



**CENTRO DE INVESTIGACIONES
EN OPTICA, A.C.**

TESIS

**Modelado y Caracterización de
Fibras Ópticas Dopadas con Erblio
para Sensores basados en
Fluorescencia**

Presenta:

M.en C. Víctor Eduardo López Padilla

Asesor:

Dr. Gonzalo Páez Padilla

Como requisito para obtener el grado de

Doctor en Ciencias (Óptica)

León, Guanajuato, México, Mayo 2006

Índice

Agradecimientos	iv
Tablas de acrónimos y símbolos	vi
1 Introducción	
1.1 Objetivo	1
1.2 Sensores de fibra óptica	2
1.3 Sensores basados en fibra dopada con Erblio	4
1.4 Organización de este documento	6
2 Modelo matemático para el dispositivo de fibra dopada con erbio	
2.1 Introducción	9
2.2 Modelo ideal para la emisión espontánea de fluorescencia en fibras dopadas con Erblio	10
2.3 Conversión hacia arriba	12
2.3.1 Absorción de estado excitado	12
2.3.2 Transferencia cooperativa de energía	14
2.3.3 Características de conversión hacia arriba en la fibra de vidrio SiO ₂ dopada con Erblio	17
2.3.4 Ecuaciones de balance de población para 980 y 1480	22
2.4 Amplificación y absorción de la emisión espontánea	24
2.4.1 Efecto de la amplificación en el decaimiento de fluorescencia axial	27
2.4.2 Estimación de la fracción de emisión espontánea guiada	28
2.5 Calentamiento por decaimiento no radiante	30
2.5.1 Calentamiento con bombeo pulsado	32
2.5.2 Calentamiento con bombeo constante o con pulsos anchos	37
2.6 Conclusiones	42
3 Solución de las ecuaciones de balance de población, amplificación de la emisión espontánea, y transferencia de calor	
3.1 Introducción	45
3.1.1 Objetivo	45
3.1.2 Alcances, limitaciones y restricciones de la solución numérica	46
3.2 Características geométricas y modelo matemático de la fibra dopada con Erblio	47
3.2.1 Características geométricas	48
3.2.2 Ecuaciones que integran el modelo matemático	48
3.2.3 Definición de las unidades normalizadas, iones y fotones	52
3.2.4 Descripción matricial del sistema de ecuaciones	54
3.3 Programa de solución numérica	56
3.3.1 Introducción	56
3.3.2 Descripción de las matrices del programa	57
3.3.2.1 Matrices de estado	58
3.3.2.1.1 Matriz de población atómica local Ndz	58
3.3.2.1.2 Matriz de cantidad de calor Q	59
3.3.2.1.3 Vector de calor generado ΔQ	59
3.3.2.1.4 Vector de emisión espontánea local guiada Eeg	60
3.3.2.1.5 Vector de emisión amplificada Eag	60
3.3.2.2 Matrices de representación	61
3.3.2.2.1 Función matriz A para representación de transiciones A_{ij} , R_{ij} y C_{ij}	61
3.3.2.2.2 Matriz RA para representación de absorción y amplificación	62
3.3.3 Descripción del programa	63

3.3.3.1 Solución de las transiciones A_{ij} , R_{ij} y C_{ij}	65
3.3.3.2 Solución de las transiciones W_{ij}	68
3.3.3.3 Solución de las ecuaciones de transferencia de calor	71
3.3.3.4 Integración de las soluciones en el programa principal	72
3.4 Evaluación de exactitud de la solución numérica	74
3.4.1 Decaimiento de fluorescencia simple	75
3.4.2 Población en estado excitado para bombeo constante.	77
3.4.3 Decaimiento de fluorescencia en presencia de transferencia cooperativa de energía	82
3.4.4 Amplificación de la emisión de fluorescencia guiada en la fibra	86
3.4.5 Transferencia de calor en la fibra	91
3.5 Conclusiones	94
4 Caracterización experimental de la fibra óptica dopada con Erblio	
4.1 Introducción	96
4.2 Caracterización de la constante de transferencia cooperativa de energía por proceso homogéneo, ρC_{22}	97
4.2.1 Descripción del método para la determinación de ρC_{22}	98
4.2.2 Mediciones y resultados	100
4.3 Determinación de la constante ρC_{γ}	104
4.3.1 Descripción del método para la determinación de ρC_{γ}	105
4.3.2 Mediciones y Resultados	106
4.4 Verificación con funciones típicas de bombeo	108
4.4.1 Decaimiento de fluorescencia	108
4.4.2 Bombeo modulado por señal sinusoidal	110
4.5 Calentamiento de la fibra por decaimiento no radiante del nivel $^4I_{11/2}$	112
4.5.1 Estimación de la temperatura para pulsos anchos de bombeo	113
4.5.2 Medición de la respuesta térmica de la fibra	115
4.6 Conclusiones	117
5 Optimización de Sensores de Fibra Óptica Basados en la Medición del Tiempo de Decaimiento de Fluorescencia	
5.1 Introducción	120
5.2 Descripción del dispositivo	120
5.3 Definición de las Figuras de Mérito	125
5.4 El efecto de CET y ASE sobre las figuras de mérito	128
5.4.1 Efecto de CET en las figuras de mérito	128
5.4.2 Efecto de ASE en las figuras de mérito	130
5.4.3 El efecto combinado de CET y ASE	133
5.5 Diseño de dispositivos basado en figuras de mérito	135
5.5.1 Dispositivos para baja potencia de bombeo	136
5.5.2 Dispositivos para alta potencia de bombeo	138
5.6 Dispositivos con controlador de bombeo con retroalimentación de lazo cerrado	141
5.6.1 Descripción del sistema de lazo cerrado	142
5.6.2 Respuesta temporal del sistema de lazo cerrado	145
5.6.3 Estabilidad e incertidumbre para el sensor con controlador de lazo cerrado	149
5.7 Conclusiones	150
6 Conclusiones	153
Apéndice A	
Solución numérica para el modelo de transferencia de calor en la fibra dopada	
A.1 Introducción	A.1
A.2 Descripción general del modelo	A.1
A.3 Dimensiones de cada nodo	A.3

A.4 Calor y temperatura en cada nodo	A.3
A.5 Transferencia de calor por conducción entre los nodos	A.4
A.6 Transferencia de calor al medio por convección natural	A.4
A.7 Generación de calor en el núcleo	A.4
A.8 Condiciones iniciales	A.6
A.9 Solución numérica	A.6
A.10 Constantes y parámetros físicos	A.7
Apéndice B	
Solución numérica de ecuaciones diferenciales	B.1
Apéndice C	
Arreglo experimental para la caracterización de fibras dopadas con Erblio	
C.1 Introducción	C.1
C.2 Consideraciones para el diseño	C.1
C.3 Descripción general del arreglo experimental	C.2
C.4 Subsistema de Bombeo	C.5
C.5 Subsistema de detección de fluorescencia	C.8
C.5.1 Detector lateral	C.9
C.5.2 Detector Axial	C.11
C.5.3 Conversión analógica a digital	C.12
C.6. Conclusiones	C.13
Apéndice D	
Código fuente del simulador de sensor de fibra con controlador de bombeo de lazo cerrado	D.1
Apéndice E	
Sensibilidad de un sensor de temperatura, empleando razón de potencia de fluorescencia en dos bandas	
E.1 Introducción	E.1
E.2 Predicción de un material como sensor de temperatura	E.1
E.3 Sílica dopada con Erblio como un sensor de temperatura	E.2
E.4 Principio de operación del sensor	E.4
E.5 Predicción de la sensibilidad para el sensor de temperatura	E.6
E.6 Sensibilidad usando resultados experimentales	E.9
E.7 Conclusiones	E.10

Agradecimientos

Quiero expresar mi agradecimiento a mi asesor, maestro y amigo, Dr. Gonzalo Páez, por su invaluable labor de motivación y orientación en la realización de este trabajo. También quiero agradecer la Dra. Marija Strojnik por compartir su entusiasmo en la búsqueda de conocimiento y experiencia. Gracias a la ayuda de ambos fue posible alcanzar este resultado.

Este trabajo fue realizado gracias al apoyo económico del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

V. Eduardo López Padilla

Mayo, 2006

*Dedicado a Carolina, a mi madre,
a mis hermanos y a mis
compañeros por su motivación y
apoyo durante la realización de
este largo proyecto.*

Tablas de Acrónimos y Símbolos

Acrónimos

ASE	Amplificación de emisión espontánea, por sus siglas en inglés
CET	Transferencia cooperativa de energía entre iones, por sus siglas en inglés
EE	Emisión espontánea
ESA	Absorción por ion en estado excitado, por sus siglas en inglés
GSA	Absorción por ion en estado base, por sus siglas en inglés
PAT	Población atómica total en la fibra, es el número total de iones en la fibra.
PATN	Población atómica total normalizada en la fibra, siempre es igual a 1.0.
SNR	Razón señal a ruido, por sus siglas en inglés
UC	Conversión hacia arriba (del inglés “up conversion”)

Itálicas

a	Diámetro del modo en la fibra óptica
A	Matriz de representación para transiciones A_{ij} , R_{ij} y C_{ij} para el programa de simulación numérica
A_{ASE}	Contribución del proceso de absorción de estado excitado a la tasa de decaimiento aparente A_{N2}
A_{CET}	Contribución del proceso de transferencia cooperativa de energía a la tasa de decaimiento aparente A_{N2} .
A_{EE}	Contribución del proceso de emisión espontánea a la tasa de decaimiento aparente A_{N2} . Es igual a A_{21}^R .
A_{ij}	Probabilidad aparente de decaimiento de un ion en el nivel i hasta el j . Incluye el efecto sumado de las probabilidades de decaimiento radiante y no radiante.
A_{ij}^{NR}	Tasa de decaimiento no radiante de un ion en el nivel i hasta el nivel j
A_{ij}^R	Tasa de decaimiento radiante de un ion en el nivel i hasta el nivel j
A_{N2}	Tasa aparente de decaimiento del nivel 2 al nivel 1. Es resultado del efecto combinado del decaimiento por emisión espontánea, conversión hacia arriba, emisión estimulada, etc.
b	Diámetro exterior de la fibra óptica.
B_{\max}	Tasa máxima de bombeo R_{13} para una función de modulación $B(t)$ o <i>Bombeo</i> (t) arbitraria
c	Velocidad de la luz
$C\gamma$	Coefficiente de absorción para amplificación, igual a $\gamma/[\rho(N_2-N_1)]$
C_e	Constante de Calor específico, se define en unidades [J/kg/K]
C_{ij}	Probabilidad de transferencia de energía entre dos iones en niveles de energía i y j por proceso cooperativo. En este trabajo, el principal es C_{22} .
C_Q	Cantidad de calor equivalente a la energía inyectada por unidad de longitud en la fibra si el 100 % de los iones realizan una transición no radiante determinada. Se define típicamente para la transición ${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$
$d\Omega$	Angulo sólido que describe el cono de aceptación de la fibra. La emisión

espontánea debe caer dentro de este cono para ser guiada dentro del núcleo de la fibra. $d\Omega/2\pi$ es la fracción de los fotones emitidos de forma espontánea que son guiados en la fibra.

<i>Eag</i>	Vector de emisión amplificada guiada, definido para el programa de simulación numérica
<i>Eeg</i>	Vector de emisión espontánea local guiada, definido para el programa de simulación numérica
E_i	Energía que corresponde al i -ésimo nivel atómico
$f.n.$	Fotón normalizado
$g(v)$	Función de forma de línea
h	Constante de Plank
h_T	Coefficiente de transferencia de calor, usualmente definido para convección natural, ($[W/m^2/K]$)
$i.n.$	Ion normalizado
k	Constante de conductividad térmica, se define en unidades de $[W/m/K]$
L	Longitud de la fibra
N	Población atómica total normalizada. En este trabajo siempre es igual a 1.
n_0	Índice de refracción del aire
n_1	Índice de refracción del núcleo en la fibra
n_2	Índice de refracción del recubrimiento en la fibra
NA	Apertura numérica de la fibra
<i>Ndz</i>	Matriz de población atómica total, definida para el programa de simulación numérica.
ne	Número de niveles de energía en las ecuaciones de balance de población
N_i	Población atómica normalizada del nivel i -ésimo
nz	Número de segmentos en la dirección de z en los que se divide la fibra para evaluar la solución numérica.
p	Energía térmica generada por unidad de volumen en el núcleo de la fibra $[W/m^3]$
Ps_1	Potencia de fluorescencia guiada en la fibra en la dirección positiva del eje z
Ps_2	Potencia de fluorescencia guiada en la dirección negativa de z
<i>Q</i>	Matriz de cantidad de calor por nodo, definida para el programa de simulación numérica
Q	Calor, se define en unidades de energía
q'	Calor inyectado en la fibra por decaimiento no radiante de iones, se define en unidades de potencia por unidad de longitud. Resulta de integrar p en la sección transversal de la fibra S .
r	Radio
<i>RA</i>	Matriz de representación de constantes de absorción y amplificación para el programa de simulación numérica
r_a	Radio del modo principal en la de la fibra óptica
r_b	Radio exterior de la fibra óptica
R_{ij}	Representa la probabilidad de transición por absorción o emisión estimulada producida por bombeo para que un ion en el nivel i alcance el nivel j
S	Sección transversal de la fibra
S_{A21}	Figura de mérito que representa la sensibilidad del valor promedio $\langle \tau_i \rangle$ con

	respecto a la tasa de decaimiento A_{21}
S_{R13}	Figura de mérito que representa la sensibilidad del valor promedio $\langle \tau_i \rangle$ con respecto al cambio en 1% de la tasa de bombeo R_{13}
T	Temperatura
t	Tiempo
t_i	Tiempo definido de forma discreta, $t_i = i \cdot \Delta t$ para la mayoría de los casos, $i=0,1,2,\dots$
T_{ij}	Número de transiciones del nivel i hasta el nivel j por unidad de tiempo por unidad de longitud en la fibra.
t_t	Tiempo total, utilizado para establecer el límite para la rutina de solución numérica de las ecuaciones diferenciales
$u_{\langle \tau_i \rangle}$	Incertidumbre para la estimación del valor promedio $\langle \tau_i \rangle$
u_T	Incertidumbre en la determinación de la temperatura T
W_{ij}	Representa la probabilidad de transición por absorción o emisión estimulada producida por un señal para que un ion en el nivel i alcance el nivel j

Griegas

α_{max}	Ángulo de máxima aceptación para acoplar una señal a la fibra, esta limitado por el ángulo β_{max} .
β_{max}	Ángulo límite para reflexión total interna en de la fibra
ΔQ	Vector de calor generado, definido para el programa de simulación numérica.
ΔSNR	Figura de mérito que representa el cambio en la relación señal a ruido en comparación con el valor SNR de referencia.
Δt	Incremento finito de tiempo. Se define para la integración numérica de ecuaciones diferenciales o en el muestreo de variables experimentales
ΔT	Incremento en temperatura
Δz	Incremento finito en la longitud de la fibra
$\Delta \tau_{RDCM}$	Figura de mérito que representa el cambio de τ_i calculado como la raíz del promedio de la diferencia cuadrática con respecto al valor promedio $\langle \tau_i \rangle$ durante un intervalo finito de tiempo.
ΔQ	Incremento en calor
δ	Razón $\sigma_{ESA}/\sigma_{GSA}$
γ	Coefficiente exponencial de ganancia
λ	Longitud de onda
ν	Frecuencia para ondas electromagnéticas, es igual a c/λ
ρ_m	Densidad másica del material [kg/m^3]
ρ	Densidad de iones en el material [iones/m^3]
σ_{ESA}	Sección transversal de absorción de estado excitado [m^2]
σ_{GSA}	Sección transversal de absorción de estado base [m^2]
$\langle \tau_i \rangle$	Valor promedio de τ_i durante un intervalo finito de tiempo
τ_i	Valor instantáneo de τ , usada cuando τ no es constante con respecto al tiempo en una función de decaimiento del tipo $\exp(-t/\tau_i)$
τ_{ij}	Constante de tiempo de decaimiento del nivel atómico i al j . Equivale a $1/A_{ij}$

τ_T	Constante de tiempo térmica de la fibra
ψ_{si}	Función de envolvente del modo guiado en la fibra

Capítulo 1

Introducción

1.1 Objetivo

El objetivo del presente trabajo es mejorar el desempeño de los sensores de fibra óptica basados en tiempo de decaimiento de fluorescencia en fibras dopadas con Erbio. Esta mejora resulta del aumento en la relación señal a ruido del instrumento y la disminución de la incertidumbre debida a cambios en la potencia de bombeo. Nosotros perseguimos este objetivo por medio de:

- a) Un modelo matemático que incluye los procesos que intervienen en la emisión de fluorescencia y que resultan en dependencia de la tasa aparente de decaimiento con la potencia de bombeo.
- b) Un método para caracterizar las fibras que permite determinar las constantes físicas involucradas en el modelo matemático.
- c) Un simulador que predice el comportamiento de las fibras, en base al modelo matemático y las propiedades de las mismas.
- d) Un conjunto de figuras de mérito útiles para evaluar y comparar el desempeño de distintas fibras, así como determinar la combinación adecuada de fibra dopada y condiciones de bombeo para obtener el mejor desempeño del dispositivo sensor.
- e) El diseño de un novedoso sistema de interrogación del dispositivo que minimiza la incertidumbre debido a cambios en la potencia de bombeo, al tiempo que permite el incremento de la relación señal a ruido.

1.2 Sensores de fibra óptica

Durante los pasados 30 años, la investigación relativa al uso de fibras ópticas en sensores ha sido un campo de investigación muy activo. Al día de hoy, no se perciben signos de disminución en el interés académico en este campo. Sin embargo, la transición entre el resultado de las investigaciones en sensores de fibra y la comercialización ha sido, en la mayoría de los casos, lenta y cautelosa. Esto se debe a las características del mercado, y contrasta fuertemente con el rápido despliegue del resultado de las investigaciones en comunicación óptica. Sin embargo, existe un avance sostenido en la comercialización de sensores basados en fibra óptica.^{1,2,3} La proyección para las ventas globales de sensores de fibra óptica indican un crecimiento a USD \$304.4 millones en 2006, desde un estimado para 2005 de USD \$288.1 millones, de acuerdo con un reporte de Businnes Communications Co. Inc. de Norwalk, Conn.⁴ El documento actualizado, “RG-116N Fiber Optic Sensors”, sugiere que las ventas se incrementarán con una tasa anual de crecimiento de 4.1 % hasta \$371.8 millones para 2011. Además, indica que los sensores deben bajar significativamente de precio para ampliar su nicho de aplicaciones.

Los sensores basados en fibra óptica (SFO) presentan importantes ventajas sobre los sensores tradicionales. En general, estos sensores son fabricados con materiales dieléctricos, que son químicamente inertes en la mayoría de los casos. Esto les confiere pasividad eléctrica y química, que en conjunto con la naturaleza de la luz usada para su funcionamiento, los convierte en candidatos ideales para aplicaciones en ambientes corrosivos o agresivos, o cuando existe el

riesgo de explosión. Como la fibra óptica es un medio dieléctrico, estos sensores son inmunes a cualquier tipo de interferencia electromagnética. Por lo tanto, pueden utilizarse en ambientes altamente contaminados, desde el punto de vista de la radiación electromagnética. Los sensores tradicionales no son aplicables en estas condiciones. Los SFO pueden soportar temperaturas relativamente altas gracias al alto punto de fusión de las fibras ópticas. Utilizando fibras de vidrio encapsuladas con cubiertas de alto punto de fusión se pueden fabricar sensores que trabajen de forma adecuada en altas temperaturas. Dada la naturaleza y tamaño de las fibras, es factible fabricar transductores ópticos pequeños y ligeros. Adicionalmente, la distancia al punto de medición puede ser muy grande, incluso kilómetros, gracias a las excelentes características de transmisión de la fibra como canal de comunicaciones. Esto significa que es posible situar los instrumentos utilizados para la detección de la señal lejos del ambiente hostil donde se realizan las mediciones.

Los sensores de fibra óptica presentan dos desventajas fundamentales, con respecto a los sensores tradicionales. La primera es la sensibilidad del transductor a otras variables, aparte de la variable de interés. Una importante porción del trabajo de investigación y desarrollo se ha dedicado a la reducción en la sensibilidad a las variables espurias. Un ejemplo de esto es la investigación para reducir la dependencia con las condiciones de bombeo, objeto de interés en este trabajo. La segunda desventaja es el alto costo de los sensores de fibra, comparado con las tecnologías convencionales. Esto se debe fundamentalmente al costo de los componentes que se fabrican específicamente para estos sensores. El bajo volumen de producción, típico para dispositivos de nueva tecnología en un mercado incipiente, incrementa los costos.

1.3 Sensores basados en fibra dopada con Erblio

El estudio de las fibras dopadas con Erblio para su aplicación en sensores de temperatura ^{5,6,7,8,9,10} y convertidores dinámicos de infrarrojo a visible ^{11,12,13} ha sido un campo de investigación muy activo en los últimos años. Existen al menos dos técnicas diferentes para construir sensores en base a fibras dopadas con Erblio: razón de potencia de fluorescencia en dos bandas (Apéndice E) y medición de tiempo de decaimiento de fluorescencia.^{14,15,16} El objeto de interés de este trabajo son los sensores de fibra basados en el tiempo de decaimiento de fluorescencia. La sensibilidad de este tipo particular de sensores a la temperatura y al esfuerzo ha sido demostrada en condiciones de laboratorio por diversos grupos de investigación.^{17,18,19,20} Los sensores basados en fibras dopadas con Erblio tienen un gran potencial para construir dispositivos de bajo costo. Todos los componentes ópticos necesarios para su construcción son ampliamente comercializados. En los últimos años, su costo ha bajado significativamente porque estos componentes, como las fuentes de bombeo y los detectores, son extensamente usados en comunicaciones de fibra óptica.

En trabajos anteriores, nosotros hemos caracterizado el desempeño de un sensor de temperatura basado en el tiempo de decaimiento de fluorescencia en fibras ópticas dopadas con Erblio.^{21,22} El proceso de interrogación es simple, como se muestra en la figura 1.1. La fibra dopada se bombea con pulsos cuadrados en 980 nm. El decaimiento de fluorescencia se registra

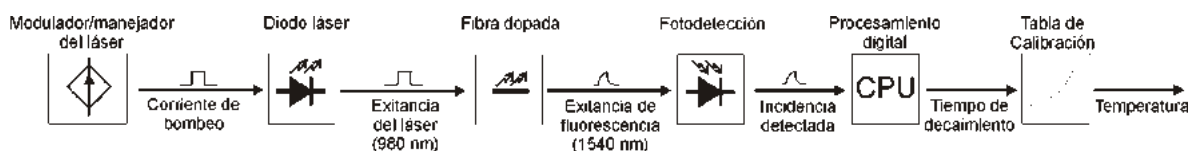


Figura 1.1. Diagrama de bloques donde se muestran las principales funciones en la interrogación de un sensor de temperatura basado en decaimiento de fluorescencia en fibras dopadas con Erblio.

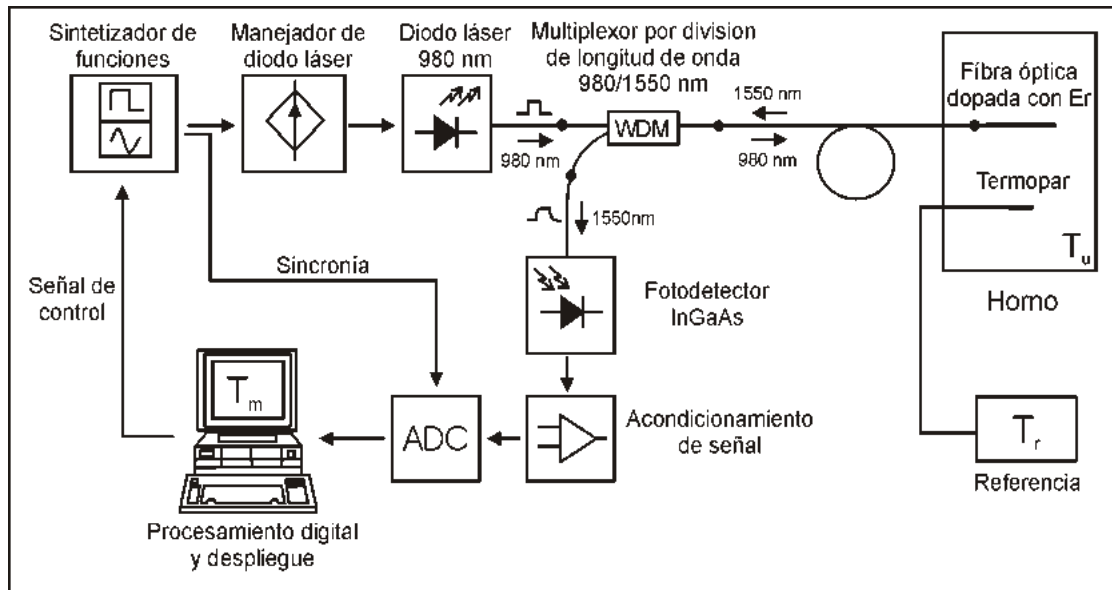


Figura 1.2. Diagrama del arreglo experimental utilizado para caracterizar el desempeño de la fibra óptica dopada con Erbio como sensor de temperatura.

después de apagar el bombeo, utilizando únicamente un detector de banda ancha. La constante de tiempo del decaimiento depende de la temperatura de la fibra dopada. El diagrama del arreglo experimental se muestra en la figura 1.2. Dada la sensibilidad a la temperatura y la relación señal a ruido, la incertidumbre obtenida en la medición es de 2 °C con un nivel de confianza del 95 %. Esto es comparable con otros sensores ópticos disponibles en el mercado.²³

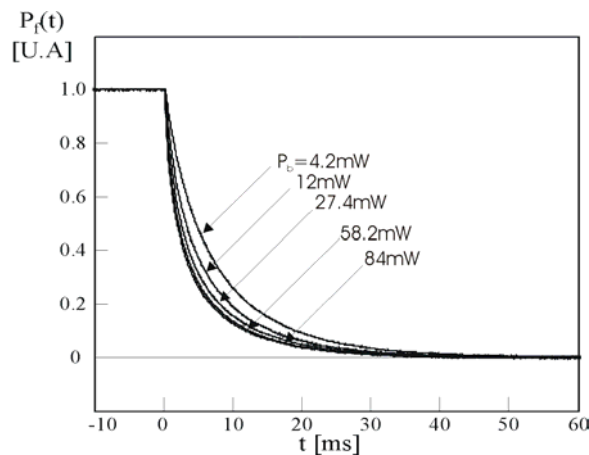


Figura 1.3. Decaimiento de fluorescencia P_f normalizada como función del tiempo para distintas potencias de bombeo P_b .

Nosotros encontramos que el decaimiento de fluorescencia presenta dependencia adicional con la potencia de bombeo, como se muestra en la figura 1.3. Este comportamiento no es deseable porque la sensibilidad cruzada de temperatura y potencia de bombeo resulta en errores en la salida del instrumento. En la mayoría de los

experimentos reportados por distintos grupos de investigación, la fibra se bombea con baja potencia (< 1 mW). Con esto se busca reducir la sensibilidad al bombeo para minimizar la incertidumbre, pero también resulta en una importante limitación en la relación señal a ruido. Este comportamiento ha dificultado la transición de pruebas de laboratorio a dispositivos comerciales. La reducción del efecto de sensibilidad cruzada es uno de los principales retos para lograr la transición. En este trabajo investigación, nosotros enfrentamos este reto porque los SFO basados en fibra dopada con Erblio presentan un gran potencial para fabricar dispositivos de bajo costo. La técnica de bombeo e interrogación es relativamente simple, comparada con otros sensores, y todos los componentes ópticos que lo integran se fabrican en serie.

1.4 Organización de este documento

Este texto cubre el trabajo de investigación realizado para mejorar el desempeño de los sensores de temperatura y esfuerzo basados en decaimiento de fluorescencia en fibras dopadas con Erblio. En el Capítulo 2 proponemos un modelo que describe los procesos que intervienen en la emisión de fluorescencia en la fibra dopada con Erblio. Este modelo incluye la transferencia cooperativa de energía (CET), la amplificación de la emisión espontánea (ASE), el calentamiento por decaimiento no radiante, entre otros. En el Capítulo 3 describimos un método novedoso de caracterización utilizado para determinar las propiedades de la fibra que intervienen el modelo. En particular, se determinan las constantes de CET, ASE, y calentamiento. En el Capítulo 4 presentamos el programa de simulación numérica para el modelo propuesto. Este programa evalúa la solución para la emisión de fluorescencia guiada en la fibra para funciones arbitrarias de bombeo. Se incluye la amplificación de la emisión guiada y su efecto en las poblaciones

atómicas locales. También se determina el cambio en la temperatura en el núcleo de la fibra. En esta sección, comprobamos la correspondencia entre la solución obtenida por medio de la simulación y las mediciones realizadas en laboratorio. Esta comprobación valida el modelo matemático y el método de caracterización. En el Capítulo 5 proponemos las figuras de mérito para evaluar y comparar el desempeño de los sensores para distintas fibras y condiciones de bombeo. Evaluamos el impacto de los distintos procesos sobre la sensibilidad al bombeo y determinamos las características de la fibra para el mejor desempeño. También definimos el criterio para determinar la potencia de bombeo ideal, dadas las características de la fibra. Finalmente, proponemos un innovador sistema de bombeo con retroalimentación de lazo cerrado que minimiza las variaciones en la potencia de bombeo, y su efecto sobre la incertidumbre del dispositivo sensor.

¹ S.D. Crossley, “Commercially available optical fibre sensors”, Proc. OCA Colloquium, London, September 1988.

² S.D. Crossley, “Comercial availability of optical fibre sensors – 10 years of progress?”, Glasgow, October 1984.

³ S.D. Crossley, T.J. Litt, “Commercially available optical fibre sensors”, Chapter 14, Optical fibre sensors and systems Vol. IV, B. Culshaw and J.P. Dakin, Artech House, 1997

⁴ Publicado en photonics.com - 11/1/2005

<http://www.photonics.com/content/spectra/2005/November/business/68352.aspx>

⁵ Víctor López, Gonzalo Paez, Marija Strojnik, “Sensitivity of a temperature sensor, employing ratio of fluorescence power in a band”, Infrared Phys. & Tech. 46, 133-139 (2004).

⁶ Gonzalo Paez and Marija Strojnik, “Erbium-doped optical fiber fluorescence temperature sensor with enhanced sensitivity, a high signal-to-noise ratio, and a power ratio in the 520–530- and 550–560-nm bands”, App. Opt. 42, 3251-3258 (2003).

⁷ Gonzalo Paez, Marija Strojnik, “Experimental results of ratio-based erbium-doped-silica temperature sensor”, Opt. Eng. 42, 1805-1811 (2003).

⁸ Jesus Castellon, Gonzalo Paez, Marija Strojnik, “Radiometric analysis of a fiber optic temperatura sensor”, Opt. Eng. 41, 1255–1261 (2002).

⁹ Gonzalo Paez, Marija Strojnik, “Performance predictions of a fiber-optic temperature sensor”, in Infrared Spaceborne Remote Sensing X, Marija Strojnik, Bjorn F. Andresen Eds., Proc. SPIE Vol. 4818, 100-109 (2002).

¹⁰ Jesus Castellon, Gonzalo Paez, Marija Strojnik, “Remote temperature sensor employin'g erbium-doped silica fiber”, Infrared Phys. & Tech. 43, 219-222 (2002).

¹¹ Jaime Sandoval, Gonzalo Paez, Marija Strojnik, “Er-doped silica dynamic IR-to-visible image converter”, Infrared Phys. & Tech. 46, 141-145 (2004).

¹² Gonzalo Paez, M. K. Scholl, “Evaluation of Er-doped silica fiber as IR-to-visible image converter”, in Infrared Spaceborne Remote Sensing XII, Marija Strojnik Ed., Proc. SPIE Vol. 5543, 368-373 (2004).

¹³ Gonzalo Paez, Marija Strojnik, Jaime Sandoval; “Feasibility concept for dynamic IR-to-visible converter”; in Infrared Imaging Systems: Design, Analysis, Modeling, and Testing XIV; Gerald C. Holst Ed.; Proc. SPIE 5076; 268-277 (2003).

-
- ¹⁴ Z. Y. Zhang, K. T. V. Grattan, A. W. Palmer, B. T. Meggitt, T. Sun, "Fluorescence decay-time characteristics of erbium-doped optical fiber at elevated temperatures," *Rev. Sci. Instrum.* 68, 2764-2766 (1997).
- ¹⁵ V.C. Fericola, L. Rosso and R. Galleano, "Investigations on exponential lifetime measurements for fluorescence thermometry," *Rev. Sci. Instrum.* 71, 2938-2943 (2000).
- ¹⁶ S.A. Wade, D.I. Forsyth, K.T.V. Grattan, "Fiber optic sensor for dual measurement of temperature and strain using a combined lifetime decay and fiber Bragg grating technique," *Rev. Sci. Instrum.* 72, 3186-3190 (2001).
- ¹⁷ K. A. Wickersheim, M.H. Sun, "Fiberoptic Thermometry and its Applications", *J. of Microwave Power*, pp 85-94 (1987).
- ¹⁸ T. Sun, Z. Y. Zhang, K. T. V. Grattan, A. W. Palmer, "Determination of local high temperature excursion in an intrinsic doped fiber fluorescence-based sensor," *Rev. Sci. Instrum.* 69, 2930-2934 (1998).
- ¹⁹ Jaehoon Jung, Namkyoo Park, "Simultaneous measurement of strain and temperature by use of a single fiber Bragg grating written in an erbium:ytterbium-doped fiber," *App. Opt.* 39, 1118-1120 (2000).
- ²⁰ Arnaud, D.I. Forsyth, T. Sun, Z. Y. Zhang, K.T.V. Grattan, "Strain and temperature effects on erbium-doped fiber for decay-time based sensing," *Rev. Sci. Instrum.* 71, 104-108 (2000).
- ²¹ V.E. López, "Caracterización del desempeño de un sensor de temperatura basado en fibra óptica dopada con Erbio", Tesis de Maestría, Centro de Investigaciones en Óptica 2003.
- ²² G. Paez, V. Lopez, M. Strojnik, "Experimental demonstration of erbium-doped fiber optic temperature sensor", in *Infrared Spaceborne Remote Sensing XI*, M. Strojnik ed., Proc. SPIE 5152, 381-390 (2003).
- ²³ J.M López-Higuera, "Introduction to Fibre Optic Sensing Technology" in *Handbook of Optical Fibre Sensing Technology*, J. M. López-Higuera ed., (Wiley, New York, USA, 2002), pp. 1-21.

Capítulo 2

Modelo matemático para el dispositivo de fibra dopada

2.1 Introducción

En esta sección proponemos el modelo matemático que describe el proceso de emisión de fluorescencia en la fibra dopada con Erblio. Este modelo se expresa como el conjunto de ecuaciones de balance de población, amplificación de la emisión guiada en la fibra, y transferencia de calor. Nosotros incluimos los cuatro procesos principales que influyen en el decaimiento aparente de fluorescencia cuando se usa un arreglo experimental como el mostrado en la figura 2.1:

- Conversión hacia arriba por proceso cooperativo
- Absorción de estado excitado
- Absorción y amplificación de la emisión espontánea
- Calentamiento por decaimiento no radiante

El modelo propuesto se deriva de los resultados de la caracterización espectroscópica de la fibra dopada con Erblio montada en nuestro arreglo experimental. El fabricante reporta que la densidad de dopante en esta fibra es igual a 2300 ppm.

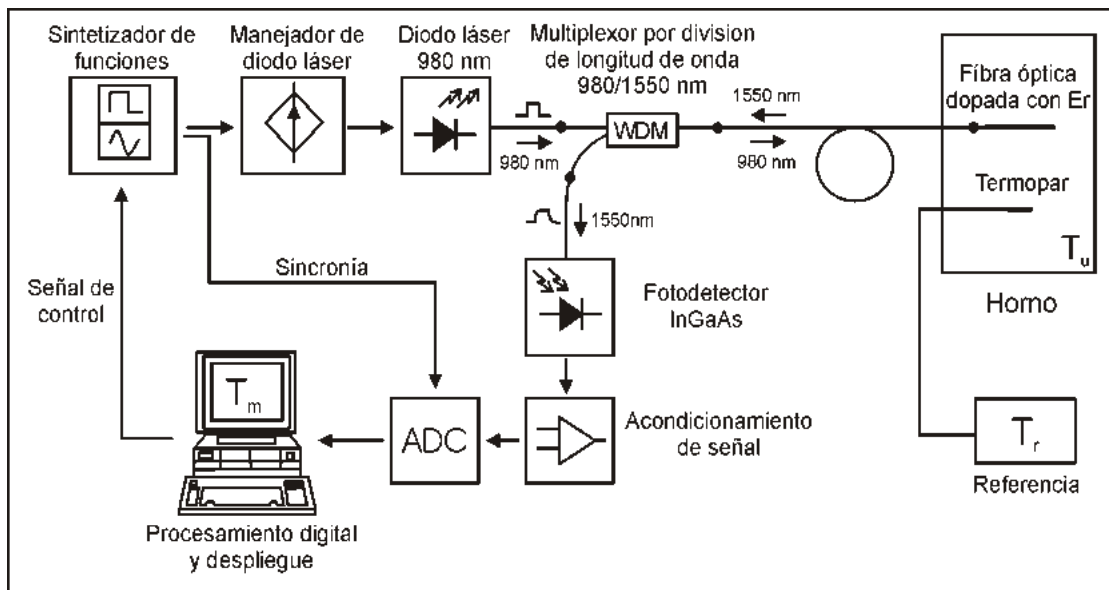


Figura 2.1. Diagrama del arreglo experimental utilizado para caracterizar el desempeño de la fibra óptica dopada con Erblio como sensor de temperatura.

2.2 Modelo ideal para la emisión espontánea de fluorescencia en fibras dopadas con Erblio

En la figura 2.1 se muestra el arreglo experimental típico para un sensor de temperatura basado en tiempo de decaimiento de fluorescencia en fibra óptica dopada con Erblio. El modelo más simplificado, y ampliamente usado, corresponde a un sistema de tres niveles como el que se muestra en la figura 2.2.^{1,2,3,4,5} En este modelo, se consideran únicamente tres transiciones. La primera transición parte del nivel base $^4I_{15/2}$ para subir al nivel $^4I_{11/2}$ por absorción de bombeo en 980 nm. La segunda es una transición rápida (pocos microsegundos) de decaimiento no radiante desde el nivel 3, $^4I_{11/2}$, hasta el nivel 2, $^4I_{13/2}$. La última transición corresponde al decaimiento predominantemente radiante del nivel 2 al nivel base $^4I_{15/2}$. La emisión espontánea en la banda de 1.5 μm corresponde a esta transición. El nivel 2 es metaestable y su tiempo de vida medio es de aproximadamente 10 ms. Este modelo se describe con las siguientes ecuaciones de balance de población:

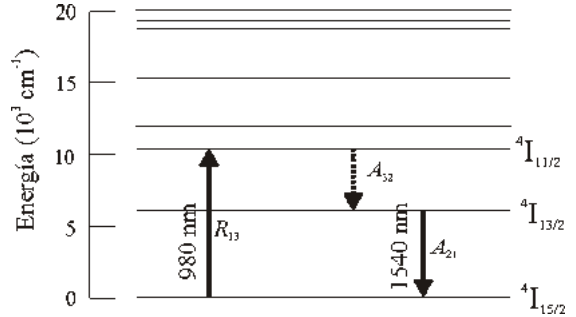


Figura 2.2. Diagrama de energía simplificado para las transiciones en iones de Erblio en vidrio.

$$\frac{dN_1}{dt} = -R_{13}N_1 + A_{21}(T)N_2, \quad (2.1)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21}(T)N_2 + A_{32}N_3, \quad (2.2)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = R_{13}N_1 - A_{32}N_3. \quad (2.3)$$

Aquí, t es el tiempo, N_i es la población del nivel i , R_{13} es la tasa de absorción de bombeo en 980 nm, A_{32} es la tasa de decaimiento no radiante del nivel 3 al nivel 2 ($\approx 10^5 \text{ s}^{-1}$), A_{21} es la tasa de decaimiento radiante del nivel 2 al 1 ($\approx 100 \text{ s}^{-1}$), y T es la temperatura. La dependencia de A_{21}

con la temperatura se indica de forma explícita. La transición de decaimiento desde el nivel 3 al 2 se considera instantánea, comparada con aquella del nivel 2 al 1.

La solución de las ecuaciones (2.1) a (2.3) para el decaimiento de la población del nivel 2 después de interrumpir el bombeo es $N_{2d}(t)$.

$$N_{2d}(t) = N_2(0) \exp[-A_{21}(T)t] \quad (2.4)$$

Aquí, N_{2d} es la población N_2 después del instante de apagado del bombeo en $t = 0$, y $N_2(0)$ es población N_2 en el instante de apagado. Para interrogar un sensor basado en decaimiento de fluorescencia se bombea la fibra dopada de forma pulsada. Después de instante de apagado del pulso de bombeo, se registra la emisión de fluorescencia y se determina el tiempo de decaimiento. La fluorescencia debido a la emisión espontánea es proporcional a la población N_2 . Por lo tanto, la constante de tiempo de decaimiento de fluorescencia es igual a $1/A_{21}(T)$. Por medio de la tabla de calibración, se determina la temperatura como función de A_{21} .

Nosotros encontramos que este modelo es válido únicamente para bajas potencias de bombeo (< 1 mW) cuando se usa el arreglo experimental de la figura 2.1. Las ecuaciones (1.1) a (1.3) no permiten predecir la dependencia con la potencia de bombeo que se mostró en la figura 1.3. En la mayoría de los trabajos reportados en esta área, encontramos que este problema se mitiga limitando la potencia de bombeo y la longitud de la fibra dopada. Esto resulta en una reducción importante en la intensidad de fluorescencia, y por ende, en la razón señal a ruido.

Nosotros buscamos mejorar el desempeño de los sensores basados en esta técnica. Por esta razón, complementamos el modelo incluyendo los procesos de conversión hacia arriba, amplificación de la emisión espontánea, y calentamiento por decaimiento no radiante. Este modelo nos permite evaluar el impacto individual y colectivo de las causas potenciales de la dependencia con el bombeo. Este conocimiento es necesario para optimizar el diseño de los sensores.

2.3 Conversión hacia arriba

Se denomina “conversión hacia arriba” (UC por sus siglas en inglés: *up-conversion*) al proceso que tiene lugar en un material láser que emite fotones por fluorescencia de una energía mayor a la de los fotones de bombeo. Este fenómeno es apreciable en fibras de vidrio dopadas con Erblio, donde se observa emisión en color verde (525 – 550 nm) cuando se bombea utilizando un láser de 785, 980 ó 1480 nm, entre otros.

En fibras dopadas con Erblio, el fenómeno de UC se puede dar, al menos, por dos mecanismos distintos. El primero se denomina “absorción de estado excitado”, que corresponde al caso donde un ion previamente excitado absorbe un segundo fotón de bombeo, promovándose a un nivel de más alta energía. El segundo se conoce como “transferencia cooperativa de energía”, aquí un ion excitado transfiere la energía a un segundo ion también excitado. En ambos casos, el ion excitado puede relajarse, emitiendo fluorescencia con fotones de energía superior a los fotones de luz incidente. De aquí el nombre de conversión hacia arriba.

2.3.1 Absorción de estado excitado

La absorción de estado excitado (ESA por sus siglas en inglés: *excited state absorption*) ha sido observada en fibras ópticas dopadas con Erblio en múltiples longitudes de onda entre 450 nm y 1050 nm.^{6,7,8,9,10,11,12} En términos generales, el fenómeno se explica como sigue. Los fotones de bombeo de frecuencia ν_p son generalmente absorbidos por iones en estado base (nivel 1), que pasan así al estado excitado (nivel 2). Cuando un proceso de ESA ocurre, la luz de bombeo no es absorbida por un ion de tierra rara en estado base, sino por un ion en estado excitado. Esto sucede si existe un tercer nivel (nivel 3) cuya diferencia de energía $\Delta E = E_3 - E_2$ con respecto al nivel 2 corresponde a la energía de un fotón de bombeo $h\nu_p$.

El diagrama de energía de vidrio SiO₂ dopado con Erblio en la figura 2.3 muestra varias transiciones por absorción desde el estado base (GSA por sus siglas en inglés: *ground state absorption*) y desde un estado excitado, indicando las longitudes de onda relacionadas.¹³ Debido

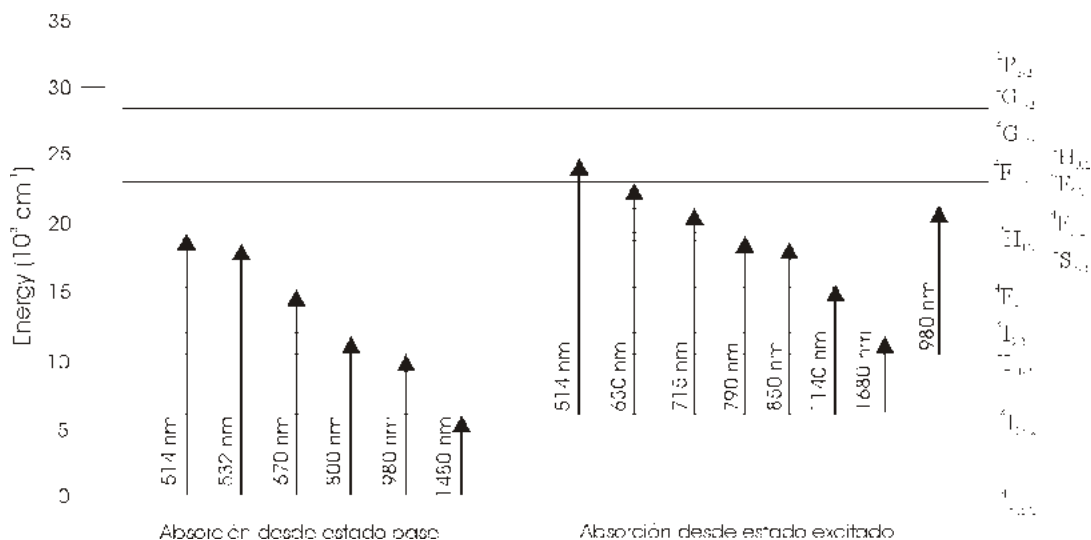


Figura 2.3. Diagrama de energía para vidrio dopado con Erblio donde se muestran las transiciones de absorción de estado base (GSA) y la absorción de estado excitado (ESA) con las longitudes de onda relacionadas.

a una coincidencia accidental en la posición de los niveles de energía del Erblio en vidrio SiO_2 , las longitudes de onda relacionadas con ESA son cercanas a las relacionadas con GSA en este material láser.

El efecto de ESA puede ocurrir desde cualquier nivel de energía con una población atómica finita. En vidrios SiO_2 dopados con Erblio esto ocurre principalmente desde el nivel $^4I_{13/2}$, donde generalmente encontramos una población alta por tratarse de un nivel metaestable. Los niveles superiores, como el $^4I_{11/2}$, se caracterizan por tasas rápidas de relajación, por lo que su población generalmente es baja. Un caso de alta probabilidad de ESA se presenta cuando la fibra se bombea con un láser de 785 nm.¹⁰ En estas condiciones se observa una intensa fluorescencia en color verde, originada por decaimientos radiantes desde los niveles $^2H_{11/2}$ y $^4S_{3/2}$ hasta el estado base. El efecto de ESA se produce porque la diferencia de energía entre los niveles $^4I_{13/2}$ y $^2H_{11/2}$ equivale a un fotón de 785 nm. El proceso de absorción de estado excitado se presenta entonces como $^4I_{13/2} + h\nu_{785\text{nm}} \rightarrow ^2H_{11/2}$. Como el tiempo de decaimiento del nivel $^4I_{13/2}$ es largo (cerca de 10 ms) la probabilidad de ESA es alta porque la población es grande en ese nivel.

Para que el proceso de ESA por bombeo ocurra a una longitud de onda específica, la sección transversal de absorción correspondiente (σ_{ESA}) debe ser importante con respecto a

sección transversal de GSA (σ_{GSA}). Esta relación se describe con la razón $\delta = \sigma_{ESA}/\sigma_{GSA}$. Por ejemplo, los valores experimentales de esta razón indican esta razón es $\delta(\text{Al}_2\text{O}_3) \cong 0.5$ para vidrio SiO_2 dopado con Erblio y que puede ser de hasta 0.95 para vidrios con GeO_2 para $\lambda=514.5 \text{ nm}$.¹⁴ La dependencia de δ con la composición del vidrio se atribuye a dos factores: (1) el corrimiento en la longitud de onda de GSA y ESA, que se reflejan en cambios en la posición de los niveles de Stark y (2) cambios en la sección transversal de pico para GSA y ESA dependientes del material.¹⁴

Las mediciones experimentales indican que no se produce ESA por bombeo en 980 nm desde el nivel $^4\text{I}_{13/2}$. No obstante, el diagrama en la figura 2.3 muestra que puede producirse ESA desde el nivel $^4\text{I}_{11/2}$, resultando en una transición hasta el nivel $^4\text{F}_{7/2}$. Como los iones excitados del nivel $^4\text{I}_{11/2}$ decaen rápidamente (el tiempo de vida medio es 10 μs en SiO_2), la población en este nivel es baja y el proceso de ESA se presenta únicamente con potencias altas de bombeo.

También existe evidencia experimental de que produce fluorescencia en la banda de 980 nm cuando la fibra dopada se bombea con un láser de 1480 nm.¹⁵ Esta emisión corresponde a la transición radiante desde el nivel $^4\text{I}_{11/2}$ hasta el estado base $^4\text{I}_{15/2}$. El proceso de ESA probablemente se da como $^4\text{I}_{13/2} + h\nu_{1480\text{nm}} \rightarrow ^4\text{I}_{9/2}$, seguida por una transición de relajación hacia el nivel $^4\text{I}_{11/2}$.

2.3.2 Transferencia cooperativa de energía

Los procesos de relajación radiante y no radiante descritos anteriormente se refieren a iones de tierras raras aislados. Cuando la concentración de la tierra rara en el anfitrión es suficientemente baja, los iones se distribuyen de forma homogénea en la matriz y la distancia entre iones es grande, lo que previene cualquier interacción. Cuando la concentración se incrementa por encima de cierto nivel, la distribución puede ser irregular y la distancia entre iones se reduce. Esto hace posibles diferentes efectos de acoplamiento ion-ion, que pueden resultar en procesos de transferencia cooperativa de energía entre ellos (CET por sus siglas en inglés: cooperative energy transfer). El mecanismo de CET, dependiente de la concentración de iones, compite con el proceso de amplificación, estableciendo un límite práctico en la concentración de

tierras raras. En consecuencia, los dispositivos amplificadores de fibra dopada con Erbio no pueden ser reducidos a longitudes arbitrariamente cortas por medio del incremento en la concentración de iones.

Entre las consecuencias observables del proceso de CET encontramos que la tasa aparente de decaimiento de fluorescencia en la banda de $1.5 \mu\text{m}$ depende de la población N_2 , y que la curva de decaimiento no ajusta a una función exponencial simple, excepto para valores muy pequeños de N_2 . Este comportamiento ha sido reportado para vidrios dopados con altas concentraciones de Erbio.^{16,17,18} Nosotros encontramos que las mediciones de decaimiento de fluorescencia en nuestro experimento, mostradas en el Capítulo 1, corresponden a esta descripción. Entonces, nosotros inferimos que probablemente este proceso está presente en nuestros experimentos.

El estudio de la transferencia de energía entre en sólidos comenzó en la década de 1940. Uno de los principales fenómenos investigados, relacionados con la conversión hacia arriba, es la relajación cruzada (cross relaxation).¹⁹ En este fenómeno, mostrado en la figura 2.4a, la energía es transferida de un donador excitado a un ion aceptor, promoviendo así al aceptor a un nivel de energía superior. Inicialmente, el aceptor puede estar en estado excitado o en estado base. Se dice que la transferencia es resonante si las transiciones entre los niveles del donador y aceptor requieren la misma cantidad de energía; en caso contrario, la disparidad es compensada por la adición de uno o dos fonones en el proceso.²⁰

La figura 2.4b muestra la conversión hacia arriba por proceso de transferencia cooperativa de energía, un caso particular de la relajación cruzada. Inicialmente en estado excitado, el ion

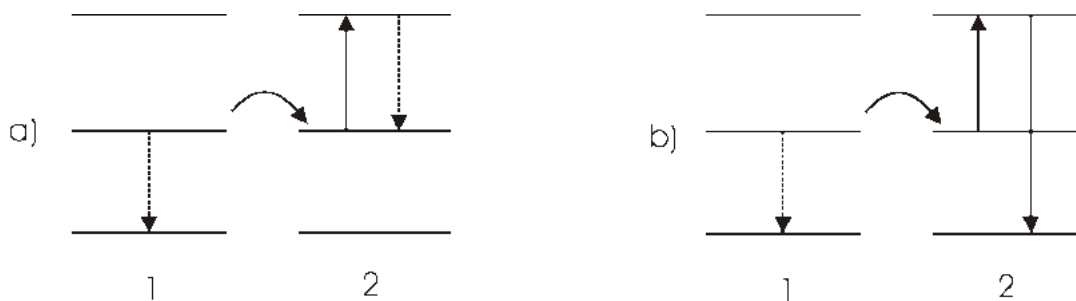


Figura 2.4. Procesos de transferencia cooperativa de energía entre un ion donador (1) y un aceptor (2): a) Relajación cruzada, b) Conversión hacia arriba en proceso cooperativo.

aceptor es promovido a un nivel de energía superior por CET de energía $h\nu$. Desde este estado, el aceptor puede relajarse de forma no radiante a un nivel inferior, para relajarse de forma radiante hasta el nivel base. En este proceso puede emitirse un fotón de energía $h\nu'$, de mayor energía que $h\nu$. Como resultado, se observa que el medio láser emite fluorescencia con fotones de energía superior a los fotones de luz incidente.

Existen dos diferencias importantes entre conversión hacia arriba por CET y conversión inducida por ESA. ESA involucra un solo ion, mientras que CET implica un par de iones. ESA implica la absorción de un fotón de bombeo por un ion previamente excitado. En cambio, CET implica transferencia no radiante de energía entre iones a través de la relajación cruzada.

Si el proceso de CET se repite varias veces con el mismo ion aceptor, la longitud de onda de la emisión debida a la conversión hacia arriba puede tomar muchos valores posibles. Estos valores dependen del número de pasos de excitaciones y relajaciones intermedias en el aceptor. En la figura 2.5 se muestra un ejemplo de múltiples transferencias cooperativas y las longitudes de onda de fluorescencia resultantes. El aceptor actúa como un contador cuántico, el cual puede ser usado para convertir señales infrarrojas en señales del espectro visible. En fibras de vidrio SiO₂ dopadas con Erblio (como las utilizadas en este trabajo) este proceso de contador cuántico

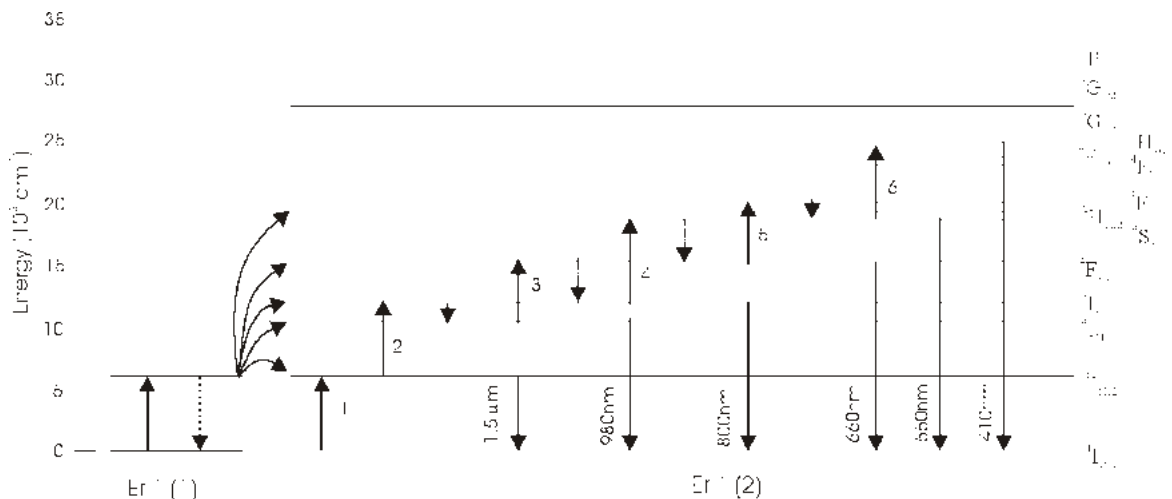


Figura 2.5. Proceso de “contador cuántico” debido a múltiples transferencias cooperativas de energía Er-Er, resultando en fluorescencia con conversión hacia arriba.

normalmente no se observa. No obstante, nosotros encontramos que nuestra fibra presenta fluorescencia apreciable a simple vista en las bandas de 532 y 550 nm, mientras se bombea con un láser de 1480 nm. Esta emisión solo puede explicarse por múltiples procesos consecutivos de transferencias de energía o absorción de estado excitado en un mismo ion.

La probabilidad de conversión hacia arriba por CET se modela comúnmente como una función proporcional al cuadrado de la población N_2 (nivel $^4I_{13/2}$).^{21,22} Esta dependencia cuadrática puede justificarse con un razonamiento muy sencillo. Sean N_1, N_2, \dots, N_n las poblaciones atómicas normalizadas, de tal forma que $N_1+N_2+\dots+N_n=I$; sea también ρ_{par} la densidad de pares de iones dentro del material que están separados por una distancia tal que es posible el proceso de CET. Si la posibilidad de absorción de bombeo no depende de la cercanía entre iones, entonces la probabilidad de que un ion que pertenece a un par se encuentre en estado excitado es de $P_{individual}=N_2$. Entonces, la probabilidad de que los dos iones de un mismo par se encuentren excitados estará dada por $P_{par}=(N_2)^2$. En consecuencia, la densidad de pares de iones excitados (ρ_{pe}) donde se puede dar el proceso de conversión hacia arriba por CET esta dado por $\rho_{pe} = \rho_p \cdot (N_2)^2$. En el caso de múltiples transferencias la dependencia con N_2 es de orden aún superior, porque se requiere que el ion aceptor reciba más de una transferencia de energía. Por ejemplo, si consideramos ahora un proceso de 2 transferencias, se requieren de 3 iones excitados cuya separación permita el proceso de CET. La probabilidad de que los tres iones se encuentren excitados será entonces $P_{tres}=(N_3)(N_2)$, donde N_3 es proporcional a $(N_2)^2$ si la población de nivel 3 se debe únicamente al proceso de CET. Otra posibilidad para múltiples transferencias es el caso donde se realizan 2 transferencias consecutivas en un mismo par. Este proceso parece poco probable, debido a que los tiempos de vida de los niveles excitados superiores son muy cortos. La probabilidad de que se realice una segunda absorción de bombeo del ion donador, antes de que decaiga el ion aceptor, es muy baja.

2.3.3 Características de conversión hacia arriba en la fibra de vidrio SiO₂ fuertemente dopada con erbio (2300 ppm)

Con el fin de evaluar la naturaleza del proceso de conversión hacia arriba en la fibra de vidrio SiO₂ dopada con Erbio (2300 ppm), nosotros medimos el espectro de fluorescencia para

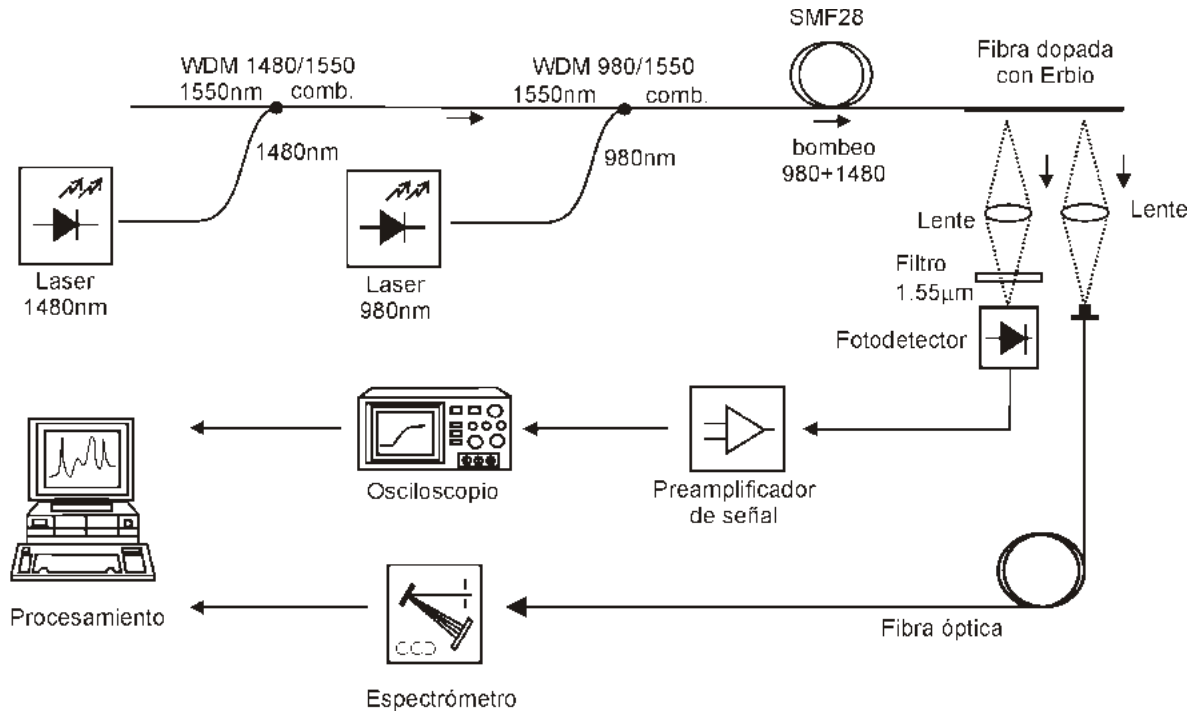


Figura 2.6. Arreglo experimental utilizado para caracterizar la emisión lateral de fluorescencia en el espectro visible debido a la conversión hacia arriba (CET y ASE) en fibra dopada con Erbio. Se probaron dos longitudes de onda de bombeo diferentes (no simultáneas). La potencia de bombeo se ajustó en cada caso para obtener la misma intensidad de fluorescencia en 1.55 μm.

bombeo en dos longitudes de onda diferentes: 980 y 1480 nm. Nosotros implementamos el arreglo experimental mostrado en la figura 2.6, el cual permite realizar el bombeo (de forma no simultánea) utilizando dos láseres acoplados a fibra. Con el uso de dos longitudes de onda se busca discernir entre la conversión hacia arriba producida por CET y la debida a ESA. Las mediciones de los espectros de emisión, mostrados en la figura 2.7, se realizaron en forma lateral buscando minimizar el efecto de reabsorción. La intensidad de bombeo en los dos casos (980 y 1480nm) se reguló de tal forma que la intensidad de fluorescencia en 1.55 μm (proporcional a la población del nivel $^4I_{13/2}$) fuera equivalente. Bajo esta condición se espera que la población en estado excitado $^4I_{13/2}$ sea igual en ambos casos, así como la tasa de conversión hacia arriba por CET. De esta forma, cualquier diferencia entre los espectros de emisión mostrados en la figura 2.7 se deberá principalmente al proceso de ESA. Todas las transiciones cuya existencia se infiere a partir de los espectros de la figura 2.7 se muestran en el diagrama de energía de la figura 2.8.

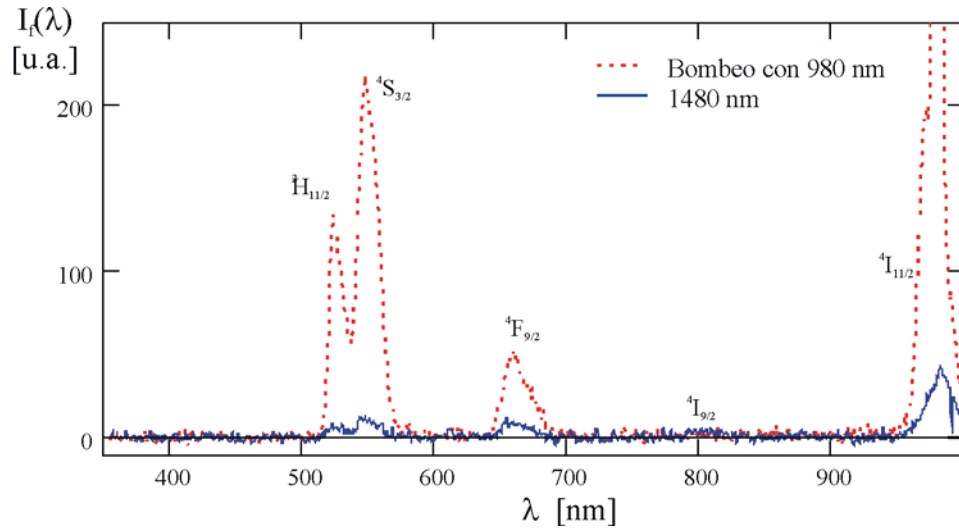


Figura 2.7. Comparación de los espectros de fluorescencia de la fibra dopada con Erblio (2300ppm) debido a la conversión hacia arriba, para dos longitudes de onda de bombeo. La potencia de bombeo se ajustó en ambos casos para obtener la misma intensidad de fluorescencia en la banda de 1.55 μm .

Comparando los espectros de la figura 2.7, podemos notar que la fluorescencia en las bandas de 525, 550 y 650 nm, debidas al bombeo de 980 nm, son aproximadamente 10 veces más intensas que las producidas con el bombeo de 1480 nm. Como suponemos que la población en el nivel $^4I_{13/2}$ es la misma en ambos casos, las diferencias necesariamente se deben a la presencia de absorción del bombeo en 980 nm por ESA. Dados los niveles de energía del Erblio en vidrio, suponemos que la primera transición por ESA se da como $^4I_{11/2} + h\nu_{980\text{nm}} \rightarrow ^4F_{3/2}$. Desde $^4F_{3/2}$ pueden darse decaimientos hacia los niveles $^2H_{11/2}$, $^4S_{3/2}$ y $^4F_{9/2}$, desde donde pueden darse las relajaciones radiantes en las longitudes de onda observadas.

La mayor cantidad de información acerca de las transiciones debidas a CET se obtiene analizando el espectro de emisión cuando se bombea con 1480 nm. La probabilidad de ESA es baja en esta longitud de onda porque no existe ningún nivel superior a $^4I_{13/2}$ con una diferencia de energía equivalente a un fotón de bombeo. Adicionalmente, la presencia de UC por CET se confirma por el decaimiento no exponencial de fluorescencia en la banda de 1.55 μm . Como este comportamiento es apreciable en nuestras mediciones, nosotros inferimos que la emisión en las bandas 980, 800, 650, 523 y 550 nm se deben al proceso de UC por CET cuando la fibra se bombea con el láser de 1480 nm.

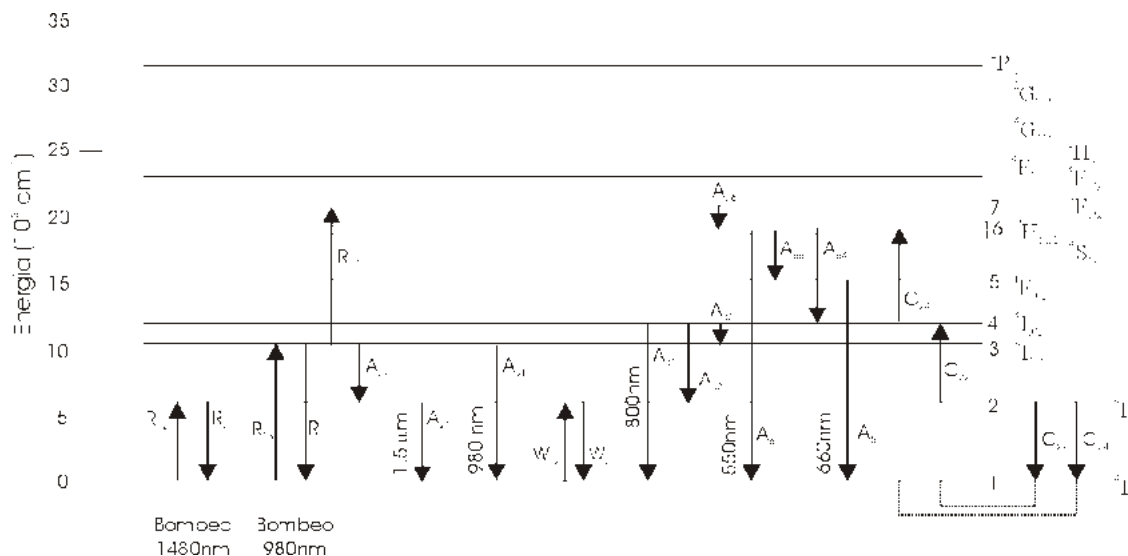


Figura 2.8. Niveles de energía y transiciones observadas en la fibra de vidrio dopada con Erblio (2300 ppm), para bombeo con láseres de 980 y 1480 nm.

Como ya se mencionó, no existe un nivel superior a $^4I_{13/2}$ cuya diferencia de energía sea equivalente a un fotón de 1480 nm; pero la diferencia de energía entre el nivel $^4I_{13/2}$ y el nivel $^4I_{9/2}$ corresponde casi al doble de la energía de un fotón de 1.55 μm . Podemos suponer que la primera transición por CET se da como $^4I_{13/2} + ^4I_{13/2} \rightarrow ^4I_{9/2} + ^4I_{15/2}$, como se muestra en la figura 2.8. Es posible afirmar que la mayor parte de la población del nivel $^4I_{9/2}$ decae hacia el nivel $^4I_{13/2}$, porque cuando se bombeó la misma fibra con un láser de 785 nm se observó que la emisión principal está en la banda de 1.55 μm . La emisión en las diferentes bandas indican que una parte de la población en $^4I_{9/2}$ decae de forma radiante hacia el nivel base, emitiendo en el proceso fluorescencia en 800 nm. La emisión en la banda de 980 nm indica que una fracción de la población de $^4I_{9/2}$ decae hacia el nivel $^4I_{11/2}$, desde donde algunos iones decaen de forma radiante hacia el nivel base. En el espectro de emisión también encontramos emisión en la banda de 525-550 nm y en 650 nm. Para lograrse esto, debe presentarse un segundo proceso de CET desde el nivel $^4I_{9/2}$, donde esta segunda transferencia de energía da lugar a una transición del tipo $^4I_{13/2} + ^4I_{9/2} \rightarrow ^2H_{11/2} + ^4I_{15/2}$. Los niveles $^2H_{11/2}$ y $^4S_{3/2}$ se encuentran acoplados térmicamente, por lo cual se observa emisión en 525 nm y 550 nm de forma simultánea^{9,10,11}. La emisión centrada en 660 nm indica que una fracción de la población en estos dos últimos niveles decae hacia el nivel $^4F_{9/2}$, desde donde decaen de forma radiante emitiendo en esa longitud de onda.

