CENTRO DE INVESTIGACIONES EN OPTICA, A.C.

TESIS

Caracterización del desempeño de un sensor de temperatura basado en fibra óptica dopada con Erbio

Presenta:
Ing. Víctor Eduardo López Padilla

Asesor:
Dr. Gonzalo Páez Padilla

Como requisito para obtener el grado de

Maestro en Ciencias (Ópticas)

León, Guanajuato, México, Septiembre 2003

CONTENIDO

Capítulo 1 Introducción **1**

1.1 Objetivo 1
1.2 Termometría con fibra óptica 1
1.3 Sensores fabricados con fibra óptica dopada con erbio 5
1.4 Organización del documento 7

Capítulo 2 Principio de operación **11**

2.1 Características de las tierras raras 11
2.2 El vidrio dopado con Erbio como un sistema de tres niveles. 13
2.2.1 Ecuaciones de tasas de población 14
2.2.2 Separación de Stark 17
2.2.3 Los coeficientes de ganancia y amplificación en la fibra dopada 19
2.2.4 Emisión espontánea amplificada 23
2.3 Sensores de temperatura basados en la constante de tiempo 26
2.3.1 Sensor de temperatura midiendo intensidad de fluorescencia 26
2.3.2 Sensor de temperatura midiendo decaimiento de fluorescencia 27

Capítulo 3 Arreglo experimental **32**

3.1 Descripción general. 32
3.2 Caracterización del arreglo experimental. 34
3.2.1 El diodo láser 34
3.2.2 El fotodetector 38
3.2.3 El multiplexor por longitud de onda 43
3.2.4 La fibra dopada con Erbio 44
3.3 Conclusiones 46

Capítulo 4 Sensor de temperatura midiendo decaimiento de fluorescencia **47**

4.1 El decaimiento de fluorescencia en la fibra dopada con Erbio 47
4.2 La constante de tiempo 52
4.3 El proceso no lineal de generación de fluorescencia 53
4.4 Estimación experimental de la temperatura 54
4.4.1 Condiciones de operación 54
4.4.2 Evaluación de la constante de tiempo por ajuste logarítmico por mínimos cuadrados. 56
4.4.3 Evaluación de la constante de tiempo por método de Prony 58
4.4.4 Evaluación de la constante de tiempo integrando la función de decaimiento 61
4.4.5 Evaluación del desempeño los métodos utilizados para la medición de temperatura 63
4.5 Conclusiones 64

Capítulo 5 Sensor de temperatura midiendo retraso de fase **67**

5.1 Medición de diferencia de fase 67
5.2 Bombeo con una frecuencia única 68

5.3 Medición experimental de la temperatura 70
5.3.1 Condiciones de operación, la fibra dopada como un filtro pasa-bajas 70
5.3.2 La potencia de fluorescencia incluye múltiples frecuencias. 72
5.3.3 Determinación del retraso de fase 75
5.3.4 Desempeño de la técnica de medición de diferencia de fase 75
5.3.5 Sensibilidad a la potencia de bombeo y a la frecuencia de modulación 78
5.8 Conclusiones 82

Capítulo 6 Conclusiones 85

Apéndice A Análisis exponencial de fenómenos físicos 85

A.1 Análisis del decaimiento exponencial 85
A.2 Ajuste logarítmico por mínimos cuadrados 86
A.3 Método de Prony 88
A.3 Extracción del offset de línea de base 89

Capítulo 1
Introducción

1.1 Objetivo

El objetivo del presente trabajo es la evaluación el desempeño de un sensor de temperatura construido con fibra óptica dopada con Erbio, basado en la dependencia de la temperatura del tiempo de vida del estado excitado $^4I_{13/2}$.

Este sensor es de nuestro interés debido a su fabricación sencilla y la disponibilidad comercial de los componentes necesarios para su fabricación. Su funcionamiento se basa en la respuesta temporal de la fluorescencia, y opera con un único fotodetector. Su construcción es simple y robusta, y no requiere de ningún arreglo interferométrico, ni de un analizador de espectro óptico. Este dispositivo presenta potencial para ser utilizado en aplicaciones industriales, porque sus características nos permiten predecir una fabricación de bajo costo y con buena repetitividad.

1.2 Termometría con fibra óptica

La termometría con fibra óptica es de especial utilidad en ambientes eléctricamente hostiles, como aquellos donde se presentan altas corrientes eléctricas o campos magnéticos, o en lugares con campos intensos de radiofrecuencia o microondas. En tales ambientes, las terminales conductoras eléctricas de temopares, termistores o resistencias detectoras de temperatura (RTD por sus siglas en inglés) pueden causar

serios problemas. En primer lugar, podrían perturbar el ambiente electromagnéticamente, proporcionando una trayectoria para un corto de alto voltaje, perturbando la homogeneidad del campo, o reflejando las microondas incidentes. En segundo lugar, en campos alternos de alta frecuencia, podrían captar ruido y ser calentados por las corrientes de Eddy resultantes. La conductividad térmica de las terminales podrían también provocar una perturbación en la temperatura que está siendo medida. La naturaleza no conductiva de las fibras ópticas es también importante en la seguridad de las aplicaciones, como cuando se realizan mediciones en ambientes explosivos o dentro del organismo de un paciente. La naturaleza óptica de la de la tecnología es importante porque permite que el sensor sea separado físicamente del resto del sistema. Esto incrementa la versatilidad en el diseño del sensor y permite la realización de mediciones remotas.

Los sensores típicos de temperatura basados en fibras ópticas operan en la región visible o cercana al visible del espectro, y son utilizados principalmente para mediciones en el rango de temperatura bajo a moderado (-100 °C – 300 °C). Los sistemas más sensibles utilizan la fibra misma como elemento sensor. Para fabricar un dispositivo sensor de temperatura, la fibra es configurada en tal manera que es afectada por el cambio en la temperatura que está siendo medida. Por ejemplo, la fibra puede ser revestida por un material cuyo coeficiente de expansión térmica es diferente al de la fibra. Cuando se calienta, la fibra experimenta un esfuerzo debido al revestimiento y la longitud del camino óptico dentro de la misma es alterada ligeramente. Este cambio puede ser detectado interferométricamente midiendo la

diferencia de fase entre la luz que emerge del sensor de fibra y la luz que emerge de una segunda fibra de referencia.[1]

Debido a la suposición de que los sensores de temperatura comerciales deben ser pequeños, simples de fabricar, estandarizar y de relativo bajo costo, la mayor parte del trabajo de investigación sobre sensores de temperatura de fibra óptica se ha enfocado al estudio de varios tipos de sensor no-interferométricos.

Cualquier material cuyas propiedades ópticas cambien con la temperatura puede, en principio, ser la base para un sensor óptico de temperatura. Entre los posibles parámetros que puede cambia con la temperatura tenemos: la absorción o transmisión, reflexión, índice de refracción, rotación del plano de polarización y fluorescencia o fosforescencia. Se han fabricado sensores de temperatura basados en todos estos parámetros, y algunos hay sido desarrollados hasta llegar al punto de comercialización.

Es conveniente dividir los sensores de fibra óptica en dos categorías: (1) aquellos en los cuales el material del sensor modula la intensidad de la luz transmitida o reflejada por el sensor en función de la temperatura;[2,3,4,5] y (2) aquellos en los que la luz incidente genera radiación luminiscente de una longitud de onda diferente, el cambio en las características de la luminiscencia puede interpretarse en función de la temperatura.[6,7,8,9] En el presente trabajo se evalúa el desempeño de un sensor de temperatura de este último tipo.

Los sensores fabricados con materiales luminiscentes presentan ventajas con respecto a los sensores basados en transmisión o reflexión. Las principales ventajas son:

1. Permiten la fabricación de sensores que minimizan los errores producidos por cambios en la intensidad de la señal, debidos al doblado de la fibra, fluctuaciones en la fuente de iluminación, o cambios en el acoplamiento óptico o en la transmisión. Esto es posible mediante la medición de un parámetro independiente de la intensidad o el uso de alguna técnica de autoreferencia.
2. Los sensores basados en materiales luminiscentes pueden ser fácilmente fabricados a precios moderados, con características altamente reproducibles. En cambio, los dispositivos de transmisión son típicamente difíciles de fabricar con características reproducibles debido a su tamaño especialmente pequeño. Estos sensores generalmente no son idénticos y requieren una calibración individual. Debido a que los sensores luminiscentes no requieren de una transmisión a través de un componente óptico de precisión, son simples y baratos de fabricar, y exhiben características fácilmente estandarizables.
3. En algunos casos, como en aplicaciones de microelectrónica y en medicina, es deseable minimizar el tamaño de la punta de prueba. En estas circunstancias la posibilidad de utiliza la misma fibra para conducir tanto la señal de entrada, como la de salida, es una ventaja importante. Esto es fácil de lograr con un sensor luminiscente, porque la radiación de excitación es de una longitud de onda diferente a la radiación luminiscente. Este tipo de construcción es más

complicada con sensores del tipo transmisión/reflexión.

4. Los materiales luminiscentes pueden ser obtenidos como polvos o líquidos, pueden ser mezclados en un vehículo apropiado o formados dentro de la configuración de sensor de interés. Estas características proporcionan una gran versatilidad en el diseño de las puntas de prueba.

1.3 Sensores fabricados con fibra óptica dopada con Erbio

La fibra óptica de vidrio dopada con Erbio es una alternativa muy conveniente de implementar un sensor de temperatura basado en luminiscencia. Esta fibra dopada es utilizada en la fabricación de amplificadores de comunicaciones ópticas en la banda de 1550 nm, por lo que se encuentra disponible comercialmente. Los dispositivos para bombeo (usualmente diodos láser de 980 nm), los fotodetectores para la banda de 1550 nm y otros dispositivos de acoplamiento y transmisión de señal han sido desarrollados para la misma aplicación. La disponibilidad comercial de estos componentes, a través de distintos fabricantes, permite la fabricación de sensores de temperatura con un costo relativamente bajo.

La fibra óptica dopada con Erbio ha sido estudiada extensivamente debido a la dependencia de la temperatura de sus transiciones.[10,11,12,13,14] La figura 1.1 muestra un diagrama simplificado de los niveles de energía del vidrio dopado con Erbio y sus transiciones, cuando se bombea con una longitud de onda de 980 nm. La transición desde el estado excitado $^4I_{13/2}$ hasta el estado base $^4I_{15/2}$ es aprovechada para la

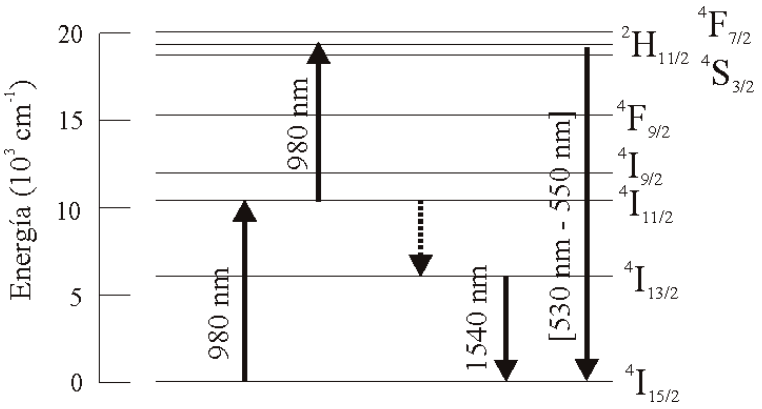

Figura 1.1. Diagrama simplificado de niveles de energía para vidrio dopado con Erbio.

fabricación de amplificadores para comunicaciones ópticas en la banda de 1550 nm. En la fibra dopada con erbio puede observarse también el fenómeno de absorción de estado excitado, resultando en una transición radiativa desde los niveles $^2H_{11/2}$ y $^4S_{3/2}$ hacia el nivel $^4I_{15/2}$, correspondientes emisiones en 530 nm y 550 nm, aproximadamente. Cuando el bombeo se realiza con una longitud de onda de 980 nm, la exitancia de fluorescencia en el intervalo 530 nm – 550 nm es muy baja, comparada con la exitancia de fluorescencia en 1550 nm.

En la forma de fibra óptica, el vidrio dopado con Erbio ha demostrado ser un elemento sensor efectivo para la medición de temperatura. Dos posibles alternativas de implementar un sensor de temperatura son: (1) midiendo la intensidad de dos líneas espectrales cercanas y calculando la razón entre ellas, dependiente de la temperatura, y (2) midiendo la constante de tiempo de un estado excitado. La razón de intensidad entre las transiciones desde los niveles $^2H_{11/2}$ y $^4S_{3/2}$ hasta el nivel $^4I_{15/2}$ pueden ser usadas debido a su emisión espectral dependiente de la temperatura (530 nm – 550 nm).[15,16,17,18,19] La transición desde el nivel excitado $^4I_{13/2}$ hasta $^4I_{15/2}$

(1540 nm), exhibe un decaimiento de fluorescencia dependiente de la temperatura, después de que se ha interrumpido el bombeo con un longitud de onda de 980 nm.[20,21,22,23,24]

1.4 Organización del documento

El presente trabajo se divide en cinco capítulos. El presente capítulo corresponde a la introducción.

En el capítulo 2 se expone el principio de funcionamiento del sensor de temperatura. Las poblaciones en los niveles de energía del Erbio en vidrio pueden modelarse como un láser de 3 niveles. En esta sección se muestran las expresiones para las poblaciones cuando el bombeo es constante, también se modelan los efectos de la luz confinada en una guía de onda: amplificación y absorción. También se describe el comportamiento del decaimiento la fluorescencia cuando la fibra se bombea de forma pulsada. Por último, mostramos como la dependencia con la temperatura de este decaimiento puede ser aprovechada en la fabricación de sensores de temperatura.

En el tercer capítulo se describe el arreglo experimental utilizado para evaluar el desempeño del sensor de temperatura basado en fibra óptica dopada con Erbio. Se muestran aquí los resultados de la caracterización de cada uno de los componentes del experimento. Estos resultados son importantes para interpretar el desempeño registrado en los siguientes capítulos.

El cuarto capítulo está dedicado a la descripción y evaluación del sensor, usando la técnica tradicional de medición del tiempo de decaimiento de fluorescencia. La temperatura es calculada monitoreando el decaimiento de la fluorescencia cuando la fibra se bombea de forma pulsada. Mostramos los resultados experimentales para distintos algoritmos numéricos y evaluamos la sensibilidad a la temperatura, y la repetitividad de las mediciones. También se discute el comportamiento ligeramente no lineal que presenta la fibra y sus consecuencias en la medición de la temperatura.

Los resultados reportados en el capítulo cuarto nos impulsaron a probar una técnica alternativa a la medición del tiempo de decaimiento. En el quinto capítulo, proponemos una nueva técnica, donde el bombeo de la fibra se realiza utilizando radiación modulada por una onda sinusoidal, en lugar del bombeo pulsado que se usa tradicionalmente (y expuesto en el capítulo cuarto). En este caso, la constante de tiempo puede medirse a través del retraso de fase de la exitancia de fluorescencia, con respecto a la modulación de la radiación de bombeo. Evaluamos experimentalmente la sensibilidad a la temperatura y la repetitividad en múltiples mediciones tomadas a la misma temperatura, y las comparamos con los resultados anteriores. Analizamos como el incremento en la relación señal ruido en este experimento contribuye a mejorar el desempeño del sensor de temperatura. Por último, evaluamos la sensibilidad del sensor a otras variables, como la potencia de bombeo y la frecuencia de modulación.

[1] T. G. Giallorenzi, J. A. Bucaro, A. Dandrige y J.H.Cole, "Optical-fiber sensors challenge the competition", *IEEE Spectrum*, 44 (1986).
[2] T. Rozzell, C.C. Johnson, C.H. Durney, J.L. Lords, R.G. Olson, "A nonperturbing temperature sensor for measurement in electromagnetic fields", *J. Microwave power*, 9, 3 (1974).
[3] D. Chirstensen, "A new nonperturbing temperature probe using semiconductor band edge shift", *J. Bioeng*. 1, 541 (1977).
[4] T.H. Windhorn, C.H. Cain, "Optically active binary liquid crystal thermometry", *IEEE Trans. Biomedical Engineering* 26, 3 (1979).
[5] E.W. Saaski, "Optical Temperature Sensor Ruggedization", EPRI Research Proyect RP1137-2 Final Report, (1986).
[6] C. Ovren, M. Adolfsson, B. Hok, "Fiber-optic systems for temperature and vibration measurements in industrial applications", *Optics and Lasers in Engineering*, 5, 155 (1984).
[7] P. Kolodner, J.A. Tyson, "Remote thermal imaging with 0.7-μm spatial resolution using temperature-dependent fluorescent thin films", *Appl. Phys. Lett*. 4(1), 117 (1983).
[8] P. Kolodner, A. Katzir, N. Hartsough, "Noncontact surface temperature measurements during reactive-ion etching using fluorescent polymer films", *Appl. Phys. Lett*. 42(8) 749 (1983).
[9] M.H. Sun, J.H. Kim C.L. Sandberg, "Advances in Fluoroptic Thermometry", Presentado en Digitec ´85, *Northeastern Conference on Industrial Instrumentation and Control*, Boston MA, May 14-16, (1985).
[10] Z. Y. Zang, K. T. V. Grattan, A. W. Palmer, B. T. Meggitt, T. Sun, "Characterization of erbium-doped intrinsic optical fiber sensor probes at high temperatures," *Rev. Sci. Intrum*. 69, 2924-2929 (1998).
[11] T. Sun, Z.Y. Zhang, K.T.V Grattan, "Erbium/ytterbium fluorescence based fiber optic temperature sensor system," *Rev. Sci. Instrum*. 71, 4017-4021 (2000).
[12] Z. Y. Zhang, K. T. V. Grattan, A. W. Palmer, B. T. Meggitt, T. Sun, "Fluorescence decay-time characteristics of erbium-doped optical fiber at elevated temperatures," *Rev. Sci. Instrum*. 68, 2764-2766 (1997).
[13] T. Sun, Z. Y. Zhang, K. T. V. Grattan, A. W. Palmer, "Determination of local high temperature excursion in an intrinsic doped fiber fluorescence-based sensor," *Rev. Sci. Instrum*. 69, 2930-2934 (1998).
[14] V.C. Fernicola, L. Rosso and R. Galleano, "Investigations on exponential lifetime measurements for fluorescence themometry," *Rev. Sci. Instrum*. 71, 2938-2943 (2000).
[15] J. Castrellon, G. Paez, M. Strojnik, "Radiometric analysis of a fiber optic sensor," *Opt. Eng*, 41, 1255-1261 (2002).
[16] H. Berthou, C. K. Jorgensen, "Optical-fiber temperature sensor based on upconversion-excited state fluorescence," *Opt. Lett*, 15, 1100-1102 (1990).
[17] E. Maurice, G. Monnom, A. Saissy, D. B. Ostrowsky, and G. W. Baxter, "Thermalization effects between upper levels of green fluorescence in Er-doped silica fibers," *Opt. Lett*. 19, 990-992 (1994).
[18] G. Paez, M. Strojnik, "Remote temperature sensor employing erbium-doped silica," *6th International workshop on Advanced Infrared Technology and Applications*, Siena, Italy, Sept.16-19, 2001.
[19] J. Castrellon, G. Paez, M. Strojnik, "Remote temperature sensor employing erbium-doped silica fiber," *Infr. Phys. & Techol.* 43, 219-222 (2002).
[20] K.T.V. Grattan and Z.Y. Zhang, "Fiber Optic Fluorescent Thermometry," Chapman & Hall, London (1995).
[21] Jaehoon Jung, Namkyoo Park, "Simultaneous measurement of strain and temperature by use of a single fiber Bragg grating written in an erbium:ytterbium-doped fiber," *App. Opt*. 39, 1118-1120 (2000).
[22] Jaehoon Jung, Hui Nam, Ju Han Lee, Namkyoo Park, Byoungho Lee, "Simultaneous measurement of strain and temperature by use of a single-fiber Bragg grating and an erbium-doped fiber amplifier," *App. Opt*. 38, 2749-2751 (1999).

[23] S.A. Wade, D.I. Forsyth, K.T.V. Grattan, "Fiber optic sensor for dual measurement of temperature an strain using a combined lifetime decay and fiber Bragg grating technique," *Rev. Sci. Instrum.* 72, 3186-3190 (2001).
[24] Arnaud, D.I. Forsyth, T. Sun, Z. Y. Zhang, K.T.V. Grattan, "Strain and temperature effects on erbium-doped fiber for decay-time based sensing," *Rev. Sci. Instrum.* 71, 104-108 (2000).

Capítulo 2
Principio de operación

2.1 Características de las tierras raras

La tecnología relativamente nueva de fibras ópticas de vidrio dopadas con Tierras Raras (TR), impulsada por la necesidad de amplificadores ópticos en longitudes de onda de comunicaciones a mediados de la década de 1980, representa un renovado interés en el campo de láseres de vidrio. Este campo ha sido investigado de forma exhaustiva por más de 30 años, y existe gran cantidad de literatura al respecto. A continuación revisaremos algunas de las propiedades básicas de los materiales dopados con TR, con particular énfasis en aquellos dopados con Erbio.

Los iones de tierras raras, más específicamente los lantánidos bivalentes o trivalentes, han sido usados como elementos activos en más de 400 láseres de cristal conocidos, la mayoría de los cuales presentan una estructura ordenada[1]. En esos anfitriones cristalinos, las tierras raras que más frecuentemente permiten emisión estimulada son Nd (Neodimio), Ho (Holmio), Er (Erbio) y Tm (Tulio). Los lantánidos trivalentes son los únicos materiales para los cuales se ha observado oscilación láser en un anfitrión de vidrio, en forma de bulto[2] o en fibra[3]. La configuración electrónica de una tierra rara trivalente es $[\mathrm{Xe}]4f^{N-1}5s^{2}6s^{0}$, donde [Xe] representa cascarón cerrado de la configuración del Xenón[4]. En esta configuración iónica, son removidos uno y dos electrones de las capas 4f y 6s, respectivamente, a consecuencia de la secuencia energética en la cual electrones llenan las sub-capas. Por otro lado, los N-1

electrones más interiores de la capa 4f son aisladas de los campos exteriores por las capas mas exteriores 5s, 5p. Estas características dan como resultado que los materiales láser de estado sólido de tierras raras presenten transiciones 4f-4f con líneas relativamente delgadas, comparadas con el caso de transiciones en metales. Otra consecuencia de este efecto de aislamiento es que las características espectroscópicas de las transiciones 4f-4f son poco sensibles al tipo de anfitrión.

