

# INTERFEROMETRO DE DESPLAZAMIENTO ROTACIONAL DE ABERTURA EXTENDIDA Y SENSIBILIDAD AJUSTABLE

por

**Iván Moreno Hernández**

Tesis presentada en parcial cumplimiento de los requisitos para obtener  
el grado de

**Doctor en Ciencias (Óptica)**

en el  
Centro de Investigaciones en Óptica, A. C.  
y la  
Universidad de Guanajuato

Asesor: Dr. Gonzalo Páez Padilla  
Coasesor: Dra. Marija Strojnik Pogacar

León Guanajuato, México

Mayo de 2003

A mi amada esposa  
**Jenny Alejandra García Avila**  
y a mis infinitamente queridos hijos  
**Iván Alejandro y Pablo.**

# RESUMEN

Analizamos los cambios de polarización, sobre luz linealmente polarizada, introducidos por un prisma Dove en rotación. El análisis requirió del cálculo de matrices de Jones y del desarrollo del trazo exacto de rayos. Descubrimos que el estado de polarización cambia de lineal a uno ligeramente elíptico cuando un frente de onda plano es rotado por un prisma Dove. Esta polarización elíptica de salida tiene un semieje mayor casi paralelo al plano de polarización a la entrada, para cualquier ángulo de rotación del frente de onda. Además estos resultados teóricos fueron confirmados experimentalmente.

También mostramos que incorporando prismas Dove en un interferómetro de desplazamiento rotacional, el contraste del interferograma permanece alto para todos los ángulos de desplazamiento, sin importar los cambios de polarización asociados a la rotación del frente de onda. Lo anterior hace posible la rotación del frente de onda en un ángulo arbitrario, permitiendo implementar un interferómetro con sensibilidad libremente ajustable, evitando los complicados métodos de acoplamiento de polarización.

La implementación práctica de un interferómetro de desplazamiento rotacional con abertura extendida, en configuración Mach-Zehnder, es limitada por la razón longitud-abertura del prisma Dove convencional. Es por esto que proponemos un nuevo prisma Dove, diseñado con abertura rectangular para incrementar el *throughput* en el interferómetro de desplazamiento rotacional. Este prisma de abertura ensanchada aumenta el *throughput*, y mantiene aceptable la longitud y el peso del prisma para su implementación en el interferómetro de desplazamiento rotacional.

Considerando la importancia del desempeño de un prisma Dove como elemento rotador del frente de onda, derivamos una expresión analítica para la inclinación introducida en un frente de onda por un prisma Dove con errores de fabricación. El análisis incluye el error en los ángulos de la base y el error piramidal. Encontramos que esta inclinación, decrece cuando los ángulos de la base del prisma se incrementan respecto al valor del diseño tradicional. En consecuencia, proponemos un nuevo prisma Dove con ángulos de base más grandes que los de

un prisma Dove convencional, para minimizar la inclinación del frente de onda introducida por los errores de fabricación.

Implementamos, en el laboratorio, un interferómetro de desplazamiento rotacional en configuración Mach-Zehnder, incorporando un par de prismas Dove de abertura ensanchada y con ángulos de base grandes. Uno de ellos sujetado a una montura con la capacidad de girar de 0 a  $\pm 360^\circ$ . Los resultados experimentales confirman la viabilidad de los nuevos conceptos, expuestos en este trabajo.

# INDICE

<b>RESUMEN</b> .....	III
<b>INDICE</b> .....	V
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	VII
<b>1. INTRODUCCION</b>	
1.1 Motivaciones .....	1
1.1.1 Componentes ópticas esféricas .....	2
1.1.2 Detección de planetas extrasolares .....	4
1.2 Interferometría óptica .....	6
1.3 Interferometría de desplazamiento .....	7
1.3.1 Interferómetro de desplazamiento vectorial .....	9
1.3.2 Interferómetro de desplazamiento radial .....	9
1.3.3 Interferómetro de desplazamiento rotacional .....	10
1.4 Objetivos .....	13
1.5 Contribuciones al conocimiento .....	14
1.6 Revisión de capítulos .....	15
1.7 Referencias .....	16
<b>2. MATRICES DE JONES DE PRISMAS REFLECTORES</b>	
2.1 Introducción .....	22
2.2 El campo eléctrico después de una reflexión o refracción en una interfase .....	24
2.3 Transformación del campo E de un rayo a través de un prisma reflector .....	26
2.4 Transformación del campo E: Análisis por matrices de Jones .....	27
2.5 Transformación del campo E por un prisma Dove .....	30
2.6 Referencias .....	33
<b>3. ESTADO DE POLARIZACION DE UN FRENTE DE ONDA ROTADO</b>	
3.1 Introducción .....	35
3.2 Estado de polarización de un frente de onda rotado por un prisma Dove .....	37
3.2.1 Desarrollo analítico .....	38
3.2.2 Caso especial .....	43
3.2.3 Confirmación experimental .....	45
3.3 Reducción de contraste del interferograma debido a los cambios de polarización .....	50
3.4 Conclusiones .....	53
3.5 Referencias .....	53

<b>4. PRISMA DOVE DE ABERTURA ANCHA ROTANDO EL FRENTE DE ONDA</b>	
4.1 Introducción.....	56
4.2 Errores de fabricación del prisma Dove.....	58
4.2.1 Error en los ángulos de la base.....	60
4.2.2 Error de pirámide.....	61
4.3 Alineación de un prisma Dove.....	64
4.4 Prismas Dove con abertura rectangular.....	66
4.5 Interferómetro de desplazamiento rotacional con abertura extendida.....	68
4.6 Conclusiones.....	73
4.7 Referencias.....	74
<b>5. CONCLUSIONES FINALES</b> .....	77
<b>6. APENDICES</b>	
Apéndice A: Matriz de transferencia para un haz en eje.....	81
Apéndice B: Ecuación de disminución del contraste.....	87
Apéndice C: Expresión para la desviación angular ( <i>tilt</i> ) introducida por los errores en el ángulo de la base de un prisma Dove.....	90
Apéndice D: Ecuación para la desviación angular ( <i>tilt</i> ) introducida por el error en el ángulo piramidal del prisma Dove.....	92
Apéndice E: Expresión para el intervalo angular $\Delta\phi$ .....	95

# LISTA DE FIGURAS

## Capítulo 1

Fig. 1.1 Lentes esféricas condensadoras de luz.

Fig. 1.2 Las componentes ópticas esféricas mejoran el desempeño del sistema óptico. Estas reducen el número lentes necesarias, el peso, el volumen, y las pérdidas por reflexiones del sistema óptico.

Fig. 1.3 La búsqueda de vida extraterrestre ha llevado a explorar el espacio más allá de nuestro sistema solar.

Fig. 1.4 La pequeña razón señal a ruido ( $SNR=10^{-5}$  en IR y  $10^{-9}$  en visible) y la diminuta separación angular entre estrella y planeta son los principales retos en la detección de planetas extrasolares.

Fig. 1.5 Interferómetro de desplazamiento rotacional en configuración Michelson. Los dos prismas Porro rotan en diferente ángulo el frente de onda bajo prueba, generado fuera del interferómetro. Los frentes de onda se superponen e interfieren en el plano de detección de la cámara CCD.

Fig. 1.6 Interferómetro de desplazamiento rotacional en configuración Mach-Zehnder. Los dos prismas Dove rotan en diferente ángulo el frente de onda bajo prueba, el cual es generado en el exterior del interferómetro. Los frentes de onda se superponen e interfieren en el plano de detección de la cámara CCD.

Fig. 1.7 Interferómetro de desplazamiento rotacional en configuración Sagnac. Un sólo prisma Dove rota el frente de onda. Los frentes de onda se superponen e interfieren en el plano de detección de la cámara CCD. El frente de onda bajo prueba se genera dentro del interferómetro.

## Capítulo 2

Fig. 2.1 Algunos de los prismas reflectores más empleados.

Fig. 2.2 Reflexión y refracción de un rayo, con vector de dirección  $\mathbf{k}_i$ , en la interfase entre dos medios con índices de refracción diferentes.

Fig. 2.3 La polarización  $\mathbf{E}_{out}(\varphi)$  a la salida del prisma Dove rotado depende del ángulo de rotación  $\varphi$  del prisma. El campo eléctrico a la entrada es  $\mathbf{E}_{in}$ . El vector unitario de propagación  $\mathbf{k}_1$  especifica la dirección arbitraria de propagación del frente de onda a la entrada del prisma. Los vectores unitarios de onda ( $\mathbf{k}_2$  y  $\mathbf{k}_3$ ) indican la dirección de propagación a lo

largo del prisma. El vector  $\mathbf{k}_f$  muestra la dirección de propagación del frente de onda plano a la salida del prisma. Las superficies de primera refracción, reflexión, y segunda refracción están indicadas en la figura.

### Capítulo 3

Fig. 3.1 Interferómetro de desplazamiento Rotacional (IDR) implementado en una configuración Mach-Zehnder, con prismas Dove en cada brazo. La interferencia es posible cuando los frentes de onda original y desplazado tienen componentes de polarización paralelas en el plano de detección de la cámara CCD.

Fig. 3.2 Un rayo de entrada con polarización lineal a lo largo de la dirección  $x$ , conserva su estado de polarización después de atravesar este prisma Dove. El prisma Dove en el brazo de referencia del IDR funciona como un erector de imagen.

Fig. 3.3 La polarización  $\mathbf{E}_{out}(\varphi)$  a la salida del prisma Dove rotado depende del ángulo de rotación  $\varphi$  del prisma. Los vectores unitarios de onda ( $\mathbf{k}_1$ ,  $\mathbf{k}_2$ , y  $\mathbf{k}_3$ ) especifican la dirección de propagación a lo largo del prisma. Las superficies de primera refracción, reflexión, y segunda refracción están indicadas en la figura.

Fig. 3.4 Luz linealmente polarizada cambia a elíptica cuando atraviesa un prisma Dove rotado. Cuando un prisma Dove es girado un ángulo  $\varphi$ , el frente de onda adquiere una rotación de  $2\varphi$ . El estado de polarización a la salida tiene una ligera polarización elíptica.

Fig. 3.5 Arreglo experimental para medir el estado de polarización de salida cuando el haz incidente está polarizado en dirección  $x$ . La incidencia transmitida, del campo eléctrico de salida después de atravesar por separado cada uno de los cuatro filtros asociados con los parámetros de Stokes, es medida para confirmar el análisis teórico. Las mediciones se realizaron para cada uno de los cuatro filtros en función del ángulo de rotación  $\varphi$  del prisma Dove en incrementos angulares de  $\Delta\varphi = 10$  grados.

Fig. 3.6 Fotografía del arreglo experimental utilizado en la medición del estado de polarización de un haz de luz a la salida de un prisma Dove rotado. En la figura se observan el láser, polarizadores, el prisma Dove en la base rotadora, una montura con una placa retardadora  $\lambda/4$  y un detector (radiómetro).

Fig. 3.7 Foto del prisma Dove usado en el arreglo experimental de la Figura 3.6. Está hecho de vidrio BK7, sus ángulos de la base son de  $45^\circ$ . La abertura es cuadrada, con lados iguales a  $20.00 \pm 0.13$  mm. La longitud del prisma es  $81.30 \pm 0.38$  mm. El ángulo de la base es  $45^\circ \pm 5$  arc min. Adicionalmente comentamos que el prisma no tiene películas delgadas antirreflejantes.

Fig. 3.8 Comparación entre los resultados teóricos y los experimentales para las incidencias  $I_0$ ,  $I_1$ ,  $I_2$ , e  $I_3$  a la salida de un prisma Dove como función del ángulo de rotación  $\varphi$  del prisma. Esas incidencias son las transmitidas a través de los filtros correspondientes a cada parámetro



de Stokes. (a) El primer filtro es isotrópico, permite el paso de todos los estados de manera igual, transmitiendo la luz con una incidencia  $I_0$ . (b) El segundo filtro es un polarizador lineal con eje de transmisión horizontal (i.e., a lo largo de la dirección  $y$ ) transmitiendo  $I_1$ . (c) El tercero es un polarizador lineal con el eje de transmisión a  $+45^\circ$ , transmitiendo  $I_2$ . (d) El cuarto filtro es un polarizador circular opaco a la luz polarizada circularmente-izquierda, transmitiendo  $I_3$ . En todas estas gráficas se observa la concordancia entre los resultados experimentales y las predicciones teóricas.

Fig. 3.9 El prisma rotado genera dos componentes del campo eléctrico,  $E_{x1}(\varphi)$  y  $E_{y1}(\varphi)$ . El prisma fijo conserva el campo eléctrico polarizado a lo largo de la dirección  $x$ . En el plano de interferencia se producen franjas sólo cuando los campos eléctricos combinados están en la dirección  $x$ . El campo eléctrico a lo largo de la dirección  $y$  produce incidencia de fondo.

Fig. 3.10 Incidencias del frente de onda rotado, para sus componentes de campo eléctrico en dirección  $x$  y en dirección  $y$ , como función del ángulo de rotación  $\varphi$  del prisma. La figura muestra valores experimentales y teóricos.

Fig. 3.11 Variación del contraste en función del ángulo de rotación del frente de onda en el plano de interferencia del IDR. La variación periódica del contraste, introducida por los cambios de polarización del frente de onda desplazado, alcanza una reducción máxima de 3 % aproximadamente.

## Capítulo 4

Fig. 4.1 Un interferómetro de desplazamiento rotacional (IDR) implementado en una configuración Mach-Zehnder puede ser usado para detectar planetas extrasolares o para la prueba de sistemas ópticos sin simetría de rotación.

Fig. 4.2 Un prisma Dove rota e invierte un frente de onda alrededor del eje óptico. Cuando un prisma Dove es rotado en un ángulo  $\varphi$ , el frente de onda es invertido y rotado en  $2\varphi$ .

Fig. 4.3 Un prisma Dove con errores de fabricación introduce inclinación y desplazamiento en el frente de onda rotado. La inclinación introducida en el frente de onda es  $\delta$ , y  $d$  es el desplazamiento lateral en  $Z_0$ .

Fig. 4.4 Error en los ángulos de la base del prisma. Un prisma con errores de fabricación  $\Delta\alpha_1$  y  $\Delta\alpha_2$  introduce inclinación  $\delta$  en el frente de onda.

Fig. 4.5 Los prismas Dove causan una menor inclinación, para el mismo error en los ángulos de la base, cuando se diseñan con valores de ángulo de base  $\alpha$  grandes (cuarzo fundido,  $n=1.4572$ ,  $\lambda=632.8\text{nm}$ ).

Fig. 4.6 Un prisma Dove padece de error piramidal cuando el ángulo  $\theta_p$  es diferente de cero. Este ángulo consiste en una pequeña inclinación de la normal de las superficies de reflexión y refracción con respecto al plano vertical de simetría.

Fig. 4.7 Un prisma Dove introduce una menor inclinación del frente de onda para el mismo error en el ángulo piramidal cuando es diseñado con valor más grande del ángulo de base  $\alpha$  (cuarzo fundido,  $n=1.4572$ ,  $\lambda=632.8\text{nm}$ ).

Fig. 4.8. El trazo exacto de rayos en formulación vectorial muestra que la inclinación introducida por el error en el ángulo piramidal y el error en el ángulo de la base están a lo largo de dos direcciones ortogonales. La inclinación total se obtiene por suma vectorial.

Fig. 4.9 La longitud  $L$  del prisma disminuye con el índice de refracción. La longitud del prisma Dove es más corta por un 23%, cuando este es hecho de un material con índice de refracción de 1.9 (LaSFN9), comparado con el del cuarzo fundido con  $n=1.457$ .

Fig. 4.10 El *throughput* es incrementado empleando una abertura ensanchada, sin aumentar la longitud del prisma. En un prisma tradicional con abertura cuadrada, el lado  $A$  de la abertura es igual al lado  $D$ .

Fig. 4.11 Un prisma corto y ensanchado rota una pupila de entrada rectangular. Un frente de onda con diámetro largo puede ser probado por rotaciones sucesivas, barrido angularmente la pupila completa.

Fig. 4.12 Un interferómetro de desplazamiento rotacional en una configuración Mach-Zehnder, incorporando una abertura rectangular, puede ser usado para probar un frente de onda circular completo, mediante la rotación simultánea de los prismas en cada brazo. Las sub-aberturas son probadas en secuencias angulares, rotando un prisma un ángulo  $\phi$  y el otro en  $\phi+\varphi$ , en incrementos de  $\Delta\phi=2[\sin^{-1}(D/A)-\varphi/2]$ .

Fig. 4.13 Foto de dos prismas Dove, fabricados con vidrio óptico SFN64 y con índice de refracción 1.701 ( $\lambda=632.8\text{nm}$ ), con abertura rectangular de dimensiones:  $D=15 \pm 0.1$  mm,  $A=80 \pm 0.1$  mm, y  $L=87 \pm 0.1$  mm. Los ángulos de la base del prisma son  $65^\circ \pm 20''$ .

Fig. 4.14 Fotografía del interferómetro de desplazamiento rotacional en configuración Mach-Zehnder, con el desplazamiento introducido con un prisma Dove de abertura rectangular rotado. En éste arreglo, se está probando una lente acromática ( $f=300$  mm,  $d=42$  mm), localizada a una distancia de la fuente láser igual a su distancia focal, empleando un objetivo de microscopio, y un filtro espacial no mostrados.

Fig. 4.15 Montura mecánica de rotación, fabricada para sujetar y girar un prisma Dove ensanchado, empleada en el arreglo experimental de la Figura 4.14. El prisma se puede rotar un ángulo arbitrario alrededor del eje óptico en un rango de 0 a  $\pm 360^\circ$ . La montura rota suave y de manera continua con una precisión de  $\pm 0.5^\circ$  en el ángulo de rotación, esto equivale a una precisión de  $\pm 1.0^\circ$  en el ángulo de rotación del frente de onda.

Fig. 4.16 Un interferograma grabado con una cámara CCD en el plano imagen de la Figura 4.14, con un ángulo de desplazamiento rotacional de 20 grados (el ángulo de rotación del prisma es 10 grados). El lóbulo central del patrón de franjas indica que el lente tiene una combinación especial de astigmatismo, coma, inclinación y descentrado lateral respecto del eje óptico. El contorno del interferograma depende de las dimensiones de la abertura del prisma Dove y decrece el área con la magnitud del ángulo de desplazamiento.

## Capítulo 6

Fig. A.1 El ángulo de incidencia (entre  $\mathbf{k}_1$  y  $\mathbf{n}_1$ ) permanece constante para cualquier ángulo de rotación del prisma respecto al eje z (óptico), sólo para este caso particular en el que el rayo incidente es paralelo al eje óptico (eje z).

Fig. A.2 El ángulo de incidencia (entre  $\mathbf{k}_2$  y  $\mathbf{n}_2$ ) permanece constante para cualquier ángulo de rotación del prisma respecto al eje z (óptico), para el caso particular que el rayo incidente sea paralelo al eje óptico (eje z).

Fig. A.3 El ángulo de incidencia en la tercera superficie (entre  $\mathbf{k}_3$  y  $\mathbf{n}_3$ ) permanece constante para cualquier ángulo de rotación del prisma respecto al eje z (óptico), para el caso particular que el rayo incidente al prisma es paralelo al eje óptico.

Fig. C.1 Geometría de la trayectoria de un rayo de luz a través de un prisma Dove con errores de fabricación en sus ángulos de base.

Fig. E.1 Las sub-aberturas se prueban en secuencias angulares, rotando un prisma un ángulo  $\phi$  y el otro en  $\phi+\phi$ , en incrementos de  $\Delta\phi=2[\sin^{-1}(D/A)-\phi/2]$ .

Fig. E.2 Relación geométrica, entre las dimensiones de la abertura A y D con el ángulo de desplazamiento, necesaria para la deducción del valor del incremento angular máximo  $\Delta\phi$ .

# LISTA DE TABLAS

## Capítulo 4

Tabla 4.1 Parámetros representativos y sus tolerancias de error.

Tabla 4.2 Estimación del desempeño (peor de los casos).

# INTRODUCCION

## 1.1 Motivaciones

El fenómeno ondulatorio de interferencia aparece en todo el espectro electromagnético. Su presencia constituye el principio fundamental de una gran variedad de instrumentos científicos y tecnológicos. En biotecnología, un ejemplo es el microscopio de contraste de fase (Sticker, 2002). En astronomía lo son los interferómetros estelares (Germain, 2002). En medicina, la tomografía de coherencia óptica promete mejorar el diagnóstico clínico (Kou, 2002). En telecomunicaciones, el principio físico de la mayoría de los filtros ópticos pasa banda es la interferencia (Noe, 2002). Ciertamente las disciplinas científicas y tecnológicas beneficiadas por este principio óptico son muchas, pero mucho mayor es la variedad de instrumentos que de manera sistemática aprovechan esta propiedad ondulatoria de la luz.

El instrumento básico en aprovechar la interferencia de la luz es el interferómetro. Los interferómetros ópticos proporcionan indirectamente información precisa de objetos por los cuales la luz se propaga, refleja, absorbe y genera. Un interferómetro puede medir cuantitativamente y con alta precisión microfracturas, microdeformaciones, microdesplazamientos, índices de refracción, la calidad de componentes ópticas, y diámetros estelares, entre otros. El grado de precisión en la medición y el tipo de aplicación dependen del interferómetro empleado. Usualmente, los interferómetros pueden ser de división de haz, división de frente de onda, haces múltiples, coherencia, polarización, y desplazamiento. Este último nos es de especial interés, en particular el interferómetro de desplazamiento rotacional.

Los interferómetros de desplazamiento se han usado para medir cuantitativamente máscaras litográficas (Fuetterer, 2002), coherencia espacial (Dorrer, 2002). En óptica adaptativa sensan

frentes de onda deformados por la atmósfera (Yang, 2002) y por la cornea del ojo humano (Shirai, 2002). Las aplicaciones de los interferómetros de desplazamiento son diversas y varios son los tipos de desplazamiento que se pueden introducir. Sin embargo a nosotros nos interesan los interferómetros de desplazamiento rotacional (IDR), que han sido propuestos para probar componentes ópticas esféricas, y para detectar planetas extrasolares.

### *1.1.1 Componentes ópticas esféricas*

Los espejos y lentes esféricas (Figura 1.1) se usan para compactar, aligerar y mejorar el desempeño (Figura 1.2) de cámaras fotográficas y de video, sistemas fotolitográficos, instrumentos oftálmicos, telescopios astronómicos, sistemas de iluminación tanto incandescente como semiconductor, etc. Aunque una componente óptica esférica sustituye al menos dos esféricas en un sistema óptico (compactándolo y aligerándolo), sus superficies no esféricas son más difíciles de probar y fabricar ([Schulz, 1987], [Weingärtner, 2002], [Cooke, 1975]).

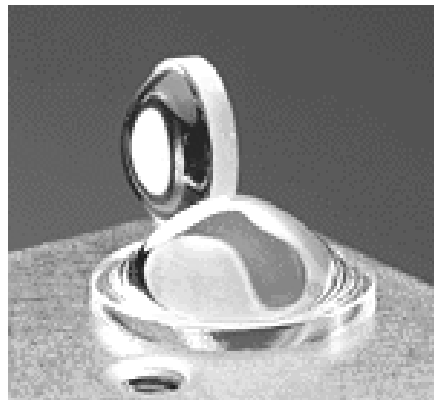


Fig. 1.1 Lentes esféricas condensadoras de luz.

Una superficie esférica puede probarse con un interferómetro tradicional (usando frente de onda de referencia) si el sistema de detección del interferograma (cámara CCD) tiene suficiente resolución para distinguir franjas de la alta densidad. Se han propuesto varios métodos ópticos para probar superficies esféricas, por ejemplo: (a) Los compensadores ópticos modifican el frente de onda de referencia o el de prueba. Con esto se reduce la gran diferencia de fase entre ellos y disminuye la densidad de franjas del interferograma. Existen

varios tipos de compensadores, un ejemplo reciente son los hologramas generados por computadora (Beyerlein, 2002). (b) Los sensores Shack-Hartmann miden geoméricamente los gradientes del frente de onda esférico ([Pfund, 2001], [Rocktaschel, 2002]). (c) El interferómetro convencional, empleando luz con longitud de onda más larga se usa para reducir las diferencias de fase entre los frentes de onda interfiriendo. (d) El desarrollo de sensores con mayor resolución, en una cámara CCD equivale a tener un mayor número de píxeles. Todos estos métodos requieren tener al menos una superficie óptica de alta calidad para generar con alta precisión un frente de onda de referencia adecuado. Aparte, la sensibilidad de esas pruebas es fija, haciéndolas inflexibles para probar con el mismo instrumento componentes esféricas de distintas geometrías.

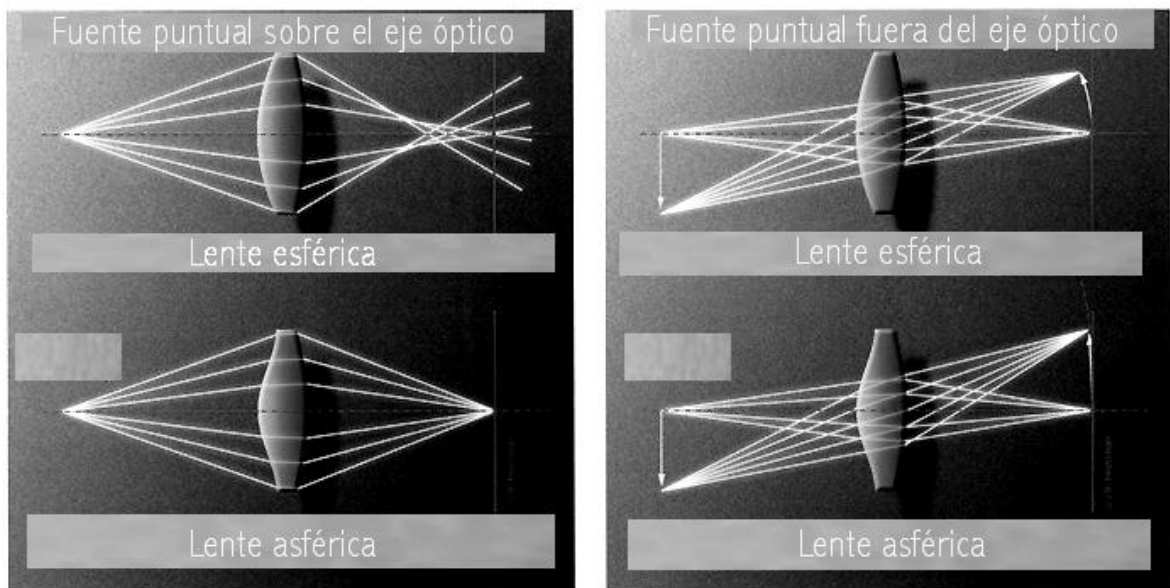


Fig. 1.2 Las componentes ópticas asféricas mejoran el desempeño del sistema óptico. Estas reducen el número lentes necesarias, el peso, el volumen, y las pérdidas por reflexiones del sistema óptico.

Los interferómetros de desplazamiento son auto referenciados, es decir el frente de onda bajo prueba se compara con él mismo, y pueden ser de sensibilidad ajustable variando la densidad de franjas con la cantidad y dirección de desplazamiento. Por lo tanto un mismo interferómetro de desplazamiento puede medir con alta precisión distintas superficies ópticas, cuyos parámetros de relieve sean diferentes. Además de estas propiedades, el interferómetro de desplazamiento rotacional sensa toda la superficie esférica y es ideal para probar superficies sin simetría de rotación ([Strojnik, 1999a], [Strojnik, 1999b]).

### 1.1.2 Detección de planetas extrasolares

Una impetuosa búsqueda de vida extraterrestre tanto primitiva como inteligente ha llevado al ser humano a explorar sin éxito todos los rincones de nuestro sistema solar (Figura 1.3). Sin embargo, nada impide que la vida exista en planetas orbitando estrellas fuera de nuestro sistema solar, y es precisamente esta, la dirección que han tomado las misiones espaciales de las principales agencias espaciales de todo el mundo ([Fridlund, 2000], [Breckinridge, 2000]). Para ello se han creado varios métodos indirectos de detección de planetas que dan información de la existencia, órbita y masa del planeta. Pero no proporcionan información espectral del planeta, indispensable para la búsqueda de vida, por lo que se están desarrollando *métodos de detección directa* de planetas extrasolares, y más en específico planetas del tipo Tierra. Actualmente se están estudiando varios métodos de detección directa, sobresaliendo los interferométricos. Si bien, la NASA (National Aeronautics and Space Administration) pondrá en órbita el satélite TPF (Terrestrial Planet Finder) entre el año 2015 o el 2016 contando con tecnología interferométrica de *nulling*, la necesidad y el interés por desarrollar más y mejores métodos de detección directa de planetas extrasolares está en constante aumento. La pequeña razón señal a ruido ( $SNR=10^{-5}$  en IR y  $10^{-9}$  en visible) y la diminuta separación angular entre estrella y planeta son los principales retos en la detección de planetas extrasolares (Figura 1.4).



Fig. 1.3 La búsqueda de vida extraterrestre ha llevado a explorar el espacio más allá de nuestro sistema solar.



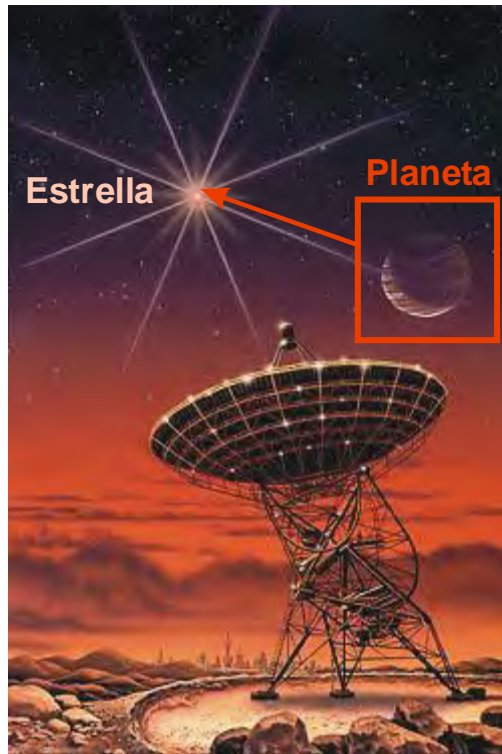


Fig. 1.4 La pequeña razón señal a ruido ( $SNR=10^{-5}$  en IR y  $10^{-9}$  en visible) y diminuta separación angular entre estrella y planeta son los principales retos en la detección de planetas extrasolares. **E**

Los métodos de detección directa de exoplanetas (*exoplanets*) se pueden agrupar en tres grupos: los coronográficos ([Watson, 1991], [Schultz, 1999], [Marois, 2000]), los sistemas de pupila no circular ([Ge, 2002], [Kasdin, 2002], [Robb, 1998]), y los interferométricos ([Hinz, 1998], [Baba, 2001], [Lloyd-Hart, 2000], [Cagigal, 2001], [Mieremet, 2002], [Nakajima, 2001]).

Los coronográficos cancelan la luz estelar modificando el apodizador y el diafragma de Lyot, los cuales son empleados en las consolidadas técnicas de coronografía solar. Los sistemas ópticos con pupilas no circulares producen un patrón de difracción asimétrico para aislar en el plano imagen al planeta de la estrella. Los interferométricos aprovechan las propiedades ondulatorias de la luz para cancelar la señal estelar y muestrear únicamente la señal del planeta para facilitar su detección. Han sido propuestos y estudiados tanto el interferómetro *nulling* como el interferómetro de desplazamiento rotacional. Este último, el interferómetro de

desplazamiento rotacional ya ha sido propuesto para detectar planetas extrasolares. El interferómetro de desplazamiento rotacional aísla la parte sin simetría rotacional del frente de onda, detectado en la tierra, que es generado por el sistema planeta-estrella ([Scholl, 1996], [Scholl, 1999], [Strojnik, 1999c]).

