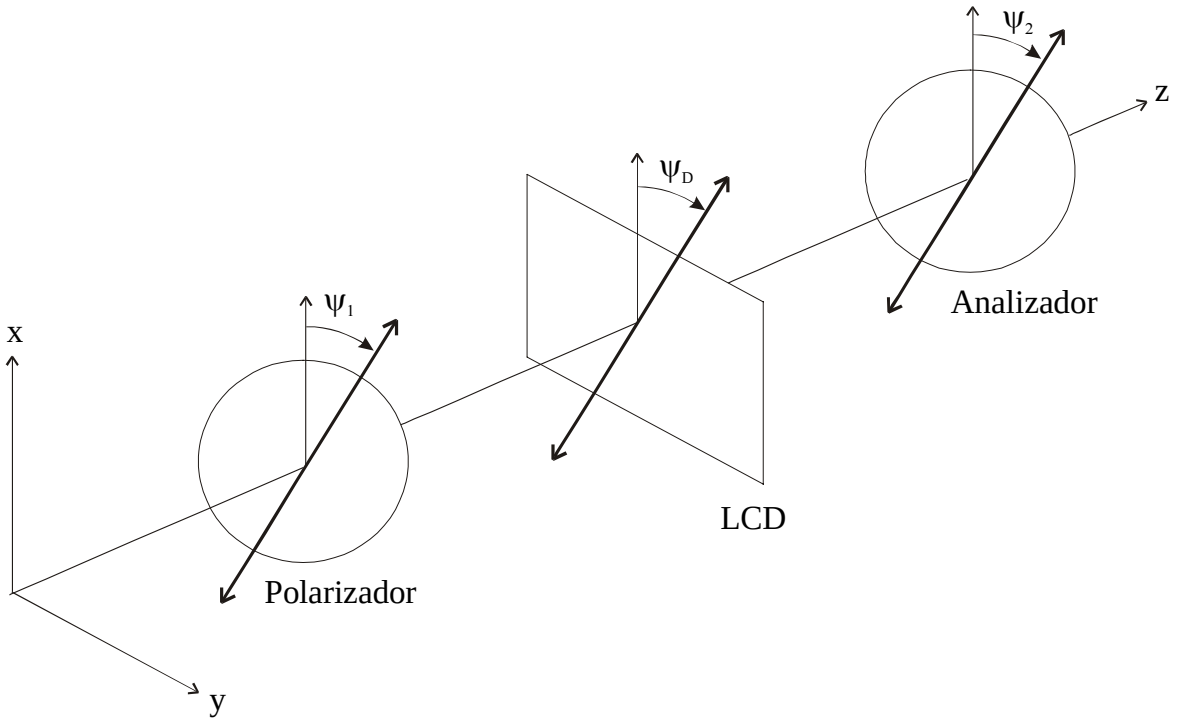


Figura D-1 Diagrama esquemático para el sistema polarizador, LCD y analizador.

Cuando se utiliza una LCD, por lo general está colocada entre dos polarizadores, estos son comúnmente denominados polarizador y analizador. El modelo matemático que utilizan se describe a continuación (ver figura D-1)

$$E_{out} = P_0 R(\psi_2) R(-\alpha) LCD(\alpha,\beta) R(\psi_1) E_{in} \qquad \text{(D.1)}$$

donde R es una matriz de rotación como la mostrada en la ecuación (1.6), P_0 es un polarizador lineal paralelo al eje x (ver tabla B-2), E_{in} y E_{out} son los vectores de entrada y salida del sistema óptico respectivamente, ψ_1 y ψ_2 son los ángulos que existen entre los ejes del polarizador y el analizador hacia el director molecular respectivamente, y la matriz utilizada para describir el efecto del twisted nematic en la *LCD* es

$$LCD(\alpha,\beta)=\begin{bmatrix}\cos(\gamma)-i\left(\frac{\beta}{\gamma}\right)\mathrm{sen}(\gamma) & \left(\frac{\alpha}{\gamma}\right)\mathrm{sen}(\gamma)\\ -\left(\frac{\alpha}{\gamma}\right)\mathrm{sen}(\gamma) & \cos(\gamma)+i\left(\frac{\beta}{\gamma}\right)\mathrm{sen}(\gamma)\end{bmatrix}, \tag{D.2}$$