En la sección 2.2.2 se trató la dependencia cuadrática de la tasa de conversión hacia arriba con respecto a la población en el nivel 2 (${}^4I_{13/2}$). Esta dependencia puede comprobarse utilizando el mismo arreglo de la figura 2.6, utilizando el láser de bombeo de 1480 nm para minimizar ESA. En la figura 2.9 se muestra la intensidad de fluorescencia normalizada para las bandas de 523-550, 600, 800 y 980 nm como función de la intensidad de emisión en la banda de $1.55 \mu\text{m}$ (proporcional a la población de ${}^4I_{13/2}$ ó N_2). Es claro que la tasa de conversión hacia arriba no es lineal y se acerca al crecimiento cuadrático predicho anteriormente. Las emisiones en 800 y 980 nm (niveles 4 y 3) mantienen una tasa de crecimiento similar, lo cual se esperaba porque ambos niveles se pueblan gracias a la misma transición por CET. Las emisiones en las bandas de 525-500 y 600 nm (niveles 6 y 5) muestran una tasa de crecimiento con una dependencia de orden superior con respecto a N_2 , esto también se esperaba porque para poblar estos niveles superiores se requieren de 2 procesos de CET consecutivos, aunque también existe la posibilidad de ESA. En los dos casos, el incremento en la intensidad de fluorescencia con respecto a la población en ${}^4I_{13/2}$ es más rápido que lo esperado, lo cual nos hace suponer que también podría estarse presentando ESA desde los niveles ${}^4I_{13/2}$ y ${}^4I_{9/2}$ cuando se bombea con 1480 nm.

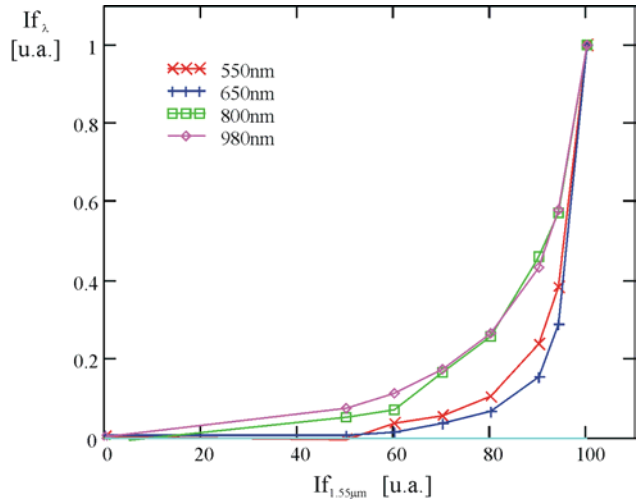


Figura 2.9. Intensidad normalizada de fluorescencia por conversión hacia arriba como función de la intensidad de fluorescencia en $1.55\mu\text{m}$ para la fibra dopada con Erblio (2300 ppm). La fibra fue bombeada con un láser de 1480 nm.

Finalmente, en la figura 2.8 se muestra el diagrama de energía para la fibra dopada con Erblio, indicando las posibles transiciones por absorción de estado base, ESA, conversión hacia arriba por CET y relajaciones radiantes y no radiantes observadas.

2.3.4 Ecuaciones de balance de población para 980 y 1480

Los espectros de emisión anteriores, así como la dependencia de la fluorescencia en el espectro visible con respecto a la emisión en 1.55 μm son un buen indicio de la gran cantidad de transiciones que se presentan en este material. El propósito del presente trabajo no es mostrar un modelo exhaustivo de todas las transiciones presentes en el vidrio dopado con Erblio, sino caracterizar aquellas que producen un cambio significativo en la población del nivel $^4I_{13/2}$. Estas posibles transiciones se indicaron en la figura 2.8, después de observar las características de los espectros de emisión mostrados en la figura 2.7 y la dependencia con la población N_2 en la figura 2.9.

Si consideramos el caso donde se bombea la fibra con un láser de 1480 nm, las poblaciones en los niveles N_1 a N_6 de la fibra estarán dadas por las siguientes relaciones. La numeración de los niveles se indica en la figura 2.8. Por simplicidad, los niveles $^2H_{11/2}$ y $^4S_{3/2}$ se consideran como un solo nivel.

$$\rho \frac{dN_1}{dt} = (-R_{12}N_1 + R_{21}N_2 + A_{31}N_3 + A_{21}N_2 - W_{12}N_1 + W_{21}N_2 + A_{41}N_4 + A_{61}N_6 + A_{51}N_5 + C_{24}\rho N_4N_2 + C_{22}\rho N_2^2)\rho \quad (2.5)$$

$$\rho \frac{dN_2}{dt} = (R_{12}N_1 - R_{21}N_2 - A_{21}N_2 + A_{32}N_3 + A_{42}N_4 - W_{21}N_2 + W_{12}N_1 - 2C_{22}\rho N_2^2)\rho \quad (2.6)$$

$$\rho \frac{dN_3}{dt} = (-A_{32}N_3 - A_{31}N_3 + A_{43}N_4)\rho \quad (2.7)$$

$$\rho \frac{dN_4}{dt} = (-A_{41}N_4 - A_{42}N_4 - A_{43}N_4 - C_{24}\rho N_4N_2 + C_{22}\rho N_2^2)\rho \quad (2.8)$$

$$\rho \frac{dN_5}{dt} = (A_{65}N_6 - A_{51}N_5)\rho \quad (2.9)$$

$$\rho \frac{dN_6}{dt} = (-A_{65}N_6 - A_{64}N_6 - A_{61}N_6 + C_{24}\rho N_4N_2)\rho \quad (2.10)$$

$$N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5 + N_6 = 1 \quad (2.11)$$

Aquí, N_i es la población atómica normalizada del nivel i , ρ es la densidad de iones en el material, R_{12} es la tasa de absorción de bombeo y R_{21} la tasa emisión estimulada por bombeo, los términos A_{ij} representan las tasas totales de decaimiento ($A_{ij}=A_{ij}^R+A_{ij}^{NR}$) desde el nivel i hasta el nivel j , W_{12} y W_{21} son las probabilidades relacionadas con la absorción y la emisión estimulada de señal, C_{22} y C_{24} son los coeficientes de relajación cruzada que dan lugar a la conversión hacia arriba por CET. Es importante mencionar que los términos relacionados con C_{22} o C_{24} incluyen la constante ρ . Estrictamente hablando, todos los términos N_i debe ir multiplicados por la densidad de iones, pero esta constante se elimina en la mayoría de las ecuaciones, excepto en aquellas que presentan términos N_i elevados a la segunda potencia.

En el caso de bombeo con 980 nm, las ecuaciones de balance de población son muy similares, pero ahora, la absorción del bombeo desde el estado base promueve a los iones al estado excitado $^4I_{9/2}$, desde donde decaen rápidamente de forma no radiante hacia el nivel $^4I_{11/2}$. También aparece la tasa de absorción R_{36} , relacionada con la conversión hacia arriba por absorción de estado excitado. La conversión hacia arriba por CET es igual al caso anterior, porque este proceso no depende de la longitud de onda de bombeo, depende de la población en estado excitado.

$$\rho \frac{dN_1}{dt} = (-R_{13}N_1 + R_{31}N_3 + A_{31}N_3 + A_{21}N_2 - W_{12}N_1 + W_{21}N_2 + A_{41}N_4 + A_{61}N_6 + A_{51}N_5 + C_{24} \rho N_4N_2 + C_{22} \rho N_2^2) \rho \quad (2.12)$$

$$\rho \frac{dN_2}{dt} = (-A_{21}N_2 + A_{32}N_3 + A_{42}N_4 - W_{21}N_2 + W_{12}N_1 - 2C_{22} \rho N_2^2) \rho \quad (2.13)$$

$$\rho \frac{dN_3}{dt} = (R_{13}N_1 - R_{31}N_3 - R_{37}N_3 - A_{32}N_3 - A_{31}N_3 + A_{43}N_4) \rho \quad (2.14)$$

$$\rho \frac{dN_4}{dt} = (-A_{41}N_4 - A_{42}N_4 - A_{43}N_4 - 2C_{24} \rho N_4N_2 + C_{22} \rho N_2^2) \rho \quad (2.15)$$

$$\rho \frac{dN_5}{dt} = (A_{75}N_7 - A_{51}N_5) \rho \quad (2.16)$$

$$\rho \frac{dN_6}{dt} = (A_{76}N_7 - A_{65}N_6 - A_{64}N_6 - A_{61}N_6 + C_{24} \rho N_4N_2) \rho \quad (2.17)$$

$$\rho \frac{dN_7}{dt} = (R_{37}N_3 - A_{76}N_7) \rho \quad (2.18)$$

$$N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5 + N_6 + N_7 = 1 \quad (2.19)$$

Las ecuaciones (2.11) a (2.18) incluyen todas las transiciones observadas en nuestro experimento. Sin embargo, un gran número de ellas son despreciables para los fines de este trabajo porque no afectan de forma significativa la población N_2 . Nosotros encontramos que las únicas transiciones significativas son aquellas relacionadas con R_{13} , A_{32} , A_{21} , A_{42} , C_{22} , W_{12} , y W_{21} . Todas las demás parten de niveles cuya población es despreciable, o bien, su probabilidad es demasiado baja.

2.4 Amplificación y absorción de la emisión espontánea

En los sensores basados en fibras óptica dopadas con Erblio, generalmente se utiliza la misma fibra para conducir el bombeo y para guiar la emisión de fluorescencia hacia el detector, como se mostró en el arreglo de la figura 2.1. Como consecuencia, los fotones generados por emisión

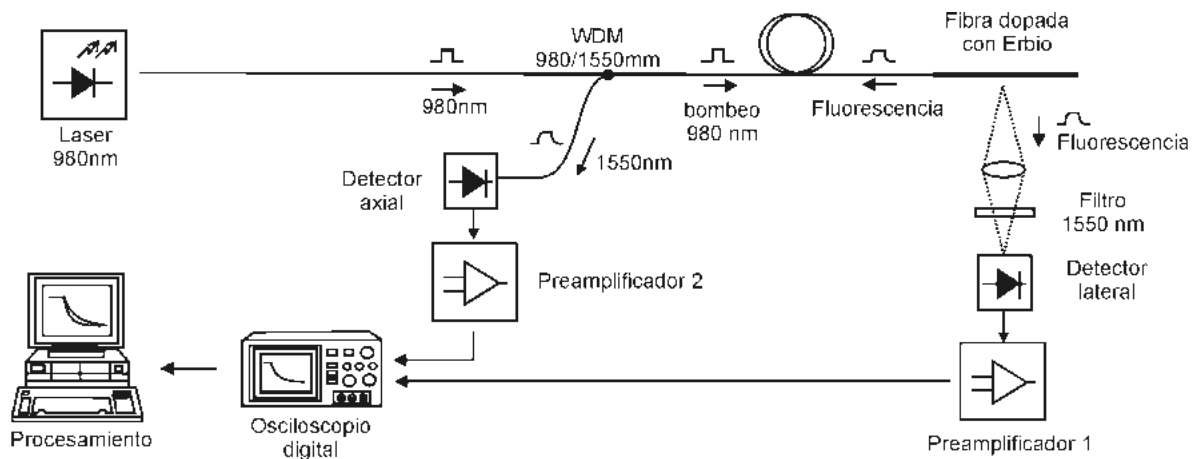


Figura 2.10. Arreglo experimental utilizado para comparar el decaimiento de la fluorescencia guiada en la fibra con la fluorescencia emitida lateralmente. La fibra dopada tiene una longitud de 15 cm. El extremo libre de la fibra dopada fue cortado en ángulo para minimizar la reflexión del bombeo.

espontánea pueden atravesar varios centímetros del medio amplificador, sufriendo así los efectos de absorción y amplificación. La magnitud de la amplificación depende de las densidades de poblaciones en estado base (N_1) y en estado excitado (N_2) en cada segmento de la fibra dopada. Estas poblaciones atómicas son cambiantes con el tiempo, tanto en mediciones de tiempo de decaimiento de fluorescencia como en medición de retardo de fase con bombeo sinusoidal. El resultado final es que la señal de fluorescencia registrada en el extremo de la fibra sufre una distorsión con respecto a la fluorescencia originalmente emitida por emisión espontánea. Esta distorsión puede introducir un error importante en el cálculo de la constante de tiempo del decaimiento de fluorescencia. Para evaluar esta distorsión, se implementó el arreglo experimental mostrado en la figura 2.10, donde es posible medir de forma simultánea la fluorescencia en forma axial (emisión guiada) y en forma lateral a la fibra. La fluorescencia que escapa lateralmente de la fibra atraviesa una sección de material láser menor a $2\ \mu\text{m}$, por lo que el efecto de amplificación es despreciable. En la figura 2.11 se muestra el decaimiento de fluorescencia medido para una fibra dopada con Erblio (2300 ppm) con una longitud de 15 cm y una potencia pico de bombeo de 27 mW. La tasa aparente de decaimiento mostrada por la fluorescencia axial es más alta que la observada en la fluorescencia lateral.

La potencia de fluorescencia emitida espontáneamente por un diferencial de volumen Sdz (S es la sección transversal) de un medio láser se distribuye de manera uniforme sobre un ángulo

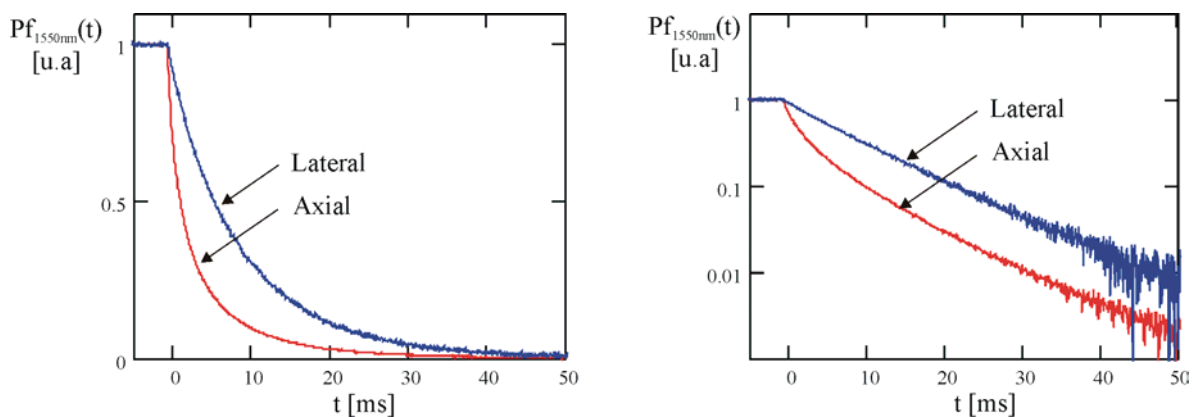


Figura 2.11. Comparación entre el decaimiento normalizado de fluorescencia axial (guiada) y fluorescencia lateral medida en una fibra dopada con Erblio (2300 ppm) de 15 cm de largo. La fibra se bombea con una potencia pico de 27 mW en 980 nm. La potencia de fluorescencia medida en forma axial muestra un decaimiento más rápido que el medido en forma lateral, la distorsión es dependiente de población en estado excitado $^4I_{13/2}$.

sólido 4π , como se muestra en la figura 2.12. En el caso de una fibra óptica, sólo una fracción $d\Omega/2\pi$ de la emisión espontánea será guiada por la misma hacia cada uno de los extremos de la fibra (fluorescencia axial), el resto escapará por los costados de la fibra (fluorescencia lateral). Al mismo tiempo que emite de forma espontánea, el diferencial de volumen amplifica o absorbe la señal de fluorescencia guiada que proviene de ambos lados de la fibra. Si $\bar{\psi}_{si}(r, \theta)$ es la envolvente normalizada del modo guiado en la fibra, donde (r, θ) representa las coordenadas cilíndricas transversales, el cambio en la potencia de fluorescencia guiada Ps_i producido en cada elemento dz de la fibra dopada esta dado por:

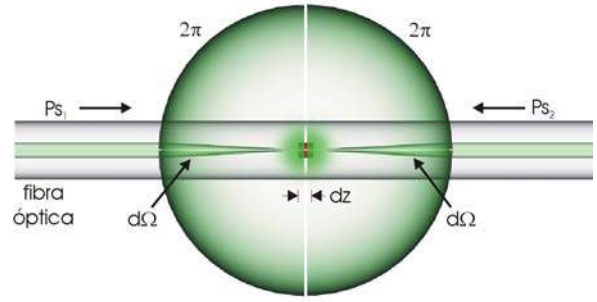


Figura 2.12: La fluorescencia debida a la emisión espontánea en un pequeño volumen de medio láser es uniforme en un ángulo sólido de 4π ; pero solo una fracción $d\Omega/2\pi$ es guiada por la fibra en cada dirección.

$$dPs_i = h \cdot \nu \cdot A_{21} \cdot \frac{d\Omega}{4\pi} \cdot \left(\int_S \rho N_2(r, \theta) r dr d\theta \right) dz + Ps_i \left(\int_S \gamma(r, \theta) \bar{\psi}_{si}(r, \theta) r dr d\theta \right) dz \quad [W] \quad (2.20)$$

Aquí, el primer término corresponde a la emisión espontánea guiada y el segundo a la amplificación de la señal. Ps_i es la potencia de señal en el elemento dz , donde el subíndice i indica el sentido de propagación de la señal dentro de la fibra ($i = 1, 2$). N_2 es la población atómica normalizada en estado excitado, ρ es la densidad de iones en el material, h es la constante de Plank, c es la velocidad de la luz, ν es la frecuencia correspondiente a la emisión espontánea ($c/\nu \approx 1.55\mu\text{m}$), S es la sección transversal del modo guiado en la fibra, A_{21} es la tasa de decaimiento espontáneo y $d\Omega/2\pi$ es la fracción de la emisión espontánea guiada en cada sentido de la fibra. La función de ganancia exponencial γ está dada la siguiente expresión.²³

$$\gamma(r, \theta) = (N_2(r, \theta) - N_1(r, \theta)) \cdot \rho(r, \theta) \cdot \frac{c^2}{\nu^2 n_1^2} \frac{g(\nu) A_{21}}{8\pi} \quad [m^{-1}] \quad (2.21)$$

Aquí $g(\nu)$ es la función de forma de línea y n_1 es el índice de refracción de la fibra.

La ecuación (2.20) puede resolverse de forma analítica considerando ciertas aproximaciones, con el fin mostrar el efecto de la distorsión debida a la amplificación. Por simplicidad, consideremos que N_2 y la envolvente normalizada $\bar{\psi}_{si}(r, \theta)$ presentan una distribución radial tipo escalón, con un radio de núcleo r_a . También supondremos que el cambio de N_2 debido a la absorción o emisión estimulada es despreciable (esta suposición será probada cierta en capítulos posteriores). La ecuación (2.20) puede ser entonces expresada simplemente como sigue.

$$\frac{dP_{s_i}}{dz} = h \cdot v \cdot A_{21} \cdot \frac{d\Omega}{4\pi} \cdot \rho \cdot N_2 \cdot \pi r_a^2 + \gamma \cdot P_{s_i}. \quad [\text{W/m}] \quad (2.22)$$

2.4.1 Efecto de la amplificación en el decaimiento de fluorescencia axial

Consideremos $P_{s_i}(z)$ como la potencia de fluorescencia guiada que viaja en la dirección positiva de z , como se muestra en la figura 2.12. En ausencia de señal inyectada en la fibra, $P_{s_i}(z=0)$ es igual a cero en el extremo izquierdo de la fibra. Podemos resolver la ec.(2.22) para estimar el valor de $P_{s_i}(z=L)$ en el extremo derecho de la fibra, donde L es la longitud de la misma. Sustituyendo de ec. (2.21) en la solución de la ec. (2.22), obtenemos que P_{s_i} en el extremo derecho de la fibra está dado por la siguiente expresión.

$$P_{s_i}(z=L) = h \cdot v \cdot \frac{d\Omega}{4\pi} \cdot \pi \cdot r_a^2 \cdot A_{21} \cdot \rho \cdot N_2 \left(\frac{\exp(\gamma \cdot L) - 1}{\gamma} \right), \quad [\text{W}] \quad (2.23)$$

donde

$$\gamma = (N_2 - N_1) \cdot \rho \cdot C_\gamma, \quad [\text{m}^{-1}] \quad (2.24)$$

$$C_\gamma = \frac{c^2}{v^2 n^2} \frac{g(v) A_{21}}{8\pi}. \quad [\text{m}^2 / \text{ion}] \quad (2.25)$$

Entonces, P_{s_i} es dependiente del factor de ganancia $[\exp(\gamma L) - 1]/\gamma$, el cual a su vez es dependiente de N_2 y N_1 . Si suponemos el caso particular donde N_2 es función del tiempo, por

ejemplo durante el decaimiento en ausencia de bombeo: $N_2(t) = N_2(t=0) \exp(-t/\tau)$, entonces el decaimiento aparente de fluorescencia medido de forma axial está dado por la siguiente función.

$$P_{S1}(z = L, t) = C_1 \cdot N_2(t) \exp\left(\frac{-t}{\tau_{21}}\right) \cdot \left(\frac{\exp[(2N_2(t) - N) \cdot \rho \cdot C_2 \cdot L] - 1}{(2N_2(t) - N) C_2}\right) \quad [\text{W}] \quad (2.26)$$

Aquí, C_1 y C_2 son constantes. Esta expresión es diferente de un decaimiento exponencial simple. El factor de la derecha, dependiente de $2N_2(t) - N$, es el causante de la distorsión observada en el decaimiento de fluorescencia axial, con respecto a la fluorescencia lateral en la figura 2.11.

2.4.2 Estimación de la fracción de emisión espontánea guiada

Como se mencionó anteriormente, la fracción de la fluorescencia espontánea que es guiada por la fibra está dada por la razón $d\Omega/2\pi$. Nosotros estimamos el ángulo sólido $d\Omega$ en base a la apertura numérica (NA) de la fibra y el ángulo de aceptación α_{max} , donde $\alpha_{max} = \sin^{-1}(NA/n_0)$.²⁴ El ángulo β_{max} , mostrado en la figura 2.13a, está limitado por la condición de reflexión total interna y puede calcularse en función de α_{max} utilizando la ley de Snell. La emisión espontánea guiada en la fibra debe cumplir la misma restricción de reflexión total interna. En consecuencia, la emisión de un elemento de volumen dV dentro del núcleo de la

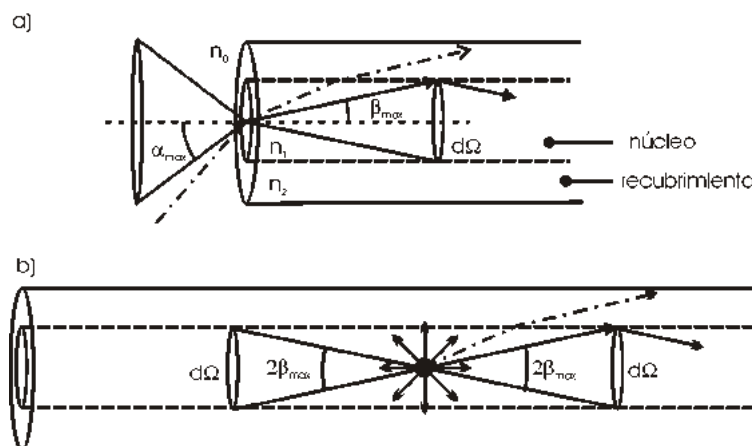


Ilustración 2.13. a) El ángulo máximo de aceptación α_{max} esta limitado por la condición de reflexión total interna de la fibra. b) La emisión espontánea en la fibra debe caer dentro del mismo cono limitado por la revolución de 2β para ser guiada por el núcleo.

fibra debe caer dentro del cono limitado por la revolución del ángulo $2\beta_{max}$ para ser guiada por la fibra. El resto escapará por los costados de la fibra o será guiada fuera del núcleo. El ángulo sólido $d\Omega$ está definido entonces por β_{max} y se puede estimar por medio de las siguientes expresiones:

$$d\Omega = 2\pi(1 - \cos(\beta)) \quad [\text{sr}] \quad (2.27)$$

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{NA}{n_1}\right) \quad [\text{rad}] \quad (2.28)$$

Aquí, NA es la apertura numérica de la fibra y n_1 es el índice de refracción del núcleo de la misma. Ambos parámetros son reportados comúnmente por el fabricante en las hojas de especificaciones. Para una fibra dopada típica, con una apertura numérica $NA=0.27$ y un índice de refracción $n_1=1.48$, la razón $d\Omega/2\pi$ es igual a 0.0168, es decir, únicamente el 1.68 % de la emisión espontánea total es guiada en el núcleo de la fibra.

En las ecuaciones (2.5), (2.6), (2.12) y (2.13) los términos W_{12} y W_{21} están relacionados con la amplificación y absorción de la señal guiada por la fibra. Comparando las ecuaciones anteriores con la ecuación (2.20), encontramos la siguiente equivalencia:

$$\frac{(Ps_1 + Ps_2) \psi_s(r, \theta) dS}{h \cdot \nu} \gamma(r, \theta) dz = (W_{21}N_2 - W_{12}N_1) \rho(r, \theta) dS dz \quad [\text{ion/s}] \quad (2.29)$$

Aquí, dS es el diferencial de superficie, $r dr d\theta$. Finalmente, como W_{12} y W_{21} son necesariamente iguales²⁵, podemos concluir que estos coeficientes de absorción y emisión estimulada no son constantes, y que están dados por la siguiente expresión:

$$W_{12}(r, \theta, z) = W_{21}(r, \theta, z) = \frac{[Ps_1(z) + Ps_2(z)] \psi_s(r, \theta)}{h\nu} \rho(r, \theta) C_\gamma \quad [\text{s}^{-1}] \quad (2.30)$$

Aquí, Ps_1 y Ps_2 son las potencias de las señales de fluorescencia guiadas en la fibra que viajan a través del elemento dz en cada dirección, como se muestra en la figura 2.12.

2.5 Calentamiento por decaimiento no radiante

En la presente sección analizamos el efecto de calentamiento en la fibra óptica, debido a decaimiento no radiante.

Los procesos de relajación electrónica no radiante en los iones dan lugar a la generación de calor y como consecuencia, al calentamiento de la fibra. Este calentamiento puede producir una evaluación errónea de la tasa de decaimiento A_{32} , debido a su dependencia con la temperatura. Por ejemplo, si la fibra dopada es bombeada utilizando un láser de 980 nm, los iones serán promovidos al nivel 3 (${}^4I_{11/2}$), desde donde se relajarán hacia el nivel 2 (${}^4I_{13/2}$), de donde decaerán finalmente al nivel base emitiendo un fotón de 1.55 μm . Si la relajación del nivel 3 al 2 no es radiante, en el proceso se generará calor, con un incremento de energía térmica en la fibra equivalente a un fotón de 2.66 μm por cada transición efectuada.

Para estimar la energía térmica inyectada en la fibra por decaimiento no radiante consideraremos únicamente las transiciones más frecuentes en las ecuaciones de balance de población para un sistema de 3 niveles.

$$\rho \frac{dN_1}{dt} = (-R_{13}N_1 + A^R_{21}N_2)\rho \quad (2.31)$$

$$\rho \frac{dN_2}{dt} = (-A^R_{21}N_2 + A^{NR}_{32}N_3)\rho \quad (2.32)$$

$$\rho \frac{dN_3}{dt} = (R_{13}\rho N_1 - A^{NR}_{32}\rho N_3)\rho \quad (2.33)$$

$$N_1 + N_2 + N_3 = 1 \quad (2.34)$$

Aquí A^R_{ij} son las tasas de relajación radiante, A^{NR}_{ij} corresponde a la relajación no radiante (que genera calor), R_{13} es la tasa de absorción de bombeo, N_i es la población atómica normalizada en el nivel i y ρ es la densidad de iones en el material. Por simplicidad, la

dependencia de N_i con respecto a su posición en la fibra no se indica. En estas ecuaciones se ha indicado de forma explícita la densidad ρ porque el número absoluto de transiciones es determinante en la cantidad de calor inyectado en la fibra.

La tasa de generación de calor en el núcleo de la fibra por unidad de volumen depende de la población N_3 , la tasa de decaimiento A_{32} y la diferencia de energía entre los niveles ${}^4I_{11/2}$ y ${}^4I_{13/2}$.

$$p = \left(\frac{E_3 - E_2}{1 \text{ ion}} \right) A_{32}^{NR} \rho(r, \theta, t) N_3(r, \theta, t) \quad [\text{W/m}^3] \quad (2.35)$$

Aquí, p es la energía térmica generada por unidad de volumen. La diferencia de energía entre los niveles 3 (${}^4I_{11/2}$) y 2 (${}^4I_{13/2}$) está dada por $E_3 - E_2$. Por simplicidad, la dependencia de ρ y N_3 con la posición z no se indica en la ecuación. Dada la geometría cilíndrica de la fibra, resulta más conveniente en este trabajo expresar la energía generada por unidad de longitud en la fibra, q' , integrando para ello la energía generada p sobre la sección transversal de la fibra S .

$$q'(t) = \left(\frac{E_3 - E_2}{1 \text{ ion}} \right) T_{32}(t), \quad [\text{W/m}] \quad (2.36)$$

donde

$$T_{32}(t) = A_{32} \int_S \rho \cdot N_3(r, \theta, t) \cdot r \, dr \, d\theta. \quad [\text{iones/m/s}] \quad (2.37)$$

Aquí q' es el incremento de energía térmica por unidad de longitud en la fibra. La diferencia de energía entre los niveles 3 y 2 está dada por $E_3 - E_2$. T_{32} es el número total de transiciones del nivel 3 al 2 (en un segmento dz) por unidad de tiempo y S es la sección transversal de la fibra.

El incremento de energía térmica q' se refleja como calor generado en el núcleo de la fibra, el cual se transfiere al recubrimiento y, finalmente, al medio. La distribución de temperatura dentro de la fibra como función del radio está determinada por la ecuación de transferencia de calor.^{26,27,28,29,30,31}

$$\rho_m C_e \frac{\partial T(r, \theta, z, t)}{\partial t} - k \nabla^2 T(r, \theta, z, t) = p(r, \theta, z, t) \quad \left[\text{W/m}^3 \right] \quad (2.38)$$

Para un objeto con simetría cilíndrica, como la fibra, esta expresión puede ser simplificada.³²

$$\rho_m C_e \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t} - k \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial r} \right] = p(r, z, t) \quad \left[\text{W/m}^3 \right] \quad (2.39)$$

En la superficie, la fibra transfiere el calor hacia el medio. La energía transferida al medio por convección natural está dada por q_c .²⁶

$$q_c(z, t) = h_T [T(r_b, z, t) - T_\infty] \quad \left[\text{W/m}^2 \right] \quad (2.40)$$

Aquí, h_T es el coeficiente de transferencia de calor, r_b es el radio de la fibra, y T_∞ es la temperatura del medio.

2.5.1 Calentamiento con bombeo pulsado

El mayor incremento en temperatura del núcleo de la fibra debido al bombeo de excitación ocurre cuando la fibra se bombea de forma pulsada. En condiciones de bombeo constante, la población del nivel ${}^4I_{11/2}$ es muy baja; pero es posible alcanzar una alta población en este nivel mediante un pulso de bombeo de muy corta duración (menor a $1\mu\text{s}$). Como el tiempo de vida media de este nivel es muy corto, la población en estado excitado decaerá rápidamente al nivel ${}^4I_{13/2}$, inyectando una gran cantidad de calor en un periodo de tiempo muy corto.

Aún cuando el pulso de bombeo sea de muy corta duración, la generación de calor dentro de la fibra no se efectúa de forma instantánea. El calor se genera al tiempo que se da el decaimiento no radiante desde el nivel 3 hasta nivel 2 (${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$). En el caso de fibras de SiO_2 , el tiempo de vida medio del nivel 3 es aproximadamente $10\mu\text{s}$.

Para modelar el efecto de calentamiento, consideraremos la cantidad de calor inyectado en la fibra para un pulso corto (menor a $1\mu\text{s}$) de bombeo, aplicado cuando el tiempo t es igual a 0

(cero). En estas condiciones R_{13} es igual a cero para $t > 0$, y la población en estado excitado está dada por la siguiente expresión.

$$\rho N_3(t, r) = \rho N_3(r, t = 0) \exp\left(\frac{-t}{\tau_{32}}\right) \quad [\text{iones/m}^3] \quad (2.41)$$

Aquí, $\rho N_3(t=0, r)$ es la densidad de población promovida por el pulso de bombeo, r es la posición radial en la fibra y $\tau_{32}=1/A_{32}$ es la constante de tiempo que caracteriza el decaimiento de la población del nivel 3 al nivel 2. Si τ_{32} es grande comparado con el ancho del pulso de bombeo, entonces la tasa de inyección de calor en la fibra estará dominada por el tiempo de vida medio del nivel 3 y no por el pulso de bombeo. El calor inyectado por unidad de longitud de fibra es entonces proporcional al cambio de N_3 con respecto al tiempo y a la diferencia de energía entre el nivel 3 y el nivel 2.

$$q'(t) = \frac{\Delta E}{\tau_{32}} \int_S \rho N_3(r, t = 0) r \, dr \, d\theta \exp\left(\frac{-t}{\tau_{32}}\right) \quad [\text{W/m}] \quad (2.42)$$

Aquí, q' es el calor inyectado por unidad de longitud de la fibra, ΔE es la diferencia de energía entre el nivel 3 y el nivel 2, y S es el área transversal del modo en la fibra. Si consideramos que N_3 presenta una distribución radial tipo escalón con un radio de modo r_a , entonces la ecuación (2.42) puede expresarse de la siguiente forma.

$$q'(t) = \frac{\Delta E \rho N_3(t = 0) \pi r_a^2}{\tau_{32}} \exp\left(\frac{-t}{\tau_{32}}\right) \quad [\text{W/m}] \quad (2.43)$$

Por último, definimos el calor total inyectado Q como la integral de q' con respecto al tiempo.

$$Q(t) = \int_0^t q'(t) dt \quad [\text{J/m}] \quad (2.44)$$

El calor total inyectado debido a un pulso de bombeo está dado por:

$$Q(t \gg \tau_{32}) = N_3(t=0)\Delta E. \quad [\text{J/m}] \quad (2.45)$$

Como ejemplo, consideremos el caso de una fibra de sílica fuertemente dopada con erbio ($\rho=3.4 \times 10^{20}$ iones/cm³). El diámetro exterior de la fibra sin recubrimiento es de 125 μm , con un modo de 3 μm de diámetro con distribución tipo escalón. Supondremos un pulso corto con intensidad suficiente para promover la totalidad de los iones al estado excitado $^4I_{11/2}$. Si la constante de tiempo de la transición del nivel 3 al 2 es igual a $\tau_{32}=10 \mu\text{s}$, el incremento de calor en la fibra estará dado por la gráfica de la figura 2.14. Durante los primeros microsegundos el calor inyectado en el núcleo alcanza 17 W/m, pero decae rápidamente. El 50 % del calor total inyectado Q debido al pulso de bombeo se genera durante los primeros 10 μs . Después de 30 μs casi la totalidad de la población del nivel 3 ha decaído al nivel 2, desapareciendo el proceso de generación de calor en el núcleo de la fibra. Aún cuando la generación de calor es muy alta en los primeros instantes, la cantidad total de calor agregado a la fibra es de tan solo $Q = 0.179$ mJ/m. Esto representa un incremento en la temperatura promedio de aprox. 9 mK para una fibra de vidrio SiO₂ de 125 μm de diámetro.

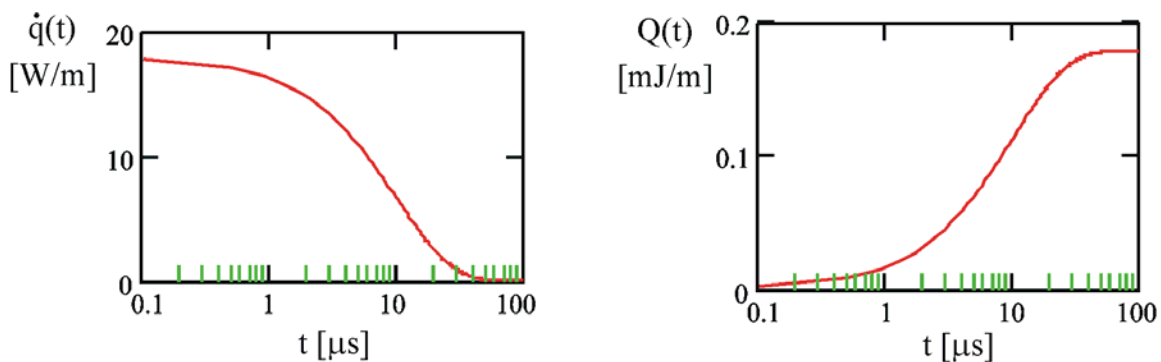


Figura 2.14. Calor inyectado por unidad de longitud q' y calor total agregado Q como funciones del tiempo para una fibra fuertemente dopada (3.4×10^{20} iones/cm³) con Erblio. El tiempo de vida medio del nivel $^4I_{11/2}$ es 10 μs . La fibra bombeada con un impulso corto en $t = 0$, suficientemente intenso para promover la totalidad de la población a estado excitado.

El proceso de generación de calor por decaimiento no radiante tiene lugar únicamente en el núcleo de la fibra, produciendo un incremento local de la temperatura. Esto da lugar a un proceso de transferencia de calor desde el núcleo hacia las partes exteriores de la fibra, hasta llegar a la superficie. En la superficie se lleva a cabo el intercambio de calor con el medio en el que se encuentra inmersa la fibra. Este proceso da como resultado una distribución radial de la temperatura, que satisface las ecuaciones de conducción de calor (2.38) y (2.40). Estas ecuaciones pueden resolverse de forma numérica (Apéndice A). Si se considera una fibra larga (1 cm) con población atómica uniforme a lo largo de su longitud, la transferencia de calor a lo largo del eje z de la fibra se puede despreciar, resultando entonces un modelo unidimensional, donde la única coordenada espacial resultante es el radio r . Para una fibra sin recubrimiento, el modelo resultante presenta dos fronteras, la primera está dada por el radio del núcleo donde se genera el calor y la segunda por la superficie de la fibra en contacto con el medio.

Tabla 2.1. Valores seleccionados de parámetros físicos de la fibra de sílica a temperatura ambiente e inyección de calor por decaimiento no radiante utilizados en la solución numérica de las ecuaciones de transferencia de calor.

Calor específico	C_e	741 J/(kg K)
Conductividad térmica	k	1.38 W/(m K)
Coef. de transferencia de calor	h_T	81.4 W/(m ² K)
Densidad másica	ρ_m	2.2 10 ³ kg/m ³
Radio del modo guiado	r_a	1.5 μm
Radio de la fibra	r_b	62.5 μm
Tiempo de vida medio del nivel 3	τ_{32}	10 μs
Calor total agregado	Q	0.179 mJ/m
Calor generado (dQ/dt)	$q'(t)$	$\frac{Q}{\tau_{32}} \exp\left(\frac{-t}{\tau_{32}}\right)$ [W/m]

Evaluaremos ahora el caso más crítico, cuando la fibra se encuentra en aire y se enfría por convección natural. Bajo estas condiciones, el incremento de temperatura de la fibra es mayor porque el coeficiente de transferencia de calor h_T en la superficie es pequeño³², resultando en una lenta disipación del calor. En la tabla 2.1 se muestran los valores usados para las constantes³² involucradas en la solución numérica de las ecuaciones (2.38) y (2.40), en conjunto con la generación de calor dada por la ecuación (2.43).

En la figura 2.15 se muestra el incremento en la temperatura ΔT en distintas posiciones radiales de la fibra debido al bombeo pulsado, considerando las condiciones y parámetros físicos de la tabla 2.1. Como se puede observar en la figura, la temperatura del núcleo se incrementa de forma continua hasta alcanzar 1.4 K después de aproximadamente 10 μs . En este momento, la generación de calor debido al decaimiento no radiante es equivalente a la transferencia de calor hacia las capas exteriores (más frías) de la fibra. Después de 30 μs la población del nivel 3 se ha agotado y ya no se genera más calor en el núcleo. Al llegar a 100 μs , el 90% del calor generado en el núcleo ha sido transferido al resto de la fibra. La temperatura dentro de la fibra finalmente es homogénea después de 1 ms, con un valor aproximado de 9 mK. A partir de este momento, la temperatura promedio de la fibra disminuye lentamente, enfriándose por convección natural. En la escala temporal de la figura 2.15 no es observable, pero la fibra alcanza la temperatura ambiente después de algunos segundos.

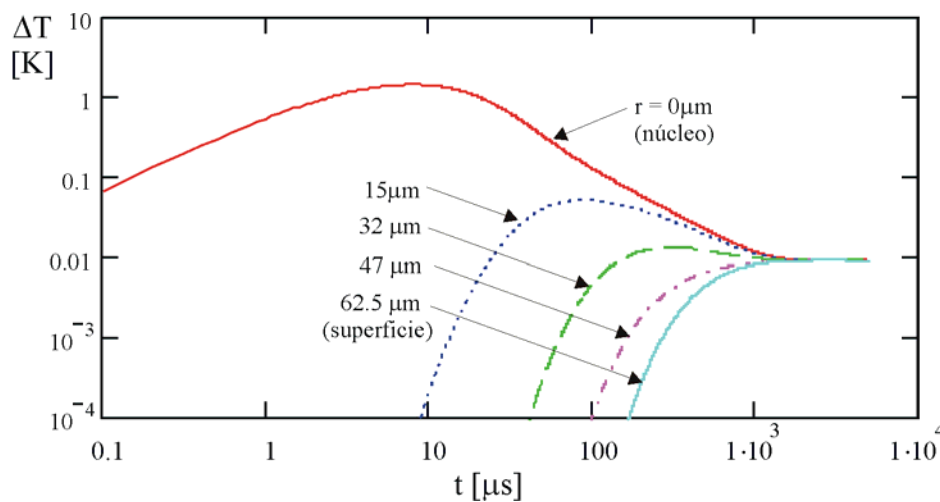


Figura 2.15. Incremento de temperatura ΔT en distintas posiciones radiales de la fibra como función del tiempo. El transitorio en la temperatura se debe a un pulso corto e intenso de bombeo en $t=0$. Después de 1 ms la temperatura en la fibra es homogénea.

Los resultados mostrados en la figura 2.15 indican que el bombeo pulsado de alta intensidad puede producir un cambio significativo en la temperatura del núcleo, y por lo tanto en el tiempo de decaimiento de fluorescencia del nivel ${}^4I_{13/2}$. Sin embargo, esta alteración en el decaimiento se presenta principalmente durante un periodo de 100 μs después de aplicado el pulso. También es importante mencionar que la lenta tasa de transferencia de calor por convección natural puede dar como resultado un calentamiento acumulativo si la fibra se bombea con una serie repetida de pulsos.

2.5.2 Calentamiento con bombeo constante o con pulsos anchos

Bajo condiciones de bombeo constante, la tasa de generación de calor $q(t)$ también es constante y depende de la tasa de transiciones del nivel 3 al nivel 2 T_{32} . En este caso, el número de decaimientos T_{32} es constante mientras el bombeo esté encendido.

Si las poblaciones de los niveles 1, 2 y 3 son constantes, entonces de la ecuación (2.32) se obtiene:

$$A^R_{21} \rho N_2 = A^{NR}_{32} \rho N_3. \quad [\text{iones/m}^3/\text{s}] \quad (2.46)$$

En la expresión (2.37) hemos despreciado los términos relacionados con W_{12} y W_{21} , considerando que la mayor parte de las transiciones del nivel 2 al 1 se deben a la emisión espontánea. Entonces, podemos expresar T_{32} en función de la población del nivel 2 y del tiempo de decaimiento de fluorescencia del mismo nivel.

$$T_{32}(z) = A^R_{21} \int_S \rho N_2(r) r dr d\theta. \quad [\text{iones/m/s}] \quad (2.47)$$

En este caso $1/A^R_{21} = \tau_{21}$ es constante en el tiempo del decaimiento de fluorescencia del nivel 2. Resulta más conveniente expresar T_{32} en función de N_2 y τ_{21} porque ambos parámetros

son más sencillos de estimar experimentalmente. Así pues, sobre la base de las ecuaciones (2.43) y (2.47), podemos expresar el calor inyectado por unidad de longitud de la fibra como:

$$q' = \left(\frac{E_3 - E_2}{ion} \right) A_{21}^R \int_S \rho N_2(r, \theta) r dr d\theta \quad [\text{W/m}] \quad (2.48)$$

Aquí el producto ρN_2 representa la densidad de iones en el nivel 2 en la fibra, (r, θ) indica la posición radial y S es la sección transversal de la fibra.

Como ejemplo, consideremos una fibra fuertemente dopada, con una densidad de iones $\rho = 3.5 \times 10^{19}$ iones/cm³. Por simplicidad supondremos que ρ y N_2 no dependen de z ni de θ , y que presentan una distribución radial tipo escalón, con un diámetro de núcleo de 3 μm . A_{21} es igual a $1/\tau_{21}$, donde $\tau_{21} = 10$ ms es la constante de tiempo del decaimiento de fluorescencia en 1.55 μm . Si la fibra se bombea de forma constante con un láser de 980 nm para alcanzar una población en estado excitado del 100% de los iones ($N_2 = 1$), la tasa de generación de energía térmica por unidad de longitud de la fibra estará dada por:

$$q' = \frac{1}{\tau_{21}} \left(\frac{h c}{(1/980\text{nm} - 1/1550\text{nm})^{-1}} \right) \rho N_2 \pi r_a^2 \quad (2.49)$$

$$= 1.7 \frac{\text{mW}}{\text{m}}$$

Aquí, h es la constante de Planck y c es la velocidad de luz. En condiciones normales, el calor inyectado será mucho menor que 1.7 mW/m, porque la densidad de iones considerada aquí es más alta que la encontrada normalmente en fibras comerciales de sílica (SiO₂) dopadas con Erblio.

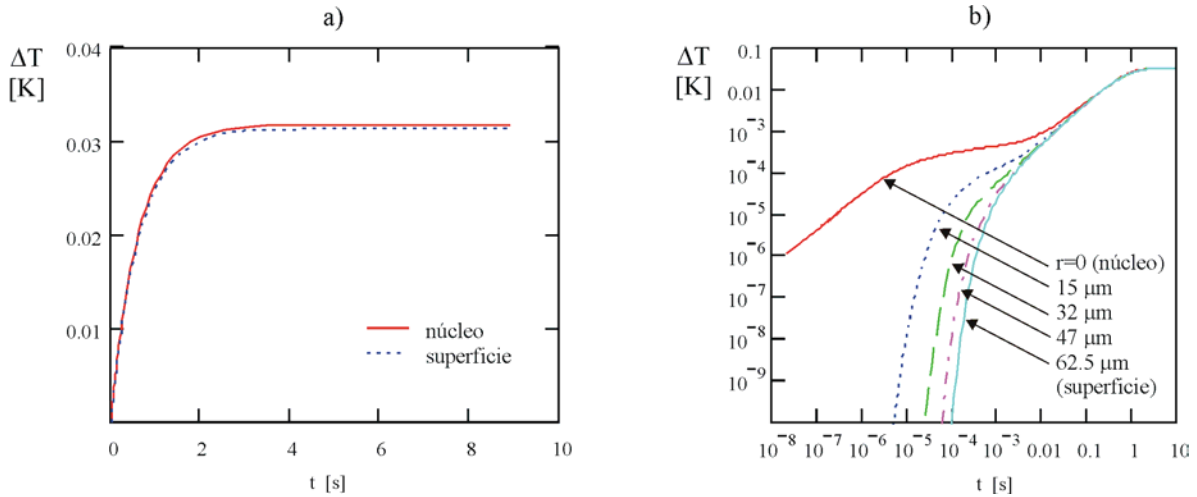


Figura 2.16. Incremento en la temperatura ΔT como función del tiempo en varias posiciones dentro de la fibra. La figura a) se muestra en escala lineal y la figura b) en escala log/log. El calor inyectado al núcleo de la fibra q' se enciende en $t=0$ y permanece constante en 1 mW/m . La diferencia de temperatura entre el núcleo y la superficie es menor que 1 mK , por lo que se puede considerar que la temperatura es homogénea en toda la fibra.

La distribución radial de temperatura bajo condiciones de bombeo constante también se resolvió de forma numérica (Apéndice A), utilizando las mismas condiciones de frontera del caso anterior, pero considerando ahora la inyección constante de calor dada por ec. (2.48). En las figuras 2.16a y 2.16b se muestra la distribución radial de temperatura en la fibra cuando se inyecta calor en el núcleo con una tasa $q'=1 \text{ mW/m}$. En la gráfica de la figura 2.16a observamos que la temperatura de la fibra se estabiliza después de 2 segundos alcanzando una temperatura en la superficie de 31 mK . La temperatura dentro de la fibra es casi homogénea, con una diferencia menor a 1 mK entre la superficie y el núcleo de la fibra. La distribución de temperatura en estado estable, después de 10 segundos, puede apreciarse en la figura 2.17.

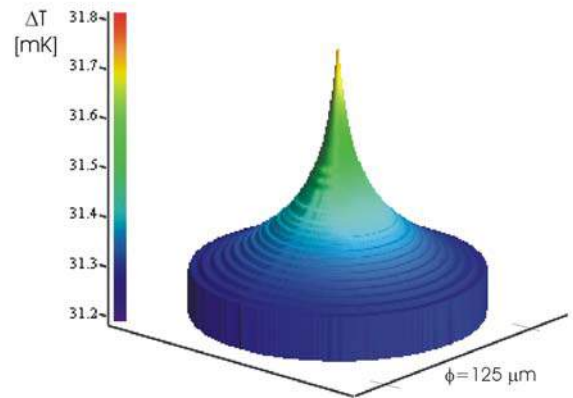


Figura 2.17. Incremento de temperatura ΔT para una fibra de SiO_2 con $125 \mu\text{m}$ de diámetro. La fibra se enfría por convección natural en aire, cuando se inyecta calor a una razón de 1 mW/m en un núcleo de $3 \mu\text{m}$ de diámetro.

Considerando que la distribución radial de temperatura dentro de la fibra es homogénea, debido a la conductividad térmica k y al pequeño diámetro de la fibra, podemos obtener una expresión analítica simplificada para predecir la temperatura promedio de la fibra. Definimos ΔQ como el incremento de calor necesario para que la temperatura de la fibra se incremente ΔT sobre la temperatura ambiente. ΔT es igual a cero cuando la fibra se encuentra a la temperatura del medio donde está inmersa. Para bombeo constante, el cambio de ΔQ con respecto al tiempo está dado por la diferencia entre el calor inyectado por decaimiento no radiante y el calor disipado por convección natural.

$$\frac{d \Delta Q}{dt} = q' L - h_T A \Delta T \quad [\text{W}] \quad (2.50)$$

Aquí q' es el calor inyectado en la fibra, L es la longitud de la fibra, h_T es el coeficiente de transferencia de calor, A es la superficie de la fibra en contacto con el medio. Ahora bien, la temperatura ΔT de la fibra está relacionada con el calor ΔQ , la masa y la constante de calor específico del material.

$$\Delta Q = \Delta T \cdot \rho_m \cdot V \cdot Ce \quad [\text{J}] \quad (2.51)$$

Aquí ρ_m es la densidad másica del material, V es el volumen de la fibra y Ce es el calor específico. Sustituyendo ec. (2.51) en ec. (2.52) y resolviendo para T donde $q'(t)$ se aproxima a una función escalón (el bombeo es constante y se enciende en $t=0$), se obtiene la siguiente expresión para la temperatura promedio.

$$\Delta T(t) = \frac{q'}{2\pi \cdot h_T \cdot r_b} \left(1 - \exp\left(\frac{-2 \cdot h_T \cdot t}{Ce \cdot \rho_m \cdot r_b}\right) \right) \quad [\text{K}] \quad (2.52)$$

En esta aproximación resulta claro que la fibra se comporta como un sistema de primer orden, con una constante de tiempo térmica τ_T igual a $(Ce \cdot \rho \cdot r_b) / 2h_T$. τ_T presenta típicamente un valor aproximado a 0.6 s para una fibra desnuda de sílica, de 125 μm de diámetro, enfriada por convección natural en aire a temperatura ambiente (300 K). Posteriormente, en el capítulo

correspondiente a la caracterización de la fibra, se comprobará experimentalmente esta constante de tiempo. Finalmente, de la ec. (2.52) podemos encontrar que para $t \gg \tau_T$, la temperatura promedio de la fibra depende del calor inyectado, el radio y el coeficiente de transferencia de calor h_T .

$$\Delta T(t \gg \tau_T) = \frac{q'}{2\pi \cdot h_T \cdot r_b} \quad [\text{K}] \quad (2.53)$$

Para una fibra con las características mencionadas, la temperatura promedio cuando se inyecta calor con una tasa de 1 mW/m es de 31 mK. Al ser un sistema lineal, este resultado es escalable con la tasa de inyección de calor q' para valores ΔT menores a 1 K. Para incrementos mayores, es necesario recalcular el valor h_T porque éste depende de la temperatura.³² Es importante recordar que esta tasa de inyección de calor no es una función lineal de la potencia de bombeo, sino de la población en estado excitado ${}^4I_{11/2}$ y el tiempo de vida media en este nivel.

Si la fibra se encuentra inmersa en un líquido, la temperatura promedio puede disminuir en el mismo factor en que el coeficiente de transferencia de calor h_T aumente. En agua, por ejemplo, h_T puede ser mayor que 800 W/m²/cm, resultando en una temperatura promedio de tan solo $\Delta T = 3$ mK. No obstante, la diferencia de temperatura entre el núcleo y la superficie permanece casi constante con respecto a h_T , del orden de algunos mK, o decenas de mK en el peor de los casos. Esto depende principalmente de tasa de calor inyectado y no del coeficiente h_T .

La expresión (2.52) es muy simple comparada con otras expresiones obtenidas para la solución analítica de la ecuación homogénea de transferencia de calor.³² No obstante, ajusta muy bien a los resultados de la simulación numérica mostrados en la figura 2.16, y es más sencillo evaluar la constante de tiempo de la función de temperatura y la temperatura en estado estable. En este caso particular, para una tasa de inyección de calor de 1 mW/m, la diferencia entre la temperatura del núcleo obtenida de forma numérica y la temperatura promedio evaluada con ec. (2.51) es menor que 0.6 mK. Esta aproximación también permite evaluar la temperatura cuando $q'(t)$ se modela con otro tipo de funciones diferentes al escalón, como sería el caso del bombeo con una serie constante de pulsos o bombeo sinusoidal.

Los resultados obtenidos evaluando la temperatura del núcleo de la fibra bajo distintas condiciones indican que la potencia de bombeo no producirá un cambio significativo en la evaluación de la constante de tiempo en sensores de temperatura, pero puede ser importante en sensores de esfuerzo. El peor de los casos es el bombeo pulsado, donde sí se alcanza un incremento temporal de temperatura durante un corto periodo de tiempo. Aún bajo estas condiciones, después de 100 μ s de aplicado el pulso, la temperatura en el núcleo disminuye de forma tal que puede despreciarse.

2.6 Conclusiones

En esta sección proponemos el modelo matemático que describe la emisión de fluorescencia en la banda de 1.5 μ m para sensores basados en fibras ópticas de sílica dopadas con Erblio. Nosotros mostramos que el modelo típico de tres niveles para el Erblio en vidrio no predice la dependencia del decaimiento de fluorescencia con la potencia de bombeo. Por lo tanto, nosotros complementamos el modelo incluyendo los procesos de conversión hacia arriba (UC), amplificación de la emisión espontánea (ASE) y calentamiento por relajación no radiante. Nosotros observamos experimentalmente la presencia de UC por absorción de estado excitado (ESA) y por transferencia cooperativa de energía (CET) cuando la fibra se bombea con un láser de 980 nm. Comprobamos la dependencia cuadrática del proceso de CET con respecto a la población del nivel $^4I_{13/2}$, lo cual se traduce en dependencia con la potencia de bombeo. También identificamos el efecto de distorsión por ASE durante las mediciones de decaimiento de fluorescencia. Esta distorsión se debe a la dependencia de la ganancia en la fibra con las poblaciones atómicas los niveles $^4I_{13/2}$ y $^4I_{15/2}$, las cuales cambian con el tiempo durante el decaimiento de fluorescencia. Esta dependencia también resulta en sensibilidad del sensor a cambios en la potencia de bombeo. Entonces, nosotros derivamos las expresiones que describen la emisión espontánea guiada en la fibra y su amplificación, así como su relación con las poblaciones atómicas. Finalmente, nosotros complementamos el modelo incluyendo el calentamiento por relajación no radiante. Nosotros derivamos las expresiones para el calor inyectado en el núcleo de la fibra y su difusión en el recubrimiento, así como la disipación del calor por enfriamiento por convección natural. Evaluando estas expresiones, encontramos que en fibras de sílica la temperatura es aproximadamente uniforme en el interior de la fibra porque la

transferencia de calor del núcleo al recubrimiento es muy rápida (10 μ s). También observamos que en fibras con concentración de dopante igual o menor a 2300 ppm el incremento de temperatura en el núcleo es mucho menor que 1 K, aún cuando la fibra se bombea con potencia suficiente para alcanzar la saturación. Entonces, el calentamiento por relajación no radiante no contribuye de forma significativa a la dependencia del sensor de temperatura con la potencia de bombeo.

¹ Z. Y. Zhang, K. T. V. Grattan, A. W. Palmer, B. T. Meggitt, T. Sun, "Fluorescence decay-time characteristics of erbium-doped optical fiber at elevated temperatures," *Rev. Sci. Instrum.* 68, 2764-2766 (1997).

² V.C. Fericola, L. Rosso and R. Galleano, "Investigations on exponential lifetime measurements for fluorescence thermometry," *Rev. Sci. Instrum.* 71, 2938-2943 (2000).

³ Jaehoon Jung, Namkyoo Park, "Simultaneous measurement of strain and temperature by use of a single fiber Bragg grating written in an erbium:ytterbium-doped fiber," *App. Opt.* 39, 1118-1120 (2000).

⁴ S.A. Wade, D.I. Forsyth, K.T.V. Grattan, "Fiber optic sensor for dual measurement of temperature and strain using a combined lifetime decay and fiber Bragg grating technique," *Rev. Sci. Instrum.* 72, 3186-3190 (2001).

⁵ Arnaud, D.I. Forsyth, T. Sun, Z. Y. Zhang, K.T.V. Grattan, "Strain and temperature effects on erbium-doped fiber for decay-time based sensing," *Rev. Sci. Instrum.* 71, 104-108 (2000).

⁶ J.R. Armitage, C.G. Atkins, R. Wyatt, B. J. Ainslie, S.P. Craig, "Spectroscopic studies on Er³⁺-doped single mode silica fiber," *Proc. Conference on Lasers and Electro-Optics*, CLEO'88, paper TUM27 (1998)

⁷ R.I. Laming, S.B. Poole, E.J. Tarbox, "Pump excited-state absorption in erbium-doped fibers," *Optics Lett.*, vol 13, no. 12, 1084 (1988)

⁸ J. Castrellon, G. Paez, M. Strojnik, "Radiometric analysis of a fiber optic sensor," *Opt. Eng.* 41, 1255-1261 (2002).

⁹ H. Berthou, C. K. Jorgensen, "Optical-fiber temperature sensor based on upconversion-excited state fluorescence," *Opt. Lett.* 15, 1100-1102 (1990).

¹⁰ G. Paez, M. Strojnik, "Remote temperature sensor employing erbium-doped silica," *6th International workshop on Advanced Infrared Technology and Applications*, Siena, Italy, Sept.16-19, 2001.

¹¹ J. Castrellon, G. Paez, M. Strojnik, "Remote temperature sensor employing erbium-doped silica fiber," *Infr. Phys. & Technol.* 43, 219-222 (2002).

¹² Víctor López, Gonzalo Paez, Marija Strojnik, "Sensitivity of a temperature sensor, employing ratio of fluorescence power in a band", *Infrared Phys. & Tech.* 46, 133-139 (2004).

¹³ W.J. Miniscalco, "Erbium-doped glasses for fiber amplifier at 1550 nm," *IEE J. Lightwave Technol.*, vol 9, no 2, 234 (1991)

¹⁴ E. Desurvire, "Erbium-Doped Fiber Amplifiers", John Wiley & Sons, New York, p. 279 (1994).

¹⁵ P. Blixt, J. Nilsson, J. Babonas, B. Jaskozyska, "Excited-state absorption at 1.5 μ m in Er³⁺-doped fiber amplifier," *Proc. Topical Meeting on Optical Amplifier and Applications*, WE3, 63 (1992)

¹⁶ T. Ohtsuki, S. Honkanen, "Cooperative Upconversion effects on the performance of Er³⁺-doped phosphate glass waveguide amplifier," *J. Opt. Soc. Am. B* 14, 1838 (1997)

¹⁷ W.Q. Shi, M. Bass, "Effects of energy transfer among Er³⁺ ions on the fluorescence decay and lasing properties of heavily doped Er:Y₃Al₅O₁₂," *J. Opt. Soc. Am. B* 7, 1456 (1990)

¹⁸ E. Snoeks, G.N. van der Hoven, A. Polman, "Cooperative upconversion in erbium-implanted soda-lime silicate glass optical waveguides," *J. Opt. Soc. Am. B* 12, 1468 (1995)

¹⁹ L.A. Riseberg, M.J. Weber, "Relaxation phenomena in rare-earth luminescence," *in Progress in Optics*, vol XIV, edited by E. Wolf, North-Holland, 1976

²⁰ R. Reisfeld, C.K. Jorgensen, "Excited-state phenomena in vitreous materials," *Handbook on the Physics and Chemistry of Rare-earth*, edited by K.A. Gschneider and L. Eyring, Elsevier Science Publishers, 1987

²¹ H. Yongdam, J. Shibin, "Numerical Analyses of the population dynamics and determination of the upconversion coefficients in a new high erbium-doped tellurite glass," *J. Opt. Soc. Am.*, 18, 1928 (2001)

-
- ²² D.C. Yeh, W.A. Sibley, "Intensity-dependent upconversion efficiencies of Er³⁺ ions in heavy-metal fluoride glass," *J. Appl. Phys.*, 69, 1648 (1991)
- ²³ A. Yariv, "Optical Electronics", Saunders College Publishing, (1991)
- ²⁴ J. Wilson, J. Hawkes, "Optoelectronics: an introduction", Prentice Hall Europe (1998)
- ²⁵ A. Yariv, "Interaction of Radiation and Atomic Systems", in *Optical Electronics* (Saunders, Orlando, Flor., 1991), pp 148-172.
- ²⁶ J.P. Colman, "Heat Transfer", New York, McGraw-Hill (2001).
- ²⁷ C. Kittel, H. Kroemer, "Thermal Physics", New York: W. H. Freeman (1980).
- ²⁸ Jaime A. Sandoval Gonzalez, Marija Strojnik, "Heat transfer analysis of a dynamic infrared-to-visible converter", *Opt. Eng.* 42, 3517-3523 (2003).
- ²⁹ Gonzalo Paez, Marija Strojnik, Jaime Sandoval, P. Vacas-Jacques, "Heat transfer analysis of a dynamic IR-to-visible converter", in *Infrared Spaceborne Remote Sensing X*, Marija Strojnik, Bjorn F. Andresen Eds., Proc. SPIE 4818, 290-296 (2002).
- ³⁰ M. S. Scholl, "Target temperature distribution generated and maintained by a scanning laser beam," *Appl. Opt.* 21, 2146- (1982).
- ³¹ M. S. Scholl, "Thermal considerations in the design of a dynamic IR target", *Appl. Opt.*, 21, 660-667 (1982).
- ³² M.K. davis, M.J.F. Digonnet, R.H. Pantell, "Thermal Effects in Doped Fibers", *J. Lightwave Tech.*, 16, 1013-1023 (1998).

Capítulo 3

Solución de las ecuaciones de balance de población, amplificación de la emisión espontánea, y transferencia de calor

3.1 Introducción

En esta sección, describimos el método numérico implementado para la solución de las ecuaciones que integran el modelo matemático para la emisión de fluorescencia en la fibra dopada con Erblio. Nosotros elegimos la solución numérica porque la solución analítica es posible únicamente para un número limitado de casos. La solución numérica nos permite evaluar de forma simultánea el cambio de las poblaciones atómicas en cada segmento de la fibra, la emisión guiada, y el calentamiento por decaimiento no radiante. Adicionalmente, es posible determinar el comportamiento del dispositivo aplicando funciones arbitrarias de bombeo.

En la primer parte de este capítulo, definimos las convenciones necesarias para la descripción de las propiedades de la fibra y de las ecuaciones involucradas en el modelo. Después, describimos el programa diseñado para su solución. Finalmente, comparamos la predicción realizada por medio de la solución numérica con los resultados obtenidos mediante soluciones analíticas en los casos donde ellas existen. De esta forma, cuantificamos el error de nuestro programa de solución numérica.

El programa descrito en esta sección es utilizado en forma extensiva en capítulos posteriores para comprobar la correspondencia entre las predicciones teóricas y las mediciones experimentales, optimizar el diseño de los sensores basados en decaimiento de fluorescencia, y probar el desempeño de un novedoso sistema controlador de bombeo de lazo cerrado.

3.1.1 Objetivo

El objetivo de la solución numérica de las ecuaciones de balance de población y transferencia de calor es estimar la fluorescencia, medida tanto de forma axial como lateral, en la

fibra dopada con Erblio. Esta estimación debe hacerse para distintas condiciones de bombeo, como pulsado y con modulación sinusoidal.

El propósito final de este trabajo es estimar la dependencia del decaimiento de fluorescencia como función de distintos procesos que dependen de las condiciones de bombeo. Estos procesos pueden ser la conversión hacia arriba por absorción de estado excitado, la transferencia cooperativa de energía entre iones, la amplificación de la emisión espontánea, y el calentamiento del material láser por relajación no radiante de los iones.

3.1.2 Alcances, limitaciones y restricciones de la solución numérica

Una ventaja importante de una la simulación (numérica o analítica), con respecto a la caracterización experimental, es que pueden inhibirse o intensificarse los distintos procesos dentro del material y estimar su impacto individual en la estimación de la constante de tiempo que caracteriza el decaimiento de fluorescencia. De la misma forma, puede evaluarse materiales láser de características conocidas, sin la necesidad de implementarlos en el arreglo experimental.

La rutina de solución numérica para el modelo de la fibra dopada con Erblio deberá ser capaz de resolver las poblaciones atómicas locales como función del tiempo, como consecuencia de los siguientes procesos:

- Absorción por iones en estado base del bombeo modulado con funciones arbitrarias; como pueden ser bombeo pulsado y bombeo sinusoidal (GSA)
- Absorción del mismo bombeo por iones en estado excitado (ESA)
- Transferencia cooperativa de energía entre iones (CET)
- Absorción y amplificación de la emisión estimulada guiada en la fibra (ASE)
- Calentamiento de la fibra por relajaciones no radiantes

Al tiempo que se evalúan las poblaciones atómicas locales como función del tiempo, también se requiere estimar la intensidad de fluorescencia observada tanto de forma lateral a la fibra como

de forma axial. Todo esto en función del modelo descrito por las ecuaciones de balance de población y transferencia de calor.

En la presente formulación buscamos implementar una rutina que permita de manera sencilla y práctica el cambio en los parámetros correspondientes a las ecuaciones de balance de población, sin necesidad de cambiar el código de las rutinas de solución numérica. Esta flexibilidad es necesaria para reducir la probabilidad de errores en la codificación, definir de forma simple las ecuaciones de balance de población para evaluar distintos materiales y, en general, para facilitar la implementación de la solución numérica y comprobación de los resultados con las soluciones analíticas (cuando estas existen).

3.2 Características geométricas y modelo matemático de la fibra dopada con Erblio

En esta sección describiremos las características geométricas de la fibra y su representación para la solución numérica del modelo matemático. También haremos una recapitulación del conjunto de ecuaciones diferenciales que deben resolverse con el fin de cumplir con el objetivo establecido anteriormente.

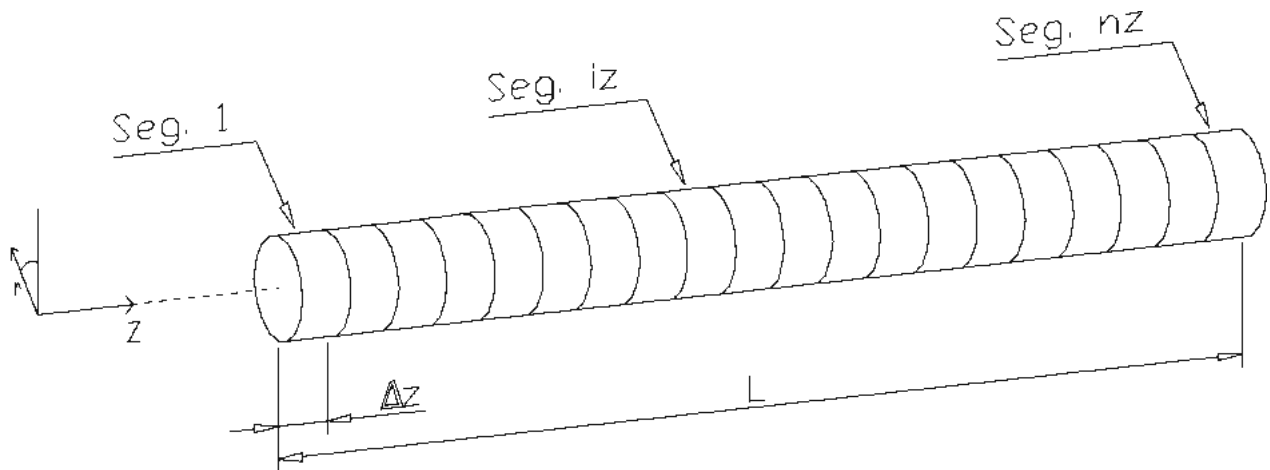


Figura 3.1. Fibra óptica dopada dividida en nz segmentos de longitud Δz . Nosotros consideramos que las poblaciones atómicas (N_1, N_2, N_3 , etc.) y la distribución radial de temperatura son homogéneas a lo largo de cada segmento.

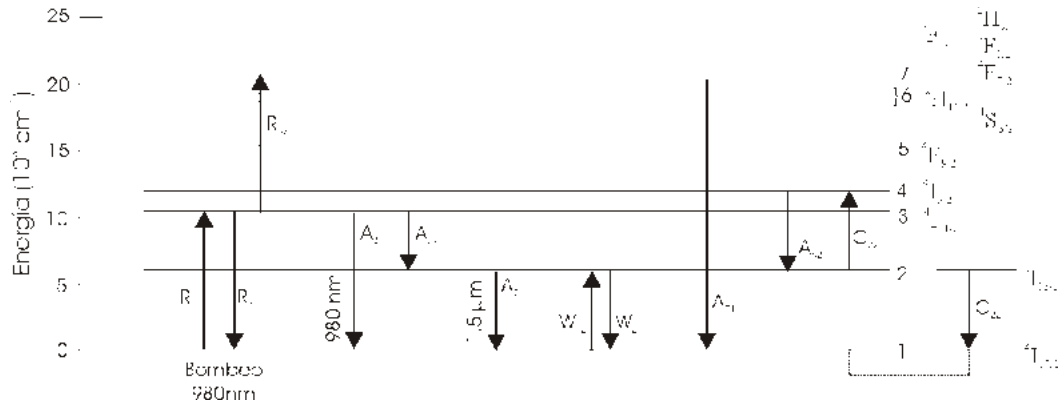


Figura 3.2. Diagrama de niveles donde se indican las transiciones más significativas del Erblio en vidrio bombeado con láser de 980 nm.

3.2.1 Características geométricas

Para este modelo se considera que la fibra tiene una longitud finita L , de tal forma que las poblaciones atómicas locales en distintas posiciones z de la fibra pueden ser diferentes. Sin embargo, consideramos que la fibra es lo suficientemente corta como para despreciar la atenuación del bombeo por absorción. Esto da como resultado que la distribución de la población atómica a lo largo de la fibra sea simétrica. Estas suposiciones serán probadas experimentalmente en capítulos posteriores.

Por definición, la fibra esta dividida a lo largo del eje z en nz segmentos de longitud $\Delta z=L/nz$, como se muestra en la figura 3.1. La longitud de cada segmento pequeña, lo que nos permite suponer que las poblaciones atómicas son homogéneas dentro del mismo, al igual que su distribución radial de temperatura.

