

# SIMULADOR DE RADIACIÓN DE UN SISTEMA EXTRASOLAR Y DETECCIÓN CON INTERFERÓMETRO DE DESPLAZAMIENTO ROTACIONAL

## MAESTRIA EN CIENCIAS (ÓPTICA)

## Asesora: Dra. Marija Strojnik Pogacar Estudiante: Ing Fis. Rebeca Baltazar Barrón

Noviembre de 2014 León, Guanajuato, México Un experto es una persona que ha cometido todos los errores

que se pueden cometer en un determinado campo.

Niels Bohr

#### **AGRADECIMIENTOS:**

Si yo pudiera enumerar cuánto debo a mis grandes antecesores y contemporáneos, no me quedaría mucho en propiedad. Johann W. Goethe

Mis agradecimientos son para mi familia cercana que me ha apoyado continuamente. A Alberto por su constante apoyo, compañía, paciencia y tolerancia.

Agradezco a la Dra. Marija Strojnik por su guía como asesora de tesis y por sus valiosas charlas de formación profesional. También agradezco al Dr. Gonzalo Páez por sus consejos y asesoría para esta tesis. Agradezco la ayuda de mis hermanos académicos que son Max y Francisco, pues me ayudaron cundo los consultaba. A Antonio Ortega por ayudarme a encontrar los instrumentos ópticos en el laboratorio.

Ofrezco un gran agradecimiento al Concejo Nacional de Ciencia y Tecnología por su apoyo.

Le agradezco a los capítulos del SPIE y OSA por su agradable convivencia y ayuda académica.

A los maestros, profesores y docentes por su tiempo destinado a las clases.

Al Dr. Isaac le agradezco las horas de enseñanza de karate.

A todo el personal administrativo por su amabilidad, disposición y buena voluntad.

Esta tesis la dedico de forma especial a la memoria de mi amiga que estuvo conmigo durante casi cuatro años y cuya perdida muy pocos entenderán.

Π

### ÍNDICE

ÍNDIC	E DE FIGURAS	III
CAPÍT	ULO 1INTRODUCCIÓN	3
1.1	SIMULADOR	
1.2	OBJETIVO	4
1.3	MOTIVACIÓN	4
1.4	MÉTODOS MÁS EFICACES DE DETECCIÓN DE PLANETA	5
1.4	4.1 VELOCIDAD RADIAL	6
1.4	4.2 MÉTODO DE TRÁNSITO	7
1.5	REFERENCIAS	7
CAPÍT	ULO 2RADIACIÓN DE UN SISTEMA EXTRA-SOLAR	9
2.1	SISTEMA EXTRA-SOLAR	9
2.1	1.1 Emisión de radiación	9
2.2	DETECCIÓN DE RADIACIÓN	10
2.3	REFERENCIAS	11
CAPÍT	ULO 3INTERFEROMETRÍA	13
3.1	Principios básicos	13
3.1	1.1 Coherencia	13
3.1	1.2 Interferencia de dos ondas	14
3.2	Experimento de la doble rendija de Young	19
3.3	Referencias	21
CAPÍT	ULO 4INTERFERÓMETRO DE DESPLAZAMIENTO ROTACIONAL	
4.1	INTERFERÓMETRO	23
4.1	1.1 Interferómetro Mach-Zehnder	
4.2	INTERFERÓMETRO DE DESPLAZAMIENTO ROTACIONAL	24
4.2	2.1 Interferograma obtenido con un IDR	
4.2	2.2 Montaje IDR	
4.3	POLINOMIOS DE ZERNIKE PARA DESCRIBIR LAS ABERRACIONES DE LA ONDA	

4.4	Referencias	
CAPÍT	ULO 5SIMULADOR DE RADIACIÓN DE UN SISTEMA EXTRA-	SOLAR.38
5.1	Metodología experimental	
5.1	1.1 Alineación del simulador de radiación de un sistema extrasolar	40
5.1	1.2 Comprobación del IDR	44
5.2	Referencias	
CAPÍT	ULO 6ANÁLISIS DE INTERFEROGRAMAS	48
6.1	Mejoras	55
CONC	LUSIONES	57

Π

### ÍNDICE DE FIGURAS

incidentes en la Tierra	
Figura 3.1 Onda electromagnética formada por un campo eléctrico y uno magnético	11
i igura 5.1 Onaa ciccii omagnetica jormaaa por an campo ciccii ico y ano magnetico	
mutuamente perpendiculares	13
Figura 3.2 Ondas de dos fuentes superponiéndose en el espacio	15
Figura 3.3 Diagrama de dos fuentes de ondas superponiéndose en el espacio	19
Figura 4.1 Interferómetro de Mach-Zehnder. FEx, fuente extendida, DH1, DH2, divisor	res de
haz. E1, E2, espejos, PI1, PI2, patrón interferométrico	24
Figura 4.2 Interferómetros de desplazamiento. a) Vectorial. b) Radial. c) Rotacional	25
Figura 4.3 Diagrama de prisma Dove	25
Figura 4.4 Esquema del montaje del IDR. L, láser. FE, filtro espacial. LC, lente colima	dora.
DH1, DH2, divisores de haz. E1, E2, espejos. PD, prisma Dove, PDR, prisma Dove rot	ado.
PO, pantalla de observación	27
Figura 5.1 Modelo del simulador de sistema planetario. L1, láser 1: fuente de radiación	n que
representa a la estrella. L2, láser 2: fuente de radiación que representa al planeta. DH	0,
divisor de haz: elemento óptico que permite la convergencia de las dos fuentes. FN1 y l	FN2
filtros neutros. FE1 y FE2, filtros espaciales. LC, lente colimadora	39
Figura 5.2 Franjas formadas por el láser 1 y el láser 2	40
Figura 5.3 Frentes de onda formados por el láser 1 y 2 en la primera alineación	42
Figura 5.4 Frentes de onda formados por el láser 1 y 2 en una alineación más aproxin	nada a
lo deseado	44
Figura 5.5 a) Interferograma del láser 1 sin prisma Dove. b) Interferograma con el pris	sma
Dove alineado. c) Interferograma con el prisma Dove alineado tomando en considerac	ión el
filtro neutro	45
Figura 5.6 Interferogramas que cambian al variar el ángulo del prisma Dove a) 0° b) (	).2° c)
$0.4^{\circ} d) \ 0.6^{\circ} e) \ 0.8^{\circ}.$	45
Eigung 5.7 Variación de los interferencements de acuendo a ánordo de retación del prime	ia
r igura 5.7 variación de los interferogramas de acuerdo a angulo de rotación del prism	

FE2 filtro espacial 2. LC lente colimadora. DH0 divisor de haz 0. DH1 divisor de haz 1.
DH2 divisor de haz 2. E1 espejo 1. E2 espejo 2. PD1 prisma Dove 1. PD2 prisma Dove 2.
CCD. PR pantalla de referencia
Figura 6.2 Interferogramas del láser 1 correspondientes a diferentes ángulos de interés 50
Figura 6.3 Interferogramas del láser 2 correspondientes a diferentes ángulos de interés 51
Figura 6.4 Interferogramas del láser 1 y el láser 2 que pasan al mismo tiempo a través del
interferómetro y son correspondientes a diferentes ángulos de interés
Figura 6.5 Gráficas de la irradiancia de una sección de los interferogramas. a) Láser 1. b)
Láser 2
Figura 6.6 Gráficas de la irradiancia de una sección de los interferogramas al usar el láser
1 y el láser 2

#### **RESUMEN**

En esta tesis se presenta el trabajo realizado para diseñar, construir y calibrar un simulador de radiación de un sistema extra solar con el propósito de poner a prueba la teoría de un interferómetro de desplazamiento rotacional que pretende hacer detección de exoplanetas.

En el capítulo 1 se explica en qué consiste un simulador en forma general, qué es un sistema extra solar y como han sido detectados hasta la fecha resaltando el que más ha dado resultado.

En el capítulo 2 se expone el modo en que un exoplaneta genera radiación y cómo ésta es detectada.

En el capítulo 3 se maneja el concepto de interferencia usado en el interferómetro de desplazamiento rotacional.

En el capítulo 4 se explica el interferómetro de desplazamiento rotacional y cómo armar el arreglo óptico. Después se explica sobre las aberraciones de un frente de onda y cómo son interpretadas dichas aberraciones con los polinomios de Zernike.

En el capítulo 5 se explica en qué consiste el simulador de radiación y cómo se propuso el arreglo óptico. También se explica cómo se llega a un ángulo menor a un grado entre los frentes de onda de dos láseres midiendo esto con un ajuste a los polinomios de Zernike. En la última parte de éste capítulo, se hace una demostración de cómo se diferencian los dos haces al haber rotación en uno de los prismas Dove del interferómetro de desplazamiento rotacional.

En el capítulo 6 se realiza un análisis de los resultados obtenidos en el trabajo de tesis.

## **CAPÍTULO** 1

### INTRODUCCIÓN

Existen varios planetas en órbita alrededor de nuestro Sol, que son diferentes de la Tierra, y muy diferentes entre sí. Como las estrellas en el cielo son otros soles, y las galaxias se componen de miles de millones de estrellas, es una certeza la existencia de otros planetas que deben orbitar alrededor de otras estrellas. Llamamos a estos planetas exoplanetas para distinguirlos de los propios vecinos del sistema solar.