con $\gamma = [(\alpha)^2 + (\beta)^2]^{1/2}$. Por lo tanto, se toma en cuenta la ecuación (D.1), para obtener la intensidad de la transmitancia (T) de la LCD [65], [69]

$$\begin{aligned} T &= E_{out}\cdot E_{out}^{*} = \\ &= \wp\left[\cos(\alpha+\psi_1-\psi_2)\cos(\gamma)+\left(\frac{\alpha}{\gamma}\right)\mathrm{sen}(\alpha+\psi_1-\psi_2)\mathrm{sen}(\gamma)\right]^2 + \\ &\quad + \wp\left[\left(\frac{\beta}{\gamma}\right)\mathrm{sen}(\gamma)\cos(\alpha-\psi_1-\psi_2+2\psi_D)\right]^2 \end{aligned} \tag{D.3}$$

donde $\wp$ es un factor de escala.

De las ecuaciones (D.1) y (D.3) se puede observar que la transmitancia es dependiente de las posiciones del polarizador y el analizador (ψ_1 y ψ_2). Tomando en cuenta que el ángulo del director molecular en la cara de entrada es $\psi_D = \theta_1 + \psi_1$. Si se colocan el polarizador y el analizador perpendiculares, esto es $\psi_1 + \psi_2 = 90°$, se tiene una transmitancia perpendicular

$$T_{\perp} = \wp\left\{\left[\mathrm{sen}(\alpha)\cos(\gamma)-\left(\frac{\alpha}{\gamma}\right)\cos(\alpha)\mathrm{sen}(\gamma)\right]^2+\left[\left(\frac{\beta}{\gamma}\right)\mathrm{sen}(\gamma)\mathrm{sen}(\alpha+2\psi_D-2\theta_1)\right]^2\right\}. \tag{D.4}$$

Ahora, si se colocan el polarizador y el analizador paralelos, esto es $\psi_1 + \psi_2 = 0°$, la transmitancia paralela será

$$T_{\mathrm{II}} = \wp\left\{\left[\cos(\alpha)\cos(\gamma)+\left(\frac{\alpha}{\gamma}\right)\mathrm{sen}(\alpha)\mathrm{sen}(\gamma)\right]^2+\left[\left(\frac{\beta}{\gamma}\right)\mathrm{sen}(\gamma)\cos(\alpha+2\psi_D-2\theta_1)\right]^2\right\}, \tag{4.5}$$

donde θ_1 es el ángulo entre el eje x (origen) y el eje del polarizador [65]. A continuación se describen algunos de los métodos más usuales para calibrar LCDs.

D.2.1 *Método publicado por Soutar y Lu* [65]

Soutar y Lu [65] siguen los siguientes pasos para calibrar una LCD:

1. Colocan el polarizador paralelo al analizador.
2. Giran el polarizador y el analizador a la vez en pasos de 5° desde 0 hasta 180°, tomando 37 lecturas de transmitancia paralela.
3. Repiten los pasos dos y tres pero ahora con el polarizador y el analizador perpendiculares.
4. Utilizan el método de mínimos cuadrados y las ecuaciones (D.4) y (D.5) para evaluar los datos capturados en los tres primeros pasos.
5. Obtienen como resultado los valores de β, α y ψ_D.

D.2.2 *Método publicado por Davis et al* [66]

Davis et al [66] encuentran una ambigüedad en el método Soutar y Lu [65], pues la birrefringencia β está en función de la longitud de onda como lo indica la ecuación (1.8), con lo cual el método de Soutar y Lu no tiene una solución única como lo afirman ellos en el método descrito en la sección (D.2.1).

Lo que Davis et al proponen es repetir los tres primeros pasos de Soutar y Lu utilizando varias longitudes de onda. Además colocan el parámetro $\alpha + 2\psi_D$ como una constante. Por ultimo aplican el método de mínimos cuadrados para obtener los tres parámetros (α, β y ψ_D).

