



INVISIBILIDAD ÓPTICA

Por

Eduardo Septi3n Olmos

COMO REQUISITO PARCIAL PARA
OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN OPTOMECASTR3NICA

DIVISI3N DE FOT3NICA
CENTRO DE INVESTIGACIONES EN 3PTICA A.C.
LE3N, GUANAJUATO, M3XICO.

2011

Supervisor: Dr. Vicente Aboites.

Sinodales: Dr. Enrique Castro Camus

Dr. Víctor Joel Pinto Robledo

AGRADECIMIENTOS

Antes que nada deseo agradecer al CONACYT por la beca otorgada y que me permitió realizar mis estudios de Maestría en Optomecatrónica y al Centro de Investigaciones en Óptica A.C. por aceptarme dentro del programa.

En este ciclo que termina, es muy importante agradecer a las personas que han caminado a mi lado brindándome su apoyo y amistad, soportando con la misma o más paciencia que yo todo este proceso y con quienes tengo una deuda que no olvido y que a su debido tiempo espero poder retribuir con creces, entre tantos amigos puedo nombrar a mis amigos Contadores Sol Ortiz, Luis Carlos Verver e Isaac Martínez, a los Ingenieros Efraín Lira, Cristian Daniel Ruiz, Marco Antonio Ramírez, Juan Carlos Hernández y Geliztle Parra, a los Maestros Héctor Santiago y David Serrano. Todos ellos me han dado la mano desinteresadamente y no me han dejado que me rinda en todo este tiempo.

No menos importante es el apoyo de mi Papá José Antonio Septién Ramírez por tener paciencia de que lo iba a lograr y por su apoyo moral y económico cuando mis recursos económicos escasearon y de mis hermanos José Manuel, Gerardo, Luis Humberto quienes también me ayudaron dentro de sus posibilidades.

De todo el personal del Centro de Investigaciones en Óptica tengo el mayor cariño y respeto, la Lic. Ángeles, la Lic. Guille, la Dra. Reina, el Maestro Valdivia y especialmente a la Lic. Laura González Ochoa, quien me ha apoyado desde que pensé en ingresar a la maestría, y que de haberle hecho más caso, mi estancia en la maestría hubiera sido bastante más ligera y placentera, eso demuestra que mayor edad (mía) no significa mayor sabiduría.

A los Dres. Enrique Castro Camus y Ramón Carriles, a quienes mi respeto por ellos es inmenso y con quienes aprendí que el estudio y el sudor son parte indispensable del conocimiento.

A todos los que no he nombrado pero no por eso estoy menos agradecido y que lo saben y espero agradecerles mucho más en mi siguiente ciclo, espero que nuestra amistad y colaboración aumente en el futuro.

A TODOS MUCHÍSIMAS GRACIAS

Leon, Gto. Octubre de 2011.

CONTENIDO

CONTENIDO	iii
PRÓLOGO	iv
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1. TEORÍA ELECTROMAGNÉTICA	4
1.1 LAS ECUACIONES DE MAXWELL	5
1.2 DENSIDAD DE ENERGÍA Y VELOCIDAD DE GRUPO	9
1.3 PRINCIPIO DE FERMAT	10
1.4 MAPEO CONFORMAL	12
1.5 ÍNDICES DE REFRACCIÓN MENOR A UNO	14
CAPÍTULO 2. DISEÑO DE METAMATERIAL PARA CAPA DE INVISIBILIDAD	17
2.1 DISEÑO DE METAMATERIALES PARA DISTINTAS FRECUENCIAS DE OPERACIÓN	17
2.2 ANÁLISIS DE UN DISEÑO PREVIO DE CAPA DE ENCUBRIMIENTO EN 2D	19
CAPÍTULO 3 MODELO EXPERIMENTAL DE LA CAPA DE INVISIBILIDAD	28
ANTECEDENTES	28
3.1 MAPA CONFORMAL PARA SUPERFICIES PLANAS	30
3.2 PROTOTIPO FÍSICO Y RESULTADOS	32
CAPÍTULO 4 CONCLUSIONES Y TRABAJO A FUTURO	43
4.1 CONCLUSIONES	43
4.2 TRABAJO A FUTURO	44

PRÓLOGO

En 1967 el científico ruso Víctor Veselago [1] propuso la idea de que podrían existir materiales con permitividad ϵ negativa y permeabilidad μ negativa, por consecuencia, índice de refracción negativo.