En la figura 2.1 se muestran las posibles transiciones de absorción para el Erbio en el espectro visible e infrarrojo cercano (bandas de bombeo), así como las posibles transiciones radiativas. Las longitudes de onda aproximadas de las transiciones radiativas observadas en sílica y en vidrio fluorozirconato se expresan en nanómetros[5,6,7,8,9,10,11,12] . Se observa que la transición con longitud de onda central de 1550 nm, utilizada en comunicaciones ópticas, se origina en el nivel $^4I_{13/2}$ y termina en el nivel base $^4I_{15/2}$. En el presente trabajo se evalúa el desempeño de un

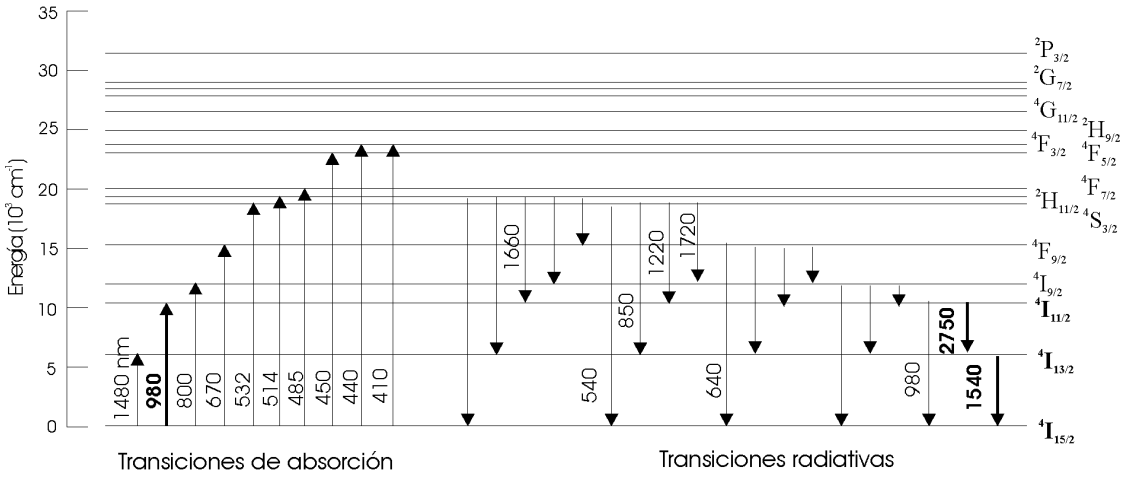

Figura 2.1. Diagramas de niveles de energía para el Erbio en vidrio. Se muestran las transiciones de absorción y radiativas. Las longitudes de onda de transición, dadas en nanómetros, se indican solo para transiciones observadas experimentalmente.

sensor de temperatura basado en el comportamiento de la exitancia de fluorescencia originada en esta transición.

2.2 El vidrio dopado con Erbio como un sistema de tres niveles

Es posible obtener florescencia con una longitud de onda de 1550 nm si se bombea con una longitud de onda de 980 nm, en un proceso donde intervienen los niveles $^4I_{11/2}$, $^4I_{13/2}$ y el nivel base $^4I_{15/2}$. Este sistema puede modelarse como un sistema de 3 niveles como el mostrado en la figura 2.2. Por definición, el nivel 1 ($^4I_{15/2}$) es el nivel base, el nivel 2 ($^4I_{13/2}$) es un estado metaestable caracterizado por un tiempo de vida τ largo y el nivel 3 ($^4I_{11/2}$) es el nivel de bombeo. La transición de interés para nosotros toma lugar entre los niveles 2 y 1, porque el tiempo de vida τ del estado excitado $^4I_{13/2}$ es dependiente de la temperatura.

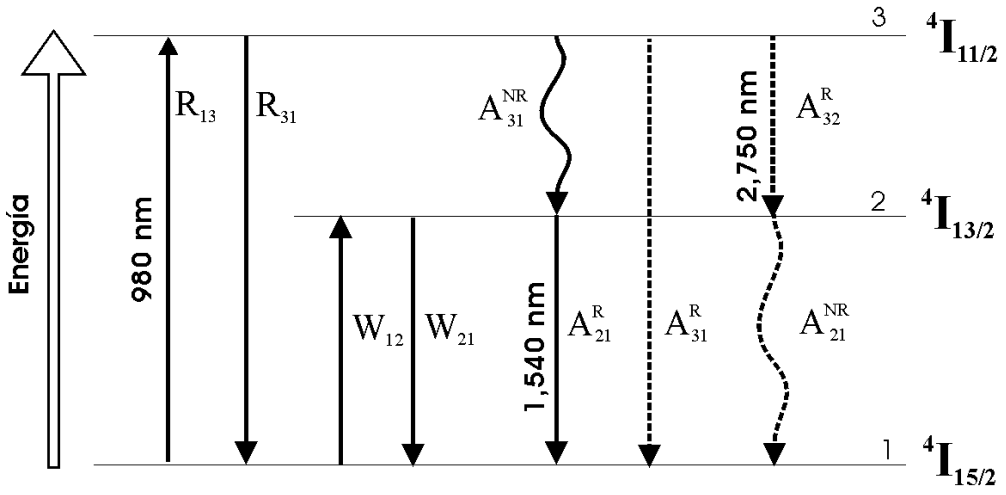

Figura 2.2. Diagrama de niveles de energía correspondiente a un sistema láser básico de tres niveles, donde la transición láser ocurre entre los niveles 1 y 2 (estado metaestable). Los símbolos R, W y A corresponden a la tasa de bombeo, la tasa de emisión estimulada y al decaimiento espontáneo entre los niveles relacionados. Los subíndices R y NR corresponden a las transiciones radiativas y no radiativas, respectivamente. En el caso del Erbio en vidrio, A^R_{21} es dependiente de la temperatura.

La tasa de bombeo desde el nivel 1 al 3 se define como R_{13} y la tasa de emisión estimulada entre los niveles 3 y 1 es R_{31}. Para el estado excitado correspondiente al nivel 3, existen dos posibilidades de decaimiento: radiativo (tasa $A_3^R = A_{32}^R + A_{31}^R$) y no radiativo (tasa A_{32}^{NR}). El decaimiento espontáneo desde el nivel 3 se considera predominantemente no radiativo, es decir, $A_{32}^{NR} >> A_3^R$. Las tasas de absorción y emisión estimuladas entre los niveles 1 y 2 son W_{12} y W_{21} respectivamente. El decaimiento espontáneo radiativo y no radiativo desde el estado excitado correspondiente al nivel 2 es $\mathrm{A}_2 = \mathrm{A}_{21}^{\mathrm{R}}(\mathrm{T}) + \mathrm{A}_{21}^{\mathrm{NR}}$, con $\mathrm{A}_{21}^{\mathrm{R}}(\mathrm{T}) = 1/\tau(\mathrm{T})$, donde, por definición, $\tau(\mathrm{T})$ es el tiempo de vida de fluorescencia, y es dependiente de la temperatura T.[13,14,15,16,17] Se considera que el decaimiento espontáneo entre el nivel 2 y el nivel 1 es esencialmente radiativo, es decir $\mathrm{A}_{21}^{\mathrm{R}}(\mathrm{T}) >> \mathrm{A}_{21}^{\mathrm{NR}}$. En lo subsiguiente, los decaimientos espontáneos desde los niveles 2 y 3 serán referidos simplemente como $A_{21}(T)$ y A_{32}.

2.2.1 Ecuaciones de tasas de población

Para un anfitrión de vidrio dopado con Erbio, definimos ρ como la densidad de iones de Erbio, y N_1, N_2 y N_3 como las densidades fraccionales, o poblaciones de átomos en los niveles de energía 1, 2 y 3, respectivamente (Figura 2.2). En base a esta definición, $\rho = N_1 + N_2 + N_3$.

Las ecuaciones de tasas población describen el cambio de la población de átomos en los estados 1, 2 y 3; para el caso particular de este sistema de 3 niveles, estas poblaciones pueden escribirse como:

$$\frac{dN_1}{dt} = -R_{13} \cdot N_1 + R_{31} \cdot N_3 - W_{12} \cdot N_1 + W_{21} \cdot N_1 + A_{21}(T) \cdot N_2 \tag{2.1}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = W_{12} \cdot N_1 - W_{21} \cdot N_2 - A_{21}(T) \cdot N_2 + A_{32} \cdot N_3 \tag{2.2}$$

$$\frac{dN_3}{dt} = R_{13} \cdot N_1 - R_{32} \cdot N_3 - A_{32} \cdot N_3 \tag{2.3}$$

Consideremos ahora el régimen de estado estacionario donde las poblaciones son constantes en el tiempo, es decir $dN_i/dt=0$. Por definición, $a=R_{31}+A_{32}$ y $b(T)=W_{21}+A_{21}(T)$. De las ecuaciones 2.2 y 2.3 obtenemos:

$$W_{21} \cdot N_1 - b(T) \cdot N_2 + A_{32} \cdot N_3 = 0 \tag{2.4}$$

$$R_{13} \cdot N_1 - a \cdot N_3 = 0 \tag{2.5}$$

Sustituyendo $N_3=\rho-N_1-N_1$ en las ecuaciones anteriores, y resolviendo para N_1, N_2, obtenemos

$$N_1 = \rho \cdot \frac{a \cdot b(T)}{b(T) \cdot (a + R_{13}) + a \cdot W_{12} + R_{13} \cdot A_{32}} \tag{2.6}$$

$$N_2 = \rho \cdot \frac{R_{13} \cdot A_{32} + a \cdot W_{12}}{b(T) \cdot (a + R_{13}) + a \cdot W_{12} + R_{13} \cdot A_{32}} \tag{2.7}$$

Ahora reemplazamos las definiciones de *a* y *b(T)* y factorizamos el término $A_{21}(T)\cdot A_{32}$ en las ecuaciones 2.6 y 2.7, para obtener:

$$N_1 = \rho \frac{\left(1 + W_{21}\cdot\tau(T)\right)\cdot\left(1 + \frac{R_{13}}{A_{32}}\right)}{\left(1 + W_{21}\cdot\tau(T)\right)\cdot\left(1 + \frac{R_{13}+R_{31}}{A_{32}}\right) + W_{12}\cdot\tau(T)\cdot\left(1 + \frac{R_{31}}{A_{32}}\right) + R_{13}\cdot\tau(T)} \tag{2.8}$$

$$N_2 = \rho \frac{R_{13}\cdot\tau + W_{12}\cdot\tau(T)\cdot\left(1 + \frac{R_{13}}{A_{32}}\right)}{\left(1 + W_{21}\cdot\tau(T)\right)\cdot\left(1 + \frac{R_{13}+R_{31}}{A_{32}}\right) + W_{12}\cdot\tau(T)\cdot\left(1 + \frac{R_{31}}{A_{32}}\right) + R_{13}\cdot\tau(T)} \tag{2.9}$$

Asumiendo ahora que el decaimiento radiativo A_{32} domina sobre las tasas de bombeo $R_{13,31}$, es decir, $A_{32} >> R_{13,31}$, de las ecuaciones 2.8 y 2.9 obtenemos:

$$N_1 = \rho \frac{1 + W_{21}\cdot\tau(T)}{1 + R\cdot\tau(T) + W_{12}\cdot\tau(T) + W_{21}\cdot\tau(T)} \tag{2.10}$$

$$N_2 = \rho \frac{R\cdot\tau(T) + W_{12}\cdot\tau(T)}{1 + R\cdot\tau(T) + W_{12}\cdot\tau(T) + W_{21}\cdot\tau(T)} \tag{2.11}$$

Aquí, $R=R_{13}$. Con los resultados anteriores, encontramos que bajo estas condiciones, $N_3=\rho-N_1-N_2=0$, es decir, la población en el nivel de bombeo es insignificante debido al decaimiento no radiativo (A_{32}) hacia el nivel metaestable 2. En la figura 2.3 se muestran N1 y N_2 como función de la tasa de bombeo R, para un sistema ideal donde $\rho=1$, $\tau=1$ y $W_{12}=W_{21}=0.01$. Es claro que las poblaciones N_1 y N_2 no son funciones lineales de R, y que poco después de alcanzarse la inversión relativa de población ($N_2>N_1$), se presenta una rodilla en la curva y después el comportamiento de las

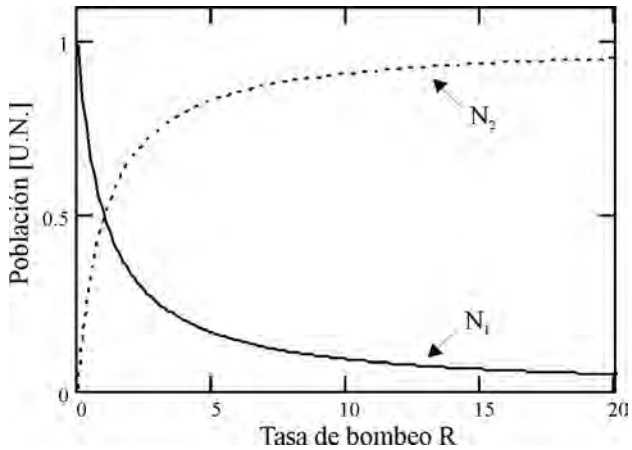

Figura 2.3. Cálculo de poblaciones atómicas en los niveles 1 y 2 como función de la tasa de bombeo R para un sistema de tres niveles (ecuaciones 2.10 y 2.11). La densidad de población ρ es igual a 1. La constante de tiempo está dada por A_{21}=1 (τ=1) y las tasas de emisión y absorción estimuladas son W21=0.01, y W12=0.01.

poblaciones es asintótico. La cantidad de fotones generados por emisión espontánea es proporcional al producto $N_2 \cdot A_{21}(T)$, por lo que la exitancia de fluorescencia espontánea, como función de la potencia de bombeo, presenta un comportamiento similar a la curva para N_2. Nuestros resultados experimentales (reportados en el capítulo 3) confirman este comportamiento.

2.2.2 Separación de Stark

El sistema de tres niveles analizado anteriormente corresponde a una representación simplificada del sistema Er^{3+}:vidrio. En un análisis más detallado, se considera que la distribución de cargas en el vidrio anfitrión genera un campo eléctrico permanente, llamado campo del cristal o campo ligand. El campo ligand induce el efecto Stark, que resulta en la subdivisión y separación de los niveles de energía principales, como se muestra en la figura 2.4. Cada uno de los niveles de energía, que hemos llamado

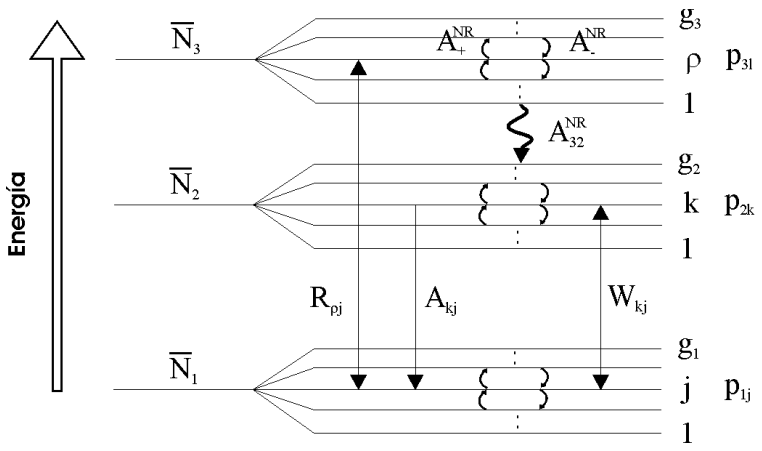

Figura 2.4. Diagrama de niveles de energía correspondiente a un sistema láser de tres niveles con separación de Stark. Los símbolos $A^{NR}_{\pm}$ indican las tasas de termalización entre los subniveles de Stark adyacentes.

1, 2 y 3, se caracteriza por un momento orbital total J. Cada uno de los niveles se divide en g = J+1/2 subniveles de energía; donde g es el nivel total de degeneración. La separación máxima de Stark representa una fracción medible de la diferencia de energía entre los niveles principales 1, 2 y 3.

Considerando la multiplicidad de niveles y la magnitud de la separación, el análisis previo parece ser demasiado simplificado; pero esta representación es adecuada debido al efecto interno de termalización. El efecto de termalización mantiene una población constante dentro de los conjuntos de subniveles (distribución de Boltzmann), lo cual permite considerar a cada conjunto de subniveles como un nivel individual de energía.

2.2.3 Los coeficientes de ganancia y amplificación en la fibra dopada

Las expresiones anteriores describen las poblaciones N_1, N_2 y N_3 para un sistema de tres niveles, cuando el bombeo es constante. A continuación tomaremos en cuenta el efecto de la luz confinada en una guía de onda y relacionaremos los parámetros la guía con el bombeo y las tasas de radiación estimuladas.

Cuando un haz de luz con intensidad I_S (potencia por unidad de área) a una longitud de onda λ_S atraviesa una rebanada de un medio láser de grueso infinitesimal dz con una densidad de población atómica N_1 (nivel inferior) y N_2 (nivel superior), el cambio de intensidad dI_S esta dado por: [18],[19]

$$dI_S = \left[\sigma_{21}(\lambda_S)\cdot N_2 - \sigma_{12}(\lambda_S)\cdot N_1\right]\cdot I_S\, dz \qquad (2.12)$$

Aquí, $\sigma_{12}(\lambda_S)$ y $\sigma_{21}(\lambda_S)$ son las secciones transversales de absorción y emisión de la transición láser λ_S, respectivamente. Por simplicidad, la dependencia de I_s, N_1 y N_2 con respecto a la coordenada z, no se indica, pero queda implícita. Cuando la transición es degenerada, es decir existen subniveles g_1 y g_2 en los niveles de energía superior e inferior, se tiene entonces la relación $g_1\sigma_{12}=g_2\sigma_{21}$, y la ecuación 2.12 se expresa como:

$$\frac{dI_S}{dz} = \sigma_{12}(\lambda_S)\cdot\left[\frac{g_1}{g_2}\cdot N_2 - N_1\right]\cdot I_S \qquad (2.13)$$

Esta es la expresión que se encuentra usualmente en la bibliografía. La relación $g_1\sigma_{12}=g_2\sigma_{21}$, usada para calcular la ecuación 2.13, asume que todos los subniveles están igualmente poblados y que todas las transiciones entre pares de subniveles son igualmente probables. Este no es el caso del vidrio dopado con Erbio, porque la magnitud de la separación de Stark es tal que existe una diferencia significativa entre las poblaciones de los subniveles. La ecuación 2.13, por lo tanto, no es precisa. Es posible, no obstante, definir la sección transversal de absorción y emisión $\sigma_a(\lambda_S)$ y $\sigma_e(\lambda_S)$ para este sistema láser particular como:

$$\frac{dI_S}{dz} = \{\sigma_e(\lambda_S)\cdot N_2 - \sigma_a(\lambda_S)\cdot N_1\}I_S = \sigma_a(\lambda_S)\cdot\{\eta(\lambda_S)\cdot N_2 - N_1\}I_S \qquad (2.14)$$

Aquí, por definición:

$$\eta(\lambda_S) = \frac{\sigma_e(\lambda_S)}{\sigma_a(\lambda_S)} \qquad (2.15)$$

Se puede observar que las ecuaciones 2.13 y 2.14 son similares; pero en la segunda el concepto de degeneración se incluye en el parámetro $\eta(\lambda S)$, que puede ser interpretado como la sección transversal fenomenológica.

En la ecuación 2.14, el término $g = \sigma_a(\lambda_S)\cdot\{\eta(\lambda_S)\cdot N_2 - N_1\}$ representa el coeficiente de ganancia, y es dependiente tanto de la longitud de onda como de la inversión relativa de población D en el medio.

$$D = \frac{N_2 - N_1}{\rho} = \frac{2\cdot N_2 - \rho}{\rho} \qquad (2.16)$$

Aquí, D = -1 cuando todos los iones de Erbio se encuentran en el estado base y D = +1 cuando todos se encuentran en el estado excitado.

En la figura 2.5 se muestran las gráficas para el coeficiente de ganancia $g = \rho\{\sigma_e(\lambda_s)(1+D) - \sigma_a(\lambda_s)(1-D)\}/2$ alrededor de la transición láser de 1.5 μm para una fibra típica de Er^{3+}:vidrio, con diferentes valores de inversión de población relativa D. [20] Esta figura muestra el comportamiento característico de un sistema de tres niveles donde la transición láser termina en el estado base. Este medio presenta absorción cuando no es bombeado o no se alcanza la inversión de población, pero cuando se alcanza cierto nivel de inversión de población, el medio se vuelve transparente (sin absorción). Cuando la inversión de población relativa es suficientemente alta, el medio presenta amplificación.

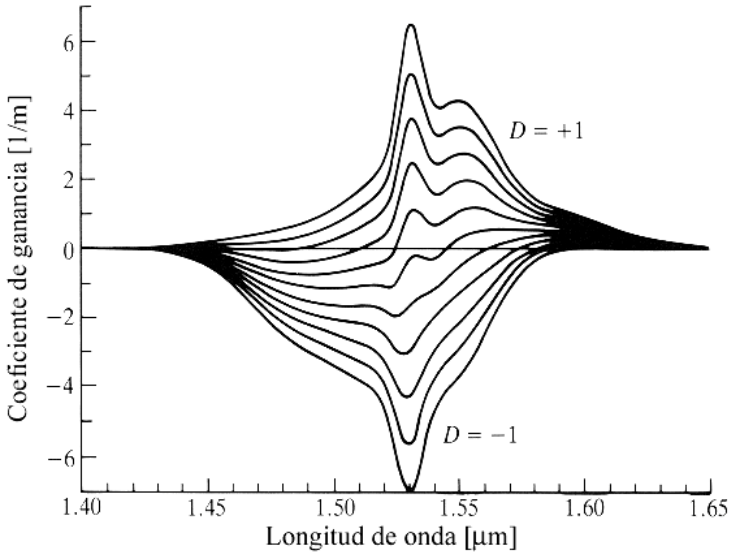

Figura 2.5. Coeficiente de ganancia de señal como función de la longitud de onda para diferentes valores de inversión relativa del medio $D=(N_2-N_1)/\rho$, para Er^{3+}:vidrio (aluminio-germanio-sílice). D = -1 corresponde al caso donde todos los iones se encuentran en estado base, y D = +1 al caso donde todos se encuentran en estado excitado.

Es importante mencionar que la inversión de población relativa y el coeficiente de ganancia dependen también de la coordenada longitudinal z. En estado estacionario (bombeo constante), la potencia de bombeo decae a lo largo de la fibra, de tal forma que es posible que se presente ganancia positiva en un extremo de la fibra y absorción en el otro.