D.2.3 *Método publicado por Neto et al* [69]

Ellos utilizan su propia ecuación para la transmitancia en paralelo y la derivan de la ecuación (D.3) haciendo $\psi_1 = \psi_2 = \psi$ con lo que obtienen su transmitancia (T_N)

$$T_N = \wp\left\{\left[\cos(\acute{a})\cos(\tilde{a}) + \left(\frac{\acute{a}}{\tilde{a}}\right)\mathrm{sen}(\acute{a})\mathrm{sen}(\tilde{a})\right]^2 + \left[\left(\frac{\hat{a}}{\tilde{a}}\right)\mathrm{sen}(\tilde{a})\cos(\acute{a} + 2\o_{\mathrm{D}} - 2\o)\right]^2\right\}, \quad \text{(D.6)}$$

De la ecuación (D.6) se puede observar que solo el segundo termino de la ecuación depende de ψ, con lo cual la transmitancia será máxima cuando

$$\o = \frac{\acute{a}}{2} + \o_{\mathrm{D}} \pm \frac{n\pi}{2} = \o_{\max} \quad \text{(D.7)}$$

y mínima cuando

$$\o = \frac{\acute{a}}{2} + \o_{\mathrm{D}} \pm \frac{(2n+1)\pi}{4} = \o_{\min} \quad \text{(D.8)}$$

donde n es un entero. Por lo tanto al utilizar las ecuaciones (D.7) y (D.8) en la ecuación (D.6) se tendrá la transmitancia máxima ($T_{\max}$) y mínima ($T_{\min}$) respectivamente

$$T_{\max} = \wp\left\{\left[\cos(\acute{a})\cos(\tilde{a}) + \left(\frac{\acute{a}}{\tilde{a}}\right)\mathrm{sen}(\acute{a})\mathrm{sen}(\tilde{a})\right]^2 + \left[\left(\frac{\hat{a}}{\tilde{a}}\right)\mathrm{sen}(\tilde{a})\right]^2\right\} \quad \text{(D.9)}$$

y

$$T_{\min} = \wp\left[\cos(\acute{a})\cos(\tilde{a}) + \left(\frac{\acute{a}}{\tilde{a}}\right)\mathrm{sen}(\acute{a})\mathrm{sen}(\tilde{a})\right]^2. \quad \text{(D.10)}$$

Por lo tanto, Neto et al [69] utilizan los siguientes 4 pasos para calibrar una LCD:

1. Encontrar $\psi_{\max}$ y $\psi_{\min}$.
   - Giran el polarizador y el analizador a la vez en pasos de 10° desde 0 hasta 180°, tomando 19 lecturas de transmitancia con la LCD en cero niveles de gris (0 ng).
   - Se repite el paso 1 para diferentes niveles de gris, por ejemplo 25, 50,..., 150 ng.

- Se grafica T_N vs. ψ para obtener los valores donde T_N es máxima (ψ_{max}) y mínima (ψ_{min}). Para comprobar los resultados con la teoría, se recurre a las ecuaciones (D.7) y (D.8) para obtener $\left|\psi_{min} - \psi_{max}\right| = 45°$.

2. Encontrar el nivel de gris en la LCD para el cual $\gamma = n\pi$.
   - Se coloca el sistema óptico en la posición en la cual $\psi = \psi_{max}$.
   - Se capturan los valores de T_{max} para los 256 niveles de gris de la LCD.
   - Se coloca el sistema óptico en la posición en la cual $\psi = \psi_{min}$.
   - Se capturan los valores de T_{min} para los 256 niveles de gris de la LCD.
   - Se grafica $\frac{T_{min}}{T_{max}}$ vs. Niveles de Gris. En esta gráfica existen dos máximos, que son $\gamma = n\pi$ y en 256 ng. En 256 ng $\beta = 0$[£], por lo tanto cuando se tiene un máximo con un nivel de gris menor a 256, se ha encontrado el nivel de gris para el cual $\gamma = n\pi$.
3. Con el nivel de gris de $\gamma = n\pi$ se busca el valor de α.
   - Se coloca el polarizador paralelo al eje x, esto es $\psi_1 = 0°$, con lo cual la ecuación (D.3) se rescribe a

$$T(\gamma = n\pi, \psi_1 = 0°) = \cos^2\left[\alpha - \psi_2\right] \qquad \text{(D.11)}$$

   - Se despeja el parámetro α de la ecuación (D.11)

$$\alpha = \psi_2 + \cos\sqrt{T} \qquad \text{(D.12)}$$

   - Se gira el analizador en pasos de 10° desde 0 hasta 180°, tomando 19 lecturas de la transmitancia.