Esta idea quedó como curiosidad matemática durante 32 años, En 1999 [2] se creó el primer dispositivo con índice de refracción negativo. Esto abrió nuevas posibilidades y aplicaciones, entre ellas la invisibilidad óptica.

Al no conocerse en la naturaleza materiales con características de permitividad ϵ y permeabilidad μ negativos simultáneamente, a este nuevo material se le dio el nombre de Left Handed Materials (LHM). Por ser materiales construidos artificialmente también entró en la categoría de los metamateriales que, como su etimología lo indica se trata de materiales “más allá de” los materiales naturales.

Una de las características más impresionantes de los metamateriales fue la posibilidad de crear materiales “bajo pedido”, es decir, que interactúen con las ondas electromagnéticas deseables de acuerdo a un diseño matemáticamente preestablecido lo cual implica no solo la permitividad ϵ y la permeabilidad μ negativas.

En esta tesis se presenta el estudio de las propiedades de un prototipo para un manto de invisibilidad óptica que logre que un objeto sea oculto por un dispositivo diseñado para el rango de frecuencia de un generador de microondas con Longitud de Onda de 2.85 cm.

En el capítulo 1 se describen las bases físico-matemáticas que sustentan la posibilidad de la existencia de materiales con índice de refracción negativo.

En el capítulo 2 se presentan las bases de ingeniería que nos permite la realización física de metamateriales en el rango de las microondas.

En el capítulo 3 se muestra el modelado de un Mapa Conformal para superficie plana y se muestra la realización de experimentos de reflexión con los metamateriales usando un generador de microondas.

Finalmente en el capítulo 4 se presenta el trabajo propuesto a futuro y las posibilidades técnicas de usar los metamateriales en dispositivos comerciales de mantos de invisibilidad óptica en tres dimensiones y en el rango de la óptica visible aplicando los conocimientos ya existentes en el tema [3].

- [1] V. G. Veselago, The Electrodynamics of substances with simultaneously negatives of ϵ and μ . Soviets. Physics. USPEKHI 10, 509 (1968).
- [2] D. R. Smith, Willie J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, S. Schultz. Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity, Physical Review Letters volume 84, number 18 1 MAY 2000.
- [3] Joachim Fischer, Tolga Ergin, and Martin Wegener. Three-dimensional polarization-independent visible-frequency carpet invisibility cloak. Optics Letters June 1, 2011 / Vol. 36, No. 11.

INTRODUCCIÓN

Las ondas electromagnéticas se propagan a través de medios y el vacío transportando energía, cuando se produce un cambio en el medio de la propagación parte de estas ondas es reflejada y parte es transmitida a través de ese medio. Un objeto sólido que se encuentre en el aire provocara una gran dispersión de ondas electromagnéticas, la forma en que este objeto interactúe con estas ondas depende de la longitud de onda, de la densidad atómica del material y de la forma física del mismo objeto. En el caso de las ondas de radar para el caso de materiales con gran permeabilidad magnética como es el caso de materiales conductores como el metal (hierro, aluminio, acero) fibra de carbono y algunas cerámicas actúan como superficies altamente reflectoras, este fenómeno ha sido aprovechado para la detección de objetos como aeronaves, misiles, barcos, automóviles, etc. Ciertos vehículos militares utilizan materiales con sustancias resistivas y magnéticas que absorben las ondas de radar, reduciendo el nivel de reflexión.

En los primeros radares los cuales se usaban ondas alrededor de 300 MHz. En la actualidad las longitudes de onda de los radares están en el orden de los centímetros lo que permite detectar objetos de tamaño relativamente pequeños. En la tabla 3.1 se ilustra las aplicaciones de las ondas electromagnéticas relacionadas con las microondas.

FRECUENCIA	BANDA	LONGITUD DE ONDA	APLICACIONES
3-30 kHz	VLF	100-10 km	Navegación, sonar
30-300 kHz	LF	10-1 km	Navegación
....			
0.3-3 GHz	UHF	1-0.1 m	Radar, televisión, comunicación celular.
3-30 GHz	SHF	100-10 mm	Radar, comunicación satelital, comunicación celular
30-300 GHz	EHF	10-1 mm	Radar, comunicación inalámbrica.
0.3-3 THz	THz	1-0.1 mm	Imágenes en Tera Hertz.

Tabla 3.1 Espectro Electromagnético de baja frecuencia y aplicaciones.