#### 1.1 SIMULADOR

Un simulador es un aparato que, en un aspecto, se comporta como lo que se pretende simular. Los simuladores reproducen características que en la realidad pueden llegar a suceder.

Los aspectos que hacen que los modelos de simulación constituyan una herramienta de gran utilidad de la investigación son posibilitar el análisis de un determinado sistema bajo situaciones en las cuales la experiencia no es factible, principalmente por el uso de recursos humanos, económicos y de tiempo.

Otro aspecto es facilitar el estudio de los efectos a largo plazo, siendo el investigador quien determina los límites temporales de la simulación. También permite la incorporación de elementos de incertidumbre y elementos esenciales correspondientes al modelo simulado.

Un simulador debe trabajar de manera simultánea con gran cantidad de variables. Así mismo, los instrumentos adecuados para medir las magnitudes de interés, pueden generar datos en poco tiempo. La construcción del simulador induce al investigador a hacer un estudio objetivo del sistema [1].

Por lo tanto, un simulador permite reemplazar un sistema por otro cuya finalidad sea similar.

#### **1.2 OBJETIVO**

El objetivo de este trabajo es implementar experimentalmente y comprobar su funcionamiento y su similitud de un sistema solar para corroborar conceptos desarrollados para detectar un planeta extra-solar usando un interferómetro de desplazamiento rotacional infinitesimal que en trabajos previos ha sido desarrollado [2][3][4][5].

Hay aspectos que se deben considerar en el simulador. Una de estas características es que la estrella y el planeta extra solar son fuentes de radiación puntuales debido a la gran distancia de observación, por ejemplo, la estrella más cercana a nuestro sistema solar es Alfa Centauri a unos 4,37 años luz. Los frentes de onda de la radiación son considerados planos. El frente de onda correspondiente a un planeta de un sistema solar, tiene una inclinación con respecto al frente de onda de su estrella, este ángulo se considera entre un décimo y un milisegundo de arco. El número de fotones espectrales emitidos por unidad de tiempo por la estrella es 105 veces mayor que la del planeta [6], por lo que su detección requiere instrumentos que tengan la resolución necesaria para detectar los fotones del planeta.

#### 1.3 MOTIVACIÓN

Uno de los trabajos más importantes de la astronomía moderna es explorar el espacio para detectar, analizar y descubrir nuevos planetas. Encontrar nuevos planetas en la basta extensión de nuestro universo es una tarea monumental, es como buscar granos de arena individuales en la luna, pero cada día varios telescopios terrestres y orbitales dan información que es analizada para determinar la presencia de un planeta cercas de una de las estrellas.

Con más de cien mil millones de estrellas, sólo en nuestra galaxia, la búsqueda de

planetas es muy complicada. En 1995 se detectó un nuevo planeta, en la constelación Pegaso [7], y en 1996 se descubrieron cuatro planetas más. Hasta septiembre de 2013 se han descubierto 750 sistemas planetarios que contienen un total de 986 cuerpos planetarios estos planetas son variados en forma y tamaño [8].

Han sido muchas las dificultades en el reto de detección de un planeta puesto que su radiación también depende de sus características físicas que varían entre tamaños, masas, estados de la materia (sólido, líquido, gaseoso), diámetros orbitales, períodos de rotación y materia alrededor de ellos.

Existen varios métodos para detectar la presencia de planetas extra solares, uno de ellos es el método interferométrico [9]. En trabajos recientes se ha analizado el uso de un interferómetro de desplazamiento rotacional infinitesimal para analizar la radiación que emite la estrella y el posible planeta que la acompañe. Para corroborar los datos estimados del interferómetro, es necesario ponerlo a prueba usando un sistema que simule la radiación de un sistema extra solar.

#### 1.4 MÉTODOS MÁS EFICACES DE DETECCIÓN DE PLANETA

Detectar un planeta es un proceso difícil debido a que la radiación reflejada es muy débil en comparación a la radiación emitida de la estrella en la que orbita. La separación angular entre el planeta y su estrella es también un factor que restringe su búsqueda. Por lo que observar de forma directamente por medio de telescopios es poco eficaz. De los exoplanetas detectados hasta noviembre de 2011, 5% fueron de forma directa y 95% de forma indirecta [8].

Algunos métodos que se usan para la detección de exoplanetas de forma indirecta son: velocidad radial, método de tránsito, ligeras variaciones orbitales, variaciones de luz debido a la radiación relativista, variación de la luz debido a las variaciones elipsoidales, variaciones temporales, lente gravitacional, entre otros. Con éstos métodos se han detectado exoplanetas al menos una vez pero unos métodos son más eficientes que otros.

#### 1.4.1 VELOCIDAD RADIAL

El método de velocidad radial ha detectado 456 planetas extrasolares, de los cuales 31 exoplanetas están confirmados y 323 son candidatos para verificarse con otros métodos. Uno de los observatorios que usan éste método es el Observatorio de La Silla en Chile con HARPS que es el acrónimo de Buscador de Planetas por Velocidad Radial de Alta Precisión (*High Accuracy Radial velocity Planet Searcher*, en inglés). Otro centro de búsqueda de planetas es AFOE, acrónimo de Espectrómetro Avanzado de Fibra Óptica (Advanced *Fiber Óptic Echelle*, en inglés), se encuentra localizado en el Monte Wilson en California. Existen más centros de observación con éste método que también han aportado un considerable número de datos. Éste método consiste en detectar el movimiento inducido entre la estrella y el planeta.

El movimiento de órbita de un planeta alrededor de una estrella causa que la estrella se someta a un movimiento provocado por el centro de masa entre el planeta y la estrella. Esto resulta en la perturbación periódica de tres propiedades observables de la estrella, la velocidad radial, cambio de la posición angular en el cielo y el tiempo de llegada de una señal de referencia periódica.

En todos los sistemas orbitales, el planeta y la estrella rotan en un sistema común baricéntrico (centro de masas). Bajo la ley de gravitación de inverso cuadrado, cada uno se mueve en una orbita cercana a una elipse con el centro de masas en uno de los focos.

La velocidad radial Doppler mide el movimiento proyectado a lo largo de la línea de visión de la estrella primaria que orbita el sistema baricéntrico. La velocidad radial de semiamplitud considera como representativo la orbita de la estrella alrededor del baricentro.

### 1.4.2 MÉTODO DE TRÁNSITO

Este método consiste en observar por procesos fotométricos la estrella y detectar tenues cambios de la intensidad de su radiación cuando un planeta orbita por delante de ella.

Este método es muy útil para encontrar planetas de gran volumen y tiene la ventaja de que la cercanía del planeta a la estrella no es relevante, por lo que el espectro de planetas que puede detectar aumenta considerablemente. Pero la probabilidad de que un planeta transite a la estrella que esté en observación es muy baja.

#### 1.5 Referencias

[1] J. Montero, *Métodos matemáticos aplicados a la ganadería*. Sevilla: Ediciones de la pradera, 3ª ed., 2007.

[2] I. Moreno, G. Páez, y M. Strojnik, "Dove prism with increased throughput for implementation in a rotational-shearing interferometer," *Applied Optics*, vol. 42, no. 22, pp. 4514–4521, 2003.

[3] E. Gutiérrez, *Determinación de parámetros críticos de manufactura y alineación de un prisma Dove para su aplicación en un interferómetro de desplazamiento rotacional*. Tesis de Doctorado, Centro de Investigaciones en Óptica A.C., 2011.

[4] M. Galán, "Detección de planeta extra-solar con un interferómetro de desplazamiento rotacional: condiciones," Tesis de Maestría, Centro de Investigaciones en Óptica A. C., 2005.

[5] C. Ramírez y M. Strojnik, "Interferómetro de desplazamiento vectorial," Tesis de Maestría, Centro de Investigaciones en Óptica A. C., 2004.

[6] M. Scholl, "Signal generated by an extra-solar-system planet detected by a rotating rotationally shearing interferometer.," *Journal Optics Soc. Am. A.*, vol. 13, no. 7, pp. 1584–1592, 1996.

[7] M. Mayor y D. Queloz, "A jupiter-mass companion to a solar-type star," *Nature*, vol. 378, pp. 355–359, 1995.

[8] J. Schneider, The Extrasolar Planets Encyclopaedia. Observatorio de Paris, 2013.

[9] A. Michelson y G. Pease, "Measurement of the diameter of alpha Orionis with the interferometer," *Astrophysical Journal*, vol. 53, pp. 249–259, 1921.

## **CAPÍTULO 2** RADIACIÓN DE UN SISTEMA EXTRA-SOLAR

Un sistema planetario consiste en una o varias estrellas que en su alrededor orbitan distintos objetos debido a efectos de gravedad. Generalmente se describen sistemas con uno o más planetas, aunque también puede consistir en objeto como planetas enanos, asteroides, satélites naturales, meteoritos, cometas y planetesimales [1]. Se considera un sistema planetario extrasolar a los sistemas planetarios fuera del Sistema Solar.

#### 2.1 Sistema extra-solar

Los términos sistema extrasolar y sistema exoplanetario son usados para referirse a sistemas planetarios diferentes al formado por el Sol y la Tierra y los otros siete planetas y objetos del sistema solar.

Un planeta extrasolar se considera como un objeto con masa inferior a la masa límite para la fusión termonuclear del deuterio (13 veces la masa de Júpiter) que orbita estrellas o sus remanentes [2].