La gran dificultad en el problema de la detección un planeta orbitando una estrella brillante puede ser modelado como dos fuentes puntuales: la estrella brillante es visible como una fuente puntual sobre el eje óptico, debido a la gran distancia de observación. El pequeño y casi invisible planeta rota alrededor de ésta. El interferómetro de desplazamiento rotacional hace posible la cancelación de la parte simétrica del frente de onda emanando del sistema estrella-planeta, para cualquier posición del planeta. El planeta en su posición fuera de eje da lugar a un frente de onda inclinado.

La insensibilidad del interferómetro de desplazamiento rotacional a los frentes de onda con simetría rotacional lo hace el instrumento ideal para detectar el planeta (frente de onda asimétrico) ignorando la estrella (frente de onda simétrico).

## 1.2 Interferometría óptica

La interferometría óptica es el conjunto de técnicas que emplean el fenómeno de interferencia de la luz para hacer mediciones cualitativas o cuantitativas con precisión del orden de una fracción de la longitud de onda de la luz utilizada. Dos ondas electromagnéticas se combinan en el plano de interferencia del interferómetro produciendo la imagen de un patrón de franjas. Las franjas son brillantes y oscuras con variación senoidal. Estas indican la distribución espacial de la diferencia entre los dos frentes de onda interfiriendo. El patrón de intensidad formado por dos ondas de luz monocromática es:

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2(\hat{\mathbf{e}}_1 \cdot \hat{\mathbf{e}}_2) \gamma(x, y) \sqrt{I_1(x, y) I_2(x, y)} \cos(\Phi_1(x, y) - \Phi_2(x, y)). \quad (1.1)$$

El patrón de intensidad normalizado del interferograma con luz monocromática, con igual polarización ( $\hat{e}_1 = \hat{e}_2$ ), y con igual intensidad de los campos eléctricos ( $I_1 = I_2 = I_0$ ) es

$$I(x, y) = 2I_0(x, y) [1 + \gamma(x, y)\cos \Delta\Phi(x, y)] \quad (1.2)$$

Un interferómetro es un instrumento que proporciona información de la distribución espacial de fase, polarización y coherencia del frente de onda bajo prueba. La medición del frente de onda proporciona indirectamente información precisa de objetos por los cuales la luz se propaga, refleja, absorbe y genera. Dependiendo del grado de precisión en la medición y del tipo de aplicación, los interferómetros pueden ser de división de haz, división de frente de onda, haces múltiples, coherencia, polarización, y desplazamiento.

### **1.3 Interferometría de desplazamiento**

En los interferómetros de desplazamiento la información de interés acerca del frente de onda se obtiene comparándolo con el mismo. La comparación con sí mismo se refiere a la interferencia entre diferentes porciones espaciales del mismo frente de onda.

Los interferómetros de desplazamiento se pueden pensar como una combinación del interferómetro de división de frente de onda y el interferómetro de división de haz. Pues el frente de onda primero se divide en amplitud (como en los interferómetros de división de haz) y al combinarse la interferencia se da en diferentes puntos del mismo frente de onda (como en un interferómetro de división de frente de onda).

En un interferómetro de desplazamiento el frente de onda bajo prueba es dividido en dos partes idénticas: una se mantiene igual, mientras en la otra se cambia algún parámetro físico de interés y posteriormente se recombinan. Las partes del frente de onda que mantienen las condiciones mínimas para formar franjas de interferencia detectables se recombinan y miden en el plano de detección.

El patrón de intensidad normalizado del interferograma con luz monocromática y longitud de coherencia espacial  $\gamma(\mathbf{r}_s)$  es

$$I(\mathbf{r}) = 2I_0[1 + \gamma(\mathbf{r}_s(\mathbf{r})) \cos \Delta W(\mathbf{r})] . \quad (1.3)$$

Una expresión general para la diferencia de la función de aberración del frente de onda  $\Delta W$ , desplazado espacialmente una distancia  $\mathbf{r}_s(x, y, z)$  en cada punto  $\mathbf{r}(x, y, z)$ , es:

$$\Delta W(\mathbf{r}) = W[\mathbf{r}/m_s + \mathbf{r}_s(\mathbf{r}, \Delta \mathbf{r})] - W[\mathbf{r}]. \quad (1.4)$$

Donde:

$\mathbf{r}$  : Vector de posición de un punto sobre el frente de onda,  $\mathbf{r} = (x, y, z)$

$\mathbf{r}_s$  : Vector de posición del punto desplazado, originalmente situado en  $\mathbf{r}$ ,  
 $\mathbf{r}_s = \mathbf{r}_s(\mathbf{r}, \Delta \mathbf{r})$ .

$\Delta \mathbf{r}$  : Vector de desplazamiento, en coordenadas generalizadas.

$m_s$  : Amplificación del frente de onda (desplazamiento radial)

$W$  : Función de aberración del frente de onda

$\Delta W$ : Diferencia entre las funciones de aberración original y desplazada.

Desde un principio los interferómetros de desplazamiento se mostraron muy atractivos por ser auto referenciados, pero no se desarrollaron rápidamente por el problema que implicaba el procesamiento e interpretación de los interferogramas. El interés por ellos se incrementó con el surgimiento de las cámaras digitales y los algoritmos de recuperación de fase para interferogramas de desplazamiento.

La comunidad científica usualmente cree que Bates propuso el primer interferómetro de desplazamiento en 1947, pero aunque Murty aclaró su verdadero origen en 1970, hecho que pasó desapercibido ([Bates, 1947], [Murty, 1970]). Los primeros en proponerlo fueron Lenouvel y Lenouvel (Lenouvel, 1938) en 1938, usando un divisor de haz para desplazar lateralmente el frente de onda en el interferómetro Michelson ([Lenouvel, 1938]). Desde entonces se han ideado diferentes interferómetros de desplazamiento del frente de onda, como el vectorial (lateral), radial, rotacional y de desdoblamiento (reversión).

### 1.3.1 Interferómetro de desplazamiento vectorial

En un interferómetro de desplazamiento vectorial ([Paez, 2000], [Garcia-Torales, 2001], [Garcia-Torales, 2002]) todo el frente de onda bajo prueba se desplaza la misma distancia respecto a él mismo en línea recta y hacia cualquier dirección. En este caso el vector de desplazamiento es  $\mathbf{r}_s = (\Delta x, \Delta y)$  y es constante sobre todo el plano  $(x, y)$ . Adicionalmente se puede introducir una inclinación del frente de onda, con lo que el desplazamiento sería  $\mathbf{r}_s = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)$  y  $\Delta z$  variaría linealmente a lo largo de alguna dirección sobre el plano  $(x, y)$ . En un interferómetro de desplazamiento lateral, el frente de onda se desplaza linealmente en una dirección fija respecto a él mismo, convirtiéndose en un caso especial del interferómetro de desplazamiento vectorial con desplazamiento unidimensional ( $\Delta x$  o  $\Delta y$ ).

La diferencia, de funciones de aberración, resultante del desplazamiento vectorial  $\mathbf{r}_s = (\Delta x, \Delta y)$ , donde  $\Delta x$  y  $\Delta y$  son constantes sobre todo el frente de onda, es

$$\Delta W(x, y) = W(x + \Delta x, y + \Delta y) - W(x, y). \quad (1.5)$$

Si la magnitud del vector de desplazamiento es adecuadamente pequeña, entonces la diferencia  $\Delta W$  es aproximadamente la derivada direccional de  $W$ :

$$\Delta W(x, y) \cong \nabla W(x, y) \cdot \mathbf{r}_s = \frac{\partial W(x, y)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial W(x, y)}{\partial y} \Delta y. \quad (1.6)$$

### 1.3.2 Interferómetro de desplazamiento radial

En el interferómetro de desplazamiento radial el frente de onda se aumenta o se disminuye de tamaño en dirección radial y se compara con el mismo ([Hariharan, 1961], [Horton, 1988]). El frente de onda se desplaza simétricamente en dirección radial respecto al eje de simetría del frente de onda (eje óptico). El desplazamiento radial equivale a introducir una amplificación

$m_s$  diferente entre los frentes de onda a ser comparados. La diferencia  $\Delta W$  en coordenadas polares es

$$\Delta W(r, \theta) = W(\mathbf{r}/m_s, \theta) - W(\mathbf{r}, \theta). \quad (1.7)$$

Si el desplazamiento radial es adecuadamente pequeño, entonces se obtiene la derivada radial de  $W(x, y)$ :

$$\Delta W(r, \theta) \cong \frac{\partial W(r, \theta)}{\partial r} (m_s - 1). \quad (1.8)$$

### 1.3.3 Interferómetro de desplazamiento rotacional

La interferometría de desplazamiento rotacional fue originalmente considerada en 1964 y desde ese entonces se han propuesto tres configuraciones básicas (ver Figuras 1.5, 1.6, y 1.7) para implementar un interferómetro de este tipo ([Armitage, 1965], [Murty, 1966], [Roddier, 1989]). También se han propuesto para obtener la transformada de Fourier espacial 2D, aplicado a la reconstrucción de imágenes astronómicas deterioradas por turbulencia en la atmósfera ([Breckinridge, 1974], [Breckinridge, 1975], [Breckinridge, 1978]).

En el interferómetro de desplazamiento rotacional el frente de onda se rota respecto a su centro de simetría (eje óptico) y se compara con el mismo. El frente de onda se desplaza angularmente respecto a él mismo. El interferómetro compara cada porción del frente de onda con la aledaña, separadas por una longitud de arco, proporcional al ángulo de rotación y a la distancia al centro de simetría del frente de onda. Cada uno de los puntos del frente de onda con coordenadas  $(r, \theta)$  se desplaza una distancia  $r\Delta\theta$  a través de una circunferencia de radio  $r$ , centrada en el eje de simetría del frente de onda. El desplazamiento en línea recta,  $2r \cdot \sin(\Delta\theta/2)$ , depende de la distancia radial  $r$ . La función de aberración resultante del frente de onda desplazado rotacionalmente respecto a si mismo es

$$\Delta W(r, \theta) = W(\mathbf{r}, \theta + \Delta\theta) - W(\mathbf{r}, \theta). \quad (1.9)$$

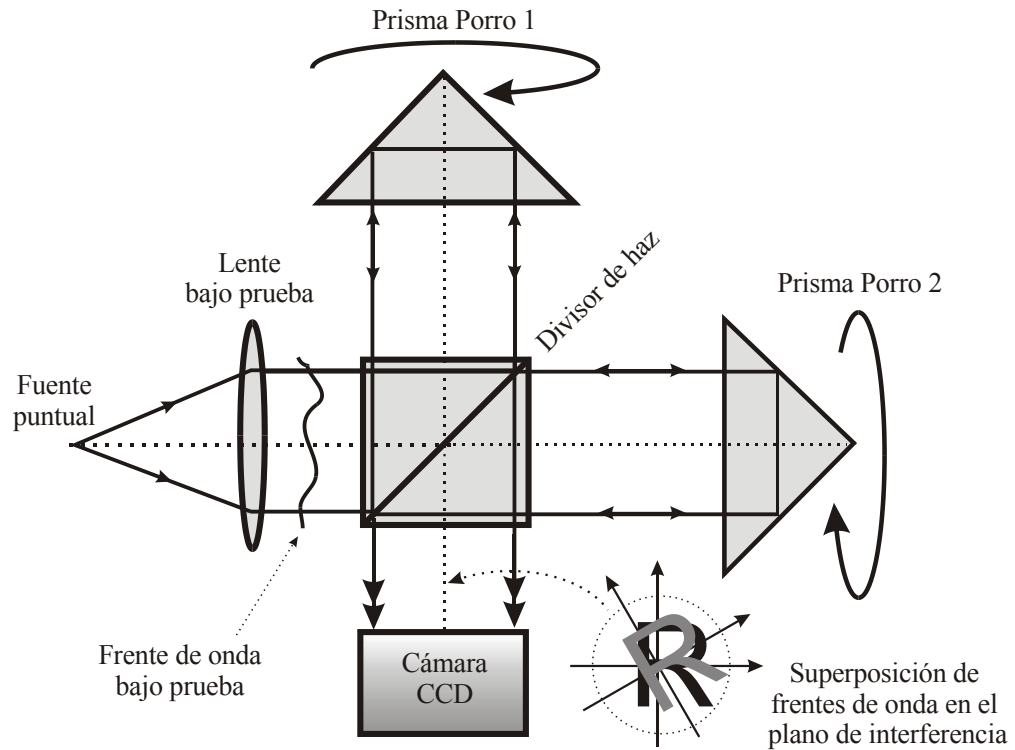


Fig. 1.5 Interferómetro de desplazamiento rotacional en configuración Michelson. Los dos prismas Porro rotan en diferente ángulo el frente de onda bajo prueba, generado fuera del interferómetro. Los frentes de onda se superponen e interfieren en el plano de detección de la cámara CCD.

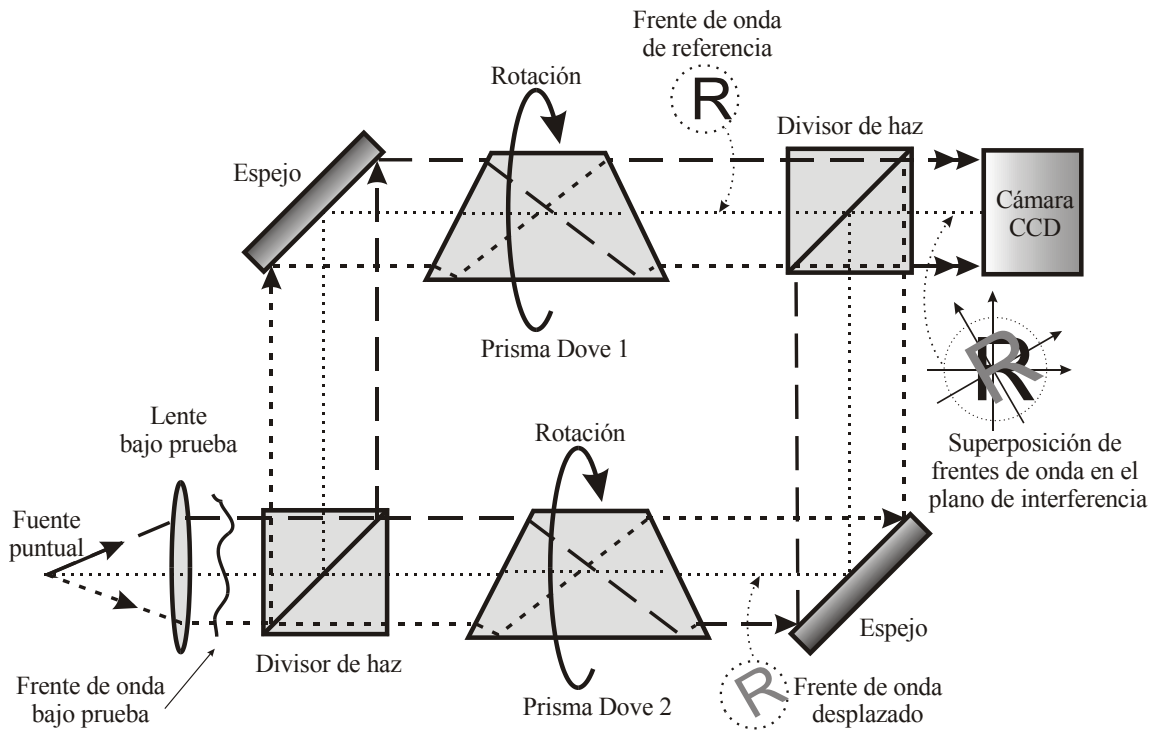


Fig. 1.6 Interferómetro de desplazamiento rotacional en configuración Mach-Zehnder. Los dos prismas Dove rotan en diferente ángulo el frente de onda bajo prueba, el cual es generado en el exterior del interferómetro. Los frentes de onda se superponen e interfieren en el plano de detección de la cámara CCD.

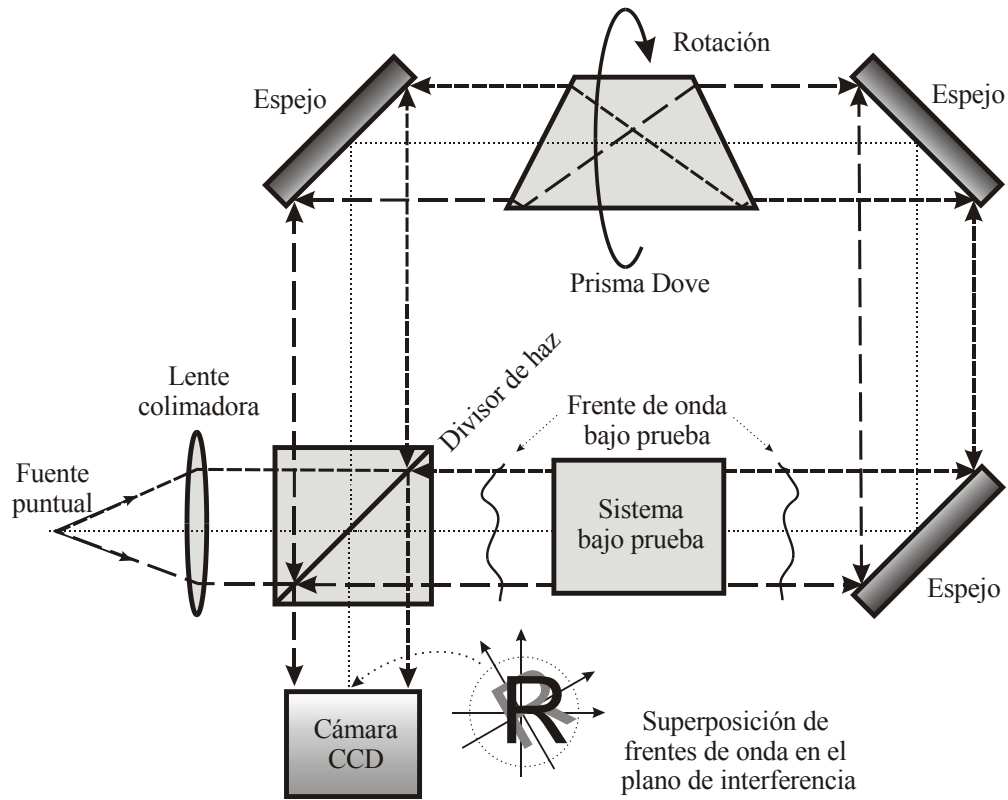


Fig. 1.7 Interferómetro de desplazamiento rotacional en configuración Sagnac. Un sólo prisma Dove rota el frente de onda. Los frentes de onda se superponen e interfieren en el plano de detección de la cámara CCD. El frente de onda bajo prueba se genera dentro del interferómetro.

Al igual que en el interferómetro de desplazamiento radial, el rotacional tiene la ventaja de contribuir con toda la superficie del frente de onda al interferograma.

Cuando el ángulo de rotación del frente de onda es infinitesimalmente pequeño el desplazamiento angular es diferencial, es decir, con este interferómetro se obtiene la derivada angular del frente de onda bajo prueba ([Paez, 1997a], [Paez, 1997b]). Si el desplazamiento es adecuadamente pequeño, la derivada angular de la función de aberración  $W$  del frente de onda es

$$\Delta W(r, \theta) \cong \frac{\partial W(r, \theta)}{\partial \theta} \Delta \theta. \quad (1.10)$$



## 1.4 Objetivos

El objetivo general es investigar cómo un interferómetro de desplazamiento rotacional puede ser diseñado con abertura grande y sensibilidad ajustable. El interferómetro estudiado tiene la configuración Mach-Zehnder con un prisma Dove en cada uno de sus dos brazos. El prisma Dove es el dispositivo rotador del frente de onda, el elemento óptico más importante en este tipo de interferómetro, cuyo desempeño instrumental será estudiado y evaluado en este trabajo. Primero se analizará la posibilidad de obtener interferogramas con buen contraste para cualquier ángulo de desplazamiento del frente de onda. Pues con luz espacialmente coherente, la variación del estado de polarización del frente de onda rotado presupone una limitante. Por lo tanto se analizará la variación del estado de polarización, de los frentes de onda desplazados rotacionalmente, en el plano de interferencia, en función del ángulo de rotación del frente de onda. Después se analizará el efecto de los errores de fabricación en el prisma Dove sobre el desempeño del interferómetro. También estudiaremos la posibilidad de diseñar un prisma Dove con abertura más grande y con peso y volumen pequeños, para aumentar de manera práctica y viable del diámetro de abertura del interferómetro.

Objetivos particulares:

- Se analizará y cuantificará la variación del estado de polarización del frente de onda rotado para cada ángulo de rotación, usando el prisma Dove.
- Se comprobará experimentalmente el análisis teórico acerca de la variación del estado de polarización del frente de onda rotado.
- Se analizará y cuantificará el contraste de interferogramas obtenidos con el interferómetro de desplazamiento rotacional para todos los ángulos de desplazamiento posibles.
- Se especificarán las propiedades de un prisma Dove requeridas para únicamente modificar la orientación angular un frente de onda colimado.
- Se deducirá analíticamente la desviación angular de un frente de onda colimado atravesando un prisma Dove con errores de fabricación en sus ángulos de la base y el ángulo de pirámide.

- Se propondrá un nuevo prisma, el Dove ensanchado, el cual permite rotar un frente de onda de mayor diámetro que un prisma Dove convencional con la misma longitud de prisma.
- Se diseñará un prisma Dove rotador del frente de onda respecto al eje óptico, cuyas tolerancias de fabricación tengan las mínimas consecuencias sobre la forma del frente de onda rotado.
- Finalmente se demostrará experimentalmente la viabilidad de tales conceptos de diseño. Para esto se implementará un interferómetro de desplazamiento rotacional de abertura ampliada con un par de prismas Dove, diseñados con abertura rectangular y ángulos de base grandes.

## 1.5 Contribuciones al conocimiento

El trabajo de investigación realizado para escribir esta tesis se hicieron las siguientes aportaciones al estado del conocimiento en interferometría de desplazamiento y en prismas reflectores.

- *Propiedades de transformación de la polarización de los prismas Dove.* Se dedujo cómo es transformado el estado de polarización de un haz de luz monocromático al ser rotado con un prisma Dove. Aunque los prismas Dove son ampliamente usados en múltiples aplicaciones en óptica, se desconocía en que manera se afectaba la polarización de un haz de luz al ser rotado con este prisma.
- *Expresión analítica para la reducción del contraste en un interferograma por efecto de la variación de la polarización de los frentes de onda interfiriendo.* Aunque relativamente simple de deducir, este autor no encontró en la literatura una expresión analítica para esta situación encontrada usualmente en un laboratorio de óptica.
- *Expresión analítica de la desviación angular de un frente de onda atravesando un prisma Dove con errores de fabricación en los ángulos de la*

*base y en el ángulo piramidal.* Si bien, anteriormente ya se había reportado un análisis de los errores en los ángulos de la base, ese análisis sólo consideró prismas con ángulos de base de  $45^\circ$ . En esta tesis se generalizó a ángulos de base con valor arbitrario. Lo cual permitió reportar por primera vez en la literatura el hecho de que un prisma Dove con ángulos de base mayores es menos sensible a errores de fabricación que los prismas comerciales con ángulos de  $45^\circ$ .

Por otro lado, nunca se había reportado un análisis del error de pirámide en el prisma Dove. El conocimiento de este error y su efecto en el desempeño del prisma son tan críticos como el error en el ángulo de la base. Sin embargo los fabricantes y los usuarios de prismas Dove generalmente no le dan la importancia adecuada. Este hecho se comprueba al revisar cualquier catálogo comercial (el autor ha buscado en varios catálogos pero no en todos) donde aparezca un prisma Dove, en éstos sólo consideran al error en el ángulo de la base.

- *Prisma Dove con abertura rectangular.* Se concibió por primera vez, se diseñó y se construyó un prisma Dove con abertura de sección transversal en forma rectangular. Los prismas Dove convencionales tienen la abertura cuadrada, con el usual inconveniente de su gran longitud respecto al diámetro de abertura. El prisma Dove con abertura rectangular tiene un diámetro de abertura efectivo considerablemente mayor que uno con abertura cuadrada e igual longitud.

## **1.6 Revisión de capítulos**

En el capítulo 2 se deducen las matrices de Jones para analizar la evolución del estado de polarización de un haz de luz monocromático propagándose a través de un prisma reflector o un sistema de prismas reflectores. Aunque este capítulo proporciona las herramientas matemáticas requeridas en el siguiente capítulo, su lectura no es requisito para la lectura del capítulo 3. Para el lector experimentado en la materia podría ser recomendable saltarse el capítulo 2 y dejarlo para después, sirviendo para la aclaración de posibles dudas surgidas durante la lectura del tercer capítulo.

En el capítulo 3 se analiza la evolución del estado de polarización de un haz de luz monocromático al ser rotado por un prisma Dove. El análisis es realizado usando las matrices de Jones y el trazo de rayos exacto. De este análisis se cuantifica la variación del estado de polarización del frente de onda rotado con un prisma Dove para cada ángulo de rotación. Después se comprueba experimentalmente este análisis teórico relativo a la variación del estado de polarización del frente de onda rotado. Finalmente se analiza y cuantifica el contraste de interferogramas obtenidos con el interferómetro de desplazamiento rotacional para todos y cada uno de los ángulos de desplazamiento posibles.

En el capítulo 4 se describen las propiedades del prisma Dove requeridas para rotar un frente de onda colimado. Aquí es deducida analíticamente la desviación angular, de un frente de onda colimado, atravesando un prisma Dove con errores de fabricación en sus ángulos de la base y el ángulo de pirámide. Además se propone un nuevo prisma, el Dove ensanchado, el cual permite rotar un frente de onda de mayor diámetro que un prisma Dove convencional con la misma longitud de prisma. Al final de este capítulo se muestran los resultados experimentales obtenidos de la implementación en el interferómetro de dos prismas ensanchados fabricados en el taller óptico con parámetros de un diseño preliminar.

Finalmente, los resultados más relevantes se resumen en el capítulo 5, repasándose los principales desarrollos instrumentales y contribuciones del trabajo de investigación presentado aquí.

## **1.7 Referencias**

Armitage, J. D. y A. Lohmann, "Rotary shearing interferometry," *Opt. Acta* **12**, 185-192 (1965).

Baba, N. y N. Murakami, T. Ishigaki, "Nulling interferometry by use of geometric phase," *Opt. Lett.* **26**, 1167-1169 (2001).

Bates, W. J., "A wavefront shearing interferometer," Proc. Phys. Soc. (London) **59**, 940 (1947).

Beyerlein, M. y N. Lindlein, J. Schwider, "Dual-Wave-Front Computer-Generated Holograms for Quasi-Absolute Testing of Aspherics," Appl. Opt. **41**, 2440-2447 (2002).

Breckinridge, J. B., "Two-dimensional white light coherence interferometer," Appl. Opt. **13**, 2760-2762 (1974).

Breckinridge, J. B., "Obtaining information through the atmosphere at the diffraction limit of a large apertura," J. Opt. Soc. Am. **65**, 755-759 (1975).

Breckinridge, J. B., "White-light amplitude interferometer with 180-degree rotational shear," Opt. Eng. **17**(2), 156-159 (1978).

Breckinridge, J. B., "Telescope revolution," In Imaging Technology and telescopes, J. W. Bilbro, et. al., Proc. SPIE **4091**, 1-5 (2000).

Cagigal, M. y V. Canales, "Exoplanet detection using a nulling interferometer," Optics Express **9**, 36-41 (2001).

Cooke, F., "Making a convex aspheric," Appl. Opt. **14**, p. 803 (1975).

Dorrer, C. y I. A. Walmsley, "High-dynamic-range measurement of the two-point field correlation function by carrier-encoded spatial shearing interferometry," Opt Lett. **27**, 1613-1615 (2002).

Fridlund, C. V. M., "Future Space Interferometry Missions," In Interferometry in Optical Astronomy, P. J. Léna, A. Quirrenbach, Eds., Proc. SPIE **4006**, 762-771 (2000).

Fuetterer, G. y M. Lano, N. Lindlein, J. Schwider, "Lateral shearing interferometer for phase-shift mask measurement at 193 nm," In Optical Microlithography XV, A. Yen; Ed. Proc. SPIE **4691**, 541-551 (2002).

Garcia-Torales, G. y G. Paez, M. Strojnik, "Simulations and experimental results with a vectorial shearing interferometer," *Opt. Eng.* **40**, 767-773 (2001).

Garcia-Torales, G. y M. Strojnik, G. Paez, "Risley Prisms to Control Wave-Front Tilt and Displacement in a Vectorial Shearing Interferometer," *Appl. Opt.* **41**, p. 1380-1384 (2002).

Ge, J. y J. H. Debes, A. Watson, A. Chakraborty, "Imaging survey for extra-solar planets with Gaussian-shaped pupil masks," in *Future Research Direction and Visions for Astronomy*. A. M. Dressler, Ed., *Proc. SPIE* **4835**, 87-97 (2002).

Germain, M. E., "Alignment of optical delay lines for long-baseline stellar interferometry," *JOSA A* **19**, p.81 (2002).

Hariharan, P. y D. Sen, "Radial shearing interferometry," *Journal of Scientific Instruments* **38**, 428-432 (1961).

Hinz, P. M. y J. R. P. Angel, W. F. Hoffmann, D. W. McCarthy Jr., P. C. McGuire, M. Cheselka, J. L. Hora, N. J. Woolf, "Imaging circumstellar environments with a nulling interferometer," *Nature* **395**, 251-253 (1998).

Horton, R. F., "Design of a white light radial shear interferometer for segmented mirror control," *Opt. Eng.* **27**, 1063-1066 (1988).

Kasdin, N. J. y R. J. Vanderbei, D. N. Spergel, M. G. Littman, "Optimal shaped pupils for extrasolar planet detection," in *High-Contrast imaging of Exo-Planet Detection*. A. B. Schultz, R. G. Lyon, Eds. *Proc. SPIE* **4860**, 240-250 (2003).

Kou, G., "Biomedical application of optical coherence tomography (OCT) technology," in *Optics in Health Care and Biomedical Optics: Diagnostics and Treatment*, B. Chance, M. Chen; G. Yoon, Eds. *Proc. SPIE* **4916**, 255-258 (2002).

Lenouvel, L. y F. Lenouvel, *Rev. Opt.* **17**, 350 (1938).

Llyod-Hart, M. y R. Angel, "Imaging gigant extra-solar planets from the ground," *Optics & Photonics News*, October, 42-46 (2000).

Marois, C. y R. Doyon, R. Racine, D. Nadeau, "Differential imaging coronagraph for the detection of faint companions," In *Optical and IR Telescope Instrumentation and Detectors*, M. Iye, A. F. M. Moorwood, Eds., Proc. SPIE **4008**, 788-796 (2000).

Mieremet, A. L. y J. J. M. Braat, "Nulling Interferometry without Achromatic Phase Shifters," *Applied Optics* **41**, 4697-4703 (2002).

Murty, M. V. R. K. y E. C. Hagerott, "Rotational-shearing interferometry," *Appl. Opt.* **5**, 615-619 (1966).

Murty, M. V. R. K., "A compact Lateral Shearing Interferometer Based on the Michelson Interferometer," *Appl. Opt.* **9**, 1146-1148 (1970).

Nakajima, T. y H. Matsuhara, "Sensitivity of an Imaging Space Infrared Interferometer," *Applied Optics* **40**, 514-526 (2001).

Noe, T. D., "Design of Reflective Phase Compensator Filters for Telecommunications," *Applied Optics* **41**, 3183-3186 (2002).

Paez, G. y M. Strojnik, "Differential rotationally-shearing interferometer: Implementation concept," Proc. SPIE **3061**, 417-424 (1997).