Desde la implementación práctica [1] de los primeros metamateriales utilizando la técnica de anillos resonadores (SRRs) en el año 2000 a la fecha, la cantidad de artículos que muestran la posibilidad científica, de ingeniería y comercial de los metamateriales se ha incrementado significativamente.

Estas posibilidades incluyen la utilización de los metamateriales como mantos de invisibilidad en microondas [2] e inclusive en el visible [3], lentes perfectas [4] y superantenas [5]. La presente tesis explora la primera posibilidad.

Después de la teoría de los materiales con índice de refracción negativo en 1967 [6], trabajos posteriores [7] permitieron sentar las bases matemáticas sobre la implementación física de los metamateriales. Para el caso de la capa de invisibilidad, la matemática está basada en Mapeo Conformal, dicho mapeo consiste en una función univoca donde a cada elemento del plano original le corresponde un elemento del plano modificado. En este caso es posible modificar el espacio físico creando un volumen donde las ondas electromagnéticas no alcanzan a interactuar con el medio que se encuentre dentro de él por lo que este espacio se puede considerar una zona invisible, esto debido a que las ondas literalmente rodean dicha zona al tener el dispositivo un índice de refracción no homogéneo respecto al del medio que lo rodea, en este caso aire, aprovechando el principio de Fermat, el cual plantea que las ondas electromagnéticas al ir de un punto a otro sigue la ruta que tiene la longitud de camino óptico menor [8][9]. Un ejemplo de éste principio se puede ver cuando los rayos solares atraviesan un medio no homogéneo como el que se forma en una carretera calentada por los rayos del sol, el aire justo encima de la carretera está más caliente y por tanto menos denso que el aire más arriba de ella. Los rayos se desviarán hacia arriba tomando el camino óptico más corto y al hacerlo, parecerá como si estuviera reflejando en una superficie pulida [9].

El modelado matemático necesario para crear un prototipo físico de invisibilidad óptica recibe el nombre de Mapeo Conformal y se ha demostrado que en materiales isotropos no es posible crear un dispositivo [7] debido a que el problema inverso de dispersión para las ondas lineales en estos medios tiene soluciones únicas. La otra solución es la utilización de materiales anisotrópicos, ya que en estos materiales la refracción de la luz depende de la polarización. Un ejemplo de un material anisotrópico son los cristales

birrefringentes. Se ha planteado que con los materiales anisotrópicos se puede crear ilusiones ópticas como la de la figura 1.

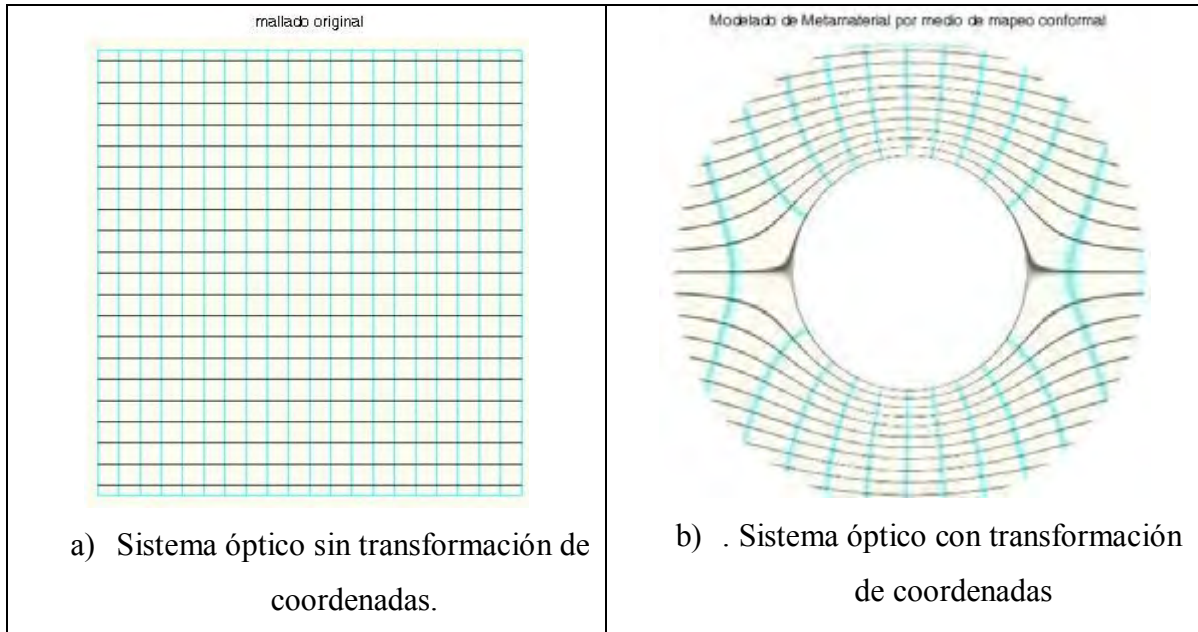


Fig. 1. Dispositivo de encubrimiento euclidiano [5]. Las líneas negras muestran las trayectorias del frente de onda, en el dispositivo (derecha) estas líneas siguen la trayectoria diseñada, por lo que en el mapeo de la derecha se crea una zona central “invisible”.