#### 2.1.1 Emisión de radiación

Se sabe, a partir de los experimentos físicos que los gases generalmente producen un espectro de líneas de emisión. Sin embargo, esta regla no se aplica a las estrellas a pesar de ser cuerpos gaseosos. Un espectro puro de emisión puede ocurrir sólo si los átomos del gas pueden vibrar libremente, esto es cuando la densidad es tan poca que las colisiones entre átomos no ocurren frecuentemente.

En las estrellas, excepto en las capas más externas, la densidad del gas es tan alta que la radiación es similar a la de un cuerpo sólido o líquido, lo que resulta en un espectro

continuo. Estableciendo el pico de intensidad en el continuo o su rango completo de valores se puede establecer la temperatura de la superficie estelar, al compararlo con un cuerpo negro usando ley de Planck. Un cuerpo negro es un cuerpo teórico que tiene la propiedad de absorber y emitir toda radiación que recibe. Ningún cuerpo natural satisface estrictamente esta condición, pero las estrellas se comportan de tal modo que el término radiación de cuerpo negro es una primera aproximación realmente útil [3].

La radiación del cuerpo negro es espacialmente incoherente, pero al propagarse a lo largo de grandes distancias se puede considerar coherente espacialmente [4].

#### 2.2 Detección de radiación

Para analizar la detección de una estrella con su planeta vistos desde la Tierra, se usa como modelo una estrella similar al Sol con un planeta parecido a Júpiter en cuanto a su temperatura y distancia de órbita (Figura 2.1). La distancia entre la estrella y nuestro sistema solar se estima en 10 *pc* debido a que, por convención, es la distancia en que se estima la magnitud absoluta de los cuerpos celestes. De acuerdo a la ley de Plank para fotones en la ecuación de transferencia,

$$B_{\lambda} = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/k_B T} - 1}$$
(2.1)

donde  $\lambda$  es la longitud de onda expresada en metros, *h* es la constante de Planck  $(6.626x10^{-34} J.s), k_B$  es la constante de Stefan-Boltzman  $(1.38x10^{-23} J/K), c$  es la velocidad de la luz en el vacío  $(2.9979x10^8 m/s)$  y *T* es la temperatura absoluta del cuerpo negro en kelvin; se calcula que la Tierra detectaría solamente 15 fotones por segundo del supuesto planeta mientras que de la supuesta estrella se detectarían aproximadamente  $1.2x10^6$  fotones donde la longitud de onda del pico de emisión es de  $26\mu m$ . Por lo que la radiación de la estrella es más intensa que la radiación del planeta por un factor de  $10^5$  [5].



Figura 2.1 Diagrama de un planeta orbitando una estrella y sus ondas de radiación incidentes en la Tierra.

Un sistema óptico de gran diámetro de entrada es necesario para la obtención de la cantidad de fotones del planeta que nos permita conocer su existencia, y un sistema óptico de diámetro aún mayor es necesaria para la resolución del planeta especialmente contra la luz dispersada de una estrella mucho más grande y brillante. Un planeta representante puede tener una temperatura de 100 a 300 K, que emite un pequeño número de fotones en el ángulo sólido subtendido por una apertura cuya área óptica de detección del sistema está situado en una tierra distante [5][6].

#### 2.3 Referencias

[1] D. Dsrling, The Universal Book of Astronomy, from the Andromeda Galaxy to the Zone of Avoidance. New Jersey: Wiley, 2004.

[2] A. P. Boss, "Working group on extrasolar planets," *International Astronomical Union*, vol. 1, pp. 183–186, 2007.

[3] G. Rybicki, Radiative Processes in Astrophysics. Alemania: John Wiley & Sons, 1979.

[4] C. Vasquez-Jaccaud, M. Strojnik, y G. Páez, "Effects of a star as an extended body in extra-solar planet search," *Journal of Modern Optics*, vol. 57, no. 18, pp. 1808–1814, 2010.

[5] M. Scholl, "Signal generated by an extra-solar-system planet detected by a rotating rotationally shearing interferometer.," *Journal Optics Soc. Am. A.*, vol. 13, no. 7, pp. 1584–1592, 1996.

[6] M. Strojnik y G. Páez, "Infrared detection of a planet next to a bright star," *Infrared Physics & Technology*, vol. 49, pp. 312–316, 2007.

## **CAPÍTULO 3**

### Interferometría

A través de diversos experimentos a lo largo de la historia, se ha demostrado que se puede considerar la luz como una onda. Algunos de los fenómenos naturales que respaldan esta afirmación son la difracción, la polarización, el efecto Faraday y la interferencia.

#### 3.1 Principios básicos

Una onda de radiación de acuerdo con la teoría electromagnética, es un campo eléctrico E y un campo magnético H mutuamente perpendiculares y periódicos (Figura 3.1).



Figura 3.1 Onda electromagnética formada por un campo eléctrico y uno magnético mutuamente perpendiculares.

#### 3.1.1 Coherencia

El concepto de coherencia puede ser definido como la capacidad para interferir entre sí dos fuentes de radiación.

Se pueden distinguir dos clases de coherencia, coherencia espacial y coherencia temporal. La coherencia espacial se refiere a la relación de fase entre las ondas que viajan de un lado a otro a través del espacio al mismo tiempo pero cierta distancia una del otra. La coherencia temporal se refiere a la constancia y previsibilidad de fase como función del tiempo

Se sabe que las ondas emitidas por los átomos son trenes de ondas, es decir, no son ondas infinitas. La coherencia está relacionada con la duración de interferencia entre dos haces y, por lo tanto, con la longitud del tren de onda. Pero esta longitud está determina por el ancho de banda de la radiación emitida por los átomos. Un tren de onda altamente amortiguado corresponde a la radiación monocromática [1].

#### 3.1.2 Interferencia de dos ondas

Para describir el fenómeno de interferencia es conveniente tomar el caso hipotético de luz monocromática emitida por una fuente puntual. En notación compleja la vibración monocromática se puede expresar como

$$\vec{E}_0(\vec{r},t) = a_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \epsilon)}, \qquad (3.1)$$

donde  $a_0$  es la amplitud,  $\omega = 2\pi f$  es la frecuencia angular y  $\vec{k} = 2\pi / \lambda$  es el número de onda angular. En esta representación se pueden separar sus términos de acuerdo a la variación espacial y a la variación temporal,

$$\vec{E}_{0}(\vec{r},t) = a_{0}e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}+\epsilon}e^{i\omega t}$$

$$= a_{0}e^{-i\phi}e^{i\omega t} , \qquad (3.2)$$

$$= A_{0}e^{i\omega t}$$

donde  $\phi = \vec{k} \cdot \vec{r} + \epsilon$ , y  $A_0 = a_0 e^{-i\phi}$  es conocida como amplitud compleja [2].

El fenómeno de interferencia puede ocurrir cuando dos ondas son superpuestas, entonces, el resultado de intensidad en algún punto P depende de si se refuerzan o se cancelan entre ellas (Figura 3.2). Se asume que las dos ondas se propagan en la misma dirección, están polarizados con sus vectores de campo en el mismo plano y tienen la misma frecuencia. Se representa a las dos ondas con las siguientes ecuaciones

$$E_1 = A_1 e^{i\omega t}$$

$$E_2 = A_2 e^{i\omega t}$$
(3.3)



Figura 3.2 Ondas de dos fuentes superponiéndose en el espacio.

La perturbación óptica, o la radiación del campo  $\vec{E}$ , varían en el tiempo a un ritmo extremadamente rápido, aproximadamente de  $4.3 \times 10^{-14} Hz$  a  $7.5 \times 10^{-14} Hz$ , haciendo que el campo actual sea una cantidad impráctica para detectar. Es por eso que el término dependiente del tiempo,  $e^{i\omega t}$ , se puede omitir [3].

En la superposición de ondas, la amplitud resultante es la suma de las amplitudes

individuales de cada onda,

$$A = A_1 + A_2 \tag{3.4}$$

La cantidad medible con sensores es la irradiancia denominada la intensidad *I*, ésta es proporcional al cuadrado de la amplitud absoluta [4]

$$I \propto (A_1 + A_2)^2$$
 (3.5)

Al sumar las dos ondas se tiene

$$E = E_1 + E_2$$
  
=  $A_1 e^{i\omega t} + A_2 e^{i\omega t}$ . (3.6)

El cuadrado de su resultante,  $E^2$ , es encontrado al multiplicar los términos complejos por sus términos conjugados:

$$E^{2} = (A_{1} + A_{2})(A_{1}^{*} + A_{2}^{*})$$
  
=  $(a_{1}e^{i\phi_{1}} + a_{2}e^{i\phi_{2}})(a_{1}e^{-i\phi_{1}} + a_{2}e^{-i\phi_{2}})$   
=  $A_{1}^{2} + A_{2}^{2} + a_{1}a_{2}[e^{i(\phi_{1} - \phi_{2})} + e^{-i(\phi_{1} - \phi_{2})}].$  (3.7)

De la fórmula de Euler se tiene

$$e^{i\phi} + e^{-i\phi} = \cos(\phi) + i\sin(\phi) + \cos(\phi) - i\sin(\phi)$$
  
= 2 cos(\phi), (3.8)

y entonces, la Ecuación se convierte en

$$E^{2} = A_{1}^{2} + A_{2}^{2} + 2A_{1}A_{2}\cos(\phi_{1} - \phi_{2})$$
(3.9)