Paez, G. y M. Strojnik, "Interferometric Patterns of Asymmetrical Wavefronts with Differential Rotationally-shearing Interferometer," SPIE **3061**, 425-434 (1997).

Paez, G. y M. Strojnik, G. Garcia, "Vectorial Shearing interferometer," *Appl. Opt.* **39**, 5172-5178 (2000).

- Pfund, J. y N. Lindlein, J. Schwider, "Nonnull testing of rotationally symmetric aspheres: a systematic error assessment," *Appl. Opt.* **40**, p. 439 (2001).
- Robb, P. N. y L. W. Bandermann, B. M. Haisch, M. Lockheed, "Telescope design for direct imaging of extra-solar planets," in *Space Telescopes and Instruments V*, P. Y. Bely; J. B. Breckinridge; Eds. Proc. SPIE **3356**, 588-598 (1998).
- Rocktaschel, M. y H. J. Tiziani, "Limitations of the Shack-Hartmann sensor for testing optical aspherics," *Optics and Laser Technology* **34**, 631-637 (2002).
- Roddier, C. y F. Roddier, J. Demarcq, "Compact rotational shearing interferometer for astronomical applications," *Opt. Eng.* **28**, 66-70 (1989).
- Scholl, M. S. y G. Paez, "Simulated interferometric patterns generated by a nearby star-planet system and detected by a rotational shearing interferometer," *J. Opt. Soc. Am. A*, **16**, 2019-2024 (1999).
- Scholl, M. S., "Signal generated by an extrasolar system planet detected by a rotating rotationally shearing interferometer," *J. Opt. Soc. Am. A* **13**, 1584-1592 (1996).
- Schulz, G., "Imaging performance of aspherics in comparison with spherical surfaces," *Appl. Opt.* **26**, p. 5118 (1987).
- Schultz, A. B. et al., "Imaging planets about other stars with UMBRAS," In *Infrared Spaceborne Remote Sensing VII*, M. Strojnik, B. Andresen, Eds, Proc. SPIE **3759**, 49-58 (1999).
- Shirai, T., "Liquid-Crystal Adaptive Optics Based on Feedback Interferometry for High-Resolution Retinal Imaging," *Appl. Opt.* **41**, 4013-4023 (2002).
- Sticker, M. y M. Pircher, E. Gtzingler, H. Sattmann, A. F. Fercher, C. K. Hitzenberger, "En face imaging of single cell layers by differential phase-contrast optical coherence microscopy," *Optics Letters* **27**, 1126-1128 (2002).



Strojnik Scholl, M. y G. Paez, “*Cancellation of star-light generated by a nearby star-planet system upon detection with a rotationally-shearing interferometer,*” *Infr. Phys. & Technol.* **40**, 357-365 (1999).

Strojnik, M. y G. Paez, “Mathematical theory of differential rotational shearing interferometry: asymmetrical aberrations,” in *Interferometry 99, Techniques and Technologies*, M. Kujawinska and M. Takeda, eds., Proc. SPIE **3744**, 335-346 (1999).

Strojnik, M. y G. Paez, “Testing the aspherical surfaces with the differential rotational-shearing interferometer,” in *Fabrication & Testing of Aspheres*, A. Lindquist, M. Piscotty, J. S. Taylor, eds., Vol. **24** of OSA proceedings Series (Optical Society of America, Washington DC, 1999), pp. 119-123.

Watson, S. M. y J. P. Mills, S. L. Gaiser, D. J. Diner, “Direct imaging of nonsolar planets with infrared telescopes using apodized coronagraphs,” *Appl. Opt.* **30**, 3253-3262 (1991).

Weingärtner, I. y M. Schulz, “High-accuracy interferometric measurement of aspheres,” in *Interferometry XI: Applications*, W. Osten, Ed. Proc. SPIE **4778**, 105-118 (2002).

Yang, Y. y Y. Lu, Yuanbiao, Y. Zhuo, J. Chen, X. Zhang, B. Chen, “Wavefront sensing technique with a radial shearing interferometry applied to an adaptive optic system,” In *Adaptive Optics and Applications II*, W. Jiang; R. K. Tyson, Eds. Proc. SPIE **4926**, 132-139 (2002).

# Capítulo 2

## MATRICES DE JONES DE PRISMAS REFLECTORES

### 2.1 Introducción

Los prismas reflectores se diseñan para no dispersar la luz, reflejándose en su interior al menos una vez. Existen varios tipos de prismas reflectores como el cubo retrorreflector, el pentaprisma, el Amici, el romboidal, el Pechan y el Dove (ver Figura 2.1). Estos tienen muy variadas aplicaciones, las básicas son desviar un haz de luz o cambiar la orientación de la imagen (Wolfe, 1995). Los prismas reflectores no sólo se usan en sistemas formadores de imágenes, también se emplean como componentes ópticos en interferómetros, cavidades láser, polarímetros y en diversas aplicaciones. En algunos interferómetros se usan para desviar, deformar o rotar un frente de onda. También se ha estudiado su aplicación como elementos polarizadores para producir luz polarizada tanto lineal como elíptica ([Tewari, 1998], [Galvez, 1999]). Pues en ellos la reflexión total interna crea una diferencia de fase entre las componentes  $p$  y  $s$  del campo eléctrico internamente reflejado.

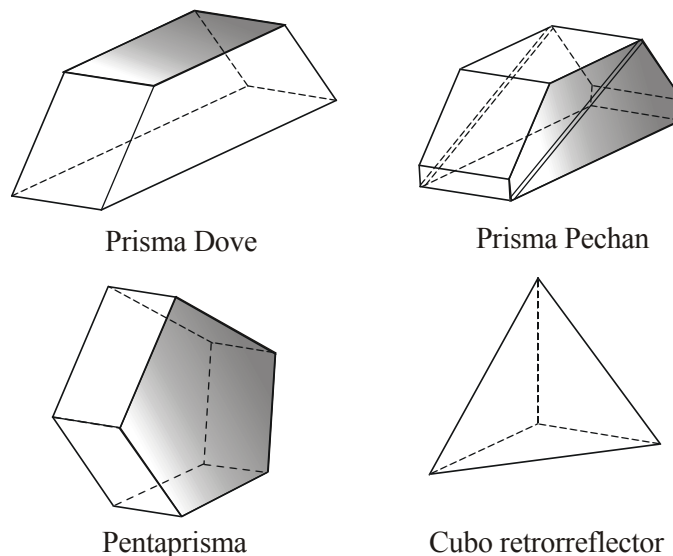


Fig. 2.1 Algunos de los prismas reflectores más empleados.

Anteriormente se han estudiado las propiedades de polarización de algunos prismas reflectores ([Scholl, 1995], [Liu, 1997], [Wang, 1997]), planteando las matrices de Jones específicas. En este capítulo exponemos un análisis matricial para modelar las propiedades de polarización de cualquier tipo de prisma reflector iluminado con luz polarizada. Waluschka implementó una técnica llamada “*polarization ray tracing*” que proporciona información de la fase y amplitud de un rayo propagándose en cualquier dirección (Waluschka, 1989). Este método está orientado al diseño de lentes y se requieren hacer algunos cálculos intermedios para conocer el estado de polarización después de cada reflexión o refracción (Chipman, 1995). A lo largo del presente capítulo se deduce una técnica vectorial, para el análisis de la luz polarizada en prismas reflectores, análoga a la técnica de “*polarization ray tracing*”. Con la adicional ventaja de que las matrices de Jones obtenidas están en términos de los parámetros directamente proporcionados por el trazo de rayos exacto.

Aquí sólo se analiza luz polarizada, es decir, polarización lineal o elíptica. Nuestro interés es tener una herramienta matemática para analizar la luz polarizada en prismas reflectores que desplazan angularmente un frente de onda en el interferómetro de desplazamiento rotacional.

Por lo tanto, aquí se deducen las matrices de Jones para obtener el vector campo eléctrico de un haz de luz a la salida de un prisma reflector. A partir de un tratamiento vectorial se llega a las matrices de Jones generales para propagación oblicua a través de un prisma reflector. Estas están en función de los datos proporcionados por el trazo de rayos exacto. Además, los cambios en el vector campo eléctrico del rayo no sólo dependen del número de reflexiones internas y de la geometría del prisma, también, de la no homogeneidad del índice de refracción del material, del acabado de las superficies, de los errores de fabricación en los ángulos de las caras del prisma y de la desalineación del sistema óptico. Todas estas variantes se pueden incluir en el trazo de rayos exacto. Las matrices de Jones deducidas son válidas para cualquier tipo de prisma o sistema de prismas reflectores, sólo se requiere hacer el trazo de rayos exacto para el prisma en cuestión. Entre más parámetros físicos se consideren en el trazo de rayos, más exacto será el análisis para la transformación de la polarización.

Comenzamos el análisis deduciendo las expresiones básicas para la transformación del campo eléctrico después de una reflexión o refracción en una interfase entre dos medios de diferente índice de refracción.

## 2.2 El campo eléctrico después de una reflexión o refracción en una interfase

Un prisma reflector desvía o cambia la dirección de un rayo por medio de reflexiones internas en el interior del prisma. Cualquier rayo se refracta al entrar o salir del prisma, por eso es importante conocer como cambia el vector campo eléctrico al reflejarse o refractarse en una interfase.

El vector campo eléctrico  $\mathbf{E}$  del rayo incidente en la interfase entre dos medios (con vector unitario de propagación  $\mathbf{k}_i$ ), se representa en una base de vectores ortonormales  $\mathbf{p}_i$  y  $\mathbf{s}_i$ , como se ilustra en la Figura 2.2. El vector normal unitario  $\mathbf{s}_i$  denota la componente del campo eléctrico  $\mathbf{E}$  normal al plano de incidencia:

$$\mathbf{s}_i = (\mathbf{k}_i \times \mathbf{n}) / |\mathbf{k}_i \times \mathbf{n}|. \quad (2.1)$$

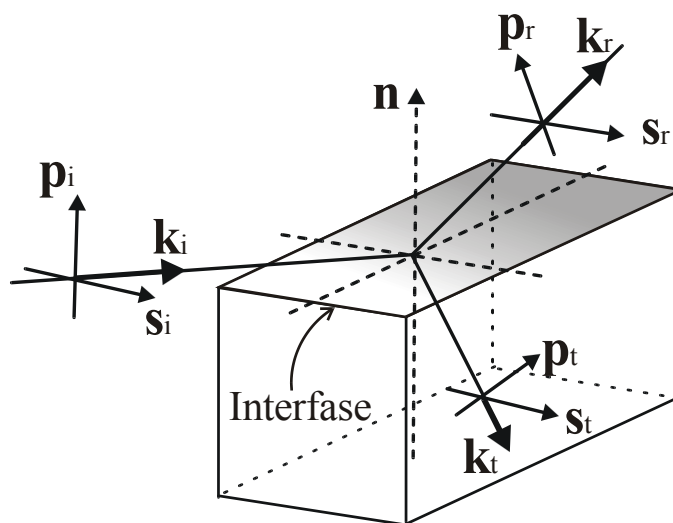


Fig. 2.2 Reflexión y refracción de un rayo, con vector de dirección  $\mathbf{k}_i$ , en la interfase entre dos medios con índices de refracción diferentes.

Queremos hacer notar que las cantidades vectoriales están escritas con letras oscuras en todo el capítulo. Con la excepción de los vectores de campo eléctrico, todos los vectores que aparecen aquí son unitarios.

Se pueden usar los vectores unitarios  $\mathbf{s}_i$  y  $\mathbf{k}_i$  para definir un vector normal unitario  $\mathbf{p}_i$  paralelo al plano de incidencia, y perpendicular a  $\mathbf{s}_i$  y  $\mathbf{k}_i$ :

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{s}_i \times \mathbf{k}_i . \quad (2.2)$$

El vector campo eléctrico  $\mathbf{E}$  del rayo incidente se puede escribir en términos de la base de vectores ortonormales  $\mathbf{s}_i$ ,  $\mathbf{p}_i$  y  $\mathbf{k}_i$ , considerando la condición especial de propagación electromagnética  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{k}_i = 0$ .

$$\mathbf{E} = (\mathbf{E} \cdot \mathbf{p}_i) \mathbf{p}_i + (\mathbf{E} \cdot \mathbf{s}_i) \mathbf{s}_i . \quad (2.3)$$

El vector campo eléctrico  $\mathbf{E}$  del rayo incidente se modifica al refractarse en la interfase. También, se puede poner al vector campo eléctrico del rayo refractado en una base de vectores ortonormales. El vector unitario  $\mathbf{p}_t$  paralelo al plano de incidencia, depende de la dirección del rayo refractado:

$$\mathbf{p}_t = \mathbf{s}_i \times \mathbf{k}_t . \quad (2.4)$$

Notamos que el vector normal al plano de incidencia  $\mathbf{s}_i$  no se modifica,  $\mathbf{s}_t = \mathbf{s}_r = \mathbf{s}_i$ .

Las componentes, paralela y perpendicular al plano de incidencia, del campo eléctrico  $\mathbf{E}$  se modifican al refractarse el rayo. Este cambio depende de los coeficientes de Fresnel de transmisión  $t_{\parallel}$  y  $t_{\perp}$ . Entonces el campo eléctrico del rayo refractado en la superficie, es

$$\mathbf{E}_t = t_{\parallel} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{p}_i) \mathbf{p}_t + t_{\perp} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{s}_i) \mathbf{s}_i . \quad (2.5)$$

Por reflexión, el campo  $\mathbf{E}$  se modifica dependiendo de los coeficientes complejos de reflexión  $r_{\parallel}$  y  $r_{\perp}$ . Entonces el vector campo eléctrico del rayo reflejado en la superficie, es

$$\mathbf{E}_r = r_{\parallel} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{p}_i) \mathbf{p}_r + r_{\perp} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{s}_i) \mathbf{s}_i . \quad (2.6)$$

Donde el vector paralelo al plano de incidencia  $\mathbf{s}_r$  depende de la dirección del rayo reflejado  $\mathbf{k}_r$  y del vector  $\mathbf{s}_i$ , ( $\mathbf{p}_r = \mathbf{s}_i \times \mathbf{k}_r$ ).

### 2.3 Transformación del campo $\mathbf{E}$ de un rayo a través de un prisma reflector

Un rayo de luz atraviesa  $m$  superficies de un prisma reflector. Además de refractarse en la entrada y la salida, también se refleja  $(m-2)$  veces en las caras internas del prisma. El número  $m$  de superficies depende del tipo de prisma. Varios de los prismas están a su vez formados por otros prismas, en esos casos se puede analizar cada unidad por separado.

Consideremos un rayo incidente con vector campo eléctrico  $\mathbf{E}$  y vector de propagación normalizado  $\mathbf{k}_1$ . La superficie de entrada del prisma tiene un vector normal unitario  $\mathbf{n}_1$ . Un rayo se refleja internamente en las superficies internas que tienen vectores normal unitario  $\mathbf{n}_2$ ,  $\mathbf{n}_3, \dots, \mathbf{n}_{m-1}$ , sucesivamente. La superficie de salida tiene un vector normal unitario  $\mathbf{n}_m$ .

El vector campo eléctrico del rayo refractado en la superficie de entrada del prisma se puede escribir en la base de vectores ortonormales  $\mathbf{p}_{1i}$  y  $\mathbf{s}_1$ :

$$\mathbf{E}_{1t} = t_{\parallel} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{p}_{1i}) \mathbf{p}_{1t} + t_{\perp} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{s}_1) \mathbf{s}_1 . \quad (2.7)$$

El vector campo eléctrico del rayo reflejado internamente en la segunda superficie dentro del prisma, es

$$\mathbf{E}_{2r} = r_{2\parallel} (\mathbf{E}_{1t} \cdot \mathbf{p}_{2i}) \mathbf{p}_{2r} + r_{2\perp} (\mathbf{E}_{1t} \cdot \mathbf{s}_2) \mathbf{s}_2 . \quad (2.8)$$

Por tanto, el vector campo eléctrico del rayo reflejado internamente por (n-1)-ésima vez es

$$\mathbf{E}_{(n+1)r} = r_{(n+1)\parallel} (\mathbf{E}_{nr} \cdot \mathbf{p}_{(n+1)i}) \mathbf{p}_{(n+1)r} + r_{(n+1)\perp} (\mathbf{E}_{nr} \cdot \mathbf{s}_{n+1}) \mathbf{s}_{n+1} . \quad (2.9)$$

Donde el número de reflexiones internas está en el rango de:  $n = 1 \dots (m-2)$ .

El vector campo eléctrico  $\mathbf{E}_{1r} = \mathbf{E}_{1t}$ .

El vector campo eléctrico del rayo refractado en la superficie de salida del prisma, es

$$\mathbf{E}_{\text{final}} = t_{m\parallel} (\mathbf{E}_{(m-1)r} \cdot \mathbf{p}_{mi}) \mathbf{p}_{mt} + t_{m\perp} (\mathbf{E}_{(m-1)r} \cdot \mathbf{s}_m) \mathbf{s}_m . \quad (2.10)$$

El vector campo eléctrico  $\mathbf{E}_{\text{final}}$  del rayo que sale del prisma se puede calcular con el trazo de rayos exacto. El trazo de rayos exacto proporciona la dirección del rayo de luz en cualquier punto en el interior del prisma, es decir, los vectores de propagación normalizados  $\mathbf{k}_n$  ( $n = 2 \dots m$ ). Para hacer el trazo de rayos exacto, se deben conocer a priori las  $m$  normales a cada una de las superficies del prisma, denotadas por los vectores unitarios  $\mathbf{n}_n$  ( $n = 1 \dots m$ ).

Los coeficientes de reflexión y refracción en cada superficie dependen del ángulo entre el rayo incidente y la normal a la superficie, es decir, el vector de propagación  $\mathbf{k}_n$  del rayo incidente y el vector normal a la superficie  $\mathbf{n}_n$  en cuestión. Además, los coeficientes de reflexión son complejos cuando hay reflexión total interna y se genera polarización elíptica.

El vector campo eléctrico  $\mathbf{E}_{\text{final}}$ , a la salida de prisma, se puede expresar en la base de vectores ortonormales cartesianos  $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ . Esto se logra al expresar  $\mathbf{E}$  y todos los vectores  $\mathbf{n}_n$  y  $\mathbf{k}_n$  en la base  $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ .

## 2.4 Transformación del campo E: Análisis por matrices de Jones

Hemos obtenido la transformación del vector campo eléctrico de un rayo de luz polarizada que atraviesa cualquier prisma reflector. La variación del campo, a través del prisma, se calcula

mediante las expresiones sucesivas (2.7), (2.9) y (2.10). Al observar estas ecuaciones, se pueden deducir las matrices de Jones para trazo de rayos exacto.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{(\text{final})\parallel} \\ \mathbf{E}_{(\text{final})\perp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{m\parallel} (\mathbf{p}_{mi} \cdot \mathbf{p}_{(m-1)t}) & \mathbf{t}_{m\parallel} (\mathbf{p}_{mi} \cdot \mathbf{s}_{m-1}) \\ \mathbf{t}_{m\perp} (\mathbf{s}_m \cdot \mathbf{p}_{(m-1)t}) & \mathbf{t}_{m\perp} (\mathbf{s}_m \cdot \mathbf{s}_{m-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{(m-1)r\parallel} \\ \mathbf{E}_{(m-1)r\perp} \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{nr\parallel} \\ \mathbf{E}_{nr\perp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{n\parallel} (\mathbf{p}_{ni} \cdot \mathbf{p}_{(n-1)r}) & \mathbf{r}_{n\parallel} (\mathbf{p}_{ni} \cdot \mathbf{s}_{n-1}) \\ \mathbf{r}_{n\perp} (\mathbf{s}_n \cdot \mathbf{p}_{(n-1)r}) & \mathbf{r}_{n\perp} (\mathbf{s}_n \cdot \mathbf{s}_{n-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{(n-1)r\parallel} \\ \mathbf{E}_{(n-1)r\perp} \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

Donde  $n = 2 \dots (m-1)$ .

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{1t\parallel} \\ \mathbf{E}_{1t\perp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{1\parallel} (\mathbf{p}_{1i} \cdot \mathbf{A}) & \mathbf{t}_{1\parallel} (\mathbf{p}_{1i} \cdot \mathbf{B}) \\ \mathbf{t}_{1\perp} (\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{A}) & \mathbf{t}_{1\perp} (\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{B}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_A \\ \mathbf{E}_B \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

Estas matrices son equivalentes a las empleadas en la técnica de "polarization ray tracing".

Donde  $\mathbf{p}_{1r} = \mathbf{p}_{1t}$ , y  $\mathbf{E}_{1r} = \mathbf{E}_{1t}$ . El vector campo eléctrico  $\mathbf{E}$  del rayo incidente está en una base arbitraria de vectores  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$ , que son ortonormales al vector de propagación  $\mathbf{k}_i$  del rayo incidente. En este apéndice  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$  se escogen como  $\mathbf{i}$  y  $\mathbf{j}$  cuando la dirección del rayo inicial es  $\mathbf{k}$  (sobre el eje z).

Las matrices 2x2 de las ecuaciones (2.11), (2.12) y (2.13) se pueden nombrar como  $\boldsymbol{\tau}_{\text{final}}$ ,  $\boldsymbol{r}_n$  y  $\boldsymbol{\tau}_1$  respectivamente. Así el vector campo eléctrico  $\mathbf{E}_{\text{final}}$  a la salida del prisma depende de las matrices de Jones con elementos de matriz deducidos del trazo exacto de rayos. El vector campo eléctrico inicial  $\mathbf{E}$  se transforma en  $\mathbf{E}_{\text{final}}$  después de refractarse dos veces y reflejarse internamente (m-2) veces sobre las m superficies del prisma.

$$\mathbf{E}_{\text{final}} = \boldsymbol{\tau}_{\text{final}} \boldsymbol{r}_n \dots \boldsymbol{r}_2 \boldsymbol{\tau}_1 \mathbf{E}. \quad (2.14)$$



Los elementos de matriz de  $\boldsymbol{\tau}_{\text{final}}$ ,  $\boldsymbol{r}_n$  y  $\boldsymbol{\tau}_1$  se pueden expresar en función de los parámetros del trazo de rayos. Es decir, en función de los vectores de propagación  $\mathbf{k}_n$  y los vectores  $\mathbf{n}_n$  normales a las superficies, para cada refracción o reflexión del rayo a lo largo de la trayectoria. Usando álgebra vectorial se obtienen las matrices de Jones para trazo exacto de rayos:

$$\boldsymbol{t}_{\text{final}} = \frac{1}{|\mathbf{k}_m \times \mathbf{n}_m| |\mathbf{k}_m \times \mathbf{n}_{m-1}|} \begin{bmatrix} \boldsymbol{t}_{\text{mll}}(\mathbf{k}_m \times \mathbf{n}_m) \cdot (\mathbf{k}_m \times \mathbf{n}_{m-1}) & -\boldsymbol{t}_{\text{mll}}(\mathbf{k}_m \times \mathbf{n}_m) \cdot \mathbf{n}_{m-1} \\ \boldsymbol{t}_{\text{m}\perp}(\mathbf{k}_m \times \mathbf{n}_m) \cdot \mathbf{n}_{m-1} & \boldsymbol{t}_{\text{m}\perp}(\mathbf{k}_m \times \mathbf{n}_m) \cdot (\mathbf{k}_m \times \mathbf{n}_{m-1}) \end{bmatrix}, \quad (2.15)$$

$$\boldsymbol{r}_n = \frac{1}{|\mathbf{k}_n \times \mathbf{n}_n| |\mathbf{k}_n \times \mathbf{n}_{(n-1)}|} \begin{bmatrix} \boldsymbol{r}_{\text{nll}}(\mathbf{k}_n \times \mathbf{n}_n) \cdot (\mathbf{k}_n \times \mathbf{n}_{(n-1)}) & -\boldsymbol{r}_{\text{nll}}(\mathbf{k}_n \times \mathbf{n}_n) \cdot \mathbf{n}_{(n-1)} \\ \boldsymbol{r}_{\text{n}\perp}(\mathbf{k}_n \times \mathbf{n}_n) \cdot \mathbf{n}_{(n-1)} & \boldsymbol{r}_{\text{n}\perp}(\mathbf{k}_n \times \mathbf{n}_n) \cdot (\mathbf{k}_n \times \mathbf{n}_{(n-1)}) \end{bmatrix}, \quad (2.16)$$

Donde  $n = 2 \dots (m-1)$ .

$$\boldsymbol{t}_1 = \frac{1}{|\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1|} \begin{bmatrix} \boldsymbol{t}_{1\text{ll}}(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1) \cdot \mathbf{B} & -\boldsymbol{t}_{1\text{ll}}(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1) \cdot \mathbf{A} \\ \boldsymbol{t}_{1\perp}(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1) \cdot \mathbf{A} & \boldsymbol{t}_{1\perp}(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1) \cdot \mathbf{B} \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

Se puede establecer una relación con las matrices de Jones convencionales. Por ejemplo, la transformación del campo de un haz incidente en la superficie de entrada a un prisma. Si se conoce el vector campo eléctrico  $\mathbf{E}$  de un rayo incidente, en una base de vectores ortonormales  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$ . Pero los vectores paralelo y normal a la superficie de incidencia,  $\mathbf{p}_{1i}$  y  $\mathbf{s}_1$ , están rotados un ángulo  $\alpha$  respecto a  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$  respectivamente. Se puede obtener la relación entre campo incidente y transmitido, usando la ecuación (2.13) o la (2.17).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{\text{ll}} \\ \mathbf{E}_{\text{l}\perp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{t}_{\text{ll}} \cos\alpha & \boldsymbol{t}_{\text{ll}} \sin\alpha \\ -\boldsymbol{t}_{\text{l}\perp} \sin\alpha & \boldsymbol{t}_{\text{l}\perp} \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_A \\ \mathbf{E}_B \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

El producto de la conocida matriz de transmisión y de rotación  $R(\alpha)$  es igual a la matriz de la ecuación (2.18). Es fácil plantear las matrices de rotación adecuadas para analizar rayos

paralelos al eje óptico, pero no en el caso de rayos oblicuos. También la dificultad en usar las matrices de transmisión y rotación es mayor en prismas cuyas normales de superficie no son coplanares. Pero al hacer el trazo con rayos, cada uno con diferentes direcciones, en prismas de geometría complicada o prismas en movimiento (rotacional), se dificulta el planteamiento de las matrices de rotación. Las ecuaciones (2.7), (2.9) y (2.10) o su equivalente matricial (2.14), (2.15), (2.16) y (2.17) proporcionan la transformación del campo eléctrico directamente del trazo de rayos exacto.

Los errores de fabricación, el acabado de las superficies y la alineación del prisma se toman en cuenta mediante los vectores normales a cada superficie del prisma.

Cuando se traza un grupo de rayos para simular un frente de onda, es conveniente introducir un factor de fase y uno de atenuación para cada rayo. El término de fase es debido a inhomogeneidades en el índice de refracción y a diferencias en el camino óptico. La atenuación es debida a la absorción en el material. El vector campo eléctrico a la salida es

$$\mathbf{E}_{\text{Final}} = \mathbf{E}_{\text{final}} e^{(2\pi i/\lambda - \alpha/2n)\text{OPL}} \quad (2.19)$$

Donde OPL es la longitud de camino óptico, que también se obtiene del trazo de rayos exacto. El parámetro  $\alpha$  es el coeficiente de absorción del material óptico con índice de refracción  $n$ .

## 2.5 Transformación del campo E por un prisma Dove

El cambio en el estado de polarización de un haz de luz rotado por un prisma Dove, cuando el prisma se rota sobre su eje se puede obtener usando el análisis anterior. En la Figura 2.3 se muestran los vectores unitarios normales a cada superficie donde incide el rayo. Aquí analizamos el caso general en el cual un rayo de entrada incide con una dirección arbitraria. Por lo tanto usamos el trazo exacto de rayos en el análisis matricial.

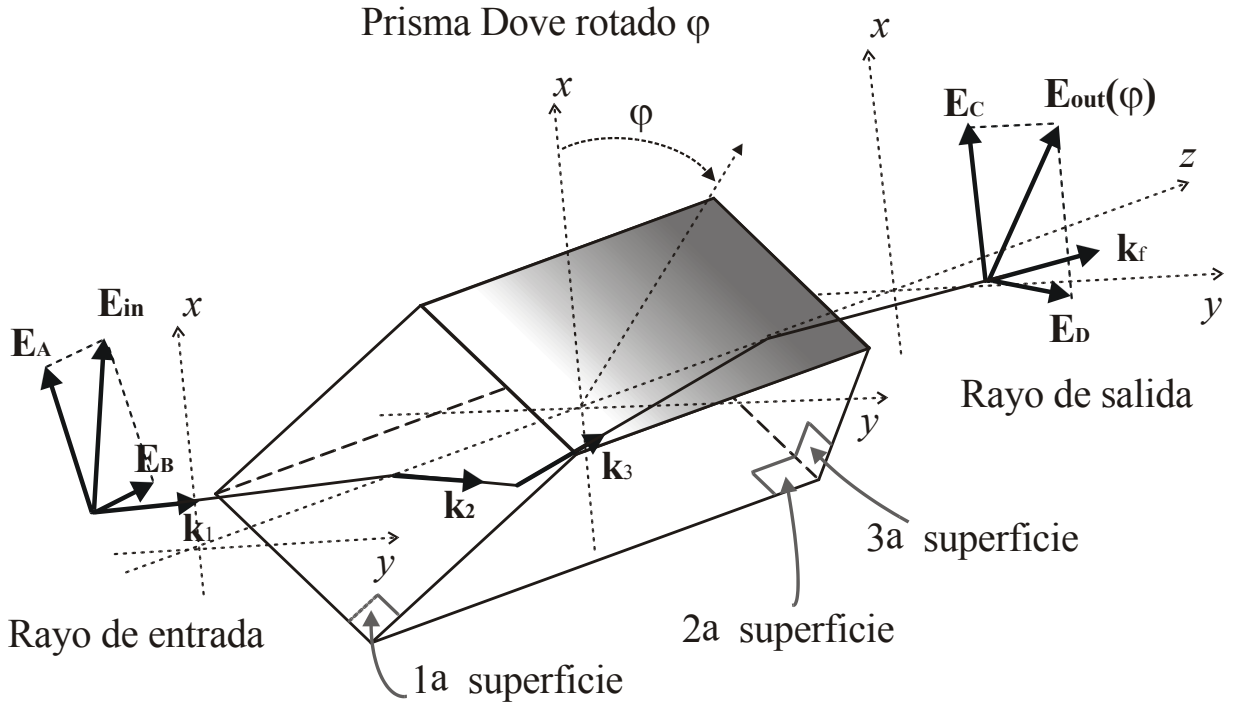


Fig. 2.3 La polarización  $\mathbf{E}_{out}(\varphi)$  a la salida del prisma Dove rotado depende del ángulo de rotación  $\varphi$  del prisma. El campo eléctrico a la entrada es  $\mathbf{E}_{in}$ . El vector unitario de propagación  $\mathbf{k}_1$  especifica la dirección arbitraria de propagación del frente de onda a la entrada del prisma. Los vectores unitarios de onda ( $\mathbf{k}_2$  y  $\mathbf{k}_3$ ) indican la dirección de propagación a lo largo del prisma. El vector  $\mathbf{k}_f$  muestra la dirección de propagación del frente de onda plano a la salida del prisma. Las superficies de primera refracción, reflexión, y segunda refracción están indicadas en la figura.