3.2.2 Ecuaciones que integran el modelo matemático

El objetivo del presente trabajo no es la descripción exhaustiva de todos los procesos que se llevan a cabo dentro de la fibra, sino únicamente aquellos que influyen significativamente en la población del nivel $^4I_{13/2}$ y en la emisión axial de fluorescencia. En consecuencia, tomaremos del diagrama de energía de la figura 2.8 únicamente las transiciones más importantes. Este modelo simplificado se muestra en la figura 3.2, donde se indican las transiciones del Erblio en vidrio SiO_2 cuando se bombea con un láser de 980 nm. Las transiciones que no sean consideradas en este

momento, podrán ser adicionadas al modelo posteriormente, en caso de ser necesario. Del diagrama de energía propuesto podemos obtener las siguientes expresiones para las ecuaciones de balance de población.

$$\frac{dN_1}{dt} = -R_{13}N_1 + R_{31}N_3 + A_{31}N_3 + A_{21}N_2 - W_{12}N_1 + W_{21}N_2 + A_{71}N_7 + C_{22}\rho N_2^2 \quad (3.1)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21}N_2 + A_{32}N_3 + A_{42}N_4 - W_{21}N_2 + W_{12}N_1 - 2C_{22}\rho N_2^2 \quad (3.2)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = R_{13}N_1 - R_{31}N_3 - R_{37}N_3 - A_{32}N_3 - A_{31}N_3 \quad (3.3)$$

$$\frac{dN_4}{dt} = -A_{42}N_4 + C_{22}\rho N_2^2 \quad (3.4)$$

$$\frac{dN_7}{dt} = R_{37}N_3 - A_{71}N_7 \quad (3.5)$$

$$N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5 + N_6 + N_7 = 1 \quad (3.6)$$

Por simplicidad, en las expresiones anteriores no se indica la posición z del segmento, pero el presente modelo considera poblaciones atómicas locales N_1, N_2, \dots distintas en cada uno de ellos. La transición de decaimiento desde el nivel 7 hasta el 1 agrupa varias transiciones intermedias.

La mayoría de las transiciones indicadas en las ecuaciones anteriores dependen únicamente de la población atómica local en cada segmento y de las tasas de transición respectivas, excepto aquellas relacionadas con W_{12} y W_{21} . Estas dos transiciones corresponden a la amplificación (absorción y emisión estimulada) de la emisión de fluorescencia espontánea (1.55 μm) guiada en la fibra. W_{12} y W_{21} en cada segmento dependen de las señales guiadas en

cada sentido de la fibra (P_{S1} y P_{S2}), como se indica en la ec. (2.30) que se reproduce a continuación.

$$\frac{dW_{12}(r, \theta, z)}{dz} = \frac{dW_{21}(r, \theta, z)}{dz} = \frac{(P_{S1}(z)\bar{\psi}_{s1}(r, \theta) + P_{S2}(z)\bar{\psi}_{s2}(r, \theta))}{h\nu} \rho C_\gamma \quad (3.7)$$

Las señales P_{S1} y P_{S2} corresponden a la fracción de emisión espontánea generada en cada segmento de fibra, y que es guiada y amplificada por la misma fibra durante su propagación en ambas direcciones. Este proceso será tratado de forma diferente que el resto de las transiciones en la solución numérica porque requiere de integración a lo largo del eje z . En la sección 2.3 mostramos que el cambio en la intensidad de la emisión guiada en un diferencial de longitud de fibra está dado por las siguientes expresiones:

$$dP_{S_i} = h \cdot \nu \cdot A_{21} \cdot \frac{d\Omega}{2\pi} \cdot \rho \cdot N_2 \cdot \pi r_a^2 dz + \gamma \cdot P_{S_i} dz \quad [\text{W/m}] \quad (3.8)$$

$$\gamma = (N_2 - N_1) \cdot \rho \cdot \frac{c^2}{\nu^2 n^2} \frac{g(\nu) A_{21}}{8\pi} \quad [1/\text{m}] \quad (3.9)$$

Aquí, $i=\{1, 2\}$ indica el sentido de propagación de la señal a lo largo del eje z de la fibra. Para facilitar la caracterización de la fibra y la solución numérica de estas ecuaciones, definimos el producto constante ρC_γ como:

$$\rho \cdot C_\gamma = \frac{\gamma}{N_2 - N_1} = \rho \cdot \frac{c^2}{\nu^2 n^2} \frac{g(\nu) A_{21}}{8\pi} \quad [1/\text{m}] \quad (3.10)$$

Por último, las transiciones por decaimiento no radiante transfieren energía en forma de calor a la fibra. Como se mencionó en la sección 2.4, las transiciones de relajación no radiante desde el nivel $^4I_{11/2}$ al nivel $^4I_{13/2}$ producen calentamiento. Con el fin de mantener la generalidad en el modelo, expresamos la cantidad de calor inyectado en un segmento Δz por una transición no radiante mediante la siguiente expresión:

$$q' = (E_o - E_f) \cdot A_{of} \cdot \rho \cdot \int_{\Delta z} \int_S N_o(r, z) r dr d\theta dz \quad [W/\Delta z] \quad (3.11)$$

Aquí el subíndice o indica el nivel inicial de la transición y el subíndice f el nivel final. La diferencia de energía entre ambos niveles se expresa como $(E_o - E_f)$, A_{of} es la probabilidad de transición, ρ es la densidad de iones, $N_o(r)$ es la población atómica del nivel inicial y S es la sección transversal de la fibra. Se considera que el calor q' se inyecta únicamente en el núcleo de la fibra, de ahí se transfiere por conducción a la superficie de la fibra, donde finalmente se disipa en el medio por convección.

Los resultados obtenidos la sección 2.4 indican que la transferencia de calor de la fibra óptica puede aproximarse con solo dos nodos, el núcleo y el revestimiento. La geometría de cada nodo para el modelo de transferencia se muestra en la figura 3.3. Debido a la rápida transferencia de calor dentro de la fibra podemos considerar que la temperatura es homogénea en cada nodo. Al igual que en la sección 2.4, consideraremos que la fibra se coloca de forma horizontal, enfriándose en aire por convección natural. Si despreciamos la transferencia de calor entre segmentos adyacentes, la temperatura en el núcleo de la fibra en segmento está dada por el siguiente sistema de ecuaciones simultáneas.

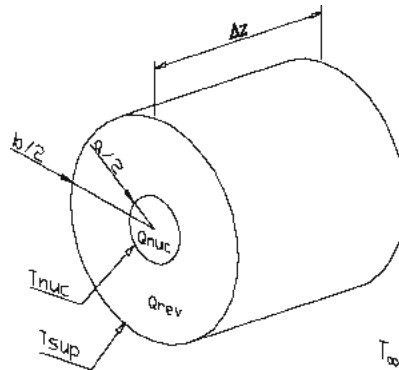


Figura 3.3. El modelo de transferencia de calor considera únicamente dos nodos, el núcleo y el revestimiento.

$$T_{nuc} = \frac{Q_{nuc}}{m_{nuc} C_e} \quad (3.12)$$

$$T_{sup} = \frac{Q_{rev}}{m_{rev} C_e} \quad (3.13)$$

$$\frac{dQ_{nuc}}{t} = q' - \frac{(T_{sup} - T_{nuc})}{\left(\frac{\ln(b/a)}{2\pi k \cdot \Delta z} \right)} \quad (3.14)$$

$$\frac{dQ_{rev}}{t} = \frac{T_{sup} - T_{nuc}}{\left(\frac{\ln(b/a)}{2\pi \cdot k \cdot \Delta z} \right)} - \pi b \cdot \Delta z \cdot h_T \cdot (T_{\infty} - T_{sup}) \quad (3.15)$$

Aquí los subíndices *nuc* y *rev* indican núcleo y revestimiento respectivamente, T_{nuc} , T_{sup} y T_{∞} son las temperaturas del núcleo, la superficie de la fibra y el medio, respectivamente. Q_{rev} es el calor, m es la masa, a es el diámetro del núcleo y b es el diámetro exterior de la fibra, Δz es la longitud del segmento, k es la constante de conductividad térmica, h_T es la de transferencia de calor con el medio, y C_e es el calor específico del vidrio.

3.2.3 Definición de las unidades normalizadas, iones y fotones

La definición de las unidades normalizadas nos permite caracterizar la fibra dopada y simular su comportamiento sin conocer el valor de la densidad de iones ρ en el material. También nos permite una fácil interpretación de las poblaciones atómicas en términos de probabilidad, al mismo tiempo que facilita la implementación del programa de solución numérica.

Definimos la Población Atómica Total (PAT) en la fibra como el número total de iones en toda su longitud. Por ejemplo, si consideramos una fibra con una distribución radial de iones tipo escalón con un radio de núcleo r_a , una densidad de iones ρ y una longitud L , la población atómica total es igual al producto $PAT \cong \rho \cdot \pi \cdot r_a^2 \cdot L$ [iones].

Ahora bien, definimos la Población Atómica Total Normalizada (PATN) en la fibra como 1.0 *iones normalizados* (*i.n.*). Esto es, sin importar la densidad ρ real, ni la longitud de la fibra ni las características del núcleo, en el tratamiento de las ecuaciones de balance de población, la población normalizada total será siempre de 1.0 *iones normalizados*. Ahora bien, PAT está dada en unidades discretas porque el número de iones en la fibra es un número entero; pero la densidad ρ es tan alta que PATN puede tratarse como una variable continua. Para ejemplificar, si la fibra se divide, por ejemplo, en 10 segmentos a lo largo del eje z , la población atómica normalizada de cada segmento será de 0.1 *iones normalizados*.

Una vez definido el concepto de *ion normalizado*, introducimos el concepto de *fotón normalizado* (*f.n.*). Por definición, un *ion normalizado* emite un *fotón normalizado* cuando se lleva a cabo una transición de decaimiento radiante. De la misma forma, un *ion normalizado* absorbe un *fotón normalizado* para alcanzar un nivel energético superior. Al igual que los iones normalizados, los *fotones normalizados* se tratan como variables continuas. Sobre la base de la definición de la población normalizada PATN, la energía un ion normalizado está dada por la siguiente expresión.

$$E_{f.n.} = h \cdot \nu_{f.n.} \cdot PAT \quad [\text{Joules}] \quad (3.16)$$

Aquí $E_{f.n.}$ es la energía de un fotón normalizado, h es la constante de Planck, $\nu_{f.n.}$ es la frecuencia del fotón normalizado y PAT es el número total de iones en la fibra.

El objetivo de definir las unidades de *iones normalizados* y *fotones normalizados* es mantener la independencia con la densidad de dopante ρ en las expresiones de las ecuaciones de balance de población y en la caracterización de la fibra. Esta normalización es un reflejo de la definición $N_1 + N_2 + \dots + N_n = 1$ que acompaña a las ecuaciones de balance de población. Así pues, si N_i está dada en *iones normalizados*, N_i es la población atómica total normalizada en el nivel i en la fibra.

En el programa de solución numérica de las ecuaciones de balance de población, la potencia de fluorescencia está dada en términos de *fotones normalizados por segundo*, no en Watts. De esta forma, si se requiere conocer la potencia de fluorescencia en unidades de potencia, es necesario escalar por la energía del *fotón normalizado* dada en la ecuación (3.16).

3.2.4 Descripción matricial del sistema de ecuaciones

Cada transición indicada en el diagrama de energía de la figura 3.2 y representada en las ecuaciones (3.1) a (3.6) se modela por medio de varios parámetros. Estos parámetros son:

- Nivel de origen y nivel de destino
- Probabilidad de transición, ya sea por bombeo, decaimiento radiante, absorción de estado excitado, transferencia cooperativa de energía, etc. (R_{ij} , A_{ij} , C_{ij})
- Dependencia de la tasa de transiciones con la población del nivel origen (generalmente lineal o, en el caso de CET, cuadrática)
- Banda de emisión, si es una transición por decaimiento radiante
- Banda de absorción, si es una transición por absorción o emisión estimulada
- Energía disipada en forma de calor, si se trata de una transición por decaimiento no radiante

Todos estos parámetros pueden ser expresados en forma gráfica en el diagrama de energías del material láser, como se mostró en la figura 3.2. Con el fin de implementar la solución numérica en forma sencilla y flexible, representamos estos parámetros en una tabla, como se muestra en la Tabla 1.1. La representación en forma de tabla es conveniente, porque permite programar la solución numérica de las ecuaciones diferenciales en forma matricial.

La mayoría de las transiciones mostradas en la figura 3.2 se representan en la tabla 1.1, a excepción de aquellas relacionadas con W_{12} y W_{21} . En esta tabla, cada renglón corresponde a una transición. La primera columna indica el número de nivel en el que se encuentra el ion antes de efectuarse la transición, y la segunda indica el nivel final después de la misma (*Nivel origen* y *Nivel destino*). La columna *Probabilidad* corresponde a los coeficientes A_{ij} , B_{ij} y C_{ij} que se expresan en las ecuaciones de balance de población. La tasa de transiciones en cada caso es

función de la probabilidad (A_{ij} , B_{ij} y C_{ij}) y de la población atómica en el nivel origen (N_i), como se indica en las ecuaciones (3.1) a (3.5). La dependencia con la población del nivel origen es lineal para la mayoría de las transiciones, pero es cuadrática en el caso de la transferencia cooperativa de energía. Esta dependencia se expresa en la columna de *Exponente de N_{origen}* . Por ejemplo, el renglón 7 corresponde al término $C_{22}N_2^2$ en las ecuaciones (3.2) y (3.4), en este caso el exponente es 2. En el caso de transiciones por decaimiento radiante, la columna marcada como *Banda emisión* indica en qué banda o longitud de onda se lleva a cabo la emisión, en correspondencia con la tabla 3.2. Esta información de emisión es útil para modelar la absorción de la emisión espontánea. Por último, para las transiciones por decaimiento no radiante, en la columna *Calor C_Q* se indica la cantidad total de energía que se inyectaría en la fibra por unidad de longitud si el 100% de la población atómica se encontraran en el nivel origen y decayeran hacia el nivel destino.

Tabla 3.1. Parámetros de las transiciones en el material láser, expresadas en forma de tabla.

	Nivel origen	Nivel destino	Exponente de N_{origen}	Probabilidad [1/s]	Banda emisión	Calor C_Q [J/m]
1	1	3	1	$A_{13}=\text{Bombeo}(t)$	0	0
2	3	5	1	$A_{37}=\delta \text{ Bombeo}(t)$	0	0
3	3	1	1	A_{31}	0	0
4	3	2	1	$A_{32}=1/10\mu s$	0	21.1 $\mu J/m$
5	2	1	1	$A_{21}(T)$	1	0
6	2	1	2	$\rho \cdot C_{22}$	0	0
7	2	4	2	$\rho \cdot C_{22}$	0	0
8	4	2	1	$A_{42}=1\mu s$	0	0
9	5	1	1	$A_{51}=1/600\mu s$	0	0

Tabla 3.2. Bandas de emisión relacionadas con las transiciones indicadas en la tabla 3.1

Banda emisión	longitud de onda [nm]
0	ninguna
1	1.55 μm

Tabla 3.3. Parámetros relacionados con la absorción y amplificación de la emisión espontánea guiada en la fibra.

Banda absorción/emisión	Nivel base	Nivel excitado	$\rho \cdot C_r$
1	1	2	9.3

Todas las transiciones indicadas en la tabla 3.1 dependen únicamente de las poblaciones locales en cada segmento Δz de la fibra y de los mismos parámetros indicados en esa tabla. Estas

transiciones pueden ser evaluadas numéricamente utilizando la misma subrutina. En cambio, las transiciones correspondientes a la amplificación (W_{12} y W_{21}) de la emisión en un segmento iz dependen de la fluorescencia guiada en la fibra, y su estimación requiere de integrar a lo largo del eje z . La fluorescencia guiada depende a su vez de la emisión espontánea y amplificada en el resto de los segmentos de la fibra. Esto hace necesario implementar una descripción y una subrutina distinta para describir y simular este proceso. En la tabla 3.3 se describen los parámetros relacionados con la amplificación de la emisión guiada. La primera columna indica la banda de emisión, en correspondencia con la tabla 3.2. En las siguientes columnas, el *nivel base* indica el nivel de energía en el que se da la absorción, y el *nivel excitado* indica el nivel energía donde se presenta la emisión estimulada. La última columna, $\rho \cdot C_{\gamma}$, corresponde a la constante de absorción definida en la ec. (3.10).

3.3 Programa de solución numérica

3.3.1 Introducción

En esta sección se describe el programa que hemos implementado para la solución numérica de las ecuaciones definidas anteriormente.

El objetivo de la solución de las ecuaciones diferenciales es estimar el valor las poblaciones atómicas locales, la temperatura en cada segmento de la fibra y la emisión de fluorescencia en cada extremo de la fibra para un tiempo t . Cuando las ecuaciones se resuelven de forma numérica, estas variables no están definidas para el continuo del tiempo t . En nuestro caso, las soluciones están definidas para los instantes $\{t_0, t_1, t_2, \dots\}$ donde la diferencia de tiempo entre dos instantes consecutivos es constante, y esta definida como:

$$\Delta t = t_{i+1} - t_i. \quad [\text{s}] \quad (3.17)$$

Se busca definir el incremento de tiempo Δt lo suficientemente corto de forma que el cambio de las variables a resolver entre dos instante t_i y t_{i+1} sea pequeño. Por simplicidad, definimos que $t_0 = 0$ s, De esa forma $t = (i \Delta t)$ en el instante t_i .

De la misma forma, la solución para las poblaciones locales en la fibra no está definida para el continuo de z . En su lugar, esta definida como el promedio dentro de cada segmento iz de longitud finita Δz , como se muestra en la figura 3.1. La longitud de Δz se define lo suficientemente pequeña como para que la población atómica en cada diferencial de longitud dentro segmento se aproxime al promedio de mismo.

La solución numérica de las variables para el tiempo t_i se obtiene integrando de forma numérica las ecuaciones diferenciales durante un periodo de tiempo Δt , tomando como condiciones iniciales la solución para el instante t_{i-1} . De esta forma, se requiere resolver de forma secuencial $t_1, t_2, t_3, \dots, t_{i-1}$ antes de poder resolver para t_i , considerando que las condiciones iniciales están definidas para t_0 . De forma similar, para obtener la solución para el segmento iz para un tiempo t_i , se requieren como la solución en segmento $iz-1$ para el mismo tiempo t_i . También están definidas condiciones iniciales para los segmentos en los extremos de la fibra, donde se define la frontera.

A continuación se describirá el programa diseñado para la solución de las ecuaciones diferenciales para el modelo de fibra óptica de vidrio dopado con Erblio. En primer lugar se definirán las matrices utilizadas en este programa para almacenar la descripción del conjunto de ecuaciones que se desea resolver, las condiciones iniciales y las soluciones obtenidas. Posteriormente, se describe el código de las rutinas de solución numérica que componen este programa.

3.3.2 Descripción de las matrices del programa

En el programa de solución numérica hemos implementado dos tipos básicos de matrices, las matrices de estado y las matrices de descripción. El valor de las matrices de estado depende del tiempo t_i y del segmento iz en la fibra. Estas matrices determinan la población atómica local y la cantidad de calor en cada segmento, así como la fluorescencia guiada en la fibra. Es decir, las matrices de estado representan la solución a las ecuaciones del modelo propuesto para un tiempo t_i y un segmento iz . Para el instante t_0 , las matrices de estado representan las condiciones

iniciales. Las matrices de descripción se utilizan como representación de las ecuaciones diferenciales que deseamos resolver. Las matrices de descripción son la alternativa a la codificación directa (más difícil de modificar) de las ecuaciones diferenciales dentro de las rutinas de integración numérica.

3.3.2.1 Matrices de estado

Como se mencionó anteriormente, las matrices de estado representan la población atómica local, la cantidad de calor en cada segmento de la fibra y la emisión guiada, para un tiempo t_i en un segmento iz . El valor de cada celda de estas matrices se modifica en cada iteración del ciclo de solución de las ecuaciones diferenciales, actualizando así las poblaciones locales después de transcurrido un tiempo Δt .

3.3.2.1.1 Matriz de población atómica local Ndz

La matriz Ndz es una matriz variable donde se almacena el valor de las poblaciones atómicas locales de cada nivel de energía en cada una de los segmentos en que se encuentra dividida la fibra. Esta variable está expresada en unidades de *iones normalizados*. La matriz Ndz está compuesta por ne columnas y nz renglones, donde ne es el número de niveles en el diagrama de energía y nz es el número de segmentos en los que está dividida longitudinalmente la fibra. De esta forma, el elemento $Ndz[iz,ie]$ indica la población atómica de nivel ie en el segmento iz . La población atómica en la fibra es una variable discreta ([iones]); pero la densidad de iones por unidad de longitud en la fibra es tan alta (mayor que 10^{14} iones/cm) que es posible considerar esta población como una variable continua. Por simplicidad en la interpretación de los resultados, en este trabajo expresamos la población atómica total en la fibra como 1 *ion normalizado*, es decir

$$\sum_{iz=1}^{nz} \sum_{ie=1}^{ne} Ndz[iz,ie] = 1. \quad [i.n.] \quad (3.18)$$

Si consideramos que la distribución de población atómica es uniforme a lo largo de la fibra, entonces la población atómica total para cualquier segmento iz de la fibra está dada por:

$$\sum_{ie=1}^{ne} Ndz[iz, ie] = 1 / nz . \quad [i.n.] \quad (3.19)$$

Como consideramos que la población atómica es una variable continua, $Ndz[iz, ie]$ puede tomar cualquier valor entre 0 y $1/nz$, siempre y cuando se cumpla la condición anterior.

3.3.2.1.2 Matriz de cantidad de calor Q

La matriz Q es una matriz variable donde se almacena el valor de la cantidad de calor en cada nodo de cada segmento de la fibra dopada. Esta matriz tiene nn columnas y nz renglones, donde nn es el número de nodos por segmento y nz es el número de segmentos en los que está dividida longitudinalmente la fibra. De esta forma, el elemento $Q[iz, in]$ indica la cantidad de calor del nodo in en el segmento iz de la fibra. Como se indicó anteriormente, en la aproximación para solución de las ecuaciones de transferencia de calor consideraremos únicamente 2 nodos por segmento, mismos que corresponden al núcleo y al revestimiento de la fibra.

3.3.2.1.3 Vector de calor generado ΔQ

El vector de calor generado ΔQ es un vector variable donde se almacena de forma temporal la cantidad de calor generado en un segmento durante el último periodo de tiempo Δt . Este calor generado depende de las transiciones de decaimiento no radiante y de la constante de *Calor* indicada en la columna 5 de la tabla 3.2. El vector ΔQ cuenta con ne renglones, donde ne es el número de niveles en el diagrama de energía del dopante. De esta forma, el elemento $\Delta Q[ie]$ indica la cantidad de calor agregado al núcleo en un periodo de tiempo Δt debido a transiciones de decaimiento no radiante iniciadas en el nivel ie . La cantidad total de calor q' inyectado en un segmento iz de la fibra debido a transiciones no radiantes durante el último periodo Δt está dado por:

$$q' = \sum_{ie=1}^{ne} \Delta Q[ie]. \quad (3.20)$$

Debido a la estructura del programa, ΔQ esta definida únicamente para el segmento iz que se está evaluando en ese momento. Es por eso, que no se requiere en ΔQ el subíndice iz como en el caso de la matriz Q .

3.3.2.1.4 Vector de emisión espontánea local guiada Eeg

El vector de emisión espontánea Eeg es un vector variable donde se almacena de forma temporal la fracción $d\Omega/2\pi$ de fotones producidos por emisión espontánea en un segmento iz durante un periodo de tiempo Δt , y que son guiados en la fibra por caer dentro del cono de aceptación (Sección 2.2). Este vector cuenta con nb renglones, donde nb es el número de bandas de emisión indicadas en el tabla 3.2. Así pues el elemento $Eeg[ib]$ indica el número de *fotones normalizados* en la banda de emisión ib , generados en un segmento iz de la fibra durante un periodo de tiempo Δt y que son guiados por la misma. Este vector esta definido únicamente para el segmento iz en evaluación, al igual que el vector anterior ΔQ .

El vector Eeg se expresa en unidades de *fotones normalizados* por Δt ($f.n./\Delta t$). Para estimar su equivalente en unidades de energía (*Joules*), debe escalarse por la energía del *fotón normalizado* $E_{f.n.}$, definida en la ecuación (3.16).

3.3.2.1.5 Vector de emisión amplificada Eag

El vector de emisión amplificada Eag en un elemento iz es la forma matricial de representar Ps_i , este se relaciona con la emisión espontánea Eeg . Este vector variable almacena el número de *fotones normalizados* guiados en la fibra en un elemento iz durante un periodo de tiempo Δt . Estos fotones son resultado de la emisión espontánea generada y amplificada a través de los segmentos 1, 2,..., iz . Por definición, consideramos que esta emisión viaja de izquierda a derecha en el modelo de la figura 3.1. El vector Eag , al igual que Eeg cuenta con nb renglones, donde nb es el número de bandas de emisión definidas en la tabla 3.2. El elemento $Eeg[ib]$ indica

el número de *fotones normalizados* guiados, correspondientes a la banda de banda de emisión ib , que viajan de izquierda a derecha en la fibra en un elemento iz . Por simetría en la población atómica de la fibra, el número de fotones que viajan de derecha a izquierda en un elemento iz es equivalente a Eeg para el segmento $nz-iz+1$. Por esta razón, no es necesario definir un vector Eeg para cada dirección.

Al igual que en el caso anterior, el vector Eeg se expresa en unidades de *fotones normalizados por Δt* ($[f.n./\Delta t]$). Debe ser escalado por la energía del *fotón normalizado* para estimar su valor en unidades de energía.

3.3.2.2 Matrices de representación

Utilizamos las matrices de representación para describir las ecuaciones diferenciales que deseamos resolver de forma numérica, en particular, las ecuaciones de balance de población. Estas matrices se implementan en forma de funciones, puesto que algunos parámetros dependen de variables como el tiempo y la temperatura.

3.3.2.2.1 Función matriz A para representación de transiciones A_{ij} , R_{ij} y C_{ij}

La función A es una función matriz que corresponde a la tabla 3.1. Esta función matriz depende tanto del tiempo como de la temperatura, debido a que A_{13} y A_{37} son funciones del tiempo (bombeo) y A_{21} (tiempo de vida del nivel $^4I_{13/2}$) depende de la temperatura. La organización de renglones y columnas de la matriz A es idéntica a la tabla 3.1, como se muestra a continuación.

$$A(t, T) = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & B(t) & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 1 & \delta B(t) & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & A_{32} & 0 & 21.1 \mu J / m \\ 2 & 1 & 1 & A_{21}(T) & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & \rho C_{22} & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & \rho C_{22} & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & A_{42} & 0 & 0 \\ 7 & 1 & 1 & A_{71} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

En esta matriz función, $B(t)$ es una función arbitraria que depende del bombeo. Como ejemplo, se muestran a continuación algunas variantes utilizadas para probar el modelo matemático.

$$B(t) = \begin{cases} 0 & \text{para bombeo apagado} \\ 0.5(1 + \sin(\omega t)) \cdot B_{\max} & \text{para bombeo sinusoidal} \\ (\cos(\omega t) > 0) B_{\max} & \text{para bombeo pulsado (cuadrada)} \\ \frac{t}{C_t} B_{\max} & \text{para modulación con rampa} \end{cases}$$

3.3.2.2 Matriz RA para representación de absorción y amplificación

La matriz RA es una matriz constante que se utiliza para describir las transiciones de amplificación (absorción y emisión estimulada) de la fluorescencia guiada en la fibra. Esta matriz corresponde a la tabla 3.3 y coincide con ella en su distribución de columnas y renglones. Como consideramos en primera aproximación que solo existe amplificación en la emisión radiante de $1.55 \mu m$, la matriz cuenta con un solo renglón, como se muestra a continuación.

$$RA = [1 \quad 1 \quad 2 \quad \rho C \gamma]$$

3.3.3 Descripción del programa

El objetivo de este programa de solución de ecuaciones diferenciales es evaluar el valor de la población atómica local N_i (representada por la matriz Ndz), la cantidad de calor en cada nodo de la fibra (representado por Q), y la emisión de fluorescencia guiada como función del tiempo. En esta solución numérica, como es usual, se evalúan las soluciones para intervalos de tiempo discretos, definidos como $t = t_i$, donde $t_i = i \cdot \Delta t$, y Δt es el incremento de tiempo.

El programa de solución numérica de las ecuaciones del modelo cuenta con un núcleo. En este núcleo se resuelven las ecuaciones diferenciales para un segmento iz de la fibra, para el tiempo $t=t_i$. Este núcleo a su vez está dividido en tres bloques, el primero resuelve para las transiciones A_{ij} , R_{ij} y C_{ij} , el segundo bloque resuelve las ecuaciones para las transiciones W_{ij} , mientras que el último bloque resuelve las ecuaciones de transferencia de calor. Los bloques principales del núcleo, así como el flujo de información entre ellos se muestran en la figura 3.4.

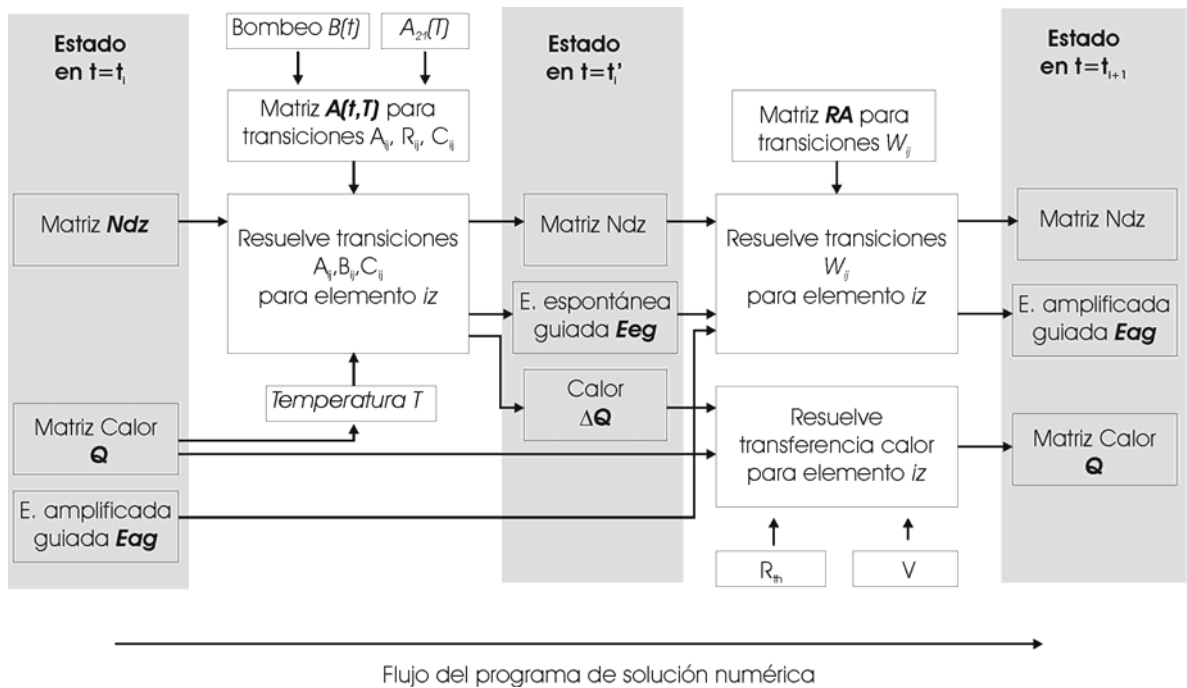


Figura 3.4. Flujo del núcleo principal del programa de solución numérica de las ecuaciones de balance de población y transferencia de calor para un segmento en la fibra dopada. Ndz es la matriz de poblaciones atómicas locales, Q es la matriz de calor, ΔQ es la matriz de incremento de calor por decaimiento no radiante, Eag es la emisión guiada en la fibra, Eeg es la emisión espontánea guiada generada en el segmento.

En esta figura, las regiones sombreadas indican las matrices de estado (soluciones de las ecuaciones o condiciones iniciales), mientras que las zonas claras representan las matrices de representación (de las ecuaciones diferenciales) y las rutinas de solución numérica. La dirección del flujo de información está indicada por las flechas.

Como se mencionó anteriormente, el primer bloque del núcleo resuelve las ecuaciones de balance de población considerando únicamente las transiciones A_{ij} , R_{ij} y C_{ij} . Este bloque toma como condiciones iniciales las matrices Ndz y Q . Las ecuaciones diferenciales son representadas utilizando la función matriz $A(t, T)$, y resueltas por medio del método de Runge-Kutta (Apéndice B). Como resultado de este bloque, se obtienen tres matrices de estado, la matriz de poblaciones atómicas Ndz' , el vector de emisión espontánea local guiada en la fibra Eeg y el vector de calor generado ΔQ . El segundo bloque complementa la solución de las ecuaciones de balance de población, evaluando el cambio debido a la absorción y la emisión estimulada dadas por las transiciones W_{ij} . En este bloque consideramos como condiciones iniciales la población atómica Ndz' , la emisión espontánea local guiada Eeg y la emisión espontánea amplificada Eag . Las ecuaciones de absorción y amplificación correspondientes se resuelven y obtenemos como resultado la matriz de población Ndz para t_{i+1} y la emisión amplificada guiada en la fibra (fluorescencia axial). El tercer bloque resuelve las ecuaciones de transferencia de calor en la fibra. Considera como condiciones iniciales Q y el calor inyectado en la fibra ΔQ . Como resultado, se obtiene la matriz Q que representa el calor en cada uno de los nodos de la fibra para t_{i+1} . Las ecuaciones de transferencia de calor se modelan por medio de las matrices R_{th} y V , que representan la resistencia térmica y el volumen de cada nodo en la fibra.

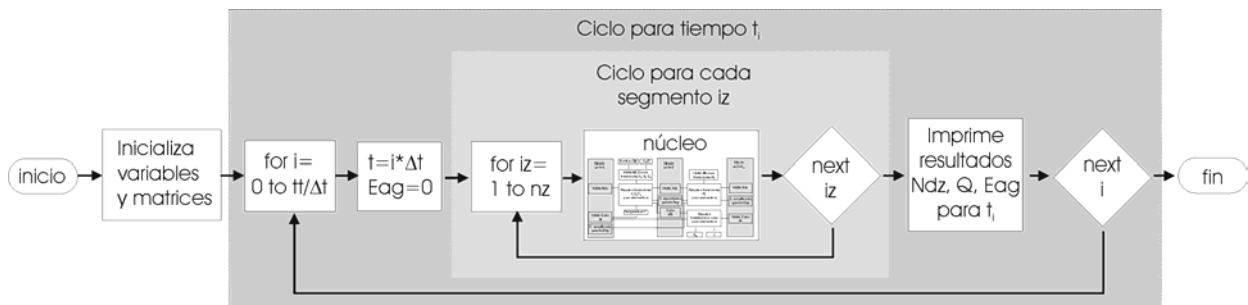


Figura 3.5. Diagrama de flujo del programa completo de solución numérica de las ecuaciones de balance de población y transferencia de calor para la fibra dopada con Erblio. El bloque denominado “núcleo” corresponde al diagrama de la figura 3.3.

El núcleo del programa permite evaluar la solución para un segmento iz para el tiempo t_i . Para conocer las soluciones en todos los segmentos de la fibra para el tiempo t_i , en núcleo debe invocarse dentro de dos ciclos anidados como se muestra en la figura 3.5. El ciclo interior barre todos los segmentos de la fibra desde $iz=1$ hasta nz , mientras que el ciclo exterior permite resolver de forma secuencial para t_0, t_1, \dots, t_i

3.3.3.1 Solución de las transiciones A_{ij} , R_{ij} y C_{ij}

Como se muestra en la figura 3.4, en este primer bloque del código se resuelven las ecuaciones de balance de población para las transiciones A_{ij} , R_{ij} , C_{ij} en un segmento iz de la fibra. El resultado de este bloque deberá la matriz \mathbf{Ndz}' , resultado de cambio en las poblaciones atómicas debido a las transiciones, el vector de emisión espontánea guiada \mathbf{Eeg} y el vector de incremento de calor ΔQ . Todo esto se evalúa para un segmento iz en la fibra a la vez.

Elegimos resolver las ecuaciones diferenciales por medio del método Runge-Kutta de cuarto orden (Apéndice B), debido a su equilibrio entre exactitud y capacidad de cómputo requerida. El primer paso en la programación de este método es la codificación de las ecuaciones diferenciales de primer orden. En nuestro caso, al ser este un problema de múltiples variables, tendremos una matriz $\mathbf{F}(t, N)$, donde la variable independiente es el tiempo t y las variables dependientes son las poblaciones atómicas N_i . Aún cuando el método utilizado es Runge-Kutta tradicional, nuestra implementación difiere de la codificación clásica de este método. Es tradicional introducir las ecuaciones diferenciales con código duro, por ejemplo, $F[1]$ se escribiría como sigue:

$$F[1] = -R_{13}Ndz[iz,1] + R_{31}Ndz[iz,3] + A_{31}Ndz[iz,3] + A_{21}Ndz[iz,2] - W_{12}Ndz[i,1] \\ + W_{21}Ndz[iz,2] + A_{71}Ndz[iz,7] + \rho C_{22}Ndz[iz,2]^2$$

Aquí A_{ij} , R_{ij} , C_{ij} son constantes y \mathbf{Ndz} es una matriz. De igual forma se tendrían que codificar las ecuaciones (3.2), (3.3), (3.4) y (3.5) como $F[2]$, $F[3]$, $F[4]$ y $F[5]$. El principal inconveniente radica en que es necesario modificar el código si se modifican las ecuaciones de

balance de población. Nosotros preferimos la implementación matricial de las ecuaciones diferenciales, por lo cual evaluaremos la matriz F en función de la función matriz $A(t,T)$. Por eficiencia, calculamos en un mismo paso la matriz F para dN_i/dt , el calor generado ΔQ y la emisión espontánea guiada Eeg . Todo esto se realiza en la función *CalculaF* que cuyo pseudocódigo se muestra a continuación.

```

CalculaF(N,A, $\Delta t$ )=
{
// N es el vector de poblaciones atómicas locales para un segmento iz de la fibra
// A es la función matriz A(t,T) evaluada para el tiempo t y temperatura T del núcleo
//  $\Delta t$  es el incremento de tiempo usado en la solución numérica
declara dN[ne] // vector que corresponde dNi/dt
declara dQ[ne] // vector que corresponde a d( $\Delta Q$ )/dt
declara dEeg[ne] // vector que corresponde a d(Eeg)/dt
for i=1 to ne step 1
    dN[i]=0
    dQ[i]=0
    dEeg[i]=0
next i
for s=0 to rows(A) step 1

    // evalua las ecs. diferenciales utilizando la matriz A como descripción
    transiciones=(N[A[s,0]]^A[s,2])*A[s,3]*nz^(A[s,2]-1)
    if N[A[s,0]]<-[dN[A[s,0]]-transiciones] then transiciones=N[A[s,0]]/ $\Delta t$ -dN[A[s,0]]
    dN[A[s,0]]= dN[A[s,0]]-transiciones
    dN[A[s,1]]= dN[A[s,1]]+transiciones

    // evalua la emisión estimulada local, si la transicions es radiante
    if A[s,4]<>0 then dEeg[A[s,4]]= dEeg[A[s,4]]+transiciones*d $\Omega$ /2 $\pi$ 

    // evalua el calor generado si la transiciones es decaimiento no radiante
    dQ[A[s,0]]=dQ[A[s,0]]+(transiciones/nz)*A[s,5]* $\Delta z$ 
next s

F=EnsamblaVectoresEnMatriz(dN,dEeg,dQ)
return F
}
    
```

Una vez que hemos evaluado las funciones diferenciales, en nuestro caso una matriz F , es posible evaluar la matriz de elementos k y su suma ponderada, según el método Runge-Kutta. Después que k_1 , k_2 , k_3 y k_4 han sido calculados, se estiman los nuevos valores de Ndz , ΔQ y Eeg , que son los resultados parciales de este primer bloque en la solución numérica. A continuación se muestra la función *ResuelveBloque1* que realiza estas operaciones.

```

ResuelveBloque1(N,A,Δt,iz)
{
// N es el vector de poblaciones atómicas locales para un segmento iz de la fibra
// A es la función matriz A(t,T) evaluada para el tiempo t y temperatura T del núcleo
// Δt es el incremento de tiempo usado en la solución numérica
// ΔQ es un vector global de incremento de calor en el núcleo
// Eeg es un vector global de emisión espontánea local
// Ndz es la matriz global de poblaciones atómicas

define matrices k1,k2,k3,k4,kfinal

Ntemp=N
k1=CalculaF(N,A,Δt)
for j=1 to ne step 1
    N_temp[j]=N[j]+k1[j,0]*Δt/2
next j
k2=CalculaF(Ntemp,A,Δt)
for j=1 to ne step 1
    N_temp[j]=N[j]+k2[j,0]*Δt/2
next j
k3=CalculaF(Ntemp,A,Δt)
for j=1 to ne step 1
    N_temp[j]=N[j]+k3[j,0]*Δt
next j
k4=CalculaF(Ntemp,A,Δt)

kfinal=(k1+2*k2+2*k3+k4)/6 // esta es una operación matricial

// actualiza los valores de Ndz, ΔQ y Eeg

for j=1 to nz
    Ndz[iz,j]=Ndz[iz,j]+kfinal[j,0]*Δt //integra numéricamente dNi/dt y suma a Ni de t=ti
    Eeg[j]=kfinal[j,1]*Δt
    ΔQ[j]=kfinal[j,2]*Δt
next j

Return 1
}

```

Una vez evaluada la función *ResuelveBloque1*, queda concluida la primer parte de la solución de las ecuaciones diferenciales. El resultado de este bloque nos permitirá a continuación evaluar amplificación de la emisión guiada y el calentamiento del núcleo de la fibra.

3.3.3.2 Solución de las transiciones W_{ij}

En este bloque del código se cuenta con los resultados Ndz' y Eeg para el segmento iz evaluados en el bloque anterior. Como condiciones iniciales también se cuenta con el vector de emisión amplificada guiada Eag , que es el resultado de la iteración anterior para el segmento $iz-1$. Como se mencionó anteriormente, Eag corresponde a la potencia guiada Psi , pero expresada en número de fotones, en lugar de unidades de potencia. El objetivo de este bloque es resolver la ecuación (3.8), para obtener el valor de Eag en el segmento iz , y aplicar el cambio en las poblaciones atómicas locales Ndz debido a las transiciones W_{12} y W_{21} .

Integrar numéricamente la ecuación (3.8) con precisión requiere dividir la fibra en un gran número de segmentos nz , lo que requiere de mucho tiempo de cómputo y memoria para almacenar los resultados. En las primeras pruebas que realizamos aplicando el método Runge-Kutta a esta ecuación, encontramos que se requiere dividir una fibra en segmentos más cortos que 0.75 mm de longitud para una fibra de 150 mm con el fin de obtener resultados que convergen. Como el número de segmentos también afecta al primer bloque de código de la solución, el tiempo total de procesamiento se incrementó de forma significativa, así como la cantidad de memoria requerida. Los resultados obtenidos mostraron también que las poblaciones locales son casi homogéneas en toda la fibra, así que puede modelarse con menos segmentos y, aún así, obtener resultados con buena exactitud.

En lugar de realizar una integración numérica de la ecuación (3.8) por el método de Runge-Kutta, decidimos resolver de forma analítica esta ecuación y aplicar la solución en cada segmento iz de longitud Δz . Esta solución cuenta con dos partes, la primera corresponde a la amplificación de la emisión espontánea generada en el segmento iz , y la segunda a la amplificación de la emisión guiada que proviene del segmento $iz-1$. Por ejemplo, la emisión guiada en la fibra en la banda de 1.55 μm en la dirección positiva de z dentro de un segmento iz se puede aproximar como:

$$Eag_{iz} = \frac{Eeg_{iz}}{\Delta z} \left(\frac{\exp(\gamma_{iz} \cdot \Delta z) - 1}{\gamma_{iz}} \right) + Eag_{iz-1} \exp(\gamma_{iz} \cdot \Delta z), \quad [f.n./\Delta t] \quad (3.21)$$

$$\gamma_{iz} = \left(\frac{Ndz[iz,2] - Ndz[iz,1]}{1/nz} \right) \cdot \rho \cdot C\gamma. \quad [1/m] \quad (3.22)$$

Por simplicidad, se ha omitido el índice que indica la banda de emisión o absorción en **Eeg** y **Eag**. En la expresión anterior, el primer término que incluye el factor **Eeg** corresponde a la fracción emisión espontánea generada en el segmento iz , que es guiada y amplificada dentro del mismo. El segundo término que incluye a Eag_{iz-1} representa la amplificación de la emisión guiada que llega al segmento iz por la derecha, proveniente del segmento $iz-1$. Como consideramos una fibra corta donde la intensidad del bombeo no cambia de forma significativa por la absorción, las poblaciones atómicas a lo largo de la fibra deben ser simétricas, al igual que la emisión de fluorescencia. En este caso, es válido suponer que la emisión guiada en la dirección negativa de z , en un segmento iz es equivalente a **Eag** del segmento $nz-iz+1$. Para una fibra larga, donde la intensidad de bombeo disminuye de forma significativa conforme se propaga en la fibra, esta suposición de simetría no sería válida. En la frontera de la fibra, en el elemento $iz=1$ la emisión Eag_{iz-1} es igual a cero, porque no se inyecta a la fibra dopada ninguna señal exterior.

Eag y **Eeg** están expresados en términos de *fotones normalizados*. Como la relación de transiciones a fotones es de uno a uno, es sencillo calcular que el cambio en la población atómica normalizada durante un periodo de tiempo Δt , debido a las transiciones W_{12} y W_{21} , en la dirección positiva de z está dado por:

$$\Delta Ndz[iz,2] = -(Eag_{iz} - Eag_{iz-1} - Eeg_{iz}), \quad [i.n.] \quad (3.23)$$

$$\Delta Ndz[iz,1] = -\Delta Ndz[iz,2]. \quad [i.n.] \quad (3.24)$$

En la expresión anterior es necesario sustraer la parte correspondiente a la emisión espontánea del incremento ΔNdz porque ese cambio ya fue evaluado y aplicado cuando se

resolvieron las transiciones A_{ij} , R_{ij} y C_{ij} . La resta $Eag_{iz}-Eag_{iz-1}$ es positiva en caso de que se presente inversión de población ($N_2 > N_1$), en cuyo caso tenemos amplificación. En caso contrario, la resta será negativa y tendremos absorción de la emisión guiada.

En nuestra rutina para la solución para la absorción y amplificación de la fluorescencia guiada se evalúan de forma simultánea la emisión que viaja en la dirección positiva de z y la que viaja en dirección contraria. Esto se puede hacer gracias la simetría del modelo. A continuación se muestra el pseudocódigo de esta rutina.

ResuelveAmplificacion(iz)

```
{
//Eeg es la matriz variable global de emisión espontánea guiada
//Eag es la matriz variable global de emisión amplificada guiada
//Ndz es la matriz variable global de poblaciones atómicas locales

// ciclo para evaluar todas las transiciones de la tabla RA
for s=0 to renglones(RA)-1
    rhoCgamma=RA[s,3] // recupera rho.Cgamma de la tabla
    gamma=rhoCgamma*(Ndz[RA[s,2],iz]-Ndz[RA[s,1],iz])/(1/nz)

    //amplificación de la emisión espontánea local
    if gamma<>0 then deltaN2=(Eag[RA[s,0]]/delta z)*(exp(gamma*delta z)-1)/gamma-Eeg[RA[s,0]]
    else deltaN2=0

    //amplificación de la emisión guiada
    deltaN2=deltaN2+(exp(gamma*delta z)-1)*Eag[RA[s,0]]

    //aplica cambio en emisión guiada, variable global
    Eag[RA[s,0]]=Eag[RA[s,0]]+deltaN2+Eeg[RA[s,0]]

    // aplica cambio en poblaciones atómicas por propagación en dirección positiva de z
    Ndz[RA[s,2],iz]=Ndz[RA[s,2],iz]-deltaN2
    Ndz[RA[s,1],iz]=Ndz[RA[s,1],iz]+deltaN2

    // aplica cambio por propagación en dirección negativa de z por simetría
    Ndz[RA[s,2],nz-iz-1]=Ndz[RA[s,2],nz-iz-1]-deltaN2
    Ndz[RA[s,1],nz-iz-1]=Ndz[RA[s,1],nz-iz-1]+deltaN2

next s

Return 1
}
```


3.3.3.3 Solución de las ecuaciones de transferencia de calor

El último bloque para finalizar la solución de las ecuaciones en el segmento iz tiene como objetivo evaluar la temperatura dentro del núcleo de la fibra, por medio de la solución de las ecuaciones de transferencia de calor. Como se mencionó anteriormente, el modelo de la fibra dopada se puede aproximar bien utilizando únicamente dos nodos, el núcleo y el revestimiento. De esta forma, el problema se reduce a resolver de forma numérica, por medio del método de Runge-Kutta las ecuaciones (3.12), (3.13), (3.14) y (3.15).

El calor agregado en el núcleo q' , en la ec. (3.14), es el resultado de la suma del calor agregado por cada una de las transiciones no radiantes, representado en el vector ΔQ . La implementación del método de Runge-Kutta en este caso es tradicional, por lo que no requiere mayor explicación (Apéndice B). A continuación, mostramos el pseudocódigo de la función que tiene como objetivo evaluar la temperatura y las funciones k para el modelo de transferencia de calor con 2 nodos y enfriamiento por convección natural.

```
function Temperatura(m,Q)
{
// V es el volumen del nodo
// Q es la cantidad de calor
// Ce es una constante de calor especifico del material

return Q/(m*Ce)
}

function CalculaKQ(Q,q',Δt)
{
// Q matriz de calor en los nodos
// q' incremento de calor en el núcleo
// Rth constante de resistencia térmica entre núcleo y revestimiento
// hT constante de transferencia de calor por convección
// AreaSup superficie exterior del segmento, en contacto con el aire

// transferencia de calor en el núcleo y el revestimiento
qt=-(1/Rth)*(Temp(V[2],Q[2])-Temp(V[1],Q[1])
//transferencia de calor entre el revestimiento y el medio ambiente
qc=hT*AreaSup*Temp(V[2],Q[2]);

k[1]=q'-qt // ec. transf. calor en el núcleo
k[2]=qt-qc // ec. transf. calor en el revestimiento

return k
```

}

Una vez que se ha implementado la función para calcular k , es posible implementar la función que resuelve el promedio ponderado por medio del método de Runge-Kutta de cuarto orden.

```
function CalculaQ(Q,ΔQ,Δt)
{
// Q matriz de calor en los nodos
// ΔQ incremento de calor en el nucleo

q'=sumatoria(ΔQ)

k1=CalculaKQ(Q,q',Δt)
Qt=Q+k1*Δt/2 // esta es una operación matricial, Qt, Q y k1 son matrices
k2=CalculaKQ(Qt,q',Δt)
Qt=Q+k2*Δt/2
k3=CalculaKQ(Qt,q',Δt)
Qt=Q+k3*Δt
k4=CalculaKQ(Qt,q',Δt)

Q=Q+(k1+2*k2+2*k3+k4)*Δt/6

return Q // regresa la matriz con el calor en el nucleo y el revestimiento para el segmento iz
}
```

Después que se ha resuelto la cantidad de calor en los nodos, el proceso para resolver las ecuaciones diferenciales en el nodo iz para el tiempo t_i , como se muestra en el diagrama de bloques para el núcleo mostrado en la figura 3.3, ha sido concluido.

3.3.3.4 Integración de las soluciones en el programa principal

La implementación de las funciones *CalculaF*, *ResuelveBloque1*, *ResuelveAmplificacion*, *CalculaKQ* y *CalculaQ* nos permiten evaluar las poblaciones atómicas locales, la temperatura y la emisión guiada en un elemento iz al tiempo t_i . Para resolver las poblaciones atómicas en un en todos los segmentos de la fibra para un intervalo de tiempo, estas funciones deben implementarse dentro de ciclos en el programa principal, como se mostró en la figura 3.4.

El programa principal cuenta con dos bloques. El primero es el bloque de inicialización. En este bloque se declaran todas las constantes globales necesarias, así como las condiciones iniciales para las matrices de estado. El segundo bloque es el ciclo principal del programa, que cuenta con dos ciclos anidados, el exterior corresponde al tiempo y el interior corresponde a los segmentos. Por medio del ciclo interior (*iz*) se resuelve la población local para todos los segmentos en la fibra, así como la emisión de fluorescencia axial, que se observa en el extremo de la fibra. Por medio del ciclo exterior (*i*) se resuelve de forma secuencial para $\{t_1, t_2, t_3, \dots\}$, donde el tiempo t_i es igual a $i \cdot \Delta t$.

A continuación se muestra el pseudocódigo para el programa principal:

```
// inicialización

//inicializa variables para el ciclo de tiempo
tt          tiempo total de solución
Δt          incremento de tiempo para la solución numérica  $t_{i+1}=t_i+\Delta t$ 

// inicializa las constantes de geometría de la fibra
L           longitud total de la fibra
Δz         longitud del segmento
nz=L/Δz    numero de segmentos

// inicializa matrices de estado
Ndz[nz,ne] asigna los valores iniciales de las poblaciones atómicas locales
Q[nz,nn]   asigna el calor inicial a cada en los nodos de cada segmento de la fibra
ΔQ[ne]     inicializa en cero la matriz de calor agregado
Eag[nb]    inicializa en cero la matriz de emisión guiada en la fibra
Eeg[nb]    inicializa en cero la matriz de emisión espontánea guiada en el segmento

//inicializa matrices de descripción
B(t)       declara la función de bombo B(t) para ser usada en A(t,T)
A(t,T)     declara función las transicions Aij, Rij, Cij de forma matricial
RA         declara la matriz AR para describir las transiciones Wij

// inicializa las constates para el modelo de transferencia de calor
V[2]       volumen de cada nodo
m[2]       masa de cada nodo
Rth        Resistencia térmica entre nodo 1 y nodo 2
hT         Constante de transferencia de calor por convección
AreaSup    Superficie del segmento
Ce         Calor específico del vidrio de la fibra

// ciclo principal del programa, ciclo de tiempo
```

```
for i=0 to tt/ $\Delta t$ 
    t=i* $\Delta t$ 

    for j=0 to nb
        Eag[j]=0 // no se inyecta emisión guiada por los extremos de la fibra
    next j

    //ciclo para resolver en cada segmento de la fibra, para el tiempo ti
    for iz=0 to nz-1
        // resuelve para las transiciones Aij,Rij y Cij
        ResuelveBloque1(columna(Ndz,iz),A(t, Temperatura(V[1],C[1])), $\Delta t$ ,iz)

        // resuelve la amplificación de emisión guiada
        ResuelveAmplificacion(iz)

        //resuelve las ecuaciones de transferencia de calor
        Q=CalculaQ(Q, $\Delta Q$ , $\Delta t$ )

    next iz

    // imprime solución para ti
    print i* $\Delta t$  // muestra el tiempo ti
    print Ndz // muestra la matriz de poblaciones locales
    print Eag // muestra la emisión guiada en el extremo de la fibra (fluorescencia axial)
    print Q // muestra la cantidad de calor en el núcleo y revestimiento de la fibra

next i
```

El código del programa de solución numérica puede verse implementado en el simulador del Apéndice D.

3.4 Evaluación de la exactitud de la solución numérica

La exactitud de la solución numérica propuesta depende principalmente del método propuesto de integración y del incremento de tiempo Δt definido, así como de la longitud Δz de cada segmento. La mejor alternativa para definir el valor de estos dos parámetros y para evaluar la exactitud obtenida es comparar los resultados de forma numérica con aquellos obtenidos con las soluciones analíticas, en aquellos casos donde estas sean conocidas.

A continuación probaremos las soluciones numéricas en comparación con la solución para los casos de decaimiento exponencial simple, conversión hacia arriba por proceso de transferencia cooperativa de energía, amplificación de la emisión guiada y transferencia de calor.

3.4.1 Decaimiento de fluorescencia simple

Uno de los objetivos principales de la solución numérica es resolver la población atómica en el nivel ${}^4I_{13/2}$ (nivel 2) como función del tiempo en cada segmento de la fibra. El primer caso considera únicamente el decaimiento de la población del nivel 2 hasta el nivel base debido a la emisión espontánea. Despreciando cualquier otra transición, las ecuaciones de balance de población se reducen a las siguientes expresiones:

$$\frac{dN_1}{dt} = A_{21}N_2, \quad (3.25)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21}N_2. \quad (3.26)$$

Si consideramos como condiciones iniciales que $N_2=1$ cuando $t=0$, entonces la solución analítica para la población en el nivel 2 corresponde al decaimiento exponencial simple,

$$N_2(t) = N_2(t=0) \cdot \exp\left(\frac{-t}{\tau_{21}}\right). \quad [i.n.] \quad (3.27)$$

Aquí τ_{21} se conoce como la constante de tiempo del decaimiento, y esta definida como por $\tau_{21}=1/A_{21}$. El en caso del vidrio SiO_2 dopado con Erblio, τ_{21} es aproximadamente 10 ms a temperatura ambiente. De forma empírica encontramos que si se define el incremento de tiempo Δt igual a 10 μs para la solución numérica, es decir, 3 órdenes de magnitud menor que τ_{21} , se obtienen resultados con buena exactitud. Aunque el valor de Δt parece demasiado pequeño comparado con τ_{21} es necesario definirlo así porque otras transiciones que se evaluarán posteriormente presentan constantes de tiempo mucho más cortas.

Considerando entonces las ecuaciones de población (3.25) y (3.26) y las condiciones iniciales $N_2(t=0) = 1$, definimos las siguientes tablas para el programa de solución numérica.

Tabla 3.4. Tabla para evaluar el decaimiento de fluorescencia exponencial simple

	Nivel origen	Nivel destino	Exponente de N_{origen}	Probabilidad [1/s]	Banda emisión	Calor [J/m]
1	2	1	1	$A_{21}=1/10\text{ms}$	1	0

Tabla 3.5. Bandas de emisión relacionadas con las transiciones indicadas en la tabla 3.4.

Banda emisión	longitud de onda [nm]
0	ninguna
1	1.55 μm

Tabla 3.6. Parámetros relacionados con la absorción y amplificación de la emisión espontánea guiada en la fibra para el caso de decaimiento exponencial simple. En este caso la constante de amplificación es despreciada.

Banda absorción/emisión	Nivel base	Nivel excitado	$\rho \cdot C_{\gamma}$
1	1	2	0

En este caso, el número de divisiones longitudinales nz y la longitud L de la fibra no tiene ningún efecto en el resultado, pero serán definidas como sigue. Consideraremos que la fibra tiene una longitud de $L=15\text{ cm}$, porque esa es la longitud de la fibra implementada en el arreglo experimental. En esta primera aproximación definiremos $nz=L/20$, es decir, $\Delta z=7.5\text{mm}$. Por último, definimos las siguientes condiciones iniciales para las poblaciones locales:

$$N_{dz}[iz,ie]=\begin{cases} 1/nz & \text{para } ie = 2 \text{ (nivel 2)} \\ 0 & \text{para los demás casos} \end{cases}, \quad iz=1,2,\dots,nz, \quad ie=1,2 \quad (3.28)$$

En las gráficas de la figura 3.6 se muestran los resultados de la evaluación numérica, en

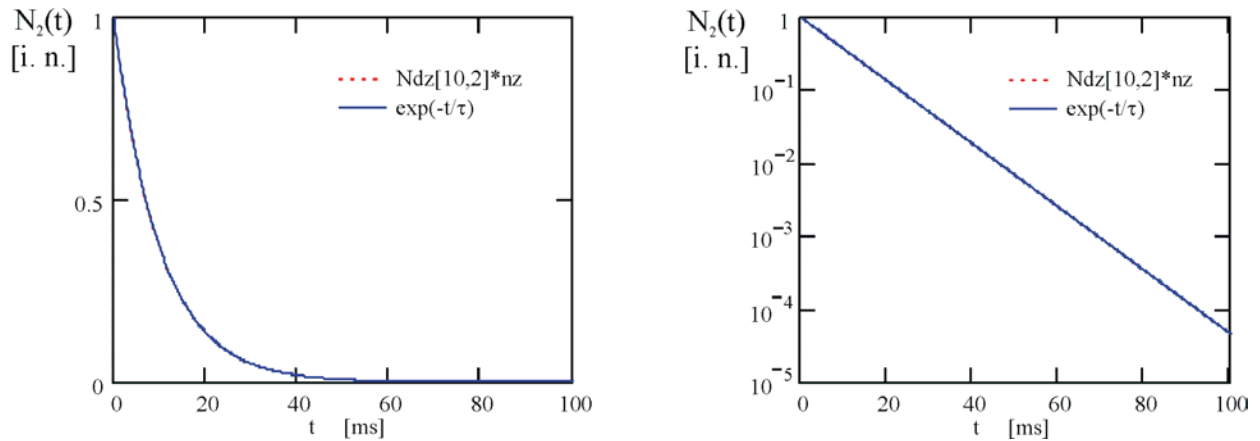


Figura 3.6. Decaimiento de la población atómica del nivel 2 ($^4I_{13/2}$) como función del tiempo. Se compara la curvas de la solución analítica para el decaimiento simple de la población y los resultados de la solución numérica evaluados con $\Delta t=10\ \mu\text{s}$. La diferencia es tan pequeña que no se puede distinguir ni en la escala lineal ni en la semilogarítmica.

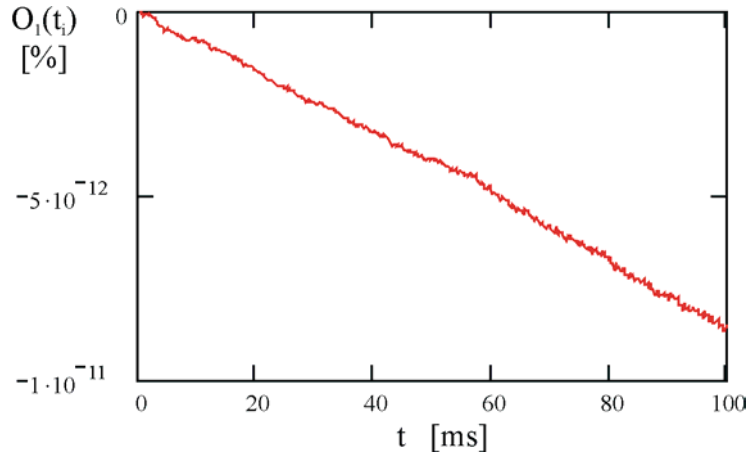


Figura 3.7. Diferencia porcentual entre el resultado obtenido por la solución analítica y el obtenido por medio de la solución numérica. Utilizando un valor de $\Delta t = 10\mu s$ para la solución numérica, la diferencia total acumulada después de 100 ms de decaimiento es menor que $10^{-11}\%$.

comparación con los obtenidos con la solución analítica. Ambos resultados coinciden muy bien, tanto en la escala lineal como en la semilogarítmica. Con el fin de cuantificar la desviación entre ambas soluciones, definimos la diferencia porcentual O_i para el decaimiento simple de la población en el nivel 2 como:

$$O_1(t_i) = \frac{\exp(-t/\tau_{21}) - Ndz_i[10,2]}{\exp(-t/\tau_{21})} \cdot 100\%. \quad i=0,1,2\dots tt/\Delta t \quad (3.29)$$

Aquí t_i es el tiempo $t = (i \Delta t)$, el tiempo total de evaluación está dado por $tt = 100 \text{ ms}$, el incremento de tiempo en la solución numérica utilizado fue $\Delta t = 10 \mu s$. En la gráfica de la figura 3.7 se puede observar que esta desviación porcentual es menor que $10^{-11}\%$, incluso después de que ha transcurrido un tiempo t mayor que $10\tau_{21}$. Estos resultados nos indican que un incremento de tiempo de $\Delta t = 10 \mu s$ es adecuado para una constante de tiempo de decaimiento de $\tau_{21} = 10 \text{ ms}$.

3.4.2 Población en estado excitado para bombeo constante

A continuación evaluaremos la exactitud en la estimación de la población en estado excitado para bombeo estable. En esta evaluación se involucran 3 transiciones, la absorción del bombeo, el decaimiento desde el nivel excitado 3 al nivel 2 y el decaimiento desde el nivel 2

hasta el estado base. Esta evaluación tiene como objetivo estimar si el incremento de tiempo Δt también es adecuado considerando que la constante de tiempo τ_{32} para el decaimiento desde el nivel 3 al nivel 2 es mucho más pequeña, aproximadamente $10 \mu s$ en vidrio SiO_2 .

El sistema de ecuaciones considerado en esta evaluación es el siguiente:

$$\frac{dN_1}{dt} = -R_{13}N_1 + A_{21}N_2 \quad (3.30)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21}N_2 + A_{32}N_3 \quad (3.31)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = R_{13}N_1 - A_{32}N_3 \quad (3.32)$$

En estado estable (bombeo constante), las poblaciones N_1 , N_2 y N_3 no sufren cambio después de que el sistema se ha estabilizado. Si consideramos que $N_1+N_2+N_3=1$, entonces podemos resolver las ecuaciones anteriores para estado estable como sigue:

$$N_1 = \frac{A_{21}A_{32}}{A_{32}R_{13} + A_{21}R_{13} + A_{21}A_{32}}, \quad (3.33)$$

$$N_2 = \frac{R_{13}A_{32}}{A_{32}R_{13} + A_{21}R_{13} + A_{21}A_{32}}, \quad (3.34)$$

$$N_3 = \frac{R_{13}A_{21}}{A_{32}R_{13} + A_{21}R_{13} + A_{21}A_{32}}. \quad (3.35)$$

Aquí R_{13} es la tasa de absorción de bombeo, $A_{32}=I/\tau_{32}$ es la tasa de decaimiento del nivel 3 y $A_{21}=I/\tau_{21}$ es la tasa de decaimiento del nivel 2.

Para evaluar N_1 , N_2 y N_3 utilizando el programa de solución numérica, modelaremos R_{13} como una función escalón que inicia en $t=0$. De esta forma, consideraremos los valores finales de N_{dz} para las poblaciones atómicas en estado estable, después de que estas se hayan estabilizado. En la mayoría de los casos, se puede considerar estable después de 100 ms de iniciado el escalón de bombeo. Evaluaremos N_1 , N_2 y N_3 para distintos valores de R_{13} , con el fin de estimar la desviación de la solución numérica para todo el rango de potencia de bombeo disponible en nuestro arreglo experimental.

Las tablas 3.7 y 3.8 muestran los parámetros utilizados en el programa de solución numérica para evaluar la población atómica en estado estable

Tabla 3.7. Parámetros de las transiciones en el material láser para estimar las poblaciones atómicas en estado estable modelando la tasa de absorción de bombeo como una función escalón.

	Nivel origen	Nivel destino	Exponente de N_{origen}	Probabilidad [1/s]	Banda emisión	Calor [J/m]
1	1	3	1	$R_{13}=\text{Bombeo}(t)$	0	0
4	3	2	1	$A_{32}=1/10\mu s$	0	0
5	2	1	1	$A_{21}=1/10ms$	1	0

Tabla 3.8. Parámetros relacionados con la absorción y amplificación de la emisión espontánea guiada en la fibra.

Banda absorción/emisión	Nivel base	Nivel excitado	$\rho \cdot C_f$
1	1	2	0

La función de bombeo, relacionada con R_{13} se define como un escalón por medio de la siguiente función:

$$\text{Bombeo}(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ R p_{13} & \text{si } t \geq 0 \end{cases} \quad (3.36)$$

Aquí $R p_{13}$ es el valor pico del escalón de bombeo para R_{13} . En esta evaluación se probarán valores para $R p_{13}$ en el intervalo $[4/s, 2087/s]$, donde $2087/s$ que corresponde a la máxima tasa de absorción de bombeo estimada en nuestro arreglo experimental.

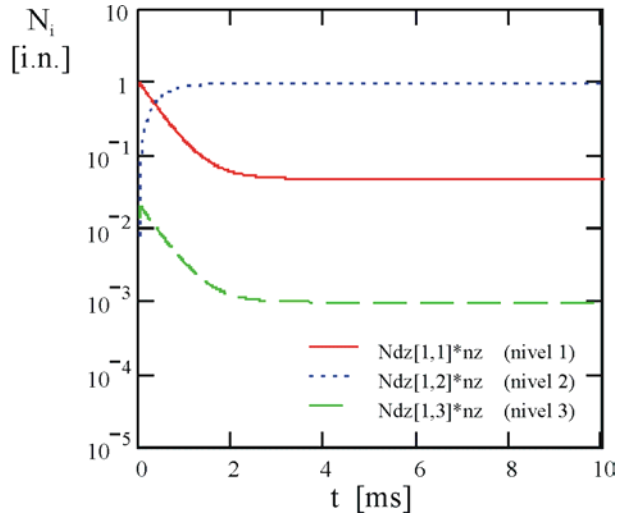


Figura 3.8. Poblaciones atómicas locales como función del tiempo para bombeo tipo escalón con una tasa de absorción $Rp_{13}=2087/s$. Este resultado se obtuvo de forma numérica. Podemos considerar estado estable cuando $t > 5$ ms .

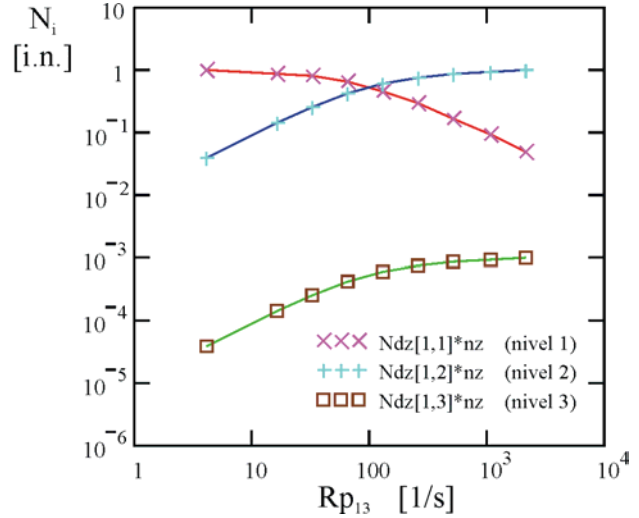


Figura 3.9. Poblaciones atómicas en estado estable como función de la tasa pico de absorción Rp_{13} . Las líneas continuas muestran el resultado de la solución analítica, mientras que los marcadores (x, +, □) indican el resultado de la solución numérica.

Para las condiciones iniciales consideramos que el 100% de la población atómica se encuentra en estado base (nivel 1) cuando $t=0$, es decir,

$$Ndz[iz,ie] = \begin{cases} 1/nz & \text{para } ie = 1 \text{ (nivel 1)} \\ 0 & \text{para los demás casos} \end{cases}, \quad iz=1, 2, \dots, nz, \quad ie=1,2,3. \quad (3.37)$$

En la gráfica de figura 3.8 se muestra la evolución de las poblaciones locales como función del tiempo para $Rp_{13}=2087/s$. Estos resultados se obtuvieron con el programa de solución numérica. Como puede apreciarse, la población del nivel 3 se incrementa de forma instantánea en el borde del escalón, para después decrecer hasta lograr la estabilidad. Las poblaciones del nivel 1 y 2 decrecen y crecen respectivamente, de forma similar a la respuesta de un sistema de primer orden. Los valores estables se alcanzan después de 5 ms. En este caso particular tomamos los valores de Ndz para $t=10$ ms como poblaciones en estado estable para comparar con la solución analítica. El tiempo de estabilización observado depende de la tasa pico Rp_{13} , se alcanza la estabilización más rápido mientras más alta sea esta tasa de absorción. De la misma que fueron estimadas las poblaciones en estado estable en este ejemplo, se evaluaron los valores estables para N_1, N_2 y N_3 utilizando distintos valores de Rp_{13} . Los resultados obtenidos de

forma numérica se comparan con los obtenidos de forma analítica en la gráfica de la figura 3.9. Como puede observarse en esta figura, la correspondencia entre la solución analítica y la solución numérica es muy buena, incluso en el caso de la población del nivel 3. Es importante recalcar que se logró un resultado con buena exactitud aún cuando la constante de tiempo del nivel 3, $\tau_{13}=10\mu s$, es exactamente igual al incremento de tiempo Δt utilizado para la solución numérica. Esta es una muestra del buen desempeño del método Runge-Kutta de cuarto orden utilizado en la integración numérica.