Ya que la intensidad de una onda es proporcional al cuadrado de la amplitud,  $I \propto A^2$ , y ya que  $\phi_1 - \phi_2$  es la diferencia del ángulo de fase  $\delta$ , la Ecuación 3.9 puede ser escrita como

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta)$$
(3.10)

Cuando la diferencia de fase es  $\delta = 2m\pi$ , con m = 0, 1, 2, 3..., se tiene la máxima cantidad de radiación,

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}.$$
(3.11)

y cuando  $I_1 = I_2 = I_0$  se tiene

$$I_{max} = 4I_0.$$
 (3.12)

Por otro lado, cuando la diferencia de fase  $\delta = (2m+1)\pi$ , con m = 0, 1, 2, 3..., se tiene la mínima cantidad de radiación,

$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}, \qquad (3.13)$$

y con  $I_1 = I_2 = I_0$  se tiene

$$I_{max} = 0.$$
 (3.14)

Los puntos que se encuentran entre los máximos y mínimos se encuentran siguiendo la Ecuación 3.10. Asumiendo que  $I_1 = I_2 = I_0$ , se tiene que

$$I = I_0 + I_0 + 2I_0 \cos(\delta) = 2I_0 [1 + \cos(\delta)] = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right).$$
(3.15)

Consecuentemente, la distribución de radiación resultante de la superposición de ondas consiste en franjas de interferencia. La calidad de las franjas producidas por la interferencia de las ondas puede ser descrita cualitativamente usando la visibilidad V. La visibilidad es definida por la relación

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$
(3.16)

donde  $0 \le V \le 1$ . De la Ecuación 3.12 y de la Ecuación 3.13, la visibilidad se puede expresar como

$$V = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$
(3.17)

#### 3.2 Experimento de la doble rendija de Young

El experimento de la doble rendija de Young es un experimento clásico. Analizarlo sirve para explicar el patrón de intensidades formado en un plano colocado a una distancia de dos fuentes de radiación coherentes.

Alrededor del año 1800, Thomas Young realizó un simple pero importante experimento óptico conocido como el experimento de interferencia de dos pequeñas perforaciones. El esquema del experimento llevado a cabo por Young es mostrado en la Figura 3.3. Young propagó luz visible a través de dos aberturas cercanas de una pantalla opaca [4].



Figura 3.3 Diagrama de dos fuentes de ondas superponiéndose en el espacio.

En el centro del campo las contribuciones son de las dos rendijas han viajado a través

de distancias iguales y la diferencia del camino óptico es cero

$$\delta = 0, \tag{3.18}$$

a este lugar se le conoce como orden cero máximo. Pero los máximos pueden ocurrir cuando la diferencia del camino óptico es una longitud de onda  $\lambda$ , o un número entero de la longitud de onda  $m\lambda$ :

$$\delta = m\lambda, \tag{3.19}$$

el número entero m es llamado el orden de interferencia.

Para calcular la posición de los máximos, se usa un proceso de trigonometría. Sea *d* la distancia entre los centros de las dos rejillas,  $\theta$  el cambio de la dirección de la radiación, y  $\delta$  la diferencia del camino óptico entre las dos fuentes, entonces,

$$\sin(\theta) = \frac{\delta}{d},\tag{3.20}$$

Combinando la Ecuación 3.19 y la Ecuación 3.20 se tiene

$$d\sin(\theta) = m\lambda \qquad m = 0, 1, 2..., \tag{3.21}$$

que es la ecuación para el máximo de la doble rendija de Young. La interferencia mínima ocurre cuando una de las contribuciones se ha desplazado en fase por  $\lambda/2$ , esto es cuando

$$d\sin(\theta) = \left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda \qquad m = 0, 1, 2...,$$
(3.22)

#### 3.3 Referencias

[1] M. Francon, Optical interferometry. Academic press, 2 ed., 1966.

[2] P. Hariharan, Basics of interferometry. California: Elsevier Inc., 2007.

[3] K. J. Gasvik, *Interferogram analysis: digital fringe pattern measurement techniques*. IOP, 1993.

[4] J. Meyer-Arendt, Introduction to classical & modern optics. Prentice-Hall, 3 ed., 1989.

## **CAPÍTULO 4**

### Interferómetro de desplazamiento rotacional

La idea de detectar un sistema extrasolar, usando un interferómetro de desplazamiento rotacional (IDR), fue planteada en un principio para ser usado en el espectro visible. Este interferómetro se ha estudiado por su capacidad potencial de suprimir la radiación originada por la estrella estando en eje con el interferómetro.

#### 4.1 Interferómetro

Un interferómetro es un sistema óptico que emplea el fenómeno de interferencia para medir con precisión la variación que exista en las franjas de interferencia. La interferencia óptica corresponde a la interacción de dos o más ondas de radiación produciendo una irradiancia resultante la cual deriva de la suma de los componentes irradiados.

Los interferómetros son ampliamente usados en estudios de flujo, combustión, transferencia de calor, entre otros; donde las variaciones locales en el índice de refracción pueden ser relacionadas a cambios en la presión, la temperatura, o la concentración relativa de diferentes componentes [1]. Pero también se puede analizar propiedades de polarización, el frente de onda de la radiación incidente y esfericidad de superficies [2].

#### 4.1.1 Interferómetro Mach-Zehnder

El interferómetro Mach-Zehnder divide la amplitud del haz original de una fuente extendida en dos haces sin disminuir la extensión del frente de onda. Esta división de amplitud se realiza con un divisor de haz de película y luego se reúnen los haces de nuevo con otro divisor.

E interferómetro Mach-Zehnder consiste de dos divisores de haz, y dos espejos. Una

onda incidente es dividida y las dos ondas resultantes viajan por a lo largo de caminos separados de longitudes similares como se muestra en la Figura 4.1. Dado que los dos caminos ópticos están separados, el interferómetro es relativamente difícil de alinear. Pero esta separación de caminos ópticos le da la característica de poder modificar la onda en uno de los caminos.



Figura 4.1 Interferómetro de Mach-Zehnder. FEx, fuente extendida, DH1, DH2, divisores de haz. E1, E2, espejos, PI1, PI2, patrón interferométrico

Cuando los frentes de onda de cada camino óptico son paralelos, las franjas están localizadas en el infinito [1].

#### 4.2 Interferómetro de Desplazamiento Rotacional

Un interferómetro de desplazamiento hace una comparación entre el frente de onda original y el frente de onda que ha tenido algún tipo de desplazamiento conocido. La clasificación de estos interferómetros corresponde al tipo de desplazamiento que se realiza en el frente de onda. El interferómetro de desplazamiento vectorial se desplaza totalmente el frente de onda original. El interferómetro de desplazamiento hace un escalamiento del tamaño del frente de onda original. El interferómetro de desplazamiento rotacional (IDR) gira el frente de onda original (Figura 4.2).



Figura 4.2 Interferómetros de desplazamiento. a) Vectorial. b) Radial. c) Rotacional

Un prisma de Dove es un tipo de prisma óptico reflectivo empleado para invertir una imagen. Su nombre se debe a su inventor, Heinrich Wilhelm Dove. Consiste en un prisma triangular en ángulo recto truncado. La luz al entrar por uno de los extremos se refleja en la faceta del fondo por un proceso de reflexión interna total y sale por la opuesta. Dado que la imagen sólo se refleja una vez ésta, además de rotarse 180° se invierte (Figura 4.3).



Figura 4.3 Diagrama de prisma Dove.

Una particularidad de estos prismas es que al rotarlos sobre su eje longitudinal la imagen transmitida rota el doble que el prisma, de manera que pueden hacer rotar un haz de luz a un ángulo arbitrario, lo que los hace útiles en aplicaciones como interferometría, astronomía y reconocimiento de formas [3].

Los prismas inversores tienen un número impar de reflexiones. El prisma inversor más sencillo tiene solo una reflexión. Este es una versión de prisma rectangular truncado. Aunque hay dos refracciones, no hay aberración cromática porque las caras de entrada y salida actúan como si fueran paralelas entre sí. Sin embargo, este prisma solo puede ser usado con haces colimados, de lo contrario introduciría deformaciones en la imagen.

Un prisma Dove invierte la imagen de transmisión y, cuando se gira, gira la imagen al doble de la frecuencia de rotación del prisma [4]. Además, el tamaño de los prismas usados facilita su utilización en laboratorio puesto que el sistema de control de rotación es manipulable sobre una mesa óptica [5]. En el prisma Dove, la normal a las caras del prisma establece la dirección de los rayos. Cuando la tolerancia de fabricación se mantiene dentro de  $\pm 0.35$  segundos de arco, la desviación máxima de frente de onda es mejor que  $\lambda/10$  con una longitud de onda de 633 *nm* [6].

En cuanto al cambio de polarización cuando se rota un prisma Dove se debe notar que el contraste del interferograma sigue siendo alto para todos los ángulos de rotación a pesar de los pequeños cambios de polarización [7]. Otra forma de hacer un IDR es usando dos cubos divisor de haz, donde cada uno tiene una cara aluminizada y se encuentran cementados juntos [8], pero por sencillez se usa el prisma Dove.