El prisma Dove se usa para rotar una imagen o un frente de onda. Un rayo de luz que atraviesa este prisma se refracta en las superficies de entrada y salida, y se refleja en su interior una sola vez. El campo eléctrico del rayo de salida puede ser calculado empleando sucesivamente las expresiones (2.7), (2.9) y (2.10):

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_{out}(\varphi) = & [t_{3||}r_{2||}t_{1||} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{p}_{1i})(\mathbf{p}_{1t} \cdot \mathbf{p}_{2i})(\mathbf{p}_{2r} \cdot \mathbf{p}_{3i}) + t_{3||}r_{2||}t_{1\perp} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{s}_1)(\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{p}_{2i})(\mathbf{p}_{2r} \cdot \mathbf{p}_{3i}) \\
 & + t_{3||}r_{2\perp}t_{1||} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{p}_{1i})(\mathbf{p}_{1t} \cdot \mathbf{s}_2)(\mathbf{s}_2 \cdot \mathbf{p}_{3i}) + t_{3||}r_{2\perp}t_{1\perp} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{s}_1)(\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2)(\mathbf{s}_2 \cdot \mathbf{p}_{3i})] \mathbf{p}_{3t} \\
 & + [t_{3\perp}r_{2||}t_{1||} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{p}_{1i})(\mathbf{p}_{1t} \cdot \mathbf{p}_{2i})(\mathbf{p}_{2r} \cdot \mathbf{s}_3) + t_{3\perp}r_{2||}t_{1\perp} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{s}_1)(\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{p}_{2i})(\mathbf{p}_{2r} \cdot \mathbf{s}_3) \\
 & + t_{3\perp}r_{2\perp}t_{1||} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{p}_{1i})(\mathbf{p}_{1t} \cdot \mathbf{s}_2)(\mathbf{s}_2 \cdot \mathbf{s}_3) + t_{3\perp}r_{2\perp}t_{1\perp} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{s}_1)(\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2)(\mathbf{s}_2 \cdot \mathbf{s}_3)] \mathbf{s}_3 . \quad (2.20)
 \end{aligned}$$

También se puede emplear el equivalente matricial dado por las ecuaciones (2.14), (2.15), (2.16) y (2.17):

$$\mathbf{E}_{\text{out}}(\varphi) = \boldsymbol{\tau}_3 \mathbf{r}_2 \boldsymbol{\tau}_1 \mathbf{E}_{\text{in}} , \quad (2.21)$$

Donde

$$\boldsymbol{\tau}_3 = \frac{1}{|\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3| |\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_2|} \begin{bmatrix} t_{3||}(\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3) \cdot (\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_2) & -t_{3||}(\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3) \cdot \mathbf{n}_2 \\ t_{3\perp}(\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3) \cdot \mathbf{n}_2 & t_{3\perp}(\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3) \cdot (\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_2) \end{bmatrix} , \quad (2.22)$$

$$\mathbf{r}_2 = \frac{1}{|\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2| |\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_1|} \begin{bmatrix} r_{2||}(\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2) \cdot (\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_1) & -r_{2||}(\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2) \cdot \mathbf{n}_1 \\ r_{2\perp}(\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2) \cdot \mathbf{n}_1 & r_{2\perp}(\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2) \cdot (\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_1) \end{bmatrix} , \quad (2.23)$$

$$\boldsymbol{\tau}_1 = \frac{1}{|\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1|} \begin{bmatrix} t_{1||}(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1) \cdot \mathbf{B} & -t_{1||}(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1) \cdot \mathbf{A} \\ t_{1\perp}(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1) \cdot \mathbf{A} & t_{1\perp}(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1) \cdot \mathbf{B} \end{bmatrix} , \quad (2.24)$$

$$\mathbf{E}_{\text{in}} = E_A \mathbf{A} + E_B \mathbf{B} . \quad (2.25)$$

El rayo incidente se propaga con una dirección arbitraria dada por el vector unitario  $\mathbf{k}_1$ , así los vectores ortonormales que forman la base del vector campo eléctrico de entrada son:  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$ .

Cuando el haz incidente se propaga paralelo al eje óptico ( $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}$ ), estos vectores unitarios de la base pueden ser  $\mathbf{A} = \mathbf{i}$  y  $\mathbf{B} = \mathbf{j}$ , donde  $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$  representan a los ejes cartesianos  $(x, y, z)$ .

Al efectuar el trazo de rayos exacto se especifican los vectores unitarios normales a cada superficie del prisma  $\mathbf{n}_3$ ,  $\mathbf{n}_2$  y  $\mathbf{n}_1$  y el vector unitario de propagación  $\mathbf{k}_1$ , obteniéndose al final los vectores unitarios de propagación  $\mathbf{k}_2$  y  $\mathbf{k}_3$ . Con los que se puede calcular el campo

eléctrico a la salida del prisma Dove,  $\mathbf{E}_{\text{out}}$ , empleando la ecuación (2.20) o (2.21). Pero ambas ecuaciones proporcionan el campo eléctrico de salida en una base de vectores respecto a la superficie de salida, la cual varía para cada ángulo de rotación del prisma. Uno de los vectores base es paralelo y el otro es perpendicular, ambos respecto al plano de incidencia de la superficie de salida del prisma. Por lo tanto el vector campo eléctrico de salida debe multiplicarse por una matriz especial de rotación para dejarlo en una base de vectores ortonormales ( $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$ ) que no varíe con la rotación del prisma.

$$\mathbf{E}_{\text{out}}(\varphi) = \mathbf{R}_{\mathbf{C},\mathbf{D}} \mathbf{E}_{\text{out}}(\varphi) = (\mathbf{E}_{\text{out}}(\varphi) \cdot \mathbf{C}) \mathbf{C} + (\mathbf{E}_{\text{out}}(\varphi) \cdot \mathbf{D}) \mathbf{D}, \quad (2.26)$$

donde

$$\mathbf{R}_{\mathbf{C},\mathbf{D}} = \frac{1}{|\mathbf{k}_f \times \mathbf{n}_3|} \begin{bmatrix} -\mathbf{D} \cdot (\mathbf{k}_f \times \mathbf{n}_3) & \mathbf{D} \cdot \mathbf{n}_3 \\ -\mathbf{D} \cdot \mathbf{n}_3 & \mathbf{D} \cdot (\mathbf{k}_f \times \mathbf{n}_3) \end{bmatrix}. \quad (2.27)$$

La matriz  $\mathbf{R}_{\mathbf{C},\mathbf{D}}$  es necesaria para transformar la base vectorial cambiante del vector campo eléctrico de salida a una base constante de vectores unitarios  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$  (que permanezca igual para cada ángulo de rotación del prisma).

## 2.6 Referencias

Chipman, R. A., “Mechanics of polarization ray tracing,” *Opt. Eng.* **34**, 1636-1645 (1995).

Galvez, E. J. y M. R. Cheyne, J. B. Stewart, C. D. Holmes, H. I. Sztul, “Variable geometric-phase polarization rotators for the visible,” *Opt. Commun.* **171**, 7-13 (1999).

Liu, J. y R. M. A. Azzam, “Polarization properties of corner-cube retroreflectors: theory and experiment,” *Appl. Opt.* **36**, 1553-1559 (1997).

Scholl, M. S., “Ray trace through a corner-cube retroreflector with complex reflection coefficients,” *J. Opt. Soc. Am. A*, **12**, 1589-1592 (1995).

Tewari, R. D. y A. M., Ghodgaonkar, "Modified polarizing prism," *Opt. Laser Technol.* **30**, 63-70 (1998).

Waluschka, E., "Polarization ray trace," *Opt. Eng.* **28**, 86-89 (1989).

Wang, Z. P. y W. M. Sun, S. L. Ruan, C. Kang, Z. J. Huang, S. Q. Zhang, "Polarization-preserving totally reflecting prisms with a single medium layer," *Appl. Opt.* **36**, 2802-2806 (1997).

Wolfe, W. L., "Nondispersive Prisms," in Michel Bass (ed.). *Handbook of Optics*, 2nd ed., McGraw-Hill, 1995, pp. 4.1-4.29.

## Capítulo 3

# ESTADO DE POLARIZACION DE UN FRENTE DE ONDA ROTADO

### 3.1 Introducción

Tal y como se mencionó en el primer capítulo, un interferómetro de desplazamiento rotacional (IDR) ha sido propuesto para detectar la señal de planetas extrasolares ([Scholl, 1996], [Strojnik, 1999a]), con la remoción adicional de la luz estelar por métodos de anulación tanto interferométricos como coronográficos ([Strojnik, 1999b], [Hinz, 1998], [Watson, 1991]). Además, un IDR puede ser usado para probar segmentos fuera de eje de los grandes espejos fragmentados o diluidos (usados como primarios de telescopios) que a su vez son usualmente empleados en la detección de señales débiles y en otras aplicaciones ([Strojnik, 1999c], [Flores, 1999]). Un interferómetro Mach-Zehnder se convierte en un IDR insertando un prisma Dove en cada uno de sus brazos.

El interés en la configuración Mach-Zehnder se debe a la posibilidad de examinar y modificar separadamente la trayectoria en cada brazo. La Figura 3.1 muestra un esquema de un IDR en una configuración Mach-Zehnder. El primer divisor de haz divide el frente de onda bajo prueba. Un haz es rotado respecto al otro cuando éste pasa a través del brazo con el prisma Dove rotado. El otro prisma permanece fijo, y de éste modo, ambos haces son invertidos. El resultado final para ambos haces es que el haz en la trayectoria del prisma Dove girado es solamente rotado respecto al otro haz. Por eso, la función primordial del prisma fijo es compensar la trayectoria óptica. Sin embargo, en varias aplicaciones, su presencia no es crítica. Después del segundo divisor de haz, ambos frentes de onda son recombinados para producir un patrón de interferencia en el plano de detección de la cámara CCD.

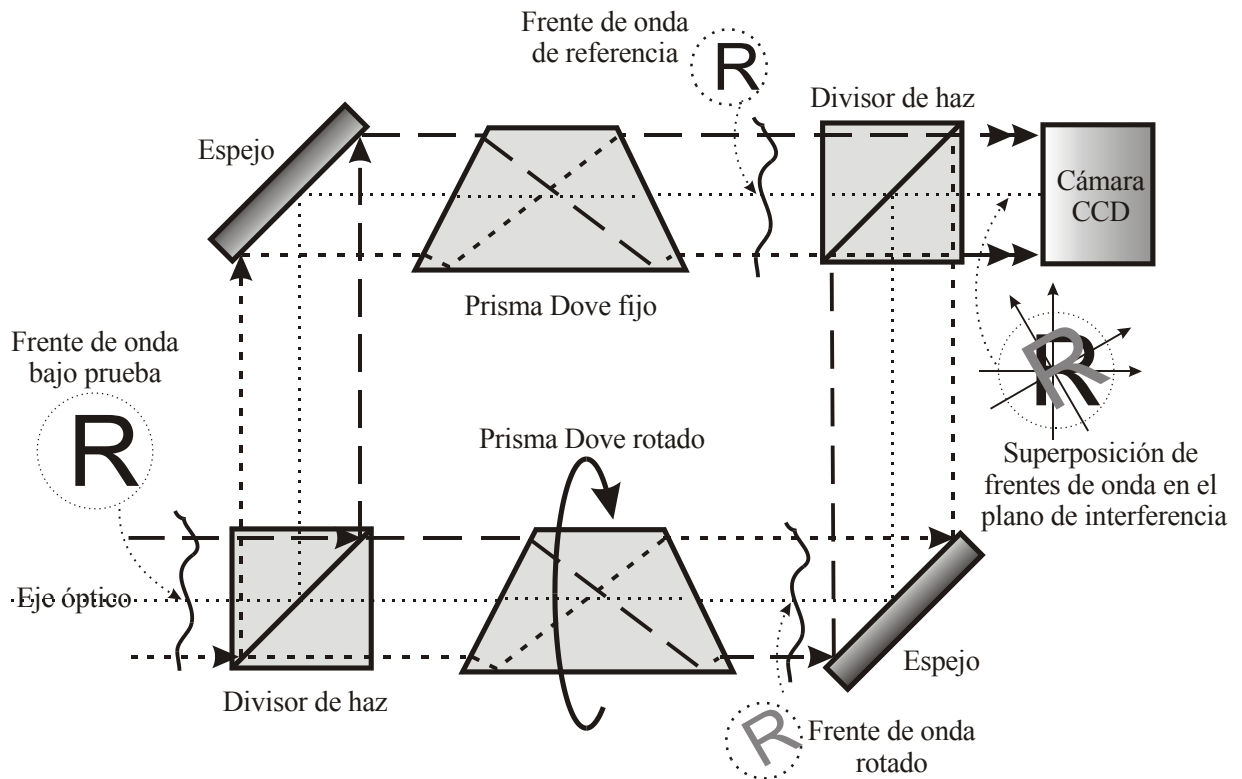


Fig. 3.1 Interferómetro de desplazamiento Rotacional (IDR) implementado en una configuración Mach-Zehnder, con prismas Dove en cada brazo. La interferencia es posible cuando los frentes de onda original y desplazado tienen componentes de polarización paralelas en el plano de detección de la cámara CCD.

La interferencia parcial es posible cuando los haces en cada brazo permanecen parcialmente coherentes entre ellos. Empleando una fuente con longitud de coherencia grande, el patrón de interferencia se obtiene cuando los dos haces tienen alguna componente de polarización con igual orientación. Esas componentes del campo interfieren, mientras los otros campos componentes generarán iluminación de fondo, disminuyendo con ello el contraste de las franjas. Antes del extenso uso del láser, la coherencia de la fuente era un tema de amplia importancia en interferometría. Análisis teóricos (Murty, 1966) fueron desarrollados y arreglos experimentales ([Armitage, 1965], [Rodier, 1989]) fueron propuestos para controlar estos inconvenientes. Algunas de las propuestas incluyeron un amplio uso de polarizadores y analizadores para mantener los haces mutuamente coherentes. Estas medidas resultaron en una marcada disminución del *throughput*, debido a las pérdidas de Fresnel en cada superficie y a las usuales características de baja transmisión de esas componentes polarizadoras. En otra aproximación, los dos haces fueron condicionados separadamente a incidir sobre el objeto de



prueba para obtener la coherencia requerida en el plano de interferencia. Este requerimiento es particularmente demandante, pues los haces en cualquier interferómetro tienen que acumular la misma trayectoria óptica e incidir sobre el mismo objeto para funcionar efectivamente.

Uno pudiera creer que, dado que un prisma Dove rota un frente de onda ([Vaughan, 1981], [Sar-El, 1991], [Paek, 1997]), el estado de polarización bajo transmisión también es rotado. Anteriormente ésta ha sido la creencia, y técnicas para acoplar la polarización fueron implementadas en el IDR cuando el ángulo de rotación era arbitrario. Por lo tanto, placas retardadoras fueron incorporadas para acoplar la polarización, las cuales fueron perjudiciales para el *throughput* del interferómetro.

En este capítulo, se analiza el cambio en el estado de polarización de un frente de onda al atravesar un prisma Dove rotado. Además es evaluado el contraste en el interferograma cuando la polarización no es acoplada en el IDR. Esto se hace primero teóricamente, usando el cálculo de Jones deducido en el capítulo anterior (ver Sección 3.2.1). Los cálculos teóricos fueron confirmados experimentalmente (ver Sección 3.2.2). La reducción del contraste en el interferograma es evaluado en la Sección 3.3. Finalmente los resultados más importantes de los expuestos en este capítulo son resumidos en la Sección 3.4.

## **3.2 Estado de polarización de un frente de onda rotado por un prisma Dove**

El objetivo en esta sección es determinar el estado de polarización de un frente de onda cruzando un prisma Dove rotado. Aquí se considera el caso con iluminación láser, por lo tanto la fuente es monocromática y coherente. Para simplificar el análisis, se considera que los frentes de onda son planos en ambos brazos del interferómetro.

Primeramente se considera el desarrollo analítico. De hecho éste es confirmado en la segunda parte de la sección, describiendo los resultados experimentales. Por esta razón, se puede representar a la onda plana y coherente por medio de un rayo de luz representativo,

incorporando la naturaleza vectorial a este problema. Un rayo que entrada al prisma Dove sufre dos refracciones y una reflexión total interna.

### 3.2.1 Desarrollo analítico

La transformación de la polarización puede evaluarse con las matrices de Jones en tres dimensiones que transforman el campo eléctrico a lo largo de la trayectoria del frente de onda ([Chipman, 1995], [Scholl, 1995]). En el siguiente análisis se usará la representación matricial en términos de los parámetros del trazo exacto de rayos deducidos en el capítulo 2.

Consideraremos el caso especial de un frente de onda con propagación paralela al eje óptico. La Figura 3.2 muestra como un frente de onda entrante, con polarización lineal a lo largo de la dirección en  $x$ , mantiene su estado de polarización al atravesar el prisma Dove.

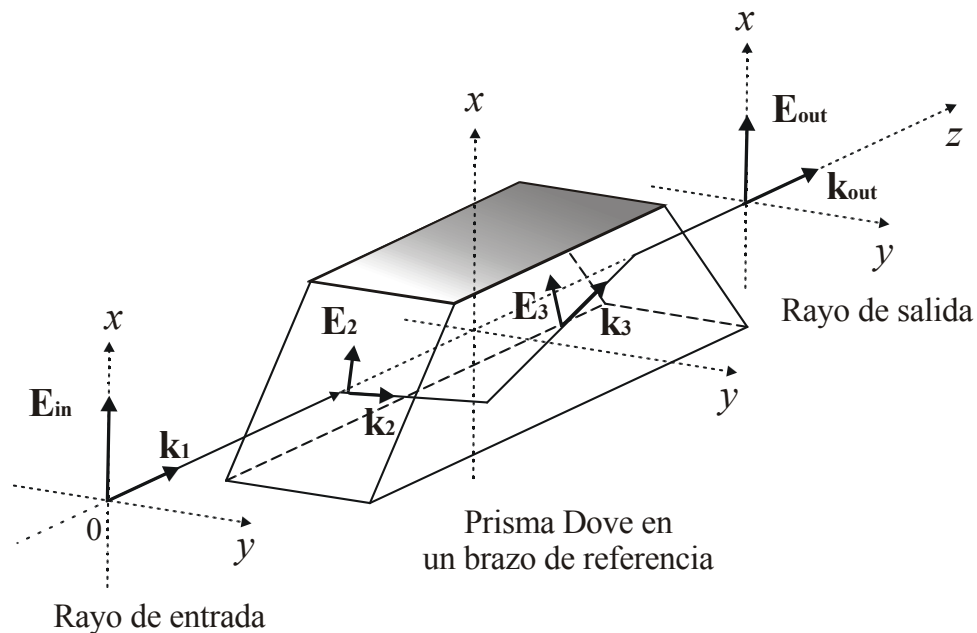


Fig. 3.2 Un rayo de entrada con polarización lineal a lo largo de la dirección  $x$ , conserva su estado de polarización después de atravesar este prisma Dove. El prisma Dove en el brazo de referencia del IDR funciona como un erector de imagen.

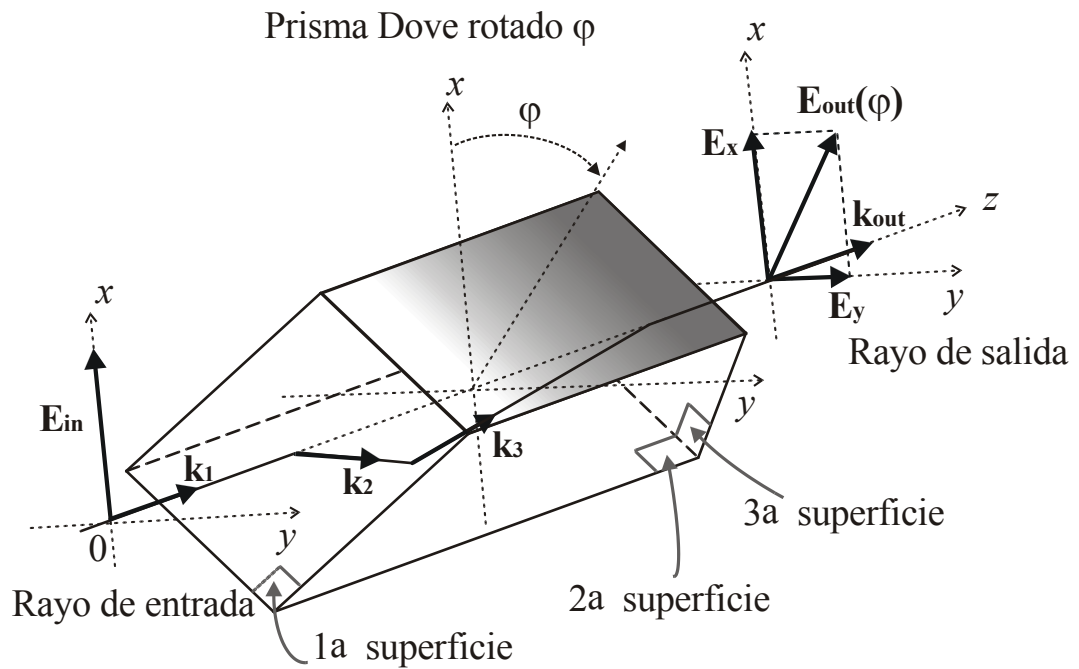


Fig. 3.3 La polarización  $\mathbf{E}_{out}(\varphi)$  a la salida del prisma Dove rotado depende del ángulo de rotación  $\varphi$  del prisma. Los vectores unitarios de onda ( $\mathbf{k}_1$ ,  $\mathbf{k}_2$ , y  $\mathbf{k}_3$ ) especifican la dirección de propagación a lo largo del prisma. Las superficies de primera refracción, reflexión, y segunda refracción están indicadas en la figura.

La polarización a la salida de un prisma Dove rotado depende del ángulo de rotación del prisma Dove  $\varphi$ , como se muestra en la Figura 3.3. El campo eléctrico a la salida del prisma es

$$\mathbf{E}_{out}(\varphi) = \boldsymbol{\tau}_3 \mathbf{r}_2 \boldsymbol{\tau}_1 \mathbf{E}_{in} . \quad (3.1)$$

Aquí  $\boldsymbol{\tau}_1$  es la matriz de transmisión en la primera superficie de refracción;  $\mathbf{r}_2$  es la matriz de reflexión en la superficie reflectora (segunda superficie); y  $\boldsymbol{\tau}_3$  es la matriz de transmisión en la última superficie de refracción (tercera superficie). Estas matrices transforman el estado de polarización del haz de luz. La transformación de la polarización depende de la trayectoria del rayo, dada por los vectores unitarios  $\mathbf{k}_1$ ,  $\mathbf{k}_2$ , y  $\mathbf{k}_3$ , respectivamente.

La matriz de transformación de la primera superficie es

$$\boldsymbol{\tau}_1 = \frac{1}{|\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1|} \begin{bmatrix} t_{1||}(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1) \cdot \mathbf{j} & -t_{1||}(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1) \cdot \mathbf{i} \\ t_{1\perp}(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1) \cdot \mathbf{i} & t_{1\perp}(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1) \cdot \mathbf{j} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\tau}_1 = \begin{bmatrix} t_{1||} \cos \varphi & t_{1||} \sin \varphi \\ -t_{1\perp} \sin \varphi & t_{1\perp} \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Aquí  $t_{1||}$  y  $t_{1\perp}$  son los coeficientes de Fresnel de transmisión a la entrada de la superficie para los campos paralelo y perpendicular al plano de incidencia, respectivamente.

El vector unitario  $\mathbf{n}_1$  es normal a la superficie de entrada y tiene una orientación hacia el exterior del prisma. Los vectores unitarios  $\mathbf{i}$  y  $\mathbf{j}$  (a lo largo de la dirección  $x$  e  $y$ ) forman la base vectorial para describir el estado de polarización del frente de onda incidente, el cual se propaga en la dirección  $z$ . En el Apéndice A se derivan las ecuaciones 3.2, 3.3 y 3.4.

La matriz de reflexión en la segunda superficie es

$$\mathbf{r}_2 = \frac{1}{|\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2| |\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_1|} \begin{bmatrix} r_{2||}(\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2) \cdot (\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_1) & -r_{2||}(\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2) \cdot \mathbf{n}_1 \\ r_{2\perp}(\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2) \cdot \mathbf{n}_1 & r_{2\perp}(\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2) \cdot (\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_1) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} r_{2||} & 0 \\ 0 & r_{2\perp} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Aquí  $r_{2||}$  y  $r_{2\perp}$  son los coeficientes de reflexión de Fresnel en la superficie de reflexión para los campos paralelo y perpendicular al plano de incidencia, respectivamente. El vector unitario  $\mathbf{n}_2$  es normal a la superficie de reflexión y está orientado hacia el interior del prisma.

La matriz de transmisión de la tercera superficie es

$$\boldsymbol{\tau}_3 = \frac{1}{|\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3| |\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_2|} \begin{bmatrix} t_{3\parallel} (\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3) \cdot (\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_2) & -t_{3\parallel} (\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3) \cdot \mathbf{n}_2 \\ t_{3\perp} (\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3) \cdot \mathbf{n}_2 & t_{3\perp} (\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3) \cdot (\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_2) \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\tau}_3 = \begin{bmatrix} -t_{3\parallel} & 0 \\ 0 & -t_{3\perp} \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Aquí  $t_{3\parallel}$  y  $t_{3\perp}$  son los coeficientes de transmisión de Fresnel de la superficie de salida para los campos paralelo y perpendicular al plano de incidencia, respectivamente. El vector unitario  $\mathbf{n}_3$  es normal a la superficie de salida y está orientado hacia el interior del prisma.

Los términos diagonales de las matrices (3.3) y (3.4) tienen valores de cero porque los vectores unitarios  $\mathbf{n}_1$ ,  $\mathbf{n}_2$ ,  $\mathbf{n}_3$ ,  $\mathbf{k}_2$ , y  $\mathbf{k}_3$  son vectores coplanares para todo ángulo de rotación  $\varphi$ . Esto sucede sólo cuando el rayo incidente es paralelo al eje óptico (en nuestro sistema de referencia está a lo largo del eje  $z$ ).

El campo eléctrico de salida (3.1) está en una base de vectores ortonormales que varían con el ángulo de rotación del prisma Dove (ver sección 2.5). La matriz necesaria para cambiar la base de vectores del campo eléctrico de salida a una base de vectores unitarios  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  es

$$\mathbf{R}_{\mathbf{i},\mathbf{j}} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

La necesidad de esta matriz se debe a que el vector campo eléctrico de entrada al ser multiplicado por las matrices (3.2), (3.3), y (3.4) queda en una base vectores unitarios paralelo y perpendicular respecto al plano de incidencia de la superficie de salida del prisma.

El producto matricial de las ecuaciones (3.2), (3.3), (3.4), y (3.5) da la matriz de transmisión del prisma Dove  $\mathbf{T}(\varphi)$  para un frente de onda paralelo al eje óptico, donde la dependencia en  $\varphi$  es dada explícitamente.

$$\mathbf{T}(\varphi) = \begin{bmatrix} -t_{111} r_{211} t_{311} \cos^2 \varphi - t_{1\perp} r_{2\perp} t_{3\perp} \sin^2 \varphi & (t_{1\perp} r_{2\perp} t_{3\perp} - t_{111} r_{211} t_{311}) \cos \varphi \sin \varphi \\ (t_{1\perp} r_{2\perp} t_{3\perp} - t_{111} r_{211} t_{311}) \cos \varphi \sin \varphi & -t_{111} r_{211} t_{311} \sin^2 \varphi - t_{1\perp} r_{2\perp} t_{3\perp} \cos^2 \varphi \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

La matriz  $\mathbf{T}(\varphi)$  da la transformación del campo eléctrico asociado con el rayo que cruza el prisma Dove, rotado un ángulo  $\varphi$ . Esta transforma el campo eléctrico a la entrada del prisma Dove a un campo eléctrico a la salida del prisma Dove rotado.

$$\mathbf{E}_{\text{out}}(\varphi) = \mathbf{T}(\varphi) \mathbf{E}_{\text{in}} \quad , \quad (3.7)$$

Donde

$$\mathbf{T}(\varphi) = \mathbf{R}_{ij} \tau_3 r_2, \tau_1 \quad . \quad (3.7b)$$

Este es el campo eléctrico asociado al frente de onda plano después de ser rotado un ángulo  $2\varphi$  por un prisma Dove rotado  $\varphi$ .

La Figura 3.4 muestra los estados de polarización, calculados a la salida del prisma Dove rotado para diferentes rotaciones del frente de onda. Aunque un prisma Dove rotado un ángulo  $\varphi$  invierte y rota el frente de onda por  $2\varphi$ , el plano de polarización no es rotado. El campo eléctrico de salida sólo es polarizado elípticamente en mediano grado.

El semieje mayor de la elipse permanece casi paralelo al plano de polarización de entrada y su magnitud es apreciablemente mayor que la del semieje menor. El sentido de la polarización elíptica es en la misma dirección que la de la rotación del prisma, de 0 a  $\pm 180$  grados de rotación del frente de onda. El máximo cambio en la polarización ocurre a  $\pm 90$  grados de rotación del frente de onda, tal como se muestra en la Figura 3.4.

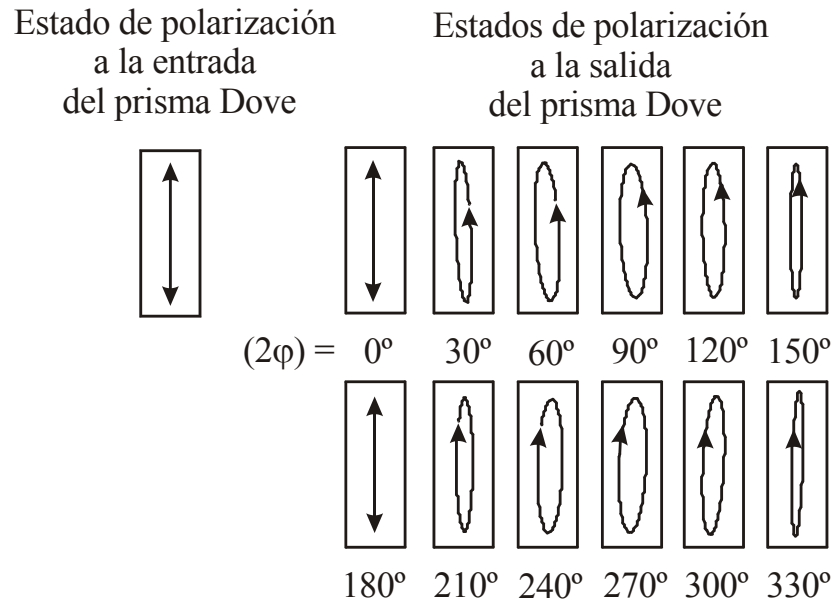


Fig. 3.4 Luz linealmente polarizada cambia a elíptica cuando atraviesa un prisma Dove rotado. Cuando un prisma Dove es girado un ángulo  $\varphi$ , el frente de onda adquiere una rotación de  $2\varphi$ . El estado de polarización a la salida tiene una ligera polarización elíptica.

### 3.2.2 Caso especial

A continuación evaluamos las expresiones de la sección anterior para el caso especial del prisma usado en el trabajo experimental. Este fue hecho de vidrio BK7 ( $n = 1.515$  para  $\lambda = 632.8$  nm), con ángulo de  $45^\circ \pm 5$  arc min. Su diámetro de abertura es  $20.00 \pm 0.13$  mm y su longitud es  $81.30 \pm 0.38$  mm. Su absorción interna es estimada en  $A = 0.011$ . Solo las pérdidas de Fresnel, ya incorporadas en las ecuaciones, son anticipadas debido a la ausencia de películas antirreflejantes. La planicidad de sus superficies es estimada en  $1\lambda$ , mientras que su calidad de superficie es 60/40.