Para evaluar de forma cuantitativa el desempeño del programa de solución numérica, definimos nuevamente una función de diferencia porcentual entre el valor obtenido de forma analítica y el obtenido de forma numérica.

$$O_2(ne, Rp_{13}) = \frac{N_{ne} - Ndz[iz, ne] \cdot nz}{N_{ne}} 100\%, \quad ne=1,2,3; iz=1,2,3, \dots, nz. \quad (3.38)$$

Aquí $O_2(ne, Rp_{13})$ es la desviación porcentual de la población en estado estable para el nivel ne cuando se aplica bombeo con una tasa de absorción constante Rp_{13} . N_{ne} es el resultado de la solución analítica (ecs. (3.33), (3.34) y (3.35)) y $Ndz[iz, ne]$ es la población atómica local evaluada de forma numérica cuando las poblaciones se han estabilizado. En este caso la población es homogénea en todos los segmentos, así que se ha elegido de forma arbitraria $iz=1$.

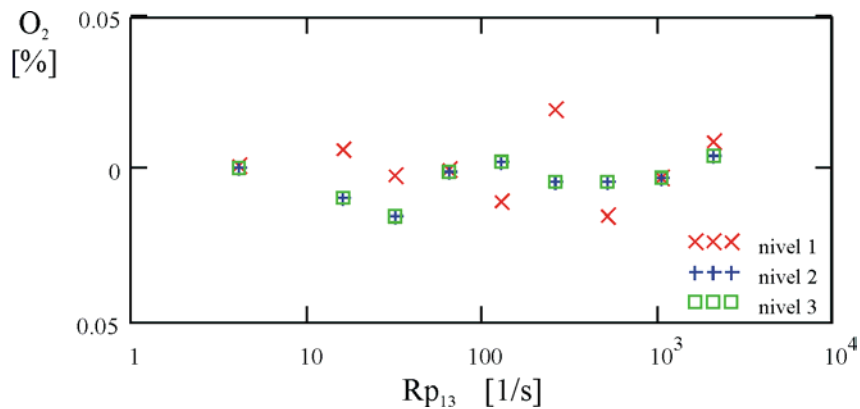


Figura 3.10. Desviación porcentual O_2 para las poblaciones atómicas en estado estable para los niveles 1,2 y 3 como función de la tasa de absorción de bombeo Rp_{13} . La máxima desviación entre la solución analítica y la solución numérica es menor a 0.02%. La desviación no parece mostrar ninguna correlación con la tasa de absorción y es exacta aún cuando la constante de tiempo del nivel 3 $\tau_{13}=1/A_{31}$ es igual al incremento Δt .

En la figura 3.10 se muestra la gráfica de la desviación O_2 para las distintas tasas de absorción Rp_{13} mostradas en la figura 3.9. La desviación O_2 es menor que 0.03%, y no parece mostrar ninguna correlación con la tasa de absorción Rp_{13} . Esta desviación parece depender más del intervalo de tiempo considerado para alcanzar el estado estable en cada caso. Tampoco encontramos que la población del nivel 3, potencialmente más problemática por su constante de tiempo comparable con Δt , mostrara una desviación mayor que la observada en los niveles 1 y 2.

La población atómica en el nivel 3 es normalmente despreciada en las soluciones analíticas debido a que generalmente es muy baja cuando la constante de tiempo τ_{32} es pequeña, como en este caso. No obstante, es importante conocer esta población con exactitud con el fin de evaluar el efecto de la absorción de estado excitado (ESA) que puede darse en este nivel. Los resultados obtenidos nos dan la confianza para aplicar la solución numérica aún en estas condiciones de decaimiento rápido.

3.4.3 Decaimiento de fluorescencia en presencia de transferencia cooperativa de energía

A continuación estimaremos la exactitud de la solución numérica para el decaimiento de la población en estado excitado (nivel 2) cuando se presenta conversión hacia arriba por proceso de transferencia cooperativa de energía (CET). Es conocido que con estas condiciones el decaimiento de fluorescencia ya no es una función exponencial simple del tipo $\exp(-t/\tau)$. Es importante evaluar la exactitud de la solución numérica en presencia de CET porque estas transiciones involucran dependencia cuadrática de la población atómica, a diferencia de las transiciones evaluadas hasta el momento.

Para evaluar la exactitud en la evaluación de CET consideraremos el caso de decaimiento de fluorescencia en ausencia de bombeo. Como condiciones iniciales, supondremos que la población atómica en el nivel 2 es diferente de cero para $t=0$. Esta suposición nos permite eliminar de las ecuaciones de balance de población los términos correspondientes al bombeo y a la transición del nivel 3 al 2. De esta forma, las ecuaciones de balance de población para el caso de prueba propuesto son las siguientes:

$$\frac{dN_1}{dt} = A_{21} N_2 + C_{22} N_2^2 \quad (3.39)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21} N_2 + A_{42} N_4 - 2 C_{22} \rho N_2^2 \quad (3.40)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = 0 \quad (3.41)$$

$$\frac{dN_4}{dt} = -A_{42} N_4 + C_{22} \rho N_2^2 \quad (3.42)$$

$$N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = 1 \quad (3.43)$$

Es posible encontrar una solución analítica para N_2 si suponemos que la transición del nivel 4 al 2 es muy rápida, de tal forma que la población en el nivel 4 puede despreciarse.¹ Si la población N_2 es mayor que cero cuando $t = 0$, la población atómica N_2 para $t > 0$ está dada por:

$$N_{2(CET)}(t) = \frac{1}{\tau_{21}} \left(\left(\frac{1}{\tau_{21} N_2(0)} + \rho C_{22} \right) \exp\left(\frac{-t}{\tau_{21}}\right) - \rho C_{22} \right)^{-1} \quad [f.n.] \quad (3.44)$$

Aquí, $N_{2(CET)}$ es la población atómica en el nivel 2, $\tau_{21} = 1/A_{21}$ es la constante de tiempo de decaimiento del nivel 2, mientras que C_{22} es el coeficiente de transferencia cooperativa de energía del nivel 2 y ρ es la densidad de iones.

Las tablas 3.9 y 3.10 muestran los parámetros utilizados en el programa de solución numérica para el decaimiento de la población en el nivel 2 en presencia de CET. El producto $\rho C_{22} = 67.1/s$ corresponde aproximadamente al valor del coeficiente de CET estimado para la fibra utilizada en nuestro arreglo experimental.

Tabla 3.9. Parámetros de las transiciones en el material láser, para el decaimiento de la población del nivel 2 en presencia de CET.

	Nivel origen	Nivel destino	Exponente de N_{origen}	Probabilidad [1/s]	Banda emisión	Calor Q_T [J/m]
5	2	1	1	$A_{21}=1/10\text{ms}$	1	0
6	2	1	2	$\rho \cdot C_{22}=67.1/\text{s}$	0	0
7	2	4	2	$\rho \cdot C_{22}=67.1/\text{s}$	0	0
8	4	2	1	$A_{42}=1\mu\text{s}$	0	0

Tabla 3.10. Parámetros relacionados con la absorción y amplificación de la emisión espontánea guiada en la fibra.

Banda absorción/emisión	Nivel base	Nivel excitado	$\rho \cdot C_\gamma$
1	1	2	0

Para las condiciones iniciales consideramos que el 100 % de la población atómica se encuentra en el estado excitado $^4I_{13/2}$ (nivel 2) cuando $t=0$, es decir,

$$Nd_z[i_z, i_e] = \begin{cases} 1/n_z & \text{para } i_e = 2 \text{ (nivel 2)} \\ 0 & \text{para los demás casos} \end{cases}, \quad i_z=1, 2, \dots, n_z, \quad i_e=1, 2, 3, 4. \quad (3.45)$$

En las gráficas de la figura 3.11 se muestra la población del nivel 2 como función de tiempo. En estas gráficas se comparan los resultados obtenidos de forma analítica con la función $N_{2(CET)}$ y el resultado obtenido con la solución numérica. También se muestra la función de

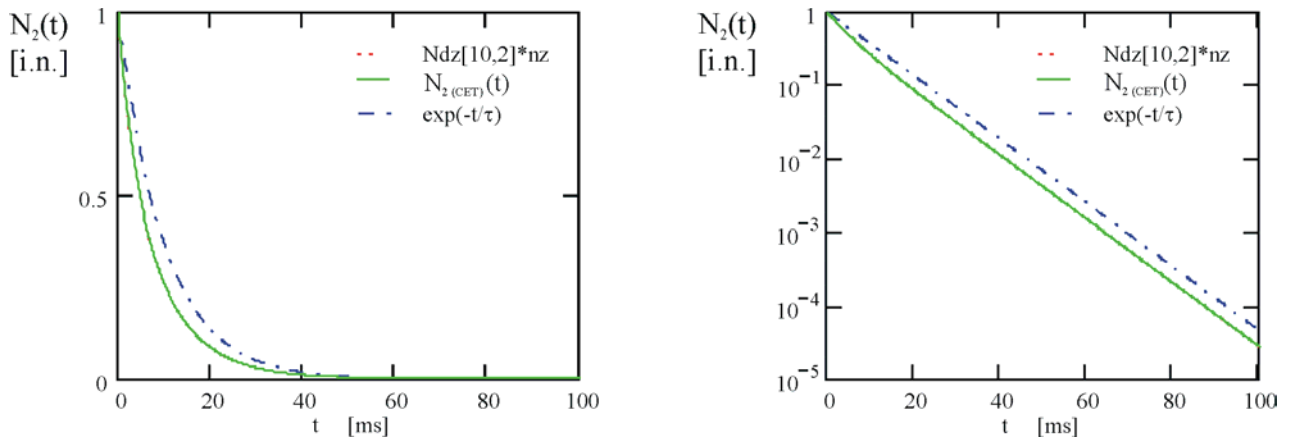


Figura 3.11. Decaimiento de la población atómica en el nivel 2 en presencia de CET como función del tiempo. Se comparan los resultados obtenidos con la solución analítica y los resultados de la solución numérica evaluados con $\Delta t=10 \mu\text{s}$. Como referencia, se muestra también el decaimiento exponencial simple $\exp(-t/\tau)$. La diferencia es tan pequeña entre la solución numérica y la analítica que no es posible diferenciar las curvas ni en la escala lineal ni en la semilogarítmica. El decaimiento exponencial simple es claramente diferente a las dos primeras curvas.

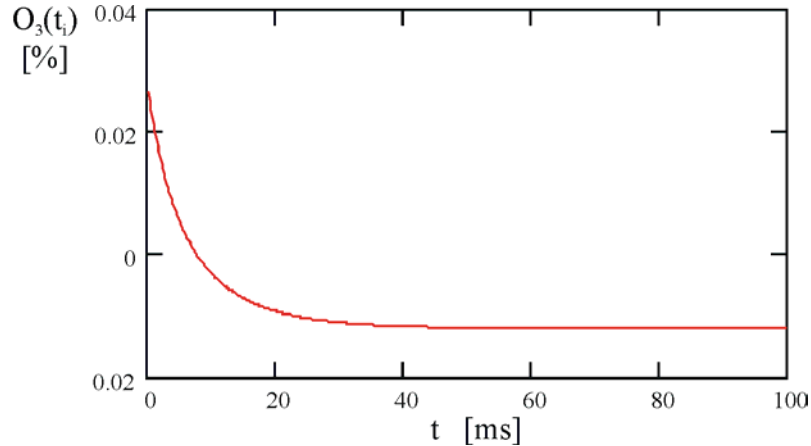


Figura 3.12. Desviación porcentual O_3 entre la solución analítica y la solución numérica para el decaimiento de población N_2 en presencia de CET. La desviación pico es menor a 0.03 %, aproximadamente, cuando $t=0$. La desviación O_3 se estabiliza cuando $t > 40ms$, donde alcanza un valor de -0.012 %.

decaimiento exponencial simple, como referencia para estimar el efecto en el decaimiento debido a la presencia de CET. Como en el caso del decaimiento exponencial simple de la sección 5.3.1, la diferencia entre la solución analítica y la numérica es tan pequeña, que no es posible apreciarla comparando las curvas. Nuevamente definiremos una función de diferencia porcentual con el fin de cuantificar la exactitud de la solución numérica. En este caso, la función de diferencia porcentual está dada por:

$$O_3(t_i) = \frac{N_{2(CET)}(t_i) - Nd_{z_i}[10,2]}{N_{2(CET)}(t_i)} \cdot 100\%. \quad i=0, 1, 2, \dots, tt/\Delta t \quad (3.46)$$

En la figura 3.12 se muestra la gráfica de la diferencia porcentual O_3 como función tiempo. En esta podemos observar que la máxima desviación entre la solución analítica y la solución real es del 0.03%. En este caso la diferencia resultó mayor que la observada en el decaimiento exponencial simple, pero sigue siendo despreciable para fines prácticos. Una posible causa de la diferencia es el tiempo de decaimiento del nivel 4 al 2. En el caso de la solución analítica, se desprecia la población en el nivel 4, pero en el caso de la solución numérica se encontró que el nivel 4 presenta una población pico de 0.01% cuando $t=0$, y decrece exponencialmente hasta $10^{-11}\%$ cuando $t=10$ ms. La población finita en el nivel 4 puede influir en la desviación. En este caso, la solución analítica no necesariamente es más exacta que la numérica, debido a esta consideración de despreciar la población en el nivel 4. Otra posible causa

de la desviación es el error de cuantificación que puede introducirse al elevar al cuadrado el término correspondiente a la población atómica N_2 . De cualquier forma, la figura 3.11 indica que después de 40 ms, el error acumulado total se estabiliza en 0.012%.

3.4.4 Amplificación de la emisión de fluorescencia guiada en la fibra

En esta sección estimaremos la exactitud de la solución numérica para resolver la amplificación de la emisión de fluorescencia guiada en la fibra, así como el cambio en las poblaciones atómicas locales debido a este proceso.

En las ecuaciones de balance de población, las transiciones relacionadas con la amplificación se modelan por medio de los coeficientes W_{12} y W_{21} . Con el fin de poder obtener una solución analítica al problema de la amplificación de la emisión guiada, consideraremos que las poblaciones atómicas locales N_2 no se afectan de forma significativa debido a este par de transiciones. Esta suposición será probada como válida al observar los resultados de la solución numérica. Como modelo de prueba consideraremos nuevamente el decaimiento de fluorescencia simple, como se expresa en las ecuaciones (3.25) y (3.26) de la sección 3.5.1.

Con el fin de modelar la emisión de fluorescencia en un extremo de la fibra, la emisión espontánea guiada en la fibra y la amplificación de la misma pueden expresarse, basándonos en la ecuación (3.8), como:

$$dPs_i = h \cdot v \cdot A_{21} \cdot \frac{d\Omega}{2\pi} \cdot \rho \cdot N_2 \cdot \pi r_a^2 dz + \gamma \cdot Ps_i dz \quad [\text{W/m}] \quad (3.47)$$

$$\gamma = (N_2 - N_1) \cdot \rho \cdot C_\gamma \quad [1/\text{m}] \quad (3.48)$$

Aquí P es la potencia de fluorescencia guiada en la fibra, expresada en fotones. El primer término de dP/dz corresponde a la emisión espontánea, mientras que el segundo corresponde a la amplificación de la señal guiada. Si despreciamos el cambio en N_2 debido a la amplificación, y

consideramos que no hay señal inyectada en los extremos de la fibra ($P(z=0)=0$), entonces la potencia de fluorescencia guiada en la dirección positiva de z en la fibra está dada por:

$$P(t, z) = h \cdot v \cdot A_{21} \cdot \frac{d\Omega}{2\pi} \cdot \rho \cdot N_2 \cdot \pi \cdot r_a^2 \cdot \left(\frac{\exp(\gamma \cdot z) - 1}{\gamma} \right). \quad [\text{W}] \quad (3.49)$$

De esta forma, la emisión axial de fluorescencia en cada extremo de la fibra de longitud L está dada por $P(t, z=L)$. En el programa de solución numérica, esta emisión axial está dada por primer renglón del vector **Eag**, después de terminar el ciclo iz para nz segmentos (figura 3.4). Ahora bien, **Eag** esta expresado en unidades de *fotones normalizados por Δt* , no en *Watts* como $P(t, z)$. Para poder realizar la comparación, definimos $P'(t, z)$ como la función $P(t, z)$ expresada en unidades de *fotones normalizados*. Esta se calcula simplemente multiplicando $P(t, z)$ por $\Delta t/E_{f.n.}$.

$$P'(t, z) = A_{21} \cdot \frac{d\Omega}{2\pi} \cdot \frac{N_2}{L} \cdot \left(\frac{\exp(\gamma \cdot z) - 1}{\gamma} \right) \cdot \Delta t. \quad [\text{f.n.}/\Delta t] \quad (3.50)$$

Considerando la amplificación de la emisión guiada en la fibra, y el decaimiento exponencial simple de la población N_2 (como en la sección 5.3.1), definimos las siguientes tablas para el programa de solución numérica.

Tabla 3.11. Tabla para evaluar el decaimiento de fluorescencia exponencial simple considerando la amplificación de la emisión guiada.

	Nivel origen	Nivel destino	Exponente de N_{origen}	Probabilidad [1/s]	Banda emisión	Calor Q_T [J/m]
1	2	1	1	$A_{21}=1/10\text{ms}$	1	0

Tabla 3.12. Parámetros relacionados con la absorción y amplificación de la emisión espontánea guiada en la fibra para el caso de decaimiento exponencial simple.

Banda absorción/emisión	Nivel base	Nivel excitado	$\rho \cdot C_\gamma$
1	1	2	9.3 m^{-1}

Las tablas anteriores son idénticas a las definidas en la sección 5.3.1, con excepción de la constante de amplificación $\rho \cdot C_\gamma$ de la tabla 3.13, que ahora se define como 9.3 m^{-1} . Este valor es

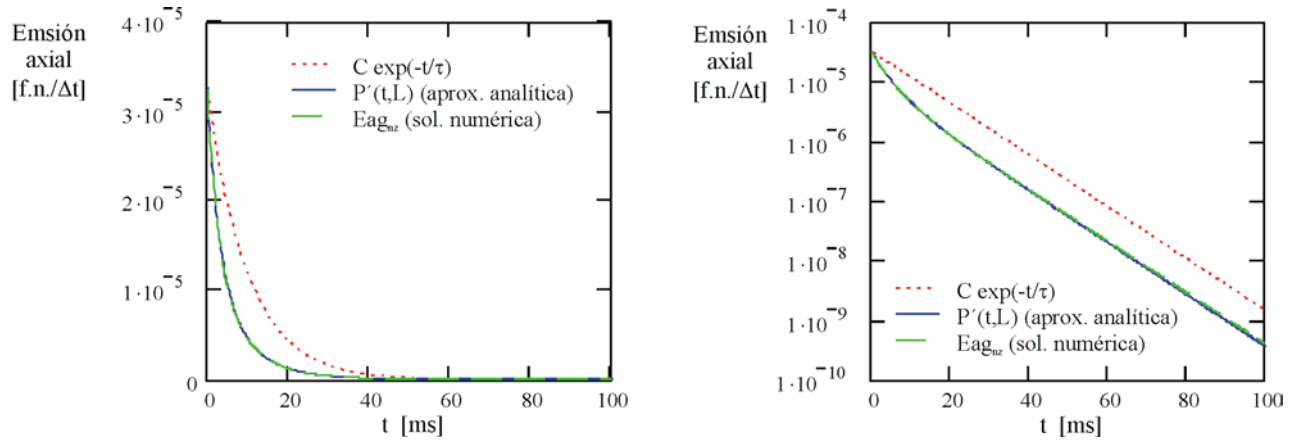


Figura 3.13. Emisión axial como función del tiempo para una constante de amplificación $\rho C_{\gamma}=9.3 m^{-1}$. Se comparan las curvas obtenidas con la solución analítica y la solución numérica. Se muestra la función $C \cdot \exp(-A_{21}t)$ como referencia del decaimiento exponencial simple de fluorescencia.

el estimado para la fibra dopada implementada en nuestro arreglo experimental. En este caso, la longitud L de la fibra y el número de divisiones longitudinales nz sí tienen efecto en la magnitud de la emisión axial y en la exactitud de la solución numérica. Consideraremos que la fibra tiene una longitud de $L=15 \text{ cm}$, porque esa es la longitud de la fibra implementada en el arreglo experimental. Para la solución numérica $nz=L/20$, es decir, $\Delta z=7.5\text{mm}$. Por último, definiremos las condiciones iniciales para las poblaciones locales como sigue:

$$Nd_z[iz,ie]=\begin{cases} 1/nz & \text{para } ie = 2 \text{ (nivel 2)} \\ 0 & \text{para los demás casos} \end{cases}, \quad iz=1, 2, \dots, nz, \quad ie=1, 2. \quad (3.51)$$

En la gráfica de la figura 3.13 se muestra la emisión axial normalizada como función del tiempo, comparando el resultado de las soluciones analítica y numérica. También se muestra la función $\exp(-A_{21}t)$ como referencia del decaimiento ideal esperado en ausencia de absorción o emisión estimulada. Nuevamente se obtiene una buena correspondencia entre la curva analítica y la solución numérica, pero al final se observa una pequeña diferencia entre ambas. También es notable que la distorsión de la exponencial simple es mucho más marcada en este caso que en el caso del decaimiento de fluorescencia en presencia de CET.

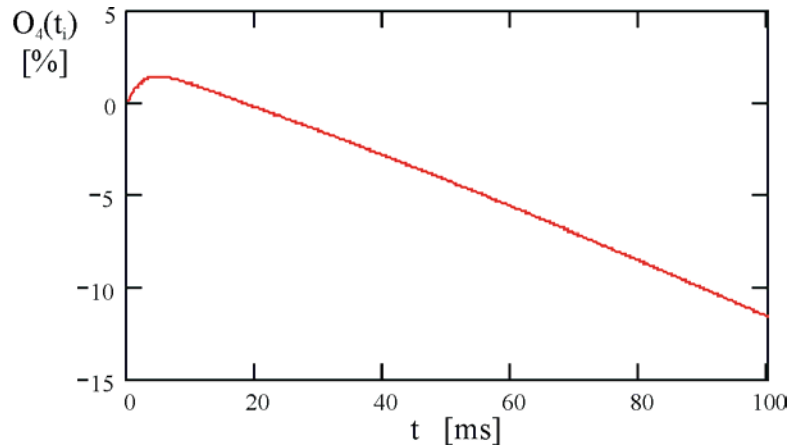


Figura 3.14. Desviación porcentual para la solución de la emisión axial durante el decaimiento de la población del nivel 2. La desviación se debe a que en la solución analítica se desprecia el cambio en la población atómica debido a la absorción y la emisión estimulada de la emisión guiada en la fibra.

Nuevamente definimos la función de desviación porcentual entre el resultado numérico y el analítico para la emisión axial, con el fin para estimar de forma cuantitativa el desempeño del programa de solución numérica. La desviación en este caso está dada por:

$$O_4(t_i) = \frac{P'(t_i, z = L) - Eag_i[1]}{P'(t_i, z = L)} \cdot 100\% \quad [\%] \quad i=0, 1, 2, \dots, tt/\Delta t \quad (3.52)$$

En la gráfica de la figura 3.14 se muestra la desviación porcentual como función del tiempo para la emisión axial. En esta gráfica puede observarse que la desviación entre la solución analítica y la solución numérica es mucho mayor a la observada en las pruebas anteriores. No obstante, no se puede decir que la solución numérica no es exacta. La diferencia se debe a que para obtener la solución analítica, despreciamos el cambio en las poblaciones atómicas locales debido a la amplificación. En estos términos, la formulación numérica es más completa que la analítica. Para ilustrar este punto, definiremos ahora la diferencia entre la población atómica local N_2 evaluada de forma numérica y la población atómica ideal que se espera en un decaimiento exponencial simple. Es decir, la diferencia en la población atómica local N_2 cuando se presenta amplificación y cuando no se presenta.

$$O_5(t_i, nz) = \frac{\exp(-t / \tau_{21}) / nz - Ndz_i[iz, 2]}{\exp(-t / \tau_{21}) / nz} \cdot 100\% \quad i=0, 1, 2, \dots, tt/\Delta t \quad (3.53)$$

En este caso, la diferencia O_5 esta definida para cada segmento de la fibra, debido a que las poblaciones atómicas locales no son homogéneas en toda la longitud. Sin embargo, esperamos una distribución simétrica debido a la geometría del modelo, es decir, $Ndz[iz, ie] = Ndz[nz+1-z, ie]$.

En la gráfica de la figura 3.15 se muestra la desviación O_5 de la población como función del tiempo para 3 distintas posiciones en la fibra. Un valor positivo de O_5 significa que la población local N_2 en el segmento, calculada por medio del programa de solución numérica, posee una población menor que la que tendría si no se presentara el proceso de amplificación. Durante los primeros milisegundos de decaimiento, se presenta inversión de población, y por lo tanto, amplificación. Durante este periodo la población local N_2 decae más rápidamente debido a la emisión estimulada. Después, cuando la población N_2 es menor que N_1 , se presenta atenuación, y las poblaciones locales se incrementan debido a que la probabilidad de absorción de los fotones emitidos previamente es mayor que la de emisión estimulada.

La intensidad de la fluorescencia guiada no es constante a lo largo de la fibra. Cuando se presenta inversión de población es más intensa en los extremos. Cuando no hay inversión, es más

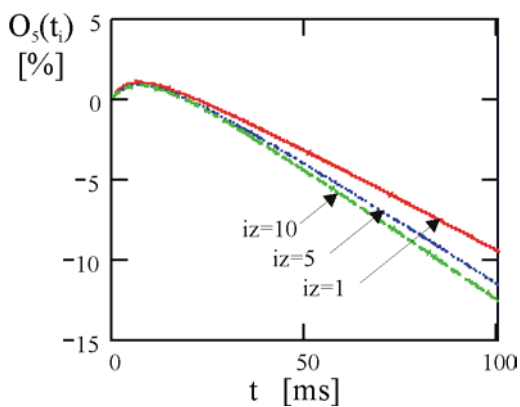


Figura 3.15. Desviación de la población local N_2 como función del tiempo para distintos segmentos iz en la fibra. La fibra está dividida en 20 segmentos.

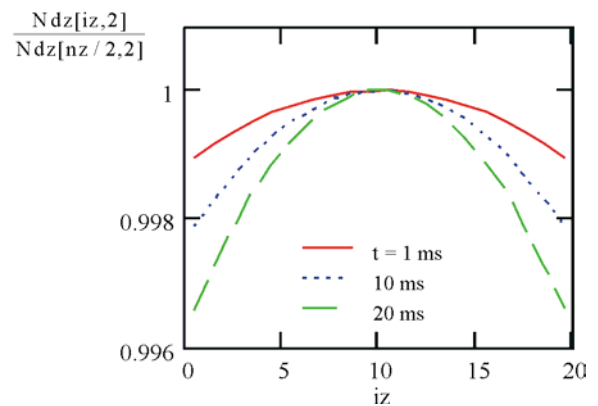


Figura 3.16. Población local N_2 normalizada como función del segmento iz en la fibra. La población local del centro tiende a ser mayor que en los extremos. Esta diferencia se acentúa mientras transcurre el tiempo de decaimiento.

intensa en el centro. Como consecuencia, la población atómica local no es homogénea en toda la fibra. En la gráfica de la figura 3.16 se muestra la población local N_2 normalizada como función del segmento iz , para distintos instantes de tiempo t_i . Como puede observarse, la población local N_2 en el centro de la fibra tiende a ser mas alta que en las orillas. Tienen que pasar cerca de 50 ms de decaimiento para que la población en los extremos presente una diferencia de 1% con respecto al centro de la fibra. Esta pequeña diferencia evaluada de forma numérica nos indica que la aproximación que supone que las poblaciones locales son homogéneas puede considerarse adecuada en la mayoría de los casos.

3.4.5. Transferencia de calor en la fibra

En esta sección estimaremos la exactitud de la solución para el incremento de temperatura en el núcleo de la fibra, debido a la generación de calor por transiciones de relajación no radiante. Para que se genere calor en la fibra, se deben llevar a cabo transiciones desde el nivel 3 al nivel 2, principalmente. El modelo más sencillo donde se presenta esa condición es el de bombeo constante, como el descrito en la sección 5.3.2. El bombeo estará dado por una función tipo escalón y consideraremos únicamente las transiciones R_{13} , A_{32} y A_{21} , de las cuales únicamente A_{32} genera calor. En estas condiciones, después de que se hayan estabilizado las poblaciones atómicas, la generación de calor será constante.

Las tablas 3.13 y 3.14 muestran los parámetros utilizados en el programa de solución numérica para evaluar el calentamiento del núcleo bajo condiciones de bombeo constante. Estas tablas son iguales a las tablas 3.8 y 3.9 utilizadas para estimar la población en estado estable, la única diferencia radica que ahora se ha definido la cantidad de calor Q_T (21.1 $\mu\text{J}/\text{m}$) relacionado con la transición $3 \rightarrow 2$.

Tabla 3.13. Parámetros de las transiciones en el material láser para estimar las poblaciones atómicas en estado estable modelando la tasa de absorción de bombeo como una función escalón.

	Nivel origen	Nivel destino	Exponente de N_{origen}	Probabilidad [1/s]	Banda emisión	Calor Q_T [J/m]
1	1	3	1	$R_{13}=\text{Bombeo}(t)$	0	0
4	3	2	1	$A_{32}=1/10\mu\text{s}$	0	$Q=21.1 \mu\text{J}/\text{m}$
5	2	1	1	$A_{21}=1/10\text{ms}$	1	0

Tabla 3.14. Parámetros relacionados con la absorción y amplificación de la emisión espontánea guiada en la fibra.

Banda absorción/emisión	Nivel base	Nivel excitado	$\rho \cdot C_v$
1	1	2	0

La función de bombeo, relacionada con R_{13} se define como un escalón por medio de la siguiente función:

$$\text{Bombeo}(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ R_{p13} & \text{si } t \geq 0 \end{cases} \quad (3.54)$$

El valor de R_{p13} se define como 908.74/s, con el fin de obtener una población en estado estable del 90 % en el nivel 2. La cantidad de calor $Q_T = 21.1 \mu\text{J}/\text{m}$ fue calculada considerando una fibra con una concentración de 4×10^{19} iones/cm³ y un radio de núcleo de 3 μm .

En la sección 2.4.2 se demostró que dadas las dimensiones de la fibra y las constantes de transferencia de calor y calor específico, la temperatura del núcleo se puede aproximar a la temperatura promedio. Considerando esta aproximación, la temperatura promedio de la fibra para condiciones de bombeo tipo escalón está dada por la ecuación (2.52), que se copia a continuación:

$$\Delta T(t) = \frac{q'}{2\pi \cdot h_T \cdot b} \left(1 - \exp\left(\frac{-2h_T \cdot t}{Ce \cdot \rho_m \cdot b}\right) \right) \quad [\text{K}] \quad (3.55)$$

Aquí Δt es el incremento promedio de temperatura, q' es el calor generado por unidad de tiempo, h_T es la constante de transferencia de calor por convección natural, Ce es el calor específico, ρ_m es la densidad del vidrio y b es el radio exterior de la fibra. Considerando una población N_2 en estado estable de 90%, y una constante de tiempo de decaimiento $\tau_{21} = 10\text{ms}$, el calor generado q' es igual a 1.9 mW/m.

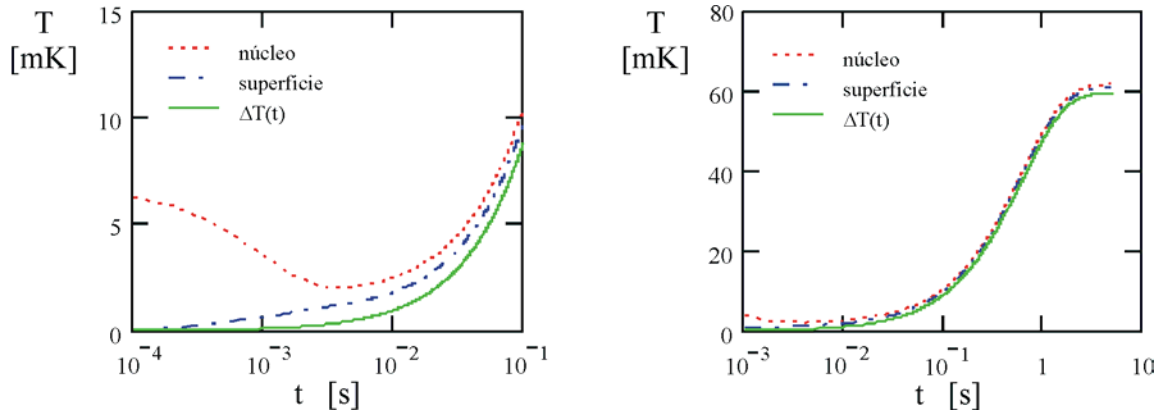


Figura 3.17. Temperatura en la fibra como función del tiempo para una función de bombeo tipo escalón. La gráfica de la izquierda muestra el detalle de los primeros 100 ms. La temperatura del núcleo y la superficie son evaluadas de forma numérica, la temperatura promedio ΔT se evalúa por medio de la aproximación para la solución analítica.

En las gráficas de la figura 3.17 se muestra la temperatura para el núcleo y la superficie de la fibra, comparadas con la temperatura promedio ΔT evaluada de forma analítica. Como puede observarse, la temperatura promedio permanece inferior a la temperatura del núcleo y la superficie. Esto se debe a que en los primeros instantes del escalón de bombeo la población del nivel 3 se incrementa rápidamente por acción de bombeo, debido a que casi la totalidad de la población atómica se encuentra en el nivel base. En la figura 3.7 puede verse la evolución de la población en el nivel 3 para el bombeo tipo escalón. El incremento repentino de la temperatura en el núcleo debido a una alta población durante el transitorio puede verse en la gráfica de la izquierda. Como ya se había mostrado en el capítulo 2, la respuesta térmica de la fibra aproxima una función de primer orden, con una constante de tiempo de aproximadamente 0.6 s. La temperatura de la fibra se estabiliza después de 5 segundos. En este punto, el calor disipado por convección natural en aire es igual al calor generado por las transiciones no radiantes del nivel 3 al 2.

La desviación entre la temperatura calculada de forma numérica y la temperatura calculada de forma analítica no significa que la solución numérica no sea exacta. De hecho, la solución numérica es más precisa que la solución a la aproximación analítica porque considera la evolución dinámica de la población en el nivel 2, así como la diferencia en la temperatura del núcleo y el recubrimiento. Estos resultados obtenidos utilizando únicamente dos nodos indican que no es necesario modelar la fibra con más nodos (como se hizo en el capítulo 2) para obtener

una solución adecuada de la temperatura en el núcleo. La incertidumbre en la densidad de iones y el diámetro real del modo guiado es mucho mayor al error introducido por modelar cada segmento considerando solo dos nodos.

3.5 Conclusiones

Hemos propuesto e implementado un programa para la solución numérica de las ecuaciones de balance de población y transferencia de calor. Este programa permite simular la emisión de fluorescencia axial y estimar las poblaciones atómicas locales en la fibra, tomando en consideración los siguientes procesos: modulación del bombeo con funciones arbitrarias, absorción de estado base (GSA), absorción de estado excitado (ESA), decaimiento radiante, decaimiento no radiante, transferencia cooperativa de energía entre iones (CET), amplificación de la emisión espontánea guiada (ASE) y calentamiento de la fibra por transiciones no radiantes.

El programa implementado permite simular materiales láser con transiciones diferentes a las consideradas en este trabajo, gracias a la definición matricial de las ecuaciones de balance de población.

Hemos evaluado la exactitud de las soluciones numéricas en comparación con las soluciones analíticas en aquellos casos donde éstas son conocidas. En particular, fueron probados los casos de decaimiento de fluorescencia y bombeo constante. Encontramos que un incremento de tiempo $\Delta t = 10 \mu\text{s}$ y una longitud de segmento $\Delta z = 7.5 \text{ mm}$ nos permiten obtener resultados con una desviación en la estimación de las poblaciones locales menor al 0.03 %.

El programa de evaluación numérica probó un desempeño mejor que las aproximaciones para la solución analítica de la emisión guiada porque esta sí considera el cambio en las poblaciones locales debido a los procesos de absorción y emisión estimulada en la banda de $1.55 \mu\text{m}$.

Posteriormente se comparará la predicción obtenida por el programa de simulación numérica con los resultados experimentales obtenidos en el laboratorio. Esta comparación

validará tanto el modelo matemático propuesto, como la solución numérica evaluada con este programa. Una vez realizada esta validación, el programa podrá ser utilizado para evaluar la dependencia del decaimiento de fluorescencia en la fibra con los distintos procesos que se dan en ella.

¹ Ohtsuki T., Hankanen S., "Cooperative upconversion effects on the performance of Er³⁺-doped phosphate glass waveguide amplifiers," J. Opt. Soc. Am. B, 14, 1838-1845 (1997).

Capítulo 4

Caracterización experimental de la fibra óptica dopada con Erblio

4.1 Introducción

En este capítulo se describe el método propuesto para la caracterización experimental de fibras dopadas con Erblio, utilizando para ello el arreglo experimental descrito en el Apéndice C.

El objetivo de la caracterización es estimar las constantes involucradas en las ecuaciones de balance de población y transferencia de calor para el modelo propuesto de la fibra óptica dopada con Erblio. Entre estas variables podemos enumerar la tasa de absorción de bombeo (R_{13}), la tasa de decaimiento del nivel $^4I_{13/2}$ (A_{21}), la tasa de transferencia cooperativa de energía entre iones (ρC_{22}) y la constante de amplificación de la emisión guiada (ρC_{γ}).

La estimación experimental de estas constantes tiene dos fines. El primero es validar que el modelo matemático propuesto en el Capítulo 2 describe adecuadamente el comportamiento de la fluorescencia en la fibra. El segundo propósito es proporcionar al programa de simulación numérica los parámetros necesarios para evaluar el desempeño de la fibra dopada como un dispositivo sensor.

En la mayoría de los casos, las variables involucradas en la caracterización no pueden ser medidas de forma directa en la fibra, como es el caso de la población en estado excitado. Las constantes se determinan mediante la medición de la fluorescencia en distintas condiciones, como bombeo constante o pulsado. Mediante la solución de las ecuaciones del modelo y el ajuste con las mediciones experimentales encontramos el valor de las constantes buscadas. El efecto de los distintos procesos, como GSA, CET, y ASE, aparecen superpuestos y deben ser caracterizados en forma simultánea. Como en cualquier problema de múltiples incógnitas, el reto en la caracterización de la fibra consiste en diseñar pruebas experimentales que permitan el ajuste con un número suficiente de ecuaciones simultáneas independientes para resolver la totalidad de las

incógnitas. Nosotros obtenemos estas ecuaciones de las soluciones del modelo matemático para las condiciones establecidas en las mediciones experimentales.

El primer paso en el método que proponemos para la caracterización de la fibra es la determinación de la constante A_{21} . A continuación, determinamos forma simultánea las constantes ρC_{22} y R_{13} , que describen los procesos de conversión hacia arriba por CET y absorción de estado base, respectivamente. Entonces, estimando la población atómica en función de las constantes anteriores, determinamos la población atómica N_2 y la constante ρC_γ de amplificación de la emisión guiada. Finalmente, comparamos el resultado de la solución numérica de las ecuaciones de balance de población con las mediciones de fluorescencia para distintas condiciones de bombeo. En particular, probamos los casos de bombeo pulsado y bombeo con modulación sinusoidal.

4.2 Caracterización de la constante de transferencia cooperativa de energía por proceso homogéneo, ρC_{22}

Los métodos establecidos para caracterizar la conversión hacia arriba (UC por sus siglas en inglés) requieren de la ejecución de múltiples pasos con el fin de proveer un valor estimado de para el coeficiente C_{22} .^{1,2,3,4,5} Estos pasos incluyen la determinación de la sección transversal de absorción, el conocimiento de las características espectroscópicas del material, las características espectrales de la fuente de bombeo, la distribución espacial de energía del haz de bombeo, y el perfil temporal de los pulsos de excitación. En base a esta información, la población del estado excitado ${}^4I_{13/2}$ es estimada. Finalmente, el coeficiente de UC C_{22} puede ser determinado ajustando una función analítica al decaimiento de fluorescencia. Estos métodos son sensibles a la inexactitud en la determinación de la población en estado excitado. Si existe un error en la determinación de la misma, el ajuste de una sola curva de decaimiento de fluorescencia introduce una estimación errónea del coeficiente de UC. En estos casos, es difícil juzgar la exactitud porque el ajuste de la función de decaimiento es posible, aún cuando los valores la población en estado excitado y el coeficiente de UC son erróneos.

En esta sección describimos un nuevo método para la determinación directa del coeficiente de UC que no requiere de estimaciones intermedias.⁶ Nuestra técnica emplea un solo arreglo experimental, cambiando únicamente las condiciones de bombeo. De ahí, se obtiene un conjunto de tres mediciones de intensidad de fluorescencia. Nosotros determinamos el coeficiente de UC por medio del ajuste simultáneo de dos funciones, evitando la propagación de errores.

4.2.1 Descripción del método para la determinación de ρC_{22}

El proceso de UC por transferencia cooperativa de energía (CET por sus siglas en inglés) es un caso particular de relajación cruzada.⁷ Para vidrios dopados con Erblio, se describe como la transferencia de energía entre dos iones vecinos en estado excitado ${}^4I_{13/2}$.^{2,3,4,5,8,9,10} El ion donador cede su energía al ion receptor, decayendo al nivel base ${}^4I_{15/2}$. Entonces, el ion receptor es promovido al estado excitado ${}^4I_{9/2}$, y después de algunos microsegundos decae (principalmente) a ${}^4I_{13/2}$. Por lo tanto, el proceso de CET es observado como el decaimiento directo y no radiante del ion donador, debido al largo tiempo de vida del nivel metaestable ${}^4I_{13/2}$ ($\approx 10\text{ms}$).¹¹ Nosotros modelamos este proceso con cuatro ecuaciones de balance de población:

$$\frac{dN_1}{dt} = -R_{13}N_1 + A_{21}N_2 + \rho C_{22}N_2^2, \quad (4.1)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21}N_2 + A_{32}N_3 - \rho C_{22}N_2^2, \quad (4.2)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = R_{13}N_1 - A_{32}N_3, \quad (4.3)$$

$$N_1 + N_2 + N_3 = 1. \quad (4.4)$$

Aquí, N_1 , N_2 , y N_3 son las probabilidades de población de los niveles ${}^4I_{15/2}$, ${}^4I_{13/2}$, y ${}^4I_{11/2}$; R_{13} es la tasa de bombeo (proporcional a la potencia de bombeo) para 980 nm; A_{ij} es la tasa combinada de transiciones radiantes y no radiantes desde el nivel i hasta el nivel j ; C_{22} es el coeficiente de UC por CET; y ρ es la densidad de iones en el material. La probabilidad de

población N_3 es despreciable, debido al corto tiempo de vida del nivel ${}^4I_{11/2}$, comparado con aquel del nivel ${}^4I_{13/2}$.^{1,2,11} Nosotros diseñamos el experimento de caracterización para minimizar la contribución de la amplificación de la emisión espontánea (ASE por sus siglas en inglés).

$N_{2d}(t)$ es la solución a la ec. (4.2) para el decaimiento de la población N_2 , después de que el bombeo en estado estable es interrumpido.

$$N_{2d}(t) = A_{21} \left[\left(\frac{A_{21}}{N_{2d}(0)} + \rho C_{22} \right) \exp(A_{21} t) - \rho C_{22} \right]^{-1}. \quad (4.5)$$

$N_2(0)$ es la fracción de iones excitados en el momento justo antes de apagar el bombeo. Nosotros podemos determinar $N_{2d}(0)$ resolviendo el sistema de ecuaciones (4.1) a (4.4) para estado estable:

$$N_{2s}(R_{13}) = \frac{R_{13} + A_{21}}{2\rho C_{22}} \left[\left(1 + \frac{4\rho C_{22} R_{13}}{(R_{13} + A_{21})^2} \right)^{1/2} - 1 \right], \quad (4.6)$$

donde $N_{2s}(R_{13})$ representa la población en equilibrio para régimen de bombeo de estado estable.

La emisión espontánea debida a la transición radiante ${}^4I_{13/2} \rightarrow {}^4I_{15/2}$ es proporcional a la población N_2 , de la misma forma que R_{13} es proporcional a la potencia de bombeo. Por lo tanto, nosotros podemos determinar ρC_{22} y R_{13} ajustando $N_{2d}(t)$ y $N_{2s}(R_{13})$ a dos mediciones experimentales de intensidad de fluorescencia. La primera medición corresponde al decaimiento de intensidad de fluorescencia para bombeo pulsado. La duración del pulso de bombeo debe ser suficiente para que la población N_2 alcance estado estable antes de apagar el bombeo. La segunda medición corresponde a la intensidad de fluorescencia como función de la tasa de bombeo R_{13} . Nosotros designamos estas curvas como $I_{fd2}(t)$ e $I_{fs}(R_{13})$, respectivamente. La tasa pico de absorción, $\max(R_{13})$, es común a ambas mediciones. Por lo tanto, $\max(R_{13})$ es el valor específico de R_{13} que es determinado. Nosotros correlacionamos las funciones analíticas con las mediciones de fluorescencia utilizando dos funciones normalizadas de costo. Los factores de proporcionalidad entre N_2 y la intensidad de fluorescencia, así como entre R_{13} y la potencia de bombeo son eliminados con la normalización.

La tasa de decaimiento A_{21} es requerida para la solución de ρC_{22} y $\max(R_{13})$. Ella puede ser determinada de la ec. (4.2) cuando el producto $\rho C_{22} N_2^2$ es despreciable en comparación con $A_{21} N_2$. Para la mayoría de los materiales dopados con Erblio, esta condición se satisface cuando N_2 es menor que 0.5%. Entonces, el decaimiento exponencial de N_2 en ausencia de bombeo está dado por $\exp(-A_{21}t)$. Nosotros designamos a esta curva de decaimiento de fluorescencia cuando la población N_2 es pequeña como $I_{fd1}(t)$.

En resumen, el método propuesto para la determinación del coeficiente C_{22} consiste en únicamente dos pasos. Primero, la tasa de decaimiento A_{21} es determinada en base al tiempo de decaimiento de la medición de fluorescencia para bombeo pulsado de baja potencia, $I_{fd1}(t)$. Después, el producto ρC_{22} y $\max(R_{13})$ son determinados por medio del ajuste de las funciones analíticas $N_{2d}(t)$ y $N_{2s}(R_{13})$ con las mediciones experimentales $I_{fd2}(t)$ y $I_{fs}(R_{13})$.

4.2.2 Mediciones y resultados

La figura 4.1 muestra el esquema simplificado del arreglo experimental utilizado para medir la fluorescencia en fibras ópticas dopadas con Erblio (la descripción detallada se encuentra en el Apéndice C). Nosotros montamos un segmento de 5 cm de fibra SiO_2 monomodo dopada con Erblio ($\rho \approx 1.2 \times 10^{20}$ iones/cm³). El diodo láser de 980 nm estabilizado en longitud de onda bombea la muestra. La potencia de bombeo es modulada por funciones cuadrada y rampa. La

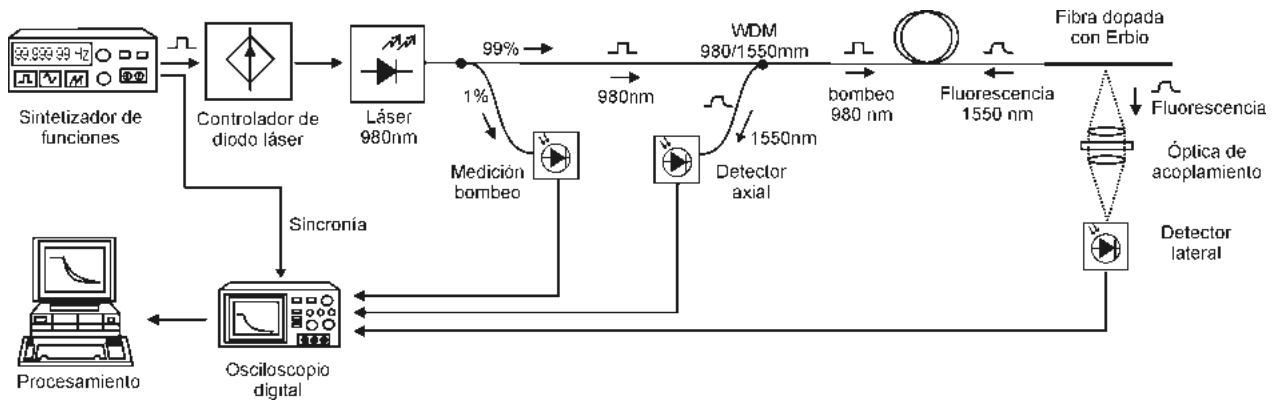


Figura 4.1. Arreglo experimental implementado para la caracterización de la fibra dopada con Erblio, mediante mediciones de fluorescencia en la banda en 1550 nm. La fibra es bombeada por un diodo láser de 980 nm. La intensidad de fluorescencia se mide de forma lateral y axial simultáneamente.

intensidad de fluorescencia en la banda de $1.5 \mu\text{m}$ se mide de forma lateral, a fin de minimizar la contribución de ASE a la radiación detectada.

Primero, nosotros determinamos el coeficiente A_{21} . El decaimiento de fluorescencia se mide bombeando la fibra con pulsos cuadrados de baja intensidad. Se obtiene el bajo valor requerido para la población N_2 cuando la potencia de bombeo es menor que 0.1 mW . Esta condición se confirma cuando $I_{fdl}(t)$ decae como una función exponencial simple, como se muestra en la figura 4.2. Entonces, nosotros ajustamos la función $\exp(-A_{21}t)$ al decaimiento de fluorescencia medido. La tasa estimada de

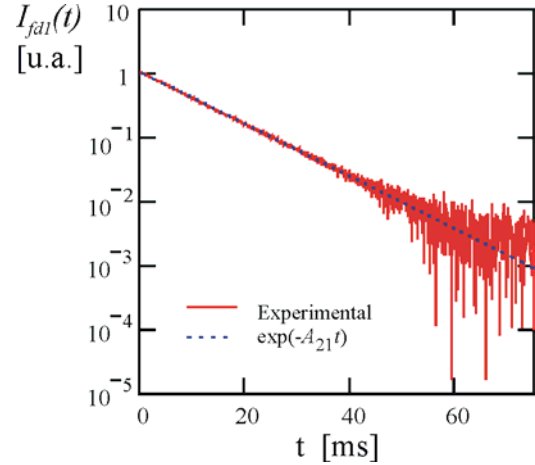


Figura 4.2. Decaimiento normalizado de fluorescencia $I_{fdl}(t)$ como función del tiempo para bombeo pulsado de baja potencia. También se muestra la función $\exp(-A_{21}t)$, donde A_{21} es igual a 94.9 s^{-1} .

decaimiento para la fibra dopada bajo prueba es $A_{21} = 94.9 \text{ s}^{-1}$. Todos los métodos conocidos para la caracterización del coeficiente C_{22} son fuertemente dependientes de la exactitud de A_{21} . Nosotros encontramos, para esta muestra en particular, que una desviación de 1% en la estimación del valor de esta constante resulta en un error de 3.5% en la determinación de C_{22} .

La medición de decaimiento de fluorescencia $I_{fd2}(t)$, mostrada en la figura 4.3, se obtiene bombeando la fibra con pulsos cuadrados e incrementando la potencia de bombeo a 37 mW . El equilibrio en la población se alcanza utilizando pulsos largos ($> 100 \text{ ms}$). El intervalo de tiempo utilizable para la evaluación de las funciones de costo se limita a los primeros 20 ms ($\approx 2/A_{21}$), con el fin de asegurar una alta razón señal a ruido.

La función $I_{fs}(R_{13})$ se obtiene incrementando la potencia de bombeo en pequeños pasos, midiendo la intensidad de fluorescencia para cada valor de R_{13} después de que las poblaciones alcanzan el equilibrio. Nosotros realizamos este procedimiento modulando la potencia de bombeo con una función rampa con una pendiente pequeña. El incremento de la tasa de bombeo con respecto al tiempo, dR_{13}/dt , se mantiene por debajo de $2 \times 10^{-3} A_{21}^2$. Para fibras monomodo, esto equivale aproximadamente a $400 \mu\text{W/s}$. Nosotros medimos la intensidad de fluorescencia y

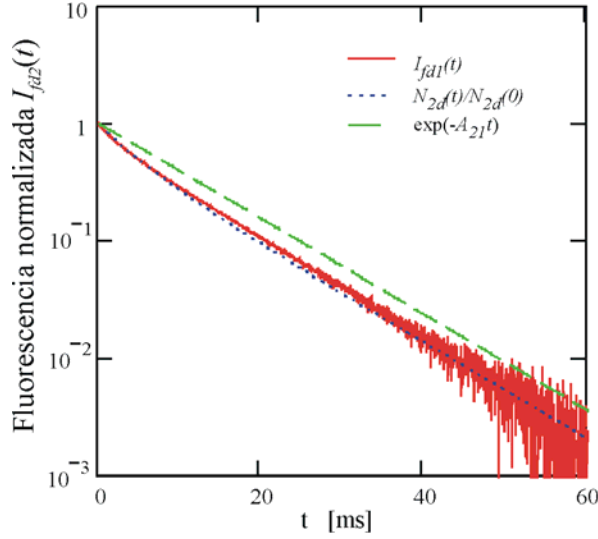


Figura 4.3. Intensidad de fluorescencia normalizada I_{fd2} como función de tiempo después de un pulso ancho de bombeo. La función analítica N_{2d} es evaluada usando $\rho C_{22} = 83.5 \text{ s}^{-1}$ y $\max(R_{13}) = 1872 \text{ s}^{-1}$. Para comparación, se incluye la función exponencial.

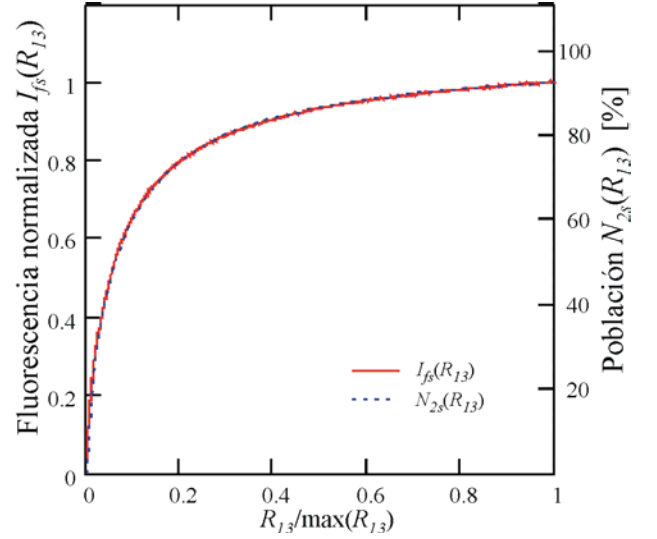


Figura 4.4. Intensidad de fluorescencia normalizada I_{fs} como función de la tasa normalizada de bombeo $R_{13}/\max(R_{13})$. La función analítica N_{2s} es evaluada usando $\rho C_{22} = 83.5 \text{ s}^{-1}$ y $\max(R_{13}) = 1872 \text{ s}^{-1}$.

la potencia de bombeo de forma simultánea, porque la pequeña pendiente permite el establecimiento de cuasi-equilibrio en la población. Nosotros ajustamos la potencia pico de bombeo para $I_{fs}(R_{13})$ para ser equivalente a la aplicada para $I_{fd2}(t)$. La figura 4.4 muestra la curva experimental $I_{fs}(R_{13})$ obtenida con un periodo de modulación de 100 segundos.

F_1 y F_2 son las funciones de costo propuestas para la determinación de ρC_{22} y $\max(R_{13})$ por ajuste simultáneo. F_1 depende principalmente de ρC_{22} , mientras que F_2 depende en mayor medida de $\max(R_{13})$, como se muestra en las figuras 4.5 y 4.6.

$$F_1(\rho C_{22}, \max(R_{13})) = \frac{1}{20 \text{ ms}} \int_0^{20 \text{ ms}} \left[\frac{I_{fd2}(t)}{I_{fd2}(0)} - \frac{N_{2d}[t, \rho C_{22}, \max(R_{13})]}{N_{2s}[\rho C_{22}, \max(R_{13})]} \right]^2 dt. \quad (4.7)$$

$$F_2(\rho C_{22}, \max(R_{13})) = \int_0^1 \left[\frac{I_{fs}(m \cdot \max(R_{13}))}{I_{fs}(\max(R_{13}))} - \frac{N_{2s}[\rho C_{22}, m \cdot \max(R_{13})]}{N_{2s}[\rho C_{22}, \max(R_{13})]} \right]^2 dm. \quad (4.8)$$

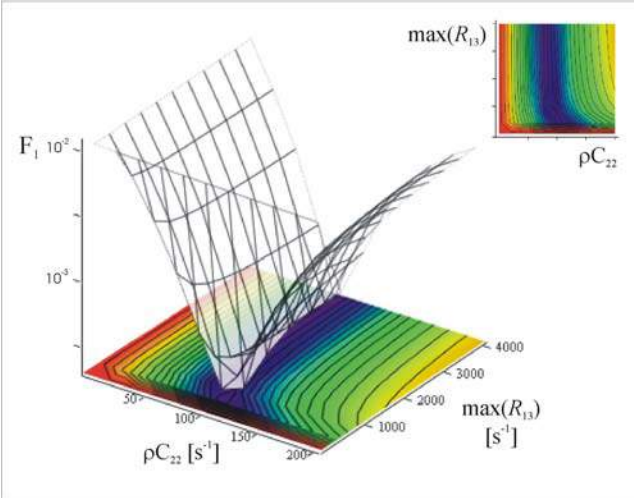


Figura 4.5. Función de costo F_1 como función de ρC_{22} y de $\max(R_{13})$. Esta función de costo depende principalmente de ρC_{22} cuando $\max(R_{13})$ es mayor que 500 s^{-1} .

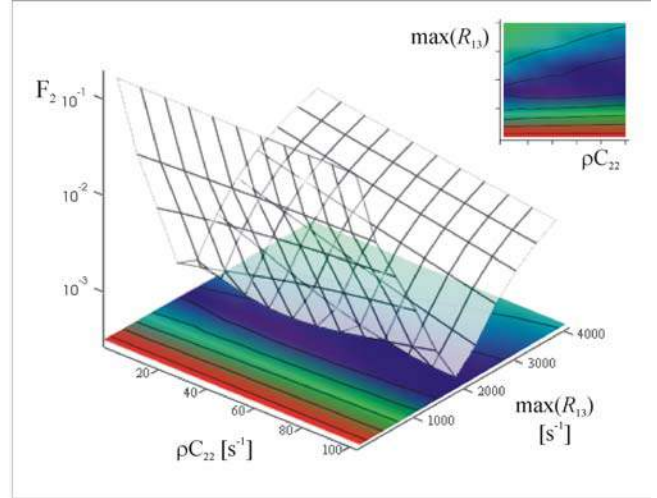


Figura 4.6. Función de costo F_2 como función de ρC_{22} y de $\max(R_{13})$. Esta función de costo depende principalmente de $\max(R_{13})$.

Minimizando las funciones de costo de forma simultánea, nosotros encontramos que ρC y $\max(R_{13})$ están dados por 83.5 s^{-1} y 1872 s^{-1} , respectivamente. Dada la densidad de iones de nuestra muestra, C_{22} es calculado como $6.9 \times 10^{-19} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$. El cálculo de la densidad de iones no es necesaria, porque ρ y C_{22} aparecen siempre como producto en las ecuaciones de balance de población. Las figuras 4.2, 4.3, y 4.4 muestran adicionalmente el ajuste de las funciones analíticas a los datos experimentales.

Nosotros evaluamos la exactitud de este método simulando la fibra y comparando los resultados con las mediciones. En el modelo se incorporan la emisión guiada, el efecto de ASE en las poblaciones locales, tiempo de vida y poblaciones finitas para todos los niveles, el efecto de calentamiento debido a las transiciones no radiantes, y ruido con las mismas características que el observado en las mediciones. Finalmente, calculamos el coeficiente C_{22} a partir de los resultados y estimamos la desviación. La incertidumbre para ρC_{22} es estimada en nuestras mediciones como 5.0 s^{-1} (6%), con un intervalo de confianza de 95%. La dispersión de mediciones repetidas confirma este valor. Basados en nuestras simulaciones, encontramos que la incertidumbre decrece asintóticamente a 2.4 s^{-1} cuando el valor de ρC_{22} se aproxima a cero. Adicionalmente, la exactitud del valor ρC_{22} depende de $\max(R_{13})$, porque la probabilidad de transiciones de conversión hacia arriba se incrementan cuadráticamente con la población N_2 . En el caso de esta

fibra, la incertidumbre se incrementa exponencialmente desde 5.0 hasta 12.44 s^{-1} cuando $\max(R_{13})$ se reduce desde 1872 hasta 39 s^{-1} . La reducción específica en la tasa de bombeo corresponde a una disminución en $N_{2d}(0)$ y $N_2(\max(R_{13}))$ desde 91% hasta el 25% de la población total.

4.3 Determinación de la constante ρC_γ

En esta sección describimos el método propuesto para la determinación de la constante ρC_γ , relacionada directamente con la amplificación de la emisión espontánea (ASE). La amplificación de la emisión guiada en la fibra es el proceso causante de que la medición axial de fluorescencia sufra distorsión con respecto a la medición lateral, como se muestra en las figuras 4.7 y 4.8. Esta distorsión es el resultado de la dependencia de la ganancia de la fibra con respecto a la diferencia de poblaciones N_2-N_1 .

El método propuesto para determinar ρC_γ involucra las constantes $\max(R_{13})$, ρC_{22} , y A_{21} . El método para determinar estas constantes fue descrito anteriormente en la sección 4.1. Nosotros diseñamos esta técnica para utilizar el mismo arreglo experimental mostrado en la figura 4.1.

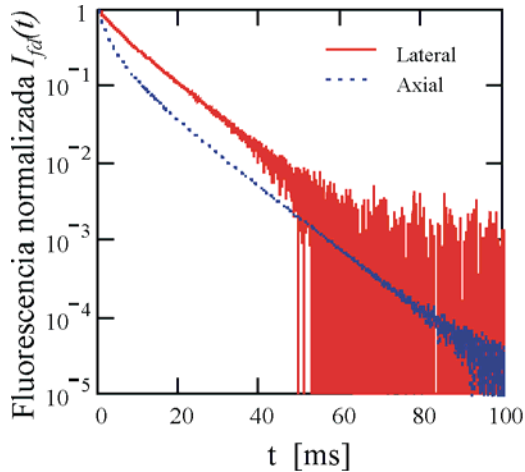


Figura 4.7. Intensidad normalizada de fluorescencia como función del tiempo para bombeo pulsado. La potencia pico de bombeo corresponde a $\max(R_{13})$. La diferencia entre las mediciones de decaimiento obtenidas con los detectores axial y lateral se debe a la distorsión por ASE.

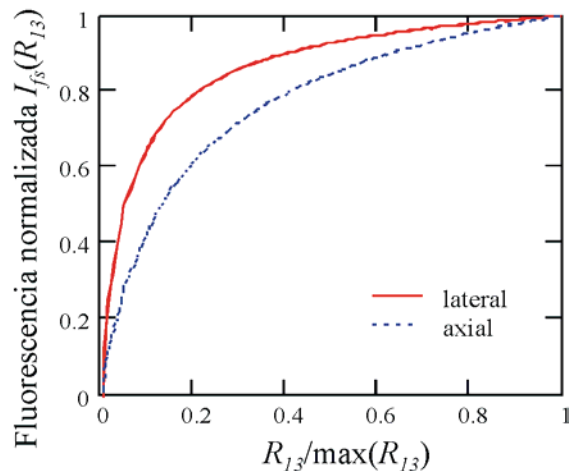


Figura 4.8. Intensidad normalizada de fluorescencia como función de la tasa normalizada de bombeo. La diferencia entre las mediciones obtenidas con los detectores axial y lateral se debe a la distorsión por ASE.

4.3.1 Descripción del método para la determinación de ρC_γ

El proceso de determinación de la constante ρC_γ es más simple que el utilizado para determinar la constante ρC_{22} , debido a que se requiere únicamente de una función de ajuste con una incógnita. En la sección 3.5.4 mostramos que el cambio en la potencia en la banda de 1.5 μm guiada en un segmento de longitud diferencial dz de fibra óptica se debe a dos procesos. Estos procesos son la emisión espontánea de fluorescencia y la amplificación de la emisión guiada, como se expresa en la ecuación (3.47). Nosotros resolvemos esta ecuación diferencial de forma analítica, para obtener la siguiente expresión para la potencia total de fluorescencia guiada que se emite por un extremo de la fibra.

$$P_{axial}(N_2, \rho C_\gamma) = \frac{A_{21} N_2}{L} \cdot \frac{d\Omega}{2\pi} \cdot \left[\frac{\exp[\gamma(1 - N_2, N_2, \rho C_\gamma) \cdot L] - 1}{\gamma(1 - N_2, N_2, \rho C_\gamma)} \right]. \quad [\text{f.n./s}] \quad (4.9)$$

$$\gamma(N_1, N_2, C_\gamma) = (N_2 - N_1) \rho C_\gamma. \quad [1/\text{m}] \quad (4.10)$$

Aquí, P_{axial} es la potencia total expresada en *fotones normalizados* sobre segundo, $d\Omega/2\pi$ es la proporción de fotones emitidos de forma espontánea que son guiados en la fibra, L es la longitud de la misma y ρC_γ es la constante de amplificación. En estas expresiones se ha indicado de forma explícita la dependencia con las poblaciones atómicas. Cuando la población atómica de los niveles superiores es despreciable, la población atómica del nivel 1 puede aproximarse como $N_1 = 1 - N_2$. De esta forma, si la población N_2 es conocida, el único grado de libertad para el ajuste de la curva dada por la ec. (4.9) es ρC_γ . Los términos constantes pueden eliminarse por normalización de la función de costo.

Nosotros estimamos la población N_2 para cada valor de P_{axial} en base a la medición de la intensidad de fluorescencia axial, la ecuación (4.6), y la constante $\max(R_{13})$ que hemos determinado anteriormente.

4.3.2 Mediciones y Resultados

Para la solución de la constante ρC_γ por medio de la ec. (4.9) se requiere de la curva experimental de potencia de fluorescencia axial como función de la población atómica N_2 . Esta curva puede obtenerse de la gráfica de decaimiento normalizado de fluorescencia (figura 4.7), o bien, de la gráfica de intensidad normalizada de fluorescencia como función de la modulación de bombeo (figura 4.8). En este caso, elegimos de forma arbitraria las curvas de decaimiento de fluorescencia. Si la fibra dopada se bombea con un pulso ancho cuya potencia pico corresponde a la máxima tasa de absorción $\max(R_{13})$, entonces la población $N_2(t=0)$ está dada por la ecuación (4.6) para la régimen de estado estable.

$$N_2(t=0) = N_{2s}[\max(R_{13})] \quad [\%] \quad (4.11)$$

En este caso particular, considerando los valores de A_{21} , ρC_{22} y $\max(R_{13})$ obtenidos en la sección 4.2, evaluamos $N_2(t=0) = 91\%$. La intensidad de fluorescencia lateral es proporcional a la población atómica N_2 . Dada la población $N_2(t=0)$ y la curva de intensidad de fluorescencia lateral de la figura 4.4, podemos estimar la población en estado excitado N_2 para $t > 0$ como se muestra a continuación.

$$N_2(t) = N_2(t=0) \cdot \frac{I_{lat}(t)}{I_{lat}(0)} \quad [\%] \quad (4.12)$$

Aquí, I_{lat} es la intensidad de fluorescencia lateral dada por las mediciones experimentales mostradas en la figura 4.7. Finalmente, como las mediciones de intensidad de fluorescencia axial

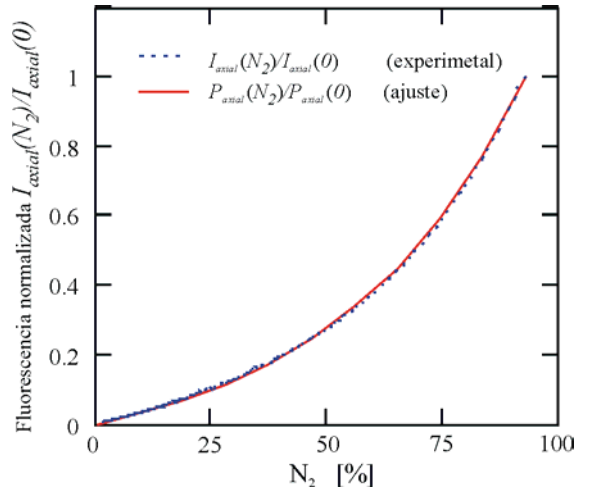


Figura 4.9. Intensidad normalizada de fluorescencia medida en un extremo de la fibra como función de la población atómica N_2 . La más alta población N_2 estimada para nuestro arreglo experimental es de 91 %. La función analítica P_{axial} se evalúa usando $\rho C_\gamma = 9.1 \text{ m}^{-1}$.

y fluorescencia lateral fueron realizadas de forma simultánea en el tiempo, entonces es posible expresar la intensidad normalizada de fluorescencia I_{axial} como función de N_2 , como se muestra en la figura 4.9. En esta gráfica utilizamos los datos de los primeros 50 ms de decaimiento de la figura 4.7. Como era de esperarse, la pendiente de la curva se incrementa conforme aumenta N_2 , reflejando la dependencia de la ganancia con la diferencia entre las poblaciones N_1 y N_2 .

Los factores de proporcionalidad entre la potencia emitida por el extremo de la fibra P_{axial} y la intensidad de fluorescencia medida mediante el detector axial I_{axial} se eliminan por medio de la normalización de la función de costo utilizada para el ajuste. De igual forma, las constantes A_{21} y $d\Omega/2\pi$ de la ecuación (4.9) también se eliminan.

$$F_3(\rho C_\gamma) = \int_0^{\max(N_2)} \left[\frac{I_{axial}(N_2, \rho C_\gamma)}{I_{axial}(0, \rho C_\gamma)} - \frac{P_{axial}(N_2, \rho C_\gamma)}{P_{axial}(0, \rho C_\gamma)} \right]^2 dN_2 \quad [1] \quad (4.13)$$

Aquí, F_3 es la función de costo utilizada para el ajuste de la función analítica P_{axial} y la medición de fluorescencia I_{axial} .

En la figura 4.10 se muestra la función de costo F_3 como función del único grado de libertad, ρC_γ . Esta curva fue evaluada considerando la gráfica de la figura 4.7 y las siguientes constantes: longitud de la fibra $L=15.5$ cm, probabilidad de decaimiento $A_{21} = 94.9 \text{ s}^{-1}$, constante de transferencia de energía $\rho C_{22} = 83.5 \text{ s}^{-1}$ y máxima tasa de absorción de bombeo $\max(R_{13}) = 1872 \text{ s}^{-1}$. En este caso, encontramos el mínimo de F_3 se da cuando $\rho C_\gamma = 9.1 \text{ m}^{-1}$. Finalmente, en la figura 4.9 mostramos adicionalmente la función P_{axial} evaluada usando $\rho C_\gamma = 9.1 \text{ m}^{-1}$. El buen ajuste de la curva experimental con la curva teórica es un indicativo de que la ecuación (4.9) describe de

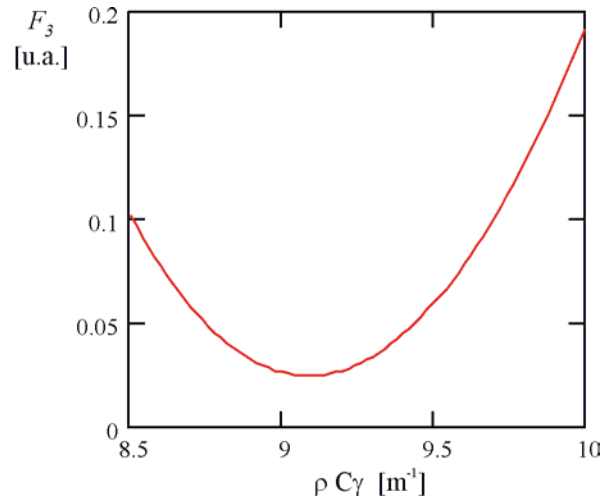


Figura 4.10. Función de costo F_3 como función de ρC_γ . El mejor ajuste se obtiene cuando $\rho C_\gamma=9.1 \text{ m}^{-1}$.

manera adecuada el proceso de amplificación de la emisión espontánea guiada en la fibra.