#### 4.2.1 Interferograma obtenido con un IDR

Usando la ecuación de dos haces que interfieren, se puede llegar a una expresión que representa la interferencia producida cuando se rota el prisma Dove en el interferómetro de desplazamiento rotacional.

$$I(\rho, \theta, 0) = I_0(\rho, \theta, 0) \left\{ 1 + \cos\left[\phi_+(\rho, \phi + \Theta/2, 0) - \phi_-(\rho, \phi - \Theta/2, 0)\right] \right\}$$
(4.1)

Donde *I* es la intensidad en coordenadas polares detectada por el IDR después de que los dos haces fueron rotados y recombinados y  $\Theta/2$  es la rotación del prisma Dove en uno de los caminos ópticos del interferómetro. El número de franjas crece cuando el ángulo de rotación se incrementa. Cuando el ángulo es 0°, no hay patrón de interferencia y cuando el

ángulo es de 180°, el patrón de interferencia tiene la misma orientación que se obtiene con el interferómetro de Mach-Zehnder pero con el número doble de franjas [9].

Por lo que el interferómetro de desplazamiento rotacional detectaría el frente de onda incidente inclinado de un planeta [10][11].

[10Para una fuente de radiación que tenga el ángulo de desalineación entre 1 y 0.1 *mrad*, se obtiene que la visibilidad de la planeta es muy alta [12].

#### 4.2.2 Montaje IDR

El arreglo experimental del IDR (Figura 4.4) consistió en alinear un láser con respecto a la mesa óptica, después se colocó un objetivo de 10X y un pinhole de  $25\mu m$  para expandir y filtrar el haz del láser. Luego se colocó una lente convergente cuyo foco es de 45cm para colimar el haz. Enseguida se posicionó el primer divisor de haz y después los espejos tomando que en cuenta que el divisor de haz desplaza el haz. Se procuró que el haz reflejado por los espejos estuviera en la misma altura con respecto a la mesa. Luego se colocó el segundo divisor de haz que es el que une los dos caminos ópticos del interferómetro. Estos caminos ópticos deben tener una interferencia entre ellos en una posición cercana y lejana con respecto al segundo divisor de haz que une los dos caminos ópticos del interferómetro.



Figura 4.4 Esquema del montaje del IDR. L, láser. FE, filtro espacial. LC, lente colimadora. DH1, DH2, divisores de haz. E1, E2, espejos. PD, prisma Dove, PDR, prisma Dove rotado. PO, pantalla de observación

Se debe tener cuidado de que los elementos ópticos estén completamente verticales

con respecto a la mesa, puesto que las inclinaciones afectan notablemente el patrón de interferencia. También se debe considerar en la alineación que al ajustar los tornillos de las monturas estas se calientan y dilatan al hacer contacto con los dedos, por lo que al contraerse la alineación cambia.

Se encontraron variadas dificultades en la colocación del prisma Dove en el interferómetro, puesto que, al colocarlo en un ángulo diferente al la radiación del láser, el haz cambia considerablemente [13][14]. La montura de rotación que se usó no estaba lo suficientemente acondicionada para colocar el prisma, puesto que al acomodar el prisma Dove con la base mayor sobre la montura, el prisma queda con inclinación y el haz es desviado de la trayectoria que debería seguir. Al girar el prisma Dove y colocarlo sobre su base menor se observó que también se desviaba el haz, por lo que se detectó que toda la montura rotacional no era totalmente paralela a la mesa óptica y al realizar un movimiento de rotación resulta un movimiento de presesión.

El proceso de alineación del interferómetro de desplazamiento rotacional consistió en una serie de pasos y retroalimentación para obtener una alineación aceptable, es decir, una alienación en que el interferograma formado por la radiación del láser no cambie al rotar el prisma Dove.

Para alinear el interferómetro de desplazamiento rotacional, el láser 1, que corresponde a la radiación del planeta, debe estar de forma paralela a la mesa óptica. Al pasar a través de los divisores de haz y espejos, que forman el interferómetro Mach-Zehnder, no debe de mostrar cambios de inclinación. De tal forma que al recombinarse el haz, se tenga una superposición del frente de onda en una pantalla de observación cercana y lejana.

Después, se debe comprobar la alineación al expandir el haz y verificar que en el interferograma sea un campo oscuro considerado apropiado para almacenar los interferogramas. Si el patrón de franjas muestra aberraciones, se sugiere cambiar de divisores

de haz y/o ajustar la posición del segundo divisor que es en el que se lleva a cabo la recombinación de los haces. En este paso el objetivo de microscopio, usado para expandir el haz láser, se usa y se quita del arreglo hasta que se tenga el interferograma conveniente.

A continuación, sin expandir el haz se coloca una referencia en la pantalla de observación y luego se coloca el prisma Dove que no rota en uno de los caminos ópticos del interferómetro, de tal forma que sea paralelo a la mesa óptica. A continuación, se ajusta la altura hasta que el haz coincida con la marca colocada en la referencia de la pantalla de observación y después se expande el haz, haciendo pequeños ajustes de inclinación hasta obtener un patrón de franjas de igual inclinación cuyo centro coincida con la marca de referencia.

Prosiguiendo con la alineación, se coloca el prisma Dove que rota en el segundo camino óptico, procurando que la posición de la altura sea igual al del primer prisma. Sin expandir el haz, el haz debe coincidir con la referencia de la pantalla de observación, y después al expandir el haz, se deben hacer ajustes de inclinación del prisma hasta que se tenga el patrón de franjas encontradas sin usar ningún prisma.

Después se deben realizar una prueba a la montura de rotación del prisma Dove. Esta prueba consiste en rotar el prisma controlado mediante el software de la montura. Si al girar el prisma, el patrón de franjas cambia de lugar, el prisma no está bien alineado y por lo tanto hay que modificar la posición y/o inclinación de la montura. La prueba es aceptable hasta que el centro del patrón de franjas permanece en un mismo punto y sin cambiar de fase.

#### 4.3 Polinomios de Zernike para describir las aberraciones de la onda

El frente de onda al desplazarse de un punto a otro puede sufrir deformaciones debido a los elementos ópticos en los que se transmite. Las deformaciones de un frente de onda pueden ser representadas por medio de varios tipos de funciones analíticas. Estas deformaciones son medidas con respecto a una referencia esférica. El centro de curvatura del frente de onda esférico se considera como una imagen gaussiana. Un desplazamiento con respecto a la imagen gaussiana aparece como una inclinación de frente de onda y un desplazamiento longitudinal aparece como un término de desenfoque.

Para definir la referencia esférica se necesita la posición del centro de curvatura y el radio de curvatura. Cualquier cambio en este radio de curvatura introduce una modificación en el término constante pistón. El término pistón es el único que no afecta a la posición de la imagen, que es la posición del centro de curvatura, ni la estructura de la imagen [15].

Las funciones más utilizadas para representar analíticamente las deformaciones del frente de onda son los polinomios de Zernike denotados como  $V_n^m(x, y)$  con variables reales x, y. Se pueden expresar en coordenadas polares como:

$$V_n^m(x, y) = V_n^m(\rho \sin(\theta), \rho \cos(\theta)) = R_n^m(\rho) e^{im\theta}, \qquad (4.2)$$

donde  $R(\rho)_n^m$  es la parte radial,  $e^{im\theta}$  es la parte angular,  $n \ge m$  son número enteros dependientes de las dos coordenadas, en el que  $n \ge 0$  es el grado del polinomio  $\ge m$  es el parámetro de dependencia angular y es mayor, menor o igual a cero. Los números  $n \ge m$  están restringidos por  $n \ge |m|$  y la condición de que n - |m| siempre es un número par. La función radial  $R_n^m(\rho)$  son polinomios en  $\rho$ , conteniendo las potencias  $\rho^n$ ,  $\rho^{n-2} \dots \rho^{|m|}$ .

Al describir este polinomio se usa el caso de un frente de onda con simetría con respecto al eje y que produce un sistema centrado. Los polinomios de Zernike se pueden escribir en coordenadas polares en un círculo unitario y con la condición de ortogonalidad:

$$\iint_{x^2+y^2 \le 1} V_n^{m^*}(x,y) V_{n'}^{m'}(x,y) dx dy = \frac{\pi}{n+1} \delta_{nn'} \delta_{mm'}, \tag{4.3}$$

donde  $\delta_{ij}$  es la delta de Kronecker y el asterisco denota el complejo conjugado. De la ecuación 4.2 y de la ecuación 4.3 se puede deducir la relación que satisface los polinomios radiales

[16]

$$\int_{n}^{m} R_{n}^{m}(\rho) R_{n'}^{m}(\rho) \rho d\rho = \frac{1}{2(n+1)} \delta_{nn'}.$$
(4.4)

Los polinomios de Zernike tienen tres propiedades que los distinguen de otros conjuntos de polinomios ortogonales. En primer lugar, tienen propiedades de simetría rotacional simples que conducen a un producto de la forma

$$R_n^m(\rho)G(\theta). \tag{4.5}$$

La segunda propiedad es que la función radial debe ser un polinomio en  $\rho$  de grado *n* y no contener ninguna potencia de  $\rho$  menor que *m*. La tercera característica es que  $R(p)_n^m$ debe existir, incluso si *m* es par o impar [17].

Por lo tanto, los polinomios son separables en dos funciones, una dependiente del radio  $\rho$  y la otra dependiente del ángulo  $\theta$ 

$$V_n^m(\rho,\theta) = R_n^m \sin(m\theta)$$
  
=  $R_n^m \cos(m\theta)$ , (4.6)

donde la función senoidal es usada cuando n-2m > 0 que corresponde a funciones antisimétricas, y la función cosenoidal es usada cuando  $n-2m \le 0$  para funciones simétricas

[15].