Los experimentos hechos hasta ahora han realizado con éxito el encubrimiento en 2D y en el rango de las microondas e infrarrojo lejano [10] [11], e inclusive en fechas recientes se ha logrado el encubrimiento en 3D y en el rango de la luz visible [3] por lo que el reto a vencer en el cercano y mediano plazo es la implementación de estos prototipos a dimensiones macroscópicas.

Como es sabido, las ondas electromagnéticas viajan en el espacio e interactúan con la materia, la manera en como esto sucede es debido a que dicha materia se compone de átomos y, a su vez, de protones y electrones, al entrar en contacto las ondas electromagnéticas con un medio cualquiera los componentes subatómicos reaccionan a estas ondas polarizando la materia y determinando a su vez las propiedades ópticas del medio. Un metamaterial es una estructura de “células” o celdas, para nuestro caso se trata de estructuras macroscópicas diseñadas de tal manera que se sintonizan con una longitud de onda correspondiente a las microondas, a estas estructuras se les llama resonadores electromagnéticos (SRRs) y de ahí su atractivo en ciertas áreas como la militar con los

dispositivos de encubrimiento y superantenas o la científica, especialmente las llamadas lentes perfectas.

[1] D. R. Smith, Willie J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, S. Schultz. Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity, Physical Review Letters volume 84, number 18 1 MAY 2000

[2] Schurig D., JJ, BJ Justicia Mock, Cummer SA., JB Pendry, Starr AF, y el Dr Smith. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies. Science Express, 19 de octubre (2006).

[3] Joachim Fischer, Tolga Ergin, and Martin Wegener. Three-dimensional polarization-independent visible-frequency carpet invisibility cloak. Optics Letters June 1, 2011 / Vol. 36, No. 11.

[4] JB Pendry. Negative Refraction Makes a Perfect Lens. Physical Review Letters (2000)

[5] Ulf Leonhardt and Tomáš Tyc. Superantenna made of transformation media. New Journal of Physics. 10 (2008) 115026

[6] V. G. Veselago, The Electrodynamics of substances with simultaneously negatives of ϵ and μ . Soviets. Physics. USPEKHI 10, 509 (1968).

[7] <http://www.st-andrews.ac.uk/~ulf/invisibility.html>, página sobre invisibilidad del Dr. Leonhardt Ulf.

[8] Ulf Leonhardt and Thomas G. Philbin. Transformation Optics and the Geometry of Light. Progress in Optics. June 7 2008.

[9] Eugene Hecht. Óptica. 3a Edición Addison Wesley Iberoamericana. Madrid, 2000.

[10] E. Wolf and Habashy T., Modern Optics Journal 40, 785 (1993)

[11] Xiang Xiang et al. An optical cloak made of dielectrics. Nature Material. DOI: 10.1038/NMAT2461.29 april 2009.

CAPÍTULO 1. TEORÍA ELECTROMAGNÉTICA.

En la teoría electromagnética matemáticamente existe la posibilidad de la propagación de las ondas electromagnéticas en medios en donde la permitividad y la permeabilidad exhiben simultáneamente valores negativos, por mucho tiempo este concepto quedo únicamente en teoría. Sin embargo, recientemente los avances científicos y tecnológicos han permitido la implementación física de este tipo de materiales. Veselago [1], en base a su desarrollo matemático y al desplazamiento vectorial de los campos eléctrico \vec{E} , Magnético \vec{H} y el vector de onda \vec{k} propuso que este tipo de materiales recibieran el nombre de *Left Handed Materials* (LHM), por su naturaleza artificial este tipo de materiales quedó dentro del grupo de los Metamateriales, grupo que incluye a los cristales fotónicos y a los dispositivos de invisibilidad. Estos materiales se caracterizan por tener un índice de refracción menor a uno o negativo [2].