4.4 Verificación con funciones típicas de bombeo

A continuación realizaremos la comparación entre las mediciones experimentales para dos casos particulares y los resultados obtenidos por medio del programa de simulación numérica. Esto con el fin de verificar la utilidad del modelo matemático y el programa de solución numérica, así como la validez de las constantes estimadas por medio de la caracterización de la fibra. Los casos comparados serán: decaimiento de fluorescencia por bombeo pulsado a distintas potencias de bombeo, y bombeo con modulación sinusoidal.

4.4.1 Decaimiento de fluorescencia

En este primer caso de verificación repetiremos las comparaciones entre las curvas de decaimiento de fluorescencia medidas de forma experimental con las curvas obtenidas por medio de la simulación numérica. Se espera un buen ajuste porque estas mismas curvas fueron las utilizadas para la determinación de las constantes de la fibra.

Los parámetros que describen la fibra, utilizados en el programa de simulación numérica, se muestran en las tablas 4.5, 4.6 y 4.7. Estos parámetros corresponden a los valores finales de A_{21} , ρC_{22} , $\max(R_{13})$ y $\rho C\gamma$ determinados por el método descrito anteriormente.

Tabla 4.5. Parámetros de las transiciones en el material láser, expresadas en forma de tabla.

	Nivel origen	Nivel destino	Exponente de N_{origen}	Probabilidad [1/s]	Banda emisión	Calor C_0 [J/m]
1	1	3	1	$A_{13}=\text{Bombeo}(t)$	0	0
2	3	5	1	$A_{37}=0$	0	0
3	3	1	1	$A_{31}=0$	0	0
4	3	2	1	$A_{32}=(10 \mu\text{s})^{-1}$	0	63 $\mu\text{J/m}$
5	2	1	1	$A_{21}=94.9 \text{ s}^{-1}$	1	0
6	2	1	2	$\rho C_{22}=83.55 \text{ s}^{-1}$	0	0
7	2	4	2	$\rho \cdot C_{22}=83.55 \text{ s}^{-1}$	0	0
8	4	2	1	$A_{42}=(1 \mu\text{s})^{-1}$	0	0
9	5	1	1	$A_{51}=0$	0	0

Tabla 4.6. Bandas de emisión relacionadas con las transiciones indicadas en la tabla 4.2

Banda emisión	longitud de onda [nm]
0	ninguna
1	1.55 μm

Tabla 4.7. Parámetros relacionados con la absorción y amplificación de la emisión espontánea guiada en la fibra.

Banda absorción/emisión	Nivel base	Nivel excitado	$\rho \cdot C_f$
1	1	2	9.1 m^{-1}

La función de bombeo en este caso está dada por la siguiente definición.

$$\text{Bombeo}(t) = \begin{cases} C_B \cdot 1872 \text{ s}^{-1} & \text{para } t < 40\text{ms} \\ 0 & \text{para } t \geq 40\text{ms} \end{cases}$$

En este caso, probamos 6 casos, con valores C_B de 1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16 y 1/32. En las figuras 4.11 y 4.12 se muestran las gráficas correspondientes a C_B igual a 1 y 1/32. No consideramos necesario reproducir todas las gráficas aquí, aunque se verificó que el ajuste fuera adecuado para todos los valores enunciados anteriormente.

En las dos figuras podemos observar que el programa de solución numérica, basado en las ecuaciones de balance de población, predice de forma adecuada el decaimiento no exponencial de

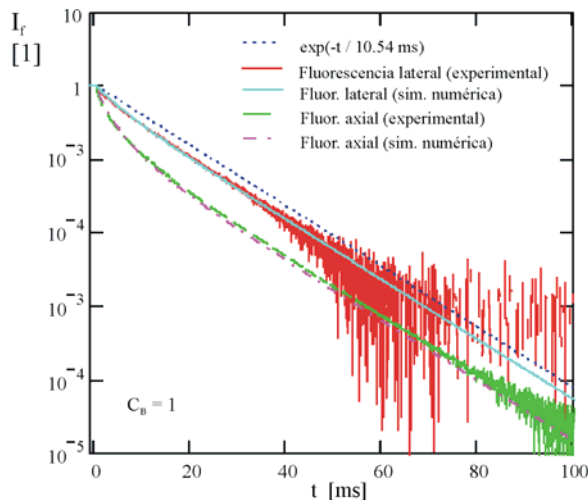


Figura 4.11. Comparación entre las curvas normalizadas de decaimiento de fluorescencia axial y lateral como función del tiempo, para la medición experimental y la solución numérica. La constante de intensidad del pulso de bombeo es $C_B=1.0$.

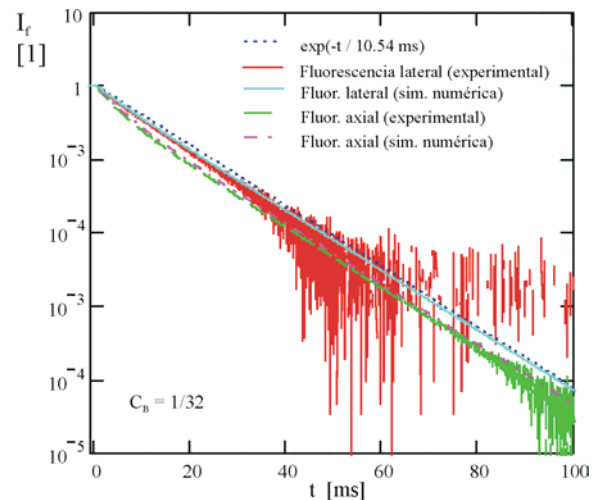


Figura 4.12. Comparación entre las curvas normalizadas de decaimiento de fluorescencia axial y lateral como función del tiempo, para la medición experimental y la solución numérica. La constante de intensidad del pulso de bombeo es $C_B=1/32$.

la fibra. Esta predicción es precisa, tanto en la emisión lateral como en la emisión axial. En el caso particular de esta fibra, es notorio que el efecto de ASE, presente en la medición axial, es más dominante que el proceso de transferencia de energía por proceso cooperativo. Es importante notar que la constante ρC_{22} se determinó utilizando los primeros 20 ms de decaimiento cuando la fibra se bombea a máxima potencia. Sin embargo, el ajuste de la fluorescencia lateral es adecuado durante un periodo de decaimiento más largo, incluso para condiciones de bajo bombeo. Al ser el proceso de CET dependiente del cuadrado de N_2 , verificamos que el ajuste de la curvas fuera correcto para todos los casos C_B . La buena correspondencia observada en todo el rango de bombeo indica que el modelo matemático, con las constantes determinadas, describen adecuadamente los principales procesos que afectan el decaimiento de fluorescencia para bombeo pulsado.

En el caso de la fluorescencia axial, el ajuste también es bueno, aunque se presenta una pequeña desviación con respecto a la curva experimental. En el caso de alta intensidad de bombeo ($C_B=1$), la constante de amplificación de la constante ρC_γ parece ser un poco alta, pues la curva experimental se encuentra por encima de la numérica; pero en el caso de baja potencia, el efecto es diferente. En ese caso parece que ρC_γ debería ser mayor. El criterio utilizado para la determinación de esta constante dio como resultado el valor para el mejor ajuste promedio. Si se modifica este valor para mejorar el ajuste en uno de los dos casos, en ajuste en el otro caso resulta pobre. Una posible explicación para esta pequeña desviación es que el valor estimado para N_2 es ligeramente mayor que la población real, probablemente debido a la presencia de clusters de iones, y a la distribución radial no homogénea de la población N_2 .

4.4.2 Bombeo modulado por señal sinusoidal

Ahora simulamos el caso donde el bombeo es modulado por una señal sinusoidal de 50 Hz que no llega a cero. Este caso particular es de especial interés porque simula las condiciones de operación del método de diferencia de fase para la de medición de la constante de tiempo.^{12,13}

En esta prueba utilizamos el rango completo de potencia de salida disponible en nuestro arreglo experimental. Como no es posible operar nuestro diodo láser de forma estable con

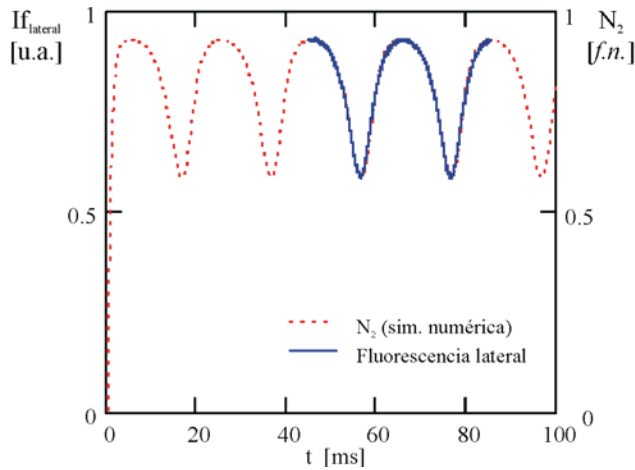


Figura 4.13. Comparación entre la solución numérica para la población N_2 como función del tiempo para bombeo sinusoidal y la intensidad de fluorescencia lateral medida de forma experimental.

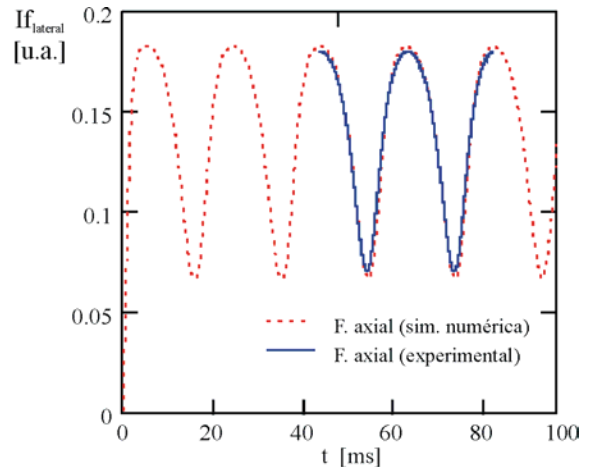


Figura 4.14. Comparación entre la solución numérica para la emisión axial de fluorescencia como función del tiempo para bombeo sinusoidal y la medición experimental de fluorescencia axial.

potencias de salida menores a 0.1 mW, se modula con una sinusoidal que no llega a cero. De esta forma, la corriente del diodo láser esta dada por una sinusoidal de 50 Hz de frecuencia, un *offset* de 97.5 mA y una amplitud de 93.5 mA. La potencia pico de la sinusoidal corresponde a la potencia máxima de bombeo disponible. Para simular estas mismas condiciones de bombeo, en el programa de simulación numérica se definió la función $Bombeo(t)$ como se muestra a continuación.

$$Bombeo(t) = (Offset + Amp \cdot \text{sen}(2\pi \cdot 50\text{Hz} \cdot t)) \cdot \max(R_{13})$$

Aquí, $\max(R_{13})=1872 \text{ s}^{-1}$, $Offset = 0.516$ y $Amp=0.484$. Se elige como frecuencia de modulación 50 Hz porque es la frecuencia que hemos usado anteriormente para la técnica de medición de diferencia de fase para sensores de Erblio en vidrio SiO_2 .¹⁴ El resto de los parámetros para el programa de simulación numérica se definieron iguales al caso anterior, como se muestra en las tablas 4.2, 4.3 y 4.4.

En la figura 4.13 se comparan la solución numérica para la población atómica N_2 como función del tiempo para bombeo sinusoidal y la medición experimental de fluorescencia lateral. En esta gráfica, N_2 se muestra en escala absoluta de *fotones normalizados*, mientras que la intensidad de fluorescencia lateral se muestra en escala arbitraria. En el caso de la fluorescencia

lateral aplicamos un factor de escalamiento para lograr la superposición, pero no se aplicó ningún incremento constante (*offset*). En la escala temporal, alineamos las curvas de tal forma que las funciones sinusoidales de bombeo (que no se muestran aquí) coincidan en fase. Como puede verse, la solución numérica corresponde muy bien a las mediciones experimentales, tanto en la intensidad de fluorescencia, como en la distorsión de la onda sinusoidal y el retraso de fase. Es interesante notar que aunque el bombeo oscila de forma sinusoidal entre el 3.2 % y el 100 % de la potencia total disponible, la población N_2 oscila entre el 58 % y 92 % de la población atómica total.

En la figura 4.14 comparamos la solución numérica y la medición experimental para la intensidad de fluorescencia axial como función del tiempo para bombeo sinusoidal. En este caso, ambas curvas son representadas en escala arbitraria. Nuevamente se aplicó un factor de escalamiento a la curva experimental, pero no se aplicó ningún incremento constante. Al igual que en el caso anterior, la curva resultado de la solución numérica ajusta bien en amplitud, distorsión y fase, aunque en este caso se presenta una pequeña diferencia en amplitud. Esta diferencia en amplitud probablemente se relaciona con la pequeña desviación en fluorescencia axial observada en las pruebas decaimiento. Finalmente, la fase relativa corresponde con la predicción. Esto es muy importante porque la diferencia de fase es el parámetro que nos proporciona información acerca de la variable de interés en los dispositivos sensores que se evalúan en este trabajo.

4.5 Calentamiento de la fibra por decaimiento no radiante del nivel ${}^4I_{11/2}$

En la sección 2.4 expusimos que el decaimiento no radiante del nivel ${}^4I_{11/2}$ al nivel ${}^4I_{13/2}$ inyecta calor en el núcleo de la fibra. El incremento de calor en la fibra es importante porque la tasa de decaimiento aparente A_{21} depende de la temperatura.

Medir la distribución de la temperatura dentro de la fibra está fuera de nuestro alcance; sin embargo, nosotros podemos determinar la exactitud de nuestras predicciones midiendo la temperatura exterior de la fibra por medios ópticos. A continuación comparamos la respuesta de

la fibra medida en forma experimental con los resultados de la solución numérica del modelo propuesto.

4.5.1 Estimación de la temperatura para pulsos anchos de bombeo

Consideremos el caso de la fibra bombeada con pulsos anchos (varios segundos) de máxima potencia de bombeo. En la sección 2.4.2 mostramos que la cantidad de calor inyectada al núcleo para condiciones estables de población atómica puede aproximarse por la ecuación (2.49), la cuál se copia a continuación.

$$q' = \frac{1}{\tau_{21}} \left(\frac{h c}{(1/980nm - 1/1550nm)^{-1}} \right) \rho N_2 \pi r_a^2 \quad [\text{W/m}] \quad (4.14)$$

Aquí, q' es el calor inyectado en la fibra por unidad de longitud, ρ es la densidad de iones, r_a es el radio del modo τ_{21} es el tiempo de decaimiento del nivel ${}^4I_{11/2}$. De los datos que publica el fabricante de la fibra implementada en nuestro arreglo, podemos inferir que la densidad aproximada de iones es $\rho \approx 1.2 \cdot 10^{20}$ iones/cm³, y el radio del núcleo dopado es $r_a \approx 1.5 \mu\text{m}$. Nosotros estimamos la población en estado estable utilizando las constantes A_{12} , ρC_{22} , y $\max(R_{13})$, previamente determinadas, como $N_2 \approx 91 \%$. Evaluado la ecuación (4.14) con estas constantes, encontramos que para nuestra fibra, la cantidad de calor inyectado en estado estable, cuando la fibra se bombea con la máxima potencia disponible en nuestro arreglo, es aproximadamente $q' \approx 5.5 \text{ mW/m}$.

Ahora bien, para una modulación de bombeo tipo escalón que se enciende cuando $t = 0$, la temperatura de la fibra está dada en forma aproximada por la ecuación (2.52), la cual se copia a continuación.

$$\Delta T(t) = \frac{q'}{2\pi \cdot h_T \cdot r_b} \left(1 - \exp\left(\frac{-2 \cdot h_T \cdot t}{C_e \cdot \rho_m \cdot r_b} \right) \right) \quad [\text{K}] \quad (4.15)$$

Aquí, ΔT es el incremento de temperatura debido al calor inyectado q' , h_T es el coeficiente de transferencia de calor por convección natural, r_b es el radio de la fibra, C_e es el calor específico

y ρ_m es la densidad másica del vidrio. Los valores para estas constantes que corresponden a nuestra fibra se indicaron anteriormente en la tabla 2.1 de la sección 2.4.1. De la ecuación (4.15) podemos deducir que el incremento de temperatura para condiciones de estado estable, donde el tiempo t es muy grande está dada por la siguiente expresión.

$$\Delta T(t \gg \tau_T) = \frac{q'}{2\pi \cdot h_T \cdot r_b} \quad [\text{K}] \quad (4.16)$$

Evaluando la expresión anterior con la cantidad de calor inyectado $q' = 5.5 \text{ mW/m}$ encontramos que el incremento de temperatura ΔT cuando se alcanza el estado estable debe ser igual a 172 mK.

La curva de incremento de temperatura ΔT como función del tiempo puede ser evaluada de dos formas. La primera es evaluando directamente la aproximación dada por la ecuación (4.15), mientras que la segunda es utilizando el programa de simulación numérica. Ambos métodos arrojan aproximadamente el mismo resultado, como se ilustró en la figura 3.17. En este caso, utilizaremos el programa de simulación, con el propósito de estimar la temperatura del núcleo y la superficie la superficie. Para el programa, es necesario determinar la constante de calor C_Q . Esta constante se define como la cantidad total de calor que se inyectaría a la fibra si el 100 % de los iones efectúan una transición determinada por decaimiento no radiante. Para la transición ${}^4I_{9/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$ podemos aproximar C_Q como se muestra a continuación.

$$C_Q = \left(\frac{h \cdot c}{\left(\frac{1}{980 \text{ nm}} - \frac{1}{1550 \text{ nm}} \right)^{-1}} \right) \cdot \int_S \rho(r, \theta) r dr d\theta \quad [\text{J/m}] \quad (4.17)$$

Aquí, C_Q es la constante de calor para la transición del nivel 3 al 2, h es la constante de Plank y c es la velocidad de la luz, ρ es la densidad de iones, y S es la sección transversal en la fibra. Si aproximamos la distribución de iones en el núcleo como una función uniforme, y el radio del núcleo dopado es $r_a = 1.5 \text{ }\mu\text{m}$, entonces $C_Q = 63 \text{ }\mu\text{J/m}$.

Para el programa de simulación numérica definimos las constantes con iguales valores a los indicados en las tablas 4.4, 4.5, 4.7. La constante de calor C_Q se indica en el cuarto renglón de la tabla 4.5, que corresponde a la transición del nivel 3 al 2. En este caso, la función de bombeo está dada por un escalón que comienza en $t = 0$.

$$Bombeo(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ 1872 \text{ s}^{-1} & \text{para } t \geq 0 \end{cases} \quad (4.20)$$

En la figura 4.15 se muestra la gráfica del incremento de temperatura en el núcleo y la superficie como función del tiempo. Como puede observarse, la temperatura es casi homogénea en la fibra. La temperatura tarda aproximadamente 3 segundos en estabilizarse y alcanza 172.3 mK en el núcleo, mientras que la superficie se estabiliza en 172.0 mK. Estos resultados corresponden bien con la evaluación de ecuación (4.15), la cual es una expresión simplificada.

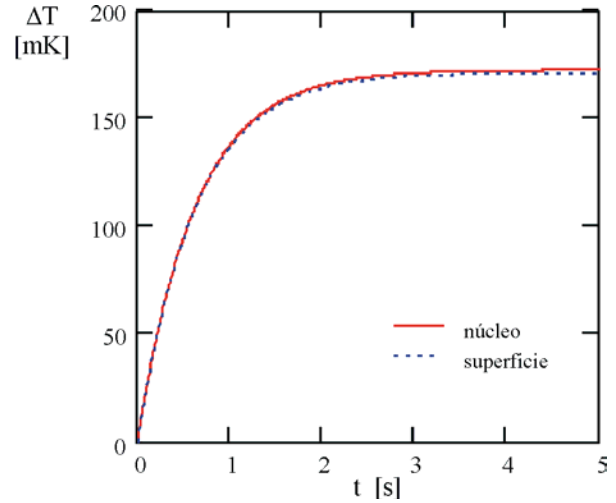


Figura 4.15. Incremento de temperatura como función del tiempo para una fibra que genera el calor en el núcleo con una tasa constante de 5.5 mW/m. La temperatura se estabiliza después de 3 s de iniciado el bombeo.

4.5.2 Medición de la respuesta térmica de la fibra

No es posible medir la temperatura de la fibra utilizando instrumentos de contacto físico debido a la baja masa y la pequeña cantidad de calor que se inyecta por el decaimiento no radiante. Por esa razón hemos utilizado una cámara de infrarrojo para medir su temperatura.

En la figura 4.16 se muestra el arreglo experimental para medir la temperatura en la superficie de la fibra. Este arreglo es muy similar al mostrado en la figura 4.1; pero en este caso hemos cambiado el detector de fluorescencia lateral por la cámara de infrarrojo Cedip modelo Jade. En este arreglo, la fibra ha sido dispuesta en forma horizontal, como se supuso en el modelo matemático. La cámara Jade es sensible en la banda de $8\mu\text{m}$ a $12\mu\text{m}$ y cuenta con una lente con una distancia focal de 50 mm y $f/\# = 2$. Con el fin lograr la amplificación necesaria de la

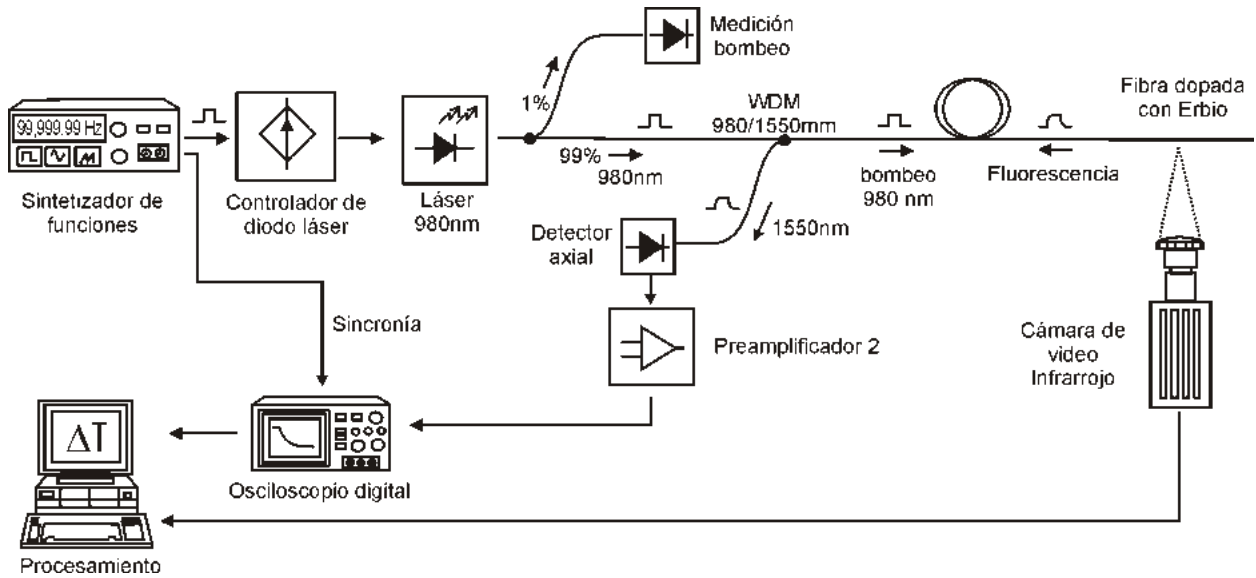


Figura 4.16. Arreglo experimental implementado para medir el incremento de la temperatura en la superficie de la fibra debido al decaimiento no radiante. La cámara de video transfiere imágenes termográficas de la fibra a una frecuencia de 60 cuadros por segundo.

imagen térmica (la fibra mide $125 \mu\text{m}$ de diámetro) fue necesario utilizar un tubo de extensión de 13 cm para la montura de la lente. La cámara, en conjunto con la PC utilizada para el procesamiento, es capaz de transferir y procesar 60 cuadros de video por segundo. Esto nos permite evaluar la evolución temporal de la temperatura en la fibra. En la figura 4.17 se muestra una termografía de la fibra donde aparecen 3 cuadros rotulados con los números 5, 10 y 11. La temperatura de la fibra se estimó promediando los píxeles que se encuentran dentro del cuadro 5. Los cuadros restantes se utilizaron como referencia de la temperatura ambiente. En la figura 4.18 se puede observar la evolución de la temperatura en la fibra para un pulso ancho de bombeo. En esta gráfica podemos observar que el incremento máximo de temperatura es de 70 mK, mientras el tiempo de estabilización es cercano a 3 segundos.

Como se había supuesto, la fibra se comporta como un sistema de primer orden. Comparando las figuras 4.15 y 4.18, podemos que la constante temporal medida es muy cercana a la predicha, con un tiempo de estabilización de aproximadamente 3 segundos. La temperatura máxima calculada es casi 3 veces mayor que la temperatura observada. Esta discrepancia en la predicción puede deberse a varios errores introducidos en la definición de las constantes. Con el fin de lograr la amplificación necesaria para observar la fibra de $125 \mu\text{m}$ de diámetro, se utilizó

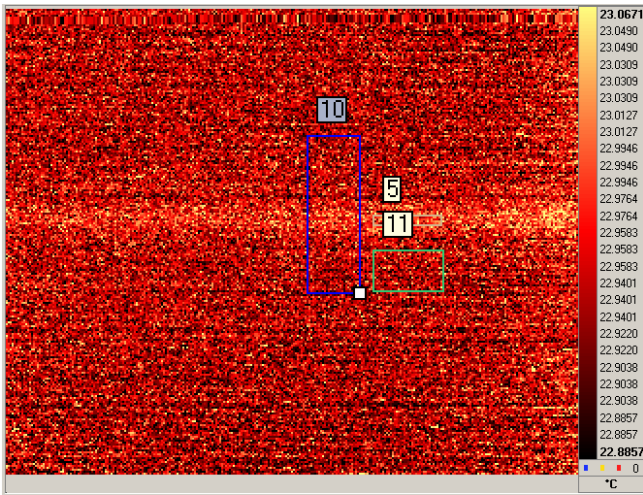


Figura 4.17. Termografía de la fibra dopada cuando se bombea con la máxima potencia de bombeo. El incremento promedio de temperatura en la fibra es de 70 mK cuando el bombeo se activa. Los cuadros en la imagen representan las zonas de referencia y medición de temperatura.

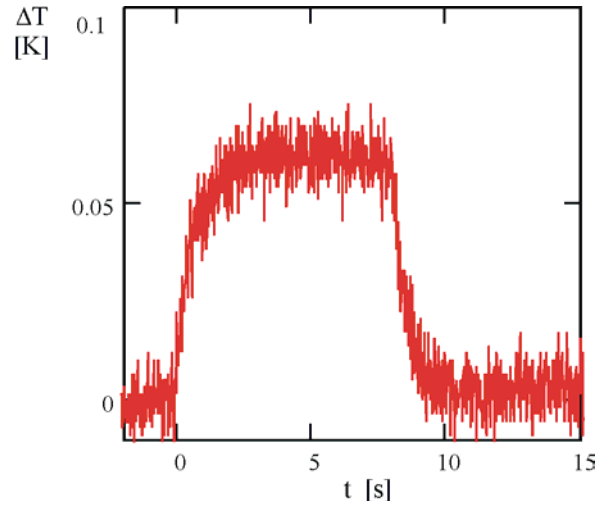


Figura 4.18. Incremento de temperatura en la superficie de la fibra como función del tiempo para bombeo pulsado de máxima potencia. La temperatura utilizando el arreglo experimental de la [figura 4.16](#). La respuesta temporal de la fibra ajusta muy bien a la predicción de la [figura 4.15](#).

un tubo de extensión de 13 cm para la lente de la cámara de infrarrojo. Al momento de realizar estas mediciones, no se cuenta con el equipo requerido para realizar el ajuste radiométrico de la cámara y compensar el cambio de la distancia objeto e imagen. Adicionalmente, no contamos con información precisa acerca de la emisividad de esta fibra en particular. Finalmente, la densidad de iones y el diámetro del núcleo dopado son estimados en forma aproximada, debido a que el fabricante no proporciona esta información. De cualquier forma, el incremento de temperatura es pequeño y su efecto probablemente será despreciable en la mayoría de los casos.

Comparando las figuras 4.15 y 4.18, encontramos que la respuesta temporal de la fibra coincide bastante bien con la predicción teórica. Como la constante de tiempo depende de h_T , y de otras constantes que sí son bien conocidas, como aparece en la ec. (4.15), podemos inferir que el valor de h_T estimado es una buena aproximación.

4.6 Conclusiones

Hemos desarrollado una metodología novedosa de caracterización de la fibra óptica dopada con Erblio, que nos permite determinar las constantes de tasa de decaimiento del nivel

${}^4I_{13/2}$ (A_{21}), la constante de tasa de transferencia de energía por proceso cooperativo (ρC_{22}), la constante de amplificación de la emisión guiada (ρC_7) y la tasa máxima de absorción de bombeo en nuestro arreglo experimental ($\max(R_{13})$). La metodología propuesta está basada en las ecuaciones de balance de población y el programa de simulación numérica de las mismas. Para resolver las constantes anteriores se requiere únicamente de las mediciones experimentales de fluorescencia axial y lateral para condiciones de bombeo estable y bombeo pulsado. A diferencia de los métodos comúnmente utilizados, el método propuesto no requiere del conocimiento de la densidad de excitación en la muestra, la sección transversal de absorción o la densidad de iones en el material.

Utilizando el método propuesto, hemos encontrado que para la fibra óptica dopada con Erblio (2300 ppm) de 15.5 cm de longitud implementada en nuestro arreglo, las constantes para las ecuaciones de balance de población están dadas por: $A_{21}=94.9 \text{ s}^{-1}$, $\rho C_{22}=83.5 \text{ s}^{-1}$, $\rho C_7=9.1 \text{ m}^{-1}$ y $\max(R_{13})=1872 \text{ s}^{-1}$.

También hemos determinado la constante de calor C_Q como $63 \mu\text{J/m}$ y comprobamos de manera experimental que la respuesta temporal del calentamiento de la fibra por decaimiento no radiante se ajusta a la predicción realizada por el programa de simulación numérica.

Hemos comprobado también que el programa de simulación numérica, utilizando las constantes anteriores, predice de manera satisfactoria los procesos de fluorescencia axial y lateral, tanto para bombeo pulsado como para modulación sinusoidal. Esta comprobación nos permite afirmar que el modelo matemático propuesto, así como programa de solución numérica, son adecuados para describir y predecir los procesos más determinantes en la emisión y amplificación de la fluorescencia en la fibra. De la misma forma, hemos comprobado experimentalmente la dinámica del calentamiento de la fibra por decaimiento no radiante.

¹ D. Khoptyar and B. Jaskorzynska, "Experimental determination of the energy-transfer parameters for homogeneous upconversion in Er-doped silica," *J. Opt. Soc. Am. B* 22, 2091 (2005).

² Bor-Chyuan Hwang, Shibin Jiang, Tao Luo, Jason Watson, Gino Sorbello, and Nasser Peyghambarian, "Cooperative upconversion and energy transfer of new high Er³⁺- and Yb³⁺- Er³⁺-doped phosphate glasses," *J. Opt. Soc. Am. B* 17, 833 (2000).

-
- ³ T. Ohtsuki and S. Honkanen, "Cooperative upconversion effects on the performance of Er³⁺-doped phosphate glass waveguide amplifiers," *J. Opt. Soc. Am. B* 14, 1838 (1997).
- ⁴ W. Q. Shi, M. Bass, and M. Birnbaum, "Effects of energy transfer among Er³⁺ ions on the fluorescence decay and lasing properties of heavily doped Er:Y₃Al₅O₁₂," *J. Opt. Soc. Am. B* 7, 1456 (1990).
- ⁵ Yongdan Hu and Shibin Jiang, "Numerical analyses of the population dynamics and determination of the upconversion coefficients in a new high erbium-doped tellurite glass," *J. Opt. Soc. Am. B* 18, 1928 (2001).
- ⁶ V. Lopez, G. Paez, M. Strojnik, "Characterization of the upconversion coefficient in erbium-doped materials," *Opt. Lett.* (en impresión).
- ⁷ L.A. Riseberg, M.J. Weber, "Relaxation phenomena in rare-earth luminescence," in *Progress in Optics*, vol XIV, edited by E. Wolf, North-Holland, (1976).
- ⁸ J. Thogersen and N. Bjerre, "Multiphoton absorption and cooperative upconversion excitation in Er³⁺-doped fibers," *Opt. Lett.* 18, 193 (1993).
- ⁹ Yongdan Hu and Shibin Jiang, "Numerical analyses of the population dynamics and determination of the upconversion coefficients in a new high erbium-doped tellurite glass," *J. Opt. Soc. Am. B* 18, 1928 (2001).
- ¹⁰ D.C. Yeh, W. A. Sibley, I. Scheider, R. S. Afzal, and I. Aggarwal, "Intensity-dependent upconversion efficiencies of Er³⁺ ions in heavy-metal fluoride glass," *J. Appl. Phys.* 69, 1648 (1991).
- ¹¹ M.P. Hehlen, N.J. Cockroft, and T.R. Gosnell, "Uniform upconversion in high-concentration Er³⁺-doped soda lime silicate and aluminosilicate glasses," *Opt. Lett.* 22, 722 (1997).
- ¹² Zhiyi Zhang, Kenneth T.H. Grattan, Andrew W. Palmer, "Phase locked detection of fluorescent lifetime", *Rev. Sci. Instrum.* 65 (9), 2531-2540 (1993).
- ¹³ J.R. Lakowicz, "Principles of fluorescence spectroscopy", Plenum, New York and London (1993).
- ¹⁴ Víctor E. López, "Caracterización del desempeño de un sensor de temperatura basado en fibra óptica dopada con Erbio", Tesis de Maestría, Centro de Investigaciones en Optica (2003).

Capítulo 5

Optimización de Sensores de Fibra Óptica Basados en la Medición del Tiempo de Decaimiento de Fluorescencia

5.1 Introducción

En este capítulo estudiamos el desempeño de los sensores basados en medición de tiempo de decaimiento de fluorescencia. En particular, se estudia el efecto de los procesos de transferencia cooperativa de energía (CET), la amplificación de emisión espontánea (ASE), y la dependencia con la potencia de bombeo en estos dispositivos. Definimos figuras de mérito y evaluamos tres casos de bombeo pulsado. En los dos primeros casos se determina el efecto independiente de CET y ASE. En el último, analizamos el efecto combinado en fibras con diferentes concentraciones de iones. Finalmente, proponemos un nuevo modelo de controlador de potencia de bombeo con retroalimentación de lazo cerrado que mejora el desempeño de los sensores basados en tiempo de decaimiento de fluorescencia.

5.2 Descripción del dispositivo

El esquema básico de los dispositivos sensores basados en tiempo de decaimiento de fluorescencia se muestra en la figura 5.1.

El elemento sensor lo constituye un segmento de fibra óptica dopada con Erblio, cuya tasa de decaimiento de fluorescencia depende de la variable de interés, como puede ser la temperatura o el esfuerzo.^{1,2,3,4} En este caso, el dispositivo sensor se coloca dentro de una cavidad donde se requiere determinar la temperatura T . Para interrogar la fibra, esta se excita con un pulso cuadrado mediante un diodo láser de

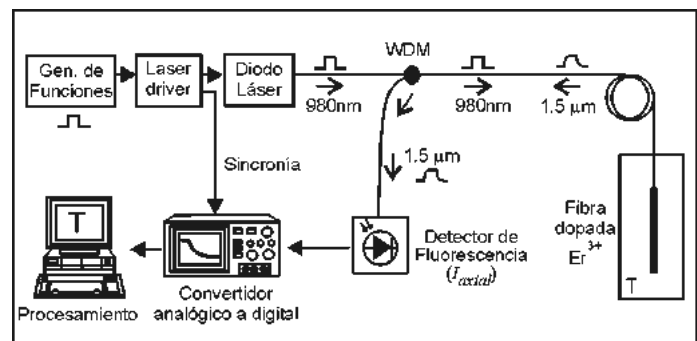


Figura 5.1. Esquema básico de un sensor de temperatura basado en fibra óptica dopada con Erblio. La fibra es bombeada de forma pulsada utilizando un diodo láser. La emisión de fluorescencia viaja en sentido contrario por la misma fibra.

980 nm. La emisión de excitación viaja desde el módulo de bombeo hasta la fibra dopada por medio de una fibra de comunicaciones. La emisión de fluorescencia viaja por la misma fibra, pero en dirección inversa. Un dispositivo acoplador (WDM) dirige la emisión de fluorescencia hacia el fotodetector. La señal del fotodetector es digitalizada y analizada para determinar el tiempo de decaimiento. Utilizando información de la caracterización previa del dispositivo, se traduce la información del tiempo de decaimiento en el valor de la variable de interés, como puede ser la temperatura.

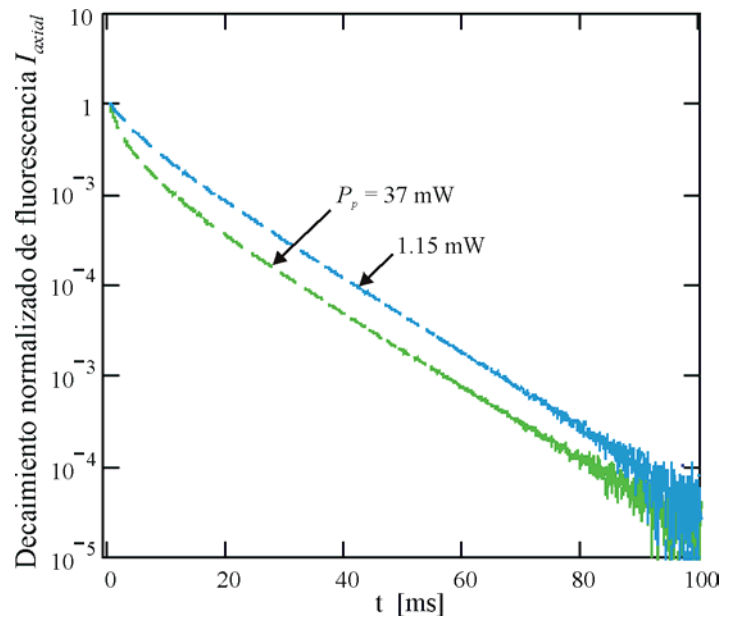


Figura 5.2. Decaimiento normalizado de fluorescencia como función del tiempo. El decaimiento depende de la potencia de bombeo P_p .

Durante el proceso de diseño de sensores, nuestro objetivo es mejorar su desempeño, incrementando la sensibilidad a la variable de interés mientras reducimos la sensibilidad al resto de las variables. Con el mismo objetivo, también buscamos maximizar la relación señal a ruido del instrumento. Nosotros encontramos que existe un compromiso entre estas dos tareas en la construcción de sensores basados en fibra dopada con Erbio. Por ejemplo, el aumento en la densidad de iones en el material produce un incremento en la intensidad de fluorescencia, mejorando la SNR; pero aumenta también la sensibilidad del detector a cambios en la potencia de bombeo y disminuye la sensibilidad a la variable de interés.

El decaimiento de fluorescencia medido con el arreglo descrito anteriormente depende de la potencia de los pulsos de bombeo, como se muestra en la figura 5.2. En los capítulos anteriores se demostró que este comportamiento observado en el decaimiento de fluorescencia se debe principalmente a los procesos de conversión hacia arriba (UC) por transferencia cooperativa de energía (CET) y a la amplificación de la emisión espontánea (ASE). También encontramos que el efecto del calentamiento de la fibra por decaimiento no radiante es despreciable. Nosotros

describimos los procesos de CET y ASE mediante las ecuaciones de balance de población, como se trató en el Capítulo 2:

$$\frac{dN_1}{dt} = -R_{13}N_1 + A_{21}N_2 - W_{12}N_1 + W_{21}N_2 + \rho C_{22}N_2^2, \quad (5.1)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21}N_2 + A_{32}N_3 - W_{21}N_2 + W_{12}N_1 + A_{42}N_4 - 2\rho C_{22}N_2^2, \quad (5.2)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = R_{13}N_1 - R_{31}N_3, \quad (5.3)$$

$$\frac{dN_4}{dt} = -A_{42}N_4 + \rho C_{22}N_2^2, \quad (5.4)$$

$$N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = 1. \quad (5.5)$$

Aquí, N_i es la probabilidad de población en el nivel i , R_{13} es la tasa de absorción de bombeo, A_{ij} es la tasa combinada de decaimiento radiante y no radiante desde el nivel i hasta el j , W_{12} y W_{21} son las probabilidades de transición relacionadas con la amplificación de la emisión estimulada, C_{22} es el coeficiente de UC por CET, y ρ es la densidad de iones en el material. Las poblaciones de los niveles 3 y 4 son despreciables debido a que las probabilidades de transición A_{32} y A_{42} son mucho mayores que A_{21} y ρC_{22} .⁵

El decaimiento de los iones excitados en el nivel 2 se produce debido a tres mecanismos que compiten: la emisión espontánea (EE), el proceso de CET, y ASE. Nosotros definimos la tasa aparente de decaimiento de fluorescencia en ausencia de bombeo como A_{N2} .

$$A_{N2} = \frac{1}{N_2} \frac{dN_2}{dt} \quad [\text{s}^{-1}] \quad (5.6)$$

En el caso ideal, cuando el decaimiento se debe exclusivamente a EE, A_{N_2} es igual a A_{21} . Considerando las ecuaciones de balance (5.1) a (5.5), la tasa aparente de decaimiento está dada por la contribución de los tres procesos: EE, CET, y ASE.

$$A_{N_2} = A_{EE} + A_{CET} + A_{ASE} \quad [s^{-1}] \quad (5.7)$$

Aquí, A_{EE} , A_{CET} y A_{ASE} son las tasas de decaimiento correspondientes a la emisión espontánea, la transferencia cooperativa de energía, y la amplificación de la emisión espontánea.

$$A_{EE} = \frac{A_{21}N_2}{N_2} \quad [s^{-1}] \quad (5.8)$$

$$A_{CET} = \frac{(-A_{42}N_4 + 2\rho C_{22}N_2^2)}{N_2} \quad [s^{-1}] \quad (5.9)$$

$$A_{ASE} = \frac{(-W_{12}N_1 + W_{21}N_2)}{N_2} \quad [s^{-1}] \quad (5.10)$$

En la figura 5.3 se muestran las tasas de decaimiento en ausencia de bombeo, como función de la población N_2 . Estas funciones son evaluadas de forma numérica para una fibra dopada con Erblio con las siguientes características: longitud $L = 13$ cm, $\rho C_{22} = 83.5$ s⁻¹, $\rho C_{\gamma} = 9.1$ m⁻¹, $A_{21} = 94.9$ s⁻¹. Las constantes anteriores corresponden a la misma fibra empleada en las mediciones mostradas en la figura 5.2. Cuando la población N_2 es menor que el 1%, la tasa aparente de decaimiento A_{N_2} se aproxima de forma asintótica al valor de A_{21} . Esto se debe a que casi la totalidad de las transiciones de decaimiento se originan por emisión espontánea. Para valores más altos de N_2 , la proporción de transiciones debidas a CET se incrementa debido a su dependencia cuadrática. Cuando N_2 aproxima

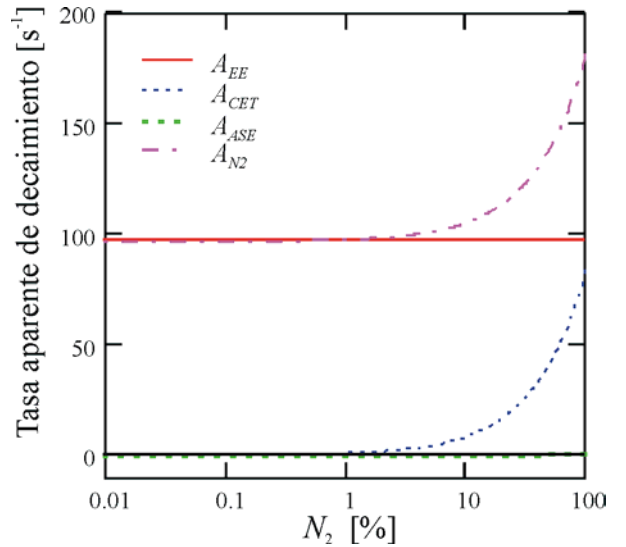


Figura 5.3. Tasas de decaimiento en ausencia de bombeo como función de la población N_2 . A_{N_2} es la tasa aparente que resulta de la suma $A_{EE} + A_{CET} + A_{ASE}$.

al 100%, el número de transiciones debidas a CET es comparable al de aquellas originadas por EE. El porcentaje de transiciones de decaimiento debidas a ASE es mucho menor que aquellas producidas por EE o CET. Esto resulta de la baja proporción de la emisión espontánea que es guiada por la fibra, como se determinó en el Cap. 2. Adicionalmente, cuando N_2 es menor que 50%, la tasa A_{ASE} es negativa. Esto se debe a que la probabilidad de transiciones por absorción de fotones es mayor que la de emisión estimulada. Como resultado, la tasa aparente de decaimiento para valores pequeños de N_2 es más baja que la de A_{21} . La diferencia entre ambas comparable con el ancho de la línea utilizado para trazar las curvas en la figura 5.3.

Los resultados de la solución numérica anterior indican que el cambio en la población N_2 debido a ASE es despreciable, en comparación con aquel debido a EE y CET. También encontramos que la población a lo largo de la fibra es homogénea, y que las poblaciones de los niveles 3 y 4 son despreciables comparadas con aquellas de los niveles 1 y 2. Entonces, nosotros simplificamos las ecuaciones de balance de población para encontrar la solución analítica. $N_{2d}(t)$ es la solución a la ecuaciones (5.1) a (5.1) para el decaimiento de la población N_2 , en ausencia de bombeo.

$$N_{2d}(t) = A_{21} \left[\left(\frac{A_{21}}{N_{2d}(0)} + \rho C_{22} \right) \exp(A_{21} t) - \rho C_{22} \right]^{-1} \quad (5.11)$$

Aquí, $N_{2d}(0)$ es la fracción de iones excitados en el momento justo antes de apagar el bombeo. Nosotros podemos determinar $N_{2d}(0)$ resolviendo el sistema de ecuaciones (5.1) a (5.1) para estado estable:

$$N_{2s}(R_{13}) = \frac{R_{13} + A_{21}}{2\rho C_{22}} \left[\left(1 + \frac{4\rho C_{22} R_{13}}{(R_{13} + A_{21})^2} \right)^{1/2} - 1 \right], \quad (5.12)$$

donde $N_{2s}(R_{13})$ representa la población en equilibrio para régimen de bombeo de estado estable.

El efecto de ASE sobre la población N_2 es despreciable, como acabamos de mostrar. Sin embargo, este proceso introduce una distorsión importante en la medición de fluorescencia guiada en la fibra, comparada con aquella medida lateralmente. Esta distorsión resulta de la dependencia no lineal de la emisión guiada en la fibra con la población N_2 , como se muestra en la figura 5.4.

En la sección 3.5.4 mostramos que el cambio en la potencia en la banda de $1.5 \mu\text{m}$ guiada en un segmento de longitud diferencial dz de fibra óptica se debe a dos procesos. Estos procesos son la emisión espontánea de fluorescencia y la amplificación de la emisión guiada. Sustituyendo la ec. (4.10) en (4.9) y multiplicando por la cantidad total de iones en la fibra, nosotros podemos expresar la potencia de emisión guiada en un extremo de la fibra dopada como P_{axial} . La potencia de la emisión guiada P_{axial} y la intensidad de fluorescencia medida por el detector axial I_{axial} están relacionadas por un factor constante, como se indicó en el capítulo 4.

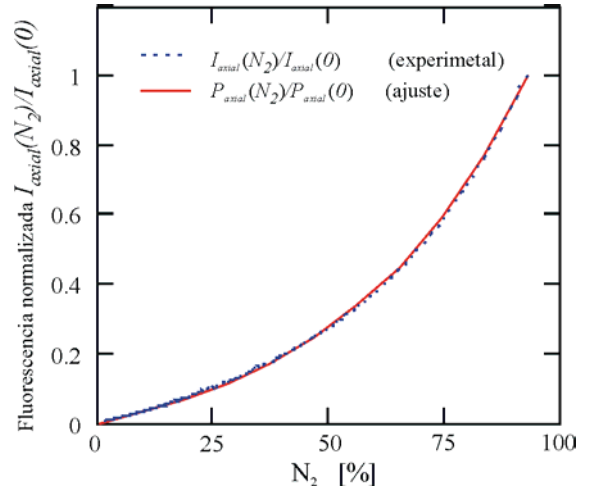


Figura 5.4. Intensidad normalizada de fluorescencia medida en un extremo de la fibra como función de la población atómica N_2 . La más alta población N_2 estimada para nuestro arreglo experimental es de 91 %. La función analítica P_{axial} se evalúa usando $\rho C_\gamma = 9.1 \text{ m}^{-1}$.

$$P_{axial}(N_2) = \frac{A_{21}N_2}{L\rho C_\gamma} \frac{d\Omega}{2\pi} \left[\frac{\exp[(N_2 - N_1)L\rho C_\gamma] - 1}{(N_2 - N_1)} \right] \left[\int_0^L \int \int \rho(r, \theta, L) r dr d\theta dL \right]. \quad [\text{fotones/s}] \quad (5.13)$$

Aquí, (r, θ, L) son las coordenadas espaciales, L es la longitud de la fibra, S es la sección transversal del núcleo dopado de la fibra, y $d\Omega/2\pi$ es la proporción de fotones emitidos espontáneamente que son guiados por la fibra en cada dirección. Por simplicidad, consideramos que N_2 es constante a lo largo de toda la fibra. Nosotros aproximamos la densidad de iones ρ como una constante dentro del núcleo de radio r_d .

5.3 Definición de las Figuras de Mérito

Existen al menos tres grados de libertad en el diseño de sensores basados en fibra dopada con Erblio: concentración de iones, diámetro del núcleo dopado, y longitud de la fibra. El cambio en estos parámetros se refleja en las constantes ρ , C_{22} , C_γ , y L . Adicionalmente, la potencia de bombeo es otro parámetro de operación que también se puede considerar como grado de libertad.

Nosotros definimos tres figuras de mérito para evaluar el desempeño en dispositivos fabricados con distintos valores de estos parámetros. Estas figuras de mérito incluyen la sensibilidad a la variable de interés, la sensibilidad a la potencia de bombeo, y el cambio en la relación señal a ruido. Estas figuras se definen para un arreglo experimental como el mostrado en la figura 5.1, donde la fibra se bombea con pulsos cuadrados de potencia R_{I3} . La duración del pulso de bombeo es suficiente para alcanzar estado estable antes del instante de apagado.

En el caso de un sensor ideal, la función de decaimiento de fluorescencia está dada por $\exp(-t/\tau)$. La constante de tiempo τ es igual a $1/A_{21}$, donde la tasa de decaimiento A_{21} depende de la variable de interés (temperatura, por ejemplo). En fibras reales, la tasa aparente de decaimiento puede cambiar con el tiempo, como se mostró en las figuras 5.2 y 5.3. Entonces, nosotros definimos el valor instantáneo de τ como una función del tiempo.

$$\tau_i(t) = -I_{axial}(t) \left(\frac{dI_{axial}(t)}{dt} \right)^{-1} \quad t > t_{off} \quad [s] \quad (5.14)$$

Aquí, τ_i es el valor instantáneo de τ , t_{off} es el instante de apagado del pulso de bombeo, e $I_{axial}(t)$ es la función de decaimiento de fluorescencia medida en la fibra con el arreglo mostrado en la figura 5.1. Dada la relación de proporcionalidad entre I_{axial} y P_{axial} , τ_i también puede ser evaluada utilizando la ec. (5.13). Nosotros definimos el valor promedio $\langle \tau_i \rangle$ como el promedio temporal de τ_i durante los primeros 20 ms de decaimiento de fluorescencia. Durante este intervalo, nosotros esperamos que la población N_2 decaiga aproximadamente en un 90%.

$$\langle \tau_i \rangle = \frac{1}{20ms} \int_{t_{off}}^{t_{off} + 20ms} \tau_i dt \quad [s] \quad (5.15)$$

El valor de $\langle \tau_i \rangle$ corresponde aproximadamente al valor obtenido para τ cuando se busca el mejor ajuste de la función $\exp(-t/\tau)$ a la curva de decaimiento $I_{axial}(t)$.^{6,7} Finalmente, nosotros definimos la raíz de la diferencia cuadrática media $\Delta\tau_{RDCM}$ como un indicador del ajuste de la curva I_{axial} con respecto a la función $\exp(-t/\langle \tau_i \rangle)$. Mientras más alto es el valor de $\Delta\tau_{RDCM}$, peor

es el ajuste. En el caso ideal, cuando τ_i es constante durante el intervalo de decaimiento, $\Delta\tau_{RDCM}$ es igual a cero.

$$\Delta\tau_{RDCM} = \sqrt{\frac{1}{20ms} \int_0^{20ms} (\tau_i - \langle\tau_i\rangle)^2 dt} \quad [s] \quad (5.16)$$

Nosotros definimos las figuras de mérito relacionadas con la sensibilidad al bombeo y a la variable de interés en base al valor promedio $\langle\tau_i\rangle$. La sensibilidad al parámetro de interés S_{A21} se define como el cambio relativo de $\langle\tau_i\rangle$ con respecto al cambio de $1/A_{21}$. Durante el diseño de sensores, nosotros buscamos maximizar esta figura de mérito. En caso ideal, S_{A21} es igual a la unidad.

$$S_{A21} = \frac{d\langle\tau_i\rangle}{d(1/A_{21})} \quad [s/s] \quad (5.17)$$

La sensibilidad a la potencia de bombeo S_{R13} se define como el cambio en el valor de $\langle\tau_i\rangle$ debido un incremento en R_{13} equivalente a 1%. R_{13} es la potencia pico de los pulsos cuadrados de bombeo. Durante el diseño, nosotros buscamos minimizar esta figura.

$$S_{R13} = 0.01R_{13} \frac{d\langle\tau_i\rangle}{dR_{13}} \quad [s] \quad (5.18)$$

La última figura de mérito, ΔSNR , relaciona el cambio en la relación señal a ruido con respecto a una referencia arbitraria. Por definición, la potencia equivalente al ruido (NEP) es igual para la referencia y la fibra bajo prueba. Entonces, nosotros calculamos ΔSNR dividiendo la potencia pico de fluorescencia de la fibra bajo condiciones de prueba entre la potencia correspondiente a una fibra de referencia.

$$\Delta SNR = 10 \log \left(\frac{P_{axial}}{P_{ref}} \right) \quad [dB] \quad (5.19)$$

Aquí, P_{axial} es la potencia de emisión guiada para la fibra bajo prueba y P_{ref} es la potencia correspondiente para la fibra de referencia. Como referencia, nosotros definimos una fibra dopada ideal de longitud L igual a 10 cm, y una densidad de iones equivalente a 2300 ppm. Para esta fibra, las constantes ρC_{22} y ρC_{γ} son iguales a cero. La tasa de absorción de bombeo para la

medida de referencia se define como 2000 s^{-1} . El radio del núcleo dopado de la referencia se considera igual al de la fibra bajo prueba.

5.4 El efecto de CET y ASE sobre las figuras de mérito

En esta sección evaluamos las figuras de mérito para tres grupos de fibras. Los primeros dos grupos corresponden a fibras ideales donde se analiza el efecto de CET y ASE independientemente. El tercer grupo corresponde a una familia de fibras ideales con características realistas, derivadas de la fibra caracterizada en el capítulo 4.

5.4.1 Efecto de CET en las figuras de mérito

Con el primer grupo de fibras ideales analizaremos el efecto de CET sobre el desempeño de los dispositivos sensores. Evaluaremos 5 fibras con valores de ρC_{22} que van desde cero hasta 100 s^{-1} . Para todas las fibras, supondremos el valor de C_γ igual a cero, la longitud de las fibras es 10 cm, y la densidad ρ es 1.2×10^{20} iones/cm³. Las figuras de mérito se evalúan para potencias de bombeo R_{13} desde 0.1 hasta 10^4 s^{-1} . La máxima tasa de bombeo corresponde aproximadamente a una potencia de bombeo igual a 200 mW aplicada a la fibra dopada montada en nuestro arreglo experimental.

En las figuras 5.5 a 5.9 se presentan las figuras de mérito que muestran el efecto de CET sobre la sensibilidad y la dependencia con el bombeo. En estas figuras observamos que el efecto de CET influye de forma importante en el valor de $\langle \tau_i \rangle$. Para la fibra ideal con una constante ρC_{22} igual a 100 s^{-1} (similar a la fibra montada en nuestro arreglo), la disminución en $\langle \tau_i \rangle$ es de casi 1 ms, para una tasa de bombeo moderada que corresponde aproximadamente a 3 mW. La diferencia cuadrática media, mostrada en la figura 5.6, indica que el decaimiento de fluorescencia se desvía de una función ideal $\exp(-t/\langle \tau_i \rangle)$ en una proporción constante con respecto a la reducción de $\langle \tau_i \rangle$. Es decir, encontramos que para cualquier valor de ρC_{22} y R_{13} , se cumple la siguiente relación: $1/A_{21} - \langle \tau_i \rangle = 1.79 \Delta \tau_{RDCM}$. En ausencia de ASE, esta relación constante permite determinar A_{21} en base a $\langle \tau_i \rangle$ y $\Delta \tau_{RDCM}$, sin conocer ρC_{22} ni R_{13} . Desafortunadamente, el ruido encontrado en las mediciones incrementa el valor de $\Delta \tau_{RDCM}$ debido a la derivada

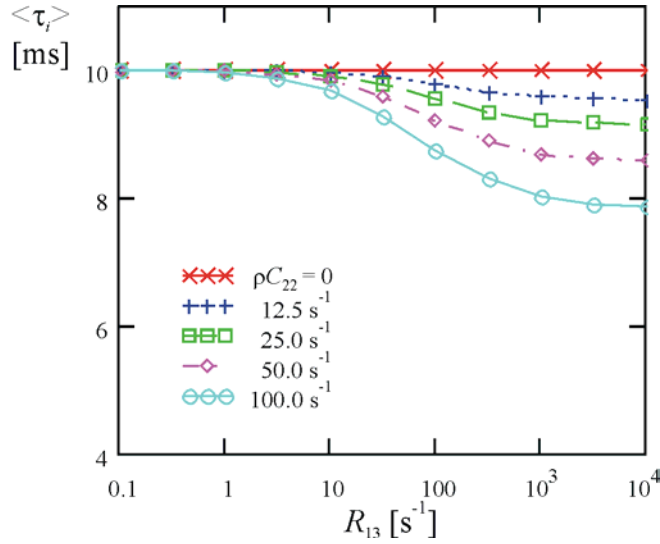


Figura 5.5. Valor promedio $\langle \tau_i \rangle$ como función de la potencia de bombeo R_{13} para fibras con distintos valores de la constante ρC_{22} . El promedio de τ_i se evalúa en un intervalo de 20 ms de decaimiento de fluorescencia.

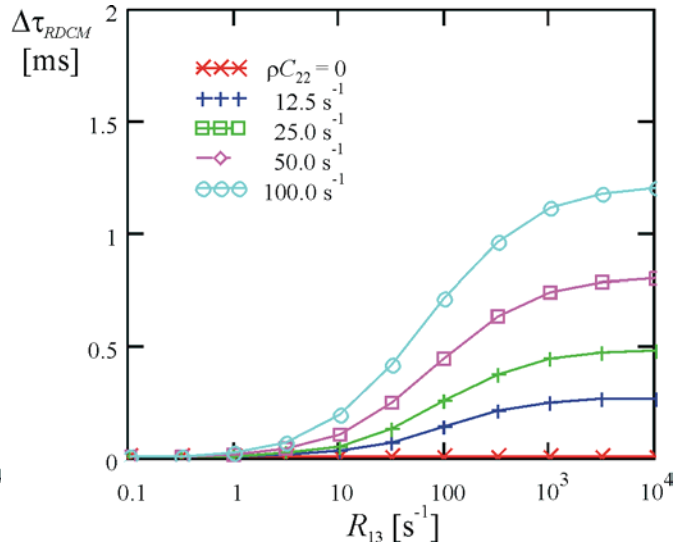


Figura 5.6. Raíz de la diferencia cuadrática media del tiempo instantáneo de decaimiento $\Delta \tau_{RDCM}$ como función de la potencia de bombeo. Mientras más alto es el valor, peor es el ajuste de $\exp(-t/\langle \tau_i \rangle)$ con la curva de decaimiento de fluorescencia $I_{axial}(t)$.

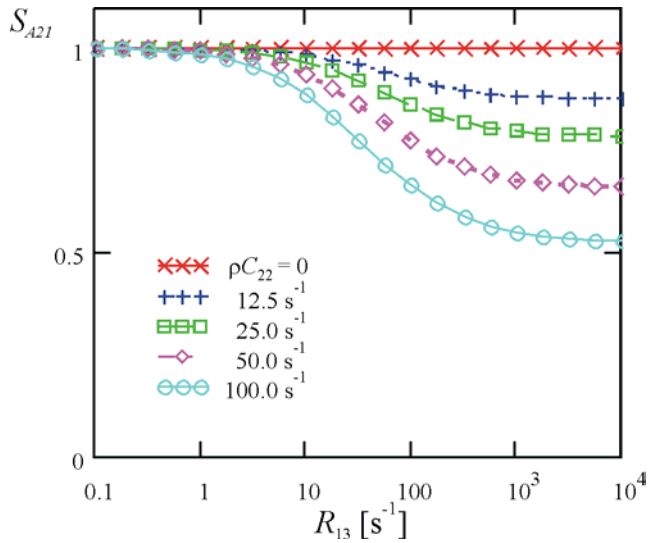


Figura 5.7. Sensibilidad de $\langle \tau_i \rangle$ con respecto a la tasa de decaimiento A_{21} como función de R_{13} . La sensibilidad disminuye con R_{13} y ρC_{22} .

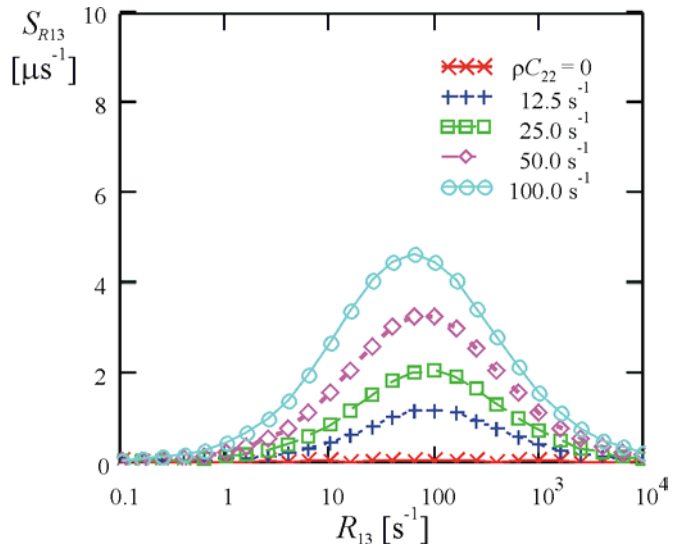


Figura 5.8. Sensibilidad de $\langle \tau_i \rangle$ con respecto a la tasa de bombeo R_{13} como función de R_{13} . La sensibilidad aumenta presenta un máximo alrededor de $R_{13} = 80 s^{-1}$.

involucrada en el cálculo de τ_i . Esto dificulta el uso de la relación constante anterior para determinar A_{21} en mediciones experimentales.

El proceso de CET introduce sensibilidad a la potencia de bombeo con un máximo en aproximadamente R_{13} igual a 80 s^{-1} . La sensibilidad $S_{R_{13}}$ disminuye para altas tasas de bombeo debido a la relación no lineal de la población N_2 con respecto a R_{13} , expresada en la ec. (5.12). Para ilustrar el compromiso entre sensibilidad y SNR, analizamos el caso de la fibra con más alto valor de ρC_{22} para dos tasas distintas de bombeo: 10 y 398 s^{-1} . En ambos casos, la sensibilidad a la tasa de bombeo

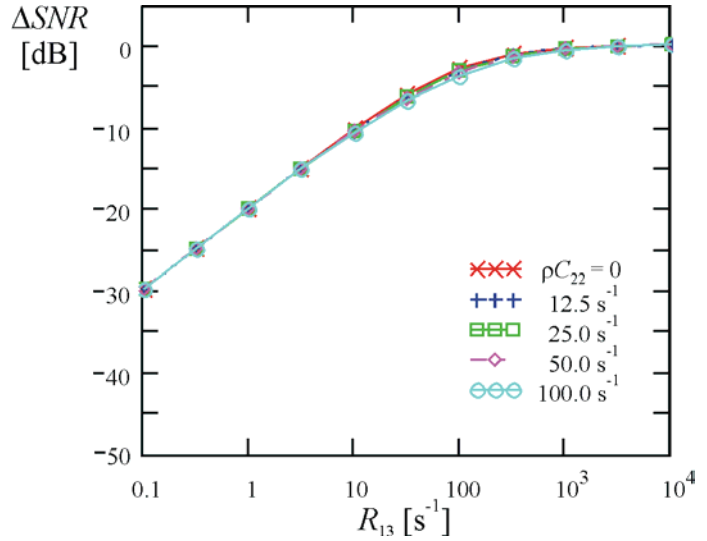


Figura 5.9. Cambio en la relación señal a ruido ΔSNR como función de la tasa de bombeo R_{13} . El cambio en ρC_{22} no afecta de forma significativa a la SNR.

$S_{R_{13}}$ es similar. También observamos que la sensibilidad a A_{21} se reduce en cerca de 65% para la tasa de bombeo más alta. Esta reducción limita la resolución en la determinación de la variable de interés. Sin embargo, la relación señal ruido para R_{13} igual a 10 s^{-1} es aproximadamente 10 dB más baja que con R_{13} igual a 398 s^{-1} . Este aumento en SNR puede ser más importante en el desempeño final del instrumento que la disminución en la sensibilidad con A_{21} .

5.4.2 Efecto de ASE en las figuras de mérito

En el segundo grupo de fibras ideales analizamos el efecto de ASE sobre el desempeño de los dispositivos sensores. En este caso, consideramos un grupo de fibras que no presentan CET. La amplificación en la fibra depende de la constante C_γ , la densidad de iones ρ , y la longitud de la fibra L . La constante C_γ depende en gran medida del traslape de las secciones transversales de emisión y absorción.⁸ Este parámetro depende de la composición del vidrio y no es fácilmente modificable, comparado con la densidad ρ y la longitud L . Por lo tanto, en esta sección nosotros consideramos C_γ como una constante para todas las fibras, siendo ρ y L los grados de libertad. Los cambios en densidad de iones y de longitud tienen idénticos efectos en la emisión guiada en la fibra. Es decir, la reducción de un 50% en la densidad de iones tiene igual efecto que la reducción en un 50% de la longitud de la fibra. Esto se debe a que las constantes ρ y L aparecen

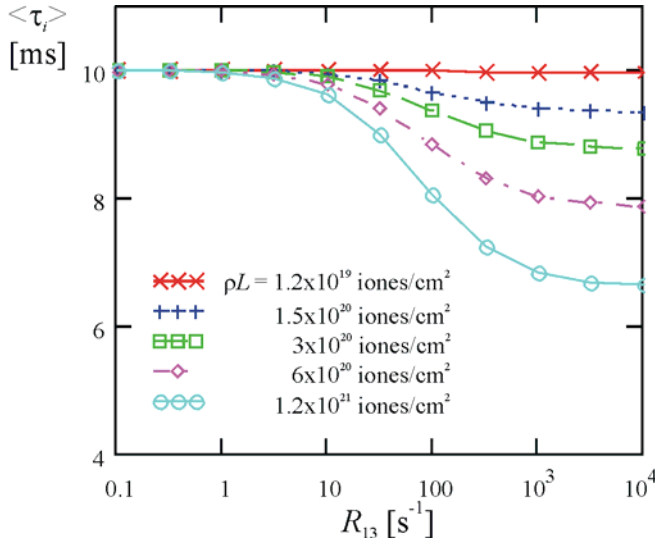


Figura 5.10. Valor promedio $\langle \tau_i \rangle$ como función de la potencia de bombeo R_{13} para fibras con distintos valores de ρL . El promedio de τ_i se evalúa en un intervalo de 20 ms de decaimiento de fluorescencia. ρC_{22} es igual a cero para estas muestras.

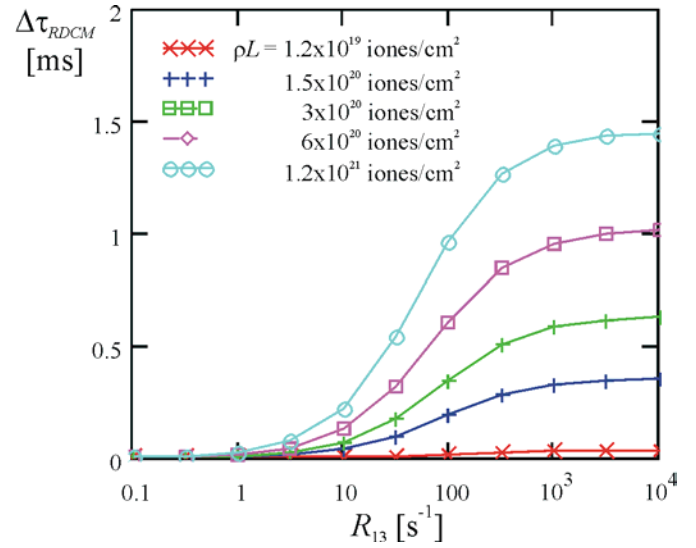


Figura 5.11. Raíz de la diferencia cuadrática media del tiempo instantáneo de decaimiento $\Delta \tau_{RDCM}$ como función de la potencia de bombeo. Mientras más alto es el valor, peor es el ajuste de $\exp(-t/\langle \tau_i \rangle)$ con la curva de decaimiento de fluorescencia $I_{axial}(t)$.

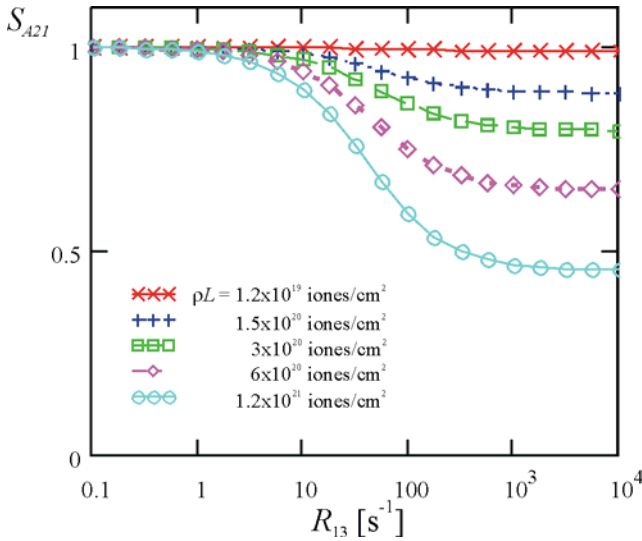


Figura 5.12. Sensibilidad de $\langle \tau_i \rangle$ con respecto a la tasa de decaimiento A_{21} como función de R_{13} . La sensibilidad disminuye con R_{13} y ρL .