Consideremos ahora el hecho de que la señal óptica es guiada por la fibra. En una fibra monomodo, la potencia de la señal acoplada en el modo tiene una distribución espacial finita sobre el plano transversal de la fibra. Si la envolvente del modo es definida como $\psi_s(r,\theta)$, donde (r,θ) representan las coordenadas cilíndricas transversales (z es la coordenada longitudinal de la fibra), y si la potencia óptica acoplada en el modo es P_s, entonces podemos definir la distribución de intensidad $I_s(r,\theta)$ en el plano transversal de la fibra como:

$$I_s(r,\theta) = P_s \frac{\psi_s(r,\theta)}{\int_S \psi_s(r,\theta) \cdot r\, dr\, d\theta} \tag{2.17}$$

Para fibras monomodo, el modo envolvente LP_{01} se puede aproximar con una función gaussiana para la distribución ψ_s. Es claro de la definición anterior que la potencia total acoplada P_s está dada por:

$$P_S = \int_S I_S(r,\theta) \cdot r\, dr\, d\theta \tag{2.18}$$

Ahora bien, la ecuación para la para el cambio de potencia óptica, conforme la luz se propaga a lo largo de la fibra en modo guiado, está dada por:

$$\begin{aligned}\frac{dP_s}{dz} &= \sigma_a(\lambda_s)\cdot\int_S \{\eta(\lambda_s)\cdot N_2(r,\theta) - N_1(r,\theta)\} I_s(r,\theta)\cdot r\,dr\,d\theta \\ &= \sigma_a(\lambda_s)\cdot P_s\cdot\int_S \{\eta(\lambda_s)\cdot N_2(r,\theta) - N_1(r,\theta)\}\cdot\overline{\psi}_s(r,\theta)\cdot r\,dr\,d\theta\end{aligned} \tag{2.19}$$

La envolvente normalizada $\overline{\psi}_s$ se define como:

$$\overline{\psi}_s(r,\theta) = \frac{\psi_s}{\psi_s(r,\theta)\cdot r\,dr\,d\theta} \tag{2.20}$$

2.2.4 Emisión espontánea amplificada

Debido a que los iones tienen un tiempo de vida de estado excitado finito, ($\tau \approx 10$ ms, en el caso del Er^{3+}:vidrio), algunos iones regresan espontáneamente al estado base, emitiendo un fotón en el proceso. Una fracción de estos fotones son conducidos por la fibra y pueden ser amplificados, si las condiciones de inversión de población son propicias (ecuación 2.14). Este fenómeno se denomina emisión espontánea amplificada.

El número de fotones aleatoriamente polarizados con frecuencia entre ν y $\nu+\delta\nu$ que son generados en forma espontánea en la dirección positiva de z, dentro de un volumen infinitesimal dV de medio láser, y acoplado a la fibra están dados por:

$$dn(\nu) = A_{21} \cdot g(\nu) \cdot \delta\nu \frac{\Delta\Omega}{4\pi} \cdot dV \int_S N_2(r,\theta) \cdot \overline{\psi}_s(r,\theta) \cdot r\, dr\, d\theta \qquad (2.21)$$

Aquí, $g(\nu)$ es la función de forma de línea, $A_{21}(T)=1/\tau(T)$ es la tasa de decaimiento espontáneo, $\Delta\Omega/4\pi$ es la fracción de la luz espontánea capturada por la fibra, y el término integral totaliza el producto entre la distribución de densidad de iones excitados y el modo guiado. La función de forma de línea $g(\nu)$ está definida como $g(\nu)=8\pi n^2\tau\sigma_e(\nu)/\lambda_s^2$, donde n es el índice de refracción del medio. La potencia de emisión espontánea correspondiente a una unidad de frecuencia está dada por $dP_{SE}=h\nu\, dn(\nu)$. Con estas definiciones, la tasa generación de potencia por emisión espontánea para un ancho de banda $\delta\nu$ esta dado por:

$$\frac{dP_{SE}}{dz} = 2P_0\sigma_e(\nu)\int_S N_2(r,\theta)\overline{\psi}_s(s,\theta) r\, dr\, d\theta \qquad (2.22)$$

Aquí, $P_0=h\nu\ \delta\nu$ es la potencia de un fotón generado espontáneamente dentro del ancho de banda $\delta\nu$. Cuando se diseñan amplificadores ópticos, el término P_0 es comúnmente conocido como ruido equivalente de entrada, debido a que condiciones de alta ganancia, la emisión total espontánea generada a lo largo de la fibra es

equivalente a la amplificación de una señal de entrada ficticia. En nuestro caso, para la fabricación de sensores de fibra óptica basados en la medición de tiempo de decaimiento, P_0 no se considera como ruido y su comportamiento proporciona información acerca de la temperatura, ya que es dependiente de $A_{21}(T)$. El factor 2 en la ecuación 2.22 refleja que la emisión espontánea se genera en los dos modos de polarización de la fibra.

Finalmente, después de obtener la tasa de generación de emisión espontánea en la coordenada z de la fibra, y propagándose en la dirección positiva de z, ahora podemos expresar la evolución de la potencia total de señal de longitud de onda λ_s, y en un ancho de banda $\delta\nu$ a través de:

$$\frac{dP_s(\lambda_s)}{dz} = \sigma_a(\lambda_s) \cdot 2\pi \int_S \left\{ \eta(\lambda_s) \cdot N_2(r) \cdot \left[P_s(\lambda_s) + 2P_0 \right] - N_1(r) \cdot P_s(\lambda_s) \right\} \overline{\psi}_s(r) \cdot r\, dr \quad (2.23)$$

La expresión anterior describe tanto el fenómeno amplificación tanto de señal (P_s) como de ruido generado por emisión espontánea, para el caso de un amplificador de fibra óptica. En nuestro caso particular, la fabricación de sensores de temperatura, el término de señal P_s es igual a cero, y la potencia total acoplada en la fibra se debe a los fotones generados por emisión espontánea y amplificados a lo largo de su viaje a través de la fibra. Entonces, de la ecuación 2.23 podemos obtener, para el caso $P_s = 0$, la expresión para amplificación de potencia generada por emisión estimulada:

$$\frac{dP_s(\lambda_s)}{dz} = \sigma_a(\lambda_s) \cdot 2\pi \int_S \{\eta(\lambda_s) \cdot N_2(r) \cdot 2P_0\} \cdot \overline{\psi}_s(r) \cdot r\,dr \qquad (2.24)$$

En esta ecuación la dependencia de N_2 con respecto a la coordenada z es implícita.

2.3 Sensores de temperatura basados en la constante de tiempo

En el vidrio dopado con Erbio, la constante de tiempo de la transición desde el nivel excitado $^4I_{13/2}$ hasta el nivel $^4I_{15/2}$ es dependiente de la temperatura. Esta dependencia puede ser aprovechada para fabricar sensores. El cambio en la constante de tiempo influye en varios parámetros que pueden medirse, y a través de estas mediciones puede calcularse la temperatura.

2.3.1 Sensor de temperatura midiendo intensidad de fluorescencia

En el régimen de potencia de bombeo constante, las poblaciones de los niveles 1 y 2 están dadas por las ecuaciones 2.10 y 2.11. La exitancia de fluorescencia en 1550 nm es proporcional al producto de la tasa de decaimiento espontáneo y la población del nivel 2, dependiente de $\tau(T)$. Esta dependencia implica que un cambio en el tiempo de decaimiento $\tau(T)$ debido a un cambio de temperatura dará como resultado un cambio en la exitancia de fluorescencia. Es posible entonces aprovechar esta dependencia en la fabricación de sensores de temperatura; pero un sensor basado en este esquema es muy sensible a las pérdidas de acoplamiento, variaciones en la potencia de bombeo, ganancia del detector y otras variables que alteren la medición

de fluorescencia. Se prefiere entonces esquemas basados en la respuesta temporal de la exitancia de fluorescencia, que también presenta una dependencia con respecto a $\tau(T)$.

2.3.2 Sensor de temperatura midiendo decaimiento de fluorescencia

La técnica más usual para calcular $\tau(T)$, basada en la medición del tiempo de decaimiento de fluorescencia, se ilustra en la figura 2.6. En este arreglo, el bombeo se interrumpe después de haberse mantenido constante durante un tiempo suficiente para que las poblaciones N_1 y N_2 alcancen los valores dados por las ecuaciones 2.10 y 2.11. Después de que el bombeo se interrumpe, la exitancia de fluorescencia decae en forma exponencial, como se muestra en la figura 2.6. Este decaimiento es registrado, y la constante de tiempo se calcula utilizando algoritmos bien establecidos, como el ajuste logarítmico (Apéndice A).

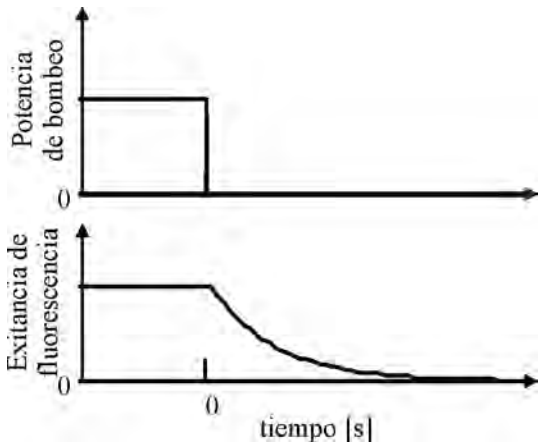

Figura 2.6: Técnica típica para la medición del tiempo de decaimiento. El bombeo se interrumpe para un tiempo t=0. El decaimiento exponencial de la fluorescencia se monitorea para calcular la constante de tiempo $\tau(T)$ utilizando algoritmos bien establecidos, como el ajuste logarítmico.

Por definición, el tiempo t es igual a cero en el momento donde el bombeo es interrumpido. Suponiendo que la población en el nivel 3 es insignificante y que $R_{13}=0$ para t>0, de la ecuación 1.2 se obtiene que la tasa de población de N_2 esta dada por:

$$\frac{dN_2}{dt} = W_{12}N_1 - W_{21}N_2 - A_{21}N_2 \qquad \text{para } t>0 \qquad (2.25)$$

Aquí, el término correspondiente al decaimiento del nivel 3 al nivel 2 desaparece debido a la ausencia de bombeo desde el nivel 1 al nivel 3. En el caso más simple, donde el cambio en la población de N_2 se debe principalmente a la radiación espontánea, y donde los términos correspondientes a la absorción y a la radiación estimulada son despreciables, de la ecuación 2.25 obtenemos:

$$\frac{\mathrm{dN_2}}{\mathrm{dt}} = \frac{-\mathrm{N_2}}{\tau(\mathrm{T})} \qquad \text{para } t>0 \qquad (2.26)$$

Resolviendo para N_2, encontramos que la población del segundo nivel, después de que se ha interrumpido el bombeo, está dada por:

$$\mathrm{N_2(t,T) = N_2(t=0)\exp\left(\frac{-t}{\tau(T)}\right)} \qquad \text{para } t>0 \qquad (2.27)$$

Aquí, $N_2(t=0)$ es la población del nivel 2 en el instante que se interrumpe el bombeo, t es el tiempo y T es la temperatura. La exitancia de fluorescencia I(t,T) es proporcional a la población del nivel 2 como $I(t,T) \approx N_2(t,T)/\tau(T)$, entonces podemos aproximar la evolución de la exitancia de fluorescencia como:

$$I(t,T) = I(t=0)\exp\left(\frac{-t}{\tau(T)}\right) \qquad \text{para } t>0 \qquad [W/m2] \qquad (2.28)$$

Aquí, I(t=0) es la exitancia de fluorescencia en el instante t=0, cuando el bombeo es interrumpido. I(t,T) es dependiente de la constante de tiempo $\tau(T)$ y, por ende, de la temperatura. Si se observa la evolución temporal de la exitancia de fluorescencia durante un tiempo después del instante t = 0, es posible calcular el valor de $\tau(T)$ en base a técnicas bien establecidas (Apéndice A) e inferir la temperatura del vidrio dopada con Erbio. Un sensor basado en este esquema presenta la ventaja de que los algoritmos usados en la estimación de la constante de tiempo $\tau(T)$ son independientes de la amplitud de la señal.

La ecuación 2.28 representa el caso más simplificado, donde los términos correspondientes a la radiación estimulada y a la absorción han sido despreciados de la ecuación 2.2. No obstante, en el caso de una guía de onda como la fibra óptica, estos términos puede influir significativamente en el proceso de decaimiento, debido a la absorción o a la amplificación de la emisión espontánea (ecuación 2.24). En estas condiciones, el comportamiento de la exitancia de fluorescencia I(t,T) puede ser

diferente a una exponencial simple. No obstante, se espera que el decaimiento de fluorescencia presente una sensibilidad medible con respecto a la temperatura.

Una de las formas más prácticas y confiables de implementar un sensor de temperatura basado en vidrio dopado con Erbio es utilizando fibras ópticas. Nuestros resultados experimentales (capítulo 4) muestran que la fluorescencia no presenta el comportamiento exponencial simple mostrado en la ecuación 2.28. No obstante, el decaimiento sí presenta una dependencia de la temperatura que puede ser aprovechada para la fabricación de un sensor de temperatura basado en este principio.

[1] A. A. Kaminskii, “Laser Crystals”, Springer series in optical sciences, vol 14. Springer-Verlang, New York, (1990).
[2] M.J. Weber, “Science and technology of laser glass”, J. Non-Cryst. Solids, 1 (1990)
[3] D.W. Hall and M. J. Weber, “Glass lasers”, Handbook of Laser Science and Technology, suplemento 1, CRC Press, Boca Raton, FL.
[4] H. Haken and H.C. Wolf, “Atomic and Quantum Physics”, segunda edición, Springer-Verlag, New York 1987, capítulos 5, 15 y 19.
[5] S.T. Davey and P.W. France, “Rare-earth-doped fluorzirconate glasses for fibre devices”, Br. Telecom Technol. J., vol 5, no 2,28 (1987).
[6] R.J. Mears, L. Reekie, S.B. Poole, D.N. Payne, “Low-threshold tunable cw and Q-switched fibre laser operating at 1.55 μm”, Electron. Lett., vol 22, no 3, 159 (1986).
[7] M.C. Brierley, P.W. France, “Continuos-wave lasing at 2.7 μm in an erbium-doped fluorzirconate fibre”, Electron. Lett., vol 24, no 15, 935 (1988).
[8] C.A. Millar, M.C. Brierley, M.H. Hunt, S.F. Carter, “Efficient up-conversion pumping at 800 nm of an erbium-doped fluoride fibre laser operating at 850 nm”, Electron. Lett., vol 26, no 22, 1971 (1990).
[9] R.G. Smart, J.N. Carter, D.C. Hanna, and A.C. Tropper, “Erbium doped fluorzirconate fibre laser operating at 1.66 and 1.72 μm”, Electron. Lett., vol 26, no 10, 649 (1990).
[10] R. Allen. L. Esterowitz, R.J. Ginther, “Diode-pumped single-mode fluorozirconate fiber laser from the $^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$ transition erbium”, Applied Phys. Lett., vol 56, n 17, 1635 (1990).
[11] T.J. Whitley, C.A. Millar, R. Wyatt, M.C. Brierley, D. Szebesta, “Upconversion pumped green lasing in erbium-doped fluorozirconate fibre”, Electron. Lett., vol 27, no 20, 1785 (1991).
[12] J.Y. Allain, M. Monerie, H. Poignant, “Tunable green upconversion erbium fibre laser”, Electron. Lett., vol 28, no 2, 111 (1992).
[13] Z. Y. Zang, K. T. V. Grattan, A. W. Palmer, B. T. Meggitt, T. Sun, “Characterization of erbium-doped intrinsic optical fiber sensores probles at high temperatures”, Rev. Sci. Intrum., 69, 2924 (1998).
[14] T. Sun, Z.Y. Zhang, K.T.V Grattan, “Erbium/ytterbium fluorescence based fiber optic temperature sensor system”, Rev. Sci. Instrum. 71, 4017 (2000).
[15] Z. Y. Zhang, K. T. V. Grattan, A. W. Palmer, B. T. Meggitt, T. Sun, “Fluorescence decay-time characteristics of erbium-doped optical fiber at elevated temperatures”, Rev. Sci. Instrum., 68, 2764 (1997).
[16] T. Sun, Z. Y. Zhang, K. T. V. Grattan, A. W. Palmer, “Determination of local high temperature excursion in an intrinsic doped fiber fluorescence-based sensor”, Rev. Sci. Instrum., 69, 2930 (1998).
[17] V.C. Fernicola, L. Rosso and R. Galleano, “Investigations on exponential lifetime measurementes for fluorescence themometry”, Rev. Sci. Instrum., 71, 2938 (2000).
[18] A. Yariv, “Quantum Electronics”, segunda edición, John Wiley, New York, (1975).
[19] A. E. Siegman, “Lasers”, University Science Books, Mill Valley, CA, (1986).
[20] E. Desurvire, “Erbium doped fiber amplifiers” John Wiley, New York, (1994).

Capítulo 3
Arreglo Experimental

3.1 Descripción general

En la figura 3.1 se muestra el diagrama esquemático del arreglo experimental de sensor de temperatura con fibra dopada con Erbio. La mayoría de los componentes empleados en el mismo han sido diseñados para construir amplificadores ópticos de comunicaciones para la banda de 1550 nm. El elemento sensor de temperatura está constituido por 10 cm de fibra óptica dopada con Erbio (IPHT JENA) con una concentración de 2300 ppm (mol). Esta fibra dopada fue colocada dentro de un horno con una estabilidad térmica de +/- 0.5°C, donde se probó el sensor en el rango de temperatura [30 °C – 140 °C]. Un diodo láser con longitud de onda central 980 nm y una potencia máxima salida en fibra de 100 mW (JDS SDLO-1564-100) se

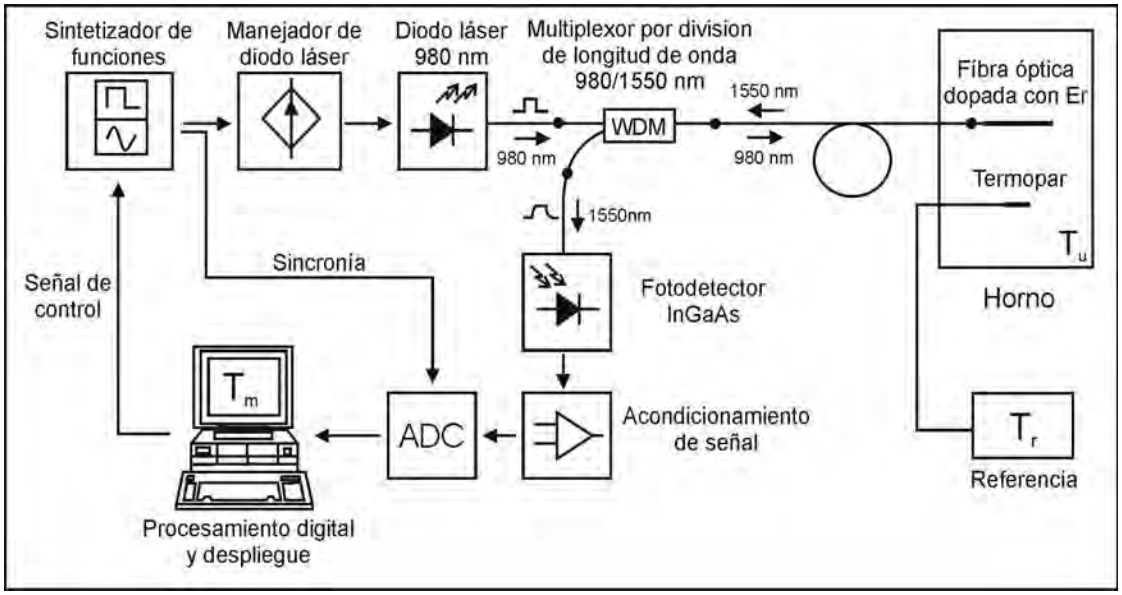

Figura 3.1. Diagrama del arreglo experimental utilizado para caracterizar el desempeño de la fibra óptica dopada con Erbio como sensor de temperatura.

utiliza como fuente de bombeo; esta longitud de onda se adapta bien a la curva espectral de absorción del Erbio. Un elemento multiplexor por división de longitud de onda (MLO) 980 nm / 1550 nm (SM WDM 1x2) permite bombear la fibra y recuperar la señal de fluorescencia por el mismo extremo. Utilizamos un fotodiodo InGaAS (FCI INGAAS-120L) para medir la intensidad de la fluorescencia en la banda de 1550 nm. Este detector ha sido diseñado específicamente para comunicaciones con fibra óptica y cuenta con una microlente para un eficiente

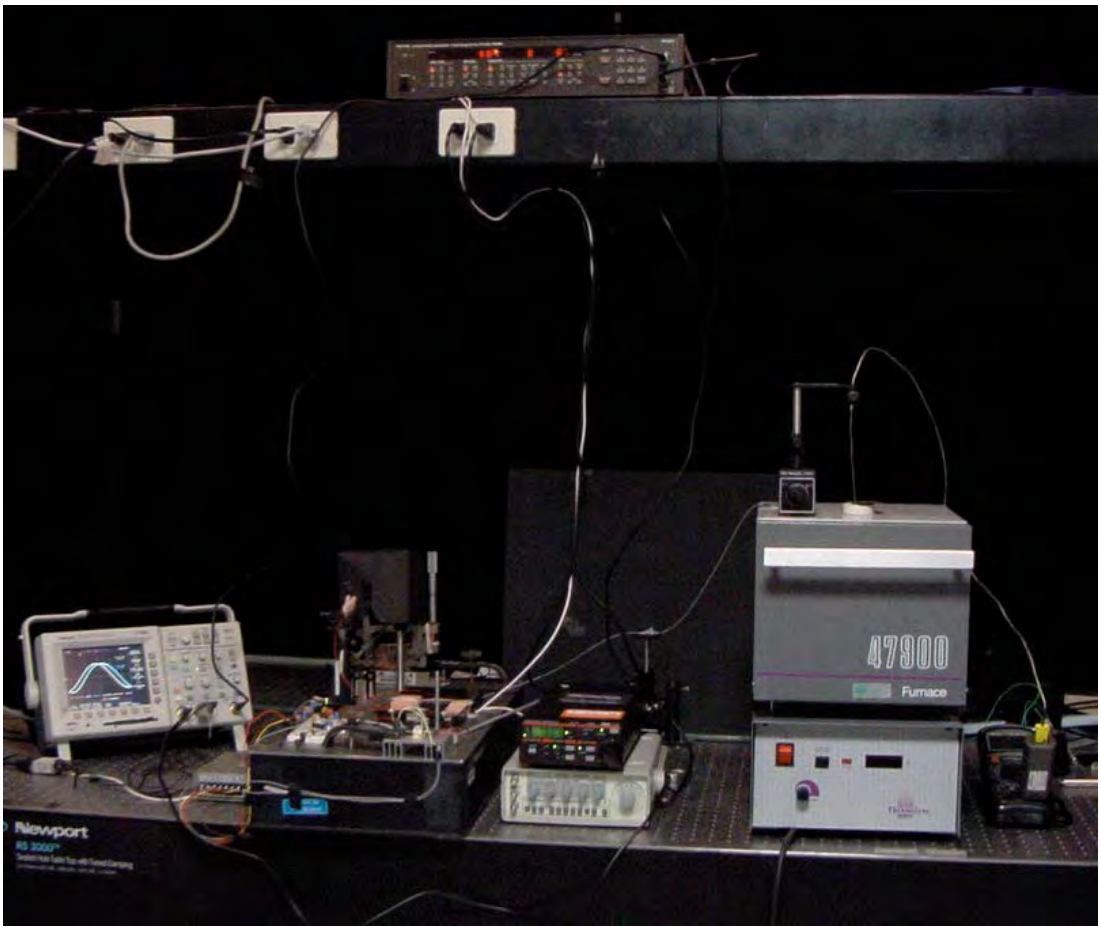

Figura 3.2. Arreglo experimental utilizado en la caracterización del desempeño de la fibra óptica como sensor de temperatura. En la parte superior observamos el sintentizador de funciones. En la parte inferior, de izquierda a derecha tenemos el osciloscopio, el tablero donde se encuentran el fotodetector, el, controlador de temperatura y el módulo de bombeo. En seguida, el manejador del láser y por último el horno. La fibra dopada se encuentra dentro del horno.

acoplamiento óptico con la misma. El diodo láser fue alimentado con una fuente de corriente con entrada externa de modulación analógica (ThorLabs LDC 500). La señal de modulación para la fuente y de sincronía para la adquisición fueron generadas por sistema sintetizador de funciones (Philips PM-5193). La señal proveniente del detector fue amplificada y digitalizada posteriormente utilizando un osciloscopio de adquisición digital con almacenamiento en disco y puerto de comunicaciones (Tektronix TDS-3054B). Los datos obtenidos por el osciloscopio fueron analizados en una PC. La fotografía del arreglo experimental se muestra en la figura 3.2.