El polinomio radial es dado por

$$R_{n}^{\pm m}(\rho) = \frac{1}{\left(\frac{n-m}{2}\right)!\rho^{m}} \left[\frac{d}{d(\rho^{2})}\right]^{\frac{n-m}{2}} \left[(\rho^{2})^{\frac{n+m}{2}}(\rho^{2}-1)^{\frac{n-m}{2}}\right]$$

$$= \sum_{s=0}^{\frac{n-m}{2}} (-1)^{s} \frac{(n-s)!}{s!\left(\frac{n+m}{2}-s\right)!\left(\frac{n-m}{2}-s\right)!}\rho^{n-2s}.$$
(4.7)

La normalización ha sido elegida de modo tal que para todos los valores de  $n \ge m$  cumplan

$$R_n^{\pm m}(1) = 1. \tag{4.8}$$

En la Tabla 4.1 se muestran 16 polinomios de Zernike calculados con la ecuación 4.7 para el índice radial n = 0...3 y sus combinaciones con el índice azimutal m. Del lado derecho de la tabla se muestra el nombre de la aberración a la que está asociado cada polinomio. El orden de los polinomios en la lista no es universalmente aceptada y diferentes organizaciones puede utilizar un orden diferente.

#### Tabla 4.1 Primeros 16 polinomios de Zernike

No.	n	m	Polinomio de Zernike y su representación polinomial	Nombre clásico		
0	0	0	1	Pistón		
1			$\rho \cos(\theta)$			
	1	1	x	Inclinación x		
	1	-1	$\rho \sin(\theta)$	Inclinación y		
2			У	Inclination y		
3	1	0	$2\rho^{2}-1$	- Defoco		
5	1		$2x^2 + 2y^2 - 1$	Deloco		
4	2	2	$ ho^2 \cos(2 heta)$	Astiomatismo en x		
+	2	2	$x^2 - y^2$			
5	2	-2	$\rho^2 \sin(2\theta)$	Astigmatismo en v		
5			2xy			
6	0	4	$(3\rho^2-2)\rho\cos(\theta)$	Come primerio en x		
0	2	I	$3x^3 + 3xy^2 - 2x$	Coma primario en x		
7	2	-1	$(3\rho^2-2)\rho\sin(\theta)$	Como primorio en v		
/			$3x^2y + 3y^3 - 2y$	Coma primano en y		
0	2	0	$6\rho^4 - 6\rho^2 + 1$	Estórico primorio		
0			$6x^4 + 12x^2y^2 - 6x^2 + 6y^4 - 6y^2 + 1$	Estenco plillallo		
0	3	3	$\rho^3 \cos(3\theta)$	Astigmatismo triangular, base		
9			$x^3 - xy^2$	en y		
10	2	-3	$\rho^{3}\sin(3\theta)$	Astigmatismo triangular, base		
10	3		$3x^2y-y^3$	en x		
11	2	3 2	$(4\rho^2-3)\rho^2\cos(2\theta)$	Astigmatismo segundario en x		
11	5		$4x^4 - 3x^2 + 3y^2 - 4y^4$			
12	2	-2	$(4\rho^2-3)\rho^2\sin(2\theta)$	Astigmatismo segundario en r		
12	3		$8x^3y + 8xy^3 - 6xy$	rsugmatismo secundano en y		
12	3	3 1	$(10\rho^4 - 12\rho^2 + 3)\rho\cos(\theta)$	Come secundario en v		
15			$10x^{5} + 20x^{3}y^{2} - 12x^{3} + 10xy^{4} - 12xy^{2} + 3x$			
14	3	3 -1	$(10\rho^4 - 12\rho^2 + 3)\rho\sin(\theta)$	Come segundario en y		
14			$10x^{4}y + 20x^{2}y^{3} - 12x^{2}y + 10y^{5} - 12y^{3} + 3y$	Coma secundano en y		
	3	6 0	$20\rho^{6} - 30\rho^{4} + 12\rho^{2} - 1)\rho\sin(\theta)$			
15			$\frac{20x^{6}y + 60x^{4}y^{3} - 30x^{4}y + 60x^{2}y^{5} - 60x^{2}y^{3} + 12x^{2}y + 20y^{7} - 30y^{5} + 12y^{3} - y}{60x^{2}y^{3} + 12x^{2}y + 20y^{7} - 30y^{5} + 12y^{3} - y}$	Esférico secundario		

#### 4.4 Referencias

[1] .Hariharan, Basics of interferometry. California: Elservier Inc., 2007.

[2] C. Ramirez y M. Strojnik, "Estimation of the degree of asphericity of a glass sphere using a vectorial shearing interferometer," *Optics Communications*, vol. 284, pp. 1517–1525, 2011.

[3] M. Scholl, "Signal generated by an extra-solar-system planet detected by a rotating rotationally shearing interferometer.," *Journal Optics Soc. Am. A.*, vol. 13, no. 7, pp. 1584–1592, 1996.

[4] M. Padgett y J. P. Lesso, "Dove prisms and polarized light," *Journal of Modern Optics*, vol. 46:2, pp. 175–179, 1999.

[5] M. Strojnik y G. Páez, "Comparison of linear and rotationally shearing interferometric layouts for extrasolar planet detection from space," *Applied Optics*, vol. 42, no. 28, pp. 5897–5905, 2003.

[6] E. Gutierrez-Herrera y M. Strojnik, "Interferometric tolerance determination for a dove prism using exact ray trace," *Optics Communications*, vol. 281, pp. 897–905, 2008.

[7] I. Moreno, G. Páez, y M. Strojnik, "Polarization transforming properties of dove prisms," *Optics Communications*, vol. 220, pp. 257–268, 2003.

[8] I. Moreno, G. Páez, y M. Strojnik, "Reversal and rotationally shearing interferometer," *Optics Communications*, vol. 233, pp. 245–252, 2004.

[9] M. Strojnik y G. Páez, "Simulated interferometric patterns generated by a nearby starplanet system and detected by a rotational shearing interferometer," *Journal Optics Soc. Am. A*, vol. 16, no. 8, pp. 2019–2024, 1999.

[10] M. S. Strojnik y G. Páez, "Cancellation of star light generated by a nearby star-planet system upon detection with a rotationally-shearing interferometer," *Infrared Physics & Technology*, vol. 40, pp. 357–365, 1999.

[11] M. S. Scholl, "Infrared signal generated by a planet outside solar system discriminated by a rotating rotationally-shearing interferometer," *Infrared Physics & Technology*, vol. 37, pp. 307–312, 1996.

[12] M. Galán, M. Strojnik, y G. Páez, "Quantification of critical parameters for a rotational shearing interferometer to detect extrasolar planets," *22nd Congress of the International Commission for Optics: Light for the Development of the World*, vol. 8011, pp. 444–459, 2011.

[13] I. Moreno, *Interferómetro de desplazamiento rotacional de abertura extendida y sensibilidad ajustable*. Tesis de Doctorado, Centro de Investigaciones en Óptica A. C., 2003.

[14] E. Gutierrez-Herrera, M. Strojnik, y G. Páez, "Quantification of critical alignment parameters for a rotationally-shearing interferometer employing exact ray trace," *Journal of Modern Optics*, vol. 57, no. 6, pp. 444–459, 2010.

[15] Z. Malacara, D. Malacara, *Handbook of lens desingn*. New York: Marcel Dekker INC, 1 ed., 1994. [16] M. Born y E. Wolf, Principles of Optics. Pergamon press, 6a ed., 1980.

[17] J. C. Wyant, "Basic wavefront aberration theory for optical metrology," *Applied optics and optical engineering*, vol. XI, pp. 28–39, 1992.

## **CAPÍTULO 5**

### Simulador de radiación de un sistema extra-solar

Un simulador de radiación de un sistema extra-solar debe reproducir las propiedades que se buscan detectar el interferómetro de desplazamiento rotacional.

Este simulador permite reproducir el patrón de interferencia formado por cada fuente de radiación, donde se tiene dos emisores que forman un ángulo relativo a su posición entre sí. Se ha analizado una configuración óptica para hacer distinción de dos señales cuyas fuentes de radiación están muy cercanas. Esto es con la finalidad de simular la detección de un sistema extrasolar con un interferómetro de desplazamiento rotacional. El simulador permite ver el efecto bajo diferentes situaciones que pueden suceder y permite la caracterización y calibración de los elementos ópticos que constituyen el interferómetro.

En el simulador, la estrella es modelada como una fuente puntual en el eje y el planeta como una fuente puntual fuera de eje, entonces se tendrán dos patrones de interferometría sinusoidales en el plano de observación. Estos patrones de interferencia tienen el mismo período espacial y se centran en el eje de la fuente puntual que proporciona sus respectivas fuentes de radiación [1]. Se estima que cuando el ángulo de rotación del prisma Dove es igual a 0°, no se observa ningún patrón interferométrico correspondiente al planeta. Cuando aumenta el ángulo de rotación, la orientación de la figura de franjas cambia el número de franjas aumenta [2].

#### 5.1 Metodología experimental

La radiación emitida por un láser cumple con características para el simulador de un sistema extra-solar puesto que su frente de onda se puede considerar plano. Normalmente el haz que emitido de un láser suele ser parecido a una onda plana pero de sección transversal demasiado estrecha. Se requieren dos fuentes de radiación que incidan en el interferómetro simulado la radiación de la estrella y la radiación del planeta. Algunos modelos del simulador se descartaron debido a que presentaban atenuación de la potencia de radiación de cantidades considerables o por que los frentes de onda de cada fuente no convergían en una distancia y lugar adecuado para analizar.