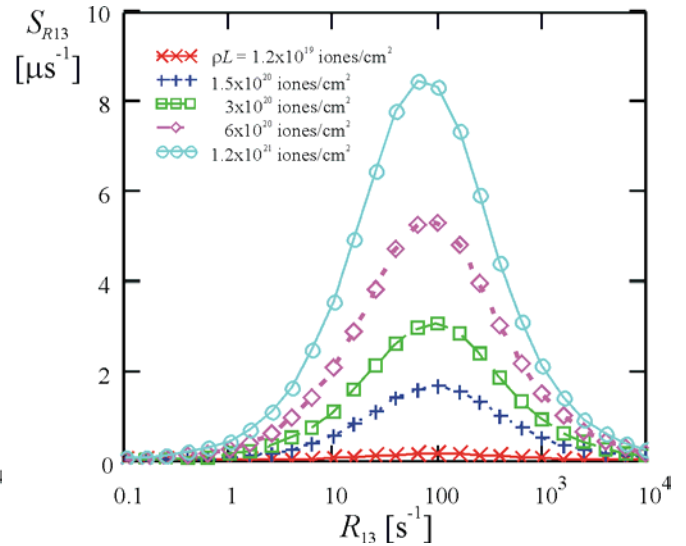


Figura 5.13. Sensibilidad de $\langle \tau_i \rangle$ con respecto a la tasa de bombeo R_{13} como función de R_{13} . La sensibilidad aumenta presenta un máximo alrededor de $R_{13} = 90$ s⁻¹.

siempre como un producto en las ecuaciones que modelan el proceso de ASE y la emisión guiada, como se observa en la ec. (5.12). Entonces, nosotros reducimos los dos grados de libertad, ρ y L , a uno solo: el producto ρL . Simulamos un grupo de cinco fibras con distintos valores de ρL , que

van desde 1.2×10^{19} hasta 1.2×10^{21} iones/cm². La fibra con el valor más alto corresponde aproximadamente a la fibra implementada en nuestro arreglo experimental.

En la figuras 5.10 a 5.14 se muestran las figuras de mérito para este grupo de fibras ideales. Si se comparan con las figuras de mérito del grupo anterior, se observa que el efecto de ASE en el desempeño del dispositivo sensor es comparable con el efecto de CET. La distorsión debida a ASE también reduce

el valor de $\langle \tau_i \rangle$ y afecta el ajuste de la función de decaimiento con la función ideal $\exp(-t/\langle \tau_i \rangle)$. En este caso, no se cumple la relación constante $1/A_{21} - \langle \tau_i \rangle = 1.79 \Delta \tau_{RDCM}$, excepto para valores de R_{13} menores que 1 s^{-1} . Para valores mayores, la proporción de $\Delta \tau_{RDCM}$ con respecto a la reducción $1/A_{21} - \langle \tau_i \rangle$ es mayor que el producido por CET. Esto indica que el ajuste con la función $\exp(-t/\langle \tau_i \rangle)$ es más pobre. Esto se debe a que la intensidad de la fluorescencia guiada presenta un comportamiento exponencial que depende de ρL y de la diferencia $N_2 - N_1$, mientras que el efecto de CET se debe a la dependencia cuadrática con N_2 . Las curvas de sensibilidad con respecto a A_{21} son muy similares en los casos de CET y ASE. En la figura 5.7 observamos que para la fibra $\rho C_{22} = 100 \text{ s}^{-1}$ la sensibilidad $S_{A_{12}}$ se reduce a un poco más del 50%. Este valor es cercano al de la fibra con $\rho L = 1.2 \times 10^{21}$ iones/cm², como se muestra en la figura 5.12. Sin embargo, el proceso de ASE resulta en sensibilidad a bombeo $S_{R_{13}}$ aproximadamente 30% más alta que CET, para el mismo valor de $S_{A_{21}}$. El valor máximo de $S_{R_{13}}$ se encuentra aproximadamente en R_{13} igual a 90 s^{-1} . El cambio en la constante ρL introduce un cambio importante en la relación señal a ruido. Esto se debe a que este producto determina el número de iones en la fibra que participan en el proceso de fluorescencia. La reducción en SNR no es una relación lineal con respecto a ρL , porque la emisión guiada en la fibra depende tanto de la emisión espontánea como de la amplificación. En conclusión, aún cuando el proceso de ASE no influye

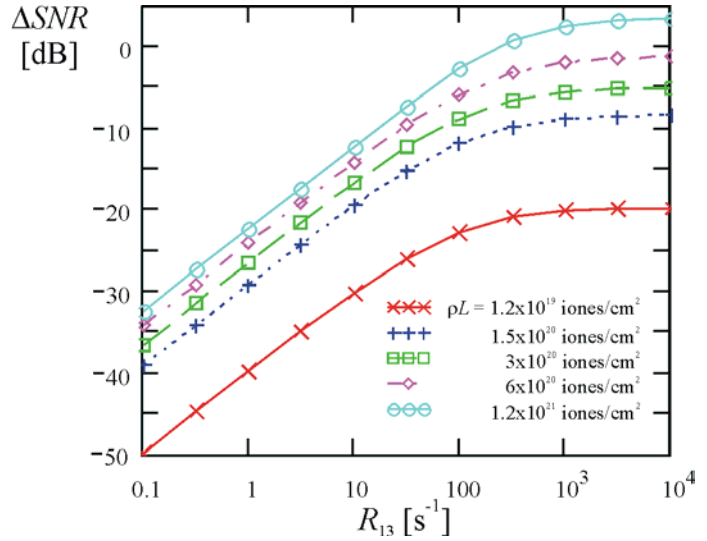


Figura 5.14. Cambio en la relación señal a ruido ΔSNR como función de la tasa de bombeo R_{13} . El cambio en ρL afecta de forma significativa a la SNR.

de forma importante en la población atómica N_2 , la distorsión producida por la amplificación de la emisión guiada introduce un efecto comparable al de CET, para la fibra montada en nuestro arreglo.

5.4.3 El efecto combinado de CET y ASE

En los dos casos anteriores se analizó el efecto individual de CET y ASE sobre el desempeño de los dispositivos. A continuación, analizaremos su efecto combinado. En esta sección tomaremos como base las características de la fibra montada en nuestro arreglo para simular una familia de cinco fibras. Cada fibra se define con una concentración distinta de dopante que va desde 6.25 hasta el 100% de la densidad de iones encontrada en la fibra experimental (1.2×10^{20} iones/cm³). Nosotros estimamos el coeficiente C_{22} en base a la densidad para cada fibra. La dependencia del coeficiente C_{22} con la densidad ρ se aproxima como una relación lineal.^{9,10} Como primera aproximación, consideramos que el coeficiente C_γ es poco dependiente de la densidad de iones, pero el producto ρC_γ sí depende de la misma. En la tabla 5.1 se muestran las características para las cinco fibras. Finalmente, nosotros definimos la longitud L igual a 10 cm para todos los casos.

Tabla 5.1. Características de las 5 fibras simuladas para evaluar el efecto combinado de ASE y CET en el desempeño de dispositivos sensores.

Fibra	ρ [ion/cm ³]	ρC_{22} [s ⁻¹]	ρC_γ [m ⁻¹]	ρL [ion/cm ²]
1	7.5×10^{18} (6.25%)	0.326	0.563	7.5×10^{19}
2	1.5×10^{19} (12.5%)	1.305	1.125	1.5×10^{20}
3	3.0×10^{19} (25.0%)	5.219	2.25	3×10^{20}
4	6.0×10^{19} (50.0%)	20.875	4.5	6×10^{20}
5	1.2×10^{20} (100%)	83.500	9	1.2×10^{21}

En las figuras 5.15 a 5.19 se muestran las figuras de mérito para las 5 fibras definidas en la tabla 5.1. Estas figuras son muy similares a las obtenidas cuando se analizó el efecto individual de CET y ASE, pero el efecto combinado no corresponden directamente a la suma de ambos. La reducción en el tiempo promedio de decaimiento $\langle \tau_i \rangle$ es mayor en este caso donde los efectos de ASE y CET se combinan. Sin embargo, es menor que la suma del efecto individual de los dos procesos. Esto puede observarse comparando las figuras 5.5, 5.10, y 5.15. La raíz de la diferencia cuadrática media $\Delta \tau_{RDCM}$ también es mayor en el caso combinado que en los individuales, pero nuevamente corresponde a una cantidad menor que la suma de CET y ASE. Lo

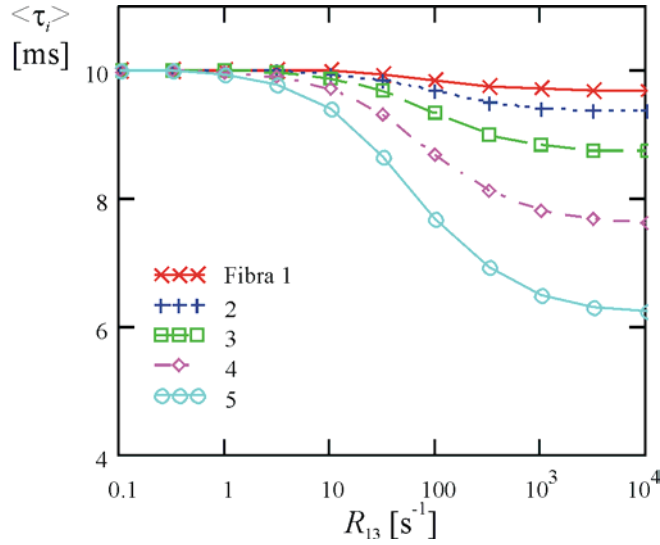


Figura 5.15. Valor promedio $\langle \tau_i \rangle$ como función de la potencia de bombeo R_{13} para las fibras definidas en la tabla 5.1. El promedio de τ_i se evalúa en un intervalo de 20 ms de decaimiento de fluorescencia.

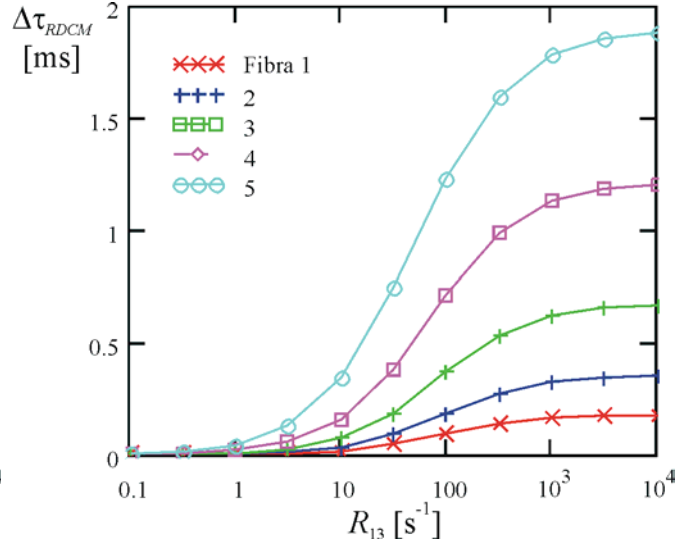


Figura 5.16. Raíz de la diferencia cuadrática media del tiempo instantáneo de decaimiento $\Delta \tau_{RDCM}$ como función de la potencia de bombeo. Mientras más alto es el valor, peor es el ajuste de $\exp(-t/\langle \tau_i \rangle)$ con la curva de decaimiento de fluorescencia $I_{axial}(t)$.

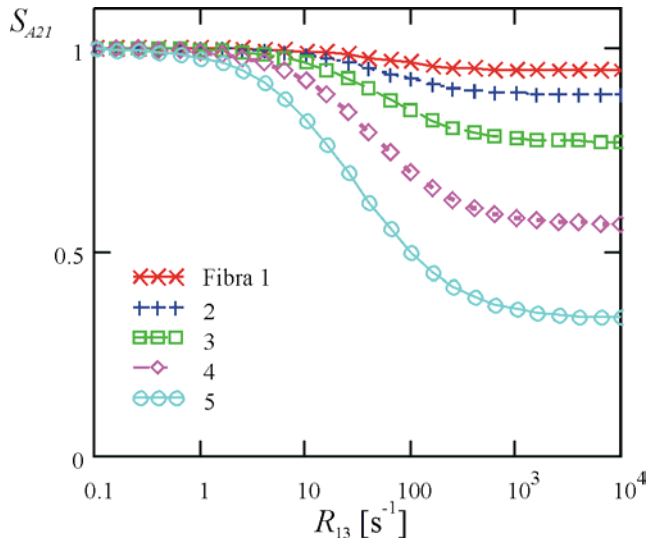


Figura 5.17. Sensibilidad de $\langle \tau_i \rangle$ con respecto a la tasa de decaimiento A_{21} como función de R_{13} . La sensibilidad disminuye cuando R_{13} y ρ aumentan.

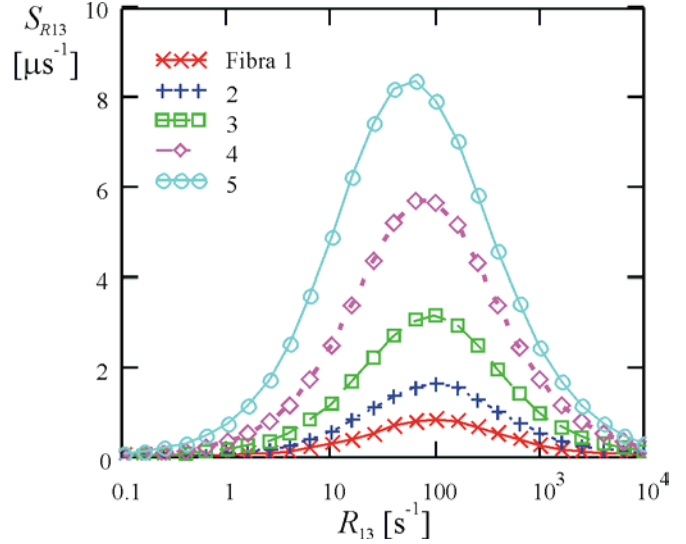


Figura 5.18. Sensibilidad de $\langle \tau_i \rangle$ con respecto a la tasa de bombeo R_{13} como función de R_{13} . La sensibilidad presenta un máximo alrededor de $R_{13} = 90 s^{-1}$.

mismo sucede con la sensibilidad con A_{21} y con la sensibilidad a la tasa de bombeo $S_{R_{13}}$. Por último, la relación señal a ruido presenta se reduce en una proporción que es casi lineal con la densidad de dopante definida para cada fibra.

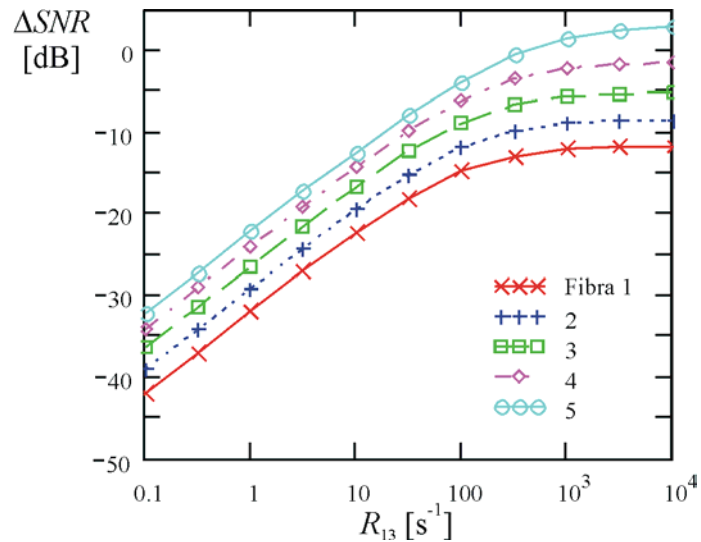


Figura 5.19. Cambio en la relación señal a ruido ΔSNR como función de la tasa de bombeo R_{13} . El cambio en ρ afecta de forma significativa a la SNR.

En las fibras con menor densidad de iones, el efecto de ASE es más importante que el efecto de CET. Esto se debe a que el producto ρC_{γ} que determina la distorsión por ASE depende linealmente de ρ , mientras que el producto ρC_{22} depende de forma cuadrática. Como consecuencia, en las fibras 1 y 2, el efecto de CET es despreciable.

5.5 Diseño de dispositivos basado en figuras de mérito

El diseño de dispositivos sensores basados en tiempo de decaimiento de fluorescencia involucra el compromiso entre varios factores: sensibilidad al parámetro de interés A_{21} , sensibilidad al bombeo R_{13} , y relación señal a ruido SNR. La sensibilidad a A_{21} y la SNR deben maximizarse, mientras que la sensibilidad a R_{13} debe reducirse.

La reducción de la sensibilidad a R_{13} es necesaria en sistemas donde no se tiene control de la atenuación de la señal de bombeo a lo largo del camino óptico que lleva la fibra dopada. Las pérdidas en bombeo cambian con el tiempo y dependen del acoplamiento de los conectores, las pérdidas en la fibra por efectos mecánicos y térmicos, y el envejecimiento de los componentes, entre otros. Nosotros analizamos dos alternativas para la minimización de $S_{R_{13}}$. La primera

consiste en bombeo de baja potencia. Con esta alternativa obtenemos un desempeño cercano al ideal en términos de S_{A12} y S_{R13} , pero la relación señal a ruido se ve limitada. La segunda opción es bombear con altas potencias de bombeo. Para potencias suficientemente altas, la S_{R13} se reduce a valores aceptables, y la SNR se incrementa de forma importante. Sin embargo, la sensibilidad S_{A21} se reduce debido a la competencia de EE con CET y a la distorsión por ASE.

5.5.1 Dispositivos para baja potencia de bombeo

Para tasas de bombeo bajas (menores a 1 s^{-1}), el decaimiento de fluorescencia ajusta bien a una exponencial simple para todas las fibras de la tabla 5.1. Esto se refleja en un valor pequeño de $\Delta\tau_{RDCM}$, como se muestra en la figura 5.16. En este régimen de bombeo, la función de decaimiento esta dada por $\exp(-t/\tau)$, donde τ aproxima a $1/A_{12}$ con un error menor al 2 %. En la figura 5.17 observamos que la sensibilidad S_{A12} se acerca a su valor ideal, que es 1. De la misma forma, en la figura 5.18 podemos ver que S_{R13} se reduce acercándose también al valor ideal, que es cero. Este comportamiento es similar para todas las fibras. Sin embargo, la relación señal a ruido cambia de forma importante de fibra a fibra. En esta sección comparamos el comportamiento de las fibras bajo el régimen de bombeo de baja potencia. Nuestro objetivo es determina cuál es la fibra ideal para este régimen de bombeo.

Nosotros definimos de forma arbitraria $\Delta\tau_{RDCM} < 0.0425 \text{ ms}$ como la condición que debe cumplirse para considerar que el decaimiento aproxima bien a la función $\exp(-t/\tau)$. Esta condición se satisface para tasas de bombeo R_{13} que van desde 28 s^{-1} para la fibra 1, hasta 1 s^{-1} para la fibra 5, como se observa en la figura 5.16. Las figuras de mérito evaluadas para las cinco fibras se muestran en la tabla 5.2. Las fibras bajo prueba presentan un desempeño casi ideal en términos de S_{A21} y S_{R13} . La sensibilidad a A_{21} , S_{A21} , va desde 0.975 hasta 0.981. Además, la sensibilidad al bombeo S_{R13} es igualmente baja para las cinco fibras, con un valor promedio de $0.7 \mu\text{s}$. La principal diferencia entra las fibras se observa en la relación señal a ruido, donde la fibra con más baja densidad de iones presentó el más alto valor de ΔSNR . Esto se debe a que en la fibra de más bajo dopante se puede excitar un número absoluto de iones más grande porque las probabilidades de CET y ASE son más bajas. Por ejemplo, la densidad de iones de la fibra 1 es 16 veces menor que aquella de la fibra 5, pero la población relativa en estado excitado N_{2s} es 21

veces más alta. Dadas las condiciones de la tabla 5.2, la fibra 1 presenta 31 % más iones en estado excitado justo antes de apagar el bombeo. En consecuencia, la diferencia en SNR entre la fibra 5 y la fibra 1 es de 3.8 dB. Es decir, la señal de la fibra 1 es aproximadamente 140 % más intensa que aquella de la fibra 5. La fibra 1 se encuentra cerca del límite teórico para la máxima SNR. En la figura 5.20 se muestra el cambio ΔSNR como función de la densidad de iones para fibras mostradas en la tabla 5.1. Para fibras con menor densidad de iones, comparadas con la fibra 1, la SNR se reduce porque la intensidad de fluorescencia esta limitada por el bajo número de iones.

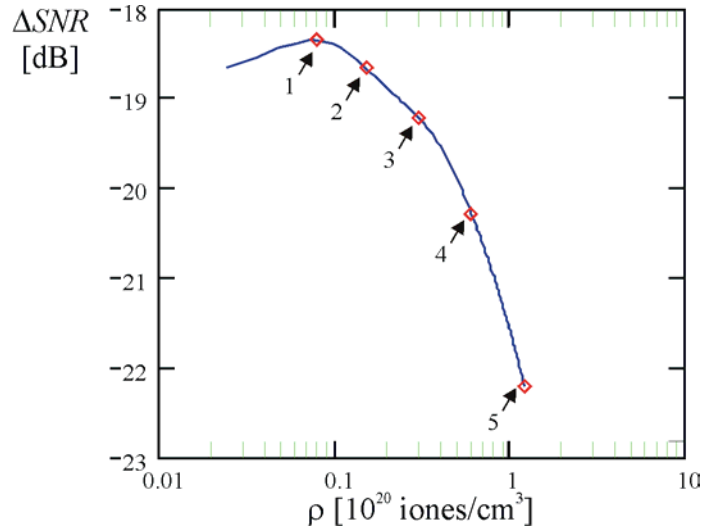


Figura 5.20. Incremento en la relación señal a ruido ΔSNR como función de la densidad para las cinco fibras de la tabla 5.1. Para todos los casos se cumple la condición $\Delta\tau_{\text{RDCM}}$ igual a 0.0425 ms. Los rombos indican los valores evaluados para las fibras, según la tabla 5.2.

Tabla 5.2. Figuras de mérito para las fibras de la tabla 5.1 cuando la tasa de bombeo de bombeo R_{13} se limita para satisfacer la condición de baja potencia de bombeo: $\Delta\tau_{\text{RDCM}} < 0.0425$ ms.

Fibra	R_{13} [s^{-1}]	N_{2s} [%]	$\Delta\tau_{\text{RDCM}}$ [ms]	S_{A21}	S_{R13} [μs]	ΔSNR [dB]
1	28.0	21.9	0.0425	0.981	0.59	-18.35
2	12.4	11.0	0.0425	0.980	0.67	-18.66
3	5.5	5.2	0.0425	0.979	0.71	-19.21
4	2.4	2.3	0.0425	0.978	0.73	-20.28
5	1.0	1	0.0425	0.976	0.74	-22.19

De los resultados anteriores podemos inferir que es preferible utilizar fibras con baja densidad de iones para fabricar dispositivos sensores cuando éstos se bombean con baja potencia. La fibra 1, con menor densidad, presenta el mejor valor para ΔSNR con -18.35 dB. Este corresponde aproximadamente a una reducción de 2 décadas en la intensidad de señal, comparada con la medición para $P_b = 37$ mW ($R_{13} \approx 1780 \text{ s}^{-1}$) de la figura 5.2. Nosotros estimamos la potencia pico incidente sobre el detector igual a 55 nW para esa potencia de bombeo. Entonces, la potencia incidente sería de tan solo 550 pW cuando la tasa de bombeo R_{13} se limita a 28 s^{-1} para la fibra 1. Este nivel de señal se encuentra cerca del límite de rango dinámico nuestro

sistema de detección de fluorescencia. Adicionalmente, la señal se atenúa típicamente 2 dB/km en la fibra de comunicaciones, más las pérdidas en los conectores. Considerando estos factores, la intensidad de señal es un factor determinante que limita la factibilidad de sensores remotos cuando la potencia de bombeo se reduce para lograr un decaimiento exponencial simple.

Para las fibras de bajo dopante, como la 1 y la 2, el proceso de ASE es el principal responsable de la degradación del desempeño en términos de S_{A21} y S_{R13} . Las fibras dopadas comerciales están diseñadas específicamente para favorecer la amplificación. Los iones se concentran en un núcleo dopado de 1.5 μm de diámetro aproximadamente, mientras que el diámetro del modo guiado se limita a 3 μm . En contraste, las fibras monomodo típicas para comunicaciones y bombeo presentan un diámetro de modo de aproximadamente 8 μm . La geometría de las fibras dopadas tiene como objeto maximizar la densidad de energía en el núcleo dopado para favorecer la inversión de población y, por ende, la amplificación. Esta característica particular perjudica su desempeño como dispositivos sensores, aumentando la sensibilidad con R_{13} . Una alternativa para mejorar el desempeño es fabricar las fibras dopadas con diámetros mayores para el núcleo dopado y el modo guiado. De esta forma, se incrementa la SNR al haber más iones disponibles, mientras que se mantiene la densidad y la longitud. Adicionalmente, se reducen las pérdidas que resultan en la unión de la fibra de comunicaciones con la fibra dopada. Esta pérdida que alcanza hasta 3 dB se debe a la diferencia en el diámetro de los modos guiados.

5.5.2 Dispositivos para alta potencia de bombeo

Nosotros definimos alta potencia de bombeo cuando la tasa R_{13} es suficiente para alcanzar la inversión de población en la fibra dopada. Para las pruebas anteriores con baja potencia de bombeo, la población en estado excitado no excedió el 28 % en el caso más alto. De ahí resulta el valor relativamente bajo de SNR obtenido. En la figura 5.18 se muestra que es posible obtener valores aceptablemente bajos de S_{R13} cuando se bombea con tasas que superan 1000 s^{-1} . En estas condiciones, se obtienen un incremento importante en la relación SNR como se aprecia en la figura 5.19. Al mismo tiempo, la sensibilidad S_{A21} se reduce, reflejando el compromiso entre S_{A21} , S_{R13} , y SNR. En esta sección compararemos el desempeño de las fibras para bombeo de alta intensidad.

Con el fin de realizar una comparación con el caso anterior, definimos $S_{R13} = 0.70 \mu\text{s}$ como la condición para establecer la tasa de bombeo. En la tabla 5.3 se muestran las figuras de mérito para las 5 fibras. El decaimiento de fluorescencia para la fibra 5 coincide con las características de la fibra y condiciones de bombeo para $P_b = 37 \text{ mW}$ de la figura 5.2.

Tabla 5.3. Figuras de mérito para las fibras de la tabla 5.1 cuando la tasa de bombeo de bombeo R_{13} se limita para satisfacer la condición de alta potencia de bombeo $S_{R13} = 0.7 \mu\text{s}$.

Fibra	$R_{13} [\text{s}^{-1}]$	$N_{2s} [\%]$	$\Delta\tau_{RDCM} [\text{ms}]$	S_{A21}	$S_{R13} [\mu\text{s}]$	$\Delta\text{SNR} [\text{dB}]$
1	234.0	70.0	0.133	0.951	0.7	-13.15
2	676.0	87.0	0.310	0.895	0.7	-9.2
3	1476.0	93.4	0.636	0.784	0.7	-5.5
4	2767.0	95.8	1.180	0.582	0.7	-1.7
5	4257.0	95.9	1.865	0.350	0.7	+2.7

La tasa de bombeo R_{13} para cada una de las fibras corresponde al mínimo valor de R_{13} , después del máximo de S_{R13} , para el cual se cumple la condición de sensibilidad $S_{R13} = 0.7 \mu\text{s}$. Esta tasa se incrementa con la densidad de iones. Para todas las fibras se cumple que la población N_2 en estado estable es mayor que el 50 %. Esto tiene como consecuencia que los eventos de UC por CET sea mucho más frecuentes, y que también se presente ganancia por ASE mayor a 0 dB en la emisión guiada. Como consecuencia, las curvas de decaimiento de fluorescencia no ajustan bien a la función $\exp(-t/\tau)$, como se muestra en la figura 5.21.

Únicamente las fibras 1 y 2, cuyos valores de $\Delta\tau_{RDCM}$ son menores a 0.3 ms, decaen como una función exponencial. En el resto de las fibras, la competencia entre CET y EE, así como la distorsión por ASE, reducen de forma significativa la sensibilidad S_{A21} . Para todas las fibras se cumple que la condición $S_{R13} < 0.7 \mu\text{s}$ coincide casi con el valor asintótico mínimo de S_{A21} , como se observa en la figura 5.17. En el caso de la fibra 5, la sensibilidad a A_{21} se ha reducido hasta

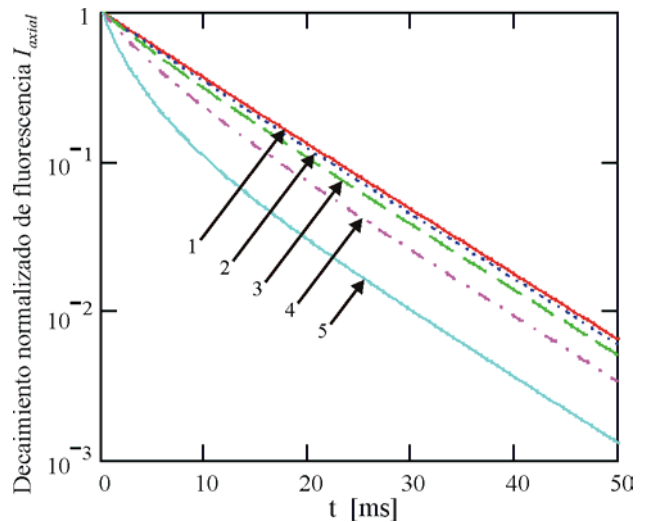


Figura 5.21. Decaimiento normalizado de fluorescencia I_{axial} para las fibras de la tabla 5.1, bajo las condiciones de bombeo indicadas en la tabla 5.3. Sólo las fibras con baja concentración de iones (1 y 2) decaen aproximadamente como $\exp(-t/\tau)$.

casi 35 %, lo cual limita la resolución del dispositivo sensor. Como resultado del incremento en R_{13} , la relación señal a ruido se incrementa de forma importante, como se muestra en la figura 5.22. En este caso, ΔSNR se incrementa con la densidad de iones. Esto se debe al mayor número de iones en la fibra, al aumento en la población relativa en estado excitado N_{2s} , y al efecto de amplificación de la emisión espontánea. Para la fibra 5, con la más alta densidad, el incremento en SNR de aproximadamente 24 dB, comparado aquel de bombeo de baja potencia. Para la fibra 1, la mejora es de 5 dB. La diferencia entre la intensidad de señal de las fibras 5 y 1 es de 15.8 dB.

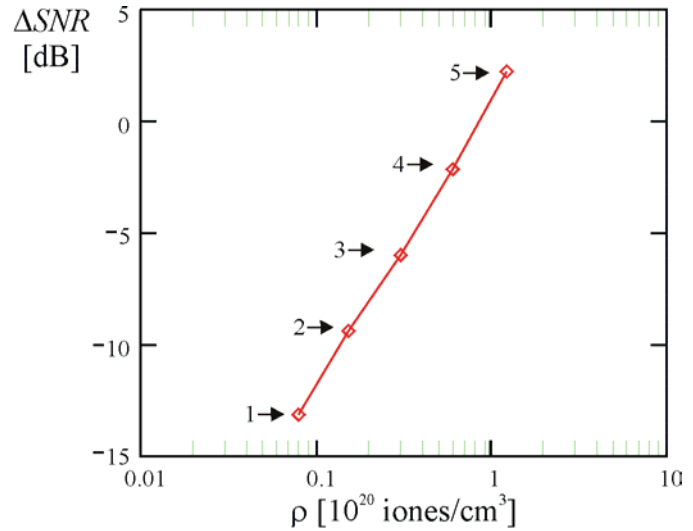


Figura 5.22. Incremento en la relación señal a ruido ΔSNR como función de la densidad para las cinco fibras de la tabla 5.3. Para todos los casos se cumple la condición $S_{R13} < 0.7 \mu\text{s}$. Los rombos indican los valores evaluados para las fibras.

En este caso, la ventaja de una fibra de baja densidad de iones con respecto a otra de alta densidad es más difícil de establecer. La fibra 5 presenta 15 dB más en la relación señal a ruido, comparada con la fibra 1. Es decir, la señal de la fibra 1 es aproximadamente 31 veces más débil. Sin embargo, la sensibilidad a la variable de interés S_{A21} se reduce en casi 35 % en la fibra 5. En contraste, la sensibilidad para la fibra 1 se redujo tan solo 5%. Ahora bien, si la sensibilidad S_{A21} disminuye, entonces la incertidumbre por cambios en la potencia de bombeo se incrementa en una proporción inversa. Por ejemplo, la sensibilidad de $1/A_{21}$ con respecto a la temperatura es de 2 $\mu\text{s/K}$ a temperatura ambiente para la fibra montada en el arreglo. Entonces, la sensibilidad del sensor para la fibra 5 disminuye a 0.7 $\mu\text{s/K}$ por la reducción de S_{A21} . Si la potencia de bombeo cambia en un 1%, entonces la incertidumbre para la fibra 5 será de 1 K. Para la fibra 1, la sensibilidad del sensor sería de 1.9 $\mu\text{s/K}$, y la incertidumbre a un cambio de 1% en el bombeo es de tan solo 0.37 K.

La tasa de bombeo de la fibra 1 corresponde al mínimo valor de R_{13} donde se satisface la condición de sensibilidad a bombeo. En la figura 5.17 observamos que es posible incrementar la tasa de bombeo sin reducir de forma significativa la sensibilidad S_{A21} . Si se iguala la tasa de bombeo a 1800 s^{-1} , obtenemos un incremento adicional de 1.5 dB en SNR, mientras que S_{A21} se mantiene por arriba de 0.94.

En conclusión, si se desea el mejor desempeño en términos de S_{A21} y S_{R13} , es conveniente utilizar fibras de baja concentración de dopante, como es el caso de la fibra 1. Si se requiere un alto valor de SNR para mediciones remotas, entonces el uso de fibras de alta concentración de dopantes es una alternativa viable, aún cuando el valor de S_{A21} se reduce en una proporción importante. Para cualquier fibra, la región de máxima sensibilidad S_{R13} debe evitarse con el fin de minimizar la incertidumbre en las mediciones.

5.6 Dispositivos con controlador de bombeo con retroalimentación de lazo cerrado

La estabilidad en la potencia de bombeo es un factor determinante en la incertidumbre del instrumento. Las configuraciones que permiten obtener los valores más altos de SNR, como fibras mayores a 5 cm o con alta concentración de dopante, son especialmente susceptibles a variaciones en el bombeo. Anteriormente establecimos que aún bombeando en una zona de baja sensibilidad, una desviación de 1% en la tasa de bombeo puede introducir una incertidumbre cercana a 1 K, en sensores de temperatura. En sensores de esfuerzo la tolerancia es aún más crítica, porque la sensibilidad a la variable de interés es menor. En todos los casos, es necesario reproducir en campo las condiciones de bombeo usadas durante la calibración del instrumento, porque la sensibilidad S_{A12} depende de R_{13} . En condiciones de laboratorio es posible mantener estabilidad dentro de 1 % (± 0.04 dB) durante cortos periodos de tiempo usando bombeo de lazo abierto. Nosotros consideramos lazo abierto cuando la potencia de bombeo es constante para una serie consecutiva de pulsos, y no se modifica para compensar los cambios temporales en la atenuación en el camino óptico hasta la fibra dopada. En instalaciones en campo, la estabilidad a largo plazo se ve afectada por la deriva del sistema de alimentación del láser, envejecimiento de los componentes, cambios en la temperatura, cambios de acoplamiento óptico, doblamiento de la fibra, vibraciones, etc. Adicionalmente, la pérdida de bombeo en la fibra es del orden de 2.5

dB/km (fibra Corning, HI980-J9). Esto significa que las pérdidas en la fibra de comunicaciones ente el módulo de bombeo y el segmento de fibra dopada deben ser consideradas al momento de la calibración, así como las pérdidas de los conectores. Si la atenuación se modifica posteriormente por cualquier causa, la incertidumbre del instrumento se incrementa al perder validez la calibración.

Nosotros proponemos un novedoso sistema de lazo cerrado que es capaz de ajustar la potencia de bombeo de forma automática y sin intervención externa. Este sistema permite reproducir en campo las condiciones de bombeo utilizadas durante la calibración en laboratorio, así como mantener la estabilidad a largo plazo en la potencia efectiva de bombeo en la fibra.

5.6.1 Descripción del sistema de lazo cerrado

El sistema de lazo cerrado requiere de retroalimentación para estimar la potencia efectiva de bombeo en la fibra dopada. Esta retroalimentación no se puede realizar midiendo la intensidad de fluorescencia,^{11,12,13} puesto que esta también se ve alterada por la atenuación en el camino óptico. Nosotros estimamos la tasa efectiva en base a las características temporales de la emisión de fluorescencia en el borde de subida del pulso de bombeo. Despreciando las transiciones por CET y ASE, la población N_2 después del borde de subida de un escalón de bombeo esta dada por $N_{2r}(t)$:

$$N_{2r}(t) = \frac{R_{13}}{R_{13} + A_{21}} \{ 1 - \exp[-(R_{13} + A_{21})t] \} \quad t_{on} \leq t < t_{off}. \quad (5.20)$$

Aquí, t_{on} es el instante de encendido del pulso cuadrado de bombeo y t_{off} es el tiempo de apagado. R_{13} es la tasa constante de bombeo durante el pulso. $N_{2r}(t)$ es una función exponencial cuya constante de tiempo disminuye cuando la tasa R_{13} aumenta. La solución completa para la intensidad de fluorescencia I_{axial} medida con el detector axial es más compleja cuando se consideran las transiciones por CET y la amplificación por ASE, pero la dependencia con R_{13} se mantiene. En la figura 5.23 se comparan las curvas normalizadas de fluorescencia I_{axial} para la fibra 5 de la tabla 5.1. Cada curva corresponde a una tasa de bombeo distinta. El tiempo de

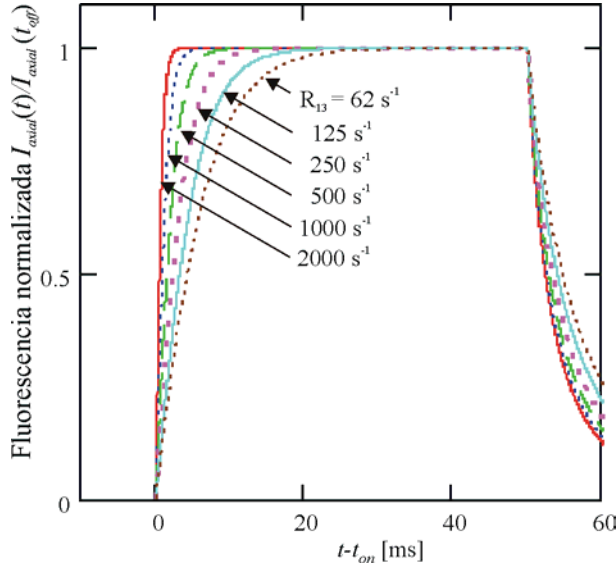


Figura 5.23. Intensidad de fluorescencia normalizada para bombeo pulsado con 5 distintas tasas de bombeo. El tiempo de subida se reduce cuando aumenta la tasa de bombeo.

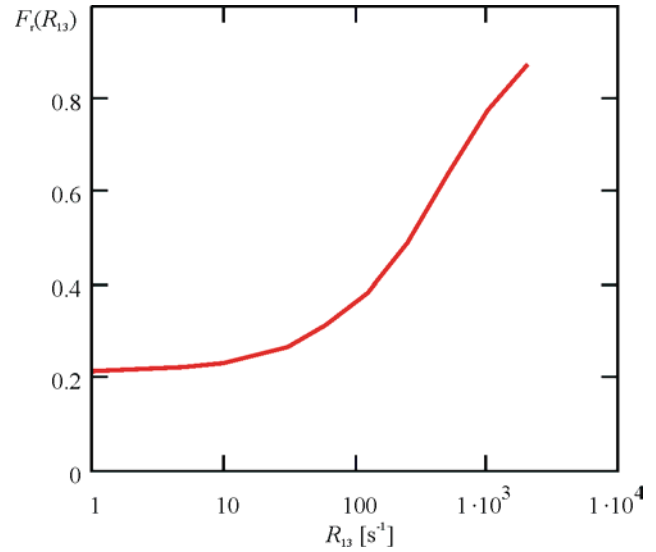


Figura 5.24. Funcional F_r como función de la tasa de bombeo R_{13} para la fibra 5 de la tabla 5.1. F_r es monótonamente creciente con la tasa de bombeo.

subida se reduce cuando se incrementa R_{13} . Nosotros definimos el funcional F_r como la integral normalizada de los primeros 5 ms del tiempo de subida.

$$F_r = \frac{\frac{1}{5ms} \int_{t_{on}}^{t_{on}+5ms} I_{axial}(t) dt}{\frac{1}{1ms} \int_{t_{off}-1ms}^{t_{off}} I_{axial}(t) dt} \quad (5.21)$$

El funcional F_r es aproximadamente proporcional al inverso del tiempo de subida de I_{axial} . En numerador corresponde a la integral durante los primeros 5 ms de subida, mientras que el denominador proporciona el factor de normalización. La definición basada en integrales minimiza la sensibilidad al ruido presente en las mediciones. Nosotros fijamos el ancho del pulso, $t_{off} - t_{on}$, como 100 ms con el fin de asegurar el estado estable antes de t_{off} menos 1 ms. En la figura 5.24 se muestran F_r como función de R_{13} , evaluado para las curvas de la figura 5.23. El funcional F_r es una función monótonamente creciente con R_{13} , cuyos valores extremos son asintóticos. El valor máximo de F_r es 1 (uno) cuando la tasa de bombeo R_{13} es infinita. Su valor mínimo es aproximadamente 0.213 cuando R_{13} aproxima cero y A_{21} es igual a 100 s^{-1} . Aún cuando F_r no es una función lineal, su relación con R_{13} es unívoca.

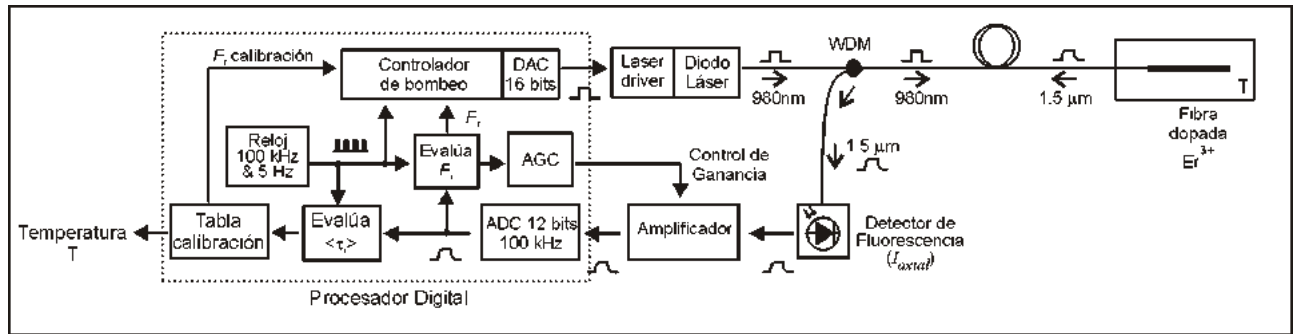


Figura 5.25. Diagrama a bloques del sensor de temperatura con controlador de lazo cerrado de potencia de bombeo. El controlador, en conjunto con el DAC y el reloj sustituyen al generador de funciones de la figura 5.1.

Para solucionar el problema de calibración in situ, nosotros proponemos que el dispositivo sensor de fibra sea caracterizado en laboratorio fijando el parámetro F_r a un valor conocido. Durante la calibración se determina la curva de temperatura o esfuerzo, según el caso, como función del tiempo promedio de decaimiento $\langle \tau_i \rangle$. En la instalación en campo, el controlador de bombeo debe ajustar automáticamente la potencia de tal forma que el valor de F_r coincida con aquel establecido durante la caracterización del dispositivo. De esta forma, se asegura que la tasa efectiva de bombeo R_{I3} sea igual en ambos casos. Entonces, la variable de interés puede ser determinada por medio de la tabla de calibración.

En la figura 5.25 se muestra el esquema a bloques del instrumento con ajuste automático bombeo de lazo cerrado que hemos propuesto. La tabla de calibración contiene la información de temperatura (o la variable de interés) como función del tiempo promedio $\langle \tau_i \rangle$, así como el valor del parámetro F_r fijado durante la calibración. El controlador de bombeo, en conjunto con el convertidor digital analógico DAC y el reloj, sustituyen al generador de funciones de la figura 5.1. El controlador compara el valor de F_r evaluado para el último pulso de bombeo contra el valor de calibración. Si el valor de calibración es más alto, entonces incrementa la potencia de bombeo para el siguiente pulso, en caso contrario la disminuye. Sincronizado por medio de un reloj de 100 kHz y 5 Hz, el control de bombeo genera la señal analógica del pulso que sirve como entrada al manejador del láser. La emisión de bombeo es proporcional a esta señal y se conduce hacia la fibra dopada por medio de la fibra de comunicaciones. La señal de fluorescencia se conduce en dirección contraria por la misma fibra y es desviada por el WDM hacia el detector axial. El amplificador de ganancia variable acondiciona la señal del detector y ésta es digitalizada

por medio del convertidor analógico a digital ADC. El valor de F_r para el último pulso se determina numéricamente por medio de la expresión para tiempo discreto que corresponde a la ec. (5.21). La ganancia del amplificador que precede al convertidor analógico a digital ADC se ajusta automáticamente para que la amplitud máxima del pulso digitalizado se encuentre dentro del intervalo 40-90% del rango dinámico del convertidor. La misma señal digitalizada por el ADC se usa para la evaluación del tiempo de decaimiento promedio $\langle \tau_i \rangle$. Por medio de la tabla de calibración, se determina la temperatura correspondiente.

En la figura 5.26 se muestra el diagrama de flujo de la rutina del controlador de lazo cerrado. El controlador de lazo cerrado realiza dos funciones. La principal es ajustar la potencia de bombeo P_b para igualar el funcional F_r medido con aquel fijado durante la calibración. La segunda es determinar la ganancia AGC del amplificador que precede el DAC.

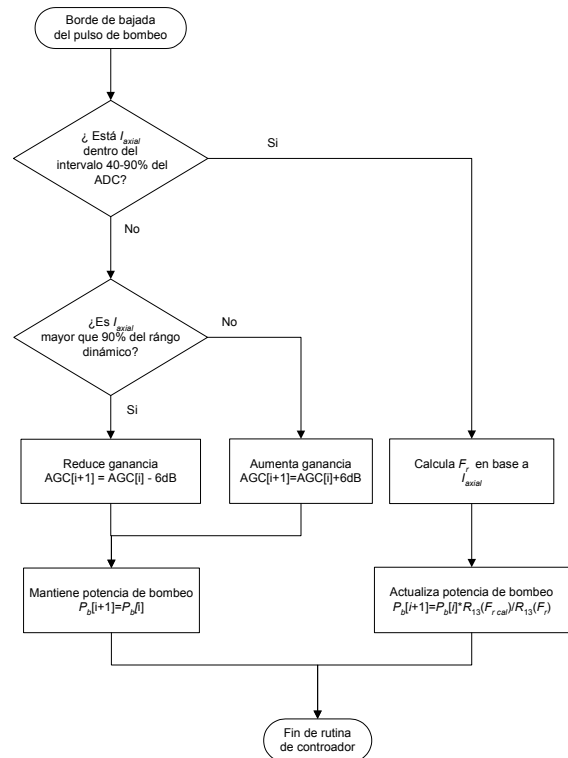


Figura 5.26. Diagrama de flujo simplificado para el controlador de bombeo de lazo cerrado. La rutina del controlador se invoca después de borde de baja del pulso de bombeo.

5.6.2 Respuesta temporal del sistema de lazo cerrado

Nosotros simulamos el sistema de lazo cerrado de la figura 5.25, agregando el bloque del procesador digital a nuestro programa de solución numérica de las ecuaciones de balance de población. De esta forma, evaluamos el desempeño del dispositivo sensor con control de bombeo de lazo cerrado. El código fuente del simulador se incluye en el Apéndice D.

La relación entre F_r y la tasa de bombeo R_{13} es fuertemente no lineal, como se muestra en la figura 5.24. Nosotros encontramos que el desempeño de un controlador de bombeo basado en arquitectura Proporcional+Integral+Derivativo¹⁴ (PID) no es eficiente en este caso. La

estabilidad del sistema depende en gran medida de la diferencia entre el valor de F_r para el último pulso y el valor de calibración o referencia. Para mejorar el desempeño, nosotros diseñamos un controlador basado en un algoritmo diferente que proporciona mejor estabilidad y velocidad de establecimiento. El funcionamiento del controlador de bombeo se basa en el conocimiento previo de la relación entre F_r y R_{13} de la figura 5.24. Nosotros definimos $R_{13}(F_r)$ como el valor de R_{13} estimado por interpolación de la curva de la figura 5.24 para un valor F_r conocido. Entonces, la potencia de bombeo para el pulso de bombeo $i+1$, esta dada por la siguiente expresión:

$$P_b[i+1] = P_b[i] \cdot \frac{R_{13}(F_r \text{ cal})}{R_{13}(F_r[i])}, \quad [W] \quad (5.22)$$

donde $P_b[i+1]$ es la potencia de bombeo para el próximo pulso, $P_b[i]$ es la potencia aplicada en el último pulso, $F_r \text{ cal}$ es el valor de F_r definido en la tabla de calibración del sensor, $F_r[i]$ es el valor de F_r evaluado para el último pulso, y $R_{13}(F_r)$ es la función que estima el valor de R_{13} por medio de interpolación de la curva en la figura 5.24. La expresión (5.22) equivale a la compensación por regla de tres entre la potencia de bombeo y la tasa efectiva de absorción. $P_b[i+1]$ se determina justo después del borde negativo del pulso de bombeo i . Nosotros encontramos que no es necesario determinar la relación entre F_r y R_{13} para cada fibra individual. Nosotros simulamos el desempeño de diferentes fibras dopadas utilizando para ello la misma curva de la figura 5.24. Debido a la naturaleza iterativa del control de lazo cerrado, el desempeño fue muy similar en todos los casos.

Para mostrar el desempeño del sistema de bombeo retroalimentado, simulamos un dispositivo basado en la fibra 5 de la tabla 5.1. Definimos el valor de F_r como 0.36, lo cual corresponde a una tasa de bombeo R_{13} aproximadamente igual a 100 s^{-1} . En este punto, la sensibilidad a bombeo S_{R13} es cercana al máximo, según la figura 5.18. Para la simulación, se agregó ruido con distribución uniforme a la medición I_{axial} . La razón señal sobre ruido resultante es 48 dB. En la figura 5.27 se muestran los diagramas de tiempo para comportamiento del controlador de bombeo de lazo cerrado. Se muestra la potencia de bombeo P_b , la ganancia del amplificador del detector axial AGC, la atenuación en la fibra de comunicaciones A , la potencia de fluorescencia sobre el detector axial I_{axial} , la población N_2 promedio en la fibra, el tiempo

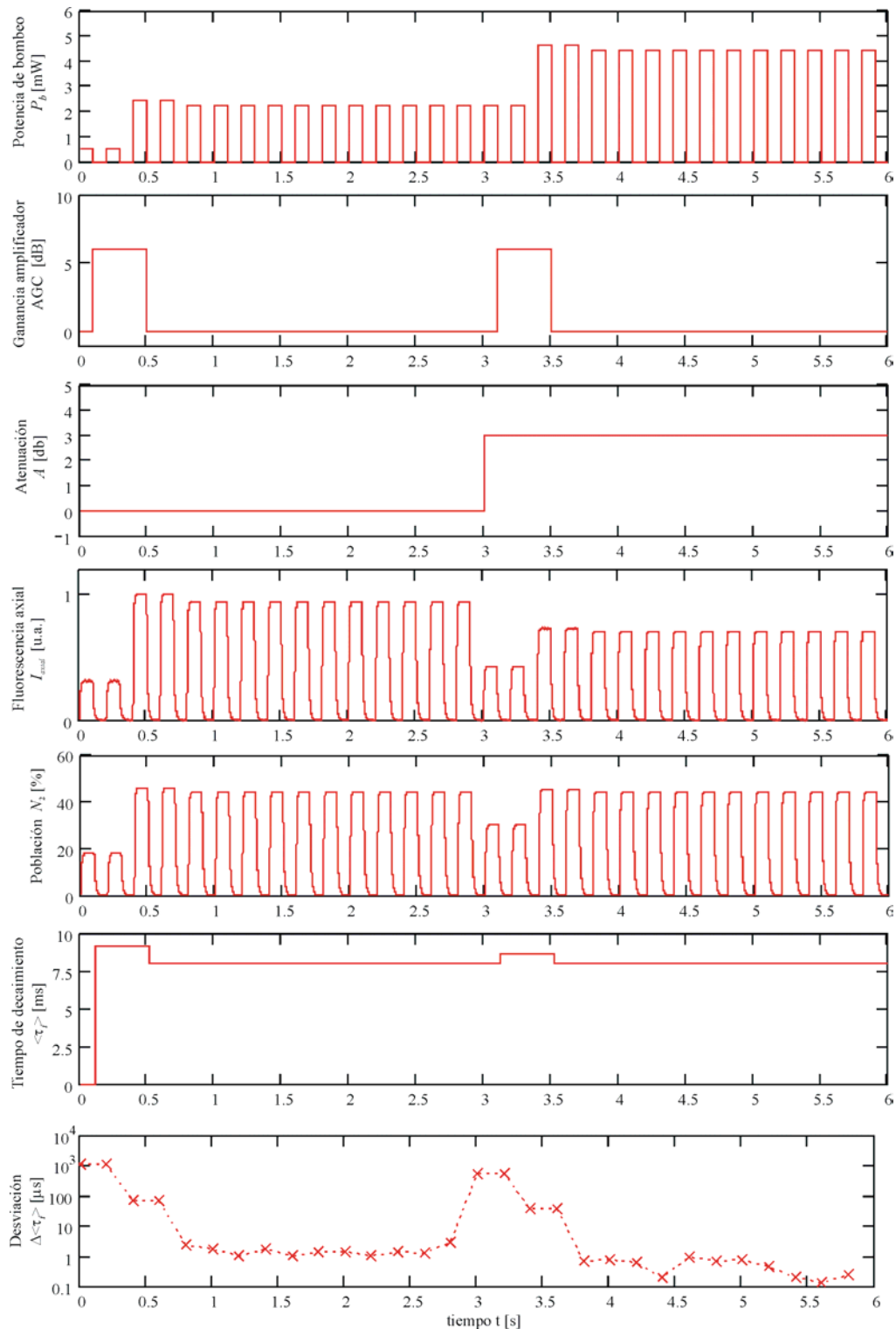


Figura 5.27. Diagramas de tiempo para el sistema de control de lazo cerrado para la fibra 5, con una tasa de bombeo aproximada de 100 s^{-1} . El instrumento se enciende en tiempo t igual a cero. En tiempo t igual a 3 s se incrementa la atenuación del camino óptico en 3 dB. El sistema se estabiliza en 4 ciclos con una desviación menor a 1%.

promedio de decaimiento $\langle \tau_i \rangle$, y la diferencia de $\langle \tau_i \rangle$ con respecto al promedio en estado estable, $\Delta \langle \tau_i \rangle$. Para el arranque del sistema en $t = 0$, nosotros definimos de forma arbitraria la potencia de bombeo $P_b = 0.5$ mW, y la ganancia del amplificador AGC = 0 dB. En el primer pulso de bombeo, la ganancia AGC es demasiado baja para mantener la señal del detector axial dentro del intervalo 40 – 90% del ADC. Entonces, el controlador duplica la ganancia AGC para el siguiente pulso, mientras que la potencia de bombeo se mantiene sin cambio. Durante el segundo pulso la ganancia AGC es adecuada, por lo que F_r se calcula. En base a F_r , el valor de P_b para el tercer pulso se incrementa a 2.4 mW. En el tercer pulso, el ADC se satura debido al incremento en la señal de fluorescencia sobre el detector axial. La ganancia se reduce para el cuarto pulso, mientras P_b se mantiene en 2.5 mW. En el cuarto pulso, la señal I_{axial} se encuentra dentro del rango dinámico del ADC esta dentro de rango dinámico y el P_b ha alcanzado el valor de estado estable. Durante los siguientes 2.5 segundos aproximadamente, la población N_2 justo antes de apagar el bombeo se mantiene estable en 44 % y $\langle \tau_i \rangle$ se estabiliza en 8.028 ms. La dispersión en $\langle \tau_i \rangle$ en estado estable es menor que 1 μ s. En $t = 3$ s, la atenuación se incrementa en 3 dB, simulando un cambio en el acoplamiento óptico. En consecuencia, la población N_2 y la fluorescencia axial I_{axial} disminuyen en el siguiente ciclo. Por efecto de la sensibilidad a R_{13} , el valor $\langle \tau_i \rangle$ se incrementa a 8.57 ms. En el siguiente pulso, la ganancia AGC se incrementa 3 dB para compensar la pérdida en intensidad. Posteriormente, se incrementa automáticamente la potencia de bombeo a 4.63 mW para compensar la pérdida por atenuación. Después de incrementar P_b , la ganancia AGC se reduce a 0 dB y el sistema alcanza nuevamente el estado estable. La potencia de bombeo se estabiliza en 4.4 mW, la población N_2 regresa al valor estable de 44 %, y el valor de $\langle \tau_i \rangle$ es igual a aquel que se calculó antes del incremento en atenuación. El tiempo de estabilización después del transitorio en atenuación es igual a 4 pulsos, esto equivale a menos de un segundo. La incertidumbre en estado estable para $\langle \tau_i \rangle$ es de 0.86 μ s con una cobertura del 95 %. Para un sensor de temperatura donde la sensibilidad de $1/A_{21}$ es igual a 2 μ s/K, la incertidumbre corresponde aproximadamente a 1 K, considerando $S_{A_{21}}$ igual a 0.45.

5.6.3 Estabilidad e incertidumbre para el sensor con controlador de lazo cerrado

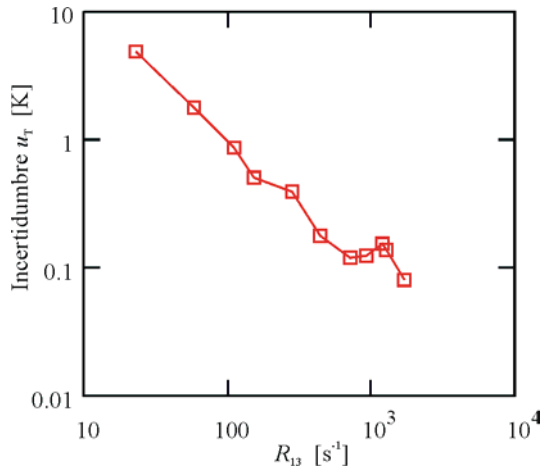


Figura 5.28. Incertidumbre en la medición de temperatura u_T como función de la tasa de bombeo para la fibra 5 de la tabla 5.1. La sensibilidad de $1/A_{21}$ con respecto a la temperatura se define como $2 \mu s/K$. El valor de NEP es constante.

Para evaluar el desempeño en lazo cerrado, nosotros definimos la medida de incertidumbre $u_{\langle \tau_i \rangle}$ como la desviación estándar para el valor promedio $\langle \tau_i \rangle$ en un número significativo de ciclos.¹⁵ Esta figura de mérito se evalúa cuando el sistema de bombeo de lazo cerrado ha alcanzado el estado estable.

$$u_{\langle \tau_i \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\langle \tau_i \rangle_j - \langle \tau_i \rangle)^2} \quad [s] \quad (5.23)$$

Aquí, $u_{\langle \tau_i \rangle}$ es la incertidumbre para el tiempo promedio de decaimiento, $\langle \tau_i \rangle_j$ es el valor del tiempo promedio para el pulso j , N es el total de pulsos que componen la muestra para estimar la incertidumbre, y $\langle \tau_i \rangle$ es el valor promedio de $\langle \tau_i \rangle$. La medida de incertidumbre $u_{\langle \tau_i \rangle}$ incluye el efecto de la sensibilidad $S_{R_{13}}$, por lo que no se requiere evaluar esta figura de mérito para sistemas de lazo cerrado. La incertidumbre en la medición de la variable de interés, como puede ser la temperatura o el esfuerzo, involucra la sensibilidad de $\langle \tau_i \rangle$ con A_{21} , y la sensibilidad de A_{21} con la variable de interés.

$$u_T = \frac{u_{\langle \tau_i \rangle}}{S_T S_{A_{21}}} \quad [K] \quad (5.24)$$

Aquí, u_T es la incertidumbre en la medición de la temperatura T , S_T es la sensibilidad de $1/A_{21}$ con respecto a la temperatura, y $S_{A_{21}}$ es la sensibilidad de $\langle \tau_i \rangle$ con respecto a A_{21} . En la figura 5.28 se muestra u_T como función de R_{13} para la fibra 5 de la tabla 5.1. En este caso, definimos S_T como $2 K/\mu s$. El valor de $S_{A_{21}}$ está dado por la función de la figura 5.17 para la fibra 5. Para todos los valores de R_{13} consideramos el mismo valor para la potencia equivalente a ruido (NEP) que en la

simulación de la figura 5.27. Entonces, la SNR depende de R_{13} como se muestra en la figura 5.19. Con el fin de mostrar el efecto de la estabilidad en el control de bombeo sobre la incertidumbre en la medición $u_T, \langle \tau_i \rangle$ se evalúa a partir del valor I_{axial} antes de agregar el ruido uniforme y sin considerar el efecto de cuantificación del ADC. Para el caso de la fibra 5 bajo las condiciones anteriores, encontramos que la incertidumbre es menor a 1 K cuando la tasa de bombeo excede 100 s^{-1} . El máximo en S_{R13} no se refleja en la figura 5.28, como consecuencia de la estabilización alcanzada gracias al controlador de bombeo. La incertidumbre se incrementa cuando R_{13} disminuye, debido al efecto combinado de la reducción en la SNR y la aproximación asintótica de $F_r(R_{13})$ a su valor mínimo. Esto se refleja en un mayor error en la estimación del funcional F_r para cada ciclo y, como consecuencia, en la tasa estimada de bombeo efectivo. Nosotros encontramos que el controlador de lazo cerrado opera de manera estable para valores de R_{13} mayores a $A_{21}/2$. La estabilidad se incrementa con R_{13} , porque el aumento en SNR permite evaluar el funcional F_r con menor error. Cuando R_{13} se acerca a 1000 s^{-1} , el efecto de cuantificación del ADC afecta el desempeño del controlador de forma importante, porque la pendiente de $F_r(R_{13})$ disminuye, acercándose a su valor asintótico máximo. Cuando R_{13} es mayor 1000 s^{-1} , el ADC debe proporcionar lecturas de 12 bits (4096 valores digitales) para evitar el aumento en incertidumbre. Para valores menores, nosotros encontramos que 10 bits es suficiente.

En conclusión, la incertidumbre en un dispositivo sensor con controlador de bombeo de lazo cerrado no depende de la figura de mérito S_{R13} . Es posible fijar el punto de operación del sensor para obtener la mejor relación entre sensibilidad a la variable de interés y relación señal ruido, sin que la figura de mérito S_{R13} sea una restricción determinante.

5.7 Conclusiones

Nosotros encontramos que los procesos de conversión hacia arriba por transferencia cooperativa de energía (CET), y la amplificación de la emisión espontánea (ASE) son los principales responsables de la dependencia con la potencia de bombeo en sensores de fibra basados en tiempo de decaimiento de fluorescencia. Las transiciones por CET tienen un efecto significativo sobre la población atómica N_2 y la tasa aparente de decaimiento. La amplificación por ASE no tiene un efecto importante sobre la población N_2 ; pero introduce distorsión en las

mediciones de fluorescencia debido a la dependencia de la ganancia en la fibra con la población N_2 .

Hemos propuesto 4 figuras de mérito para caracterizar el desempeño de los dispositivos sensores. Por medio de estas figuras nosotros evaluamos el tiempo promedio de decaimiento, el ajuste con el caso ideal, la sensibilidad a la variable de interés, la sensibilidad al cambio en la potencia de bombeo, y la razón señal a ruido. Encontramos que existe un compromiso entre la sensibilidad a la variable de interés, la sensibilidad a cambios en la potencia de bombeo y la relación señal a ruido.

En base a las figuras de mérito, nosotros evaluamos el desempeño de fibras con distintas concentraciones para bombeo de baja y alta potencia. Para bombeo de baja potencia, el mejor desempeño se logra con fibras de baja concentración de iones. El bombeo de baja potencia resulta en la mayor sensibilidad a la variable de interés y la menor sensibilidad a la potencia de bombeo, pero la SNR es limitada. En bombeo de alta potencia, se logra un incremento en SNR y baja sensibilidad a cambios en la potencia de bombeo; pero disminuye la sensibilidad del sensor a la variable de interés. La sensibilidad es menor para fibras de mayor densidad de dopante.

Nosotros encontramos que es necesario reproducir en campo las condiciones de bombeo que se aplicaron durante la calibración del instrumento, con el fin de minimizar la incertidumbre. Con este objetivo, nosotros proponemos y evaluamos un novedoso sistema de bombeo con retroalimentación de lazo cerrado. El sistema de lazo cerrado mantiene la estabilidad del bombeo a largo plazo y facilita el proceso de calibración e implementación en campo. Este esquema posibilita la implementación de sensores de fibra basados en decaimiento de fluorescencia en ambientes industriales. Debido a la estabilidad obtenida para la potencia de bombeo, la figura de mérito correspondiente a la sensibilidad con respecto a cambios en la potencia de bombeo no es un factor determinante en el desempeño del instrumento.

-
- ¹ Z. Y. Zhang, K. T. V. Grattan, A. W. Palmer, B. T. Meggitt, T. Sun, "Fluorescence decay-time characteristics of erbium-doped optical fiber at elevated temperatures," *Rev. Sci. Instrum.* 68, 2764-2766 (1997).
- ² V.C. Fericola, L. Rosso and R. Galleano, "Investigations on exponential lifetime measurements for fluorescence thermometry," *Rev. Sci. Instrum.* 71, 2938-2943 (2000).
- ³ Jaehoon Jung, Namkyoo Park, "Simultaneous measurement of strain and temperature by use of a single fiber Bragg grating written in an erbium:ytterbium-doped fiber," *App. Opt.* 39, 1118-1120 (2000).
- ⁴ V.E. López, "Caracterización del desempeño de un sensor de temperatura basado en fibra óptica dopada con Erblio", Tesis de Maestría, Centro de Investigaciones en Óptica 2003.
- ⁵ M.P. Hehlen, N.J. Cockroft, and T.R. Gosnell, "Uniform upconversion in high-concentration Er³⁺-doped soda lime silicate and aluminosilicate glasses," *Opt. Lett.* 22, 722 (1997).
- ⁶ A. Istratov and O. Vyvenko, "Exponential analysis in physical phenomena", *Rev. Sci. Instrum.* 70, 1233-1257 (1999)
- ⁷ Zhiyi Zhang, K. T. V. Grattan, Youlin Hu, A. W. Palmer, and B. T. Meggitt, "Prony's method for exponential lifetime estimations in fluorescence-based thermometers", *Rev. Sci. Instrum.* 67, 2590-2594 (1996).
- ⁸ D. E. McCumber, "Einstein relations connecting broadband emission and absorption spectra", *Phys. Rev.* 136 (4A), 954 (1964)
- ⁹ B. C. Hwuang, S. Jiang, T. Luo, J. Watson, G. Sorbello, N. Peyghambarian, "Cooperative upconversion and energy transfer of new high Er³⁺ - and Yb³⁺-Er³⁺ doped phosphate glasses," *J. Opt. Soc. Am. B* 17, 833-839 (2000).
- ¹⁰ D. Khoptyar, B. Jaskorzynka, "Experimental determination of the energy-transfer parameters for homogeneous upconversion in Er-doped silica," *J. Opt. Soc. Am. B.* 22, 2091-2098 (2005).
- ¹¹ T. G. Papazoglou, T. Papaioannou, K. Arakawa, M. Fishbein, V. Z. Marmarelis, and W. S. Grundfest, "Control of excimer laser aided tissue ablation via laser-induced fluorescence monitoring," *Appl. Opt.* 29, 4950- (1990)
- ¹² W. Xie, Y. -L. Lam, Y. -C. Chan, S. -C. Tam, J. Gu, F. Zhou, H. Yang, and G. Zhao, "Fluorescence Feedback Control of an Active Q -Switched Diode-Pumped Nd:YVO₄ Laser ," *Appl. Opt.* 39, 978-981 (2000)
- ¹³ C. Tian and S. Kinoshita, "Analysis and Control of Transient Dynamics of EDFA Pumped by 1480-and 980-nm Lasers," *J. Lightwave Technol.* 21, 1728- (2003)
- ¹⁴ K. Ogata, "Modern Control Engineering", Prentice-Hall, Englewood Cliffs (1993).
- ¹⁵ Barry N. Taylor and Chris E. Kuyatt, "Guidelines for Evaluating and Expressing the Uncertainty of NIST Measurement Results", NIST Technical Note 1297, 1994 Edition, U.S. Government Printing Office.

Capítulo 6

Conclusiones

Los sensores ópticos de temperatura y esfuerzo basados en medición de tiempo de decaimiento de fluorescencia en fibra dopada con Erblio presentan un gran potencial para la fabricación de dispositivos de bajo costo. Todos los componentes que los integran se fabrican en serie y están disponibles comercialmente. En trabajos anteriores, nosotros encontramos que estos sensores de temperatura y esfuerzo presentan dependencia adicional con las condiciones de bombeo. Esta sensibilidad cruzada con la variable de interés es perjudicial porque resulta en errores a la salida del instrumento. Entonces, nosotros definimos como el objetivo de este trabajo mejorar el desempeño de los sensores de fibra, por medio de la reducción en la sensibilidad cruzada y el incremento en la razón señal a ruido.

Nosotros identificamos cuatro procesos en la fibra como potenciales causantes de la sensibilidad a la potencia de bombeo: conversión hacia arriba (UC) por absorción de estado excitado (ESA), conversión hacia arriba por transferencia cooperativa de energía (CET), calentamiento de la fibra por decaimiento no radiante, y amplificación de la emisión espontánea (ASE). Nosotros realizamos la caracterización espectroscópica de una fibra dopada con Erblio (2300 ppm) y encontramos que todos estos procesos están presentes cuando el dispositivo se bombea con un láser de 980 nm; pero únicamente los procesos de CET y ASE resultan en dependencia del tiempo de decaimiento de fluorescencia con la potencia de bombeo.

En base a la caracterización espectroscópica, nosotros propusimos un modelo que describe los procesos involucrados en la emisión de fluorescencia. Este modelo está integrado por las ecuaciones de balance de población, las ecuaciones para la amplificación de la emisión guiada, y las ecuaciones de transferencia de calor. Este es, en opinión del autor, el modelo más completo propuesto para este tipo de sensores.

Nosotros diseñamos un novedoso método de caracterización para determinar las constantes físicas de la fibra que intervienen el modelo propuesto. En particular, se determinan las constantes de transferencia cooperativa de energía, amplificación de la emisión espontánea, y la tasa de decaimiento radiante. La caracterización se efectúa utilizando un solo arreglo experimental, cambiando únicamente las condiciones de bombeo. Este método presenta una incertidumbre menor a los métodos establecidos de caracterización, porque no requiere del conocimiento de la densidad de excitación en la muestra, la sección transversal de absorción, ni de la densidad de iones en el material.