3.2 Caracterización del arreglo experimental

El diodo láser, el MLO, el fotodiodo y la fibra dopada con Erbio fueron caracterizados individualmente. Esto es importante porque estos componentes han sido diseñados para sistemas ópticos de comunicación digital, por lo que los fabricantes no proporcionan información acerca de su desempeño para señales analógicas.

3.2.1 El diodo láser

Como se mencionó anteriormente, se utilizó módulo de bombeo modelo SDLO-1564-100 con una longitud de onda de 980 nm. El componente principal del módulo es un

diodo láser, acoplado a fibra óptica, capaz de proporcionar una potencia máxima acoplada en fibra de 100 mW. Cuenta también con un fotodetector para monitoreo de la potencia de salida, un termistor para evaluar la temperatura del semiconductor y un elemento enfriador termoeléctrico. El SDLO-1560-100 es un módulo estabilizado en longitud de onda que ha sido diseñado específicamente para amplificadores de fibra óptica dopada con Erbio en redes de comunicaciones. La estabilidad en la longitud de onda se logra grabando una rejilla de Bragg de banda angosta, ligeramente reflectiva, sobre la fibra óptica, a un metro aproximadamente del encapsulado del diodo. La mayor parte de la luz láser de bombeo pasa a través de la rejilla, pero un pequeño porcentaje se refleja hacia el láser proporcionando retroalimentación óptica. Esta retroalimentación asegura una operación láser únicamente en la longitud de onda de la rejilla, aun cuando la corriente del láser o la temperatura del semiconductor varían.

El módulo de bombeo cuenta con un elemento enfriador termoeléctico y un termistor para el control de la temperatura del semiconductor láser. Diseñamos e implementamos un controlador de temperatura proporcional-integrativo con una estabilidad de +/0.1 °C con el fin de mantener la temperatura de operación de láser en 25 °C durante todas las pruebas. El diagrama esquemático de este controlador se muestra en la figura 3.3. La estabilidad en la temperatura, aunada al resonador de fibra con la rejilla de Bragg, permite mantener la longitud de onda constante en todo el rango de operación del láser.

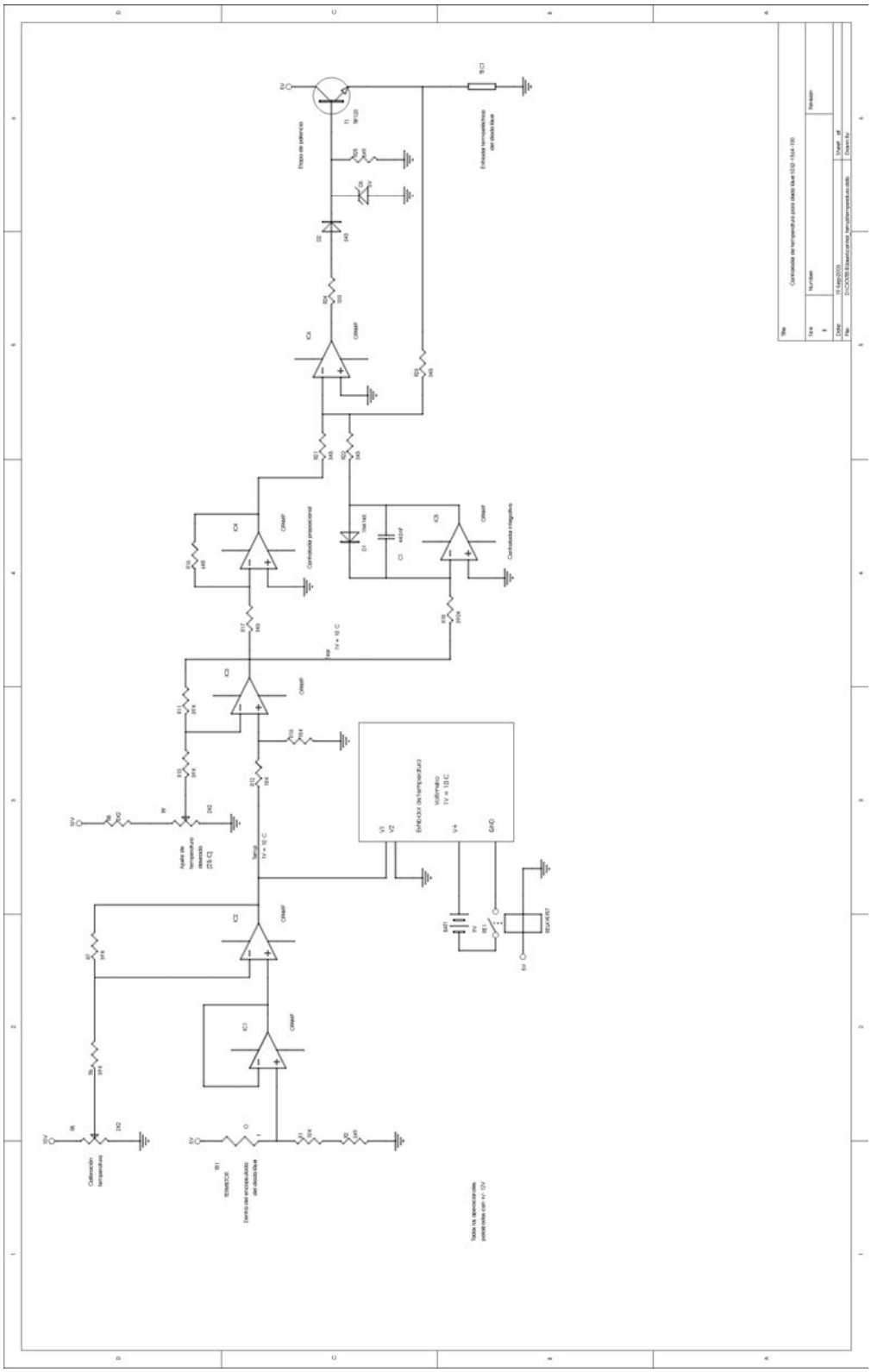

Figura 3.3. Diagrama esquemático de controlador de temperatura tipo proporcional-integrativo para diodo láser SDL0-1564-100.

Nosotros evaluamos la potencia de salida del láser (acoplada en fibra) como función de la corriente de alimentación. Esta caracterización se realizó utilizando un radiómetro externo (), comparando las mediciones con las obtenidas utilizando el fotodetector integrado en el módulo de bombeo. La potencia de salida acoplada a la fibra presenta un comportamiento prácticamente lineal con respecto a la corriente eléctrica proporcionada, como se muestra en la gráfica de la figura 3.4. La corriente del fotodetector integrado presenta también un comportamiento lineal con respecto a la potencia de salida. La corriente de umbral del diodo láser es de 11 mA aproximadamente; pero la mínima corriente para obtener una potencia de salida estable es de 17 mA. La máxima corriente de operación continua es de 190 mA. Esto nos da un rango de operación estable que va desde aproximadamente 5 mW hasta 90 mW de potencia efectiva acoplada en fibra monomodo.

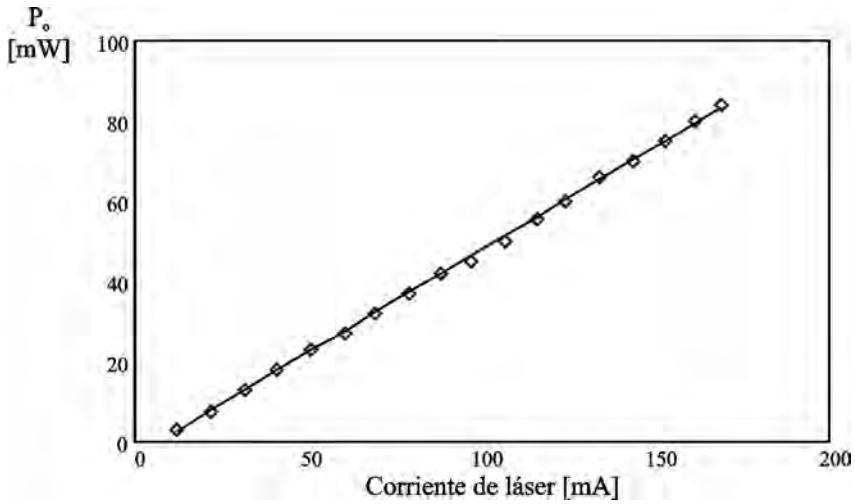

Figura 3.4. Potencia de salida óptica P_o acoplada a fibra del diodo láser de 980nm como función de la corriente de alimentación. Observamos que la radiación láser se incrementa linealmente con la corriente.

Caracterizamos también el tiempo de apagado del sistema integrado por el sintetizador de funciones, la fuente de corriente y el diodo láser. Se empleó un fotodiodo PIN sensible a 980 nm con un tiempo de respuesta de 100 ns para realizar las mediciones. Encontramos que, en conjunto, el sistema presenta un tiempo de decaimiento de bombeo de aproximadamente 5 μs. Este tiempo es 3 órdenes de magnitud menor que el tiempo de decaimiento del Erbio que se quiere medir (9.7 ms aprox.), por lo cual consideramos que la respuesta es adecuada para la medición del tiempo de decaimiento de fluorescencia.

3.2.2 El fotodetector

Con el fin de medir la evolución temporal de la fluorescencia en 1550 nm, se utilizó un fotodetector FCI-InGaAS-120. Este fotodetector ha sido diseñado para comunicaciones ópticas de alta velocidad. Cuenta con una superficie activa de 120 μm, una capacitancia de 1.0 pF y una alta sensibilidad espectral desde 1100 nm hasta 1620 nm. El tiempo de respuesta máximo reportado por el fabricante es 0.3 ns y la NEP típica es de 4.50×10^{-15} W/√Hz. Este dispositivo presenta un encapsulado TO-46 con microlente para mejorar la eficiencia de acoplamiento óptico con fibra.

El fotodetector se operó en modo fotoconductivo debido a que presenta respuesta lineal, un buen desempeño en condiciones de baja iluminación, ancho de banda de hasta 450 kHz, una configuración de amplificación sencilla y una baja dependencia de las fotocorrientes con la temperatura. El circuito de polarización y amplificación

se muestra en la figura 3.5. A continuación evaluaremos, para esta configuración particular, el ruido eléctrico del sistema de fotodetección, su equivalente en potencia de fluorescencia y la linealidad de la respuesta con respecto a la potencia de fluorescencia de 1550 nm incidente sobre el detector.

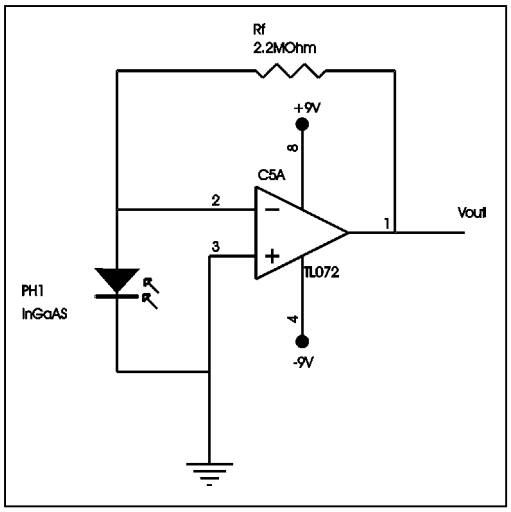

Figura 3.5 Circuito de polarización y amplificación para operación en modo fotoconductivo.

Se pueden identificar dos fuentes de ruido para el sistema de fotodetección: el ruido de disparo y el ruido térmico (o ruido Johnson). El ruido de disparo está relacionado con la fluctuación estadística en la fotocorriente y en la corriente de obscuridad del fotodetector. La magnitud del ruido de disparo se expresa como la corriente cuadrática media (rms) de ruido:

$$I_{sn} = \sqrt{2q(I_P + I_D)\Delta f} \qquad [A_{rms}] \qquad (3.1)$$

Aquí, q=1.6x10^{-19} C es la carga del electrón, I_P es la corriente fotogenerada, I_D es la corriente de obscuridad y Δf es el ancho de banda de medición del ruido. En las condiciones de operación del experimento, la máxima fotocorriente generada fue de 1.6×10^{-6} A, la corriente de obscuridad típica reportada por el fabricante es de 0.05x10^{-9}A, por lo tanto, la corriente de ruido de disparo para un sistema de adquisición con un ancho de banda de 20 MHz en el peor de los casos es:

$$I_{sn} = 3.2 \times 10^{-9}\,A \tag{3.2}$$

Para la configuración utilizada, la corriente de ruido térmico está determinada por la resistencia de retroalimentación R_F en la ecuación:

$$I_{jn} = \sqrt{\frac{4k \cdot T \cdot \Delta f}{R_F}} \qquad [A_{rms}] \tag{3.3}$$

Aquí, I_N es la corriente de ruido, k es la constante de Boltzman (1.38×10^{-23} J/K), T es la temperatura en K (298 K), R_F es la resistencia de retroalimentación del amplificador (2.2 MΩ). Considerando un ancho de banda de adquisición de 20 MHz, se tiene que la corriente de ruido es igual a:

$$I_{jn} = 3.87 \times 10^{-10}\,A \tag{3.4}$$

La corriente total de ruido generada por el fotodetector se determina por:

$$I_{tn} = \sqrt{I_{sn}^{\ 2} + I_{jn}^{\ 2}} \qquad [A_{rms}] \tag{3.5}$$

por lo tanto, la corriente total de ruido para nuestro sistema es:

$$I_{tn} = 3.2 \times 10^{-9}\,A \tag{3.6}$$

La potencia equivalente de ruido (NEP por sus siglas en inglés) se define como la potencia de luz incidente sobre el fotodetector que genera una fotocorriente igual a la corriente de ruido. La NEP está dada entonces por:

$$NEP = \frac{I_{tn}}{R_{\lambda}} \tag{3.7}$$

Aquí, R_{λ} es la responsividad [A/W] e I_{tn} es la corriente total de ruido. Para una responsividad de 0.95A/W, reportada por el fabricante para el detector empleado, la NEP del sistema es:

$$NEP = 3.38x10^{-9}\,W \tag{3.8}$$

Como referencia, la potencia de fluorescencia incidente sobre el detector fue del orden de $1x10^{-6}$ W, es decir, la proporción entre potencia equivalente de ruido y potencia de fluorescencia es de casi 3 órdenes de magnitud.

Un fotodetector se considera lineal si la fotocorriente generada se incrementa linealmente con la potencia de luz incidente. Como el fotodetector FCI-InGaAs-120 ha sido diseñado específicamente para aplicación de comunicaciones (pulsos binarios), el fabricante no proporciona información acerca de la linealidad del mismo. Con el fin de caracterizar la respuesta del fotodetector, implementamos un arreglo donde se hizo incidir la luz proveniente de un diodo láser (Mitsubishi ML976H6F)

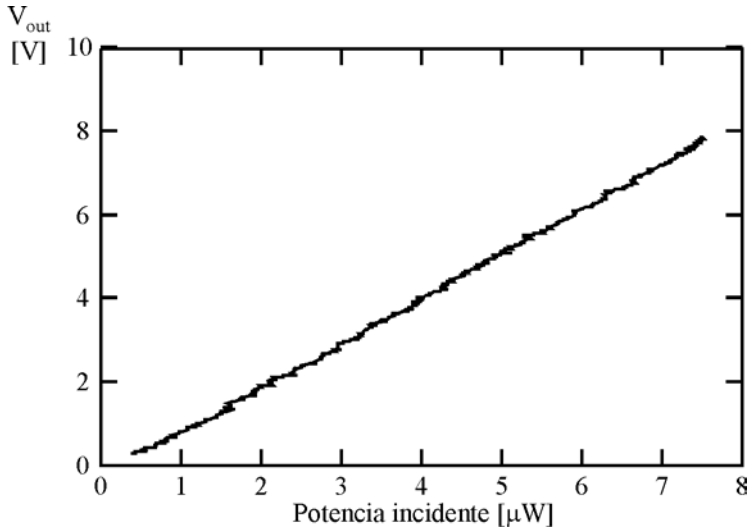

Figura 3.6. Voltaje de salida del fotodetector operado en modo fotoconductivo como función de la potencia incidente en 1550 nm. Se observa que en el intervalo de potencia [0 μW – 7.5 μW] la respuesta del detector es lineal.

con longitud de onda de 1.55 μm sobre el fotodetector. Previamente, se caracterizó la potencia de salida de éste diodo de referencia. La potencia de salida máxima de este diodo láser es de 5 mW para una corriente de 30 mA. Utilizando el diodo láser como referencia, fue posible caracterizar la respuesta del fotodetector en modo fotoconductivo como función de la potencia de luz incidente, los resultados se muestran en la gráfica de la figura 3.6. El arreglo fotodetector-amplificador muestra un comportamiento lineal con una excursión de salida de 0.1 V a 9 V, para el intervalo de potencia incidente [0 μW – 7.5 μW]. El arreglo muestra saturación en 9 V para potencias superiores a 7.5 μW, límite de operación establecido por la fuente de alimentación del amplificador. De este arreglo de caracterización podemos concluir que el voltaje de salida del fotodetector operado en modo fotoconductivo es lineal para la excursión de salida entre 0V y poco menos de 9V.

3.2.3 El multiplexor por longitud de onda

El multiplexor por longitud de onda (MLO), también conocido como acoplador selectivo de longitud de onda, es un importante componente pasivo en los amplificadores de fibra óptica. Básicamente consiste en un acoplador que cuenta con dos fibras en un extremo y una fibra en el otro extremo. Las dos fibras en el primer extremo se pueden utilizar para combinar o separar señales de dos longitudes de onda distintas (980 nm y 1550 nm en este caso); en el otro extremo se pueden conducir ambas longitudes de onda. Existen varios requerimientos para un MLO ideal: baja pérdida de acoplamiento a las longitudes de onda de bombeo y de señal, insensibilidad a la polarización, razón de extinción baja entre dos longitudes de onda (*crosstalk*), baja reflexión y esparcimiento hacia atrás, alto umbral de daño debido a potencia óptica acoplada, ancho de banda de señal grande, estabilidad térmica, tamaño compacto y bajo costo.

El multiplexor de longitud de onda utilizado ha sido diseñado para sistemas de transmisión óptica bidireccional y se fabrica mediante un proceso que asegura una mínima dependencia de polarización. Este dispositivo puede combinar o separar dos diferentes longitudes de onda con alto aislamiento y bajas pérdidas por inserción. Las longitudes de onda de diseño son 980 nm / 1550 nm, el ancho de banda óptico es 10 nm, la pérdida por inserción máxima es 0.4 dB, el aislamiento mínimo es 20 dB, la direccionalidad mínima es 60 dB y la pérdida debida a polarización es menor a 0.1 dB. Las terminaciones del WDM utilizado son fibra óptica monomodo

compatible con la fibra de salida del diodo láser y con la fibra óptica dopada con Erbio.

Medimos la pérdida por inserción y acoplamiento midiendo la potencia óptica de salida del WDM, mientras se bombea con el láser de 980nm en el extremo correspondiente del multiplexor. Observamos una perdida de 0.5dB, la cual es constante para todo el rango de potencia de bombeo disponible.

3.2.4 La fibra dopada con Erbio

Utilizamos, como elemento sensor de temperatura, fibra óptica dopada con Erbio fabricada por IPHT Jena. Esta fibra ha sido diseñada como elemento activo para amplificadores de fibra óptica. Cuenta con una concentración de dopante de 2300 ppm (mol). El vidrio anfitrión es sílica. El diámetro del núcleo de la fibra es de 2.7 μm (NA: 0.27) y el diámetro exterior del revestimiento es 125 μm. Esta fibra presenta un recubrimiento exterior acrílico para un diámetro total de 250 μm.