[£] $(T_{min}/T_{max})=1$ cuando la birrefringencia en la LCD es mínima ($\beta=0$), que ocurre cuando el nivel de gris en la LCD es 256; pues el eje extraordinario ($\mathbf{n_e}$) esta en función del voltaje aplicado a la LCD.

- Se grafica $\cos\sqrt{T}$ vs. ψ_2, para calcular con un método numérico el valor de α.

4. Por último se calcula ψ_D con la ecuación (D.7) o (D.8).

BIBLIOGRAFÍA

[1] V. Ronchi, "*Forty Years of History of a Grating Interferometer*", Appl. Opt. **3**(4), 437-451 (1964).

[2] T. Yatagai, "*Fringe scanning Ronchi test for aspherical surfaces*", Appl. Opt. **23**(20), 3676-3679 (1984).

[3] K. Omura, T. Yatagai, "*Phase measuring Ronchi test*", Appl. Opt. **27**(3), 523-528 (1988).

[4] N. Alcalá Ochoa, "*Automatización de la prueba de Ronchi*", Tesis de Maestria (Centro de Investigaciones en Óptica), (1990).

[5] K.Hibino, D.I. Farrant, B.K. Ward, and B.F.Oreb, "*Dynamic range of Ronchi test with a phase-shifted sinusoidal grating*", Appl. Opt. **36**(25), 6178-6189 (1997).

[6] B.G. Boone, "*Signal Processing Using Optics*", Oxford University Press, **Cap. 8 Spatial Light Modulators**, 198-229 (1998).

[7] J.L. Fergason, "*Liquid Crystals*", Sci. Am., **211**(2), 77-82 (1964).

[8] W.E. Haas, "*Liquid Crystal Display Research: The First Fifteen Years*", Mol. Cryst. Liq. Cryst. **94**, 1-31 (1983).

[9] http://www.sharp.co.jp/sc/library/lcd_e/s1_1e.htm

[10] E. Hecht, A. Zajac, "*Optica*", Addison-Wesley Iberoamericana, **Cap. 8 Polarización**, 233-292 (1986).

[11] H. Finkelmann, H. J. Kock, "*Liquid Crystal Side Chain Polymers: Properties and Aspects for Applications*", Disp. Tech. **1**, 81-94 (1985).

[12] I.C. Khoo, Y.R. Shen, "*Liquid crystals: nonliear ooptical properties and processes*", Opt. Eng. **24**(4), 579-585 (1985).

[13] J.W. Goodman, "*Introduction to Fourier Optics*", McGraw Hill, **Cap. 7 Wavefront Modulation**, segunda edición, 172-216 (1996).

[14] http://bly.colorado.edu/lc/lcintro.html

[15] Referencia [7] pag. 77.

[16] A. B. Harris, R. D. Kamien, T.C. Lubensky, "*On the Microscopic Origin of Cholesteric Pitch*", Phys. Rev. Lett. 78 (1997) 1476; 2867(errata).

[17] Referencia [13] pags. 186-188.

[18] Referencia [7] pag. 78.

[19] Referencia [7] pag. 79.

[20] http://www.sharp.co.jp/sc/library/lcd_e/s2_4_4e.htm

[21] Referencia [13] pags. 188-190.

[22] Referencia [13] 190-193.

[23] F. Leenhouts, M. Schadt, "*Optics of twisted nematic and supertwisted nematic liquid-crystal displays*", J. Appl. Phys. **60**(9), 3275-3281 (1986).

[24] D. Demus, "*100 Years Liquid Crystal Chemistry*", Mol. Cryst. Liq. Cryst. **165**, 45-84 (1988).

[25] F.J. Kahn, "*The Molecular physics of liquid-crystal devices*", Phys. Tod. pags. 66-67 y 70-74 (Mayo de 1982).

[26] A. Cornejo-Rodriguez, "*Optical Shop Testing*", Wiley, **Cap. 9 Ronchi Test**, D. Malacara (Ed.), 321-365 (1992).