Diseñamos e implementamos un programa de solución numérica para resolver simultáneamente las ecuaciones de balance de población, amplificación, y transferencia de calor. Con esta herramienta, podemos simular el desempeño de sensores basados en fibras dopadas con diferentes características, si necesidad de montarlas en el arreglo experimental. Por medio del programa de solución numérica del modelo matemático, nosotros comprobamos que el modelo matemático, evaluado con las constantes determinadas con el método propuesto de caracterización, predice de manera precisa la emisión de fluorescencia en sensor de fibra dopada con Erblio.

Nosotros proponemos un conjunto de cinco figuras de mérito relacionadas con la sensibilidad y la relación señal a ruido: tiempo promedio de decaimiento, desviación del decaimiento de fluorescencia con respecto al caso ideal, sensibilidad a cambios en la potencia de bombeo, sensibilidad a la variable de interés, y el cambio en SNR. Las figuras de mérito son usadas para evaluar de forma cuantitativa y comparativa el desempeño de los sensores de fibra. Nosotros encontramos que el proceso de CET influye de forma significativa el decaimiento de la población N_2 , lo que se refleja en sensibilidad al bombeo. El proceso de ASE no afecta de forma importante a la población N_2 , pero introduce distorsión en la medición de fluorescencia guiada, lo cual resulta también en dependencia con la potencia de bombeo. El incremento en temperatura por decaimiento no radiante es muy pequeño para resultar significativo, pues alcanza algunas decenas de mili kelvin. Nosotros encontramos que existe un compromiso entre la sensibilidad a la variable de interés, la sensibilidad a la potencia de bombeo, y la SNR. En general, un

incremento en SNR resulta en un decremento en la sensibilidad a la variable de interés. Por medio del programa de simulación y la evaluación de figuras de mérito, encontramos que el punto de mayor sensibilidad al bombeo se presenta cuando la tasa de bombeo R_{13} es aproximadamente 85 s^{-1} . Por lo tanto, los sensores deben bombearse con potencias más bajas o más altas, con el fin de reducir la incertidumbre por cambios en la potencia de bombeo. Por medio de la evaluación comparativa de fibras con distintas concentraciones de dopante, determinamos que las fibras de baja concentración (150 ppm) presentan el mejor valor de razón señal a ruido cuando se bombean con baja potencia. Sin embargo, la baja potencia de bombeo y la pequeña cantidad de iones limita la intensidad de la señal, dificultando la detección de la señal en sensores remotos. Para bombeo de alta potencia, las fibras con mayor concentración de dopante presentan la más alta SNR. Nosotros obtuvimos un incremento en SNR de hasta 50 dB, comparado con las estimaciones para bombeo de baja potencia. Sin embargo, la sensibilidad a la variable de interés disminuye hasta en un 65 % conforme aumenta la densidad de dopante y la potencia de bombeo. Este es el reflejo del compromiso entre sensibilidad y SNR.

Nosotros encontramos que los sensores implementados en campo deben reproducir las condiciones de bombeo aplicadas durante la caracterización. Esto se debe a que la sensibilidad a la variable de interés, y por ende la curva de calibración, dependen de la potencia efectiva de bombeo. Esta condición es difícil de satisfacer en un dispositivo donde la potencia de bombeo es constante porque esto implica que el sensor debe caracterizarse in situ, o bien, que la atenuación en campo es conocida al momento de realizar la caracterización en laboratorio. Para resolver esta dificultad, nosotros proponemos un novedoso sistema controlador de bombeo de lazo cerrado. El controlador estima la tasa efectiva de bombeo y compensa en tiempo real la potencia de bombeo para igualar la tasa aplicada durante la calibración del instrumento. La tasa efectiva de bombeo es determinada en base a la respuesta temporal de la fluorescencia a un pulso de bombeo. Con esta mejora, el dispositivo sensor en campo reproduce automáticamente las condiciones aplicadas durante su caracterización en laboratorio. Nosotros simulamos el desempeño de un sensor con controlador de bombeo, complementado el programa de solución numérica del modelo con las funciones del controlador de bombeo. Este sistema reduce la incertidumbre y mejora la estabilidad en la potencia de bombeo. Además, los cambios temporales en la atenuación en el

camino óptico entre el módulo de bombeo y la fibra dopada son compensados de forma inmediata, sin intervención externa. Nuestros resultados indican que es posible reducir la incertidumbre a 1 K, en el caso de sensores de temperatura. Adicionalmente, encontramos que la figura de mérito relacionada con sensibilidad a cambios en la potencia de bombeo no es determinante en el desempeño de sensores de lazo cerrado. Por lo tanto, el compromiso en desempeño se reduce únicamente a dos factores que deben balancearse: sensibilidad a la variable de interés, y razón señal a ruido.

De esta forma, hemos alcanzado el objetivo de este trabajo. Por medio del controlador de bombeo de lazo cerrado nosotros reducimos la incertidumbre por cambios en la potencia de bombeo. Al mismo tiempo, incrementamos la razón señal a ruido por medio de bombeo de potencia más alta y fibras con mayor concentración de dopante. Esto resulta en una mejora significativa en el desempeño del instrumento. Este avance facilitará la transición de las pruebas de laboratorio a los dispositivos industriales.

Nosotros identificamos dos tareas en el camino de la transición de estos sensores a dispositivos industriales. La primera tarea es la implementación experimental del dispositivo sensor con controlador de lazo cerrado. La simulación realista que hemos realizado de los procesos en la fibra, las características de ruido en la detección de fluorescencia, y la cuantificación de los convertidores digital analógicos, nos permite afirmar que su desempeño será confirmado en la implementación física. La segunda tarea es determinar las figuras de mérito, y un esquema similar de retroalimentación de bombeo para la técnica de medición de tiempo de decaimiento por diferencia de fase. Esta técnica presenta importantes ventajas de SNR, comparada con la medición del decaimiento de fluorescencia, lo cual puede resultar en un desempeño superior del sensor.

Apéndice A

Solución numérica para el modelo de transferencia de calor en la fibra dopada

A.1 Introducción

En esta sección presentamos la formulación numérica para el modelo de transferencia de calor de la fibra óptica dopada. Este modelo es útil para evaluar el cambio de temperatura en la fibra debido a la inyección de calor por decaimiento no radiante en los iones del núcleo dopado. La evaluación numérica de las ecuaciones de transferencia de calor es conveniente porque nos permite resolver la distribución de temperatura en la fibra para funciones arbitrarias de bombeo y generación de calor.^{1,2,3,4,5}

A.2 Descripción general del modelo

Para esta formulación en coordenadas cilíndricas, consideramos una fibra óptica larga (1 cm), sin recubrimiento de polímero, con un diámetro exterior b y un núcleo de diámetro a donde se inyecta calor. La fibra se encuentra en el aire y se enfría por convección natural. Los parámetros de la fibra utilizados en esta formulación se muestran en la Tabla A.1.

Nosotros buscamos determinar la distribución de la temperatura en el interior de la fibra como función del tiempo y de la posición radial para distintas condiciones de inyección de calor. Gracias a la simetría cilíndrica de la fibra, este es un sistema unidimensional. Con el fin de evaluar la temperatura como función del radio, se

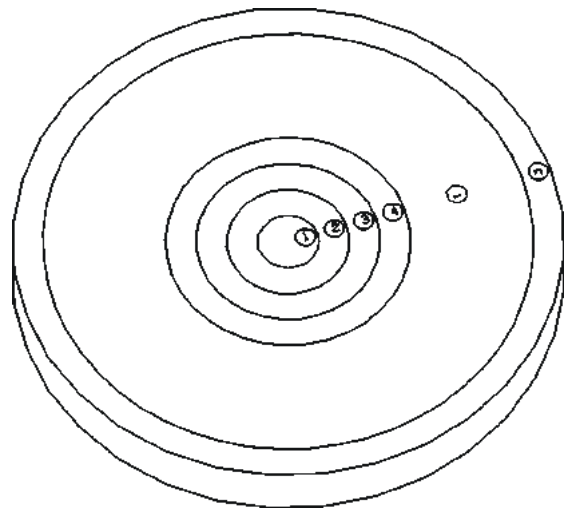


Figura A.1. Definición de nodos para el modelo unidimensional de transferencia de calor en la fibra.

definen n nodos en la fibra como se muestra en la figura A.1. El nodo 1 corresponde a la sección central y el nodo n es el nodo exterior, en contacto con el medio ambiente.

Cada nodo de la fibra presenta una temperatura T_i , la cual depende de la cantidad de calor Q_i del nodo, de su volumen V_i , la densidad másica ρ_m y del calor específico del material C_e . En la presente formulación numérica, la temperatura se calcula en función del calor del nodo Q_i con la siguiente función.

$$T_i(t) = \frac{Q_i(t)}{\rho_m V_i C_e} \quad i=1,2,3\dots n \quad [\text{K}] \quad (\text{A.1})$$

Aquí, $T_i(t)$ es la temperatura del i -ésimo nodo al tiempo t , $Q_i(t)$ es el calor contenido en el nodo, ρ_m es la densidad másica del material, V_i es el volumen y C_e es el calor específico.

Conforme transcurre el tiempo, el calor $Q_i(t)$ de cada nodo cambia debido a tres procesos: generación de calor q_g en el núcleo de la fibra, transferencia de calor por conducción q_t entre nodos adyacentes y transferencia de calor por convección q_c con el medio ambiente. El primero tiene lugar únicamente en el núcleo, el segundo tiene lugar en todos los nodos de la fibra, mientras que el último solo se lleva a cabo en el nodo exterior. Así pues, el cambio de calor ΔQ en el nodo i para cada periodo de tiempo Δt se puede aproximar como:

$$\Delta Q_i(t) = [q_{g_i}(t) - q_{t_i}(t) - q_{c_i}(t)] \Delta t \quad [\text{W s}] \quad (\text{A.2})$$

El valor de Δt es crítico en esta aproximación. Se requiere que $[q_{t_i}(t) + q_{c_i}(t)] \Delta t \ll Q_i(t)$ para minimizar el error introducido por la integración numérica en la ec. (A.2). Si el número de nodos n aumenta, Δt debe disminuirse. Finalmente, la cantidad de calor del nodo i después de un tiempo Δt esta dada por:

$$Q_i(t + \Delta t) = Q_i(t) + \Delta Q_i(t) \quad [\text{Joules}] \quad (\text{A.3})$$

Si se repite este proceso para cada uno de los n nodos, en incrementos de tiempo Δt suficientemente cortos, es posible evaluar la distribución radial de temperatura para un tiempo t por medio de ec. (A.1). A continuación definiremos cada uno de los parámetros necesarios para lograr el objetivo.

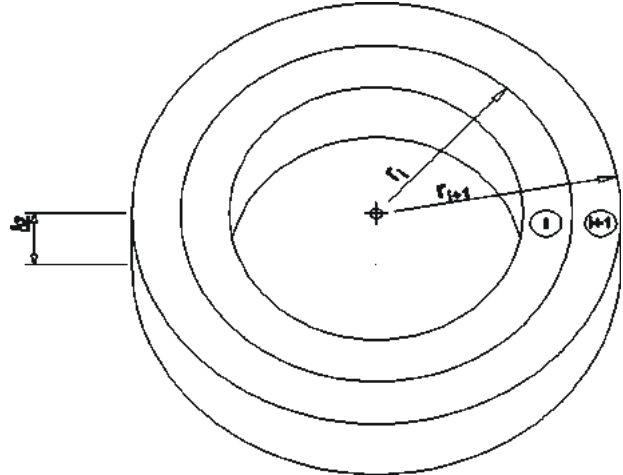


Figura A.2. Dimensiones de los nodos utilizados en el modelo de transferencia de calor.

A.3 Dimensiones de cada nodo

El radio exterior del nodo i -ésimo, como se muestra en la figura A.2 esta dado por

$$r_i = \frac{b}{2n} i \quad [\text{m}] \quad i=1,2,3\dots n \quad (\text{A.4})$$

El volumen del nodo i está limitado por los radios r_{i-1} y r_i . Un caso particular es el nodo 1, que corresponde al centro de la fibra. Así pues, el volumen V_i para el i -ésimo nodo se define como:

$$V_i = \begin{cases} \Delta z \pi (r_1)^2 & \text{para } i = 1 \\ \Delta z \pi [(r_i)^2 - (r_{i-1})^2] & \text{para } i > 1 \end{cases} \quad [\text{m}^3] \quad (\text{A.5})$$

Aquí, Δz es la longitud de la fibra.

A.4 Calor y temperatura en cada nodo

La cantidad de calor en cada nodo y su temperatura se encuentran directamente ligados por la expresión (A.1), por lo que resulta redundante almacenar el valor de ambos en la presente formulación. Por lo tanto definimos Q_i como la cantidad de calor en el nodo i , calculando la temperatura como función del mismo.

A.5 Transferencia de calor por conducción entre los nodos

Definimos q_{ti} como la transferencia de calor por conducción entre el nodo i y el nodo $i+1$. Esta depende de la diferencia de temperatura entre los nodos y de la resistencia térmica.⁶

$$q_{ti} = \begin{cases} \frac{-(T(i+1)-T(i))}{R_{thi}} & \text{para } i < n \\ 0 & \text{para } i = n \end{cases} \quad [\text{W}] \quad (\text{A.6})$$

La resistencia térmica R_{thi} entre el nodo i y el nodo $i+1$ para una geometría cilíndrica está dada por:

$$R_{thi} = \frac{\ln(r_{i+1}/r_i)}{2\pi k \Delta z} \quad \text{para } i < n \quad [\text{K/W}] \quad (\text{A.7})$$

A.6 Transferencia de calor al medio por convección natural

El último nodo transfiere calor al medio por medio de convección natural. La transferencia de calor es proporcional a la superficie expuesta A , a la diferencia de temperatura entre el último nodo T_n y la temperatura del medio ambiente T_∞ y al coeficiente de transferencia de calor h_T .

$$q_{ci} = \begin{cases} 0 & \text{para } i < n \\ h_T A (T(n) - T_\infty) & \text{para } i = n \end{cases} \quad [\text{W}] \quad (\text{A.8})$$

Aquí la superficie externa A está definida por la siguiente expresión.

$$A = 2\pi r_n \Delta z \quad [\text{m}^2] \quad (\text{A.9})$$

A.7 Generación de calor en el núcleo

Definimos $q(t)$ [W/m] como la cantidad de calor generado dentro de la fibra por unidad de longitud de la misma. En este modelo se considera que el calor se inyecta de forma uniforme dentro de un núcleo de diámetro a . Para facilitar la implementación del algoritmo de

transferencia de calor, definimos la constante g_{ci} como 1 (uno) si dentro del nodo i se genera calor y 0 (cero) si no se genera. Esto es necesario porque dadas las dimensiones de los nodos, se puede dar el caso que el diámetro de núcleo a no corresponda a un número exacto de nodos centrales.

$$g_{c_i} = \begin{cases} 1 & \text{para } 2r_i \leq a \\ 0 & \text{para los demas casos} \end{cases} \quad [1] \quad (\text{A.10})$$

El volumen total de los nodos que corresponden al núcleo debe aproximarse como $V_a \cong \pi(a/2)^2 \Delta z$, y está dado por:

$$V_a = \sum_{i=1}^n g_{c_i} V_i \quad [\text{m}^3] \quad (\text{A.11})$$

Ahora definimos g_{cni} como la constante proporcional para la generación de calor en el nodo i , por medio de la normalización del vector g_c .

$$g_{cni} = \frac{g_{c_i} V_i}{V_a} \quad [1] \quad (\text{A.12})$$

De esta forma, el calor generado q_{gi} en un nodo i está dado por el producto de g_{cni} y la tasa de calor inyectado $q(t)$ [W/m] y la longitud del segmento Δz .

$$q_{g_i} = g_{cni} \Delta z q(t) \quad [\text{W}] \quad (\text{A.13})$$

En el presente trabajo se evaluó la distribución de temperatura en la fibra para dos condiciones de bombeo distintas. Para bombeo constante, $q(t)$ es una función escalón como se describe a continuación.

$$q(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ 1 \text{ mW} / \text{m} & \text{para } t \geq 0 \end{cases} \quad [\text{W/m}] \quad (\text{A.14})$$

Para un pulso de bombeo con una duración menor a $1 \mu\text{s}$, $q(t)$ se define por la siguiente expresión.

$$q(t) = \frac{Q}{\tau_{32}} \exp\left(\frac{-t}{\tau_{32}}\right) \quad [\text{W/m}] \quad (\text{A.15})$$

Aquí Q es la cantidad total de calor inyectado (0.179 mJ/m para $N_3=3.4 \times 10^{20} \text{ iones/cm}^3$) y τ_{32} es la constante de tiempo del decaimiento del nivel 3 al nivel 2 del Erblio ($10 \mu\text{s}$ para Er_2O_3 en SiO_2).

A.8 Condiciones iniciales

Definimos T_{0i} como la temperatura inicial del nodo i -ésimo cuando el tiempo t es igual a 0. Entonces, la cantidad de calor Q del nodo i para el tiempo $t=0$ esta dada por:

$$Q_i = T_{0i} \rho V_i C_e \quad [\text{J}] \quad (\text{A.16})$$

A.9 Solución numérica

Una vez que han sido definidas las condiciones iniciales y los procesos de transferencia de calor, se puede implementar un algoritmo de integración numérica que permita evaluar la temperatura de cada nodo como función del tiempo. El pseudocódigo de dicha implementación se muestra a continuación.

```
//RUTINA DE INTEGRACIÓN NUMÉRICA
```

```
tt=1s // tiempo total de simulación
Δt=1ns // incremento de tiempo para integración numérica
```

```
// ciclo principal de tiempo
for t=0 to tt/Δt step 1
```

```
    // ciclo para calcular cambio de calor en cada nodo
    for i=1 to n-1 step 1
```

```
        qt=-(Temp(i+1)-Temp(i))/Rth[i] // conducción entre i e i+1
        qg=gcn[i]*Δz*q(t*Δt) // generación de calor en el núcleo
        Q[i]=Q[i]+(-qt+qg)*Δt // cambio de calor en i por conducción y generación
```

```

      Q[i+1]=Q[i+1]+qt*Δt    // cambio de calor en i+1 por conducción
next i

qc=hT*A[n]*(Temp(n)-T∞) // calor disipado por convección natural
Q[n]=Q[n]-qc*Δt

// imprime el tiempo actual y la temperatura en el núcleo y la superficie
print t*Δt // tiempo
print T(1) // temperatura del núcleo
print T(n) // temperatura en la superficie de la fibra

next t

```

Debido a las dimensiones de la fibra y a la cantidad de calor inyectado, este algoritmo puede presentar problemas de cuantificación si no se elige el tipo de datos adecuado para las variables. En su implementación final se programó el algoritmo en C++ utilizando un tipo de datos *double* para todos los vectores.

A.10 Constantes y parámetros físicos

En este modelo de transferencia de calor se consideraron los parámetros mostrados en la tabla A.1. Se consideró una fibra óptica de SiO₂, en diámetro del núcleo donde se inyecta calor es de aproximadamente 6 μm. La fibra se coloca horizontalmente en aire a temperatura ambiente y se enfría por convección natural.

Tabla A.1. Parámetros utilizados en la formulación numérica para transferencia de calor en la fibra

Descripción	Símbolo	Valor
Calor específico	C_e	741 J/(kg K)
Conductividad térmica	k	1.38 W/(m K)
Coef. de transferencia de calor	h_T	81.4 W/(m ² K)
densidad másica	ρ_m	2.2x10 ³ kg/m ³
diámetro del núcleo	a	6 μm
diámetro de la fibra	b	62.5 μm
Tiempo total de simulación	t	0.015 – 15 [s]
Incremento de tiempo para integración numérica	Δt	10 ns
Número de nodos en la fibra	n	100
Incremento de radio entre Nodos	Δr	b/n
Longitud de la fibra	Δz	1 m
Calor generado (dQ/dt) por unidad de longitud de la fibra	$q'(t)$	0 para $t < 0$

(bombeo constante)		1 mW/m para $t \geq 0$
Calor generado (dQ/dt) por unidad de longitud de la fibra (bombeo pulsado)	$q'(t)$	$q(t) = \frac{Q}{\tau_{32}} \exp\left(\frac{-t}{\tau_{32}}\right)$ $Q=0.179 \text{ mJ/m}, \tau_{32}=10\mu\text{s}$

¹ Jaime A. Sandoval Gonzalez, Marija Strojnik, "Heat transfer analysis of a dynamic infrared-to-visible converter", Opt. Eng. 42, 3517-3523 (2003).

² Gonzalo Paez, Marija Strojnik, Jaime Sandoval, P. Vacas-Jacques, "Heat transfer analysis of a dynamic IR-to-visible converter", in Infrared Spaceborne Remote Sensing X, Marija Strojnik, Bjorn F. Andresen Eds., Proc. SPIE 4818, 290-296 (2002).

³ M. S. Scholl, "Thermal considerations in the design of a dynamic IR target", Appl. Opt., 21, 660-667, (1982).

⁴ M. S. Scholl, "Spatial and temporal effects due to target irradiation: a study", Appl. Opt., 21, 1615-1620, (1982)

⁵ M. S. Scholl, "Target temperature distribution generated and maintained by a scanning laser beam", Appl. Opt., 21, 2146-2152, (1982).

⁶ J.P. Holman, "Heat Transfer", McGraw-Hill, USA (1997).

Apéndice B

Solución numérica de ecuaciones diferenciales

Las ecuaciones diferenciales que describen los procesos que tienen lugar en la fibra pueden expresarse de la siguiente forma:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (\text{B.1})$$

La expresión anterior está sujeta a condiciones iniciales como:

$$y(x_0) = y_0 \quad (\text{B.2})$$

Por generalidad, en estas expresiones la variable independiente se indica como x . En nuestro caso, la mayoría de las derivadas se realizan con respecto al tiempo t , por ejemplo, en el conjunto de ecuaciones de balance de población y en las ecuaciones de transferencia de calor. En el caso de amplificación de la emisión guiada, la variable independiente es la posición longitudinal en la fibra, z .

Existen dos retos en la construcción de algoritmos para resolver ecuaciones diferenciales. En primer lugar una ecuación diferencial, por definición, involucra derivadas. Es necesario ser cuidadoso con errores de sustracción que se pueden presentar en su evaluación. En segundo lugar, resolver una ecuación diferencial significa comenzar con un valor inicial de y , y evaluar los siguientes valores a partir de él. La solución es una extrapolación continua de las condiciones iniciales, calculando cada nuevo valor de y sobre el valor anterior. Esto da como resultado la propagación del error acumulativo en la solución de la ecuación.

La interpretación geométrica de una ecuación diferencial es la de una curva que pasa por el punto (x_0, y_0) con una pendiente $f(x_0, y_0)$. Esta curva continúa su camino para cada punto (x, y) que pertenece a la misma, con una pendiente $y'(x, y) = f(x, y)$.

La primera aproximación a la solución de la ecuación diferencial $y' = f(x, y)$ se puede obtener asumiendo que $f(x, y)$ y sus derivadas son bien definidas en el intervalo de interés. Entonces, podemos escribir la expansión en series de Taylor para $y(x)$.

$$y(x) = y(0) + y'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{y''(x_0)}{2!} \cdot (x - x_0)^2 + \dots \quad (\text{B.3})$$

Si definimos el tamaño del paso $h = x_1 - x_0$ para llegar desde x_0 hasta x_1 y suponemos que h es suficientemente pequeño, entonces podemos ignorar el error introducido al desprestigiar el término h^2 y los otros términos de orden superior. En este caso podemos obtener el siguiente resultado:

$$y_1 = y_0 + h \cdot f(x_0, y_0). \quad (\text{B.4})$$

Esto puede generalizarse para obtener el procedimiento general del método de Euler:

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_i + h, \\ y_{i+1} &= y_i + h \cdot f(x_i, y_i) \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

El método de Euler no es útil en todos los casos, porque la aproximación de primer orden permite error acumulativo. De las series de Taylor podemos ver que el error en un solo paso desde x_i a x_{i+1} es proporcional a h^2 . Entonces, si la segunda derivada $y''(x)$ no cambia de signo de manera adecuada en el intervalo, el error global crecerá como la suma de los términos h^2 en cada paso. Si suponemos que integramos desde un valor inicial $x=a$ hasta algún valor $x=b$, el número total de pasos realizados serán $n=(b-a)/h$. La suma de los errores, el error global, a lo largo de todos los pasos será proporcional a h . Esto significa que en cualquier punto x_i en la solución con el método de Euler, podemos esperar que la diferencia con respecto a la solución exacta $y(x_i)$ (si existe) será del orden h , el paso utilizado. Esto es:

$$y(x_i) - y_i = O(h). \quad (\text{B.6})$$

Entonces, el requerimiento para errores globales pequeños corresponde a un valor pequeño de h . Una forma de reducir el error total acumulado consiste en reducir el tamaño del paso h ; pero esto implica un esfuerzo de cómputo mayor.

El método de Runge-Kutta^{1,2,3} es una alternativa muy popular al método de Euler. Este método está basado en la suma ponderada de $f'(x,y)$ evaluado en varios puntos intermedios entre x_i y x_{i+1} . Por medio de esta técnica se logra disminuir el error acumulado. Si consideramos un método de Runge-Kutta de cuarto orden, la solución de la ecuación diferencial puede escribirse en la siguiente forma:

$$y_{i+1} = y_i + w_1k_1 + w_2k_2 + w_3k_3 + w_4k_4, \quad (\text{B.7})$$

donde w_1, \dots son los pesos y k_1, \dots son las aproximaciones a las pendientes evaluadas en distintos puntos en el paso h . Estas pendientes están dadas por:

$$k_1 = h \cdot f(x_i, y_i), \quad (\text{B.8})$$

$$k_2 = h \cdot f(x_i + a_1h, y_i + b_1k_1), \quad (\text{B.9})$$

$$k_3 = h \cdot f(x_i + a_2h, y_i + b_2k_1 + b_3k_2), \quad (\text{B.10})$$

$$k_4 = h \cdot f(x_i + a_3h, y_i + b_4k_1 + b_5k_2 + b_6k_3) \quad (\text{B.11})$$

donde a_1, \dots y b_1, \dots son constantes a determinar. El método Runge-Kutta de cuarto orden presenta un excelente balance de potencia, precisión ($O(h^5)$) y simplicidad de programación. A continuación se presentan los 4 gradientes o términos “ k ” que proveen una mejor aproximación al comportamiento de $f(x,y)$ cerca del punto medio $(x_{i+1/2}, y_{i+1/2})$. Los gradientes extras pueden programarse simplemente por cuatro llamadas a la misma subrutina, para dar lugar al siguiente esquema de evaluación:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (\text{B.12})$$

donde

$$f_i = f(x_i, y_i), \quad (\text{B.13})$$

$$f_2 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{f_1}{2}\right), \quad (\text{B.14})$$

$$f_3 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}f_2\right), \quad (\text{B.15})$$

$$f_4 = f(x_i + h, y_i + hf_3). \quad (\text{B.16})$$

La pendiente efectiva utilizada es la media ponderada de la pendiente en 4 diferentes puntos en el intervalo de integración, donde los valores y utilizados en puntos sucesivos se basan en dos diferentes aproximaciones al punto medio. Los pesos son $\{1/6, 2/6, 2/6, 1/6\}$, entonces los dos puntos medios contribuyen de forma dominante en el valor de la pendiente efectiva

Para un sistema de múltiples variables, como el que nos ocupa en este trabajo, es necesario convertir las ecuaciones diferenciales en un sistema de ecuaciones de primer orden.

$$\begin{aligned} x' &= f(t, x, y, z, \dots), \\ y' &= g(t, x, y, z, \dots), \\ z' &= h(t, x, y, z, \dots), \\ &\dots \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Este sistema se resuelve de forma similar que el caso de una variable. Para calcular x_{i+1} , y_{i+1} , z_{i+1} , ..., las funciones f , g , h , ... se alimentan con los valores anteriores de x_i , y_i , z_i , ...

¹ George E. Forsythe, Michael A. Malcolm, and Cleve B. Moler. "Computer Methods for Mathematical Computations." Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1977.

² Ernst Hairer, Syvert Paul Nørsett, and Gerhard Wanner. "Solving ordinary differential equations I: Nonstiff problems", second edition. Berlin: Springer Verlag, 1993.

³ William H. Press, Brian P. Flannery, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling. "Numerical Recipes in C". Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1988.

Apéndice C

Arreglo experimental para la caracterización de fibras dopadas con Erblio

C.1 Introducción

En esta sección describimos el arreglo experimental diseñado para el estudio y caracterización de las fibras ópticas dopadas con Erblio, aplicando el método propuesto en el Capítulo 3. Mediante este arreglo experimental, nosotros obtenemos todas las mediciones necesarias para la determinación de los coeficientes de conversión hacia arriba (UC) por transferencia cooperativa de energía (CET) y de amplificación de la emisión espontánea (ASE). El diseño es muy similar a la configuración final de los sensores basados en fibra dopada, lo que también permite evaluar el desempeño de los sensores.

C.2 Consideraciones para el diseño

El sistema de instrumentación utilizado para la determinación del coeficiente C_{22} y del coeficiente C_{γ} está compuesto por dos subsistemas: el subsistema de bombeo y el subsistema de detección de fluorescencia.

El subsistema de bombeo provee la radiación utilizada para excitar la fibra dopada. Los requerimientos de diseño están agrupados en tres áreas: espectro de emisión, respuesta temporal (estabilidad y tiempo de apagado), y potencia de salida acoplada a la fibra. Este método de caracterización descrito en el Capítulo 3 no requiere de mediciones absolutas de la potencia de bombeo ni de la intensidad de fluorescencia. No obstante, se requiere estabilidad en la potencia de bombeo y repetitividad, así como un espectro de emisión constante. La longitud de onda de emisión de la fuente de bombeo debe corresponder a la banda de absorción del nivel $^4I_{11/2}$, típicamente 980 nm. La máxima potencia de operación debe ser suficiente para alcanzar la inversión de población en la fibra dopada bajo prueba. Para la mayoría de las fibras monomodo, esta condición se satisface con 40 mW de potencia acoplada. Nosotros requerimos un módulo de

bombeo capaz de operar en modo continuo, así como modular la potencia de salida desde casi cero (<0.1 mW) hasta la máxima potencia (> 40 mW). Adicionalmente, requerimos un tiempo de apagado rápido ($50 \mu\text{s}$ o mejor) para realizar las mediciones de decaimiento de fluorescencia.

Los fotodetectores, los amplificadores, y los convertidores analógico-digitales componen el subsistema de detección de fluorescencia para la banda de $1.5 \mu\text{m}$. Su diseño está restringido por requerimientos de respuesta temporal, intensidad de señal, y rango dinámico. La constante de tiempo del subsistema de detección de fluorescencia debe ser menor a $50 \mu\text{s}$, con el fin de desprestigiar su efecto en la determinación del tiempo de decaimiento de fluorescencia ($\approx 10\text{ms}$). Este método requiere mediciones de fluorescencia de forma axial y lateral a la fibra. Además, se requieren mediciones de decaimiento de fluorescencia para bombeo de alta y baja potencia. Nosotros estimamos que la diferencia de intensidad de fluorescencia entre ambos casos es de dos órdenes de magnitud. El subsistema de medición debe ser capaz de adaptarse a esta diferencia. Adicionalmente, el método de ajuste exponencial utilizado para determinar la constante A_{21} requiere un rango dinámico para la medición del decaimiento de fluorescencia equivalente a tres décadas (≈ 60 dB).¹

C.3 Descripción general del arreglo experimental

El sistema de instrumentación utilizado para determinar el coeficiente C_{22} se muestra en diagrama a bloques de la figura C.1. En la figura C.2 se muestra una imagen del arreglo. De acuerdo con el método propuesto, este arreglo experimental satisface los requerimientos descritos para la determinación de los coeficientes de UC por CET y ASE. El instrumento está integrado con componentes de fibra óptica unidos por fusión, con el fin de mejorar la estabilidad. La muestra se monta como un segmento de 5 cm de largo de fibra monomodo dopada con Erblio. El extremo libre de la fibra bajo prueba se sumerge en un líquido con índice de refracción equivalente o se corta de forma diagonal, con el fin de evitar la reflexión del bombeo. Todos los componentes ópticos están colocados dentro de una cámara oscura.

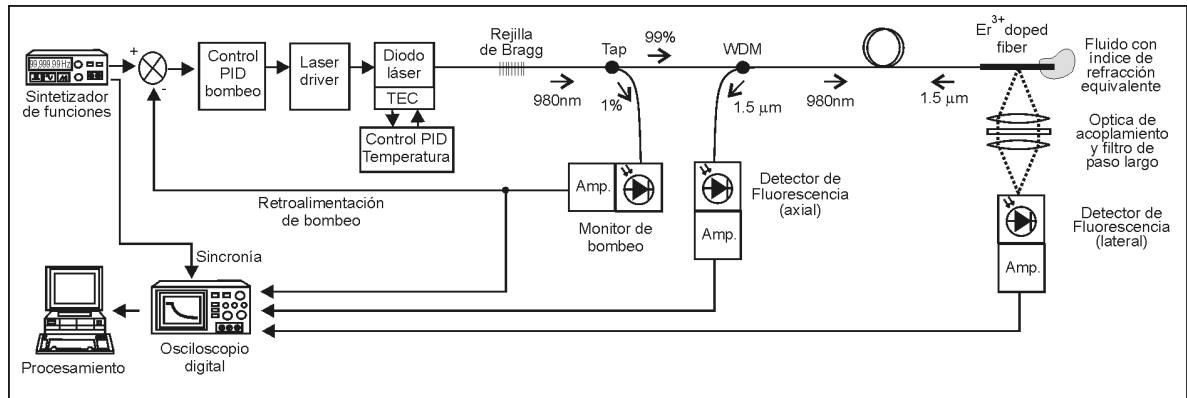


Figura C.1. Arreglo experimental diseñado para la caracterización de las fibras dopadas con Erblio.

La fibra dopada con Erblio es bombeada utilizando un diodo láser con longitud de onda estabilizada en 980 nm. La longitud de onda pico está centrada con la banda de absorción del nivel $^4I_{11/2}$ en vidrios SiO_2 dopados con Erblio. La máxima potencia de salida, medida en la muestra, es de 40 mW. Nosotros implementamos retroalimentación óptica y control de temperatura del láser con el fin de mejorar la estabilidad del espectro de emisión. La potencia de bombeo es modulada variando la corriente de alimentación del diodo láser. Las funciones de

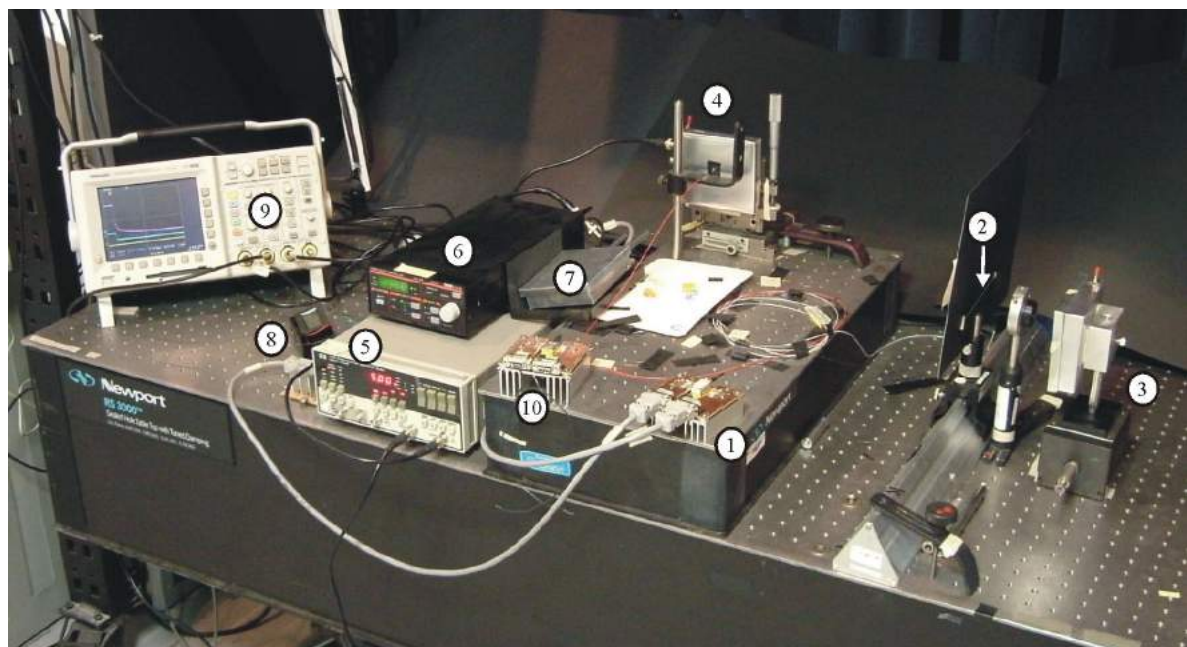


Figura C.2. Principales componentes del arreglo experimental: módulo de bombeo de 980 nm (1), fibra dopada (2), detector lateral (3), detector axial (4), sintetizador de funciones (5), manejador del diodo láser (6), monitor de bombeo (7), controlador de temperatura (8), osciloscopio (9), diodo láser secundario de 1480 nm (10).

modulación son proporcionadas por el sintetizador de funciones. Este sintetizador genera la rampa de baja frecuencia (0.01 Hz) y las funciones cuadradas (5 Hz) utilizadas para la caracterización. El acoplador de fibra óptica (*tap*), situado después de la rejilla de Bragg, desvía 1% de la potencia de bombeo acoplada a la fibra hacia el monitor de bombeo. El controlador PDI regula la potencia de bombeo utilizando la señal del sintetizador como referencia, y la señal del monitor de bombeo como retroalimentación. Este diseño resulta en una operación muy estable y repetible de bombeo, aún cuando el modulo opera cerca del umbral de encendido del láser.

La medición de fluorescencia se realiza por medio de dos detectores que se encuentran acoplados de diferente manera. El primero detecta la fluorescencia que es emitida en dirección radial por la fibra (detector lateral), mientras que el segundo detecta la emisión que es captada y conducida por la misma fibra (detector axial).

El detector lateral se utiliza para evitar el efecto de distorsión debido a ASE, midiendo la radiación de fluorescencia que escapa por los costados de la fibra. El diámetro del núcleo dopado mide unas pocas micras. Entonces, la probabilidad de absorción o amplificación de la radiación emitida en la dirección radial a la fibra es despreciable, y la distorsión debida a ASE es minimizada. La óptica de acoplamiento forma la imagen 1:1 de la fibra sobre el detector lateral.

El detector axial se utiliza para medir la fluorescencia que es guiada por la fibra, de la misma forma en que se mide en los dispositivos sensores. A diferencia de la detección lateral, esta medición sufre del efecto de la amplificación de la emisión espontánea. El multiplexor por longitud de onda (WDM, por sus siglas en inglés) actúa simultáneamente como un dispositivo de acoplamiento y como un filtro pasa-banda, rechazando la radiación de bombeo esparcida y reflejada. El detector utilizado para mediciones axiales es idéntico al utilizado para las mediciones laterales. Este detector se acopla a la fibra cortada en forma recta utilizando una micro lente, integrada al encapsulado del diodo. El amplificador para la detección axial es similar al del detector lateral.

Las señales de los amplificadores son digitalizadas utilizando un osciloscopio digital de adquisición en tiempo real con múltiples canales. Nosotros implementamos un procedimiento

adquisición especial para incrementar el rango dinámico en las mediciones de decaimiento de fluorescencia. Finalmente, la información se trasmite a una computadora personal y es procesada para determinar los coeficientes C_{22} y C_{γ} .

C.4 Subsistema de Bombeo

El componente central del subsistema de bombeo es el módulo JDS SDLO 1564-100. El módulo de bombeo está disponible comercialmente, específicamente para amplificadores de fibra dopada con Erblio. Este incluye un diodo láser de 980 nm herméticamente sellado dentro de un encapsulado de mariposa, junto con un termistor, un enfriador termoeléctrico, y un diodo monitor. La salida del diodo está acoplada a una fibra monomodo. Nosotros estabilizamos el módulo de bombeo en longitud de onda, temperatura, y en potencia de salida para minimizar la incertidumbre en los experimentos y mejorar la repetitividad de los mismos.

Las terminales módulo de bombeo están soldadas a una tarjeta de circuito impreso (PCB) de doble cara que hemos diseñado específicamente para este dispositivo. El diagrama se incluye al final de este apéndice. La tarjeta PCB incluye dos conectores DB9 que agrupan las conexiones del diodo láser y el diodo monitor en el primero, mientras que en el segundo se encuentran las terminales del termistor y el enfriador termoeléctrico. Nosotros acoplamos el módulo de bombeo a un disipador de calor de aluminio que a su vez se fija a la mesa holográfica, como se observa en la figura C.3.

El módulo de bombeo utiliza estabilización por rejilla de Bragg para asegurar la longitud de onda de emisión. El espectro de emisión es angosto y libre de ruido, aun bajo cambios en temperatura, potencia de operación, y retroalimentación óptica. La estabilización se logra grabando sobre la fibra una rejilla de Bragg

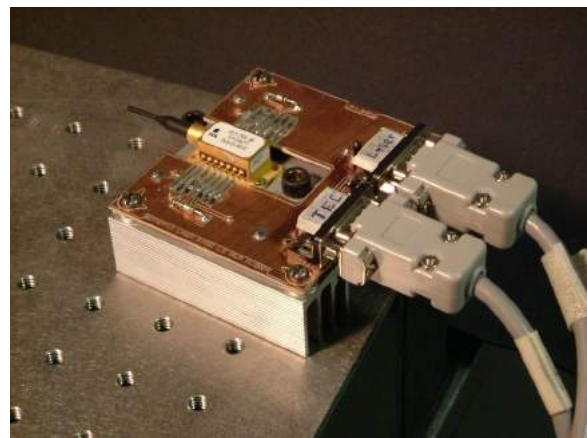


Figura C.3. Módulo de bombeo de 980 nm JDS SDLO 1564-100 soldado a la tarjeta de conectores y montado en el disipador de calor. Se muestran los dos conectores que van al controlador de temperatura y al manejador del diodo láser

de banda angosta, ligeramente reflectante, aproximadamente a un metro del diodo láser. La mayor parte de la emisión de bombeo pasa a través de la rejilla, pero una parte se refleja hacia el diodo láser proporcionando retroalimentación óptica. Si la proporción de luz reflejada es adecuada, el diodo láser opera a la longitud de onda de la rejilla.

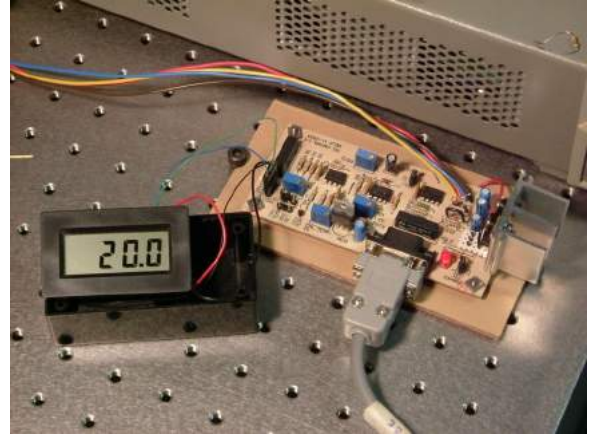


Figura C.4. Controlador de temperatura para el módulo de bombeo. Se muestra el conector DB9 que va a la tarjeta de conectores de la figura C.2. El exhibidor muestra la temperatura del diodo láser en grados centígrados.

La temperatura del módulo de bombeo se mantiene fija en 20 °C mediante el controlador de temperatura que hemos diseñado. Este es un control Proporcional+Integrativo que utiliza la señal del termistor como retroalimentación y proporciona la corriente para el enfriador termoeléctrico que se incluye en el módulo de bombeo. El diagrama del controlador se incluye al final de este apéndice. El controlador de temperatura proporciona un contacto a relevador con REL2 como testigo de operación. Esta salida se conecta al manejador de diodo láser para asegurar que el módulo es alimentado únicamente cuando el controlador de temperatura está operando. La primera etapa del controlador de temperatura es el acondicionamiento y calibración de la señal del termistor. El termistor opera en un divisor de voltaje con salida lineal en el rango de operación. En el punto de prueba TP1 se proporciona un voltaje que es proporcional a la temperatura con escala 10°C/V. Por medio del potenciómetro POT2 se ajusta la temperatura deseada en el módulo. En el punto de prueba TP2 se verifica la temperatura deseada con escala 10°C/V. El conector CON4 proporciona las señales de temperatura a para un voltímetro o exhibidor externo. Las constantes proporcional e integral de controlador se ajustan por medio de los potenciómetros POT3 y POT2 respectivamente. El *jumper* J2 permite deshabilitar el bloque integral del controlador. El último bloque del controlador es la etapa de potencia. El voltaje para la alimentación del TEC está limitado a 3 V máximo, para evitar daños en el enfriador termoeléctrico. El controlador se implementó en una tarjeta de circuito impreso que proporciona un conector DB9 para conectarse mediante un cable 1 a 1 con el conector respectivo en la tarjeta del módulo de bombeo. En la figura C.4 se muestra

una fotografía de la tarjeta controladora de temperatura, junto con un exhibidor externo donde se indica la temperatura del módulo de bombeo.

El diodo láser es alimentado mediante el manejador LDC-500 (ThorLabs). Este manejador es básicamente una fuente de corriente de precisión controlada por una señal analógica de entrada. El manejador puede operar en uno de dos modos distintos: corriente constante y potencia de salida constante mediante el uso del diodo monitor. Nosotros encontramos que la fotocorriente del diodo monitor incluido dentro del módulo de bombeo JDS SDLO 1564-100 no es

lineal con respecto a la potencia acoplada en la fibra, especialmente para bajas potencias de bombeo. Entonces, nosotros implementamos un diodo monitor externo con *pigtail* de fibra (JDSU EPM 605-205). El tap (JDS SMFC7PRKASA10) desvía 1% de la potencia de bombeo hacia el fotodetector. La salida del monitor externo es lineal con la potencia de bombeo acoplada en la fibra. La medición de la potencia de bombeo es estable y repetible porque todos los componentes de fibra son pegados por fusión. Nosotros encontramos que el manejador del diodo láser LDC-500 no opera de manera estable en el modo de potencia constante cuando se utiliza el diodo monitor externo. Entonces, nosotros operamos el manejador en el modo corriente constante y agregamos un controlador PID externo que proporciona al manejador del diodo una señal de voltaje que debe ser proporcional a la corriente de alimentación del diodo. El controlador compara la referencia del sintetizador de funciones con la retroalimentación del monitor externo y ajusta la corriente del láser para minimizar el error. Con este esquema, nosotros logramos una respuesta lineal y estable del módulo de bombeo.

Nosotros evaluamos el desempeño del subsistema de bombeo mediante tres mediciones. La primer medición es el tiempo de apagado para un pulso cuadrado. La segunda medición es la potencia de bombeo como función del tiempo, para una función rampa. La última medición es el

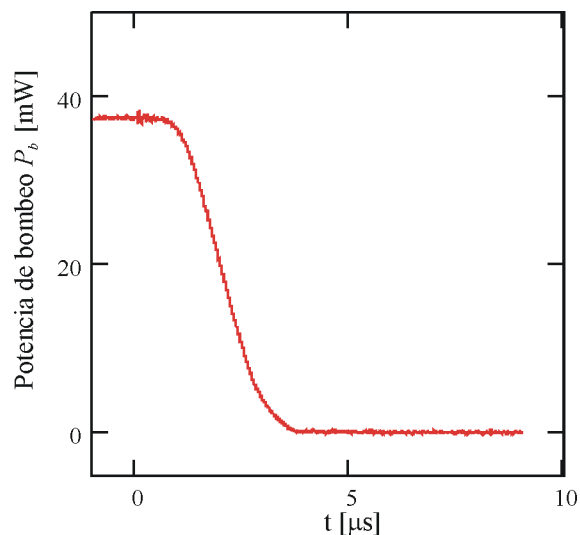


Figura C.5. Potencia de bombeo P_b como función del tiempo durante la transición de apagado. El tiempo de apagado del diodo láser es $3 \mu\text{s}$.

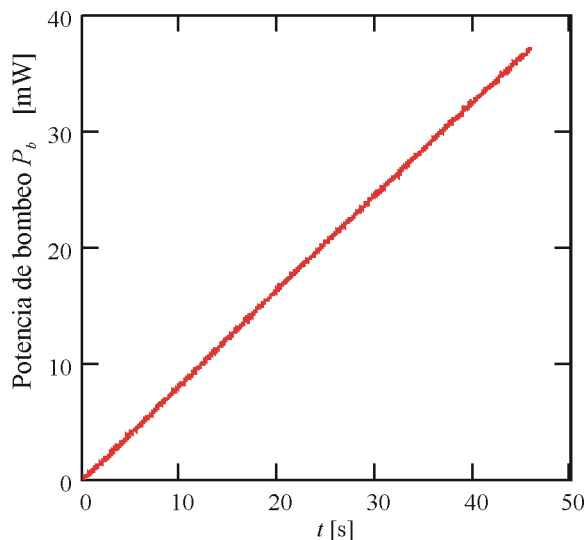


Figura C.6. Potencia de bombeo P_b como función del tiempo para modulación con una función rampa. El subsistema de bombeo es lineal en todo el rango dinámico.

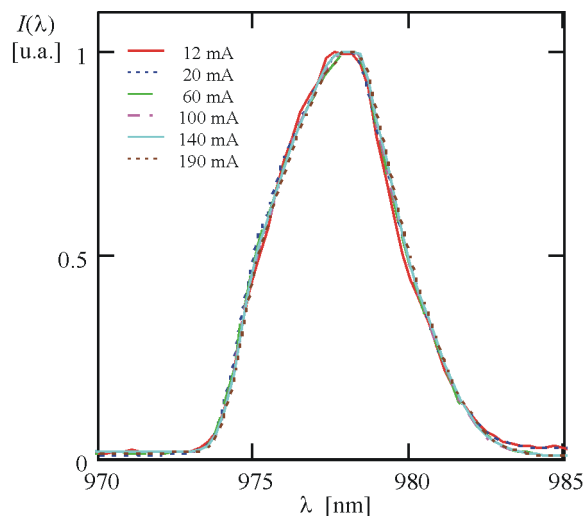


Figura C.7. Espectro normalizado de emisión del módulo de bombeo para distintas corrientes de alimentación del módulo de bombeo. La potencia efectiva de bombeo es 37 mW cuando la corriente de alimentación es 190 mA. La corriente de umbral del diodo láser es 11 mA.

espectro de emisión como función de la corriente de alimentación del diodo láser. Nosotros medimos el tiempo de apagado de bombeo como 3 μ s, como se muestra en la figura C.5. Este tiempo es despreciable, comparado con el tiempo de decaimiento de fluorescencia del Erblio en la banda de 1.5 μ m (\approx 10 ms). En la figura C.6 se muestra la potencia de bombeo como función del tiempo para una función rampa generada por el sintetizador de funciones. El tiempo total de la rampa es 45 segundos. El comportamiento del modulo de bombeo es lineal en el rango dinámico gracias al controlador de lazo cerrado. En la figura C.7 se muestra el espectro de emisión del módulo de bombeo para distintas corrientes de alimentación del diodo láser. El espectro de emisión es constante, gracias a la retroalimentación proporcionada por la reflexión en la rejilla de Bragg.

C.5 Subsistema de detección de fluorescencia

El subsistema de detección de fluorescencia cuenta con dos detectores. Uno mide la fluorescencia emitida de forma radial, mientras que el otro mide la fluorescencia que es capturada y guiada por la fibra. Ambos operan en la banda de 1.5 μ m, correspondientes a la emisión espontánea del nivel $^4I_{13/2}$ en la fibra dopada con Erblio.

C.5.1 Detector lateral

El subsistema de detección lateral está integrado por el sistema óptico de acoplamiento, el detector, y el acondicionador/amplificador de señal, como se muestra en la figura C.8.

La emisión de fluorescencia lateral a la fibra es capturada por el sistema óptico que forma la imagen de la fibra sobre el detector lateral. El sistema óptico está compuesto de dos lentes biconvexas de distancia focal f igual a 25.4 mm y diámetro d igual a 25.4 mm (Thorlabs LB1761-C).

Las lentes fueron seleccionadas porque presentan el valor $f/\#$ más bajo en su tipo. Las lentes tienen un recubrimiento especial antirreflectante para la banda de 1100 a 1700 nm. Nosotros colocamos un filtro de interferencia de paso largo con longitud de onda de corte igual a 1480 nm entre las dos lentes. El filtro de paso largo transmite la emisión de fluorescencia en la banda de 1.5 μm y rechaza la radiación de bombeo. La disposición del filtro minimiza el corrimiento de la banda de paso que se presenta cuando la incidencia no es normal a la superficie. Nosotros realizamos el análisis radiométrico para determinar la configuración del sistema óptico que permite capturar la mayor cantidad de radiación de fluorescencia. Encontramos que para una fuente larga y estrecha, como la fibra, se captura la mayor cantidad de energía cuando se forma la imagen 1:1 de la fuente sobre el detector. Es decir, la distancia objeto d_o y la distancia imagen d_i son iguales a dos veces la distancia focal efectiva efl , como se muestra en la figura C.9.

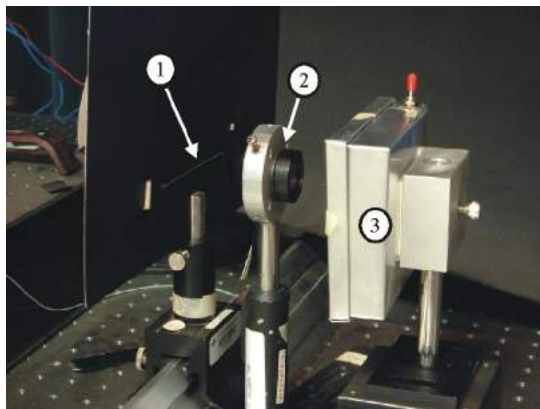


Figura C.8. Subsistema de detección lateral. Fibra dopada (1), óptica de acoplamiento (2), y detector/amplificador lateral (3).

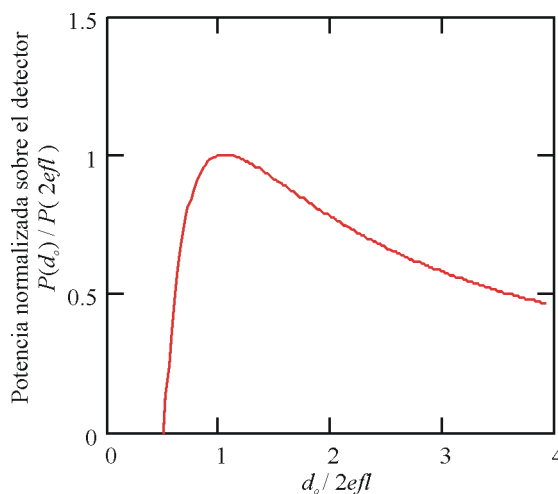


Figura C.9. Potencia normalizada sobre el detector, P , como función de la distancia objeto d_o para una fuente larga y delgada. La mayor cantidad de energía se captura cuando d_o es igual a 2 veces la distancia focal efectiva efl .

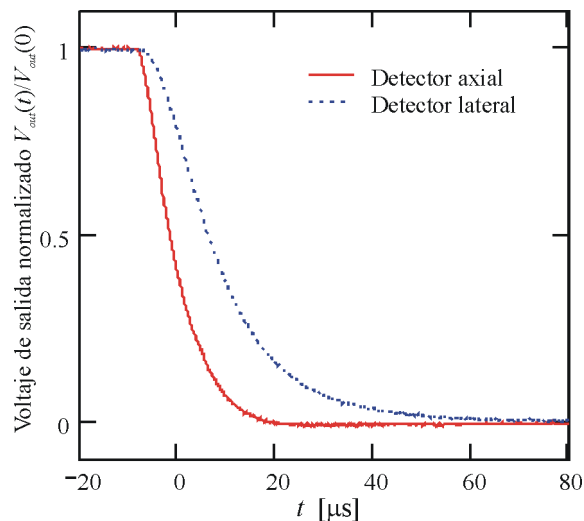


Figura C.10. Voltaje de salida de los detectores lateral y axial como función del tiempo para un pulso de iluminación que se apaga en t igual a cero. El tiempo de respuesta de ambos detectores es menor a 40 μs .

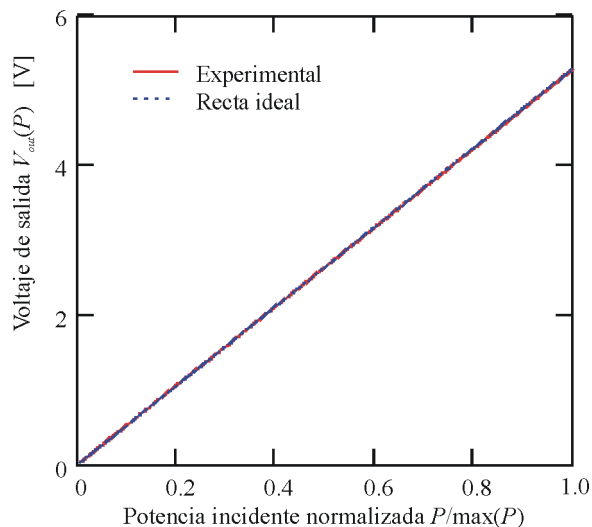


Figura C.11. Voltaje de salida V_{out} para el detector lateral como función de la potencia incidente sobre el detector. La respuesta del detector es lineal en todo el rango de operación.

Nosotros seleccionamos el fotodiodo InGaAs modelo FCI-InGaAS-120 como dispositivo detector debido a su sensibilidad en la banda en 1.5 μm , alta velocidad de respuesta, bajo ruido, y linealidad. Este fotodiodo se ha diseñado específicamente para comunicaciones en fibra óptica de alta velocidad. El diámetro del área activa es 120 μm , la sensibilidad es de 0.95 A/W en 1.55 μm , la capacitancia es 1 pF, y la potencia equivalente a ruido (NEP) es 4.5×10^{-15} W/ \sqrt{Hz} .

Nosotros operamos el fotodiodo en modo fotovoltaico. Este modo es recomendado por el fabricante para aplicaciones de baja frecuencia (hasta 350 kHz) o muy baja intensidad de luz. Adicionalmente, este modo ofrece una configuración simple y menos variaciones en la respuesta debidas a cambios de temperatura. La fotocorriente generada en el diodo es convertida en voltaje y amplificada utilizando un amplificador de dos etapas. El amplificador está basado en amplificadores operacionales de bajo ruido y baja corriente de polarización (OPA-111), diseñados específicamente para aplicaciones de optoelectrónica. El diseño del amplificador se muestra en el diagrama 3. La primera etapa del amplificador es un convertidor de corriente a voltaje. La razón de conversión es 1 V/ μA . La segunda etapa es un amplificador inversor con ganancia igual a 31.8 dB. Los capacitores C2 y C4 tienen como objetivo limitar el ancho de banda de los

amplificadores, para evitar la inestabilidad. El amplificador cuenta con dos salidas a conector BNC para cable coaxial. La salida intermedia tiene ganancia $1 \text{ V}/\mu\text{A}$ y la final $39 \text{ V}/\mu\text{A}$. El tiempo de respuesta medido para la etapa final es de $25 \mu\text{s}$, como se muestra en la figura C10. La linealidad en todo el rango dinámico del detector se probó utilizando un radiómetro como referencia. En la figura C.11 se muestra el voltaje de salida del amplificador lateral como función de la potencia incidente sobre el detector. El detector lateral es lineal en todo el rango de operación. El amplificador se conecta directamente al osciloscopio por medio de cable coaxial RG-68. Las resistencias R5 y R6 se utilizan para igualar la impedancia del cable. El amplificador se alimenta con dos baterías de 9V, con el fin de eliminar el ruido eléctrico en la línea de alimentación. Nosotros colocamos todos los componentes, incluyendo las baterías, dentro de un gabinete de aluminio que hemos fabricado para reducir el ruido por radiación electromagnética. El gabinete está eléctricamente aislado del soporte, y se conecta a tierra únicamente por los conectores BNC. De esta forma, se eliminan los lazos de corriente y se reduce el ruido. Gracias al blindaje electromagnético y la alimentación por baterías, se eliminó el ruido eléctrico de 60 Hz sin necesidad de filtros adicionales. En la figura C.12 se muestra una imagen del ensamble completo del detector.

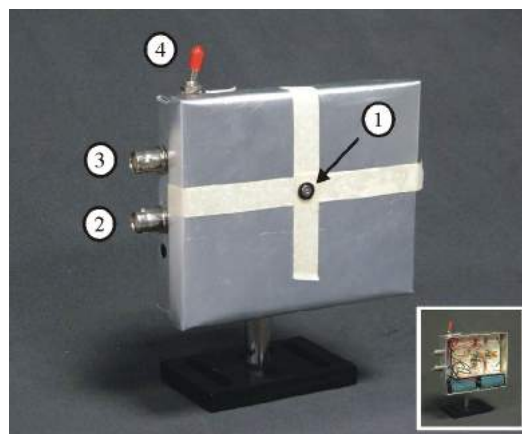


Figura C.12. Detector lateral y amplificador. Se muestra el fotodiodo (1), las salidas de voltaje (2 y 3), y el interruptor de encendido (4). En el recuadro se muestra una vista interior. Las baterías se colocan en la parte inferior.

C.5.2 Detector Axial

El detector axial mide la fluorescencia guiada en la fibra. La intensidad de la fluorescencia medida axialmente es cerca de 4 órdenes de magnitud mayor, comparada con aquella incidente sobre el detector lateral. El fotodetector usado en la medición axial es idéntico al fotodiodo del detector lateral. El amplificador también es similar, pero la ganancia final se ajusta como $1 \text{ V}/\mu\text{A}$. El tiempo de respuesta del este detector es de $10 \mu\text{s}$. En la figura C.10 se muestra la respuesta temporal del detector axial para un pulso de iluminación. En la figura C.13

se muestra la salida del amplificador axial como función de la potencia incidente sobre el detector. El detector axial es lineal en todo el rango de operación.

El detector axial se acopla a la fibra por medio de la microlente que se incluye en el encapsulado del fotodiodo. La fibra óptica se termina con un corte recto y se coloca a 1 mm del detector. La alineación entre la fibra y el detector se realiza por medio de una montura de 2 ejes con ajuste micrométrico.

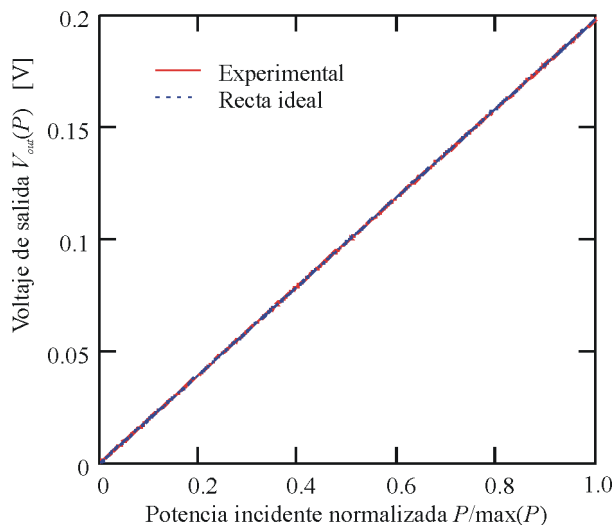


Figura C.13. Voltaje de salida V_{out} para el detector axial como función de la potencia incidente sobre el detector. La respuesta del detector es lineal en todo el rango de operación.

C.5.3 Conversión analógica a digital

Las señales de los amplificadores son digitalizadas utilizando un osciloscopio de adquisición en tiempo real de 4 canales con conexión Ethernet (Tektronix TDS 3054B). La resolución de digitalización de este instrumento está limitada a 9 bits. Entonces, el límite teórico para mediciones de decaimiento de fluorescencia es de menos de 3 décadas. Nosotros logramos la digitalización de más de 4 décadas de decaimiento de fluorescencia (equivalente a 14 bits) aplicando un procedimiento de adquisición con múltiples canales. Nosotros digitalizamos la señal de decaimiento utilizando tres canales simultáneamente: A, B, y C. La ganancia para el canal B es 10 veces aquella del canal A, mientras que la ganancia del canal C es 10 veces la

digitalizadas utilizando un osciloscopio de

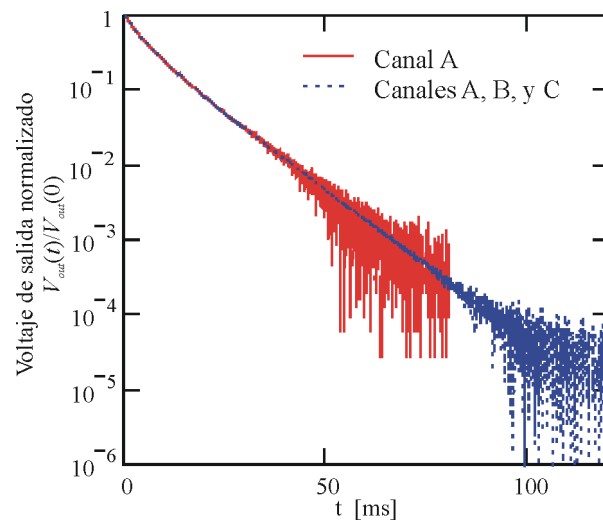


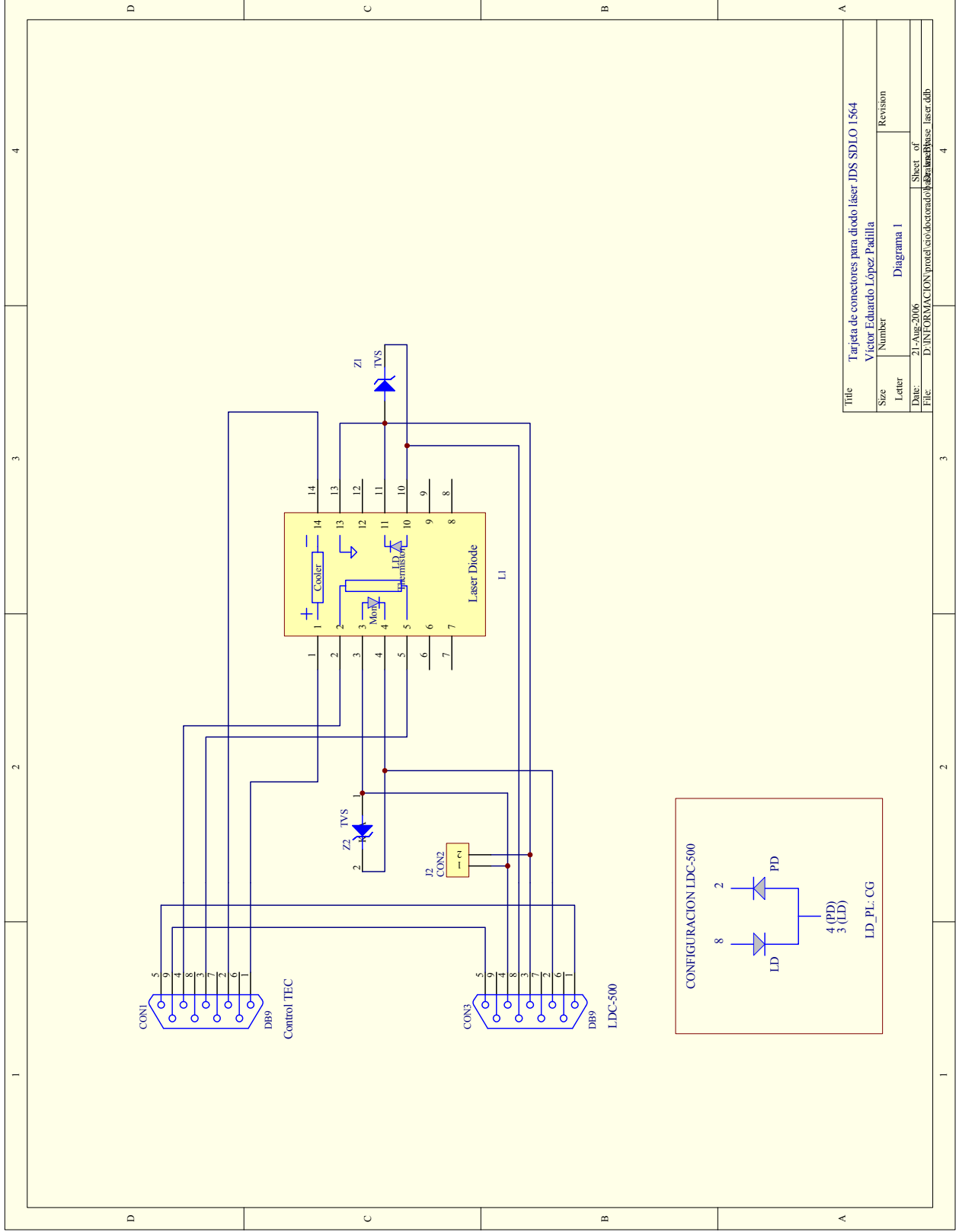
Figura C.14. Voltaje de salida V_{out} como función del tiempo para decaimiento de fluorescencia. Se comparan las mediciones digitalizadas usando uno y tres canales. El uso de tres canales aumenta el rango dinámico en más de dos décadas.

ganancia del B. Entonces, nosotros utilizamos el canal A para digitalizar las primeras 2 décadas de decaimiento, el canal B para las décadas 2 y 3, y el canal C para las décadas 3 a 5. Nosotros integramos la función de decaimiento de 4 décadas utilizando la información de los 3 canales. El ajuste de offset es calculado utilizando la información empalmada de canales consecutivos. Este técnica es útil para mediciones de decaimiento. Cada medición es el resultado del promedio de 64 eventos consecutivos, con el fin de reducir el ruido. En la figura C.14 se compara la medición de decaimiento de fluorescencia usando uno y tres canales. El uso de tres canales incrementa el rango dinámico en más de dos décadas.