En el arreglo experimental se utilizaron 10 cm de fibra dopada pegada por fusión al WDM. Se caracterizó la dependencia de la fluorescencia de la fibra en 1500 nm con respecto a la potencia de bombeo en 980 nm, utilizando el arreglo experimental completo mostrado en la figura 3.1. En la figura 3.7 se muestra la gráfica de salida del detector como función de la corriente de diodo láser de bombeo. Observamos que inicialmente no hay respuesta para bajas corrientes de láser de bombeo, porque no

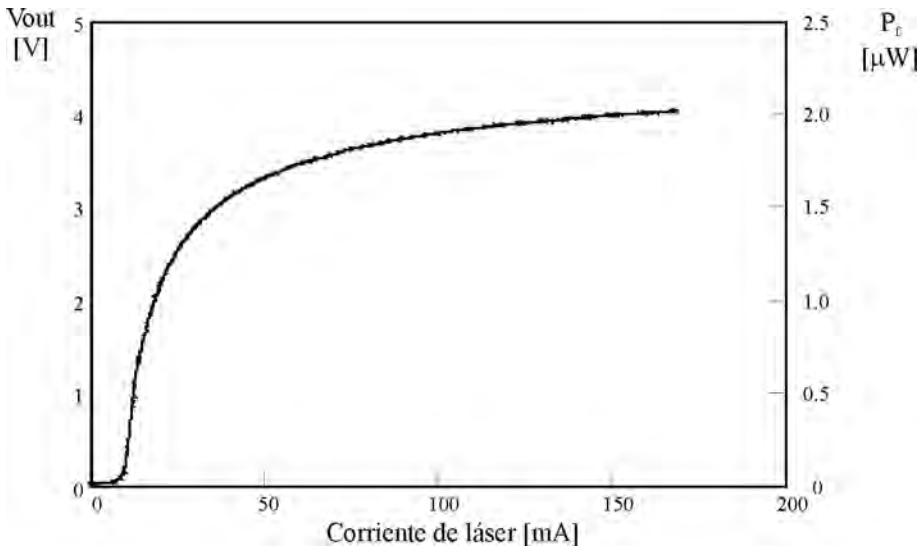

Figura 3.7. Voltaje de salida del fotodetector (o potencia de fluorescencia) en 1550nm como función de la corriente del diodo láser de bombeo en 980 nm. El voltaje V_{out} se relaciona linealmente con la potencia de la fluorescencia P_f. La exitancia de fluorescencia no se incrementa de forma lineal con la potencia de bombeo.

puede establecerse la emisión láser dentro de la cavidad. Después de que el láser comienza a emitir, alrededor de 10 mA, la fluorescencia se incrementa rápidamente, pero de forma poco lineal. Cuando la corriente del láser alcanza 40 mA, se observa una rodilla, antes de que la fibra comience a saturarse. Después, el cambio en fluorescencia es pequeño con respecto al incremento en la corriente de láser de bombeo. La respuesta de fluorescencia con respecto a la potencia de bombeo es claramente no lineal, demostrando que este sistema radiativo no es lineal. Este comportamiento puede ser modelado por las ecuaciones de población para un régimen de bombeo constante, 2.10 y 2.11. La figura 3.7 muestra una buena correspondencia con la figura 2.3, donde se muestran los resultados de la simulación para las poblaciones N_1 y N_2 en función de la tasa de bombeo. Comparando ambas figuras, podemos decir que es probable que, con una corriente del láser de bombeo de

25 mA, se alcance una inversión relativa de población entre los niveles $^4I_{13/2}$ y $^4I_{15/2}$. Esta inversión de población puede resultar en amplificación de emisión espontánea.

El voltaje máximo de salida obtenido en el arreglo fotodetector-amplificador es cercano a 4V, cuando el diodo láser se alimenta con una corriente de 180 mA. Esto corresponde a una potencia de fluorescencia incidentes sobre el detector de aproximadamente 2 μW, y una potencia efectiva de bombeo de 80 mW. Es cuestionable que la potencia de fluorescencia de la fibra alcance 2.5 μW, para cualquier potencia de bombeo.

3.3 Conclusiones

Encontramos que el *sistema*, constituido por el diodo láser, la fibra dopada y el fotodetector, no se comportan de manera lineal. Sin embargo, después de realizar la caracterización de cada elemento que los constituye, encontramos que tanto el diodo láser de bombeo, como el subsistema fotodetector-amplificador, presentan un comportamiento lineal. En base a los resultados experimentales obtenidos, podemos afirmar que el único proceso no lineal en el arreglo es la fluorescencia producida en fibra. Este comportamiento puede ser explicado en base a las ecuaciones de tasas población, expuestas en el capítulo anterior.

Capítulo 4
Sensor de temperatura midiendo decaimiento de fluorescencia

4.1 El decaimiento de fluorescencia en la fibra dopada con Erbio

El primer paso en la medición del tiempo de decaimiento de fluorescencia, para evaluar la temperatura, consiste en medir la potencia de fluorescencia como función del tiempo, después de que el láser de bombeo ha sido apagado completamente al un tiempo t = 0.

El arreglo experimental corresponde al mostrado en la figura 3.1. La figura 4.1 representa un diagrama a bloques ilustrando las funciones principales de la medición del decaimiento de fluorescencia; la forma de cada onda se muestra después de cada bloque funcional. Por definición, el láser se apaga completamente cuando el tiempo t es igual a 0. En la realidad, se utiliza una señal cuadrada de 4 Hz para modular la corriente del láser de bombeo, Esto nos permite medir el decaimiento de fluorescencia hasta 4 veces por segundo. La frecuencia de muestreo se fijó en 50 kHz, se disparó el osciloscopio utilizando la señal de sincronía del sintetizador de funciones. La digitalización se realizó con una resolución vertical de 9 bits.

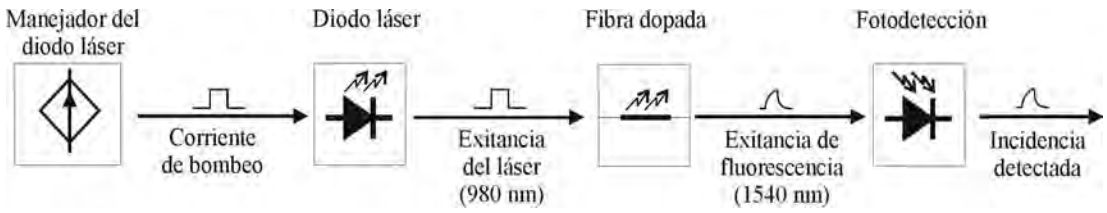

Figura 4.1. Diagrama de bloques donde se muestran las principales funciones en la medición del tiempo de decaimiento de fluorescencia.

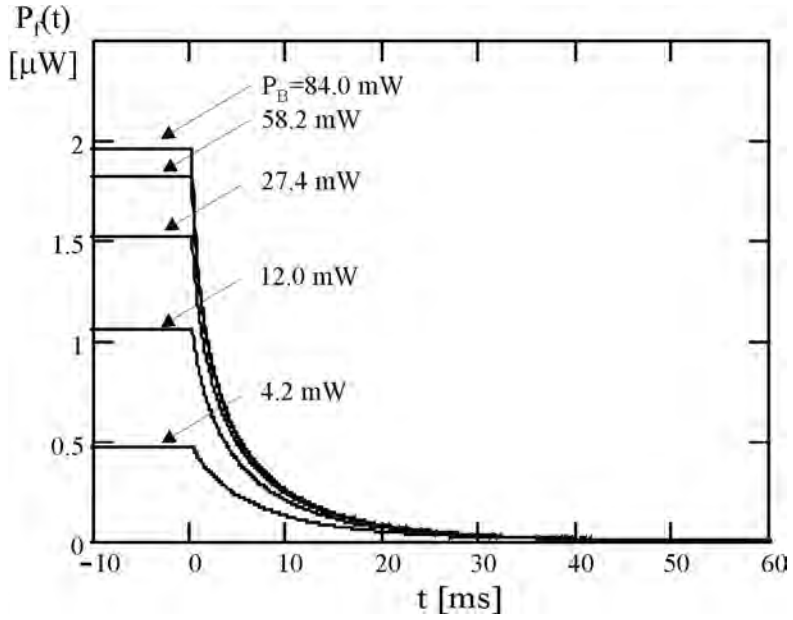

Figura 4.2a. La potencia de fluorescencia medida P_f como función del tiempo, para potencias de bombeo de 4.2 mW a 84 mW. La radiación de bombeo es apagada al tiempo t = 0.

Medimos la potencia de fluorescencia como función del tiempo después del instante en que la potencia constante de bombeo se interrumpe. El láser de bombeo responde de forma casi instantánea, con un tiempo de apagado menor que 2 μs, generando una señal aproximadamente cuadrada.

Inicialmente, el horno (y la fibra dentro de él) se mantuvieron a temperatura ambiente, mientras se probaban potencias de bombeo pico desde 4 mW hasta 84 mW. Este paso fue realizado con el fin de encontrar la potencia de bombeo más adecuada (con la mayor relación señal - ruido) para la determinación de la constante de tiempo.

En la figura 4.2a se muestra la potencia de fluorescencia medida, como una función del tiempo para potencias de bombeo desde 4.2 mW hasta 84 mW. El bombeo es interrumpido al tiempo t=0. En la figura 4.2b se muestra la potencia de fluorescencia

normalizada. El factor de normalización utilizado es la potencia de fluorescencia emitida cuando el láser de bombeo se encuentra encendido y el bombeo es constante.

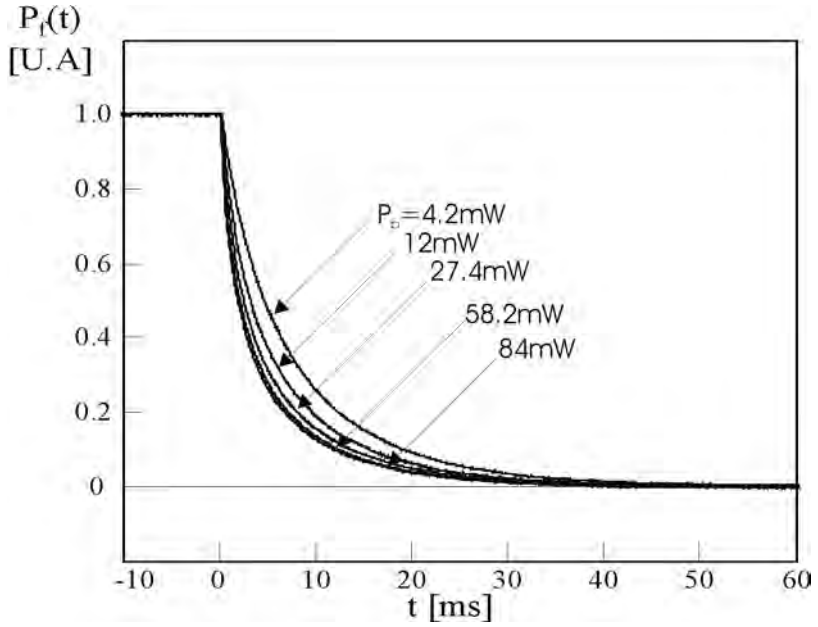

Figura 4.2b. Decaimiento de fluorescencia P_f normalizada como función del tiempo para distintas potencias de bombeo P_b.

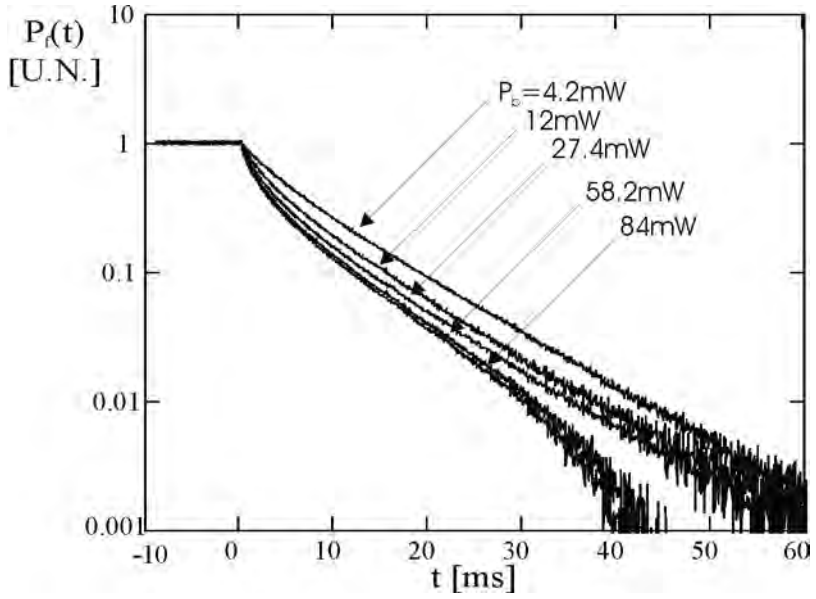

Figura 4.2c. Potencia de fluorescencia normalizada P_f como función del tiempo, para diferentes potencias de bombeo, en escala semilogarítmica.

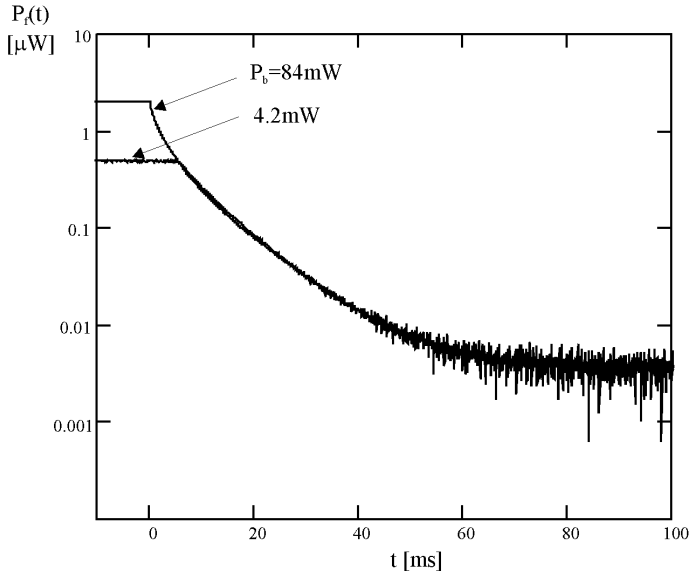

Figura 4.2d. Decaimiento de fluorescencia para dos potencias de bombeo como función del tiempo. P_f es la potencia de fluorescencia y P_b es la potencia pico de bombeo. La señal correspondiente a un bombeo de 4.2 mW ha sido retrasada 5.4 ms. En ninguno de los casos la función corresponde a una exponencial simple.

Se obtuvo el resultado inesperado de que la fluorescencia decae más rápidamente para altas potencias de bombeo. En todos los casos, la potencia de fluorescencia decae a prácticamente cero 60 ms después de apagar el bombeo; pero las curvas obtenidas con altas potencias de bombeo muestran constantes de tiempo más bajas. Este comportamiento es más evidente cuando la potencia de fluorescencia normalizada se muestra en escala semilogarítmica, ilustrada en la figura 4.2c. Esta gráfica muestra que el decaimiento no presenta un comportamiento exponencial simple para ninguna potencia de bombeo: ninguna de las curvas es una perfecta línea recta. Todas ellas presentan una pequeña desviación, especialmente obvia durante los primeros 10 ms. Esta desviación es más marcada a altas potencias de bombeo.

En la figura 4.2d se muestra el decaimiento no normalizado únicamente para potencias de bombeo de 4.2 mW y 84 mW, con el fin de comparar la evolución del decaimiento de fluorescencia en distintas condiciones de bombeo. La señal correspondiente a 4.2 mW se ha retrasado 5.4 ms con el fin de sobreponer ambas señales cuando la exitancia de fluorescencia de ambos casos es igual. Para lograr la máxima correspondencia entre ambas señales fue necesario hacer un ajuste de 2.5nW en la línea de base de una de ellas. Este cambio en la línea de base probablemente se deba a desviaciones del sistema de adquisición y no al proceso de florescencia. En esta comparación encontramos que, para las potencias de bombeo empleadas, el sistema no parece tener memoria, pues el comportamiento en los dos casos es igual cuando la potencia de fluorescencia (y presumiblemente la población N_2) es la misma.

No tenemos conocimiento de que esta dependencia de la constante de tiempo con respecto a la potencia de bombeo haya sido reportada anteriormente. El bombeo a una única potencia de bombeo, generalmente baja, empleada por la mayoría de los investigadores, no permite la observación de este fenómeno. Probablemente, esta desviación del comportamiento exponencial simple es producido por un fenómeno de amplificación de emisión espontánea. La posible inversión relativa de población entre los niveles N_1 y N_2 cuando se bombea con altas potencias, aunado a la longitud de la fibra y la alta concentración del dopante, podrían favorecer este fenómeno de amplificación.

4.2 La constante de tiempo

Como es acostumbrado en el modelado de fenómenos físicos, nosotros tratamos de describir el comportamiento del sistema con el menor número de parámetros posibles. En este caso, consideramos un filtro pasa-bajas como primer aproximación a este sistema. Frecuentemente, esta aproximación es útil únicamente durante las primeras etapas del análisis. No obstante de ser un modelo imperfecto, la descripción del sistema con un único parámetro (constante de tiempo) permite predecir la respuesta en un gran número de casos. Esta representación del decaimiento con una única constante de tiempo τ se ha utilizado frecuentemente, y es simple y conveniente. En el caso de la fibra dopada con erbio, τ es dependiente de la temperatura T.

$$P_f(t,T) = P_f(t=0)\exp\left(\frac{-t}{\tau(T)}\right) \qquad \text{para } t \geq 0 \qquad [W] \qquad (4.1)$$

Nosotros seguimos la práctica de modelar el sistema como un filtro pasa-bajas porque describe adecuadamente la respuesta temporal del decaimiento de fluorescencia. No obstante, la figura 4.2c indica que esta descripción se desvía del comportamiento real para altas potencias de bombeo. El hecho de que el decaimiento medido no es una exponencial simple, dificulta el uso de los algoritmos conocidos para encontrar la constante de tiempo. En la figura 4.2c es claro que el tiempo de decaimiento es dependiente del intervalo de datos que se tomen para calcularlos. Para el caso de un bombeo con 12 mW habrá una diferencia importante en el cálculo de la constante de

tiempo si se toman únicamente los primeros 20 ms o si se toman hasta 40 ms. El problema es aún mayor para potencias más altas de bombeo. Debido a eso, se decidió trabajar con la potencia de bombeo más baja posible, para lograr la mejor correspondencia con una exponencial simple. Desafortunadamente, para bajas potencias de bombeo también se tiene la mayor dependencia del tiempo de decaimiento con respecto al bombeo.

4.3 El proceso no lineal de generación de fluorescencia

Examinando la figura 4.1, podemos observar que el proceso de generación de fluorescencia involucra varios bloques funcionales que incluyen la modulación de la corriente del láser, el láser cuya emisión es usada para bombear la fibra, el segmento de fibra óptica dopada con Erbio, la emisión de fluorescencia y el subsistema de detección y amplificación. Si consideramos al proceso completo como un *sistema*, podemos pensar en la corriente de alimentación del láser como la entrada y la potencia incidente detectada como la salida. Este sistema no parece comportarse de forma lineal, tanto en generación potencia de fluorescencia (amplitud), como presentando una constante de tiempo única (tiempo).

El *sistema* incluye, en adición a la fibra que genera fluorescencia, el subsistema del láser de bombeo y el subsistema de detección y amplificación, donde la potencia radiativa incidente es traducida en un voltaje de salida. Nosotros realizamos la caracterización necesaria de estos componentes con el fin de asegurar que ambos

procesos son lineales en nuestro experimento. En las figuras 3.6 y 3.7 (capítulo 3), podemos observar que la potencia efectiva de bombeo es una función lineal de la corriente que alimenta al láser. También podemos obervar que el voltaje de salida del subsistema detector-amplificador se comporta de forma lineal con respecto a la potencia incidente, para el rango de salida [0 V – 8.5 V]. Se confirma entonces que el fotodetector opera dentro del rango de respuesta lineal en nuestro experimento. Por lo tanto, es posible atribuir la no linealidad del sistema al proceso de fluorescencia en la fibra dopada con Erbio que se propone como elemento sensor.

A continuación evaluamos la constante de tiempo en base a la medición del decaimiento de fluorescencia, una vez que hemos asegurado que la respuesta temporal puede atribuirse únicamente a la fluorescencia.

4.4 Estimación experimental de la temperatura

4.4.1 Condiciones de operación

El decaimiento de la población desde estado excitado $^4I_{13/2}$, después de que el bombeo es interrumpido, depende de la temperatura. Esta observación nos permite seleccionar la constante de tiempo como un parámetro para caracterizar el comportamiento dependiente de la temperatura. Evaluamos la constante de tiempo un intervalo de temperatura de 30 °C a 100 °C, utilizando tres métodos numéricos diferentes para calcular la constante de tiempo.

Los primeros dos métodos utilizados son el ajuste logarítmico por mínimos cuadrados y el método de Prony (Apéndice A). Ambos métodos resuelven la constante de tiempo para ajustar los datos medidos a una curva exponencial simple como en la ecuación 4.1. El tercero es un método integrativo, donde se realiza la integral a lo largo del tiempo de la potencia del decaimiento fluorescencia y se evalúa su dependencia con la temperatura.

El bombeo fue modulado con una señal cuadrada de 4 Hz para obtener el tiempo de decaimiento por medio del método de ajuste logarítmico por mínimos cuadrados no lineales. La potencia pico de bombeo se fijó en 4.5 mW, buscando obtener un comportamiento cercano a un sistema lineal de primer orden. No fue posible bombear con menor potencia debido a que el láser no es estable en esas condiciones. La información de potencia de fluorescencia fue muestreada a una frecuencia de 50 kHz con un ancho de banda de adquisición limitado a 20 MHz. El proceso fue repetido un número estadísticamente significativo de veces, con el fin de analizar la dispersión en las mediciones.

Definimos la relación señal ruido (SNR por sus siglas en inglés) como la razón entre la máxima amplitud del voltaje medido a la salida del subsistema de fotodetección cuando el láser de bombeo está encendido y el voltaje de salida del mismo subsistema en ausencia de bombeo (y de fluorescencia).

Con en fin de mejorar la relación señal ruido, se promediaron las mediciones de forma de onda de decaimiento de 128 eventos consecutivos. La señal de sincronía

entre el sintetizador de funciones y el sistema de adquisición permite un error de sincronía máximo de 50 ns entre los eventos promediados. Con esta técnica se logró una SNR de 820 (52.3 dB). Si se toma un solo evento, sin promediar, la SNR es de tan solo 270 (48.6 dB).

El tiempo total de adquisición, utilizando la frecuencia de bombeo es 4 Hz y evaluando el promedio de 128 eventos consecutivos es de aproximadamente 32 segundos.