Evaluamos las matrices dadas por 3.2, 3.3, 3.4, y 3.6 para el caso especial de un rayo incidente paralelo al eje óptico.

$$\tau_1 = \begin{bmatrix} t_{111} \cos \varphi & t_{111} \sin \varphi \\ -t_{1\perp} \sin \varphi & t_{1\perp} \cos \varphi \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\tau}_1 = \begin{bmatrix} 0.7231 \cos \varphi & 0.7231 \sin \varphi \\ -0.6908 \sin \varphi & 0.6908 \cos \varphi \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

$$\boldsymbol{r}_2 = \begin{bmatrix} r_{2||} & 0 \\ 0 & r_{2\perp} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{r}_2 = \begin{bmatrix} -0.9329 + 0.3601 i & 0 \\ 0 & -0.6908 + 0.7230 i \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

$$\boldsymbol{\tau}_3 = \begin{bmatrix} -t_{3||} & 0 \\ 0 & -t_{3\perp} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\tau}_3 = \begin{bmatrix} -1.3703 & 0 \\ 0 & -1.3092 \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

Obteniendo los siguientes valores para la matriz de transformación  $\mathbf{T}(\varphi)$ .

$$\mathbf{T}(\varphi) = \begin{bmatrix} (0.9244 - 0.3568i)\cos^2\varphi + (0.6248 - 0.6539i)\sin^2\varphi & (0.2996 + 0.2971i)\cos\varphi \sin\varphi \\ (0.2996 + 0.2971i)\cos\varphi \sin\varphi & (0.9244 - 0.3568i)\sin^2\varphi + (0.6248 - 0.6539i)\cos^2\varphi \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Adicionalmente, desarrollamos un experimento para confirmar la validez del trabajo teórico.

El arreglo experimental y los resultados de las mediciones se presentan a continuación.



### 3.2.3 Confirmación experimental

Un arreglo de laboratorio para confirmar experimentalmente el anterior análisis es mostrado en la Figura 3.5. Usando polarizadores lineales y una placa retardadora  $\lambda/4$ , se midió la incidencia transmitida (Strojnik, 2001) asociada con los parámetros de Stokes (Shurcliff, 1957) del campo eléctrico a la salida del prisma Dove rotado. En nuestro sistema de referencia la polarización lineal incidente está a lo largo de la dirección  $x$  (vertical). Luz polarizada linealmente pasa a través del prisma Dove, rotado por ángulos sucesivamente mayores, en incrementos de 10 grados. La Figura 3.6 muestra una fotografía panorámica del arreglo experimental usado en la medición. El prisma del experimento es convencional, hecho de vidrio BK7 y con ángulos de base de 45 grados (ver Figura 3.7 para más detalles).

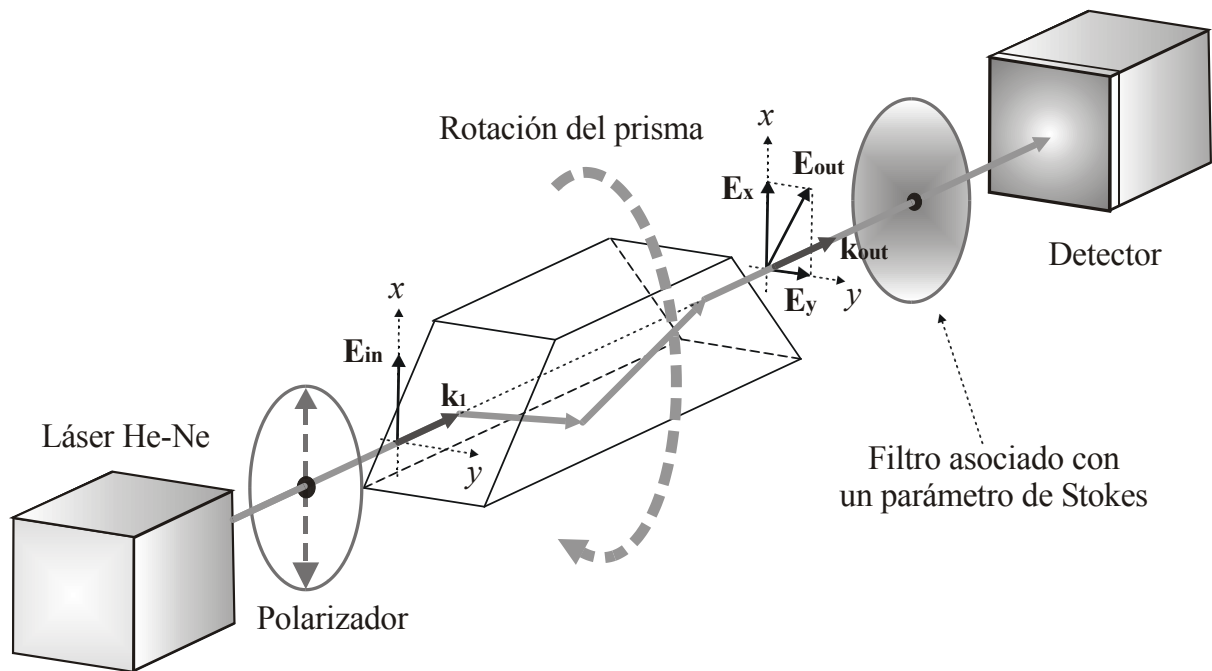


Fig. 3.5 Arreglo experimental para medir el estado de polarización de salida cuando el haz incidente está polarizado en dirección  $x$ . La incidencia transmitida, del campo eléctrico de salida después de atravesar por separado cada uno de los cuatro filtros asociados con los parámetros de Stokes, es medida para confirmar el análisis teórico. Las mediciones se realizaron para cada uno de los cuatro filtros en función del ángulo de rotación  $\varphi$  del prisma Dove en incrementos angulares de  $\Delta\varphi = 10$  grados.



Fig. 3.6 Fotografía del arreglo experimental utilizado en la medición del estado de polarización de un haz de luz a la salida de un prisma Dove rotado. En la figura se observan el láser, polarizadores, el prisma Dove en la base rotadora, una montura con una placa retardadora  $\lambda/4$  y un detector (radiómetro).

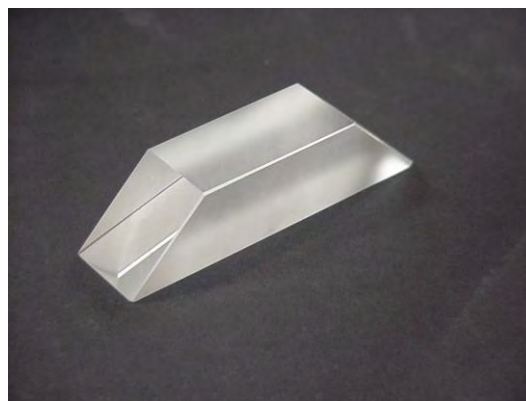


Fig. 3.7 Foto del prisma Dove usado en el arreglo experimental de la Figura 3.6. Está hecho de vidrio BK7, sus ángulos de la base son de  $45^\circ$ . La abertura es cuadrada, con lados iguales a  $20.00 \pm 0.13$  mm. La longitud del prisma es  $81.30 \pm 0.38$  mm. El ángulo de la base es  $45^\circ \pm 5$  arc min. Adicionalmente comentamos que el prisma no tiene películas delgadas antirreflejantes.

La incidencia es medida a la salida, después de que el rayo ha pasado a través de cada uno de los filtros asociados a los parámetros de Stokes. Cada medición es realizada con uno de los cuatro diferentes filtros: un isotrópico, un polarizador lineal con eje horizontal, un polarizador lineal con su eje a  $45^\circ$ , y un polarizador circular opaco a luz con polarización circular-izquierda.

Los valores predichos teóricamente fueron confirmados experimentalmente. Incidencias simuladas son calculadas con el módulo cuadrado del campo eléctrico de salida, y son normalizadas con respecto a la de entrada. La incidencia normalizada del rayo transmitido a través del filtro isotrópico (por el cual todos los estados pasan de igual manera), es

$$I_0(\varphi) = \frac{|\mathbf{E}_{\text{out}}(\varphi)|^2}{|\mathbf{E}_{\text{in}}|^2} . \quad (3.12)$$

Aquí  $\mathbf{E}_{\text{out}}(\varphi)$  es el campo de salida y  $\mathbf{E}_{\text{in}}$  es el campo eléctrico a la entrada del prisma Dove, pues la incidencia de entrada es proporcional a este campo ( $I_{\text{in}} \propto |\mathbf{E}_{\text{in}}|^2$ ).

La incidencia normalizada de la luz transmitida a través del segundo filtro (se usó un polarizador lineal con su eje de transmisión orientado horizontalmente, en dirección  $y$ ) es

$$I_1(\varphi) = \frac{|\mathbf{J}_y \mathbf{E}_{\text{out}}(\varphi)|^2}{|\mathbf{E}_{\text{in}}|^2} . \quad (3.13)$$

Aquí  $\mathbf{J}_y$  es la matriz de Jones de un polarizador lineal con su eje de transmisión horizontal, eso es a lo largo de la dirección  $y$ .

La incidencia normalizada de la luz transmitida a través del tercer filtro (se empleó un polarizador lineal con su eje de transmisión a 45°) es

$$I_2(\varphi) = \frac{|\mathbf{J}_{+45} \mathbf{E}_{\text{out}}(\varphi)|^2}{|\mathbf{E}_{\text{in}}|^2} \cdot \quad (3.14)$$

Aquí  $\mathbf{J}_{+45}$  es la matriz de Jones de un polarizador lineal con el eje de transmisión a +45°.

La incidencia normalizada de la luz transmitida por el cuarto filtro, un polarizador circular opaco a la luz polarizada circularmente con orientación izquierda (este filtro se implementó con una placa retardadora  $\lambda/4$  y un polarizador a +45°) es

$$I_3(\varphi) = \frac{|\mathbf{J}_{+45} \mathbf{J}_{\lambda/4} \mathbf{E}_{\text{out}}(\varphi)|^2}{|\mathbf{E}_{\text{in}}|^2} \cdot \quad (3.15)$$

Aquí  $\mathbf{J}_{\lambda/4}$  es la matriz de Jones de una placa retardadora  $\lambda/4$  cuyo eje rápido (Bennett, 1995) está en dirección x (vertical).

La Figura 3.8 muestra que los resultados experimentales concuerdan con las predicciones teóricas. Las graficas muestran la comparación entre los resultados teóricos y los experimentales para las incidencias  $I_0$ ,  $I_1$ ,  $I_2$ , e  $I_3$  a la salida del prisma Dove en función del ángulo de rotación  $\varphi$ . Esas incidencias son las transmitidas a través del filtro correspondiente a cada parámetro de Stokes. El primer filtro es isotrópico, permitiendo el paso a todos los estados por igual y transmitiendo la luz con incidencia  $I_0$  (ver Figura 3.8a). En la Figura 3.8b el filtro es un polarizador lineal con eje de transmisión horizontal (en este caso, a lo largo de la dirección y) transmitiendo  $I_1$ . El tercero es un polarizador lineal con eje de transmisión a +45°, transmitiendo  $I_2$  (ver Figura 3.8c). El cuarto es un polarizador circular opaco a la luz polarizada circularmente izquierda, transmitiendo  $I_3$  (esta es mostrada en la Figura 3.8d).

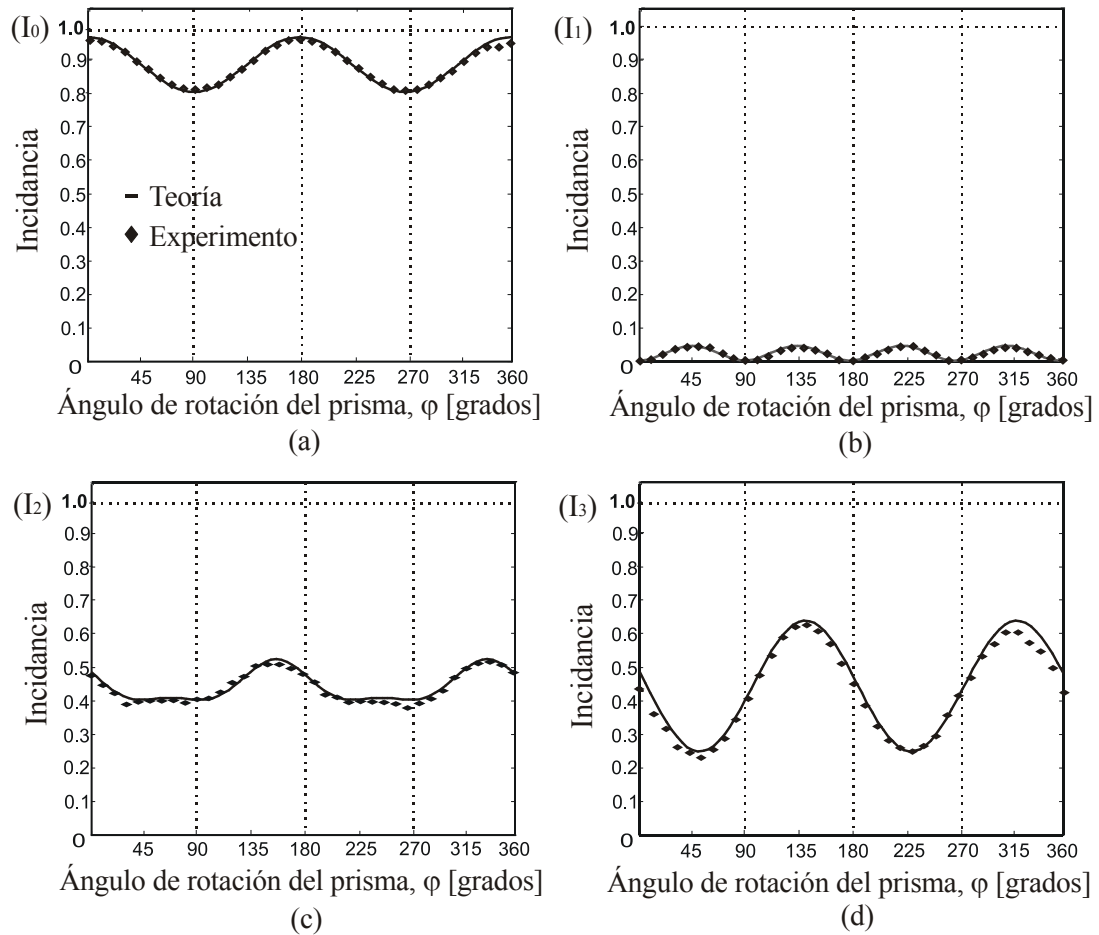


Fig. 3.8 Comparación entre los resultados teóricos y los experimentales para las incidencias  $I_0$ ,  $I_1$ ,  $I_2$ , e  $I_3$  a la salida de un prisma Dove como función del ángulo de rotación  $\phi$  del prisma. Esas incidencias son las transmitidas a través de los filtros correspondientes a cada parámetro de Stokes. (a) El primer filtro es isotrópico, permite el paso de todos los estados de manera igual, transmitiendo la luz con una incidencia  $I_0$ . (b) El segundo filtro es un polarizador lineal con eje de transmisión horizontal (i.e., a lo largo de la dirección  $y$ ) transmitiendo  $I_1$ . (c) El tercero es un polarizador lineal con el eje de transmisión a  $+45^\circ$ , transmitiendo  $I_2$ . (d) El cuarto filtro es un polarizador circular opaco a la luz polarizada circularmente-izquierda, transmitiendo  $I_3$ . En todas estas gráficas se observa la concordancia entre los resultados experimentales y las predicciones teóricas.

El cálculo con las matrices de Jones incluyó las pérdidas de Fresnel, observadas experimentalmente cuando el prisma Dove es rotado por un múltiplo impar de 90 grados (ver Figura 3.8a). La buena concordancia entre los cálculos y las mediciones confirman que el estado de polarización cambia de lineal a ligeramente elíptico cuando la luz linealmente polarizada pasa a través del prisma Dove rotado. En la siguiente sección se analiza como esta transformación de la polarización afecta el contraste del interferograma en el IDR.

### 3.3 Reducción de contraste del interferograma debido a los cambios de polarización

En el IDR, los frentes de onda original y rotado son recombinados en el plano de detección donde el campo eléctrico resultante consta de tres contribuciones diferentes (ver Figura 3.9). El frente de onda rotado puede ser descompuesto en dos componentes del campo mutuamente ortogonales, a lo largo de la dirección  $y$  y la  $x$ , con retardo en la fase. El frente de onda de referencia contribuye con un solo campo, polarizado en la dirección  $x$ . Aunque el campo eléctrico resultante en el plano de detección tiene tres componentes, solamente los campos linealmente polarizados en la misma dirección interferirán. En este caso, sólo los campos a lo largo de la dirección  $x$ ,  $E_{x1}(\varphi)$  y  $E_{x2}$ , se recombinan y forman un patrón de interferencia.

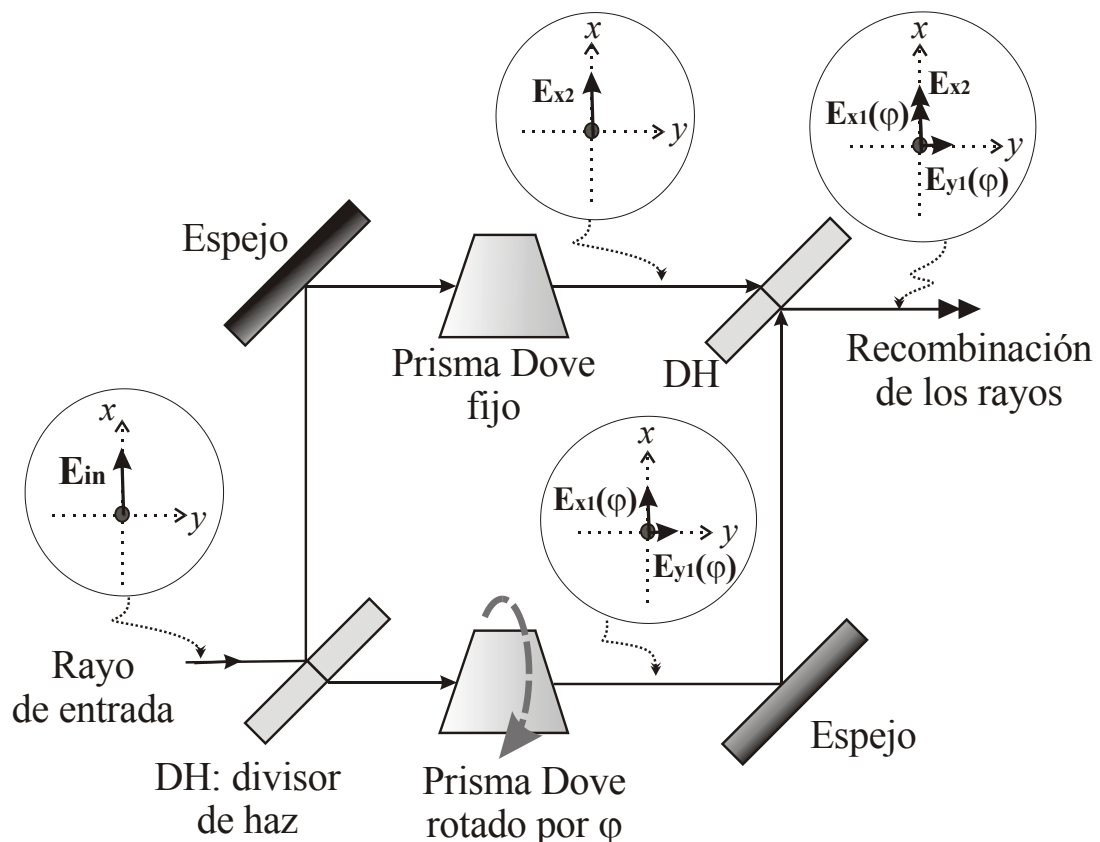


Fig. 3.9 El prisma rotado genera dos componentes del campo eléctrico,  $E_{x1}(\varphi)$  y  $E_{y1}(\varphi)$ . El prisma fijo conserva el campo eléctrico polarizado a lo largo de la dirección  $x$ . En el plano de interferencia se producen franjas sólo cuando los campos eléctricos combinados están en la dirección  $x$ . El campo eléctrico a lo largo de la dirección  $y$  produce iluminación de fondo.

Con  $OPD(x, y)$  como la diferencia de fase óptica (*optical phase difference*) entre los frentes de onda desplazados, la interferencia en el plano de detección está dada por

$$I(x, y, \varphi) = I_{x1}(\varphi) + I_{x2} + 2\sqrt{I_{x1}(\varphi)I_{x2}} \cos[OPD(x, y, \varphi)]. \quad (3.16)$$

Aquí  $I_{x1}(\varphi) = |\mathbf{E}_{x1}(\varphi)|^2$ , donde  $|\mathbf{E}_{x1}(\varphi)| = |\mathbf{E}_{out}(\varphi) \cdot \mathbf{i}|$ ; y  $I_{x2} = |\mathbf{E}_{x2}|^2 = |\mathbf{E}_{x1}(\varphi=0)|^2$ .

El cálculo del contraste en el interferograma incluye la incidencia del campo en dirección  $y$ ,

$I_{y1}(\varphi) = |\mathbf{E}_{y1}(\varphi)|^2$ . Esta es la incidencia del frente de onda rotado que no interfiere,

produciendo sólo iluminación de fondo. Por lo tanto, considerando la expresión (3.16), y

suprimiendo la dependencia espacial  $x, y$ , el contraste en el interferograma puede ser evaluado.

$$C(\varphi) = \frac{I_{\max}(\varphi) - I_{\min}(\varphi)}{I_{\max}(\varphi) + I_{\min}(\varphi) + 2I_{y1}(\varphi)}. \quad (3.17)$$

Esta expresión puede ser rescrita como:

$$C(\varphi) = \frac{2\sqrt{i_x(\varphi)}}{1 + i_x(\varphi) + i_y(\varphi)}. \quad (3.18)$$

Aquí  $i_x(\varphi) = I_{x1}(\varphi) / I_{x1}(\varphi=0)$  es la incidencia normalizada de la componente interferente del frente de onda rotado. La normalización de la incidencia de fondo es  $i_y(\varphi) = I_{y1}(\varphi) / I_{x1}(\varphi=0)$ .

En el Apéndice B se derivan las ecuaciones 3.17 y 3.18. La Figura 3.10 muestra los valores simulados y experimentales de esas incidencias normalizadas en función del ángulo de rotación  $\varphi$  del prisma Dove.

La Figura 3.11 muestra el contraste del interferograma en función del ángulo de desplazamiento  $2\varphi$ . Aunque hay un cambio periódico, el contraste permanece alto para todos los ángulos de desplazamiento. La mayor reducción del contraste es de un 3% cuando la variación de la polarización es máxima para rotaciones del frente de onda en múltiplos de 90 grados. Entonces, las variaciones de la polarización, atribuidas a la rotación del frente de onda

dada por la introducción de un prisma Dove, no degradan apreciablemente el contraste de los interferogramas en el IDR. Por lo tanto, parece no ser necesario usar el acoplamiento de la polarización o cualquier otra componente adicional para el control de la polarización cuando se usan prismas Dove para cambiar la orientación de un frente de onda en un IDR con desplazamiento variable. En un IDR con desplazamiento angular variable de 0 a  $\pm 360^\circ$  la sensibilidad del instrumento es variable y por tanto controlable. Haciéndolo un interferómetro altamente versátil en comparación con los IDR de desplazamiento fijo (Breckinridge, 1978) y los de desplazamiento pequeño (Marks, 1999).

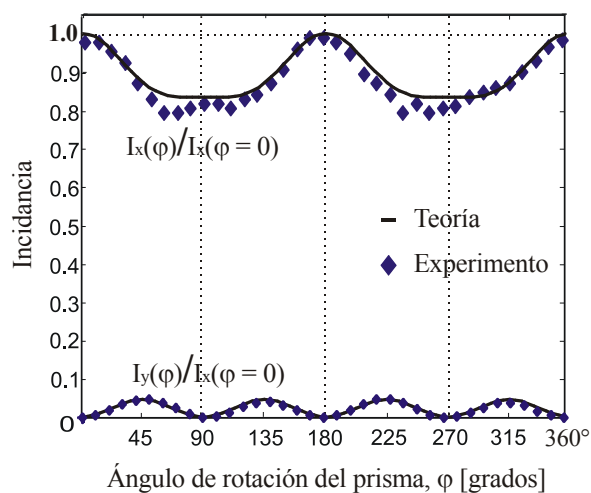


Fig. 3.10 Incidencias del frente de onda rotado, para sus componentes de campo eléctrico en dirección  $x$  y en dirección  $y$ , como función del ángulo de rotación  $\varphi$  del prisma. La figura muestra valores experimentales y teóricos.

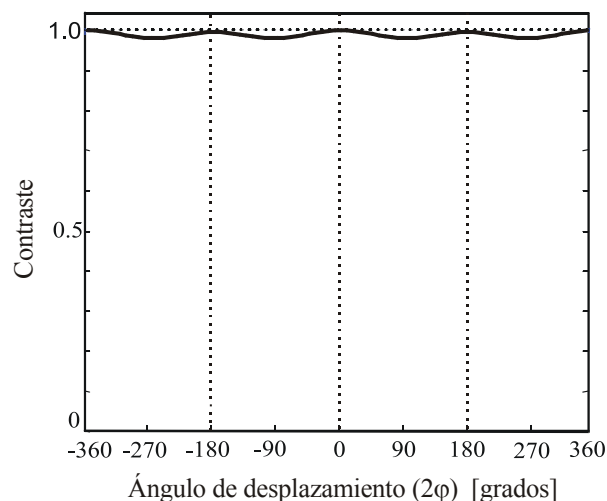


Fig. 3.11 Variación del contraste en función del ángulo de rotación del frente de onda en el plano de interferencia del IDR. La variación periódica del contraste, introducida por los cambios de polarización del frente de onda desplazado, alcanza una reducción máxima de 3 % aproximadamente.



### 3.4 Conclusiones

Se han analizado los cambios de polarización ocasionados en un haz de luz linealmente polarizada por un prisma Dove rotado. Lo cual se calculó por medio del trazo de rayos exacto y matrices de Jones generalizadas. Se ha demostrado que un rayo de luz linealmente polarizado atravesando un prisma Dove rotado cambia su estado de polarización de lineal a ligeramente elíptica, dependiendo del ángulo de rotación del prisma. El semieje mayor de la elipse permanece casi paralelo al plano de polarización de entrada, y su magnitud es significativamente mayor que la del eje menor. Esas predicciones teóricas se han confirmado experimentalmente.

Además, se desarrolló una expresión analítica para el contraste del interferograma en el interferómetro de desplazamiento rotacional en función del ángulo de rotación del prisma Dove, y de manera indirecta como función de los cambios en la polarización. Consecuentemente, se encontró que los cambios de polarización introducidos por la rotación del prisma Dove degradan insignificadamente el contraste. El máximo cambio de polarización ocurre para rotaciones del frente de onda de  $\pm 90$  grados. Bajo las mismas condiciones, la máxima disminución del contraste es aproximadamente de un 3 por ciento. En consecuencia, cuando los prismas Dove implementan la rotación del frente de onda en un interferómetro de desplazamiento rotacional, el contraste del interferograma permanece alto para todos los ángulos de desplazamiento aun con los pequeños cambios de polarización. Por lo tanto, las técnicas de acoplamiento de polarización, *polarization coupling*, no son necesarias para preservar el contraste en un IDR con sensibilidad libremente ajustable. Pues una sensibilidad libremente ajustable se logra con un desplazamiento rotacional libremente variable.

### 3.5 Referencias

Armitage, J. D. y A. Lohmann, "Rotary shearing interferometry," Opt. Acta **12**, 185-192 (1965).

Bennett, J. M., "Polarization," in Handbook of Optics, M. Bass, E. W. Van Stryland, D. R. Williams, W. L. Wolfe, Eds. (1995) 5.1.

Breckinridge, J. B., "A white-light amplitude interferometer with 180-degree rotacional shear," Opt. Eng. **17**, 156-159 (1978).

Chipman, R. A., "Mechanics of polarization ray tracing," Opt. Eng. **34**, 1636-1645 (1995).

Flores, J. L. y G. Paez, M. Strojnik, "Design of a diluted aperture by use of the practical cutoff frequency," Appl. Opt. **38**, 6010-6018 (1999).

Hinz, P. M. y J. R. P. Angel, W. F. Hoffmann, D. W. McCarthy Jr., P. C. McGuire, M. Cheselka, J. L. Hora, N. J. Woolf, "Imaging circumstellar environments with a nulling interferometer," Nature **395**, 251-253 (1998).

Marks, D. L. y R. A. Snack, D. J. Brady, "Three-dimensional coherence imaging in the Fresnel domain," Appl. Opt. **38**, 1332-1342 (1999).

Murty, M. V. R. K. y E. C. Hagerott, "Rotational-shearing interferometry," Appl. Opt. **5**, 615-619 (1966).

Paek, E. G. y J. Y. Choe, T. K. Oh, J. H. Hong, T. Y. Chang, "Nonmechanical image rotation with an acousto-optic Dove prism," Opt. Lett. **22**, 1195-1197 (1997).

Roddier, C. y F. Roddier, J. Demarcq, "Compact rotational shearing interferometer for astronomical applications," Opt. Eng. **28**, 66-70 (1989).

Sar-El, H. Z., "Revised Dove prism formulas," Appl. Opt. **30**, 375-376 (1991).

Scholl, M. S., "Ray trace through a corner-cube retroreflector with complex reflection coefficients," J. Opt. Soc. Am. A, **12**, 1589-1592 (1995).

Scholl, M. S., "Signal generated by an extra-solar-system planet detected by a rotating rotationally shearing interferometer," *J. Opt. Soc. Am. A*, **13**, 1584-1592 (1996).

Shurcliff, W. A., *Polarized Light*, Harvard University Press, Massachusetts, 1957.

Strojnik, M. y G. Paez, "Simulated interferometric patterns generated by a nearby star-planet system and detected by a rotational shearing interferometer," *J. Opt. Soc. Am. A*, **16**, 2019-2024 (1999).

Strojnik Scholl, M. y G. Paez, "Cancellation of star light generated by a nearby star-planet system upon detection with a rotationally-shearing interferometer," *Infrared Phys. Technol.* **40**, 357-365 (1999).

Strojnik, M. y G. Paez, "Testing the aspherical surfaces with the differential rotational-shearing interferometer," in *Fabrication & Testing of Aspheres*, TOPS **24**, A. Lindquist, M. Piscotty, J. S. Taylor, Eds. (Optical Society of America, Washington DC, 1999), 119-123.

Strojnik, M. y G. Paez, "Radiometry," in *Handbook of Optical Engineering*, D. Malacara, B. Thompson, Eds., 649-699. Marcel Dekker, New York (2001).

Vaughan, W., "Dove prisms, properties and problems," *Optical Spectra* **15**, 68-69 (1981).

Watson, S. M. y J. P. Mills, S. L. Gaiser, D. J. Diner, "Direct imaging of nonsolar planets with infrared telescopes using apodized coronagraphs," *Appl. Opt.* **30**, 3253-3262 (1991).

## Capítulo 4

# PRISMA DOVE DE ABERTURA ANCHA ROTANDO EL FRENTE DE ONDA

### 4.1 Introducción

El diseño y fabricación de un novedoso y optimizado prisma Dove surge de la necesidad de desarrollar instrumentos como el interferómetro de desplazamiento rotacional (IDR), para detectar señales débiles o desviaciones infinitesimales de un frente de onda respecto a la simetría rotacional en los sistemas ópticos modernos. Como ya se ha comentado en los capítulos anteriores, un IDR puede usarse para detectar selectivamente la señal de un planeta extrapolar ([Scholl, 1996], [Scholl, 1999]), además de la remoción adicional de la luz de la estrella ([Bracewell, 1978], [Strojnik, 1999a], [Baba, 2001]). También se ha propuesto para probar elementos ópticos fuera de eje de los grandes primarios, tanto segmentados como diluidos, que a su vez también son usados para la detección de señales pequeñas y en otras aplicaciones ([Strojnik, 1999b], [Strojnik, 1999c], [Flores, 1999]).