[27] J. L. Rayces, "*Exact relation between wave aberration and ray aberration*", Opt. Acta, **11**, 85-88 (1964).

[28] Referencia [27] pags. 87 y 88.

[29] N. Alcalá Ochoa, "*Reducción de datos en la prueba de Hartmann utilizando Esplines Bicuadrados*", Tesis de Licenciatura (Universidad Michoacana de San Nicolas de Hidalgo), 12-19 (1987).

[30] D. Malacara, "*Ronchi Test and Transversal Spherical Aberrations*", Bol. Obs. Tonantzintla Tacubaya, **27**, 73-76 (1965).

[31] A. Cornejo-Rodriguez, "*A Study on Quantitative Testing of Aspherical Optical Surfaces*", Tesis Doctoral (INAOE), 70-72 (1982).

[32] L.G. Schulz, "*Preparation of Aspherical Refracting Optical Surfaces by an Evaporation Technique*", J.O.S.A., **38**, 432-441 (1948).

[33] R. Barakat, "*General Diffraction Theory of Optical Aberration Tests, from the Point of View of Spatial Filtering*", J.O.S.A., **59**(11), 1432-1439 (1969).

[34] Referencia [26] pags. 342-346.

[35] M. R. Siegel, L. Abellanas, "*Formulas y Tablas de Matemática Aplicada*", Schaum McGraw Hill, **La Delta de Dirac**, 181-184 (1996).

[36] Referencia [26] pags. 349-350.

[37] Hwei P. Hsu, "Análisis de Fourier", Addison-Wesley Iberoameriacana, **Cap. 1**, 5-7 (1987).

[38] J.H. Bruning, D.R. Herriot, J.E. Gallagher, D.P. Rosenfeld, A.D. White, D.J. Brangaccio, "*Digital Wavefront Measuring Interferometer for Testing Optical Surfaces and Lens*", Appl. Opt. **13**(11), 2693-2703 (1974).

[39] Referencia [26] pags. 338-340.

[40] A. Cornejo, D. Malacara, "*Ronchi Test of Aspherical Surfaces, Analysis, and Accuracy*", Appl. Opt. **9**(8), 1897-1901 (1970).

[41] R.M. Goldstein, H.A. Zebker, C.L. Werner, "*Satellite radar interferometry: two-dimensional phase unwrapping*", Radio Sci. **23**(4), 713-720 (1988).

[42] M. Mora González, N. Alcalá Ochoa, "*The Ronchi test with an LCD grating*"*Opt. Comm.* **191**(4-6), 203-207 (2001).

[43] J.E. Greivenkamp, J.H. Bruning, "*Optical Shop Testing*", Wiley, **Cap. 9 Phase Shifting Interferometry**, D. Malacara (Ed.), 548-551 (1992).

[44] D. Malacara, Z. Malacara, "Handbook of Lens Design", Dekker, pp. 333 (1994).

[45] M. Mora-González, N. Alcalá Ochoa, "*A sinusoidal LCD grating in the Ronchi test*" Opt. Eng. (aceptado en Noviembre del 2002).

[46] Guía del Usuario de la TV portátil CASIO JY-70.

[47] http://www.casio.com/portabletvs/product.cfm?section=63&product=1675&display=

[48] CyberDisplay™ 320, "*Monochrome Evaluation Kit Users Guide*", de KOPIN (1998).

[49] CyberDisplay™ 320 Monochrome Display, "*Specifications*", de KOPIN (1998).

[50] http://www.kopin.com/html/320_mono.html

[51] W.A. Shurcliff, "*Polarized Light*", Harvard University Press**, Cap. 2 Modern description of polarized light**, 15-31, **Appendix 2 Standard Mueller Matrices and Jones Matrices**, 165-171 (1962).

[52] Referencia [10] pags. 286-287.

[53] Referencia [10] pags. 283-285 y 288.

[54] Referencia [10] pag. 284.

[55] Referencia [51] pag. 23.

[56] Referencia [13] pag. 416.

[57] Referencia [51] pags. 165-171.

[58] Referencia [13] pags. 108-109.