4.4.2 Evaluación de la constante de tiempo por ajuste logarítmico por mínimos cuadrados

El método de ajuste logarítmico por mínimos cuadrados nos permite conocer la constante de tiempo para una señal del tipo:

$$f(t) = A\exp\left(\frac{-t}{\tau(T)}\right) + B \tag{4.9}$$

Aquí, A es una constante, t es el tiempo, τ es la constante de tiempo y B es una constante conocida como offset de línea de base. Este método requiere que la señal no presente línea de base, es decir B debe ser igual a 0. Esto implica que, para un tiempo t suficientemente largo, la salida del sistema debe ser cero. Nosotros encontramos, para este arreglo experimental, una pequeña desviación en la línea de

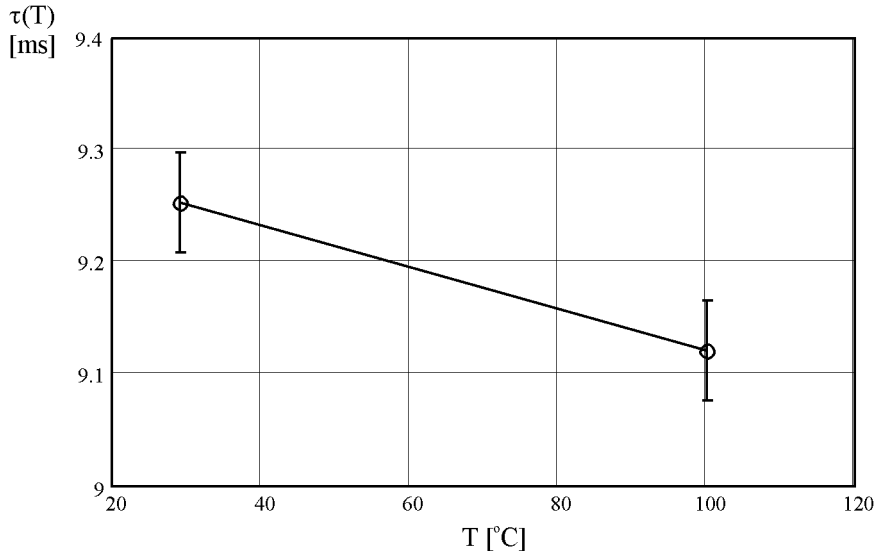

Figura 4.3a. Tiempo de decaimiento τ como función de la temperatura para el método de ajuste logarítmico por mínimos cuadrados. La sensibilidad es –1.876 μs/°C. La desviación estándar es 8 °C. Las barras verticales indican la máxima desviación con respecto al promedio de múltiples mediciones realizadas a la misma temperatura.

base del orden algunos milivolts. Esta pequeña desviación es suficiente para afectar el valor de la constante de tiempo calculada, por lo que fue restado de los datos muestreados antes de calcular el valor de τ(T). Por definición, t es igual a cero en el momento en que se apaga el pulso de bombeo. El término B se calculó promediando 200 muestras tomadas cuando t es mayor a 35 ms. Se digitalizaron y almacenaron las primeras 2000 muestras (equivalentes a 40 ms) a partir del momento de apagado del pulso de bombeo para calcular la constante de tiempo. Estas muestras fueron normalizadas en amplitud evaluando el valor de A promediando 200 muestras tomadas justo antes del apagado del bombeo.

Se realizaron mediciones a 30 °C y a 100 °C con el fin de evaluar la sensibilidad y la repetitividad de los tres métodos propuestos para medir el tiempo de decaimiento (ajuste logarítmico, método de Prony y método integrativo). En la gráfica de la figura

4.3a se muestran los resultados obtenidos con el método de ajuste logarítmico con mínimos cuadrados. El tiempo de decaimiento para temperatura ambiente (30 °C) calculado con este método fue de 9.25 ms aproximadamente. Este tiempo corresponde con resultados reportados anteriormente para el Erbio.[1,2,3,4,5] La sensibilidad obtenida fue de –1.876 μs/°C y la desviación estándar es de aproximadamente 8 °C. El signo negativo indica que el tiempo de decaimiento se reduce cuando aumenta la temperatura en la fibra dopada.

La dispersión máxima en las mediciones tomadas a la misma temperatura está indicada por las barras de error en la figura 4.3a. Esta dispersión depende en gran medida de la técnica utilizada para eliminar la línea de base. Si esta no es restada antes de evaluar el tiempo de decaimiento, se puede obtiene una desviación estándar significativamente más alta. Si se utiliza el método de Smith para encontrar el valor de B (Apéndice A) la dispersión también es mayor, probablemente porque la señal no corresponde a una exponencial decreciente simple y porque este método es más sensible al ruido.

4.4.3 Evaluación de la constante de tiempo por método de Prony

Evaluamos el tiempo de decaimiento con el método de Prony (Apéndice A) en base a las mismas mediciones usadas con el método de ajuste logarítmico. Al igual que en el caso anterior, el término B correspondiente a la línea de base se calculó promediando las últimas 200 mediciones de cada ciclo. Calculamos la constante de

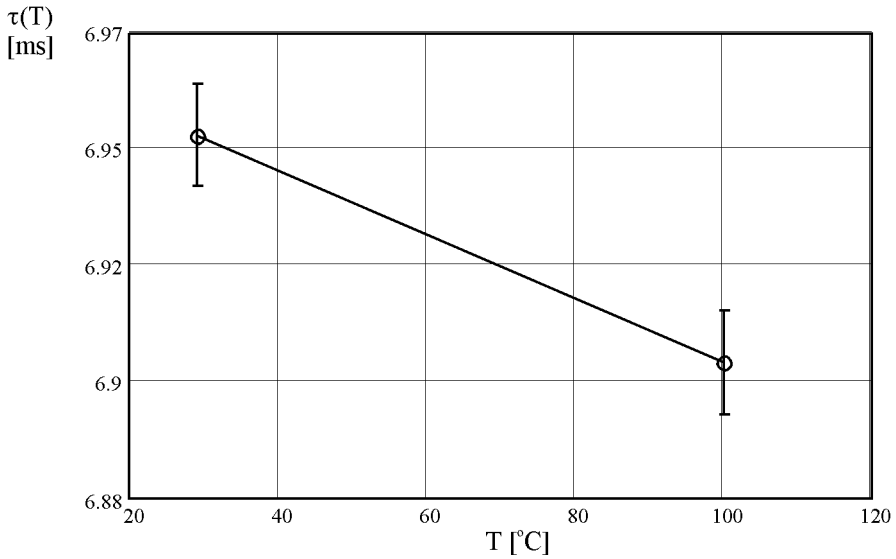

Figura 4.3b. Tiempo de decaimiento τ como función de la temperatura para el método de Prony. La sensibilidad es –0.620 μs/°C. La desviación estándar es 5 °C. Las barras verticales indican la máxima desviación con respecto al promedio de múltiples mediciones realizadas a la misma temperatura.

tiempo utilizando 2000 muestras, correspondientes a 40ms. Ajustamos el parámetro ΔN a 13, buscando la menor dependencia del tiempo de decaimiento calculado con respecto al cambio de ΔN. Para valores de ΔN mayores, el tiempo de decaimiento calculado cambia para un mismo conjunto de datos. Esta dependencia puede atribuirse al hecho de que no se trata de una exponencial simple; si lo fuera, el tiempo de decaimiento obtenido debería ser independiente del término ΔN.

En la gráfica de la figura 4.3b se muestras los resultados obtenidos con el método de Prony. El tiempo de decaimiento calculado es diferente, pues ahora tenemos 6.95 ms a 30 °C, cuando anteriormente se calculó 9.25 ms con el método de ajuste logarítmico. Con el método de Prony método se obtiene una sensibilidad menor, $-0.620\,\mu s/°C$; pero la dispersión en las mediciones es más baja, con una desviación

estándar de 5.3 °C. De estos resultados se concluye que el método de Prony resulta ventajoso comparado en el método de ajuste logarítmico.

En las gráficas de la figura 4.4 se comparan los datos medidos experimentalmente para el decaimiento de fluorescencia a 30 °C y las funciones exponenciales exp(-t/τ) con las constantes obtenidas mediante los dos métodos anteriores. Es claro que ninguna de las dos funciones ajusta de manera adecuada a los datos experimentales. Esta falta de correspondencia de los datos experimentales para el decaimiento de fluorescencia con la función exponencial afecta de manera desfavorable el desempeño de estos algoritmos.

Las constantes de tiempo calculadas difieren por aproximadamente 25%, debido a que la curva de decaimiento de fluorescencia no corresponde a una exponencial simple. Es posible encontrar una función que ajuste mejor a la curva de decaimiento sumando dos exponenciales simples.

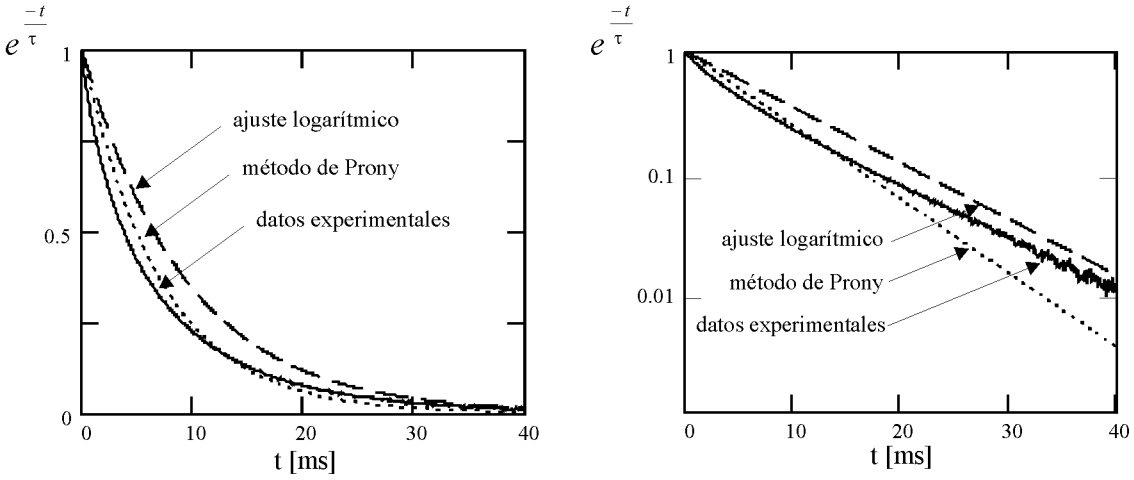

Figura 4.4. Comparación entre la medición experimental de decaimiento de fluorescencia y los resultados obtenidos para el cálculo de la constante de tiempo para exp(-t/τ) con el método de ajuste logarítimico y el método de Prony. La gráfica de la derecha se muestra en escala logarítmica.

$$f(t) = A_1 \exp\left(\frac{-t}{\tau_1}\right) + A_2 \exp\left(\frac{-t}{\tau_2}\right) \tag{4.3}$$

Aquí, el decaimiento es la suma de dos exponenciales con diferentes constantes de tiempo. En este caso, dos coeficientes exponenciales no tienen sentido físico. Esta aproximación no es particularmente práctica para termometría, porque se requiere ajustar 4 parámetros para cada curva. Se pierde así la simplicidad del modelo original.

4.4.4 Evaluación de la constante de tiempo integrando la función de decaimiento

La integral de la función de decaimiento de fluorescencia no proporciona de forma directa el valor de la constante de tiempo del sistema; pero sí es dependiente de ella y por ende, de la temperatura. Para el intervalo de temperatura probado [30 °C - 100 °C], el cambio en el tiempo de decaimiento es tan pequeño que la integral de la función de decaimiento (durante un intervalo de 40 ms) decrece linealmente con respecto a la temperatura.

Se utilizaron el mismo conjunto de datos que en los dos métodos anteriores, restando de igual manera el término B correspondiente al offset de línea de base. En cada caso se normalizaron las curvas para una amplitud máxima de 1 unidad cuando el tiempo es igual a cero. Se integró durante el mismo intervalo de 40 ms. Los resultados obtenidos se muestran en la gráfica de la figura 4.5. La integral a temperatura

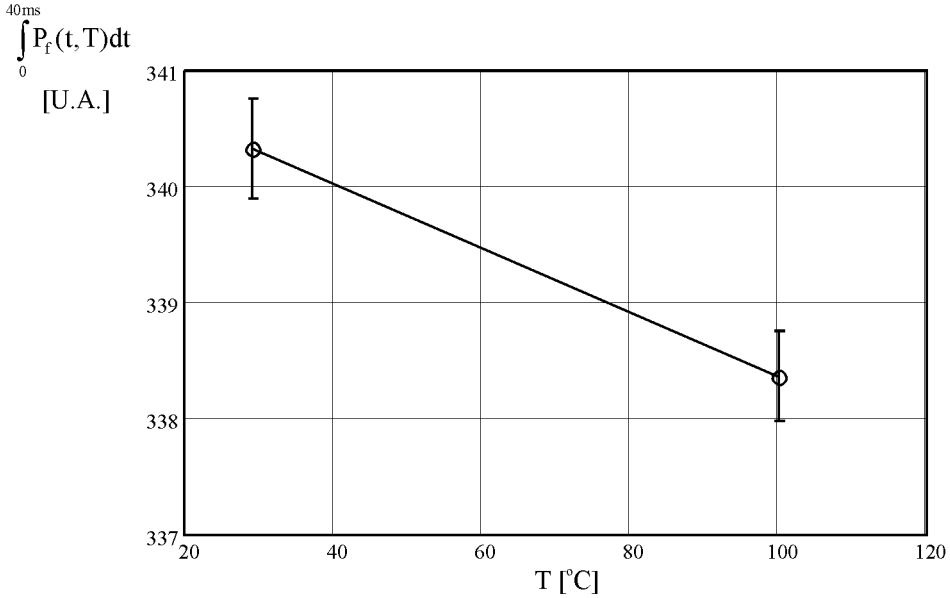

Figura 4.5. Integral de la función de decaimiento de fluorescencia normalizada para un periodo de 40ms como función de la temperatura. Pf es la potencia de fluorescencia.

ambiente (30 °C) para potencia normalizada es de 340.3 unidades. La sensibilidad lograda con este método es de –0.028 unidades/°C. La desviación estándar lograda con este método es de 5 °C; es comparable con el desempeño logrado con el método de Prony, y muestra una desviación tres veces menor que el método de ajuste logarítmico.

Aún cuando este método es menos sensible al ruido de alta frecuencia, pequeños cambios en la línea de base inducen un error más grande que en los dos métodos anteriores, puesto que este error se integra durante 40 ms. Este método también es sensible a errores en la normalización previa a la integración por la misma razón.

4.4.5 Evaluación del desempeño los métodos utilizados para la medición de temperatura

Los resultados obtenidos en la estimación de la temperatura en base a la medición del tiempo de decaimiento de fluorescencia son tan buenos como los resultados publicados por otros investigadores para sensores basado en tiempo de decaimiento de fluorescencia.[6] No obstante, una desviación estándar de 5 °C, que representa un probable error máximo en la medición de hasta 15 °C, no es aceptable si se requiere un sensor de temperatura con resolución de 1 °C.

Nuestras simulaciones numéricas realizadas para una exponencial decreciente ideal con una proporción de ruido equivalente a la medida experimentalmente, predicen una desviación estándar en las mediciones similar a la obtenida. Esto indica que la alta dispersión depende más de la SNR que del comportamiento no exponencial del sistema; por lo tanto, si se desea reducir la dispersión en las mediciones, es necesario aumentar la SNR. Aún cuando una SNR de 820 parece suficientemente alta, cuando se muestrean los datos correspondientes a un tiempo equivalente a 3τ después de que se ha apagado el láser, se observa que la proporción de ruido es muy alta (fig. 4.2), la señal prácticamente es enterrada bajo el ruido. Si se desea evaluar τ con mejor resolución, es necesario muestrear un conjunto de datos equivalentes a 5τ. Esto no es posible con la actual SNR de este arreglo experimental.

4.5 Conclusiones

El tiempo de decaimiento de fluorescencia para la fibra óptica de vidrio dopada con Erbio fue medido en el intervalo de temperatura [30 °C – 100 °C]. Nosotros encontramos que, en nuestro arreglo experimental, la potencia de fluorescencia y la constante de tiempo dependen de la potencia de bombeo, en adición a la temperatura, la variable crítica para el diseño del sensor.

Durante la caracterización, obtuvimos el resultado inesperado de que la fluorescencia decae más rápidamente para altas potencias de bombeo. También observamos que el decaimiento de florescencia no es una exponencial simple. Debido a esto, el resultado de la evaluación de la constante de tiempo depende del algoritmo utilizado para calcularla. Esto no es importante, porque el parámetro que arroja cualquiera de los algoritmos presenta dependencia con la temperatura. La diferencia importante es la sensibilidad a la temperatura y al ruido de cada uno.

Caracterizamos la sensibilidad de la constante de tiempo con respecto a la temperatura, para condiciones de baja potencia de bombeo. En estas condiciones, utilizando el método de Prony, calculamos la constante de tiempo como 6.95 ms a temperatura ambiente, con sensibilidad de –0.620 μs/°C. La desviación estándar obtenida fue de 5 °C, lo que indica que la temperatura puede ser estimada con un error de +/- 15 °C. Estos resultados son comparables con otros resultados publicados anteriormente para sensores de temperatura basados en decaimiento de fluorescencia.

Para alcanzar una resolución mejor que la obtenida, es necesario aumentar la frecuencia de muestreo, el tiempo total de adquisición y aumentar la resolución vertical de digitalización. Todo esto implica aumentar la relación señal ruido del subsistema de detección y amplificación.

[1] Z. Y. Zang, K. T. V. Grattan, A. W. Palmer, B. T. Meggitt, T. Sun, "Characterization of erbium-doped intrinsic optical fiber sensores probles at high temperatures", Rev. Sci. Intrum., 69, 2924 (1998).
[2] T. Sun, Z.Y. Zhang, K.T.V Grattan, "Erbium/ytterbium fluorescence based fiber optic temperature sensor system", Rev. Sci. Instrum. 71, 4017 (2000).
[3] Z. Y. Zhang, K. T. V. Grattan, A. W. Palmer, B. T. Meggitt, T. Sun, "Fluorescence decay-time characteristics of erbium-doped optical fiber at elevated temperatures", Rev. Sci. Instrum., 68, 2764 (1997).
[4] T. Sun, Z. Y. Zhang, K. T. V. Grattan, A. W. Palmer, "Determination of local high temperature excursion in an intrinsic doped fiber fluorescence-based sensor", Rev. Sci. Instrum., 69, 2930 (1998).
[5] V.C. Fernicola, L. Rosso and R. Galleano, "Investigations on exponential lifetime measurementes for fluorescence themometry", Rev. Sci. Instrum., 71, 2938 (2000).
[6] Wade S.A., Forsyth D.I., Grattan K.T.V. "Fiber optic sensor for dual measurement of temperature and strain using a combined fluorescence lifetime decay and fiber Bragg grating technique", Rev. Sci. Instrum, 72, 3186 (2001)

Capítulo 5
Sensor de temperatura midiendo retraso de fase

5.1 Medición de diferencia de fase

En capítulos anteriores, hemos establecido que el sistema que incluye el láser de bombeo, un segmento de fibra óptica dopada con Erbio y un fotodetector de fluorescencia no presenta un comportamiento lineal. El sistema se modeló como un filtro pasa-bajas, como primera aproximación. Se encontraron diferentes constantes de tiempo para dos algoritmos distintos. También se encontró que la constante de tiempo es dependiente de la potencia de bombeo, aparte de la temperatura. Finalmente, se obtuvo una dispersión de casi +/- 15 °C, con respecto al promedio, para múltiples mediciones realizadas a la misma temperatura. Si quisiéramos reducir esta dispersión obtenida con la técnica de medición de tiempo de decaimiento, sería necesario aumentar la SNR y la resolución vertical del subsistema de digitalización.

Los resultados poco satisfactorios obtenidos anteriormente nos motivaron a cambiar la forma de onda moduladora del bombeo, de una onda cuadrada a una onda sinusoidal. Considerando nuevamente la aproximación a un filtro pasa-bajas, se espera que la salida de fluorescencia del sistema sea también una señal sinusoidal, con un retraso en fase dependiente de la constante de tiempo del sistema.

5.2 Bombeo con una frecuencia única

Con el fin de evaluar la temperatura, estamos interesados en el retraso de fase para una corriente del láser de bombeo modulada por una onda sinusoidal de frecuencia ω. Su representación como función del tiempo puede darse como se muestra a continuación.

$$I(t) = I_{DC} + I_{AC}\cos(\omega t) \qquad [A] \qquad (5.1)$$

La componente constante en la corriente I_{DC} es necesaria porque el diodo láser no puede alimentarse con corrientes negativas y debe permanecer siempre encendido. Nosotros definimos de forma arbitraria que el retraso de fase inicial de la corriente del láser es cero. En el caso de un sistema lineal, se espera que la potencia de fluorescencia medida presente la misma forma sinusoidal, pero con un retraso de fase ϕ, dependiente de la temperatura.

$$P_f(t) = P_{DC} + P_{AC}\cos(\omega t + \phi(T)) \qquad [W] \qquad (5.2)$$

Si asumimos que un filtro pasa-bajas de primer orden describe adecuadamente la respuesta temporal de la potencia de fluorescencia P_f, como hicimos anteriormente, entonces el retraso de fase $\phi(T)$ puede calcularse en base a la función de transferencia del sistema H(s) .

$$H(s) = \frac{1}{\tau(T)s + 1} \tag{5.3}$$

El valor esperado de para ϕ es dependiente de la temperatura, puesto que τ es dependiente de la temperatura.

$$\phi(T) = \tan^{-1}\left(\omega\tau(T)\right) \tag{5.4}$$

Se mostró anteriormente que este sistema no se comporta exactamente como un sistema lineal. Se puede esperar que la respuesta de la fibra dopada con Erbio a un bombeo modulado con una onda sinusoidal sea una salida también de forma sinusoidal (frecuencia fundamental), con un retraso de fase, aunada a múltiples armónicos con coeficientes decrecientes y cierto retraso. El número de armónicos necesarios para modelar la salida del sistema, y la magnitud de sus coeficientes, indican que tan cercano el comportamiento de la fibra dopada con Erbio con respecto a un sistema lineal en la generación de fluorescencia. En el caso discreto (tiempo), nosotros lo modelamos como una suma de N/2 componentes de Fourier.

$$P_f(t) = P_{DC} + \sum_{i=0}^{N/2} P_i \cos\left(\frac{i\omega t}{N} + \phi_i\right) \tag{5.5}$$

Aquí, P_{DC} es la componente constante de la potencia de fluorescencia, P_i y ϕ_i son la amplitud y el retraso del i-ésimo armónico, respectivamente. N es el número de muestras digitales tomadas en un ciclo de la frecuencia fundamental de bombeo, y es igual al doble del número de componentes de Fourier que pueden ser reconstruidos.