Entonces se consideró usar un modelo que usa dos láseres y un divisor de haz para hacerlos converger (Figura 5.1). El láser 1 con una potencia de 2.5mW y una longitud de onda de 633nm, se empleó para la alineación del interferómetro. El láser 2, el cual inicialmente fue un diodo láser de potencia menor a 1mW y un ancho espectral de 620 a  $690 nm_{\rm L}$  se alineó con respecto al interferómetro. Su haz era muy divergente y difícil de colimar, por lo que fue complicado formar un patrón de interferencia, por tal motivo se reemplazó y usó un láser de potencia de 12mW y longitud de onda de 633 nm. Hay que notar que ahora el láser 2 tiene más potencia que el láser 1, pero usando filtros neutros de una densidad óptica adecuada se logra diferenciar las potencias de los láseres.



Figura 5.1 Modelo del simulador de sistema planetario. L1, láser 1: fuente de radiación que representa a la estrella. L2, láser 2: fuente de radiación que representa al planeta. DH0, divisor de haz: elemento óptico que permite la convergencia de las dos fuentes. FN1 y FN2 filtros neutros. FE1 y FE2, filtros espaciales. LC, lente colimadora

#### 5.1.1 Alineación del simulador de radiación de un sistema extrasolar

Teniendo el Interferómetro de Desplazamiento Rotacional alineado con respecto al Láser 1, se colocó el divisor de haz correspondiente al simulador produciendo un corrimiento en el eje x que se corrige fácilmente realineando los divisores de haz del IDR. Para la alineación y medición de inclinación de los láseres se usó solamente el arreglo del interferómetro Mach-Zehnder, es decir, no se colocaron los prismas Dove para evitar colocar elementos ópticos que aún no se requerían. El interferograma formado por el láser 1 se muestra en la Figura 5.2a.

Para la alineación del Láser 2, éste se colocó en posición ortogonal sobre el plano de la mesa óptica a la altura del láser 1, haciéndolo incidir en el divisor de haz; sin usar el filtro espacial (objetivo de microscopio y pinhole) del láser 1. Se orientó el láser 2 hasta que en la pantalla de observación de interferencia se superpusieran los dos láseres. Después se filtró el haz del láser 2 usando un pinhole disponible de  $25\mu m$  y un objetivo de *10X*. Con la ayuda de un objetivo de microscopio de *8X*, colocado después del segundo divisor de haz del interferómetro, se expanden las franjas de interferencia en la pantalla de observación, luego se hicieron ajustes de la inclinación del láser 2 hasta ver franjas anchas observables a simple vista (Figura 5.2b).



Figura 5.2 Franjas formadas por el láser 1 y el láser 2.

Una vez alineados los dos láseres y teniendo su haz filtrado y colimado, en el plano de

observación de interferencia se forman dos interferogramas correspondientes a cada láser. Estos interferogramas representan la interferencia de la radiación uno de la estrella y otro del planeta; anteriormente se mencionó que la incidencia de esa radiación deben tener una inclinación entre ellas de  $2\mu$ rad. Para estimar ésta inclinación se recurrió a medir la forma de la fase para cada láser y se compararon con los polinomios de Zernike.

Para medir la fase de cada haz se usó una placa retardadora de  $\lambda/4$  que se colocó en uno de los brazos del interferómetro, mediante una variación angular del retardador, se logró realizar cambios de fase controlados. Por lo que se pudo usar la técnica de corrimiento de fase (*phase stepping*) y, mediante programación en el software MATLAB, se realizó el desenvolvimiento de fase.

Se utilizó la técnica de *phase stepping* por ser una técnica en la que estoy familiarizada, pero existen otras técnicas para la obtención de fase como por integración de gradiente de fase, reconstrucción de fase de una onda fuera del eje de alta densidad de franjas [3], técnicas que superan la sensibilidad al ruido [4][5] y técnicas que usan patrones de intensidad modulados [6][7].

Al tener la fase se hace un ajuste para tener los valores que mejor se aproximan a los polinomios de Zernike indiciando su inclinación, defoco, astigmatismo, coma y otras aberraciones ópticas.

En la técnica de *phase stepping* se requiere adquirir información de los interferogramas con diferente fase. Para la adquisición de los interferogramas se usó una cámara Apogee ALTA U16 s/n A3209 con un tiempo de exposición de 0.07 segundos y a cada imagen se le aplicó el filtro de mediana. Es necesario que en la adquisición de datos se tenga una cantidad de información adecuada para que se pueda diferenciar el patrón formado por el interferograma [8].

Primero se obtuvieron los interferogramas del láser 1 y luego los del láser 2. Se seleccionó una región específica de todas las imágenes de los interferogramas que se procesaron para obtener la fase. Después se hizo el ajuste de mínimos cuadrados para aproximarlos a los polinomios de Zernike y con los datos de la pendiente en el eje x y en el eje y, se calculó el ángulo que formarían dos planos con dicha inclinación mediante la propiedad del producto punto.

En la primera alineación se tuvo que había una inclinación entre las dos ondas de 2.564 rad (Figura 5.3).



Figura 5.3 Frentes de onda formados por el láser 1 y 2 en la primera alineación.

Para alinear de forma más aproximada a la inclinación que se requiere, se necesita que el interferograma sean franjas de igual inclinación, similar al interferograma del láser 1. Se tienen tres elementos ópticos que variándolos se consigue un cambio en el interferograma formado y por lo tanto un cambio en los valores de inclinación del haz. El primer elemento que se pude variar es la posición del láser 2 con respecto al láser 1, donde lo ideal es una

posición tendiendo a 90°.

El segundo elemento variable es el divisor de haz que debe dirigir los dos haces para que recorran el camino óptico del interferómetro, si no está bien alineado, sólo el haz del láser 1 pasará a través del arreglo, pero si está en una correcta posición, el haz del láser 2 y del láser 1 recorrerán el camino óptico del interferómetro.

El tercer elemento es el filtro espacial puesto que su posicionamiento con respecto a la lente de colimación varía la inclinación del haz, ya que debe estar en la posición del foco de la lente. Si se coloca antes o después del foco se tendrá otra inclinación del haz.

Al hacer estos ajustes, y repetir los pasos para obtener la fase para cada haz del láser y después realizar el ajuste de los datos a los polinomios de Zernike, se obtiene una inclinación de  $2.14x10^{-3}rad$  entre los haces de los láseres (Figura 5.4). Para llegar a esta posición, se estuvieron tomando las mediciones de otras aproximaciones, dejando en la inclinación de  $2.14x10^{-3}rad$  puesto que para poder tener una mejor inclinación se necesitarían monturas de desplazamiento milimétricas o micrométricas.



Figura 5.4 Frentes de onda formados por el láser 1 y 2 en una alineación más aproximada a lo deseado.

#### 5.1.2 Comprobación del IDR

Una vez conociendo la inclinación entre ambas fuentes de radiación, se prosiguió a poner a prueba el interferómetro de desplazamiento rotacional, es decir, en el arreglo óptico del interferómetro tipo Mach-Zehnder se colocaron los prismas Dove uno en cada camino óptico del interferómetro.

Al colocar el prisma Dove que no rota, se observó que hay una inclinación del haz debido a ciertas imperfecciones del prisma, esto es observable en la Figura 5.5 a y b. Al colocar el filtro neutro para adquirir la imagen del interferograma se observa que hay un cambio en el haz provocando franjas (Figura 5.5 b), por lo que se realinea el prisma Dove (Figura 5.5 c).



Figura 5.5 a) Interferograma del láser 1 sin prisma Dove. b) Interferograma con el prisma Dove alineado. c) Interferograma con el prisma Dove alineado tomando en consideración el filtro neutro.

El cambio de inclinación del haz también ocurrió al colocar el segundo prisma Dove que rota, por lo que tuvo que ser ajustado. En la Figura 5.6 se muestran como varía el haz, que no está inclinado con respecto al IDR, al hacer girar el prisma Dove.



Figura 5.6 Interferogramas que cambian al variar el ángulo del prisma Dove a) 0° b)  $0.2^{\circ}$  c)  $0.4^{\circ}$  d)  $0.6^{\circ}$  e)  $0.8^{\circ}$ .

Al tener los prismas en posición se dejó pasar la radiación de los dos láseres al mismo tiempo, el segundo primas Dove se rotó sobre el eje x y se observaron los cambios producidos del interferograma como se muestra en la Figura 5.7.



Figura 5.7 Variación de los interferogramas de acuerdo a ángulo de rotación del prisma Dove.

Se puede observar que al aumentar el ángulo, la frecuencia en las franjas formadas

aumenta. Esta es la forma en que se diferencian la radiación proveniente del planeta con la radiación proveniente de la estrella.

#### 5.2 Referencias

[1] C. Vasquez-Jaccaud, M. Strojnik, y G. Páez, "Effects of a star as an extended body in extra-solar planet search," *Journal of Modern Optics*, vol. 57, no. 18, pp. 1808–1814, 2010.

[2] M. Strojnik y G. Páez, "Simulated interferometric patterns generated by a nearby starplanet system and detected by a rotational shearing interferometer," *Journal Optics Soc. Am. A*, vol. 16, no. 8, pp. 2019–2024, 1999.