El modelo de Drude-Lorenz, [3] toma en cuenta el índice de refracción complejo, así como sus variaciones con la frecuencia de la radiación electromagnética. Con este modelo los fenómenos de dispersión normal y anómala y su relación con la absorción de la radiación pueden ser razonablemente cuantificadas. Por lo general, la constante dieléctrica aumenta lentamente con la dispersión de la frecuencia de la normal. Sin embargo, en la vecindad de una transición atómica la onda electromagnética exhibe una dispersión anómala, en el que la constante dieléctrica disminuye marcadamente con la frecuencia, acompañado por absorción de la luz. El Modelo de Drude-Lorentz es aplicable a la mayoría de los materiales y predice la región donde la permitividad y la permeabilidad es negativa, justamente encima de cada resonancia [4], en la naturaleza es posible encontrar materiales con permitividad negativa, los más conocidos son los plasmas de baja pérdida y los metales y los semiconductores a frecuencias ópticas e infrarrojas (algunas veces llamados plasmas de estado sólido), materiales con la permeabilidad negativa son menos comunes debido a la débil interacción magnética en la mayoría de los materiales de estado sólido [5]. Solamente en materiales ferromagnéticos tienen interacciones magnéticas lo suficientemente fuertes para producir regiones donde la permeabilidad es negativa.

1.1 LAS ECUACIONES DE MAXWELL.

En 1826 Ampere predijo la propagación de las ondas electromagnéticas a la velocidad de la luz dependiendo del medio material. Posteriormente James C. Maxwell identificó a la luz como onda electromagnética, este concepto que unía la óptica con el electromagnetismo se publicó en “*Theory of the Electromagnetic Field*”, en dicha obra Maxwell sintetiza una serie de leyes dando una estructura coherente y unificada a la teoría electromagnética, entre ellas la Ley de Ampere del campo eléctrico, la Ley de Faraday de la inducción magnética, la ley de Gauss del flujo eléctrico y la Ley de no existencia de monopolos magnéticos o ley de Gauss magnética; así mismo, describió a la luz como ondas electromagnéticas. En 1884 Oliver Heaviside reformuló estas ecuaciones en la forma vectorial que todos conocemos

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (1.1a)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (1.1b)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad (1.1c)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (1.1d)$$

donde \vec{E} es el campo eléctrico, \vec{B} es el campo magnético, ε_0 es la permitividad eléctrica en el vacío, μ_0 es la permeabilidad en el vacío y ρ es la densidad de carga. Con el fin de mostrar la propagación de ondas en medios con índice de refracción negativo, reducimos la ecuación de Maxwell a la ecuación de onda

$$\left(\nabla^2 + \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \right) \psi = 0, \quad (1.2)$$

donde n es el índice de refracción, c es la velocidad de la luz en el vacío y $n^2/c^2 = \epsilon\mu$. Un cambio simultáneo de $\epsilon\mu$ no afecta al cuadrado del índice de refracción y un medio con índice de refracción negativo debe ser transparente, de la ecuación de onda podemos inferir que el cambio simultáneo de signo de $\epsilon\mu$ nos mantendrá inalterable la ecuación, sin embargo, al considerar a las ecuaciones materiales

$$\vec{D} = \epsilon\vec{E}, \quad (1.3a)$$

Y

$$\vec{B} = \mu\vec{H}, \quad (1.3b)$$

para ondas planas tenemos que $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(-j\vec{k} \cdot \vec{r} + j\omega t)$ y $\vec{H} = \vec{H}_0 \exp(-j\vec{k} \cdot \vec{r} + j\omega t)$ con la misma dependencia espacio tiempo. Estas ecuaciones se reducen a

$$\mathbf{k} \times \vec{E} = \omega\mu\vec{H}, \quad (1.4a)$$

$$\mathbf{k} \times \vec{H} = -\omega\epsilon\vec{E}, \quad (1.4b)$$

para valores positivos de ϵ y μ se forma un sistema de mano derecha con vectores ortogonales, sin embargo, para los valores negativos de ϵ y μ , las ecuaciones (1.4a) y (1.4b) se pueden reescribir de la siguiente manera

$$\vec{k} \times \vec{E} = -\omega|\mu|\vec{H}, \quad (1.5a)$$

$$\vec{k} \times \vec{H} = \omega|\epsilon|\vec{E}, \quad (1.5b)$$

donde \vec{E} , \vec{H} y \vec{k} forman el triplete a mano izquierda (Hand Left Triplet) de donde nació el término *Left Handled Material* o LHM, como se muestra en la fig. 1.2.