En este capítulo, se analizan los requerimientos de desempeño del prisma Dove cuando se usa como el elemento rotador del frente de onda en el IDR (Armitage, 1965), y proponemos el diseño de un prisma con abertura rectangular para su implementación en un interferómetro de desplazamiento rotacional. La Figura 4.1 muestra un diagrama esquemático de un IDR en una configuración Mach-Zehnder. En este instrumento, el frente de onda bajo prueba es dividido en dos de tal forma que una parte es rotada respecto a la otra. Un prisma Dove se usa para invertir el frente de onda en un brazo, y para invertirlo y rotarlo en el otro brazo ([Vaughan, 1981], [Sar-El, 1991], [Paek, 1997], [Im, 2000]). Ambos frentes de onda son recombinados e interfieren en el plano de detección de la cámara CCD (Murty, 1966). La precisión en la posición del prisma y la calidad en la fabricación del prisma, en cumplimiento con las

tolerancias especificadas, determinan cual es el ángulo de desplazamiento necesario para recobrar el frente de onda ([Yi, 1998], [Grant, 1957], [Sandoval-Gonzalez, 2001]).

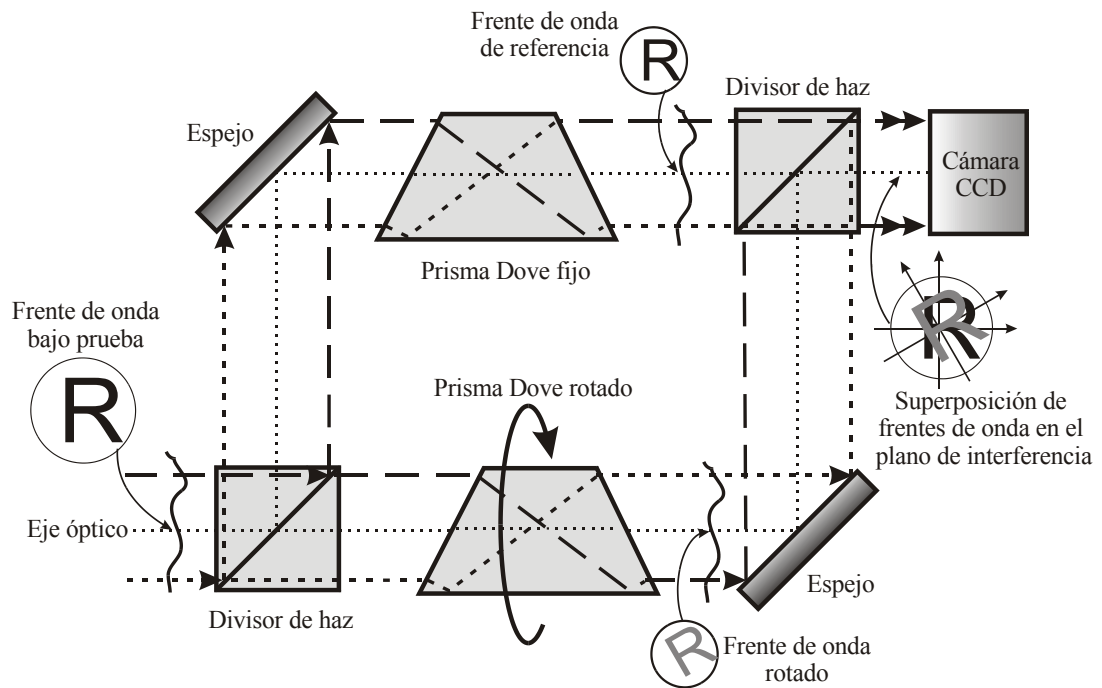


Fig. 4.1 Un interferómetro de desplazamiento rotacional (IDR) implementado en una configuración Mach-Zehnder puede ser usado para detectar planetas extrasolares o para la prueba de sistemas ópticos sin simetría de rotación.

Los prismas Dove han encontrado un amplio uso en los sistemas ópticos tradicionales como erectores de la imagen. Sin embargo, su diseño estándar resulta en una pequeña abertura que la mayoría de las veces puede llegar a ser la abertura óptica que limite al sistema óptico con sus respectivas consecuencias asociadas a la distorsión de la imagen.

El prisma Dove es usualmente 4 veces más largo que el diámetro de su abertura. Consecuentemente, el tamaño de su abertura está limitado por el peso. Para vencer esta limitante, aquí se propone un prisma Dove acortado con una abertura rectangular para incrementar el *throughput* en el interferómetro. Algunos novedosos arreglos de prismas Dove cementados han sido propuestos para rotar la imagen y resolver el mismo inconveniente (Lian, 1996). Sin embargo, su desempeño no es adecuado para un IDR: el proceso de cementado del arreglo de prismas resulta en desalineación entre los prismas individuales.

En la siguiente sección, se presentan las características del prisma Dove necesarias para implementar la rotación del frente de onda en el IDR. Ahí se analizan las tolerancias de fabricación para el óptimo desempeño del prisma Dove. Primeramente, se analiza la inclinación del frente de onda, resultado de los errores de fabricación en los ángulos de la base del prisma (Gupta, 1983). A continuación, la inclinación del frente de onda introducida al atravesar el prisma con error de pirámide es analizada. En la sección 4.3, algunas de las limitaciones optomecánicas que resultan de la gran razón entre la longitud y el diámetro de apertura son discutidas. Esto conduce a proponer en la sección 4.3 y 4.4 el diseño de un prisma corto y más ancho y con ángulos de la base mayores. En la última sección se resumen los resultados de la investigación original expuesta en este capítulo.

## **4.2 Errores de fabricación del prisma Dove**

El prisma Dove se usa frecuentemente para rotar una imagen alrededor del eje óptico, como se muestra en la Figura 4.2. El ángulo de rotación del frente de onda es el doble del ángulo de rotación mecánica del prisma Dove. Adicionalmente, una imagen puede ser rotada con un espejo plano, pero la línea de visión se desvía para cada ángulo de rotación. La refracción del haz de luz en las caras de entrada y salida del prisma Dove hacen posible la rotación del frente de onda, sin la desviación de la línea de visión en un prisma perfecto (ausente de errores de fabricación). Otros dispositivos pueden ser empleados para alcanzar los mismos objetivos cuando el haz es internamente reflejado un número impar de veces ([Ginsberg, 1994], [Galvez, 1999]), tal como los espejos K, y los prismas Pechan. En estos, un haz de luz es internamente reflejado tres y cinco veces respectivamente (Hopkins).

En términos de los requerimientos de fabricación y alineación, la componente más popular continua siendo el prisma Dove debido a que está hecho de una sola pieza y por tanto se evitan las demandantes fases de cementado y alineación. Aquí se analizan los requerimientos de fabricación del prisma Dove, necesarios para rotar el frente de onda con alta precisión y conocimiento del ángulo de rotación.

Un prisma Dove tiene la atractiva propiedad de conservar la dirección del eje óptico. Sin embargo, la presencia de los errores de fabricación resulta en la introducción de inclinación y desplazamiento lateral del frente de onda, tal y como se ilustra en la figura 4.3.

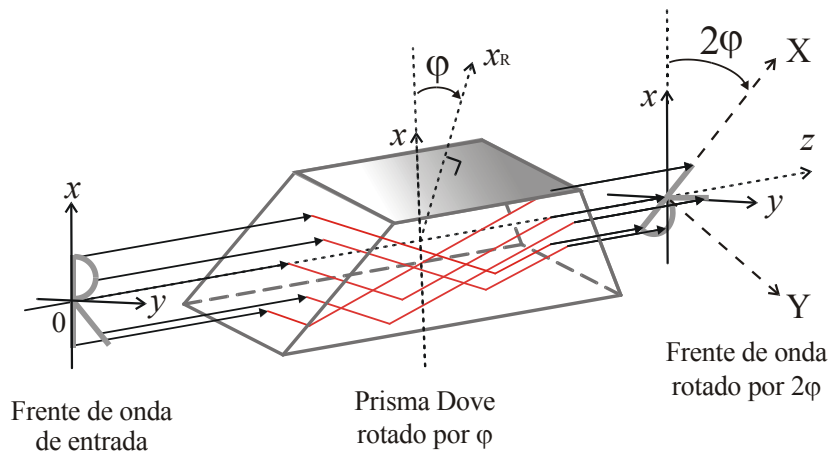


Fig. 4.2 Un prisma Dove rota e invierte un frente de onda alrededor del eje óptico. Cuando un prisma Dove es rotado en un ángulo  $\varphi$ , el frente de onda es invertido y rotado en  $2\varphi$ .

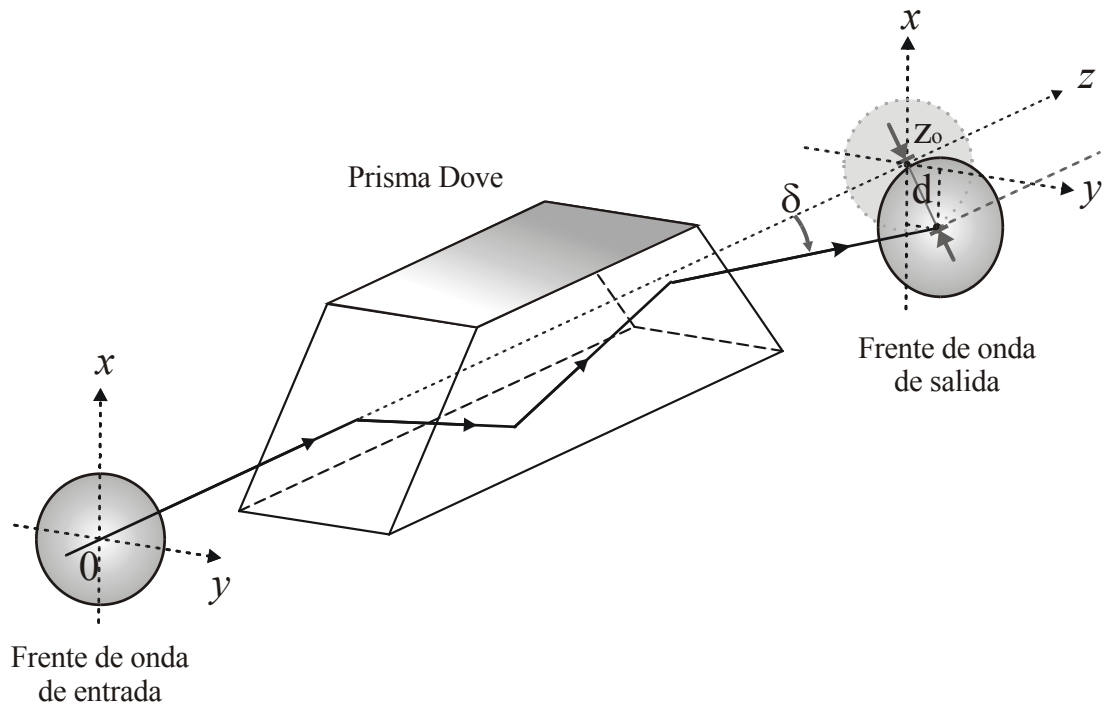


Fig. 4.3 Un prisma Dove con errores de fabricación introduce inclinación y desplazamiento en el frente de onda rotado. La inclinación introducida en el frente de onda es  $\delta$ , y  $d$  es el desplazamiento lateral en  $Z_0$ .

### 4.2.1 Error en los ángulos de la base

La Figura 4.4 muestra los ángulos de la base  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , además de sus errores de fabricación. Los errores de fabricación  $\Delta\alpha_1$  y  $\Delta\alpha_2$  en los ángulos de la base para la entrada y salida, introducen una inclinación en el frente de onda saliente, lo cual aumenta con el error en los ángulos de la base, tal como se ilustra en la Figura 4.5. Los errores en el primero y segundo ángulos de la base introducen aproximadamente la misma cantidad de inclinación.

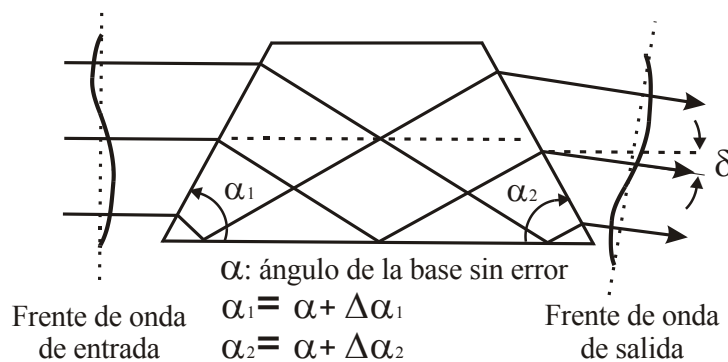


Fig. 4.4 Error en los ángulos de la base del prisma. Un prisma con errores de fabricación  $\Delta\alpha_1$  y  $\Delta\alpha_2$  introduce inclinación  $\delta$  en el frente de onda.

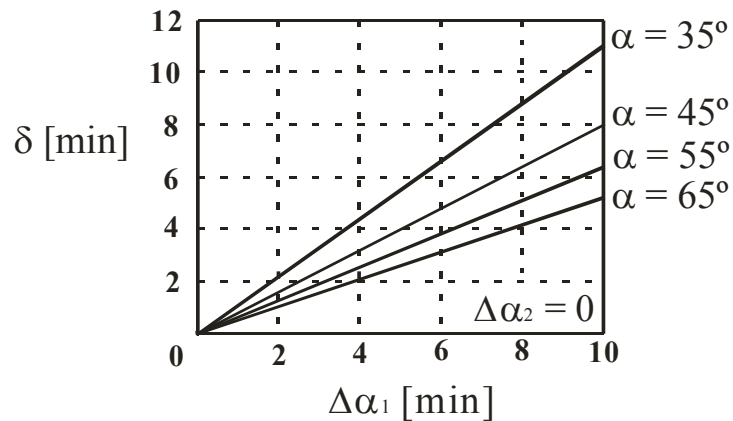


Fig. 4.5 Los prismas Dove causan una menor inclinación, para el mismo error en los ángulos de la base, cuando se diseñan con valores de ángulo de base  $\alpha$  grandes (cuarzo fundido,  $n=1.4572$ ,  $\lambda=632.8\text{nm}$ ).



Adicionalmente, la Figura 4.5 muestra que la fabricación de prismas Dove con ángulos de base más grandes que los usados en diseños tradicionales resulta en una reducción de la inclinación ocasionada por los errores de fabricación. La magnitud de esta mejora se ve limitada porque la inclinación introducida por el prisma con ángulos de base aproximándose a  $90^\circ$  es solamente un 17% menor que la introducida por un prisma con ángulos de base de  $65^\circ$ . Esta mejora no justifica un prisma extremadamente largo, limitando los ángulos de la base a un valor máximo y prudente de  $65^\circ$ .

Cuando los errores  $\Delta\alpha_1$  y  $\Delta\alpha_2$  son iguales, el frente de onda a la salida no presenta desviación angular; sin embargo es desviado lateralmente. La expresión analítica para la inclinación  $\delta$  introducida en el frente de onda, debida a los errores en los ángulos de la base, es

$$\delta = \alpha + \Delta\alpha_2 - \arccos \left( n \cdot \sin \left\{ \Delta\alpha_1 - \Delta\alpha_2 + \arcsin \left[ \frac{1}{n} \cos(\alpha + \Delta\alpha_1) \right] \right\} \right). \quad (4.1)$$

Aquí  $n$  es el índice de refracción;  $\Delta\alpha_1$  y  $\Delta\alpha_2$  son los errores angulares en los ángulos de la base en las caras de entrada y salida del prisma. La Ecuación 4.1 fue derivada geoméricamente (ver Apéndice C). Una expresión parecida, pero sólo para prismas convencionales con ángulos de base de  $45^\circ$ , fue deducida por Gupta, y por lo tanto las ventajas de ángulos  $\alpha$  mayores permaneció desapercibida.

Una reexaminación de la Ec. 4.1, permite concluir que los errores en el primero y segundo ángulos de la base introducen la misma cantidad de inclinación. En el caso del cuarzo fundido, el prisma más corto se obtiene cuando los ángulos de la base son aproximadamente  $31^\circ$  ( $n=1.4572$ ,  $\lambda = 632.8$  nm). Por esta razón, sólo se evaluará un grupo de prismas con ángulos de la base de 35, 45, 55, y  $65^\circ$ .

#### 4.2.2 Error de pirámide

El ángulo piramidal  $\theta_p$ , ilustrado en la Figura 4.6, representa otro error de fabricación. Básicamente, existe una cuña entre el plano de la primera superficie (última) y el plano de la base (el fondo o superficie de reflexión). Otra forma de decir esto, es que la normal a la

superficie de reflexión no está dentro del plano de simetría del prisma Dove. El error piramidal también introduce una inclinación del frente de onda.

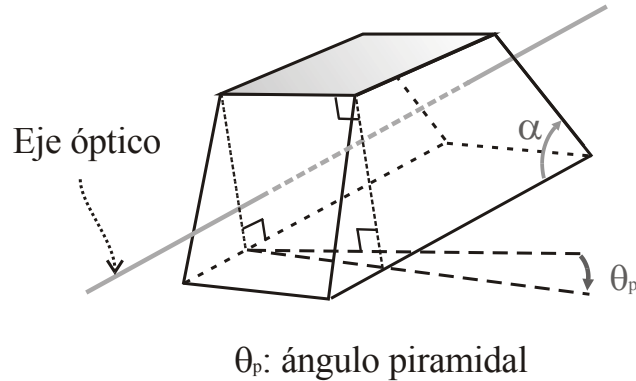


Fig. 4.6 Un prisma Dove padece de error piramidal cuando el ángulo  $\theta_p$  es diferente de cero. Este ángulo consiste en una pequeña inclinación de la normal de las superficies de reflexión y refracción con respecto al plano vertical de simetría.

El error piramidal también introduce inclinación, pero en un plano perpendicular al introducido por el error en el ángulo de la base. Este es

$$\delta = 2\theta_p \left( \sqrt{n^2 - \cos^2(\alpha)} - \sin(\alpha) \right) \cos(\alpha). \quad (4.2)$$

Aquí  $n$  y  $\theta_p$  son el índice de refracción y el ángulo piramidal, respectivamente. La ecuación 4.2 se deriva paso por paso en el Apéndice D. La inclinación  $\delta$  es graficada en la Figura 4.7 como función del ángulo piramidal  $\theta_p$  y el ángulo  $\alpha$  se considera como un parámetro. Nuevamente, notamos que los prismas Dove con ángulos de base más grandes introducen menos inclinación. Por lo tanto, los prismas Dove con ángulos de base más grandes que los de diseños tradicionales y con los mismos errores de fabricación en el ángulo piramidal, generan una menor cantidad de inclinación en el frente de onda. Sin embargo, la inclinación introducida por el prisma con ángulos de la base aproximándose a  $90^\circ$  es 50% menor que la introducida por un prisma con ángulos de la base de  $65^\circ$ . Esta apreciable mejora aun no justifica el diseño de un prisma extremadamente largo, limitando los ángulos de la base a un valor razonable de  $65^\circ$ .

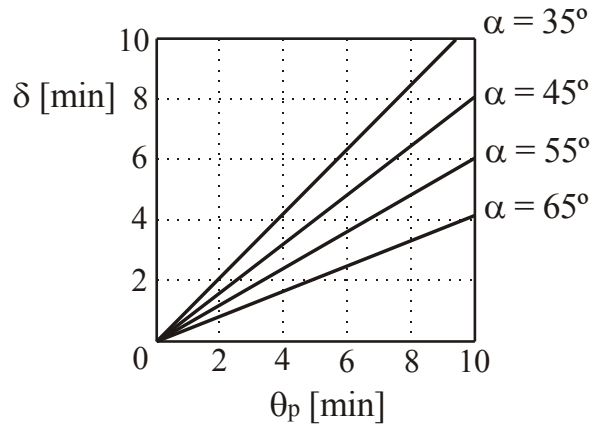


Fig. 4.7 Un prisma Dove introduce una menor inclinación del frente de onda para el mismo error en el ángulo piramidal cuando es diseñado con valor más grande del ángulo de base  $\alpha$  (cuarzo fundido,  $n=1.4572$ ,  $\lambda=632.8\text{nm}$ ).

La única diferencia entre la inclinación del frente de onda introducida por el error de fabricación en los ángulos de la base y por el correspondiente al ángulo piramidal es que los dos están sobre planos ortogonales. Esto se ilustra en la Figura 4.8, y es deducido a partir del cálculo de las desviaciones usando la formulación exacta del trazo de rayos.

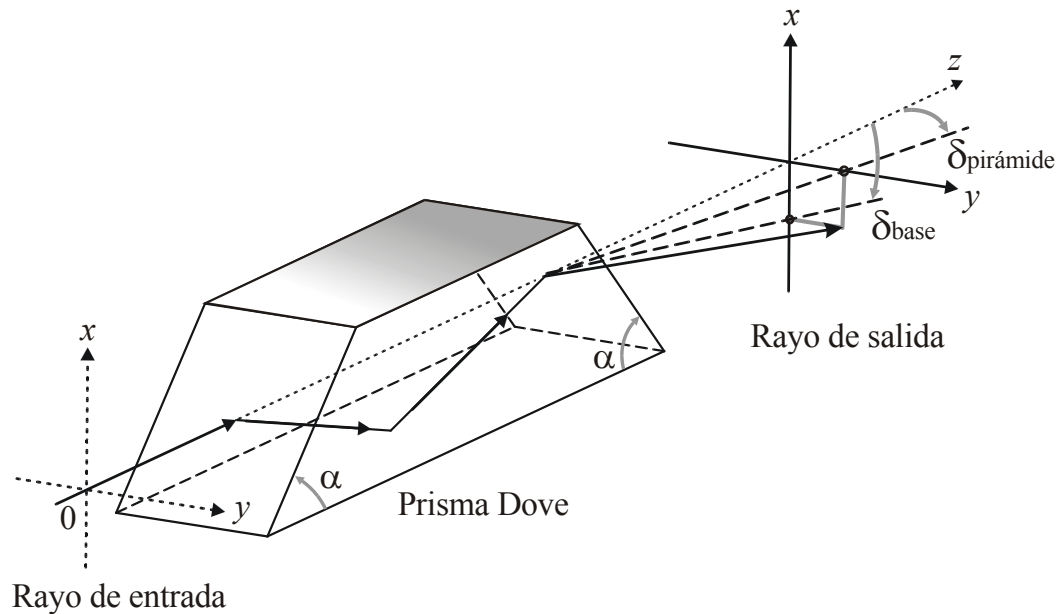


Fig. 4.8. El trazo exacto de rayos en formulación vectorial muestra que la inclinación introducida por el error en el ángulo piramidal y el error en el ángulo de la base están a lo largo de dos direcciones ortogonales. La inclinación total se obtiene por suma vectorial.

La inclinación total  $\delta_{\text{total}}$  introducida en el frente de onda debida a los errores de fabricación es la suma geométrica de las inclinaciones introducidas por los error en los ángulos de la base  $\delta_{\text{base}}$  y por el ángulo piramidal  $\delta_{\text{pirámide}}$ .

$$\delta_{\text{total}} = \sqrt{\delta_{\text{pirámide}}^2 + \delta_{\text{base}}^2} \quad (4.3)$$

Una interpretación de la expresión (4.3) puede sugerir que las tolerancias de fabricación en los ángulos de la base y el ángulo piramidal deben de especificarse de tal manera que ambas introduzcan la misma inclinación en el frente de onda,  $\delta_{\text{pirámide}} = \delta_{\text{base}}$ . El error en la longitud del prisma tiene una importancia secundaria, pues el frente de onda sólo es desplazado lateralmente. Con una apropiada alineación, este desplazamiento lateral puede ser compensado.

Cuando el frente de onda pasa a través del prisma Dove imperfecto que está siendo rotado, el centro del frente de onda describe un círculo en el plano imagen en  $Z_0$ . Mientras el frente de onda rota el doble que el ángulo de rotación del prisma, el centro del frente de onda rota al mismo ritmo que el prisma. La implementación de un prisma Dove en un IDR tiene consecuencias perjudiciales para la interpretación de los interferogramas: la inclinación adicional incrementa la densidad de franjas de manera incontrolada.

### 4.3 Alineación de un prisma Dove

El estudio anterior sobre los errores de fabricación en los ángulos de la base y el ángulo piramidal sugieren que los prismas Dove con ángulos de base mayores son menos sensibles a los errores de fabricación. Sin embargo, la longitud del prisma Dove incrementa para el mismo diámetro de abertura cuando los ángulos de la base son hechos más grandes. Un prisma Dove más largo es más sensible a la desalineación, resultando en un desplazamiento lateral del frente de onda.

$$d = \left( \frac{n-1}{n} \right) \beta L \quad (4.4)$$

Aquí  $d$ ,  $\beta$ ,  $L$ , y  $n$  son el desplazamiento lateral, la desalineación angular, la longitud del prisma, y el índice de refracción, respectivamente. Un prisma más corto es preferible no sólo por en peso, sino también por las consideraciones de alineación (Sullivan, 1978).

El cuarzo fundido comúnmente tiene un índice de refracción relativamente pequeño y un coeficiente de expansión térmica deseablemente bajo. La Figura 4.9 muestra la longitud del prisma Dove vs. su índice de refracción. Fabricando un prisma Dove con materiales de alto índice de refracción reduce la razón longitud-abertura. El más pequeño coeficiente de expansión térmica de un vidrio óptico con alto índice de refracción es aproximadamente diez veces mayor que el del cuarzo fundido. Un prisma Dove tradicional es un 23% más corto cuando se fabrica con un índice de refracción de 1.9 (LaSFN9), que cuando se fabrica con cuarzo fundido ( $n=1.457$ ). La razón longitud-abertura es aproximadamente 4.5 cuando el prisma Dove está hecho de cuarzo fundido.

Dos prismas Dove con un diámetro de abertura grande son necesarios para implementar un IDR y detectar pequeñas señales transportadas por frentes de onda. Un diámetro útil podría ser de 10 cm. Cuando éste es fabricado con un vidrio óptico con alto índice de refracción, entonces tiene una longitud de 35 cm (con ángulos de la base de  $45^\circ$ ), resultando en una longitud inaceptable.

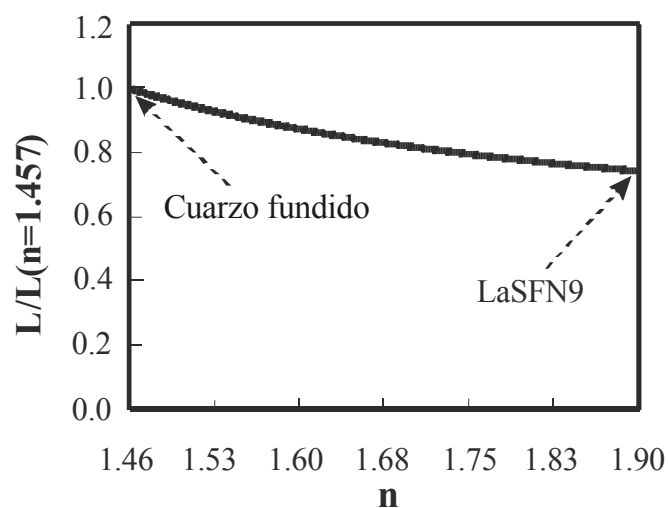


Fig. 4.9 La longitud  $L$  del prisma disminuye con el índice de refracción. La longitud del prisma Dove es más corta por un 23%, cuando este es hecho de un material con índice de refracción de 1.9 (LaSFN9), comparado con el del cuarzo fundido con  $n=1.457$ .

#### 4.4 prismas Dove con abertura rectangular

La expresión analítica para diseñar un prisma Dove (Sar-El, 1991) es una función del lado D únicamente. Incrementando el lado A no se cambia la longitud del prisma. La Figura 4.10, ilustra la manera en que incrementando el lado A no repercute en la longitud del prisma. La ecuación para la longitud del prisma Dove es

$$L = \frac{D}{\sin(2\alpha)} \left[ 1 + \frac{\sqrt{n^2 - \cos^2(\alpha)} + \sin(\alpha)}{\sqrt{n^2 - \cos^2(\alpha)} - \sin(\alpha)} \right] \quad (4.5)$$

Consecuentemente, sugerimos el empleo de un prisma Dove con abertura ensanchada para controlar su longitud e incrementar el *throughput*. El frente de onda puede ser rotado con este prisma Dove ensanchado que gira una porción rectangular del haz en uno de los brazos del interferómetro. Una pupila circular completa puede ser examinada rotando ambos prismas simultáneamente, tal como se indica en la Figura 4.11.

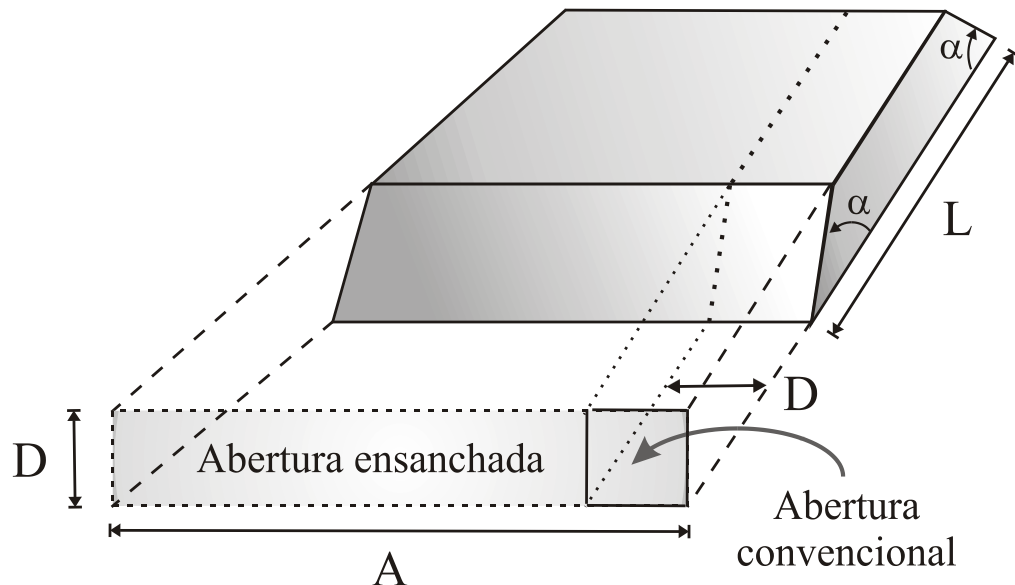


Fig. 4.10 El *throughput* es incrementado empleando una abertura ensanchada, sin aumentar la longitud del prisma. En un prisma tradicional con abertura cuadrada, el lado A de la abertura es igual al lado D.