[59] Referencia [13] pag. 67.

[60] D. W. Berreman, "*Dynamics of liquid-crystal twist cell*", Appl. Phys. Lett. **25**(1), 12-15 (1974).

[61] K. Lu, B.E.A. Saleh, "*Theory and design of the liquid crystal TV as an optical spatial phase modulator*", Opt. Eng. **29**(3), 240-246 (1990).

[62] K. Lu, B.E.A. Saleh, "*Complex amplitude reflectance of the liquid crystal light valve*", Appl. Opt. **30**(17), 2354-2362 (1991).

[63] G. Paul-Hus, Y. Sheng, "*Optical on-axis real-time phase-dominant correlator using liquid crystal television*", Opt. Eng. **32**(9), 2165-2172 (1993).

[64] C. Soutar, S.E. Monroe, J. Knopp, "*Measurement of the complex transmittance of the Epson liquid crystal television*", Opt. Eng. **33**(4), 1061-1068 (1994).

[65] C. Soutar, K. Lu, "*Determination of the physical properties of an arbitrary twisted-nematic liquid crystal cell*", Opt. Eng. **33**(8), 2704-2712 (1994).

[66] J.A. Davis, D.B. Allison, K.G. D'Nelly, M.L. Wilson, "*Ambiguities in measuing the physical parameters for twisted-nematic liquid crystal spatial light modulators*", Opt. Eng. **38**(4), 705-709 (1999).

[67] M. Yamauchi, T. Eiju, "*Optimization of twisted nematic liquid crystal panels for spatial light phase modulation*", Opt. Comm. **115**, 19-25 (1995).

[68] J.A. Coy, M. Zaldarriaga, D.F. Grosz, O.E. Martínez, "*Characterization of a liquid crystal television as a programmable spatial light modulator*", Opt. Eng. **35**(1), 15-19 (1996).

[69] L.G. Neto, D. Roberge, Y. Sheng, "*Full-range, continuos, complex modulation by the use of two coupled-mode liquid-crystal televisions*", Appl. Opt. **35**(23), 4567-4576 (1996).

[70] J.A. Davis, I. Moreno, P. Tsai, "*Polarization eigenstates for twisted-nematic liquid-crystal displays*", Appl. Opt. **37**(5), 937-945 (1998).

[71] I. Moreno, J.A. Davis, K.G. D'Nelly, D.B. Allison, "*Transmission and phase measurement for polarization eigenvectors in twisted-nematic liquid crystal spatial light modulators*", Opt. Eng. **37**(11), 3048-3052 (1998).

[72] J.A. Davis, P. Tsai, K.G. D'Nelly, I. Moreno, "*Simple technique for determining the extraordinary axis direction for twisted-nematic liquid crystal spatial light modulators*", Opt. Eng. **38**(5), 929-932 (1999).

[73] J.A. Davis, P. Tsai, D.M. Cottrell, T. Sonehara, J. Amako, "*Transmission variations in liquid crystal spatial light modulators caused by interference and diffraction effects*", Opt. Eng. **38**(6), 1051-1057 (1999).

[74] M. Yamauchi, A. Márquez, J.A. Davis, D.J. Franich, "*Interferometric phase measurements for polarization eigenvectors in twisted nematic liquid crystal spatial light modulators*", Opt. Comm. **181**, 1-6 (2000).

[75] A. Márquez, J. Campos, M.J. Yzuel, I. Moreno, J.A. Davis, C. Iemmi, A. Moreno, A. Robert, "*Characterization of edge effects in twisted nematiac liquid crystal displays*", Opt. Eng. **39**(12), 3301-3306 (2000).

[76] J.A. Davis, J. Adachi, C.R. Fernández-Pousa, I. Moreno, "*Polarization beam splitters using polarization diffraction gratings*", Opt. Lett. **26**(9), 587-589 (2001).

[77] C.R. Fernández-Pousa, I. Moreno, J. A. Davis, J. Adachi, "*Polarization diffraction-gratings triplicators*", Opt. Lett. **26**(21), 1651-1653 (2001).

[78] J. Nicolás, J.A. Davis, "*Programmable wave plates using a twisted nematic liquid crystal display*", OE Lett. **41**(12), (2002).