5.3 Medición experimental de la temperatura

5.3.1 Condiciones de operación, la fibra dopada como un filtro pasa-bajas

En la figura 5.1 se muestra el concepto del sensor que implementamos con el fin de determinar los coeficientes P_i y los retrasos de fase ϕ_i, asociados a ellos. Este arreglo incorpora pequeñas modificaciones con respecto al utilizado para medir el tiempo de decaimiento de fluorescencia. La onda cuadrada (que presenta un número infinito de armónicos) es remplazada por una onda sinusoidal montada en una componente constante (DC). En términos del análisis en el espacio de la frecuencia, la entrada esta compuesta por una única frecuencia.

Con el fin de encontrar la frecuencia de bombeo ω más conveniente, medimos la respuesta en magnitud y fase del sistema compuesto por el láser de bombeo, la fibra dopada y el fotodetector, en el intervalo de frecuencia desde 10 Hz hasta 100 kHz. Por los resultados obtenidos anteriormente, sabemos que el comportamiento del sistema es aproximadamente lineal para potencias de bombeo bajas. Se fijó la potencia promedio de bombeo en 5 mW pico-pico para la componente sinusoidal,

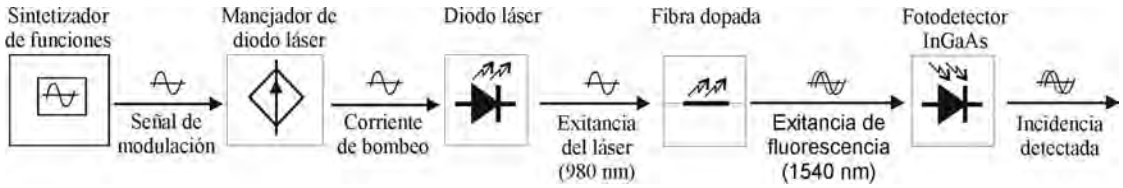

Figura 5.1. Diagrama a bloques que ilustra las principales funciones en la medición de fluorescencia cuando la corriente del láser de bombeo es modulada con una onda sinusoidal.

más una componente de DC de 12.3 mW. En la figura 5.2 se muestran los resultados como gráficas de Bode de magnitud y fase.

El sistema muestra el comportamiento aproximado al de un filtro pasa-bajas de primer orden. En la figura 5.2 se observa la frecuencia de corte de 90 Hz, cuando la atenuación en la magnitud de la potencia de fluorescencia se ha disminuido en 3 dB. No fue posible medir el retraso de fase ϕ para frecuencias superiores a 1 kHz, debido a que la relación señal ruido es demasiado baja debido a la atenuación de la componente sinusoidal de la potencia de fluorescencia.

Finalmente, elegimos modular la potencia de bombeo con una frecuencia de 50 Hz, porque nuestro sistema de adquisición es capaz de operar con una frecuencia de muestreo de 500 kHz y almacenar 10,000 muestras que corresponden exactamente a un ciclo del bombeo. En los diagramas de Bode de la figura 5.2 se observa que la

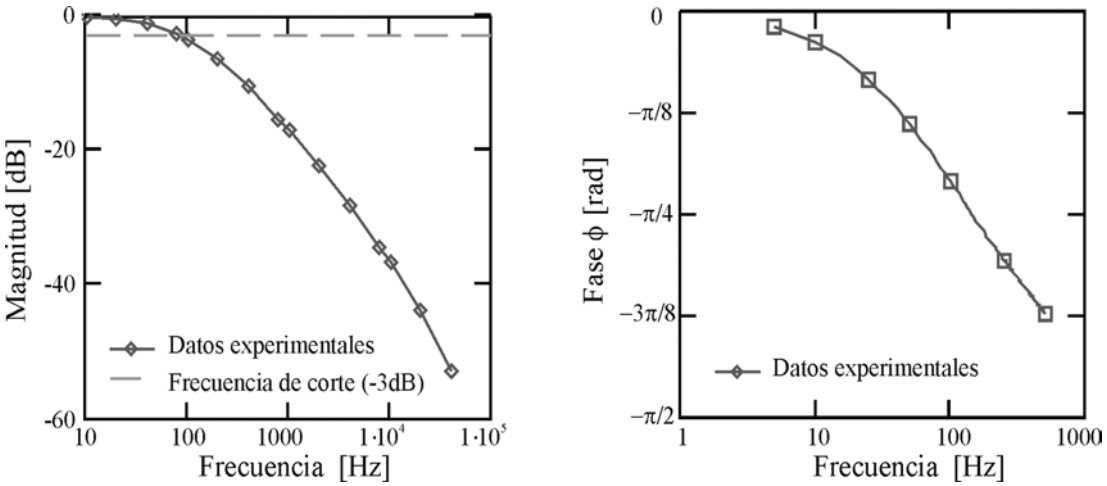

Figura 5.2. Diagramas de Bode de magnitud y de fase para la fibra dopada con Erbio. La fibra dopada con Erbio se comporta como un filtro pasa-bajas con una frecuencia de corte de 90Hz, cuando la potencia de bombeo es baja.

atenuación a 50 Hz es menor a 1 dB, por lo que la relación señal ruido es alta. Es probable encontrar una mayor sensibilidad del retraso de fase con respecto a la temperatura para frecuencias de modulación mayores, pero la disminución en la relación señal ruido, debido a la atenuación, disminuye la resolución en la medición de la diferencia de fase. También es posible bombear a otras frecuencias, como 45 Hz ó 70 Hz, con el fin de evitar ruido eléctrico de la línea de alimentación.

5.3.2 La potencia de fluorescencia incluye múltiples frecuencias

La figura 5.3 muestra potencia de fluorescencia medida a temperatura ambiente como función del tiempo, superpuesta se muestra la forma de onda de la potencia de bombeo. Ambas ondas han sido normalizadas y se muestran sin la componente de DC. La diferencia de fase entre el bombeo y la fluorescencia es de casi 0.14π rad, para la frecuencia de modulación de 50 Hz. La forma de onda de la potencia de fluorescencia parece una onda sinusoidal, pero en realidad es el resultado de la suma de varios armónicos, por lo que se presenta ligeramente distorsionada. El retraso de tiempo en el cruce por cero con pendiente positiva es más corto que el retraso cuando la pendiente es negativa. Este último cruce muestra una mayor dependencia con la temperatura.

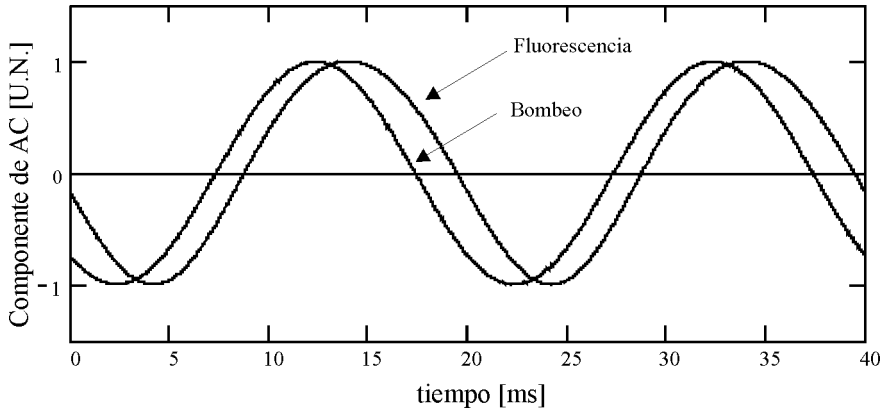

Figura 5.3. Formas de onda de las componentes de AC de la potencia de bombeo y de la potencia de fluorescencia como función del tiempo. Se presenta un retraso de aproximadamente 0.14π rad a temperatura ambiente, para una frecuencia de modulación de 50 Hz.

La figura 5.4a muestra los primeros 20 términos de la transformada discreta de Fourier normalizada de 10,000 muestras de la potencia de fluorescencia, mostrada en la figura 5.3. La muestras fueron digitalizadas con una frecuencia de 500 kHz, corresponden exactamente a 1/(50Hz), es decir, exactamente un ciclo de modulación. La mayor amplitud corresponde a la frecuencia fundamental (50 Hz). También se encuentran presentes armónicos de más alta frecuencia, indicando la ligera no-linealidad del fenómeno de fluorescencia. La figura 5.4b es una gráfica del mismo espectro, con la amplitud expresada en dB para el intervalo [0 Hz – 1 Khz]. Se observan dos armónicos de más alta frecuencia, 100 Hz y 150 Hz, cuya amplitud se observa sobre el nivel del ruido, cercano a –65 dB. La distribución espectral del ruido es uniforme en el todo el intervalo discreto de frecuencia [0 Hz – 250 KHz], como se puede ver en la figura 5.4c.

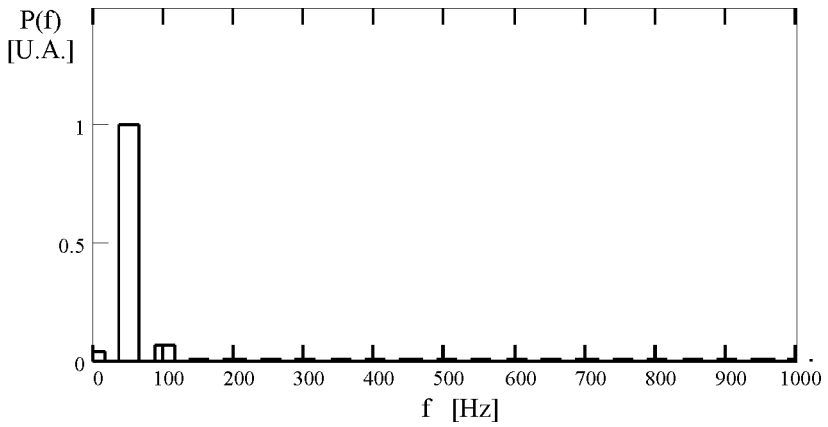

Figura 5.4a. Primeros 20 términos de la transformada discreta de Fourier para la señal normalizada de potencia fluorescencia muestreada a 500 kHz. La componente de 100 Hz muestra que el sistema presenta un comportamiento ligeramente no lineal.

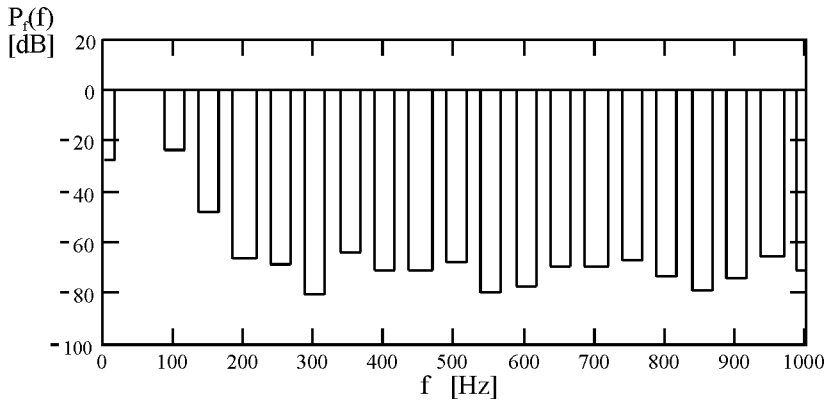

Figura 5.4b. Primeros 20 términos de la transformada de Fourier para la señal de fluorescencia muestreada a 500 kHz. Se aprecian las componentes de 100 y 150 Hz que aparecen debido a la no-linealidad del sistema. Las componentes con amplitud menor a –60dB se deben al ruido.

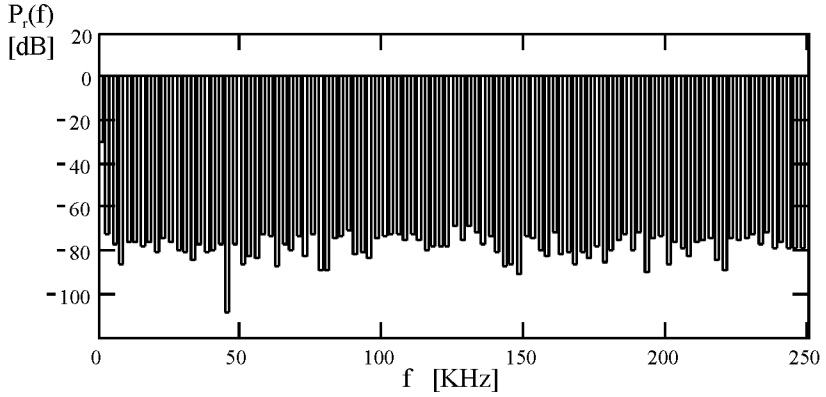

Figura 5.4c. Distribución espectral del ruido. $P_r(f)$ es la potencia equivalente del ruido muestreado. Se observa una distribución uniforme en todo el ancho de banda muestreado.

5.3.3 Determinación del retraso de fase

Nosotros calculamos el retraso de fase $\phi(T)$ como la diferencia de entre la fase de la componente fundamental de la transformada de Fourier de los datos digitalizados de la potencia de fluorescencia y la corriente del láser de bombeo. Esto puede ser expresado como se muestra a continuación.

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\sum_{x=0}^{N-1} F_x \sin\left(\frac{2\pi x}{N}\right)}{\sum_{x=0}^{N-1} F_x \cos\left(\frac{2\pi x}{N}\right)}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\sum_{x=0}^{N-1} P_x \sin\left(\frac{2\pi x}{N}\right)}{\sum_{x=0}^{N-1} P_x \cos\left(\frac{2\pi x}{N}\right)}\right) \qquad \text{[rad]} \qquad (5.6)$$

Aquí, el primer término corresponde a la fase de la frecuencia fundamental de la potencia de fluorescencia, mientras que el segundo término corresponde a la fase de la componente sinusoidal de la corriente del láser de bombeo. **F** y **P** son vectores de N (= 10,000) muestras de la potencia de fluorescencia y de la corriente del láser de bombeo. El tiempo total del muestreo es equivalente a un periodo de la modulación del bombeo, por lo tanto, no es necesario utilizar funciones de ventana, porque no existe discontinuidad entre los extremos de los vectores **F** y **P**.

5.3.4 Desempeño de la técnica de medición de diferencia de fase

En este caso, definimos la relación señal ruido (SNR) para la técnica de diferencia de fase como la razón de la magnitud del armónico fundamental de la transformada de

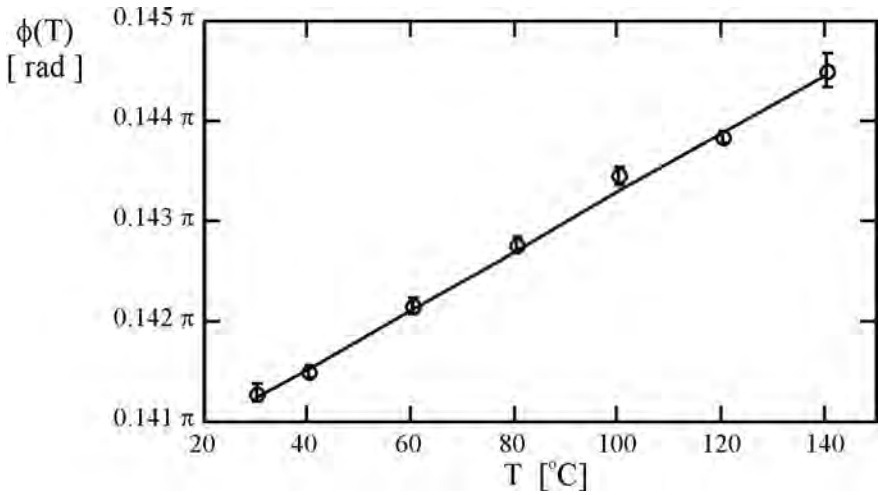

Figura 5.5a. Diferencia de fase ϕ como función de la temperatura para un rango de 30 °C hasta 140 °C. La desviación estándar promedio es menor a 1 °C. Las barras de error indican la desviación con respecto al promedio de múltiples mediciones realizadas a la misma temperatura. Esta técnica muestra una dispersión 5 veces mejor que la técnica de medición de tiempo de decaimiento.

Fourier de la potencia de fluorescencia y la magnitud de la misma componente cuando se muestre la señal con el láser de bombeo apagado. La SNR depende únicamente de las componentes discreta de ruido en 50 Hz y de frecuencias superior cuyo alias después del muestreo es 50 Hz (499.950 kHz, 500.050 kHz, ...). Las componentes de ruido de otras frecuencias aparecen en otros términos de la transformada de Fourier y, por lo tanto, no afectan el cálculo del retraso de fase. Esto incrementa notablemente la SNR en comparación con la técnica de medición de tiempo de decaimiento. Nosotros promediamos las formas de onda de 128 ciclos de bombeo consecutivos con el fin de obtener una SNR aún mayor. Para nuestro experimento, la SNR calculada es 18,000 (85 dB). Es más de 20 veces más alta que la SNR medida para las mediciones del decaimiento de fluorescencia (820) bajo las mismas condiciones (incluido el promedio de 128 ciclos de adquisición).

El tiempo total de medición, incluyendo el promedio de 128 ciclos es menor a 2.5 segundos. Es significativamente menor que los 32 segundos necesarios para medir el tiempo de decaimiento de fluorescencia, bajo las mismas condiciones de 128 ciclos de promedio

La diferencia de fase ϕ se representa en la figura 5.5a como una función de la temperatura para el intervalo desde 30 °C hasta 140 °C. La menor diferencia de fase medida fue de 0.141π rad, obtenida a temperatura ambiente. De esta información, podemos estimar, utilizando la ecuación 5.4, que la constante de tiempo τ es de 2.056 ms, asumiendo un sistema lineal de primer orden. Anteriormente calculamos esta misma constante de tiempo τ como 9.25 ms con el método de ajuste logarítmico y 6.95 ms con el método de Prony. La diferencia en estas estimaciones se debe al comportamiento ligeramente no lineal del arreglo, pero es de poca importancia para lograr nuestro objetivo. Nosotros queremos medir un parámetro que sea dependiente de la temperatura, con el en fin de inferir la misma.

Basados en la determinación de la diferencia de fase, podemos estimar la temperatura de la fibra con una desviación estándar de 1 °C. Este valor es 5 veces mejor que la desviación estándar de 5 °C, obtenida mediante la técnica de medición de tiempo de decaimiento de fluorescencia, con el mismo arreglo experimental. Esta importante mejora se atribuye a la mejor relación señal ruido que presenta esta técnica, resultado del bobeo a una única frecuencia y del procesamiento de la señal muestreada utilizando la transformada de Fourier.

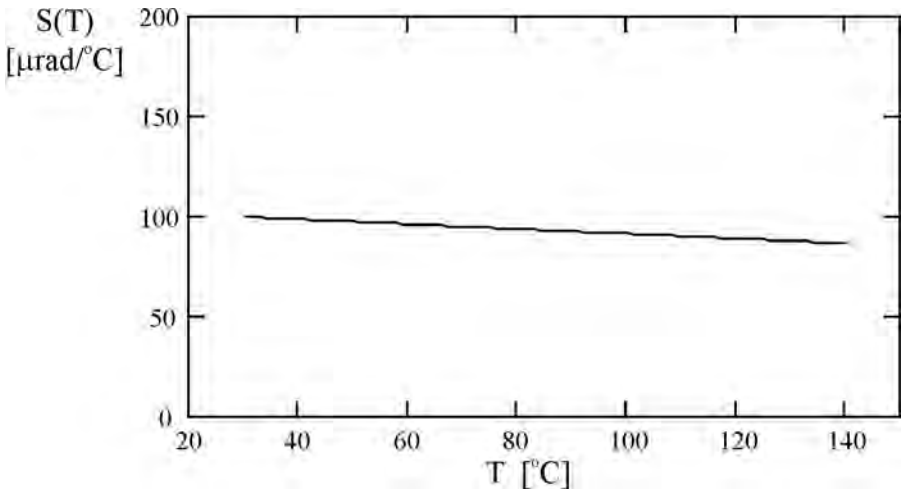

Figura 5.5b. La sensibilidad de la técnica de diferencia de fase definida como el cociente del incremento de en la fase $\Delta\phi$ debido a un incremento en la temperatura ΔT, como función de la temperatura. La sensibilidad a temperatura ambiente es aproximadamente 100 μrad/°C.

La figura 5.5b muestra la sensibilidad de la técnica de medición de diferencia de fase, definida como en el cambio en el retraso de fase $\Delta\phi$ debido a un cambio en la temperatura ΔT, como función de la temperatura. La sensibilidad a temperatura ambiente es aproximadamente 100 μrad/°C. Nuestras simulaciones numéricas muestran que, para un arreglo experimental ideal sin ruido, la máxima resolución posible es mejor que 0.5 °C, utilizando dispositivo de digitalización de 9 bits, una frecuencia de muestreo de 500 kHz y una frecuencia de modulación de 50 Hz. Es posible obtener una resolución aún mejor con un sistema de digitalización de 14 bits, manteniendo la misma frecuencia de muestreo y de modulación.

5.3.5 Sensibilidad a la potencia de bombeo y a la frecuencia de modulación

Los algoritmos utilizados para calcular la constante de tiempo τ en base al tiempo de decaimiento de fluorescencia o de la medición del retraso de fase ϕ son

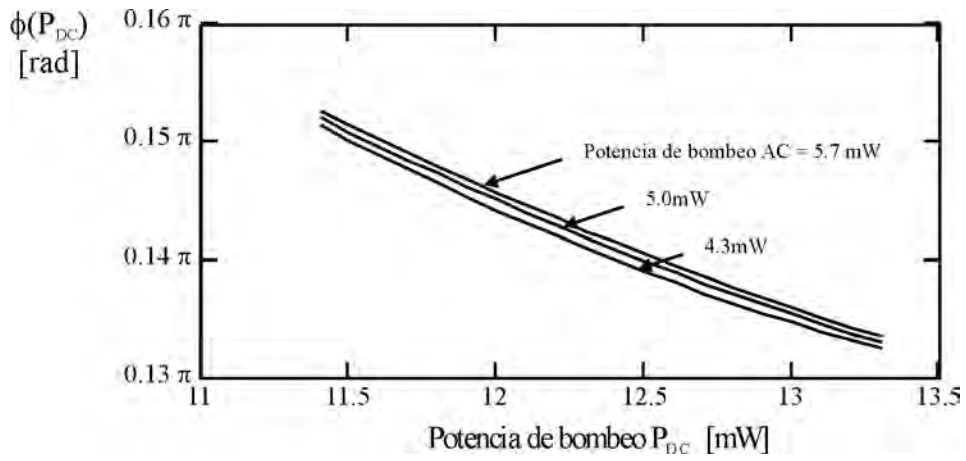

Figura 5.6. Diferencia de fase ϕ como función de la potencia de bombeo promedio P_{DC} para tres diferentes potencias pico-pico de bombeo P_{AC}, a temperatura ambiente. La frecuencia de modulación de la señal sinusoidal de bombeo es 50 Hz.

independientes de la amplitud de la señal muestreada. No obstante, en este arreglo experimental, las variables τ y ϕ son en realidad dependientes de la potencia de bombeo. De hecho, existen tres grados de libertad en el experimento de la diferencia de fase: la frecuencia de bombeo, la potencia promedio (DC) de bombeo y la potencia pico-pico (AC) de la componente sinusoidal del bombeo. Para un filtro ideal de primer orden, la constante τ sería independiente de estas variables. Esto confirma, una vez más, que el modelo de filtro pasa-bajas debe aplicarse con precaución para describir el proceso de generación de fluorescencia en fibra óptica dopada con Erbio.