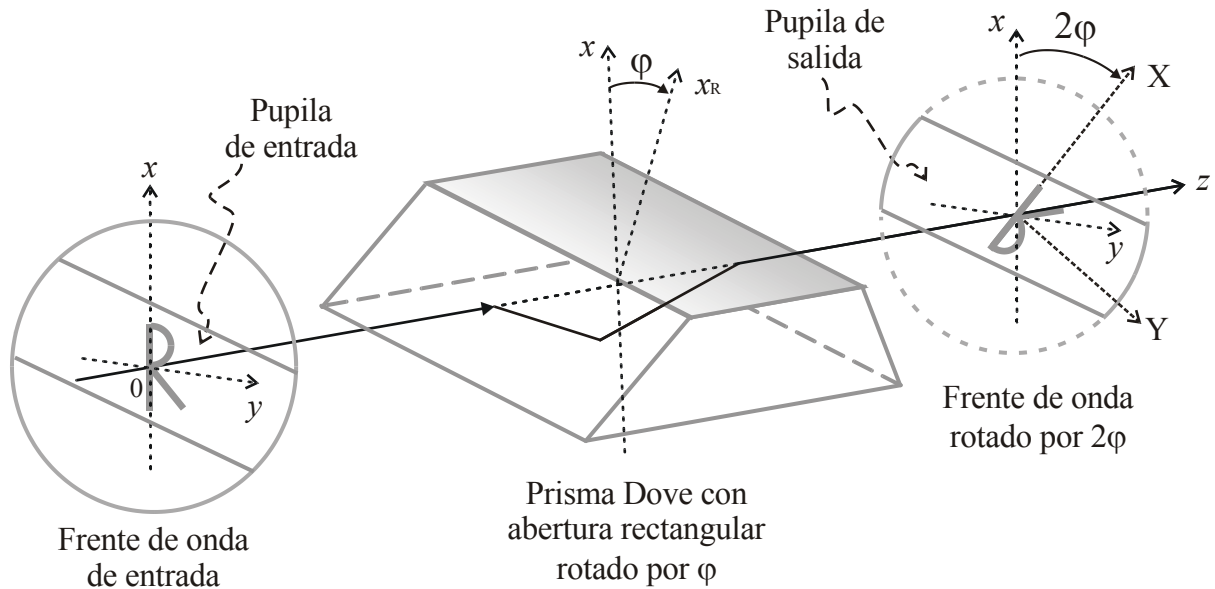


Fig. 4.11 Un prisma corto y ensanchado rota una pupila de entrada rectangular. Un frente de onda con diámetro largo puede ser probado por rotaciones sucesivas, barrido angularmente la pupila completa.

Esta propuesta tiene sentido en especial para el caso del IDR aplicado en la detección de planetas, por que el desplazamiento se implementará para ángulos pequeños. De igual manera, las componentes ópticas esféricas se pueden probar con desplazamientos angulares pequeños. Cuando los prismas Dove ensanchados se usan para probar componentes ópticas, las sub-aberturas pueden ser probadas secuencialmente, rotando uno de los prismas por  $\phi$  y el otro por  $\phi+\phi$  en incrementos de  $\Delta\phi = 2[\sin^{-1}(D/A)-\phi/2]$ , (ver Apéndice E). Este concepto interferométrico es ilustrado en la Figura 4.12.

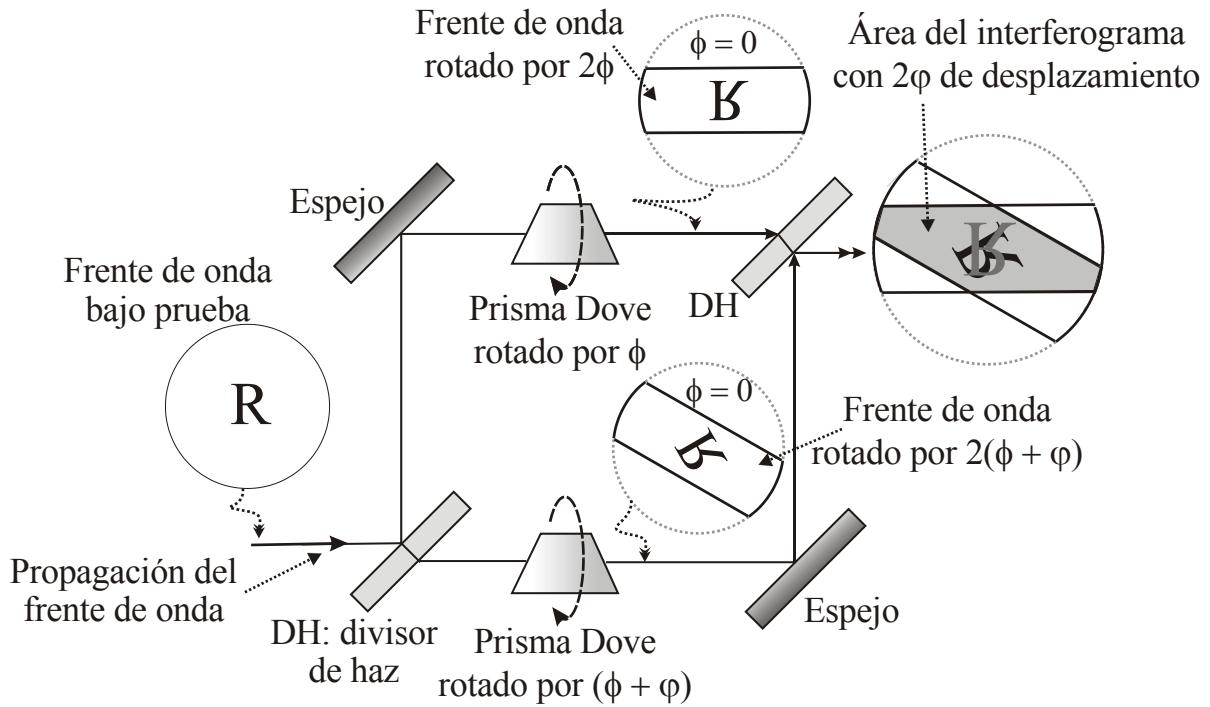


Fig. 4.12 Un interferómetro de desplazamiento rotacional en una configuración Mach-Zehnder, incorporando una abertura rectangular, puede ser usado para probar un frente de onda circular completo, mediante la rotación simultánea de los prismas en cada brazo. Las sub-aberturas son probadas en secuencias angulares, rotando un prisma un ángulo  $\phi$  y el otro en  $\phi + \phi$ , en incrementos de  $\Delta\phi = 2[\sin^{-1}(D/A) - \phi/2]$ .

## 4.5 Interferómetro de desplazamiento rotacional con abertura extendida

Considerando la importancia de minimizar la inclinación del frente de onda, estamos a favor de construir prismas Dove con ángulos de la base grandes para implementar el desplazamiento rotacional en interferómetros. Recientemente, varios prismas Dove fueron fabricados en el taller óptico del Centro de Investigaciones en Óptica con los parámetros presentados en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1 Parámetros representativos y sus tolerancias de error.

Parámetro	Valor	Tolerancia
Ancho del prisma (A)	80 mm	$\pm 0.1$ mm
Altura del prisma (D)	15 mm	$\pm 0.1$ mm
Ángulos de base ( $\alpha_1$ y $\alpha_2$ )	65 grados	$\pm 20$ arcseg
Angulo piramidal ( $\theta_p$ )	0 grados	$\pm 20$ arcseg



Para propósitos de demostración, más que para un diseño optimizado, escogimos los parámetros que se ajustan al tamaño del bloque de vidrio más grande existente en el taller. Aun así con esos prismas relativamente pequeños, se puede probar su viabilidad para el interferómetro de desplazamiento rotacional. Con esas tolerancias, en el peor de los casos el desempeño del prisma Dove se indica en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2 Estimación del desempeño (peor de los casos).

Fuente de inclinación $\delta$	Valor
Error en ángulo de base (20 arcseg)	10.8 arcseg
Error en ángulo piramidal (20 arcseg)	8.0 arcseg
Inclinación total ( $\delta_T$ )	13.4 arcseg

Dos prismas Dove fueron incorporados en un interferómetro Mach-Zehnder para convertirlo en un IDR. Según los parámetros dados, se estima que el prisma se debe rotar 12 veces para cubrir toda el campo de pupila, en incrementos angulares de  $\Delta\phi=30^\circ$ . Cuando los prismas son incorporados en el IDR, entonces el barrido del área de la pupila es continuo, y así la prueba de sub-aberturas es un hecho factible. No es posible la detección de frentes de onda con una inclinación menor que el máximo error de inclinación de 13 arcseg, predicho y limitado por los errores de fabricación. Algunas mejoras y ajustes pueden ser implementados cuando esta inclinación del frente de onda sea bien caracterizada y entendida. Al menos para algunas orientaciones del prisma, este número será bien conocido y puede ser compensado en las operaciones de prueba.

La Figura 4.13 muestra una foto de dos prismas Dove, fabricados con vidrio óptico SFN64 con índice de refracción 1.701 ( $\lambda=632.8$  nm), con abertura rectangular de dimensiones:  $D=15$  mm  $\pm$  0.1 mm,  $A=80$  mm  $\pm$  0.1 mm, y  $L=87$  mm  $\pm$  0.1 mm. El ángulo de la base es  $65^\circ \pm 10''$ . Esos prismas tienen una longitud de 8.7 cm y un peso de 0.288 kg cada uno, valores apreciablemente más pequeños que los estimados para los prismas Dove convencionales con una *throughput* equivalente, facilitando el diseño de la montura y su incorporación en el sistema óptico.

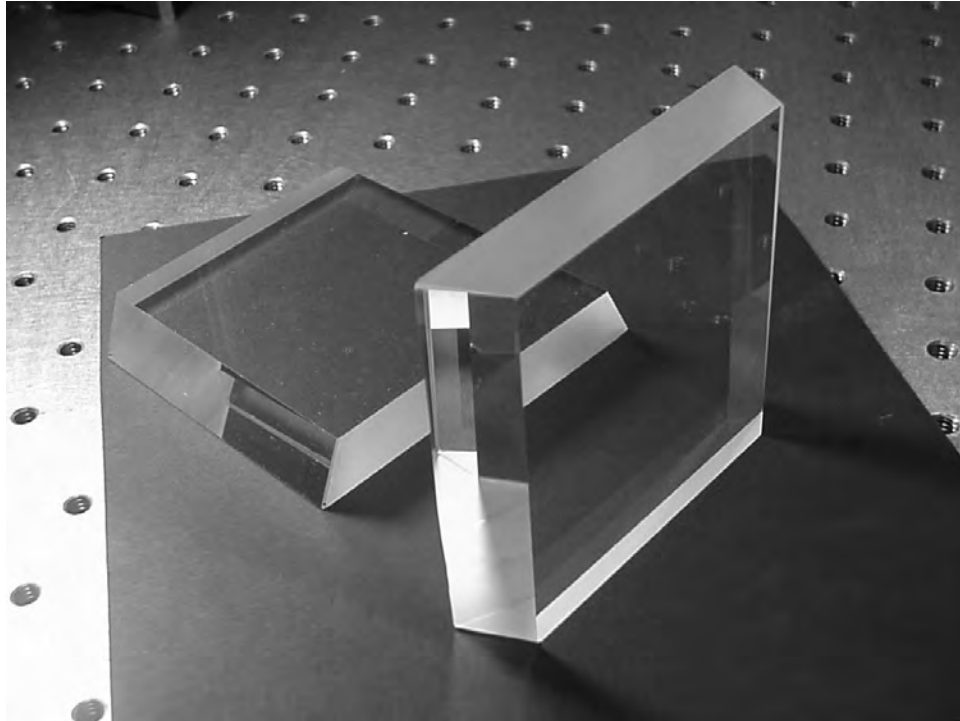


Fig. 4.13 Foto de dos prismas Dove, fabricados con vidrio óptico SFN64 y con índice de refracción 1.701 ( $\lambda=632.8\text{nm}$ ), con abertura rectangular de dimensiones:  $D=15 \pm 0.1$  mm,  $A=80 \pm 0.1$  mm, y  $L=87 \pm 0.1$  mm. Los ángulos de la base del prisma son  $65^\circ \pm 20''$ .

Una fotografía del interferómetro de desplazamiento rotacional en configuración Mach-Zehnder, con el desplazamiento realizado por un prisma Dove rotado con abertura rectangular, es mostrado en la Figura 4.14. La lente en la esquina baja izquierda colima el frente de onda incidente. En la parte izquierda se aprecia una montura rotadora que sujeta un prisma Dove rotado diez grados, mientras que un prisma compensador es apreciado en la parte derecha montado con orientación paralela a la superficie de la mesa. Una tarjeta blanca sobre un sujetador en la parte alta de la foto indica el plano imagen donde la cámara CCD es colocada para grabar los interferogramas. En este arreglo, estamos probando una lente acromática ( $f=300$  mm,  $d=42$  mm), colocada a una distancia igual a su distancia focal respecto de la fuente láser. El arreglo experimental también emplea una fuente láser HeNe, un objetivo de microscopio, y un filtro espacial, no mostrados en la foto donde sólo los componentes clave son presentados.

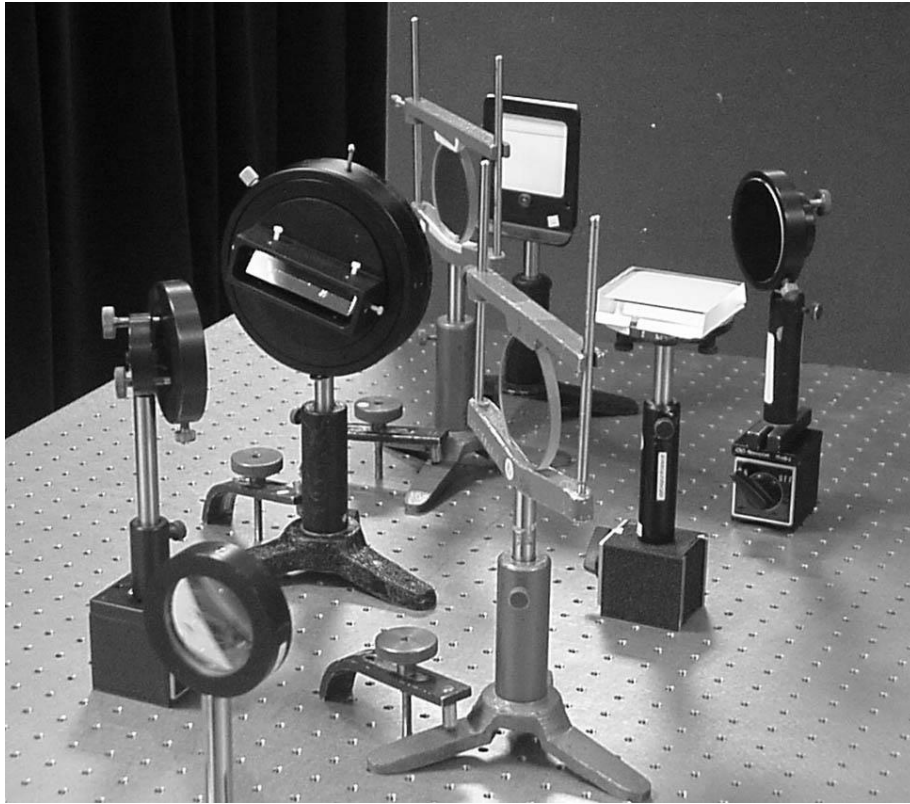


Fig. 4.14 Fotografía del interferómetro de desplazamiento rotacional en configuración Mach-Zehnder, con el desplazamiento introducido con un prisma Dove de abertura rectangular rotado. En éste arreglo, se está probando una lente acromática ( $f=300$  mm,  $d = 42$  mm), localizada a una distancia de la fuente láser igual a su distancia focal, empleando un objetivo de microscopio, y un filtro espacial no mostrados.

La montura mecánica rotadora empleada en el arreglo experimental se muestra en la Figura 4.15. Esta fue fabricada para sujetar y girar un prisma Dove ensanchado un ángulo arbitrario alrededor del eje óptico en un rango de  $0$  a  $\pm 360^\circ$ . La montura rota suave y de manera continua con una precisión de  $\pm 0.5^\circ$  en el ángulo de rotación, esto equivale a una precisión de  $\pm 1.0^\circ$  en el ángulo de rotación del frente de onda. Los cuatro lados de la abertura rectangular de la montura tienen integrados 12 tornillos de precisión. Son cuatro tornillos laterales de posicionamiento sobre las caras esmeriladas del prisma, y son ocho tornillos de posicionamiento vertical sobre la superficie de reflexión y sobre el techo plano del prisma. El ajuste en estos tornillos sirve para posicionar y alinear el eje del prisma Dove con el eje mecánico de rotación de la montura. Ya que los tornillos posicionadores mueven el prisma en dos diferentes grados de libertad ( $x,y$ ), el prisma puede ser alineado con alta precisión para no introducir inclinaciones ni desplazamientos laterales en el frente de onda rotado. Esta montura permite incorporar prismas Dove ensanchados de varios tamaños, pudiendo sujetar hasta uno con dimensiones de abertura de  $D=24$  mm y  $A=90$  mm.

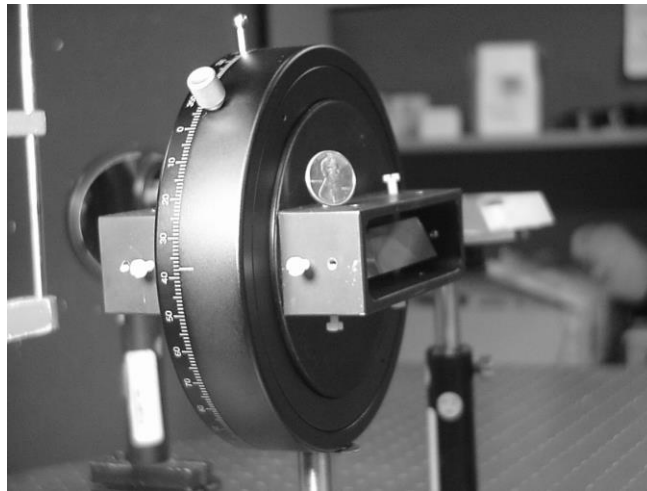


Fig. 4.15 Montura mecánica de rotación, fabricada para sujetar y girar un prisma Dove ensanchado, empleada en el arreglo experimental de la Figura 4.14. El prisma se puede rotar un ángulo arbitrario alrededor del eje óptico en un rango de 0 a  $\pm 360^\circ$ . La montura rota suave y de manera continua con una precisión de  $\pm 0.5^\circ$  en el ángulo de rotación, esto equivale a una precisión de  $\pm 1.0^\circ$  en el ángulo de rotación del frente de onda.

En la Figura 4.16 se presenta un sub-interferograma grabado con una cámara CCD en el plano imagen, con un desplazamiento rotacional de 20 grados (el ángulo de giro del prisma es 10 grados). El lóbulo central del patrón de franjas indica que el lente tiene una combinación especial de astigmatismo, coma, inclinación y descentrado lateral respecto del eje óptico. La forma del contorno del interferograma depende de la abertura del prisma Dove y decrece en tamaño con la magnitud del ángulo de desplazamiento, siendo mínima el área del interferograma para un ángulo de desplazamiento de 90 grados. La orientación de los prismas Dove en ambos brazos se debe ajustar para probar las sub-aberturas subsecuentes y poder cubrir el área de abertura completamente.

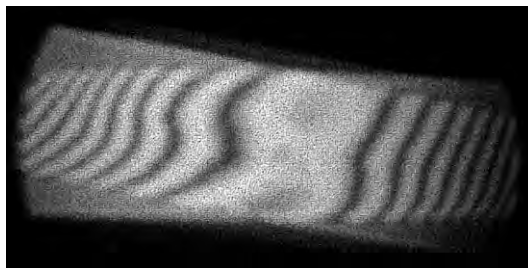


Fig. 4.16 Un interferograma grabado con una cámara CCD en el plano imagen de la Figura 4.14, con un ángulo de desplazamiento rotacional de 20 grados (el ángulo de rotación del prisma es 10 grados). El lóbulo central del patrón de franjas indica que el lente tiene una combinación especial de astigmatismo, coma, inclinación y descentrado lateral respecto del eje óptico. El contorno del interferograma depende de la las dimensiones de la abertura del prisma Dove y decrece el área con la magnitud del ángulo de desplazamiento.

## 4.6 Conclusiones

Hemos presentado expresiones analíticas para la inclinación total introducida en el frente de onda por un prisma Dove cuando éste es fabricado con errores de fabricación en los ángulos de la base y en el ángulo piramidal. También hemos encontrado que la inclinación debida a los errores de fabricación es más pequeña en los prismas Dove con ángulos de la base grandes que en aquellos prismas fabricados con ángulos de la base tradicionales de 45 grados. Considerando la importancia de minimizar la inclinación del frente de onda, recomendamos construir prismas Dove con ángulos de la base grandes para su implementación en los interferómetros de desplazamiento rotacional.

Aunque un prisma Dove fabricado con un índice de refracción grande reduce la razón longitud-abertura del prisma, no se disminuye lo suficiente para nuestros requerimientos de desempeño y poco peso. Por lo tanto, recomendamos el diseño de un prisma Dove acertado con abertura ensanchada para reducir su longitud y peso, y para incrementar el *throughput* en el interferómetro de desplazamiento rotacional. Por prueba de sub-aberturas, frentes de onda de grandes diámetros pueden ser probados con el prisma Dove propuesto, además de exhibir una cantidad controlable de inclinación debida a los errores de fabricación presentes.

Diseñamos un prisma Dove con ángulos de base más grandes, para reducir la inclinación del frente de onda debida a los errores de fabricación, y con una abertura ensanchada, para incrementar el *throughput* en el interferómetro de desplazamiento rotacional. Se fabricaron en el taller óptico varios prismas Dove ensanchados con los parámetros adecuados para su implementación en un interferómetro Mach-Zehnder, convirtiéndolo así en un interferómetro de desplazamiento rotacional con abertura extendida. El IDR alcanzó el desempeño predicho con un campo de vista fragmentado, de tamaño y geometría dependientes de la abertura del prisma y del ángulo de desplazamiento.

## 4.7 Referencias

Armitage, J. D. y A. Lohmann, "Rotary shearing interferometry," *Opt. Acta* **12**, 185-192 (1965).

Baba, N. y N. Murakami, T. Ishigaki, "Nulling interferometry by use of geometric phase," *Opt. Lett.* **26**, 1167-1169 (2001).

Bracewell, R. N., "Detecting nonsolar planets by spinning infrared interferometer," *Nature* **274**, 780-781 (1978).

Flores, J. L. y G. Paez, M. Strojnik, "Design of a diluted aperture by use of the practical cutoff frequency," *Appl. Opt.* **38**, 6010-6018 (1999).

Galvez, E. J. y C. D. Holmes, "Geometric phase of optical rotators," *J. Opt. Soc. Am. A* **16**, 1981-1985 (1999).

Ginsberg, R. H., "Image rotation," *Appl. Opt.* **33**, 8105-8108 (1994).

Grant, D. E., "Dove prism viewer for investigation of space error in color matching," *J. Opt. Soc. Am.* **47**, 256 (1957).

Gupta, S. K. y R. Hradaynath, "Angular tolerance on Dove prisms," *Appl. Opt.* **22**, 3146-3147 (1983).

Hopkins, R. E., "Mirror and prism systems," in *Military Standardization Handbook 141*, (Defence Supply Agency, Washington, DC, 1962).

Im, J. Y. y E. G. Paek, X. Tang, J. Y. Choe, T. K. Oh, "Experimental nonmechanical image rotation to 20 angles using an acousto-optic Dove prism," *Opt. Eng.* **39**, 2909-2914 (2000).

Lian, T. y M. Chang, "New types of reflecting prism assembly," *Opt. Eng.* **35**, 3427-3431 (1996).

Murty, M. V. R. K. y E. C. Hagerott, "Rotational-shearing interferometry," *Appl. Opt.* **5**, 615-619 (1966).

Paek, E. G. y J. Y. Choe, T. K. Oh, J. H. Hong, T. Y. Chang, "Nonmechanical image rotation with an acousto-optic Dove prism," *Opt. Lett.* **22**, 1195-1197 (1997).

Sandoval Gonzalez, J. y G. Paez, M. Strojnik, "Optomechanical design of a prism rotator," in *Infrared Spaceborn Remote Sensing IX*, M. Strojnik, B. F. Andresen, eds., Proc. SPIE **4486**, 170-180 (2001).

Sar-El, H. Z., "Revised Dove prism formulas," *Appl. Opt.* **30**, 375-376 (1991).

Scholl, M. S., "Signal generated by an extrasolar system planet detected by a rotating rotationally shearing interferometer," *J. Opt. Soc. Am. A* **13**, 1584-1592 (1996).

Scholl, M. S. y G. Paez, "Simulated interferometric patterns generated by a nearby star-planet system and detected by a rotational shearing interferometer," *J. Opt. Soc. Am. A* **16**, 2019-2024 (1999).

Strojnik Scholl, M., G. Paez, "*Cancellation* of star-light generated by a nearby star-planet system upon detection with a rotationally-shearing interferometer," *Infr. Phys. & Technol.* **40**, 357-365 (1999).

Strojnik, M. y G. Paez, "Testing the aspherical surfaces with the differential rotational-shearing interferometer," in *Fabrication & Testing of Aspheres*, A. Lindquist, M. Piscotty, J. S. Taylor, eds., Vol. 24 of OSA proceedings Series (Optical Society of America, Washington DC, 1999), pp. 119-123.

Strojnik, M. y G. Paez, “Mathematical theory of differential rotational shearing interferometry: asymmetrical aberrations,” in *Interferometry 99, Techniques and Technologies*, M. Kujawinska and M. Takeda, eds., Proc. SPIE **3744**, 335-346 (1999).

Sullivan, D. L., “Alignment of rotational prisms,” *Appl. Opt.* **11**, 2028-2032 (1978).

Vaughan, W., “Dove prisms, properties and problems,” *Optical Spectra* **15**, 68-69 (1981).

Yi, S. Y. y C. S. Ryu, S. H. Lee, K. H. Cha, C. G. Kang, “ A rotational robust fingerprint recognition system by using Dove prisms,” in *Optical pattern recognition IX*, D. P. Casasent, T. Chao, eds., SPIE **3386**, 222-230 (1998).



## Capítulo 5

### CONCLUSIONES FINALES

Hemos analizado los cambios de polarización, en un haz de luz linealmente polarizado, introducidos por un prisma Dove en rotación. El cálculo se realizó por medio del trazo exacto de rayos y el formalismo de las matrices de Jones. Descubrimos que un rayo de luz linealmente polarizado atravesando un prisma Dove rotado, cambia su estado de polarización a uno ligeramente elíptico, dependiendo del ángulo de rotación del prisma. El semieje mayor de la elipse permanece casi paralelo al plano de polarización de entrada, y su magnitud es significativamente mayor que la del semieje menor. Estas predicciones teóricas se confirmaron en el laboratorio. Demostrando por primera vez, que el plano de polarización, de un frente de onda linealmente polarizado, no gira cuando la estructura espacial del frente de onda es rotada con un prisma Dove.

Adicionalmente desarrollamos una expresión analítica para el contraste del interferograma en el interferómetro de desplazamiento rotacional en función del ángulo de rotación del prisma Dove, y de manera indirecta como función de los cambios en la polarización. Encontramos que los cambios de polarización, introducidos por la rotación del prisma Dove, no degradan significativamente el contraste. El máximo cambio de polarización ocurre para rotaciones del frente de onda bajo prueba de  $\pm 90$  grados respecto al frente de onda de referencia. Bajo las mismas condiciones, la máxima disminución del contraste es aproximadamente de un 3 por ciento. En consecuencia, cuando los prismas Dove rotan el frente de onda en un interferómetro de desplazamiento rotacional, el contraste del interferograma permanece alto para todos los ángulos de desplazamiento aunque los pequeños cambios de polarización alcancen su valor máximo. Por lo tanto, las técnicas de acoplamiento de polarización, *polarization coupling*, no son necesarias para preservar el contraste en este interferómetro. Esto hace práctica la rotación arbitraria del frente de onda, y permite implementar un interferómetro con sensibilidad libremente ajustable, evitándose los complicados métodos de acoplamiento de polarización.

Presentamos expresiones analíticas para la inclinación total introducida en un frente de onda rotado por un prisma Dove, cuando el prisma es fabricado con errores de fabricación en los ángulos de la base y en el ángulo piramidal. También encontramos que la inclinación debida a los errores de fabricación, es más pequeña en los prismas Dove con ángulos de la base grandes, que en los prismas tradicionales, fabricados con ángulos de la base de 45 grados. Considerando la importancia de minimizar la inclinación del frente de onda, recomendamos construir prismas Dove con ángulos de la base grandes, para su implementación en los interferómetros de desplazamiento rotacional.

Tanto el prisma Dove convencional como uno con ángulos de base la grandes, tienen una razón longitud-abertura grande, lo que limita la funcionalidad del prisma. Aunque un prisma Dove hecho con un índice de refracción más grande tiene una razón longitud-abertura menor, la reducción no es suficiente para nuestros requerimientos de desempeño, tamaño y peso. En consecuencia, hemos creado el diseño de un novedoso prisma Dove acortado con abertura ensanchada para reducir su longitud y peso, y para incrementar el *throughput* en el interferómetro de desplazamiento rotacional. Por prueba de sub-aberturas, un frente de onda de diámetro grande puede ser probado empleando los prismas ensanchados. Adicionalmente, el prisma introduce una cantidad controlable de inclinación en el frente de onda rotado, debida a los errores de fabricación presentes.

El prisma Dove con abertura ensanchada fue diseñado para incrementar el *throughput* en el interferómetro de desplazamiento rotacional, el diseño también incorporó unos ángulos de la base más grandes para reducir la inclinación del frente de onda debida a los errores de fabricación.

En el taller óptico se fabricaron varios prismas Dove de abertura ensanchada y con ángulos de la base grandes, diseñados para su implementación en un interferómetro Mach-Zehnder. Uno de los prismas se sujetó a una montura mecánica, con la capacidad de girar libremente de 0 a  $\pm 360^\circ$ , y el otro se colocó en una base fija en el brazo de referencia del interferómetro. El interferómetro implementado en laboratorio alcanzó el desempeño predicho con un campo de vista fragmentado, cuyo tamaño y geometría dependen de la abertura del prisma y del ángulo

de desplazamiento. Confirmando experimentalmente la viabilidad de los conceptos generados en este trabajo.

Con el presente análisis, diseño, y demostraciones experimentales, hemos hecho el primer intento en mostrar la viabilidad del interferómetro de desplazamiento rotacional en configuración Mach-Zehnder con abertura extendida y sensibilidad libremente ajustable. Instrumento que anteriormente ha sido propuesto para probar con alta precisión la calidad de componentes ópticas esféricas asimétricas, y para verificar en laboratorio la posibilidad de detectar planetas tipo tierra, orbitando estrellas fuera de nuestro sistema solar.

# Capítulo 6

# APENDICES

# Apéndice A

## Matriz de transferencia para un haz en eje

La matriz de transferencia (3.2) es un caso especial de la matriz (2.24), la cual sirve para un rayo incidente con una dirección de propagación arbitraria dada por el vector de propagación  $\mathbf{k}_1$ . En la matriz (3.2) el rayo incide paralelo al eje óptico y por lo tanto los vectores ortonormales que forman la base del vector campo eléctrico son  $\mathbf{i}$  y  $\mathbf{j}$ .

$$\boldsymbol{\tau}_1 = \frac{1}{|\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1|} \begin{bmatrix} t_{111}(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1) \cdot \mathbf{j} & -t_{111}(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1) \cdot \mathbf{i} \\ t_{11\perp}(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1) \cdot \mathbf{i} & t_{11\perp}(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1) \cdot \mathbf{j} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Dado que el rayo incidente es paralelo al eje óptico, los vectores  $\mathbf{k}_1$  y  $\mathbf{n}_1$  (en base vectorial  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  de los ejes coordenados  $x, y, z$ ) son:

$$\mathbf{k}_1 = \langle 0, 0, 1 \rangle, \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{n}_1 = \langle \cos\alpha \cos\varphi, \cos\alpha \sin\varphi, -\sin\alpha \rangle. \quad (\text{A.3})$$

El producto cruz de estos dos vectores es:

$$\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1 = \cos\alpha \langle -\sin\varphi, \cos\varphi, 0 \rangle, \quad (\text{A.4})$$

donde la magnitud de este vector es:

$$|\mathbf{k}_1 \times \mathbf{n}_1| = \cos\alpha. \quad (\text{A.5})$$

Así, la matriz (A.1) toma la forma:

$$\boldsymbol{\tau}_1 = \begin{bmatrix} t_{111} \cos\varphi & t_{111} \sin\varphi \\ -t_{11\perp} \sin\varphi & t_{11\perp} \cos\varphi \end{bmatrix}. \quad (\text{A.6})$$

El valor de los coeficientes de Fresnel  $t_{11\parallel}$  y  $t_{11\perp}$  depende de la magnitud del ángulo de incidencia  $\theta_i$  en la superficie refractora. Gráficamente se puede observar que para cualquier ángulo de rotación del prisma Dove, el ángulo de incidencia permanece constante (ver Figura A.1).