[3] G. Páez y M. Scholl, "Phase-shifted interferometry without phase unwrapping: reconstruction of a decentered wave front," *Journal Optics Soc. Am. A.*, vol. 16, no. 3, pp. 475–480, 1999.

[4] J. Muñoz, M. Strojnik, y G. Páez, "Phase recovery from a single undersampled interferogram," *Applied Optics*, vol. 42, no. 34, pp. 6846–6852, 2003.

[5] J. Muñoz, G. Páez, y M. Scholl, "Two-dimensional phase unwrapping of subsampled phase-shifted interferograms," *Journal of Modern Optics*, vol. 51, no. 1, pp. 49–63, 2004.

[6] G. Páez y M. Strojnik, "Fringe analysis and phase reconstruction from modulated intensity patterns," *Optics Letters*, vol. 22, no. 22, pp. 1669–1671, 1997.

[7] G. Páez y M. Strojnik, "Convergent, recursive phase reconstruction from noisy, modulated intensity patterns by use of synthetic interferograms," *Optics Letters*, vol. 23, no. 6, pp. 406–408, 1998.

[8] G. Páez, M. Strojnik, y J. L. Flores, "Phase reconstruction from undersampled intensity pattern(s): Underdetection," *Infrared Spaceborne Remote Sensing VII*, vol. 3759, pp. 29–39, 1999.

## **CAPÍTULO 6**

### Análisis de interferogramas

Un interferograma es u patrón de intensidades producto de la proyección de irradiancia resultante de la interferencia de dos o más ondas coherentes entre sí. Con el interferómetro de desplazamiento rotacional un haz de radiación láser es divido en dos haces, para después superponerlos espacialmente e interferir entre ellos. Los dos haces recorren distintos caminos ópticos de igual longitud y cada uno pasa a través de un prisma Dove. Uno de los prismas es rotado en ángulos considerados de interés.

Cada interferograma es capturado mediante una CCD y es correspondiente a un determinado ángulo. Los ángulos de interés son  $0^{\circ}$ ,  $0.2^{\circ}$ ,  $0.4^{\circ}$ ,  $0.6^{\circ}$ ,  $0.8^{\circ}$ ,  $1^{\circ}$ ,  $2^{\circ}$ ,  $3^{\circ}$ ,  $4^{\circ}$ ,  $5^{\circ}$ ,  $7^{\circ}$  y 10°. La Figura 6.1 muestra el arreglo del interferómetro y también el simulador estrellaplaneta. El láser 1 (L1) representa la radiación de la estrella y la radiación del láser 2 (L2) corresponde al planeta. El interferómetro de desplazamiento rotacional está alineado con respecto al láser 1.



Figura 6.1 Fotografía del arreglo óptico en el que se muestra el simulador estrella-planeta y el interferómetro de desplazamiento rotacional. L1 láser 1. L2 láser 2. FE1 filtro espacial 1. FE2 filtro espacial 2. LC lente colimadora. DH0 divisor de haz 0. DH1 divisor de haz 1. DH2 divisor de haz 2. E1 espejo 1. E2 espejo 2. PD1 prisma Dove 1. PD2 prisma Dove 2. CCD. PR pantalla de referencia.

A continuación se muestra en la Figura 6.2 los interferogramas producidos por el láser 1 que simula la radiación de una estrella. En estos interferogramas, la irradiancia muestra una tendencia a permanecer constante.



Figura 6.2 Interferogramas del láser 1 correspondientes a diferentes ángulos de interés.

En la Figura 6.3 se muestra la irradiancia producida por el láser 2 que representa al planeta. Al rotar el prisma Dove, el interferograma muestra cambios y en los ángulos mayores de la serie las franjas son más notorias.



Figura 6.3 Interferogramas del láser 2 correspondientes a diferentes ángulos de interés.

El láser 1 y el láser 2 son independientes entre sí, por lo tanto, la fase de la onda puede ser diferente entre ellos. En el caso real de la radiación de la estrella y del planeta, su fase puede ser diferente. Esto es dependiente de las propiedades del planeta que se considera como cuerpo negro absorbiendo y emitiendo la radiación de la estrella.

Al usar el láser 1 y el láser 2, se está simulando la irradiancia de la estrella y el planeta que llagaría al interferómetro de manera simultánea. En la Figura 6.4 se muestran los interferogramas con ambos láseres y se puede observar que hay diferencia entre la radiación del láser 1 y del láser 2 conforme se gira el prisma Dove.



Figura 6.4 Interferogramas del láser 1 y el láser 2 que pasan al mismo tiempo a través del interferómetro y son correspondientes a diferentes ángulos de interés.

Para analizar la variación entre los interferogramas, se eligió la sección central horizontal de las franjas y de esta sección se tomó una fila que correspondiera a la misma en todos. Se graficó la irradiancia de cada uno y se compararon entre sí.

En la Figura 6.5 se muestra la irradiancia de cada interferograma. Las gráficas correspondientes al láser 1 muestran poca variación en el cambio de ángulo del prisma Dove. Mientras que en el láser 2 se aprecia un cambio notorio cada vez que es rotado el prisma. Este cambio es el que se desea detectar cuando las dos ondas pasan a través del interferómetro de desplazamiento rotacional al mismo tiempo.



Figura 6.5 Gráficas de la irradiancia de una sección de los interferogramas. a) Láser 1. b) Láser 2.

La irradiancia que resulta de ambos láseres está expuesta en la Figura 6.6. En éstas se puede observar la variación de irradiancia correspondiente al láser 2.



Figura 6.6 Gráficas de la irradiancia de una sección de los interferogramas al usar el láser 1 y el láser 2.

Para medir su variación se obtuvo el promedio de 30 pixeles continuos y después se calculó la primera y segunda derivada en relación al ángulo con el fin de estimar su error y variación. Los resultados se muestran en la Tabla 6.1.

φ	Láser 1	1er	2a	Láser 2	1er	2a	Láser 1 y	1er	2a
		derivada	derivada		derivada	derivada	2	derivada	derivada
0	32.4	-13.9	131.7	29.8	-8.7	39.6	46.6	-20.7	-61
0.2	29.6	12.4	-46.3	28.0	-0.7	51.2	42.5	-32.9	260.4
0.4	32.1	3.2	-143.3	27.9	9.5	-79.9	35.9	19.1	-80.5
0.6	32.8	-25.5	298.2	29.8	-6.5	47.0	39.7	3.0	55.5
0.8	27.7	34.1	-61.7	28.5	2.9	-10.7	40.3	14.1	-13.3
1	34.5	-2.9	5.2	29.1	-3.5	2.8	43.2	6.2	-5.8
2	31.6	2.3	1.2	25.6	-0.7	-4.6	49.3	0.4	-12.0
3	33.9	3.5	-8.2	24.9	-5.3	5.6	49.7	-11.7	7.4
4	37.4	-4.8	4.1	19.7	0.3	0.6	38	-4.2	5.8
5	32.7	2.4	-1.1	20.0	1.3	-0.2	33.8	5.9	-2.4
7	38.6	-0.5		23.3	0.7		48.5	-0.1	
10	36.2			27.1			48.1		

Tabla 6.1 Primera y segunda derivada de los valores promedios de los interferogramas.

#### 6.1 Mejoras

Se pudo observar durante el proceso de alineación, que los elementos ópticos usados, principalmente los divisores de haz, introducen aberraciones en el frente de onda del láser. Las aberraciones se pueden corregir al usar elementos ópticos de mejor calidad o nuevos. Así mismo, el esquema del simulador puede ser simplificado con el fin de eliminar componentes ópticas del arreglo.

Otra variable que puede ser mejorada es el tiempo de adquisición de datos, es decir, que exista una captura de interferogramas más rápida ayuda a que las variaciones de la irradiancia en el tiempo sean menores. Por lo tanto, un procesamiento de datos más rápido en la computadora facilitará la obtención de interferogramas con valores de irradiancia que no variarán por el movimiento aparente del caso de la estrella-planeta.

## **CONCLUSIONES**

Se logró alinear el simulador de radiación de un sistema extra-solar con un ángulo de inclinación de las fuentes en el orden de miliradianes. Este ángulo entre dos fuentes de radiación puede mejorarse al orden de microradianes usando monturas adecuadas que permitan desplazamientos finos y controlados.

Se midió el ángulo de diferencia entre ambas fuentes usando técnicas ópticas de corrimiento de fase. Y se usaron los polinomios de Zernike para ajustar los datos de la fase a modelos ópticos que describen el frente de onda con sus aberraciones ópticas.

Teniendo dos fuentes de radiación que inciden en el detector, es posible hacer notar la existencia de cada fuente al hacer rotar uno de los caminos ópticos de un interferómetro tipo Mach-Zehnder.

Esta distinción de cada fuente es propuesta para uso de detección de planetas de sistemas extrasolares.

Estimando el caso real, se debe notar que la señal de radiación detectada corresponde a la intensidad de sus respectivas fuentes puntuales, por lo que la irradiancia de estrella sería 1.000 veces mayor que la del planeta, por lo que el patrón interferométrico es proporcional a la intensidad de la estrella y del planeta. Sin embargo, las cámaras de CCD hoy en día, tienen la sensibilidad para detectar esta radiación. Por lo tanto, la presencia del planeta extrasolar puede ser detectado usando un interferómetro de desplazamiento .