La figura 5.6 muestra el retraso de fase ϕ como una función de la potencia DC de bombeo, para tres diferentes valores de potencia AC de bombeo. Nosotros encontramos que el retraso de fase ϕ depende de la potencia DC de bombeo P_{DC}, de la potencia AC de bombeo P_{AC}, de la frecuencia de modulación Δf y de la temperatura T.

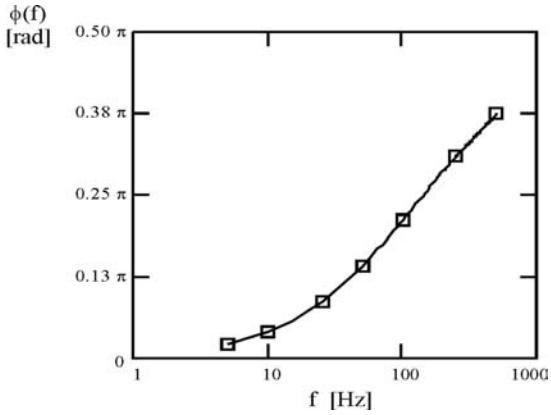

Figura 5.7a. Retraso de fase ϕ como función de la frecuencia de bombeo a temperatura ambiente.

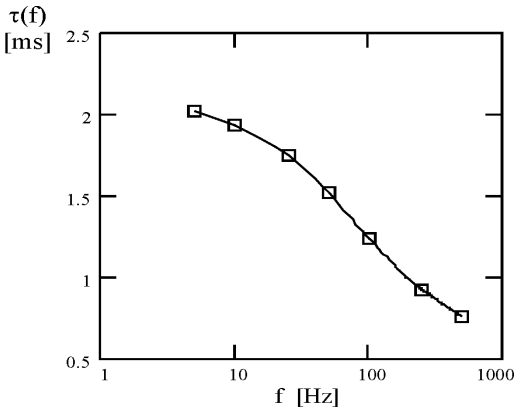

Figura 5.7b. Constante de tiempo τ equivalente, evaluada en base al retraso de fase ϕ, como una función de la frecuencia a temperatura ambiente.

$$\phi = \phi(T; P_{DC}, P_{AC}, \Delta f) \qquad \text{[rad]} \qquad (5.7)$$

Entonces, podemos encontrar la sensibilidad del método de diferencia de fase a todas estas variables tomando la diferencial total y encontrando las derivadas parciales.

$$\Delta\phi(T; P_{DC}, P_{AC}, \Delta f) = \qquad \text{[mrad]} \qquad (5.8)$$

$$S_T(T;P_{DC},P_{AC},\Delta f)\Delta T + S_{DC}(T;P_{DC},P_{AC},\Delta f)\Delta P_{DC} + S_{DC}(T;P_{AC},P_{AC},\Delta f)\Delta P_{AC} + S_f(T;P_{DC},P_{AC},\Delta f)\Delta f$$

La sensibilidad del método de fase a la temperatura, el primer coeficiente en la ecuación 5.8, $S_T(T;P_{DC},P_{AC},\Delta f)$, se mostró como una función de la temperatura en la figura 5.3a. La sensibilidad a la potencia de DC, definida como el cambio de fase $\Delta\phi$ debida a un cambio el la potencia DC de bombeo P_{DC}, es S_{DC} = -32 mrad/mW. La sensibilidad a la potencia de AC, definida como el cambio en la fase $\Delta\phi$ debido a un cambio ΔP_{AC} en la potencia de bombeo, es cerca de 10 veces menor, S_{AC} =

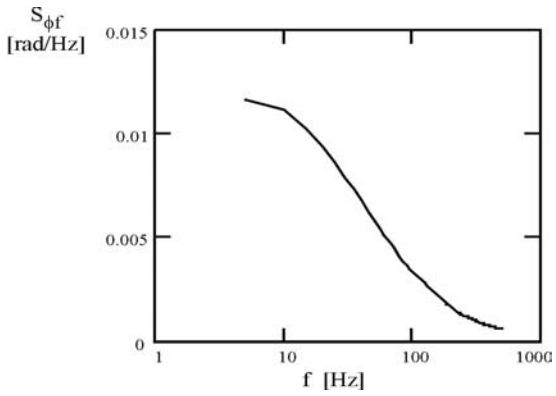

Figura 5.8a: Sensibilidad $S_{\Delta f}$, definida como el cambio en el retraso de fase ϕ debido a un cambio en la frecuencia de bombeo Δf.

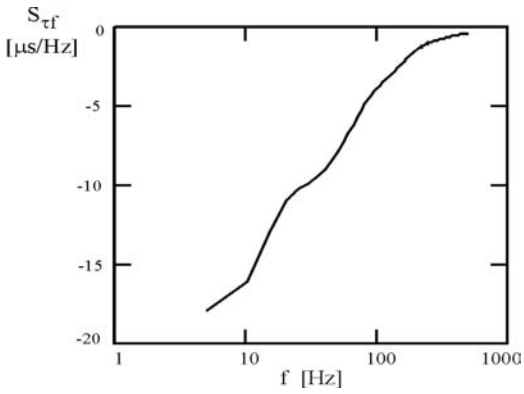

Figura 5.8b: Sensibilidad $S_{\Delta f}$, definida como el cambio del tiempo de decaimiento equivalente τ debido a un cambio en la frecuencia de bombeo Δf.

3.3 mrad/mW. Las variaciones en la potencia de bombeo de DC deben mantenerse por debajo de 0.025 % con el fin de obtener una resolución de 1 °C a temperatura ambiente. En este caso, definimos resolución como el mínimo cambio de temperatura medible.

La figura 5.7a muestra el retraso de fase ϕ como una función de la frecuencia de bombeo a temperatura ambiente. La figura 5.7b muestra la constante de tiempo τ calculada utilizando la diferencia de fase para el mismo conjunto de datos. Para un filtro pasa-bajas ideal, la constante de tiempo τ es independiente de la frecuencia. El comportamiento que exhibe esta curva representa una desviación significativa con respecto a un filtro ideal pasa-bajas de primer orden.

La figura 5.8a muestra la sensibilidad de ϕ, definida como el cambio en la fase $\Delta\phi$ debido a un cambio en la frecuencia de modulación Δf. Este es el coeficiente del último término en la ecuación 5.8, $S_f(T;P_{DC},P_{AC},\Delta f)$. La figura 5.8b muestra la

sensibilidad estimada para la constante de tiempo τ, definida como el cambio en la constante de tiempo calculada $\Delta\tau$ debida a un cambio en la frecuencia de modulación Δf.

5.8 Conclusiones

Nosotros evaluamos el desempeño de un sensor de temperatura de fibra óptica dopada con Erbio, midiendo la diferencia de fase entre la exitancia de fluorescencia y el bombeo, cuando el bombeo se modula con una única frecuencia.

Utilizamos la relación entre la constante de tiempo y el retraso de fase para un filtro pasa bajas de primer orden. Desarrollamos una técnica nueva, con mayor precisión, para estimar la temperatura de la fibra dopada con Erbio. En esta técnica modulamos la potencia de bombeo con una onda sinusoidal, en lugar de la onda cuadrada que se utiliza normalmente en la caracterización de la constante de tiempo. Adicionalmente, medimos la diferencia de fase, en lugar del tiempo de decaimiento, con el fin de mejor la precisión de las medición de temperatura

En nuestro experimento, el proceso de generación de fluorescencia es un proceso ligeramente no lineal. Cuando se bombea la fibra con una componente sinusoidal única, se obtiene a la salida no solo la frecuencia fundamental, se obtienen también varias componentes de frecuencia superior, pero con menor amplitud y distintas fases.

Caracterizamos el método de retaso de fase para medir la temperatura, así como la dependencia de la fase con respecto a las condiciones de bombeo. Encontramos que el retraso de fase depende de la temperatura, como se había anticipado. El efecto que no se había previsto es que la constante de tiempo y la diferencia de fase dependen de la potencia promedio y de la potencia pico-pico de la componente sinusoidal del bombeo, así como de la frecuencia de modulación. Esto confirma el comportamiento no lineal de la generación de fluorescencia en este arreglo experimental.

Medimos el retraso de fase para la fibra dopada con Erbio en el rango de temperatura [30 °C – 140 °C]. Encontramos que la relación señal ruido es 20 veces más alta que la obtenida con la técnica tradicional, utilizando el mismo arreglo experimental. La sensibilidad encontrada fue de 100 μrad/°C, a temperatura ambiente. Utilizando la técnica de diferencia de fase, el tiempo de medición se reduce 12 veces (2.5 segundos) y se obtiene 5 veces mejor resolución (1 °C), comparado con la técnica tradicional de medición de tiempo de decaimiento de fluorescencia.

Capítulo 6
Conclusiones

Nosotros evaluamos el desempeño de un sensor de temperatura basado en la transición radiativa desde el nivel $^4I_{13/2}$ hasta el nivel $^4I_{15/2}$ en fibra óptica dopada con erbio, con el objetivo de fabricar un sensor confiable y de bajo costo.

El arreglo experimental utilizado para evaluar el sensor fue construido utilizando componentes disponibles comercialmente. Estos componentes han sido diseñados para ser utilizados en amplificadores ópticos. Cada componente del arreglo experimental (láser de bombeo, multiplexor, fotodetector y fibra óptica dopada con Erbio) fue caracterizado individualmente. Nuestros resultados indican que el proceso de generación de fluorescencia dentro de la fibra no es un proceso lineal.

En la primer parte del presente trabajo, probamos el sensor utilizando la técnica de medición de tiempo de decaimiento, cuando la fibra se bombea de forma pulsada. Obtuvimos el resultado inesperado de que el tiempo de decaimiento es dependiente de la temperatura. También encontramos que el decaimiento no es una exponencial simple, como se supone generalmente. Esto no es importante, porque nuestro objetivo es medir un parámetro del arreglo que muestre sensibilidad con respecto a la temperatura.

Probamos distintos algoritmos para evaluar la temperatura en función de la constante de tiempo. Se obtuvieron distintos valores para la constante de tiempo para cada algoritmo. El algoritmo que probó mejor desempeño fue el método de Prony, con el cual evaluamos una constante de tiempo de

6.95 ms a temperatura ambiente, con sensibilidad de –0.620 μs/°C. La desviación estándar obtenida fue de 5 °C, lo que indica que la temperatura puede ser estimada con un error de +/- 15 °C. Estos resultados se obtuvieron procesando 2000 muestras obtenidas con una frecuencia de digitalización de 50 kHz y una resolución vertical de 9 bits. Para mejorar la relación ruido se promediaron 128 eventos consecutivos. El tiempo total de adquisición es aproximadamente 30 segundos. Estos resultados son comparables a los reportados por otros investigadores.

El desempeño obtenido con el método de Prony no es suficientemente bueno para aplicaciones industriales, donde se requiere una resolución de 1 °C. Con el fin de mejorar la precisión y repetitividad del sensor, es necesario aumentar la frecuencia de muestreo, la resolución del dispositivo de digitalización, aumentar el tiempo total de adquisición y reducir el numero de eventos promediados. Para lograr esto, es necesario aumentar la relación señal ruido de forma significativa. Esto es posible en un ambiente de laboratorio, donde se logra medir el decaimiento de fluorescencia hasta con 8 cifras significativas, utilizando instrumentos especialmente diseñados. En ambientes industriales, el ruido eléctrico y electromagnético impiden alcanzar la relación señal ruido necesaria. Además, un equipo capaz de lograr esta resolución resultaría demasiado sensible y costoso para esta aplicación.

Los resultados obtenidos anteriormente nos motivaron a probar una nueva técnica, donde la potencia de bombeo se modula con una señal sinusoidal de una única frecuencia. En este caso, medimos la diferencia de fase, en lugar del tiempo de decaimiento. Encontramos que la fluorescencia de salida presenta una componente sinusoidal, correspondiente a la frecuencia de bombeo; pero también presenta componentes de frecuencias más altas, de menor amplitud y con distinta fase. La magnitud

de estas componentes es dependiente de la potencia de bombeo, y son consecuencia del comportamiento no lineal de la generación de fluorescencia.

Utilizamos la transformada de Fourier para calcular la diferencia de fase entre la modulación del bombeo y la exitancia de fluorescencia. El bombeo fue modulado con una frecuencia de 50 Hz y se utilizaron 10,000 para calcular la transformada de Fourier. Obtuvimos estas muestras digitalizando con una frecuencia de 500 kHz, con una resolución vertical de 9 bits. En este caso, la relación señal ruido se incrementó 20 veces, con respecto a la configuración anterior, porque el cálculo de la diferencia de fase se ve afectada únicamente por la componente del ruido de 50 Hz. El tiempo total de adquisición, promediando 128 ciclos consecutivos, es de tan solo 2.5 segundos.

La diferencia de fase, medida a temperatura ambiente, es de 0.141π rad, con una sensibilidad a la temperatura de 100 μrad/°C. La desviación estándar para múltiples mediciones tomadas a temperatura ambiente es de 1 °C; esto es 5 veces mejor que la dispersión obtenida con la técnica de medición de tiempo de decaimiento. Este resultado se obtuvo utilizando exactamente el mismo arreglo experimental, y se debe a la mejora en la relación señal ruido lograda por bombeo sinusoidal y el procesamiento digital.

Un sensor de temperatura basado en este esquema es, como se supuso inicialmente, de construcción sencilla y presenta buen desempeño. No obstante, la suposición generalizada de que los sensores de temperatura basados en decaimiento de fluorescencia son independientes de la potencia de bombeo no es válida para el caso de una guía de onda, como una fibra óptica. Evaluamos la sensibilidad a otras variables (aparte de la temperatura) y encontramos que la diferencia de fase depende también

de la potencia DC y AC de bombeo. Un cambio de 0.05% en la potencia DC de bombeo produce un cambio en la diferencia de fase equivalente a un cambio en la temperatura de 1 °C. Este resultado era predecible, pues el tiempo de decaimiento también depende de la potencia de bombeo. También encontramos el resultado inesperado de que la constante de tiempo, calculada a partir de la diferencia de fase, depende de la temperatura. En este momento, no tenemos explicación para este fenómeno.

En el arreglo experimental utilizado para evaluar el desempeño del sensor, la fibra óptica de salida del láser de bombeo, el multiplexor y la fibra dopada con Erbio fueron unidas por fusión. En condiciones de laboratorio fue posible obtener una desviación estándar de 1 °C, utilizando equipo de precisión para la modulación del bombeo de la fibra. En una aplicación industrial, la punta de prueba (con la fibra dopada) debe acoplarse al instrumento utilizando conectores. Las pérdidas por acoplamiento debido a estos conectores, así como otras pérdidas debido al doblamiento de la fibra, pueden superar la tolerancia de 0.025% en la estabilidad del bombeo.

El sensor evaluado presenta una resolución adecuada para aplicaciones industriales, comparable a otros sensores de fibra óptica más complicados o costos. No obstante, es necesario disminuir la sensibilidad del sensor a la potencia de bombeo y a la frecuencia de modulación. Si se cambia la geometría de la fibra y la concentración de dopante, buscando reducir la amplificación y la absorción de los fotones producidos por emisión espontánea, se puede disminuir esta sensibilidad. También es posible mejorar la precisión y reducir el tiempo de adquisición, digitalizando con una resolución vertical de 12 bits y modulando la potencia de bombeo con una señal sinusoidal de 75 Hz.

APENDICE A

Análisis exponencial en fenómenos físicos

A.1 Análisis del decaimiento exponencial

Las ecuaciones de primer orden se encuentran entre las ecuaciones más comunes en Física. Estas se aplican cuando la tasa de crecimiento o decrecimiento de cierta función del tiempo f(t) es proporcional al valor mismo de f.

$$\frac{df(t)}{dt} = -\lambda f(t) \qquad \text{(A.1)}$$

La solución a esta ecuación es un decaimiento exponencial de la forma:

$$f(t) = A\exp(-\lambda t) + B \qquad \text{(A.2a)}$$

o bien,

$$f(t) = A\exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) + B \qquad \text{(A.2b)}$$

Aquí, A es la amplitud del decaimiento, B es una constante (offset de línea de base) y λ es la tasa de decaimiento (también llamada constante de decaimiento), la cual es proporcional a la constante de tiempo de decaimiento τ, $\lambda=1/\tau$. Esta ecuación

corresponde a la primera aproximación del decaimiento de fluorescencia descrito en las ecuaciones 2.26, 2.27 y 2.28.

La amplitud del decaimiento exponencial A y la tasa de decaimiento λ proporcionan información acerca del fenómeno que se estudia. Para ecuaciones del tipo A.2 el análisis del tiempo de decaimiento es un proceso directo, aquí se exponen las técnicas de ajuste logarítmico por mínimos cuadrados y el método de Prony para ese propósito.

A.2 Ajuste logarítmico por mínimos cuadrados

Este método consiste en aplicar la aproximación de mínimos cuadrados al logaritmo de la función dada por la ecuación A.2b, [1] resultando entonces en

$$\ln(f(t) - B) = \left(\frac{-t}{\tau}\right) + \ln(A) \qquad \text{(A.3)}$$

Con el fin de facilitar los cálculos, se extrae generalmente el valor de offset de línea de base B a los datos digitalizados. Más adelante se expondrán dos técnicas para estimar B. En la ecuación A.3 se requieren encontrar los valores de A y τ . El problema se reduce entonces al ajuste de una recta, el cual se resuelve comúnmente mediante el método de mínimos cuadrados.

Definimos Y con n muestras obtenidas de la digitalización de f(t), tal que

$$Y_i = \ln(f(t = i \cdot m) - B) \qquad i = 0..n\text{-}1 \tag{A.4}$$

Aquí, m es el periodo de muestreo [s]. También se define un vector X, que indica el tiempo t al que fue tomada la i-ésima muestra digitalizada y almacenada en Y.

$$X_i = i \cdot m \qquad i = 0..n\text{-}1 \tag{A.5}$$

Entonces podemos aplicar el método de mínimos cuadrados para encontrar el valor de la pendiente $1/\tau$ de la recta descrita por X y Y.

$$\frac{1}{\tau} = \frac{n\sum_{i=0}^{n-1} X_i Y_i - \sum_{i=0}^{n-1} X_i \sum_{i=0}^{n-1} Y_i}{n\sum_{i=0}^{n-1} X_i^{\,2} - \left(\sum_{i=0}^{n-1} X_i\right)^2} \tag{A.6}$$

El valor de A puede ser estimado como:

$$\ln(A) = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} Y_i}{n} - \frac{\sum_{i=0}^{n-1} X_i}{n\tau}. \tag{A.7}$$

A.3 Método de Prony

El método de Prony se basa en el hecho de que f(t) es un decaimiento exponencial. Si f(t) no presenta offset de línea de base, la relación entre dos puntos f(t) y f(t+Δt) está dada por:

$$\alpha \cdot f(t) + f(t + \Delta t) = 0 \qquad \text{(A.8)}$$

donde α=-exp(-Δt/τ).

El método de Prony[2] requiere que el decaimiento f(x) sea medido en 2n puntos equidistantes $f(t_o)$, $f(t_1)$,...,$f(t_{2n-1})$. La distancia entre las muestras esta dada por $\Delta t = t_{i+1} - t_i$. Si consideramos un vector F compuesto por los datos digitalizados de f(t).

$$F_i = f(t_0 + i \cdot \Delta t) - B \qquad (i = 0, 1 \ldots 2n-1) \qquad \text{(A.9)}$$

Si f(t) es una función exponencial simple, como en la ecuación A.2b, entonces se pueden definir n-Δn ecuaciones lineales, donde Δn debe elegirse dentro del rango N/2≥ΔN≥1.

$$f_{j+\Delta n} + f_j \alpha = 0 \qquad (j = 0, 1,2, \ldots,(N-\Delta N-1)) \qquad \text{(A.10)}$$

La estimación del tiempo de decaimiento estará dada por:

$$\tau = \frac{(\Delta N)(\Delta t)}{\ln\left(\frac{-1}{\alpha}\right)} \tag{A.11}$$

Es posible aplicar el principio de superposición en la ecuación A.10 y calcular el valor de α simplemente como:

$$\alpha = -\sum_{j=0}^{N-\Delta N-1} f_{j+\Delta n}\left(\sum_{j=0}^{N-\Delta N-1} f_j\right)^{-1} \tag{A.12}$$

A.3 Extracción del offset de línea de base

La determinación y extracción del offset de línea de base, B, en la ecuación A.2 es un problema importante del análisis exponencial.[3] La mayoría de los algoritmos no pueden acomodar el offset de línea de base como un parámetro, y requieren que sea extraído antes del análisis, como se hizo en las ecuaciones A.4 y A.9.

Smith et al. propusieron determinar la línea de base usando 3 puntos.[4]

$$Y_1 = A_0 \exp(-t_0/\tau) + B \tag{A.13a}$$

$$Y_2 = A_0 \exp\left[-(t_0 + t_1)/\tau\right] + B \tag{A.13b}$$

$$Y_2 = A_0 \exp\left[-(t_0 + t_2)/\tau\right] + B \tag{A.13c}$$

Entonces, B puede ser calculado como:

$$B = \frac{Y_1 Y_3 - Y_2^{\ 2}}{Y_1 + Y_3 - 2Y_2} \qquad \text{(A.14)}$$

Otra alternativa consiste en evaluar un punto f(t) cuando t es mucho más grande que τ, de forma tal que se cumple:

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = B \qquad \text{(A.15)}$$

Para un sistema de digitalización de 8 bits, B puede obtenerse para un valor de t tal que $t > 5\tau$.

[1] A. A. Istratov, O. F. Vyvenko, “Exponential analysis in physical phenomena”, Rev. Sci. Instrum., 70,2 (1999).
[2] R. de Prony, J. Ec. Polytech, 1, 24 (1795).
[3] L. J. Dowell y J. T. Gillies, Rev. Sci. Instrumen. 62, 242 (1991).
[4] M.R. Smith, y H. A. Buckmaster, J.Magn. Reson. 17, 29 (1975).