El valor de los coeficientes de Fresnel  $t_{11\parallel}$  y  $t_{11\perp}$ , por ley de Snell es:

$$t_{11\parallel} = \frac{2\cos\theta_i}{\cos\theta_t + n\cos\theta_i}, \quad (\text{A.7})$$

$$t_{1\perp} = \frac{2\cos\theta_i}{n\cos\theta_t + \cos\theta_i}. \quad (\text{A.8})$$

Estos coeficientes de Fresnel tienen un valor constante para cualquier ángulo de rotación del prisma respecto al eje  $z$  (óptico), sólo para este caso particular en el que el rayo incidente es paralelo al eje óptico.

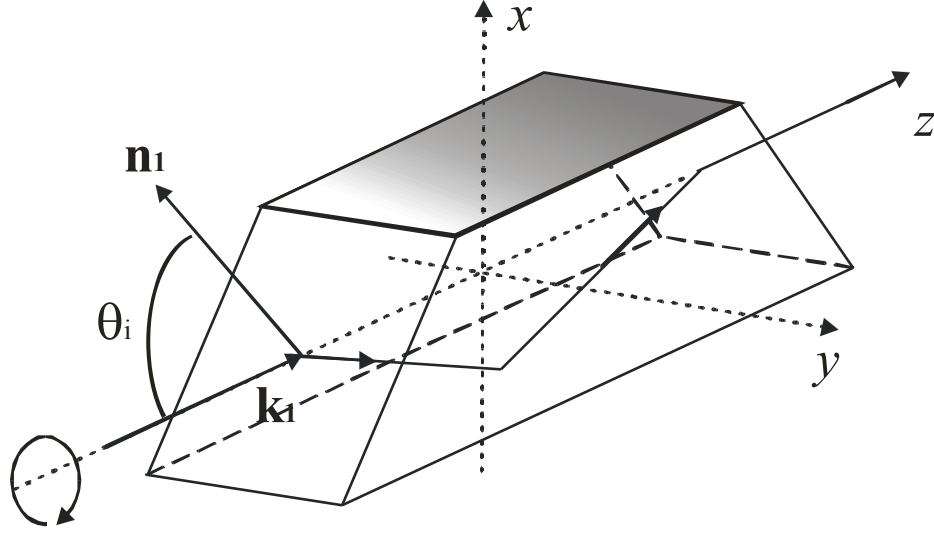


Fig. A.1 El ángulo de incidencia (entre  $\mathbf{k}_i$  y  $\mathbf{n}_1$ ) permanece constante para cualquier ángulo de rotación del prisma respecto al eje  $z$  (óptico), sólo para este caso particular en el que el rayo incidente es paralelo al eje óptico (eje  $z$ ).

Continuando ahora con la matriz (3.3). La cual tiene la forma general con vectores en los elementos matriciales, es:

$$r_2 = \frac{1}{|\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2| |\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_1|} \begin{bmatrix} r_{2\parallel} (\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2) \cdot (\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_1) & -r_{2\parallel} (\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2) \cdot \mathbf{n}_1 \\ r_{2\perp} (\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2) \cdot \mathbf{n}_1 & r_{2\perp} (\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2) \cdot (\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_1) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.9})$$

En el caso particular que el rayo incidente es paralelo al eje óptico, los productos vectoriales  $(\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_1)$  y  $(\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2)$  en su forma normalizada son iguales, esto es

$$\frac{\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_1}{|\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_1|} = \frac{\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2}{|\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2|}. \quad (\text{A.10})$$

Por lo que, el producto punto de éstos es igual a 1.

$$\left( \frac{\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_1}{|\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_1|} \right) \cdot \left( \frac{\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2}{|\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2|} \right) = 1. \quad (\text{A.11})$$

Por otro lado, ya que los vectores  $\mathbf{n}_1$ ,  $\mathbf{n}_2$ , y  $\mathbf{k}_2$  son coplanares (ver Figura A.2), éstos están sobre un mismo plano, por lo tanto el producto punto de los elementos de la diagonal, es

$$(\mathbf{k}_2 \times \mathbf{n}_2) \cdot \mathbf{n}_1 = 0 . \quad (\text{A.12})$$

Así, al considerar al rayo incidente sobre el eje óptico, la matriz (A.9) se simplifica.

$$\mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} r_{2\parallel} & 0 \\ 0 & r_{2\perp} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.13})$$

Para este caso, los coeficientes de Fresnel también son constantes para cualquier ángulo de rotación del prisma. El valor de los coeficientes  $r_{2\parallel}$  y  $r_{2\perp}$  depende de la magnitud del ángulo de incidencia en la superficie reflectora. Gráficamente se puede observar que para cualquier ángulo de rotación del prisma Dove, el ángulo de incidencia permanece constante (Fig. A.2).

El valor de los coeficientes de Fresnel  $r_{2\parallel}$  y  $r_{2\perp}$ , es:

$$r_{2\parallel} = \frac{\cos\theta_i - n \cos\theta_t}{n \cos\theta_t + \cos\theta_i}, \quad (\text{A.14})$$

$$r_{2\perp} = \frac{n \cos\theta_i - \cos\theta_t}{n \cos\theta_i + \cos\theta_t}. \quad (\text{A.15})$$

Donde  $\theta_i$  es el ángulo de reflexión total interna, y  $\theta_t$  es el ángulo complejo de transmisión imaginaria.

Estos coeficientes de Fresnel tienen un valor constante para cualquier ángulo de rotación del prisma porque el rayo incidente es paralelo al eje óptico.

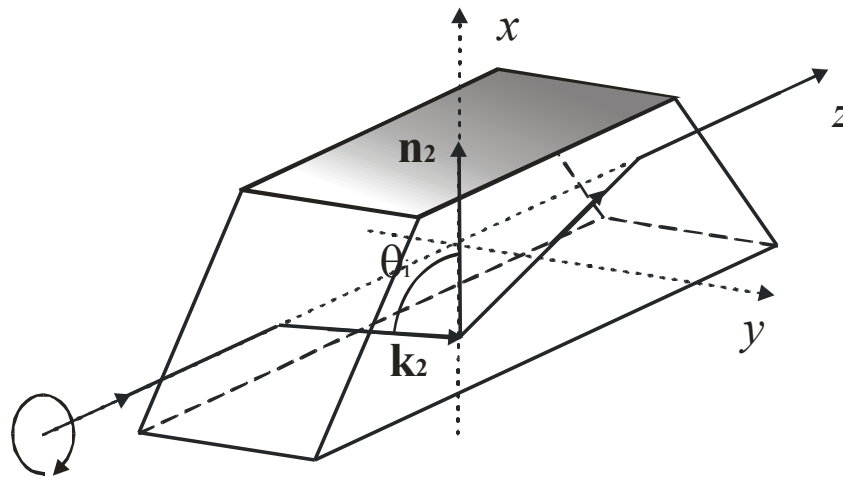


Fig. A.2 El ángulo de incidencia (entre  $\mathbf{k}_2$  y  $\mathbf{n}_2$ ) permanece constante para cualquier ángulo de rotación del prisma respecto al eje  $z$  (óptico), para el caso particular que el rayo incidente sea paralelo al eje óptico (eje  $z$ ).

Ahora consideremos la matriz (3.4).

$$\boldsymbol{\tau}_3 = \frac{1}{|\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3| |\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_2|} \begin{bmatrix} t_{3||} (\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3) \cdot (\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_2) & -t_{3||} (\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3) \cdot \mathbf{n}_2 \\ t_{3\perp} (\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3) \cdot \mathbf{n}_2 & t_{3\perp} (\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3) \cdot (\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_2) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.16})$$

En el caso particular que estamos tratando los productos vectoriales  $(\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_2)$  y  $(\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3)$  normalizados son iguales pero con sentido contrario, es decir

$$\frac{\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_2}{|\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_2|} = -\frac{\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3}{|\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3|}. \quad (\text{A.17})$$

Por lo que, el producto punto de éstos es igual a -1.

$$\left( \frac{\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_2}{|\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_2|} \right) \cdot \left( \frac{\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3}{|\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3|} \right) = -1 \quad (\text{A.18})$$

Por otro lado, ya que los vectores  $\mathbf{n}_2$ ,  $\mathbf{n}_3$ , y  $\mathbf{k}_3$  son coplares, y entonces el otro producto punto de la matriz es:

$$(\mathbf{k}_3 \times \mathbf{n}_3) \cdot \mathbf{n}_2 = 0. \quad (\text{A.19})$$

Así, al considerar al rayo de entrada al prisma en dirección del eje óptico, la matriz (A.16) se simplifica.

$$\boldsymbol{\tau}_3 = \begin{bmatrix} -t_{3||} & 0 \\ 0 & -t_{3\perp} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.19})$$

De vuelta, los coeficientes de Fresnel también son constantes para cualquier ángulo de rotación del prisma. El valor de los coeficientes  $t_{3||}$  y  $t_{3\perp}$  depende de la magnitud del ángulo de incidencia en la última superficie refractora. Geométricamente se observa que para cualquier ángulo de rotación del prisma Dove, el ángulo de incidencia en la tercera superficie permanece constante (ver Figura A.3).

El valor de los coeficientes de Fresnel  $t_{3||}$  y  $t_{3\perp}$ , es:

$$t_{1||} = \frac{2n \cos \theta_i}{n \cos \theta_t + \cos \theta_i}, \quad (\text{A.20})$$

$$t_{1\perp} = \frac{2n \cos \theta_i}{\cos \theta_t + n \cos \theta_i}, \quad (\text{A.21})$$



donde  $\theta_i$  es el ángulo de incidencia en la superficie de salida del prisma Dove, y  $\theta_t$  es el ángulo de transmisión en esa superficie.

Estos coeficientes de Fresnel también tienen un valor constante para cualquier ángulo de rotación del prisma porque el rayo incidente es paralelo al eje óptico.

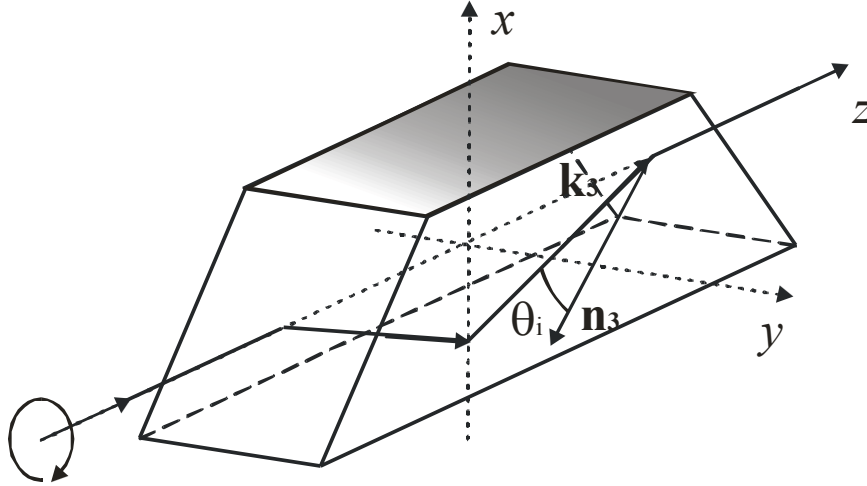


Fig. A.3 El ángulo de incidencia en la tercera superficie (entre  $\mathbf{k}_3$  y  $\mathbf{n}_3$ ) permanece constante para cualquier ángulo de rotación del prisma respecto al eje  $z$  (óptico), para el caso particular que el rayo incidente al prisma es paralelo al eje óptico.

Por otro parte, el vector campo eléctrico incidente al ser multiplicado por las matrices (A.6), (A.13), y (A.19) queda en una base de vectores ortonormales relacionados al plano de incidencia de la superficie de salida del prisma Dove, y por lo tanto varían para cada ángulo de rotación. La matriz necesaria para cambiar la base de vectores del campo eléctrico de salida a una base de vectores fija  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$  es

$$\mathbf{R}_{\mathbf{C},\mathbf{D}} = \frac{1}{|\mathbf{k}_f \times \mathbf{n}_3|} \begin{bmatrix} -\mathbf{D} \cdot (\mathbf{k}_f \times \mathbf{n}_3) & \mathbf{D} \cdot \mathbf{n}_3 \\ -\mathbf{D} \cdot \mathbf{n}_3 & \mathbf{D} \cdot (\mathbf{k}_f \times \mathbf{n}_3) \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

Para el particular, cuando el rayo de entrada es paralelo al eje óptico, y la base vectorial de salida se quiere que sea  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  ( $\mathbf{C}=\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{D}=\mathbf{j}$ ), esta matriz se hace

$$\mathbf{R}_{\mathbf{i},\mathbf{j}} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (\text{A.23})$$

El producto de las matrices (A.6), (A.13), (A.19) y (A.23) es

$$\mathbf{T}(\varphi) = \begin{bmatrix} -t_{1\parallel} r_{2\parallel} t_{3\parallel} \cos^2\varphi - t_{1\perp} r_{2\perp} t_{3\perp} \sin^2\varphi & (t_{1\perp} r_{2\perp} t_{3\perp} - t_{1\parallel} r_{2\parallel} t_{3\parallel}) \cos\varphi \sin\varphi \\ (t_{1\perp} r_{2\perp} t_{3\perp} - t_{1\parallel} r_{2\parallel} t_{3\parallel}) \cos\varphi \sin\varphi & -t_{1\parallel} r_{2\parallel} t_{3\parallel} \sin^2\varphi - t_{1\perp} r_{2\perp} t_{3\perp} \cos^2\varphi \end{bmatrix}. \quad (\text{A.24})$$

Donde

$$\mathbf{E}_{\text{out}}(\varphi) = \mathbf{T}(\varphi) \mathbf{E}_{\text{in}}, \quad (\text{A.25})$$

y

$$\mathbf{T}(\varphi) = \mathbf{R}_{ij} \tau_3 r_2, \tau_1. \quad (\text{A.26})$$

Así  $\mathbf{T}(\varphi)$  es la matriz de transferencia de un haz de luz polarizada, para el prisma Dove rotado por un ángulo  $\varphi$ .

## Apéndice B

### Ecuación de disminución del contraste

A continuación se deduce la expresión que representa la disminución del contraste en un patrón de interferencia por efecto de la variación de la polarización de cada uno de los dos haces superpuestos en el plano de interferencia.

Si suponemos que el contraste del interferograma es perfecto (contraste = 1) en un interferómetro Mach-Zehnder convencional. En un interferómetro así, la magnitud de la intensidad y el estado de polarización de cada uno de los haces interfiriendo deben ser idénticos.

El contraste del patrón de interferencia en el interferómetro Mach-Zehnder disminuye cuando el estado de polarización de un haz cambia respecto al otro. La rotación del frente de onda implica un cambio en el estado de polarización. El estado de polarización debe ser igual para obtener interferencia. El patrón de interferencia es generado por la interferencia de las componentes del campo eléctrico vibrando a lo largo de un mismo plano. La distribución de intensidad en el plano de interferencia es

$$I(x, y, \varphi) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2\sqrt{I_1(x, y)I_2(x, y)} \cos[\text{OPD}(x, y, \varphi)] \quad , \quad (\text{B.1})$$

$I_1(x, y, \varphi)$  es la distribución de intensidad del campo eléctrico asociado al frente de onda colimado viajando a través del brazo 1 del interferómetro. La magnitud de  $I_1(x, y, \varphi)$  varía con el cambio de polarización ocasionado por el ángulo de rotación del frente  $\varphi$ .  $I_2(x, y)$  es la distribución de intensidad del frente de onda viajando por el otro brazo del interferómetro. Los campos eléctricos asociados a  $I_1(x, y, \varphi)$  e  $I_2(x, y)$  son linealmente polarizados con la misma orientación del plano de polarización. La distribución espacial de diferencia de camino óptico es  $\text{OPD}(x, y, \varphi)$ , llamada así por sus siglas en inglés *Optical Path Difference*.

El contraste del interferograma se calcula tomando en cuenta el valor máximo y mínimo de la expresión (B.1).

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} . \quad (\text{B.2})$$

La distribución de intensidad, en el interferómetro Mach-Zehnder, de cada uno de los dos haces de luz es igual cuando no hay rotación del frente de onda,  $I_1(x,y,\varphi=0) = I_2(x,y)$ . Considerando esta condición, el máximo y el mínimo de intensidad resultan cuando el término coseno de la expresión (B.1) toma el valor de +1 y -1, es decir

$$I_{\max}(\varphi) = I_1(\varphi=0) \left[ 1 + i(\varphi) + 2\sqrt{i(\varphi)} \right], \quad (\text{B.3})$$

$$I_{\min}(\varphi) = I_1(\varphi=0) \left[ 1 + i(\varphi) - 2\sqrt{i(\varphi)} \right], \quad (\text{B.4})$$

donde  $i(\varphi) = I_1(\varphi)/I_1(\varphi=0)$ ,  $I_2 = I_1(\varphi=0)$ .

Al sustituir las expresiones (B.3) y (B.4) en la expresión para el contraste (B.2) obtenemos la variación del contraste al rotar el frente de onda, que es

$$C(\varphi) = \frac{2\sqrt{i(\varphi)}}{1 + i(\varphi)} . \quad (\text{B.5})$$

Existe otro valor de intensidad que se debe considerar en la expresión del contraste. Debido a que el estado de polarización cambia con la rotación del frente de onda, el campo eléctrico resultante tiene dos componentes ortogonales. De estas dos componentes, la expresión (B.5) sólo está considerando la componente paralela al campo eléctrico del frente de onda no rotado. La componente con polarización perpendicular genera una intensidad de fondo disminuyendo así el contraste del interferograma, el cual queda como

$$C = \frac{I(\varphi)_{\max} - I(\varphi)_{\min}}{I(\varphi)_{\max} + I(\varphi)_{\min} + 2I_{\perp}(\varphi)} , \quad (\text{B.6})$$

donde  $I_{\perp}(\varphi)$  es la intensidad de la componente del campo (del frente de onda rotado) con polarización perpendicular.

La expresión (B.6) se puede escribir en términos de intensidades normalizadas como en (B.5), quedando

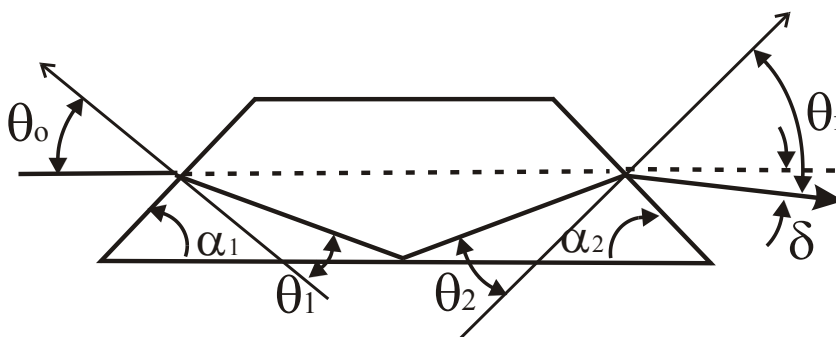
$$C(\varphi) = \frac{2\sqrt{i_{\parallel}(\varphi)}}{1 + i_{\parallel}(\varphi) + i_{\perp}(\varphi)}, \quad (\text{B.7})$$

donde  $i_{\parallel}(\varphi)$  es la intensidad normalizada de la componente del campo (paralela) que interfiere,  $i_{\parallel}(\varphi) = i(\varphi) = I_{\parallel}(\varphi)/I_{\parallel}(\varphi=0)$ . La intensidad normalizada de la componente del campo (perpendicular) que no interfiere y genera intensidad de fondo es  $i_{\perp}(\varphi) = I_{\perp}(\varphi)/I_{\perp}(\varphi=0)$ . Además se siguen considerando dos haces de luz con la misma distribución de intensidad,  $I_2 = I_1(\varphi=0)$ .

## Apéndice C

### Expresión para la desviación angular (*tilt*) introducida por los errores en el ángulo de la base de un prisma Dove

En un prisma Dove con errores de fabricación, sus ángulos de base, produce una desviación angular  $\delta$  del eje óptico. En la Figura C.1 se muestra un rayo de luz atravesando el prisma Dove con errores de fabricación  $\Delta\alpha_1$  y  $\Delta\alpha_2$ , en donde también se definen algunos ángulos útiles en la deducción de la expresión analítica del *kilt* introducido.



$\alpha$ : ángulo de la base sin error

$$\alpha_1 = \alpha + \Delta\alpha_1$$

$$\alpha_2 = \alpha + \Delta\alpha_2$$

Fig. C.1 Geometría de la trayectoria de un rayo de luz a través de un prisma Dove con errores de fabricación en sus ángulos de base.

El análisis se puede hacer partiendo de atrás hacia delante. El rayo a la salida del prisma forma un ángulo  $\theta_f$  respecto a la normal de la última superficie del prisma Dove. El ángulo de desviación en términos de  $\theta_f$  es

$$\delta = \theta_f - \frac{\pi}{2} + \alpha_2 \quad . \quad (C.1)$$

El ángulo de salida  $\theta_f$  está relacionado con el ángulo  $\theta_2$  por medio de la conocida Ley de Snell.

$$\theta_f = \arcsen\left[n \cdot \sen\theta_2\right]. \quad (C.2)$$

Continuando con la misma metodología, el ángulo  $\theta_2$  está relacionado con  $\theta_0$  por la expresión

$$\theta_2 = \arcsen\left[\frac{\sen\theta_0}{n}\right] + \alpha_1 - \alpha_2. \quad (C.3)$$

El rayo incidente es paralelo al eje óptico. Este incide sobre la primera superficie del prisma, formando un ángulo de incidencia respecto a la normal de la superficie,  $\theta_0 = \pi/2 - \alpha_1$ .

Sustituyendo éste valor en (C.3) y a su vez sustituyendo (C.3) en (C.2) y finalmente en (C.1), podemos obtener la expresión

$$\delta = \arcsen\left[n \cdot \sen\left(\arcsen\left[\frac{\cos\alpha_1}{n}\right] + \alpha_1 - \alpha_2\right)\right] - \frac{\pi}{2} + \alpha_2. \quad (C.4)$$

Esta expresión se puede escribir en términos de los errores de fabricación en los ángulos de la base sustituyendo  $\alpha_1 = \alpha + \Delta\alpha_1$  y  $\alpha_2 = \alpha + \Delta\alpha_2$ , quedando

$$\delta = \arcsen\left[n \cdot \sen\left(\arcsen\left[\frac{\cos(\alpha + \Delta\alpha_1)}{n}\right] + \Delta\alpha_1 - \Delta\alpha_2\right)\right] - \frac{\pi}{2} + \alpha + \Delta\alpha_2. \quad (C.5)$$

Despejando términos y aplicando la función seno y después la coseno inverso se puede eliminar el término  $\pi/2$ , quedando la expresión

$$\delta = \alpha + \Delta\alpha_2 - \arccos\left[n \cdot \sen\left(\arcsen\left[\frac{\cos(\alpha + \Delta\alpha_1)}{n}\right] + \Delta\alpha_1 - \Delta\alpha_2\right)\right]. \quad (C.6)$$

## Apéndice D

### Ecuación para la desviación angular (*tilt*) introducida por el error en el ángulo piramidal del prisma Dove

Definición de los vectores unitarios:

$$\mathbf{k}_1 = \langle 0, 0, 1 \rangle, \quad (\text{D.1})$$

$$\mathbf{n}_1 = \langle -\cos\alpha, 0, \text{sen}\alpha \rangle, \quad (\text{D.2})$$

$$\mathbf{n}_2 = \langle \cos\theta_p, \text{sen}\theta_p, 0 \rangle, \quad (\text{D.3})$$

$$\mathbf{n}_3 = \langle \cos\alpha, 0, \text{sen}\alpha \rangle. \quad (\text{D.4})$$

Aquí  $\mathbf{k}_1$  es el vector de propagación del haz incidente;  $\mathbf{n}_1$ ,  $\mathbf{n}_2$ , y  $\mathbf{n}_3$  son los vectores normales a la superficie de entrada, de reflexión interna, y de salida del prisma, respectivamente.

Empleando la ley de Snell en su forma vectorial, la dirección de propagación del rayo refractado en la primera superficie (rayo transmitido) es

$$\mathbf{k}_2 = \frac{\mathbf{k}_1}{n} + \left[ \sqrt{n^2 - 1 + (\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{k}_1)^2} - \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{k}_1 \right] \frac{\mathbf{n}_1}{n}. \quad (\text{D.5})$$

Sustituyendo los vectores unitarios (D.1) y (D.2) en la expresión (D.5) se obtiene

$$\mathbf{k}_2 = \frac{\gamma}{n} \left\langle -\cos\alpha, 0, \frac{1}{\gamma} + \text{sen}\alpha \right\rangle, \quad (\text{D.6})$$



donde

$$\gamma = \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha} - \text{sen} \alpha . \quad (\text{D.7})$$

La dirección de propagación del rayo reflejado en la segunda superficie del prisma Dove es

$$\mathbf{k}_3 = \mathbf{k}_2 - 2(\mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{k}_2) \mathbf{n}_2 . \quad (\text{D.8})$$

Sustituyendo los vectores unitarios (D.6) y (D.3) en la expresión (D.8) se obtiene

$$\mathbf{k}_3 = \frac{\gamma}{n} \left\langle \cos 2\theta_p \cos \alpha, \text{sen} 2\theta_p \cos \alpha, \frac{1}{\gamma} + \text{sen} \alpha \right\rangle . \quad (\text{D.9})$$

La dirección de propagación del rayo refractado en la tercera superficie (rayo transmitido) es

$$\mathbf{k}_4 = n \mathbf{k}_3 + n \left[ \sqrt{\frac{1}{n^2} - 1 + (\mathbf{n}_3 \cdot \mathbf{k}_3)^2} - \mathbf{n}_3 \cdot \mathbf{k}_3 \right] \mathbf{n}_3 . \quad (\text{D.10})$$

Sustituyendo los vectores unitarios (D.9) y (D.4) en la expresión (D.10) se obtiene

$$\mathbf{k}_4 = \left\langle (\gamma \cos 2\theta_p + n\beta) \cos \alpha, \gamma \text{sen} 2\theta_p \cos \alpha, (\gamma + n\beta) \text{sen} \alpha + 1 \right\rangle , \quad (\text{D.11})$$

donde

$$\beta = \sqrt{\varepsilon^2 - 1 + \frac{1}{n^2}} - \varepsilon , \quad (\text{D.12})$$

$$\varepsilon = \frac{\gamma^2}{n^2} \left( \cos 2\theta_p \cos^2 \alpha + \text{sen}^2 \alpha + \frac{\text{sen} \alpha}{\gamma} \right)^2 . \quad (\text{D.13})$$

La desviación angular debida al error de pirámide está dada por el segundo término del vector  $\mathbf{k}_4$  (ecuación D.11). Igualando este término al seno de la desviación angular  $\delta_p$  se obtiene

$$\delta_p = \arcsen \left[ \left( \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha} - \text{sen} \alpha \right) \cos \alpha \text{ sen} 2\theta_p \right], \quad (\text{D.14})$$

esta expresión se puede simplificar, pues el argumento del arco seno es muy pequeño para propósitos prácticos, quedando

$$\delta_p = 2\theta_p \left( \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha} - \text{sen} \alpha \right) \cos \alpha . \quad (\text{D.15})$$

# Apéndice E

## Expresión para el intervalo angular $\Delta\phi$

Las Figuras E.1 y E.2 muestran las relaciones geométricas necesarias para deducir la magnitud el intervalo angular máximo  $\Delta\phi$ . El ángulo  $\zeta$  está dado por

$$\zeta = \arcsen\left(\frac{D}{A}\right). \quad (E.1)$$

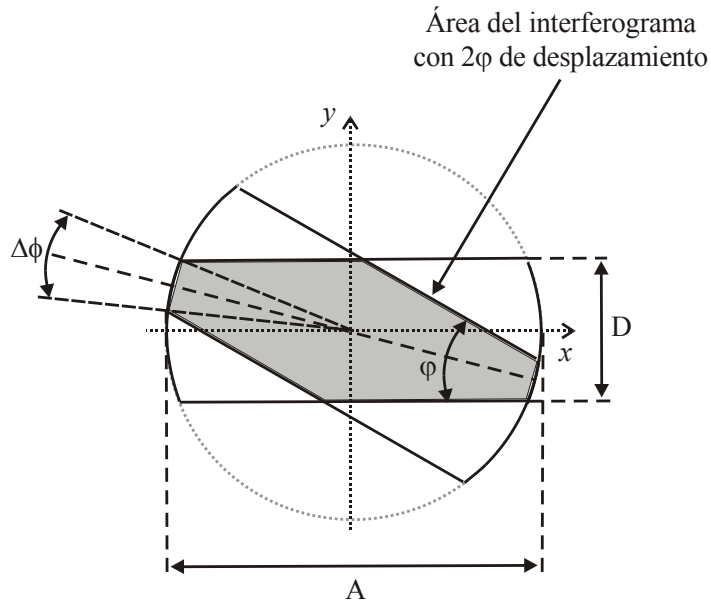


Fig. E.1 Las sub-aberturas se prueban en secuencias angulares, rotando un prisma un ángulo  $\phi$  y el otro en  $\phi+\phi$ , en incrementos de  $\Delta\phi=2[\sin^{-1}(D/A)-\phi/2]$ .

La relación entre el incremento angular  $\Delta\phi$  y el ángulo de rotación del prisma Dove  $\phi$  está dado por

$$\frac{\Delta\phi}{2} = \zeta - \frac{\phi}{2}. \quad (E.2)$$

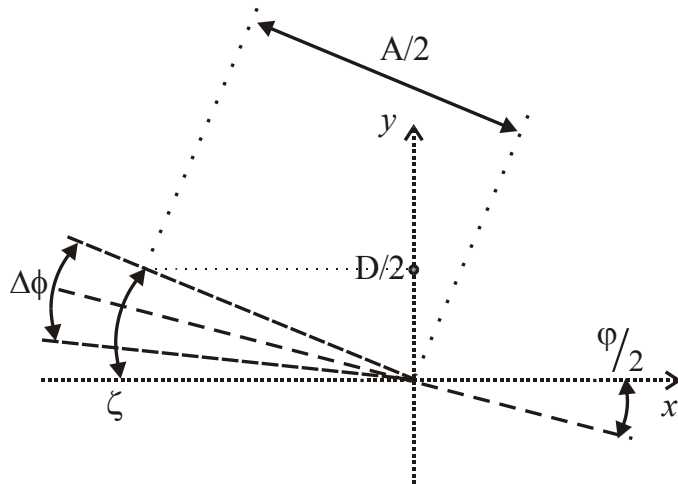


Fig. E.2 Relación geométrica, entre las dimensiones de la abertura A y D con el ángulo de desplazamiento, necesaria para la deducción del valor del incremento angular máximo  $\Delta\phi$ .

Entonces, sustituyendo la expresión E.1 en la ecuación E.2, el ángulo de incremento máximo  $\Delta\phi$  debe ser

$$\Delta\phi = 2 \left[ \arcsen\left(\frac{D}{A}\right) - \frac{\phi}{2} \right]. \quad (E.3)$$

Este ángulo indica el intervalo angular que deben rotarse simultáneamente los dos prismas Dove ensanchados para muestrear completamente todo el frente de onda bajo prueba.