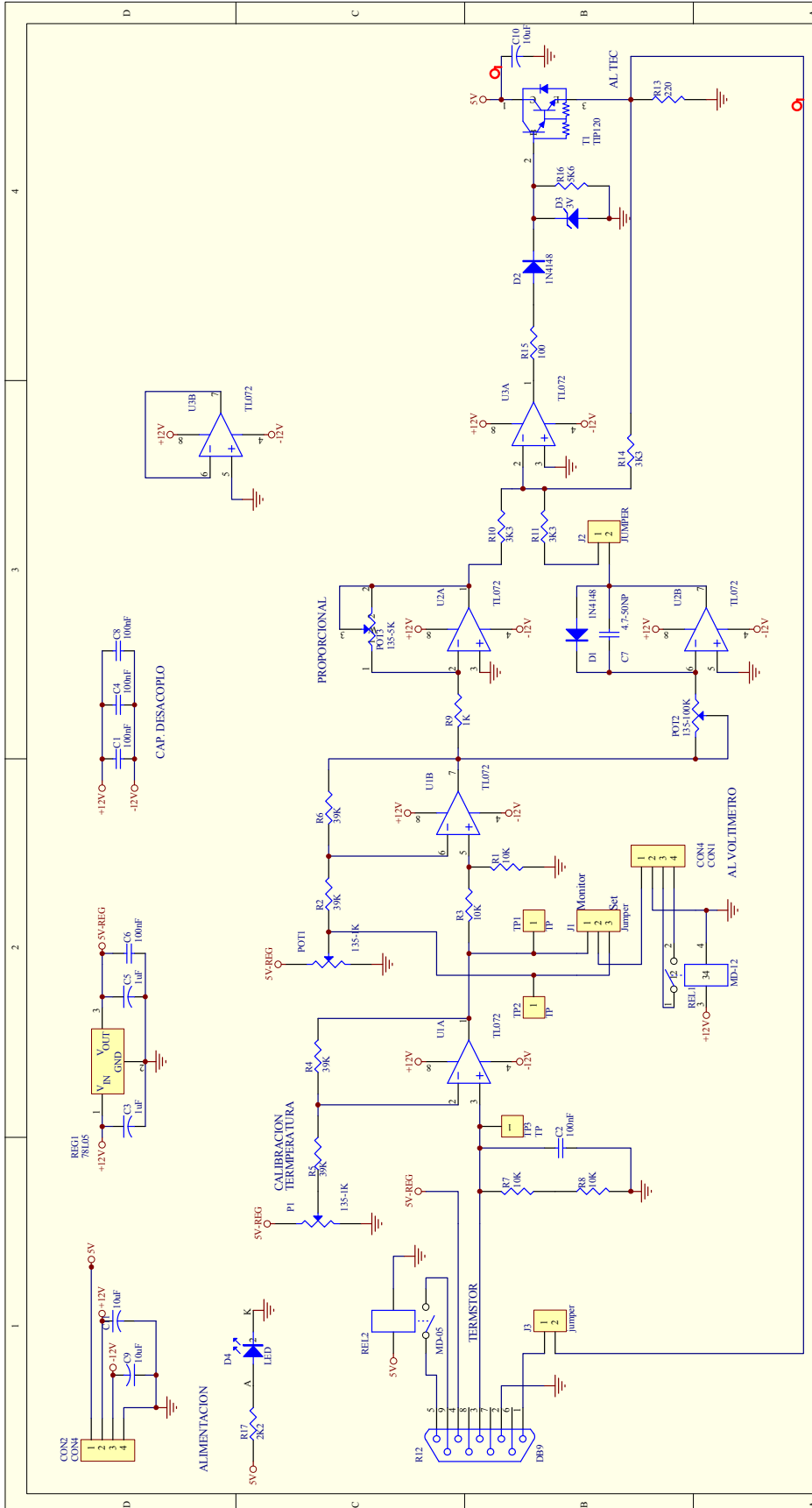
C.6. Conclusiones

Hemos implementado un arreglo experimental que satisface los requerimientos para la caracterización de los coeficientes de conversión hacia arriba por CET y amplificación de la emisión espontánea. El arreglo experimental se construye con componentes que son disponibles comercialmente para amplificadores de fibra dopada con Erblio. El subsistema de bombeo propuesto cumple con la característica de espectro de emisión constante que se requiere en el método para la caracterización de la fibra dopada. Los requerimientos de rápido apagado para bombeo pulsado y la linealidad en la modulación con una función rampa también son satisfechos, gracias a la rápida respuesta del diodo láser y al control de lazo cerrado de la potencia de bombeo. El subsistema de detección de fluorescencia cumple con los requisitos establecidos por medio de dos detectores: el primero se acopla lateralmente a la fibra y el segundo de forma axial a la misma. Las mediciones realizadas de forma lateral no son distorsionadas por la amplificación de la emisión espontánea, a diferencia de las mediciones axiales. Hemos implementado un procedimiento de digitalización con varios canales para las mediciones de decaimiento de fluorescencia. Este procedimiento incrementa en más de 2 décadas el rango dinámico del instrumento.

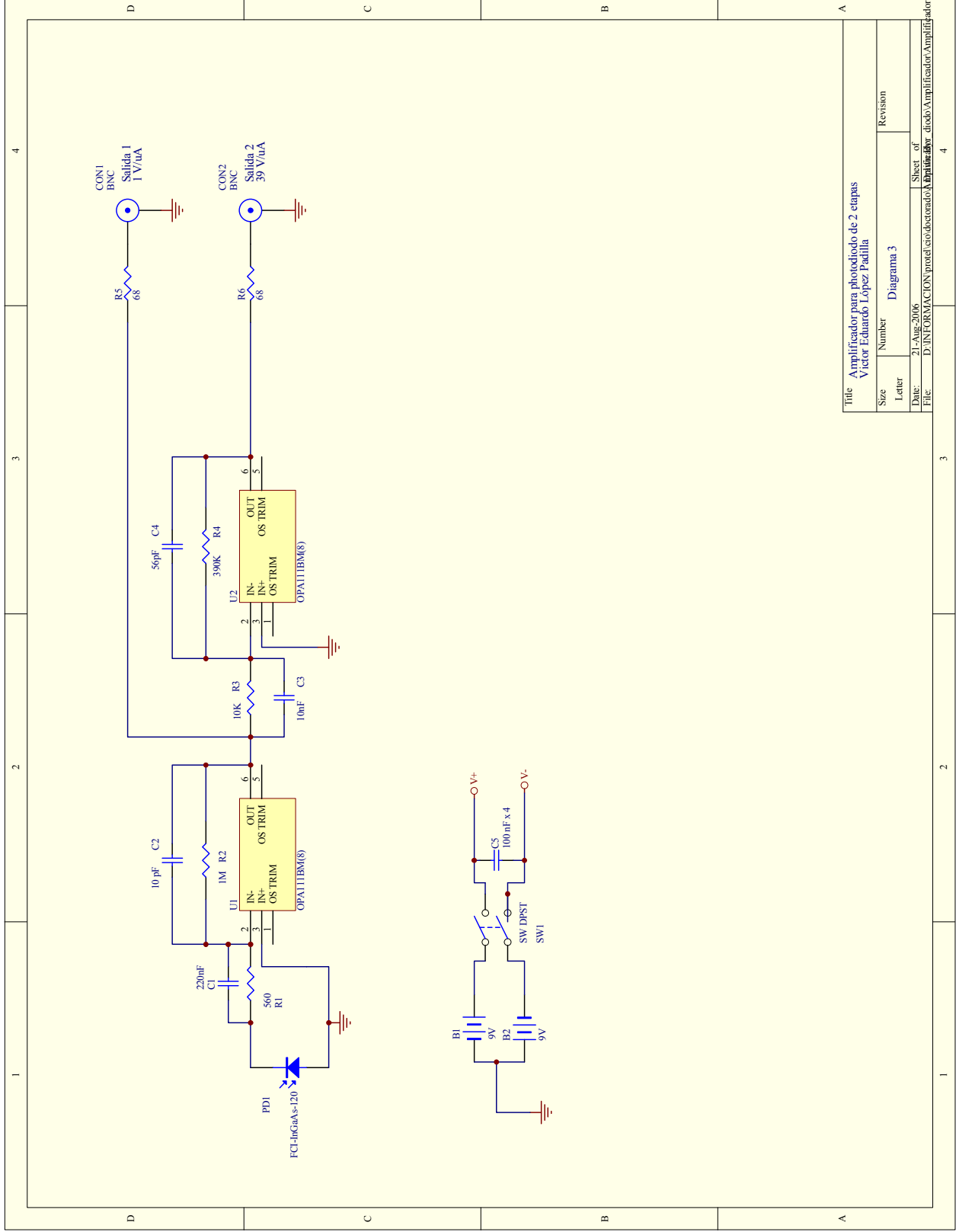
¹ A. Istratov and O. Vyvenko, "Exponential analysis in physical phenomena," *Rev. Sci. Instrum.* 70, 1233 (1999).



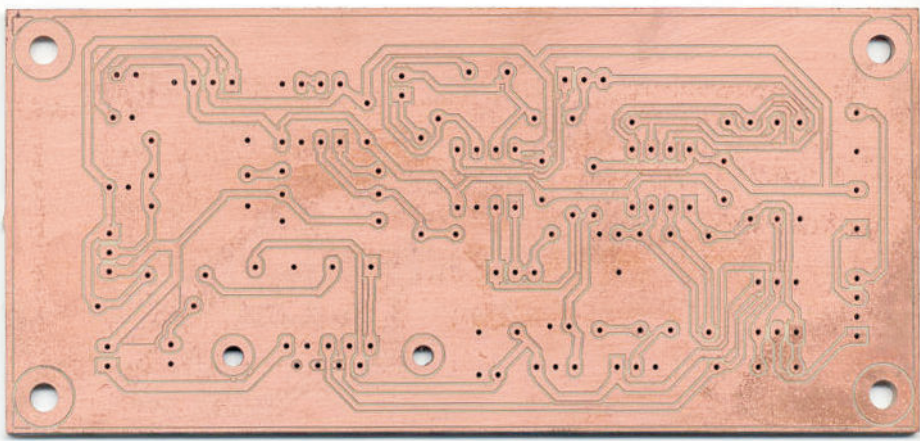
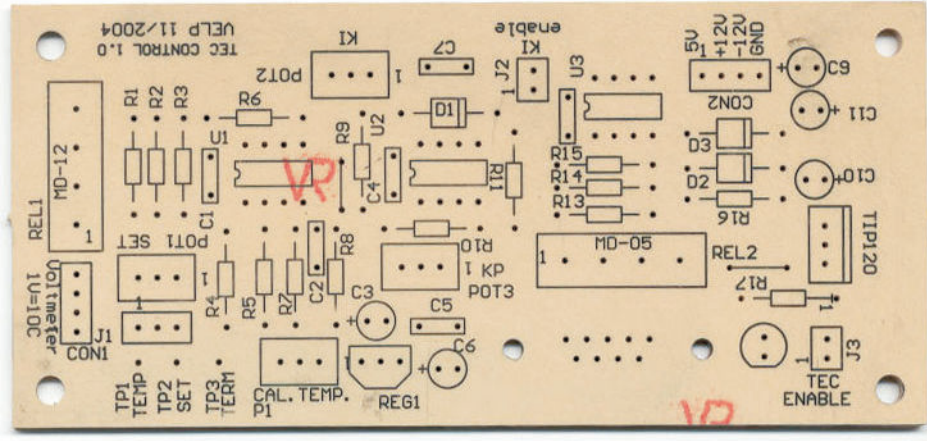
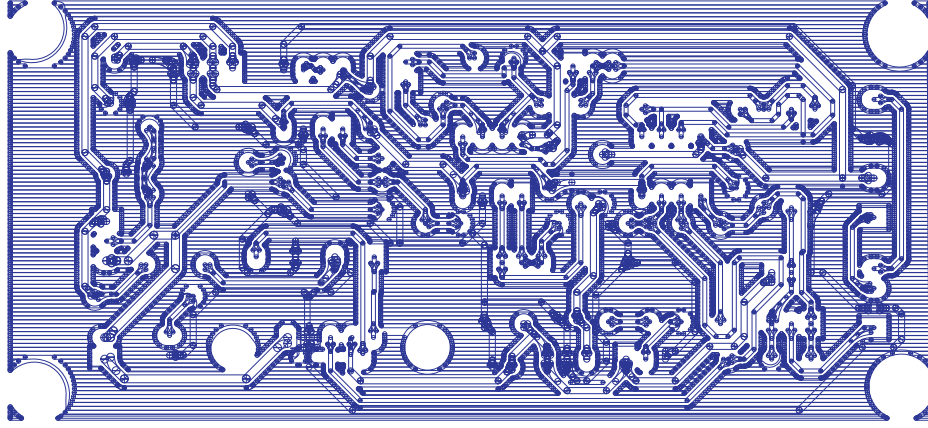
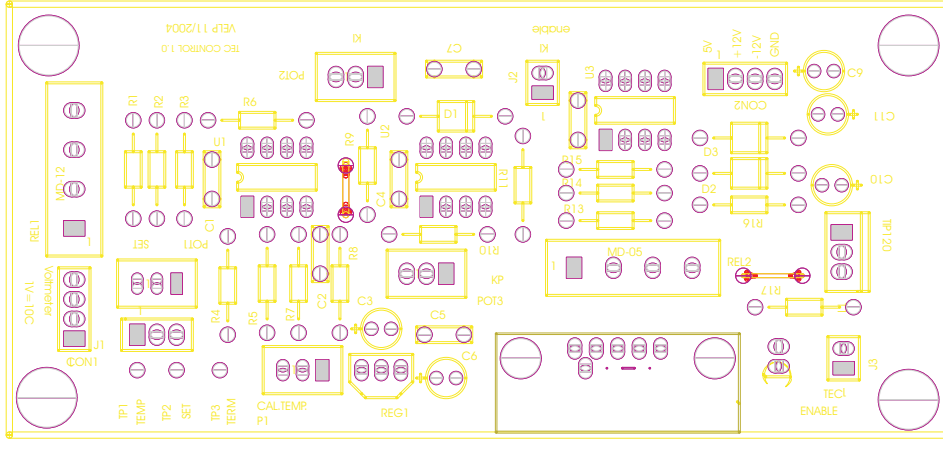
Title		Tárrta de conectores para diodo láser JDS SDILO 1564	
Author		Victor Eduardo López Padilla	
Size	Number	Diagrama 1	Revision
Letter	Date:	21-Abr-2006	Sheet of
File:	D:\INFORMACION\proyectos\doctorado\lab\BrazosPhase_laser.ddb		4



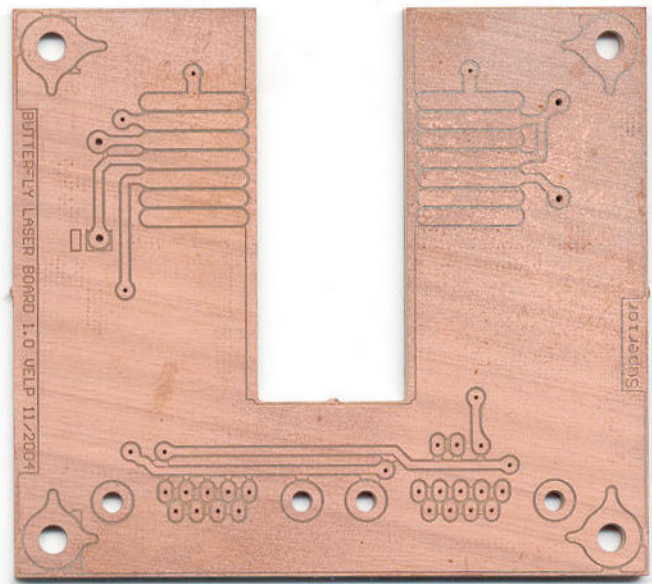
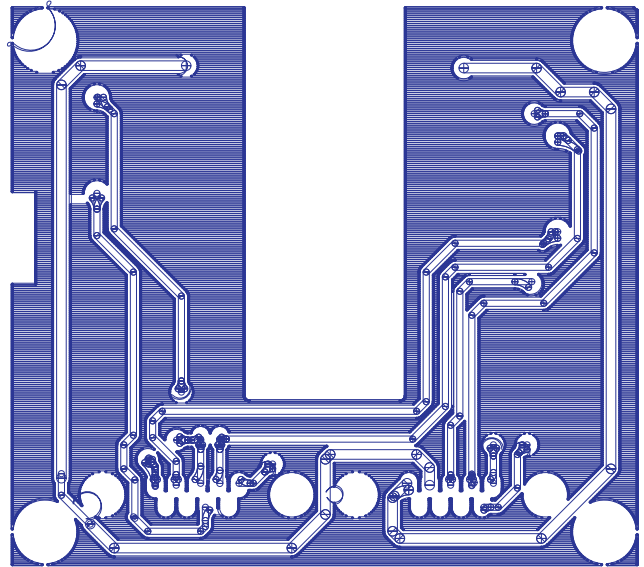
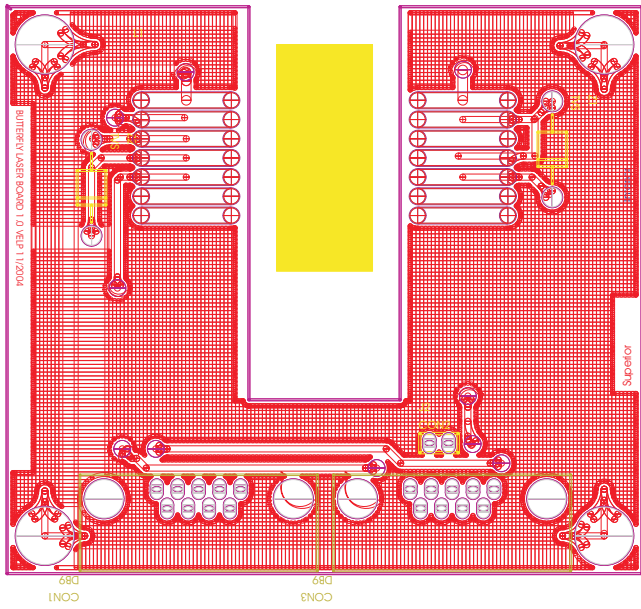
Title: Control de Temperatura para Diodo Láser			
Size	Number	Diagrama 2	Revision
Legal	21-AUG-2005		Sheet of
File:	D:\INFORMACION\CONTRONTEL\con\electronicas\laser\control.tct.Ddb		File: D:\INFORMACION\CONTRONTEL\con\electronicas\laser\control.tct.Ddb



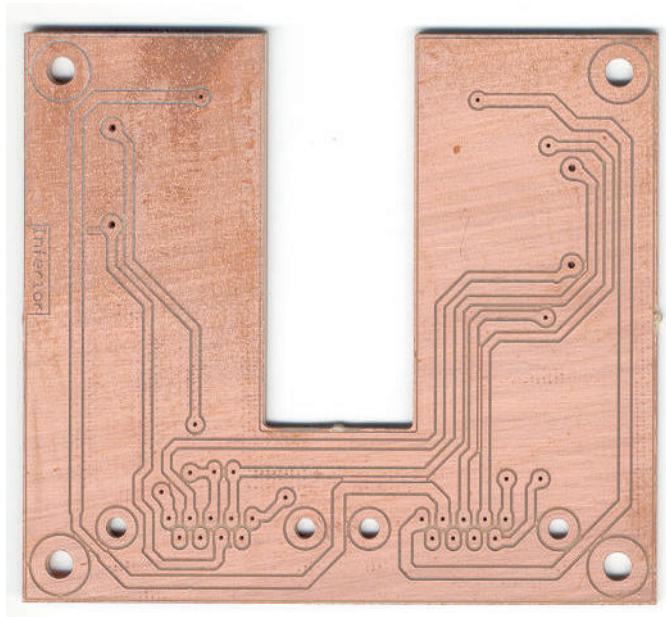
Título		Amplificador para fotodiodo de 2 etapas	
Autor		Victor Eduardo López Padilla	
Size	Number	Diagrama 3	Revision
Letter			
Date:	21-Aug-2006	Sheet of	
File:	D:\INFORMACION\proyectos\doctorado\Amp\Amplifor	Sheet of	
		diado\Amplificador\Amplificador	
		ddb	



<p>Título: PCB tarjeta de control de temperatura para diodo láser JDS SDLO 1564</p>	<p>Victor Eduardo López Padilla</p>
<p>Fecha: 16/Mayo/2006</p>	



Cara superior



Cara inferior

Titulo:	PCB tarjeta de conectores para diodo láser JDS SDLO 1564
	Víctor Eduardo López Padilla
Fecha:	16/Mayo/2006

Apéndice D

Código Fuente del Simulador de Sensor de Fibra con Controlador de Bombeo de Lazo Cerrado

En esta sección se incluye el código fuente del simulador de un sensor de fibra con controlador de bombeo de lazo cerrado, como el que se muestra en la figura D.1. Este dispositivo sensor se explica en detalle en la sección 5.6 del Capítulo 5. El objetivo de este programa de simulación es evaluar el desempeño del sensor basado en tiempo de decaimiento de fluorescencia en una fibra dopada de 10 cm de largo. El programa resuelve las ecuaciones de balance de población y amplificación de la emisión espontánea para determinar la tasa aparente de decaimiento de fluorescencia, medida en forma axial.

La salida de este programa está dada por las poblaciones atómicas, la intensidad de fluorescencia guiada en la fibra, y la tasa bombeo como función del tiempo. Se incluyen en la simulación los procesos de emisión espontánea, conversión hacia arriba por transferencia cooperativa de energía, amplificación de la emisión espontánea, entre otros. Para el controlador de lazo cerrado, se simula el comportamiento discreto en amplitud de los convertidos analógico a digital y digital a analógico. Adicionalmente, la simulación incluye la atenuación variable en el camino óptico y ruido con características similares a las observadas en las mediciones experimentales. La salida del programa se escribe en archivos de texto. Posteriormente, estos

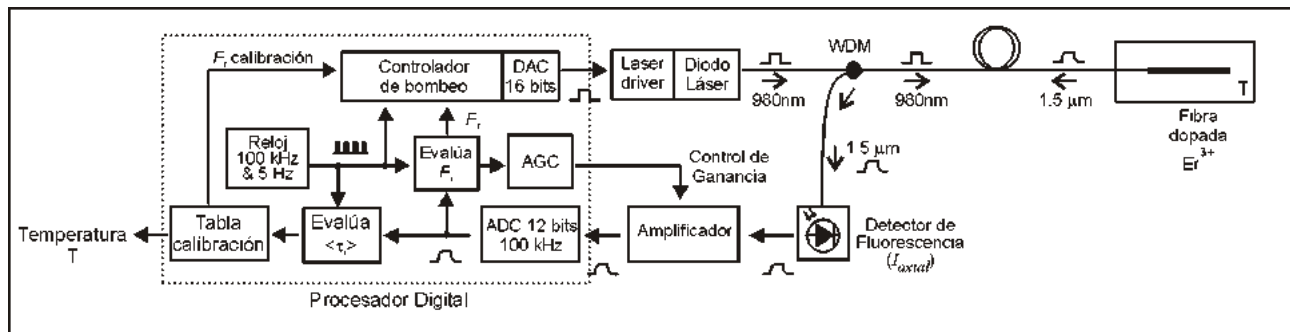


Figura D.1. Diagrama a bloques del sensor de temperatura con controlador de lazo cerrado de potencia de bombeo. El programa simula el desempeño de este dispositivo.

archivos son procesados por medio del software MathCad para obtener graficas como las mostradas en la figura 5.27 del Capítulo 5.

El núcleo de este programa escrito en lenguaje C está constituido por la solución numérica del modelo matemático para la fibra dopada con Erblio. Los algoritmos implementados se describen en detalle en el Capítulo 3. Adicionalmente, se incluye el código del controlador de bombeo de lazo cerrado, como se describe en Capítulo 5, sección 5.6. El programa está integrado por 6 archivos, agrupando en cada uno bloques funcionales:

- 1) *simula2.c*: Este es el archivo principal donde se incluye la función *main*. En este archivo se localizan las declaraciones de las constantes y variables globales. Dentro de la función *main* se definen los dos ciclos anidados que determinan el tiempo t para cada iteración del simulador.
- 2) *nucleo.c*: En este archivo se incluyen las funciones que resuelven las ecuaciones de balance de población y amplificación de la emisión guiada. La descripción detallada del núcleo se encuentra en el Capítulo 3.
- 3) *bombeo.c*: Aquí se declaran las funciones relacionadas con la modulación de la potencia de bombeo y el controlador de lazo cerrado. La descripción detallada del funcionamiento del controlador de lazo cerrado se encuentra en la sección 5.6 del Capítulo 5.
- 4) *material.c*: En este archivo se encuentran las funciones que definen las matrices relacionadas con las ecuaciones de balance de población y la amplificación de la emisión espontánea.
- 5) *writefil.c*: Aquí están las funciones para abrir, actualizar, y cerrar los archivos de texto donde se registra la salida de la simulación para la población N_2 , la intensidad de fluorescencia axial, la tasa de bombeo, etc.
- 6) *constant.c*: En este archivo se declaran constantes de uso general.


```

#include "math.h"
#include "stdlib.h"
#include "stdio.h"
#include "conio.h"
5

// constantes
#include "constant.c"

10 // constantes del material

#define A21 (1.0/(10.2*mili))
#define A32 (1.0/(10*micro))
#define roC 83.5
15

//emisión espont nea guiada en la fibra
#define PC 1.5e-2

// constantes para la simulación
20 double tt=0.1; // tiempo total
double Dt=10e-6; // Delta t
long int ti; // contador para tiempo

// constantes para la salida a disco
25 // divisor para la salida a disco
#define DivArchivo 10

// constantes para bombeo
30 double maxR13=250;

// divisiones en la fibra
#define largo 0.1100
#define nz 20

35 // definición de matrices
// niveles de energía
#define ne 5
double N[ne]={0,1,0,0,0}; //N[1] es el nivel base
double Ndz[ne][nz]; //matriz para guardar las probabilidades de poblacion
40 double DNdz[ne]; //matriz para los incrementos de Ndz
double ro; //densidad local
double Dz; //longitud de cada segmento

double Eag[ne]; //Emisión amplificada guiada
45

//double Eeg[ne]; //Emisión espont nea guiada
int nb; //No. de bandas de emisión
int nRA; //No. de renglones en RA

50

// variables para el control de bombeo
double integra_subida;
double promedio_estable;
#define SetIntegra 0.8

```

```

55  #define SetR13 250
    #define Ki 0
    #define Kd 0
    #define Kp 0.0
    #define Ruido 450e-10
60  #define EscalaCompletaDAC 2000.0
    #define maxDAC 65536.0
    double EscalaCompletaADC=8e-5;
    #define maxADC 2096.0
    double Transmision=1; //para simular las perdida
65
    // Calcula Tau
    double PromTau;

70  //descripcion del material (ec. balance poblaciϕn)
    #include "material.c"

    #include "nucleo.c"

75  #include "bombero.c"

    //void MuestraN(void)

80  #include "writefil.c"

    void main(void)
    {
85        int z,banda;
        double gamma;
        int porcentaje=0; // para indicar el progreso
        int ContArchivo=0; // Contador para la salida a disco
        int ciclos;          // ciclos de bombeo

90        clrscr();
        printf("hola\n");
        InicializaConstantes();
        InicializaA();
        MuestraA();

95        InicializaSimulacion();
        MuestraNdz();

        // probamos una transicion
100       //ActualizaNdz(0);
        //MuestraDNdz(0);

        //clrscr();
105       //printf(" interpola: %e",interpola(tF,tR13,.312,10));
        //getch();
        //exit(0);

```



```

110 //printf("R13: %e \n",interpola(tF,tR13,.87,11));
    //getch();

        clrscr();

115     AbreArchivos();

    randomize();

120 for (ciclos=0;ciclos<30;ciclos++)
    {
        porcentaje=0;
        gotoxy(1,1);
        printf("Ciclo:%i",ciclos+1);

125     //alteracion en la transmision tipo escalon
        //if(ciclos==15) Transmision=0.5;

        for (ti=0;ti<20000;ti++) // corrponde a un ciclo
            {
130                 //gotoxy(1,3);
                //MuestraDNdz(0);
                //MuestraDNdz(5);

                // limpia el vector de emision amplificada guiada
135                 for (banda=0;banda<nb;banda++)
                    Eag[banda]=0;

                if ((100*ti/20000) > porcentaje)
                    {
140                     gotoxy(1,2);
                        printf("%i = %i%% \n",ti,100*ti/20000);
                        porcentaje+=1;
                    }

145

                for (z=0;z<nz;z++)
                    {
150                     BombeoPulsado(Dt*ti,ti);
                        //BombeoCuadrada(Dt*ti,50);
                        //BombeoSinusoidal(Dt*ti,25);

                        ActualizaNdz(z);

155                     }

                CalculaTau(ti);

160                ControlBombeo(ti);
                    //printf("%e\n",Ndz[2][0]);

```

```
165     // salida a disco
    ContArchivo++;
    if (ContArchivo==DivArchivo)
170     {
        ContArchivo=0;
        RegistraArchivos();
    }
    // fin del bloque de salida a disco

175     } //fin de for ti
} // fin de for ciclos

    //MuestraDNdz(0);
    //MuestraDNdz(5);

180

    CierraArchivos();

185    getch();
    clrscr();

}
```

```

// nucleo del simulador

5  struct Delta{
    double N[ne]; // cambios en N
    double Eeg[ne];
};

10

struct Delta CalculaF(double N[ne])
{
15     static int nivel,inicio,final,banda;
    static int s;
    static double transiciones;
    static struct Delta DN;

20     for(nivel=1;nivel<ne;nivel++)
    {
        DN.N[nivel]=0;
        DN.Eeg[nivel]=0;
    }

25     for(s=0;s<nt;s++)
    {
        inicio=A[s].inicio;
        final=A[s].final;
        banda=A[s].band;
30         transiciones=pow(N[inicio],A[s].exp)*
                        A[s].rate*pow(nz,A[s].exp-1);

        if (N[inicio]<-(DN.N[inicio]-transiciones)*Dt)
35         {
            transiciones=N[inicio]/Dt+DN.N[inicio];
        }

        DN.N[inicio]=DN.N[inicio]-transiciones;
40         DN.N[final]=DN.N[final]+transiciones;

        if (banda!=0)
            DN.Eeg[banda]=DN.Eeg[banda]+transiciones*PC;

45     }

    return DN;

50 }

// ahora con Runge-Kutta

```

```

55 struct Delta CalculaF_RK(double N[ne])
   {
       static int nivel;
       static double N_temp[ne];
       static struct Delta k1,k2,k3,k4,k;

60

       // copia a matriz temporal
       for (nivel=1;nivel<ne;nivel++)
           N_temp[nivel]=N[nivel];

65

       k1=CalculaF(N_temp);

       for (nivel=1;nivel<ne;nivel++)
70           N_temp[nivel]=N[nivel]+k1.N[nivel]*Dt/2;

       k2=CalculaF(N_temp);

       for (nivel=1;nivel<ne;nivel++)
75           N_temp[nivel]=N[nivel]+k2.N[nivel]*Dt/2;

       k3=CalculaF(N_temp);

       for (nivel=1;nivel<ne;nivel++)
80           N_temp[nivel]=N[nivel]+k3.N[nivel]*Dt;

       k4=CalculaF(N_temp);

       for (nivel=1;nivel<ne;nivel++)
85       {
           k.N[nivel]=(k1.N[nivel]+2*k2.N[nivel]+2*k3.N[nivel]+k4.N[nivel])/6;
           k.Eeg[nivel]=(k1.Eeg[nivel]+2*k2.Eeg[nivel]+2*k3.Eeg[nivel]+k4.Eeg[nivel])/6;
       }

90       return k;
   }

95

void ActualizaNdz(int z)
   {
       static int nivel,s;
       static double N_temp[ne];
       static struct Delta k1;
       static double gamma,estimulada;

100

       // copia a matriz temporal
       for (nivel=1;nivel<ne;nivel++)
105           N_temp[nivel]=Ndz[nivel][z];

       k1=CalculaF_RK(N_temp);

```

```

110 // actualiza la poblaci3n por transiciones directas
    for (nivel=1;nivel<ne;nivel++)
        Ndz[nivel][z]=Ndz[nivel][z]+k1.N[nivel]*Dt;

115 //actualiza la poblaci3n por ESA
    for (s=0;s<nRA;s++)
    {
        gamma=RA[s].KA*(Ndz[RA[s].superior][z]-Ndz[RA[s].base][z])/ro;

120
        k1.Eeg[RA[s].band]*=Dt; //escalamiento de tiempo

        //gotoxy(1,10);
        //printf("gama=%e N2=%e N1=%e\n",gamma,Ndz[RA[s].superior][z],Ndz[RA[s].base][z]);

125
        if (gamma!=0)
            estimulada=(k1.Eeg[RA[s].band]/Dz)*(exp(gamma*Dz)-1)/gamma
                -k1.Eeg[RA[s].band];
        else
130
            estimulada=0;

        //se agrega la amplificaci3n de lo que entra al segmento
        estimulada=estimulada+(exp(gamma*Dz)-1)*Eag[RA[s].band];

135

        //calcula la emisi3n guiada total (espont nea + ASE)
        Eag[RA[s].band]+=k1.Eeg[RA[s].band]+estimulada;

140

        //actualiza la poblaci3n por transiciones de ASE
        Ndz[RA[s].superior][z]-=estimulada;
        Ndz[RA[s].superior][nz-1-z]-=estimulada;
        Ndz[RA[s].base][z]+=estimulada;
        Ndz[RA[s].base][nz-1-z]+=estimulada;

145

        //gotoxy(1,10);
        //printf("Eeg=%e estimulada=%e\n",k1.Eeg[RA[s].band],estimulada);
        //printf("z=%i N2=%e N1=%e\n",z,Ndz[RA[s].superior][z],Ndz[RA[s].base][z]);

150

        //if (Ndz[RA[s].superior][z]+Ndz[RA[s].base][z]<(.99/nz))
        //{
        //    printf("inconsistencia 1\n");
155
        //    getch();
        //}

        //if (Ndz[RA[s].base][z]<0 || Ndz[RA[s].base][z]>1.0/nz ||
        //    Ndz[RA[s].superior][z]<0 || Ndz[RA[s].superior][z]>1.0/nz)
160
        //{
        //    printf("inconsistencia 2\n");
        //    getch();
    }

```

```

        //}
165     }
170 }

175 void InicializaSimulacion(void)
    {
        int z,nivel;

        ro=(double) (1.0/nz); //densidad local en cada segmento Deltaz
180     Dz=(double) (largo/nz); //longitud de cada segmento

        for (z=0;z<nz;z++)
        {
            for (nivel=0;nivel<ne;nivel++)
185         {
                Ndz[nivel][z]=(double) N[nivel]/nz;
            }
        }
190     }

    }

195 void MuestraNdz(void)
    {
        int z,nivel;

        printf("Ndz z=%i\n",z);

200     for(nivel=0;nivel<ne;nivel++)
            printf("%i\t",nivel);
        printf("\n");

        for(z=0;z<nz;z++)
205     {
            for(nivel=1;nivel<ne;nivel++)
                printf("%f \t", (float) Ndz[nivel][z]*nz);
            printf("\n");
        }
210     }

    }

215 void MuestraDNdz(int z)
    {
        int nivel;

```

```
    printf("DNdz\n");  
220    for (nivel=1;nivel<ne;nivel++)  
        printf("N%i=%e \t dN%i=%e \n",nivel,Ndz[nivel][z]*nz,nivel,DNdz[nivel]*Dt);  
  
    printf("\n");  
225 }  
  
230
```

```

// funciones de bombeo y controlador

5 // tabla para interpolar el bombeo
//double tR13[20]={1 , 5, 10, 15, 30, 60, 125, 250, 500, 750,1000,1100,1200,1300, 1400, 1500,
1600,1700,2000};
//double tF[20]={.215,.222,.231,.242,.267,.312,.382,.491,.635,.714,.768,.786,.801,
10 813,.8246,.8346,.8426,.850,.875};

double tR13[20]={1 , 5, 10, 15, 30, 60, 125, 250, 500, 750,1000, 1500, 2000};
double tF[20]={.215,.222,.231,.242,.267,.312,.382,.491,.635,.714,.768,.8346, .875};

15 double Noise()
{
    return (double) ((double) (random(10000))/1.0e4-0.5)*Ruido;
}

20

double interpola(double vx[],double vy[],double x, int limite)
{
    int i=0;
25     limite=20;

    while (!(vx[i]<=x && vx[i+1]>x) && i<limite-1)
        i++;
30     printf("limite: %i\n",i);

    return (double) vy[i]+(x-vx[i])*(vy[i+1]-vy[i])/(vx[i+1]-vx[i]);
}
35

void BombeoPulsado(double tiempo,long ti)
{
40     // generador de funciones

    if (tiempo<100e-3)
        A[0].rate=maxR13*Transmision;
    else
45     A[0].rate=0;

}

50 void ControlBombeo(long ti)
{
    double Error;
    double DerivadaError;
    static double IntegralError=0;
}

```



```

55  static double ErrorAnterior=0;
    static int PrimeraVez=1;
    int DN_DAC; // numero digital de salida del DAC
    int DN_ADC; // numero digital de entrada del ADC
    static int peakADC = 0;
60  static double peakEag=0;
    static int PulsoValido=1;

    double R13Actual, R13Target, R13Nuevo;

65  // sistema de control de lazo cerrado

    if (ti==0) // inicializa integrador
    {
70      integra_subida=0;
        promedio_estable=0;
        peakADC=0;
        peakEag=0;
    }

75  // Agrega ruido a Eag[1]
    Eag[1]+=Eag[1]*Transmision+Noise();

    // Digitaliza Eag
80  DN_ADC=floor(Eag[1]*maxADC/EscalaCompletaADC);
    if (DN_ADC < 0) DN_ADC=0;
    if (DN_ADC > maxADC) DN_ADC=maxADC;
    if (DN_ADC > peakADC) peakADC=DN_ADC;
    if (Eag[1] > peakEag) peakEag=Eag[1];

85

    if (ti<500) integra_subida+=DN_ADC;

90  if (ti>=9900 && ti<10000)
    promedio_estable+=DN_ADC;

    if (ti ==10000) // fin de pulso
95  {

    if ( (peakADC/maxADC > 0.4) && (peakADC/maxADC < 0.90))
100  {
        // El ADC está en la escala adecuada, procedemos a calcular
        // el nuevo valor de R13

        // normaliza la integral Fr
        integra_subida=(integra_subida/500)/(promedio_estable/100.0);

105  // método por interpolación de tabla estimada
        R13Actual=interpola(tF,tR13,integra_subida,12);
        R13Target=interpola(tF,tR13,SetIntegra,12); // Set integral

```

```

110      //R13Target=SetR13;          // Set R13
      R13Nuevo=maxR13*R13Target/R13Actual;

      // calcula el nuevo maxR13
      Error=SetIntegra-integra_subida;
      IntegralError+=Error;
115
      if (PrimeraVez==1)
      {
          DerivadaError=0;
          PrimeraVez=0;
120      }
      else
      {
          DerivadaError=Error-ErrorAnterior;
125      }
      ErrorAnterior=Error;

      //maxR13=Error*Kp+IntegralError*Ki+DerivadaError*Kd;

      maxR13=R13Nuevo+IntegralError*Ki;
130
      //discretiza maxR13
      DN_DAC=floor(maxR13*maxDAC/EscalaCompletaDAC);
      if (DN_DAC<1) DN_DAC=10;
      if (DN_DAC>maxDAC) DN_DAC=maxDAC;
135      maxR13=DN_DAC*EscalaCompletaDAC/maxDAC;
    }
    else
    {
140      // el ADC no esta en la escala adecuada
      // se modifica la escala del ADC

      if(peakADC/maxADC >= 0.9) EscalaCompletaADC=EscalaCompletaADC*2.0;
      if(peakADC/maxADC <= 0.4) EscalaCompletaADC=EscalaCompletaADC/2.0;
145  }

    gotoxy(1,3);
    printf("Peak ADC  %i (%i%) \n",peakADC,(int)(peakADC*100/maxADC));
150    printf("Peak Eag  %e \n",peakEag);
    printf("Escala ADC %e \n",EscalaCompletaADC);
    printf("Integra: %e, Promedio: %e \n", integra_subida,promedio_estable);
    printf("maxR13 = %e, ND_DAC=%i \n",maxR13, DN_DAC);
    printf("Error = %e \n",Error);
155    printf("IntegralError = %e \n",IntegralError);
    printf("DerivadaError = %e \n",DerivadaError);
    printf("Nuevo R13 = %e \n",R13Nuevo);
    //getch();
160
}

```

```
165 }

void CalculaTau(long ti)
{
170     static double EagAnterior;
    long static n; // contador para el promedio
    static double AcumulaTau;
    double Tau;

175     if (ti==10000) //inicializa ciclo
    {
        AcumulaTau=0;
        n=0;
180     }

    if (ti>10000 & ti<=12000)
    {
185         Tau=Eag[1]*Dt/(EagAnterior-Eag[1]);
        AcumulaTau+=Tau;
        n++;
    }

    if (ti == 12000)
190     {
        PromTau=(double) (AcumulaTau/n);
        gotoxy(1,15);
        printf("Tau= %e  \n",PromTau);

195         //getch();
    }

    EagAnterior=Eag[1];
200 }

205
```

```

// descripci3n del material

struct transicion{
5     unsigned int inicio;
    unsigned int final;
    double exp;
    double rate;
    unsigned int band;
10 };

struct absorcion{
    unsigned int band;
    unsigned int base;
    unsigned int superior;
15     double KA; // constante de absorci3n

};

20

struct transicion A[10];
struct absorcion RA[1];

int nt=4; // No. de transiciones en la tabla A

25

// define la matriz de dec. de ecs de balance de poblaci3n
void InicializaA(void)
{
30
    // Transici3n 1->3 (bombeo)
    A[0].inicio=1; // nivel origen
    A[0].final=3; // nivel destino
    A[0].exp=1; // exp
35     A[0].rate=0; // probabilidad
    A[0].band=0; // banda de emisi3n

    // Transici3n 3->2 (no radiativo)
40     A[1].inicio=3; // nivel origen
    A[1].final=2; // nivel destino
    A[1].exp=1; // exp
    A[1].rate=A32; // probabilidad
    A[1].band=0; // banda de emisi3n

45     // Transici3n 2->1 (emisi3n espont nea)
    A[2].inicio=2; // nivel origen
    A[2].final=1; // nivel destino
    A[2].exp=1; // exp
    A[2].rate=A21; // probabilidad
50     A[2].band=1; // banda de emisi3n

    // Transici3n 2->1 (Aniquilaci3n por CET)
    A[3].inicio=2; // nivel origen
    A[3].final=1; // nivel destino

```

```
55  A[3].exp=2; // exp
    A[3].rate=roC; // probabilidad
    A[3].band=0; // banda de emisiçn

60  // ammplificacion y reabsorciçn
    RA[0].band=1; // banda de absorciçn
    RA[0].base=1; // nivel base
    RA[0].superior=2; // nivel superior
65  RA[0].KA=9.0; // Constante de amplificacion

    nRA=1; // numero de renglones en RA
    nb=1+1; // n£mero de bandas de absorciçn

70  }

void MuestraA(void)
75  {
    int i;

    for (i=0;i<ne;i++)
    {
80      printf("%i = %i -> %i %f %f\n",i,A[i].inicio,A[i].final,A[i].exp,A[i].rate);
    }
}
```

```
// guarda datos en archivo para verificacion
FILE *F_N2, *F_Eag, *F_R13, *F_Tau, *F_ADC;

5 void AbreArchivos(void)
{
    F_N2=fopen("salida\\N2.dat","w+");
10    F_Eag=fopen("salida\\Axial.dat","w+");
    F_R13=fopen("salida\\R13.dat","w+");
    F_Tau=fopen("salida\\Tau.dat","w+");
    F_ADC=fopen("salida\\ADC.dat","w+");
15 }

void CierraArchivos(void)
{
20    fclose(F_N2);
    fclose(F_Eag);
    fclose(F_R13);
    fclose(F_Tau);
    fclose(F_ADC);
25 }

void RegistraArchivos(void)
{
30    static int z;

    // registra N2
    for (z=0;z<nz;z++)
    {
35        fprintf(F_N2,"%e ",Ndz[2][z]);
    }
    fprintf(F_N2,"\n");

    // registra Axial
40    fprintf(F_Eag,"%e\n",Eag[1]);

    fprintf(F_R13,"%e\n",A[0].rate/Transmission);

    fprintf(F_Tau,"%e\n",PromTau);
45    fprintf(F_ADC,"%e\n",EscalaCompletaADC);

}
```

```
// constantes  
  
double mili=1e-3, micro=1e-6, nano=1e-9; // constantes  
void InicializaConstantes(void){  
}
```

Apéndice E

Sensibilidad de un sensor de temperatura, empleando razón de potencia de fluorescencia en dos bandas

E.1 Introducción

En esta sección analizamos y predecimos el desempeño de un sensor de temperatura de fibra óptica a partir del espectro medido de fluorescencia, con el fin de optimizar su diseño. Nosotros aplicamos esta metodología a la fibra óptica dopada con Erblio empleando la técnica de razón de potencia. Nosotros derivamos una expresión analítica para determinar la sensibilidad del sensor a partir del espectro de emisión. Utilizando la información espectral publicada, nosotros predecimos que la sensibilidad es de 0.025 K^{-1} para el intervalo de temperatura desde temperatura ambiente hasta 500 K. La viabilidad y validez de esta predicción dentro del amplio intervalo de temperatura son confirmadas por resultados experimentales, obtenidos en un intervalo de temperatura restringido.

E.2 Predicción de un material como sensor de temperatura

Un material es considerado como un candidato para sensor de temperatura cuando al menos uno de sus parámetros cambia con la temperatura de forma uniforme y predecible. Además, es deseable que esos cambios sean lineales con el fin de obtener una sensibilidad constante en el intervalo de operación. Recientemente, la emisión de fluorescencia ha sido muy estudiada para fabricar sensores, porque la cantidad de emisión generada es proporcional a la temperatura y existen muchos detectores precisos y compactos disponibles para la región espectral.

Una de las consideraciones económicas más importantes en la evaluación de la viabilidad de un material como sensor es la disponibilidad de instrumentación para realizar la evaluación espectral correspondiente a distintas temperaturas que corresponden al intervalo de uso del

potencial sensor. Específicamente, esto es la posibilidad de medir el espectro desde temperatura criogénicas (como la del nitrógeno líquido, 77 K) y hasta altas temperaturas como 830 K. Ambas mediciones requieren de equipo especializado e instalación de laboratorio. Entonces, es imperativo encontrar una evaluación teórica menos costosa en base a información espectral previamente publicada para predecir la sensibilidad del sensor. El objetivo de esta sección es presentar esa evaluación teórica, comenzando a partir de curvas de fluorescencia publicadas para predecir el desempeño de un sensor que incorpora esos materiales. Finalmente, nosotros medimos algunas curvas espectrales a temperaturas más accesibles, desde temperatura ambiente hasta la temperatura de ebullición del agua, con el fin de confirmar la exactitud de la predicción.

E.3 Sílica dopada con Erblio como un sensor de temperatura

Los materiales dopados con tierras raras han sido usados en forma extensiva como sensores de temperatura,^{1,2,3,4,5} porque su emisión es dependiente de la misma. El ensanchamiento homogéneo de las líneas de emisión se observa debido al cambio de la población de los niveles de energía con la temperatura. Cuando una fibra dopada con Erblio es bombeada con fotones de infrarrojo (IR), correspondientes a una longitud de onda de 800 nm, el nivel $^4I_{9/2}$ es excitado y el nivel metaestable $^4I_{13/2}$ es poblado de forma casi instantánea. El último nivel absorbe fotones de bombeo, resultando en la excitación de otros dos niveles, $^2H_{11/2}$ y $^4S_{3/2}$, responsables de la emisión de radiación a temperatura ambiente en 520 nm (verde) y 550 nm (amarillo). Se considera que estos dos niveles están en cuasi-equilibrio térmico. La diferencia de energía entre ellos (aproximadamente 800 cm^{-1}) es relativamente pequeña, comparada con la diferencia entre ellos y el siguiente nivel inferior (3000 cm^{-1}). En sílica (dióxido de Silicio amorfo), se ha

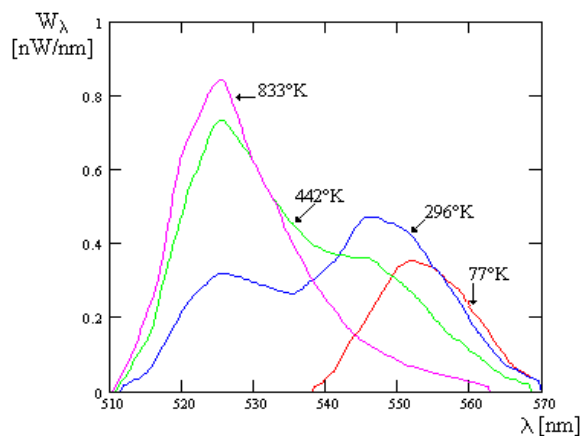


Figura E.1. Espectro de emisión de fluorescencia de la fibra óptica dopada con Erblio como función de la longitud de onda para distintas temperaturas (ref. 7). La emisión de un pico se incrementa, mientras que el otro se reduce con la temperatura.

explicado teóricamente el rápido acoplamiento térmico entre estos niveles,⁶ mismo que se ha confirmado experimentalmente.⁷ El espectro de emisión de fluorescencia de la fibra dopada con Erblio se muestra como función de la temperatura en la figura 1 (tomado de la Ref. 7). Nosotros hemos cambiado el eje de las abscisas para mostrar la potencia espectral en [nW/nm], en lugar de la intensidad (la terminología establecida para este campo). La potencia y la intensidad están relacionadas por factores comunes, los cuales se cancelan en cualquier técnica de razón. La potencia de la emisión en verde se incrementa con la temperatura. El corrimiento en longitud de onda del segundo pico (aproximadamente en 500 nm) sugiere el uso de la integral de potencia en una banda angosta. La razón $R(P_1/P_2)$, de la potencias (P_1 y P_2) emitidas por las transiciones de decaimiento 1 y 2, es proporcional a la razón de sus frecuencias (ν), la razón de sus secciones transversales de emisión (σ_e), y la distribución de las poblaciones con la temperatura. Esta última es de importancia en la implementación del sensor.

$$R = \frac{P\left({}^2H_{11/2}\right)}{P\left({}^4S_{3/2}\right)} = \frac{\nu\left({}^2H_{11/2}\right)\sigma_e\left({}^2H_{11/2}\right)}{\nu\left({}^4S_{3/2}\right)\sigma_e\left({}^4S_{3/2}\right)} \exp\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right) \quad (\text{E.1})$$

En esta expresión, ΔE es la diferencia de energía, k es la constante de Boltzmann, y T es la temperatura en K. La figura 2 muestra la predicción para la razón de las potencias espectrales integradas en bandas espectrales angostas como función de la temperatura, calculadas numéricamente a partir de las curvas de la figura 1. Cada filtro espectral con ancho de banda de

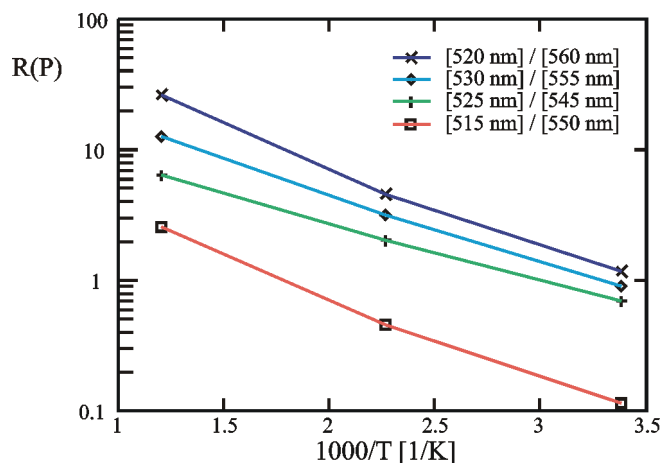


Figura E.2. La predicción de la razón de potencias de dos transiciones, integrando a lo largo de las bandas espectrales, es aproximadamente una función exponencial de la temperatura. En una escala logarítmica, decrece de forma casi lineal con el inverso de la temperatura.

10 nm está centrado óptimamente en los picos verde (520 nm) y amarillo (550 nm), respectivamente.

E.4. Principio de operación del sensor

La figura 3 muestra el arreglo experimental implementado para caracterizar el sensor de fibra dopada con Erblio y medir su espectro de fluorescencia. La fotografía de los principales componentes requeridos para su implementación se muestra en la figura 4. La fibra dopada con erblio (960 ppm) de 20 cm de longitud y diámetro de núcleo igual a $3.2 \mu\text{m}$ es inmersa en líquido dieléctrico cuya temperatura T es monitoreada utilizando un termopar. El líquido en el tanque es lentamente calentado a una tasa de 0.1 K/min desde la temperatura ambiente hasta 400 K , mientras el espectro es registrado cada dos grados K . El espectro medido es normalizado en cada medida para neutralizar el los efectos adversos de la fluctuaciones en la potencia de bombeo, desalineación de la fibra y pérdidas por acoplamiento. El espejo dicroico, que transmite la radiación de bombeo en 785 nm , refleja la radiación de fluorescencia verde y amarilla. Una rueda de filtros, bajo control de la computadora, selecciona la banda específica de transmisión en el espectro de fluorescencia. Un fotodiodo satisface los principales

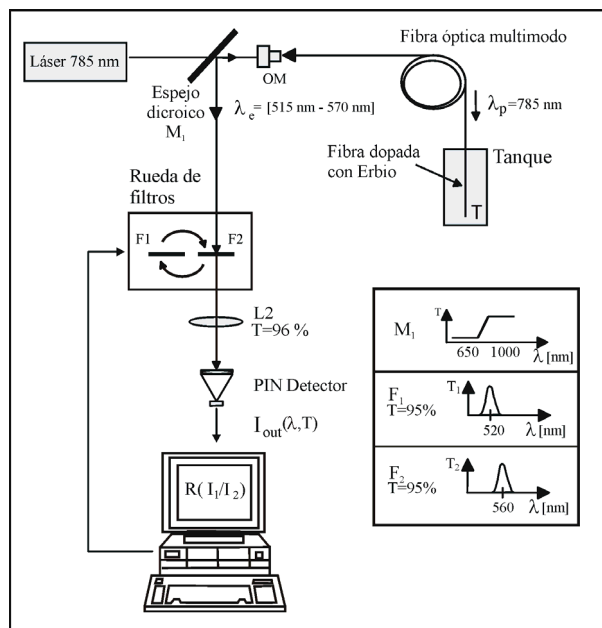


Figura E.3. Arreglo experimental usado para evaluar el desempeño del sensor óptico basado en la razón de fluorescencia. Este emplea la emisión de fluorescencia de la fibra dopada con Erblio en el intervalo de longitud de onda (510-570 nm).

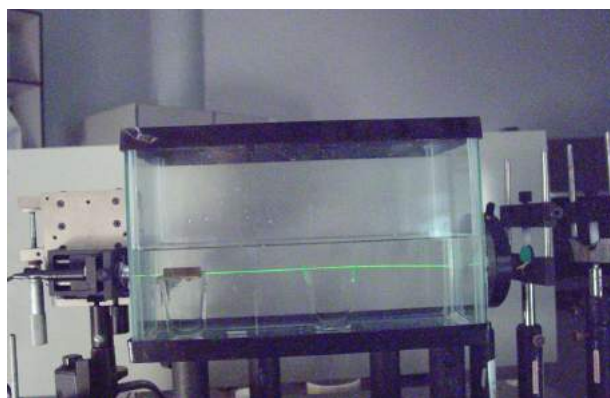


Figura E.4. Fotografía del arreglo experimental usado para evaluar el desempeño del sensor de temperatura de fibra dopada con Erblio. La fibra sensible a la temperatura está inmersa en un líquido para incrementar la estabilidad en temperatura.

requerimientos del sistema de detección: alta sensibilidad para el intervalo espectral (510-570 nm), baja corriente de oscuridad, y compatibilidad con la fibra óptica. En adición a las pérdidas ópticas por transmisión en el divisor de haz, filtros y lentes, las fuentes de ruido también reducen la razón señal a ruido.

Las corrientes en cada canal $I_{p1}(\Delta\lambda_1, T)$ e $I_{p2}(\Delta\lambda_2, T)$ se relacionan con las potencias $P_1(\Delta\lambda_1, T)$ y $P_2(\Delta\lambda_2, T)$. Para cada canal ($i = 1, 2$), se obtiene la siguiente relación:

$$I_{pi}(\Delta\lambda_i, T) = \frac{q\lambda_i P_i(\Delta\lambda_i, T)\eta(\lambda_i)}{hc} \quad i = 1, 2 \quad [A] \quad (E.2)$$

Aquí, q es la carga del electrón, 1.6×10^{-19} C; $hc(=hc/\lambda)$ es la energía del fotón, [J]; y $\eta(\lambda)$ es la eficiencia cuántica del fotodiodo, aproximadamente igual a 0.9. Entonces, el fotodetector integra la señal radiométrica a lo largo de la línea espectral. La señal en el segundo canal es dividida entre la señal del primer canal para determinar la razón de potencia.

La señal de fluorescencia puede ser registrada con el espectrómetro para obtener la potencia espectral como función de la longitud de onda. La figura 5 muestra el espectro de emisión de fluorescencia de la fibra óptica dopada con Erbio como función de la longitud de onda (500-600 nm) para diferentes temperaturas. En

nuestro experimento, nosotros usamos una fibra dopada con Erbio fabricada por un proveedor diferente a aquella utilizada para producir los resultados de la figura 1. Sin embargo, las mediciones muestran buena correspondencia con aquellas de la figura 1 dentro del rango limitado de temperatura de nuestro arreglo experimental (294-369 K). La dependencia con la temperatura de la emisión $^2H_{11/2}$ se observa en el incremento uniforme con la temperatura en el intervalo medido,

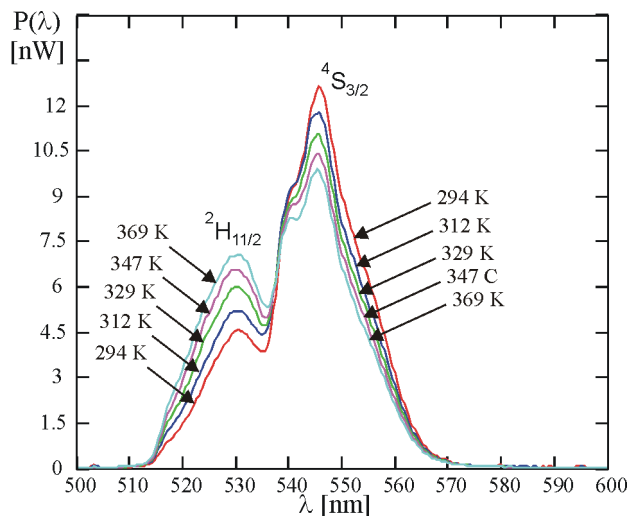


Figura E.5. El espectro de emisión de fluorescencia de la fibra dopada con Erbio como función de la longitud de onda ha sido medido para el intervalo de valores de temperatura (21-96 °C).

mientras que la emisión de $^4I_{3/2}$ se reduce en la misma forma. Las bandas espectrales medidas que son sensibles al cambio de temperatura son (510-535 nm), correspondiente a la transición del Erblio $^2H_{11/2}$, y (535-575 nm), debida a la transición $^4S_{3/2}$. Adicionalmente, la emisión de ambas transiciones es aproximadamente una función lineal de la temperatura. Finalmente, los picos de emisión de ambas transiciones se desplazan un poco con la temperatura.

E.5 Predicción de sensibilidad para el sensor de temperatura

La sensibilidad en un canal $\Delta I_p/\Delta T$ puede ser definida como el cambio en la fotocorriente ΔI_p causada por el cambio en la temperatura, ΔT .

$$S(\Delta\lambda_i, T) = \frac{\Delta I_{pi}(\Delta\lambda_i, T)}{\Delta T} \quad i = 1, 2 \quad [\text{K}^{-1}] \quad (\text{E.3})$$

La figura 6 muestra la sensibilidad espectral predicha como función de la temperatura para cada canal (usando la información espectral de la figura 1), correspondiente a las transiciones dependientes de la temperatura, $^2H_{11/2}$ y $^4S_{3/2}$, del sensor de fibra. Para cada una de las dos transiciones, nosotros evaluamos la potencia de la señal para tres intervalos de longitud de onda de 10 nm de ancho, ligeramente desplazadas espectralmente con respecto a las otras. Considerando la importancia de maximizar la sensibilidad de cada canal, la mejor banda con ancho espectral de 10 nm para la transición $^2H_{11/2}$ es (520-530 nm), mientras que para la transición $^4S_{3/2}$ es (550-560 nm).

La sensibilidad para una razón requiere de una definición más compleja. La sensibilidad del sensor $S(\Delta\lambda, T)$ es usualmente definida como la pendiente de la curva dada por la respuesta del sensor como función de

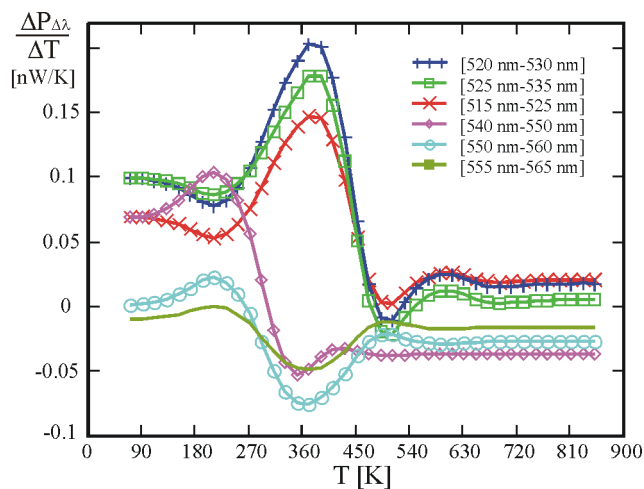


Figura E.6. La sensibilidad en una banda $\Delta I_p/\Delta T$ es mostrada como función de la temperatura para distintas bandas espectrales. La mejor banda espectral con un ancho de 10 nm para la transición $^2H_{11/2}$ es (520-530 nm), y para la transición $^4S_{3/2}$ es (550-560 nm).

estímulo. En el caso del sensor de temperatura, la cantidad medida es la temperatura, T , en K. La respuesta del sensor es la razón de dos potencias, como las curvas mostradas en la figura 2. Para un sensor, incorporando la razón de potencia, la salida es la razón de las fotocorrientes originadas por la potencia detectada en los canales espectrales correspondientes.

$$S(\Delta\lambda_1, \Delta\lambda_2, T) = \frac{\Delta R(\Delta\lambda_1, \Delta\lambda_2, T)}{\Delta T} \quad [\text{K}^{-1}] \quad (\text{E.4})$$

$$= \frac{\Delta \left[\frac{I_{p1}(\Delta\lambda_1, T)}{I_{p2}(\Delta\lambda_2, T)} \right]}{\Delta T}$$

Podemos sustituir las dos posibles ecuaciones (E.2) en la ecuación (E.4). En la primera aproximación, igualando las longitudes onda centrales de las transiciones $^2\text{H}_{11/2}$ y $^4\text{S}_{3/2}$ (solo 20 nm de diferencia), nosotros obtenemos

$$S(\Delta\lambda_1, \Delta\lambda_2, T) = \frac{\Delta \left[\frac{P_1(\Delta\lambda_1, T)}{P_2(\Delta\lambda_2, T)} \right]}{\Delta T} \quad [\text{K}^{-1}] \quad (\text{E.5})$$

Aquí, asumimos adicionalmente que el ancho de los intervalos espectrales son equivalentes, y que las eficiencias del detector son las mismas para ambos canales. Esto nos permite cancelar las cantidades correspondientes en el numerador y en el denominador.

$$S(\Delta\lambda_1, \Delta\lambda_2, T) = \frac{\Delta P_1(\Delta\lambda_1, T) P_2(\Delta\lambda_2, T) - P_1(\Delta\lambda_1, T) \Delta P_2(\Delta\lambda_2, T)}{\left[P_2(\Delta\lambda_2, T)^2 \right] \Delta T} \quad [\text{K}^{-1}] \quad (\text{E.6})$$

Nosotros aplicamos el concepto de la derivada de potencia de fluorescencia con respecto a la temperatura a una temperatura T para cada banda, y sustituimos esas expresiones en la ecuación (E.6). El diferencial de temperatura ΔT se cancela con el del denominador de la ecuación (E.6).

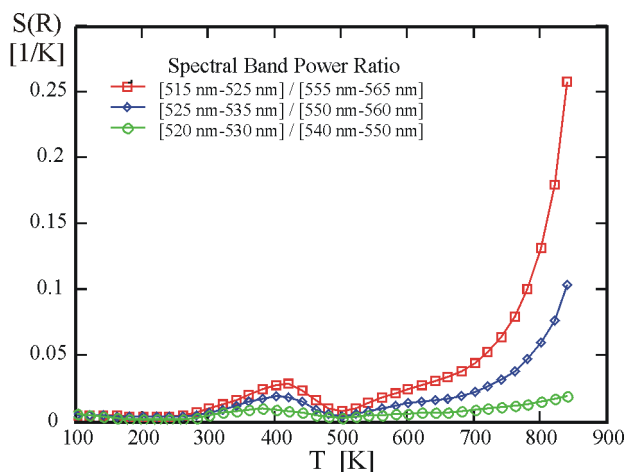


Figura E.7. (a) La sensibilidad del sensor empleando la técnica de razón se muestra como función de la temperatura, calculando la razón para distintas bandas espectrales.

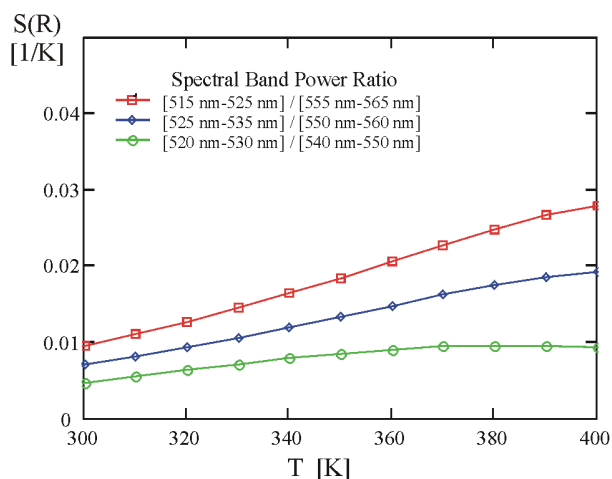


Figura E.7. (b) La sensibilidad entre 300 y 400 K es mostrada en más detalle para comparación con la sensibilidad obtenida experimentalmente en la figura 8.

$$S(\Delta\lambda_1, \Delta\lambda_2, T) = \frac{\left[\frac{dP_1(\Delta\lambda_1, T)}{dT} \right] P_2(\Delta\lambda_2, T) - P_1(\Delta\lambda_1, T) \left[\frac{dP_2(\Delta\lambda_2, T)}{dT} \right]}{\left[P_2(\Delta\lambda_2, T) \right]^2} \quad [\text{K}^{-1}] \quad (\text{E.7})$$

Aquí, la sensibilidad es expresada exclusivamente en términos del espectro de fluorescencia como función de la temperatura que puede ser obtenido de la integración numérica de las curvas de la figura 1, y de la derivada de las gráficas de espectro de emisión con respecto a la temperatura. La figura 7 muestra la sensibilidad espectral predicha para el sensor de fibra dopada para tres pares de intervalos espectrales.

La sensibilidad del sensor con las bandas espectrales (515-525 nm) y (555-565 nm) es aproximadamente 0.025 K^{-1} . Esta decrece a 0.015 y 0.0075 K^{-1} para las otras dos bandas bajo consideración. La sensibilidad depende de la temperatura para todos los intervalos de longitud de onda considerados en el diseño del sensor.

E.6 Sensibilidad usando resultados experimentales

La figura 8 presenta la sensibilidad del sensor de fibra dopada con Erbio como función de la temperatura, para cinco pares de intervalos espectrales. Esta sensibilidad fue calculada usando medidas tomadas con nuestro arreglo experimental, mostrado en la figura 3. La sensibilidad del sensor con las bandas espectrales (527-537 nm) y (545-555 nm) es aproximadamente 0.0065 K^{-1} y es casi independiente de la temperatura. La segunda mejor curva está dada por las bandas espectrales (527-537 nm) y (535-545 nm) donde la sensibilidad cambia desde 0.008 K^{-1} a temperatura ambiente hasta cerca de 0.004 K^{-1} en la parte alta del intervalo de temperatura. Estos valores difieren ligeramente de aquellos en la figura 7, debido a diferencias en las fibras y el arreglo experimental.

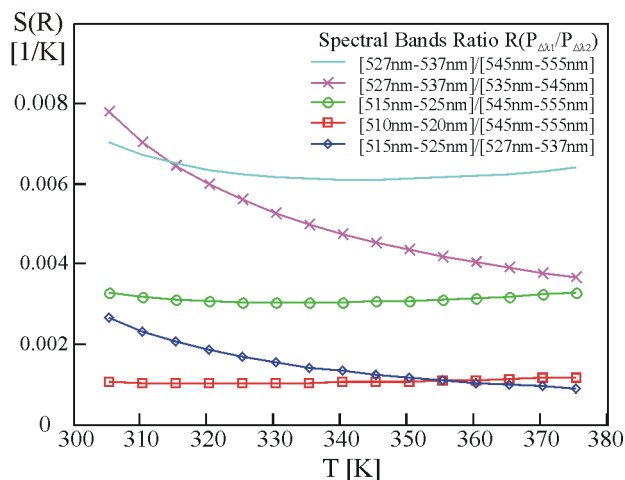


Figura E.8. La sensibilidad medida para el sensor de fibra dopada con Erbio, evaluada como el cociente del incremento en la razón de fotocorrientes en la banda $\Delta R(I_{\Delta\lambda 1}/I_{\Delta\lambda 2})$ sobre el incremento de temperatura ΔT , como función de la temperatura.

Estos resultados indican que el filtro óptimo para la transición de longitud de onda corta (${}^2\text{H}_{11/2}$) es efectivamente (527-537 nm). No obstante, ninguno de los dos mejores filtros de la segunda transición es óptimo. Como se mencionó anteriormente, ninguno de los dos transmite el segundo pico que, en este intervalo de temperatura, cambia menos de 10 nm. Nosotros podemos concluir que el filtro (535-545 nm) es el mejor para la segunda transición (${}^4\text{S}_{3/2}$), considerando las características de transmisión de los filtros disponibles.

E.7 Conclusiones

Nosotros desarrollamos una técnica analítica simple para predecir el desempeño de un sensor de razón, únicamente en base a su espectro. Esta nos permite seleccionar el material más apropiado para fabricar sensores de temperatura.

Diversos materiales pueden emplearse para fabricar sensores de temperatura. Nosotros estamos interesados en usar información espectrográfica simple (potencia espectral como función de longitud de onda medida para distintas temperaturas) para predecir el desempeño del sensor sin implementar un experimento y construir un prototipo. La ecuación de sensibilidad para sensor de razón fue derivada. Nosotros la aplicamos al espectro de fibra dopada con Erblio para determina la viabilidad del material. Nosotros derivamos una expresión analítica para la sensibilidad del sensor directamente de espectros de emisión publicados.

La viabilidad de dicha predicción ha sido confirmada mediante datos experimentales. Nosotros obtuvimos un muy alto grado de correspondencia entre el desempeño predicho para el sensor y los resultados medidos, no obstante las diferencias en la fibra y el arreglo experimental. Esta discrepancia despreciable es atribuida también a errores numéricos debidos al pequeño número de espectros (4), considerando el amplio intervalo de temperatura desde 100 hasta 900 K. A temperaturas más altas, la tendencia descendente en la sensibilidad es atribuida adicionalmente a la pobre disponibilidad de filtros, y a sus intervalos de transmisión no uniformes.

¹ M.S. Scholl, J.R. Trimmier, "Luminescence of YAG :Tm :Tb", J. Electrochem. Soc. 143 (3) (1986) pp. 648-649.

² K.A. Wickersheim, W.D. Hyatt, "Commercial applications of fiber optic temperature measurement", in: R.T. Kerstsen (Ed.), Fiber Optic Sensors IV, Proc. SPIE, vol. 1267, 1990, pp. 84-96.

³ H. Berthou, C.K. Jorgensen, "Optical-fiber temperature sensor based on upconversion-excited state fluorescence". Opt. Lett. 15 (1990) pp. 1100-1102.

⁴ T. Sun, Z.Y. Zhang, K.T.V. Grattan, A.W. Palmer, S.F. Collins, "Temperature dependence of the fluorescence lifetime in Pr³⁺: ZBLAN glass for fiber optic thermometry", Rev. Sci. Instrum. 68 (1997), pp. 3447-3451.

⁵ E. Maurice, G. Monnom, D.B. Ostrowsky, G.W. Baxter, "1.2 μm transitions in erbium-doped fibers: the possibility of quasi-distributed temperature sensors", Appl. Opt. 34 (21) (1995) 4196-4199.

⁶ P.A. Drug, M.G. Sceats, G.R. Atkins, S.C. Guy, S.B. Pole, "Intermediate excited-state absorption in erbium-doped fiber strongly pumped at 980 nm", Opt. Lett. 16 (1991) pp. 1976-1978.

⁷ E. Maurice, G. Monnom, B. Dussardier, A. Saissy, D.B. Ostrowsky, G.W. Baxter, "Thermalization effects between upper levels of green fluorescence in Er-doped silica fibers", Opt. Lett. 19 (1994) pp. 990,992.