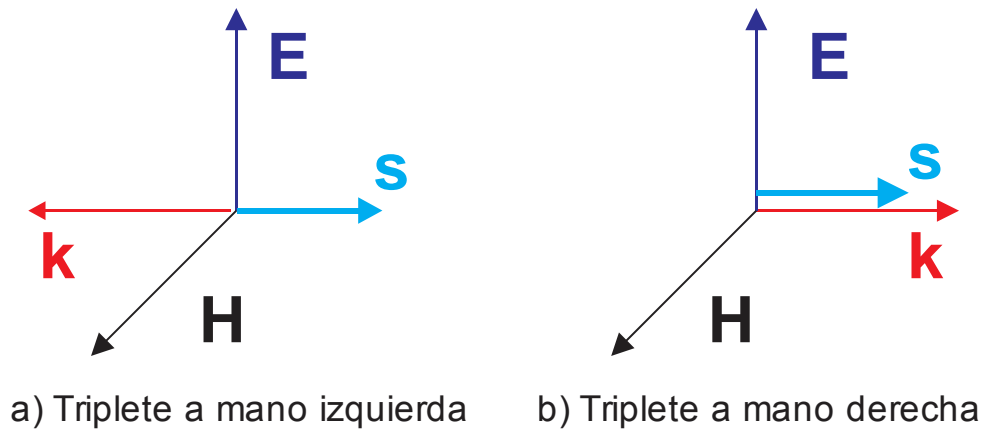


Fig. 1.2. Triplete vectorial \vec{E} , \vec{H} y \vec{k} de mano derecha (Right Handled) (b), de mano izquierda (Left Handled) (a) y vector de Poynting \vec{S} . (figura dibujada a partir del original: R. Marqués, F. Martín, and M. Sorolla. *Metamaterials with Negative Parameters*. By.2008, John Wiley & Sons, Inc)

de la Figura 1.2. tomando la parte real tenemos que el vector de Poynting

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}^* , \quad (1.6)$$

es paralelo al vector de propagación \vec{k} en el sistema de mano derecha y antiparalelo al mismo en el sistema de mano izquierda, esto implica que la velocidad de fase y la velocidad de grupo son opuestas en un metamaterial, o dicho de otra manera, la energía y el frente de onda viajan en direcciones opuestas. La propagación inversa del frente de onda en un medio isotrópico homogéneo ilimitado parece ser una característica única de los metamateriales y produce las características ópticas que lo definen.

Aunque se puede definir a los LHM como transparentes en la longitud de onda del diseño, la realidad es que las pérdidas en la propagación del frente de onda deben considerarse.

Considerando una región finita llena de metamaterial homogéneo en el estado de equilibrio y asumiendo que no existen fuentes de radiación electromagnética dentro de

dicha región, debe haber algún flujo de energía dentro de la región para compensar las pérdidas, entonces, tomando el teorema complejo de Poynting

$$\nabla \cdot \{\vec{E} \times \vec{H}^*\} = j\omega(\vec{E} \cdot \vec{D}^* - \vec{B} \cdot \vec{H}^*), \quad (1.7)$$

de esta ecuación se deduce que

$$Re \left\{ \oint \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot \hat{n} dS \right\} = \omega \left\{ (\mu |\vec{H}|^2 - \varepsilon^* |\vec{E}|^2) dV \right\} < 0, \quad (1.8)$$

la integración se realiza en la región mencionada y por lo tanto

$$Im(\varepsilon) < 0; \quad Im(\mu) < 0. \quad (1.9)$$

Considerando el plano de onda con el cuadrado del número de onda $k^2 = \omega^2 \mu \varepsilon$ que se propaga en un medio metamaterial sin pérdidas con $Re(\varepsilon) < 0$ y $Re(\mu) < 0$. De la ecuación (1.9) se sigue que $Im(k^2) > 0$, y por lo tanto

$$\{Re(k) > 0 \text{ e } Im(k) > 0\} \quad \text{o} \quad \{Re(k) < 0 \text{ e } Im(k) < 0\}. \quad (1.10)$$

Este análisis implica que las ondas avanzan en la dirección de propagación de los frentes de onda y coincide con la propagación de onda inversa.

1.2 DENSIDAD DE ENERGÍA Y VELOCIDAD DE GRUPO

La propagación de la densidad de energía en cualquier medio es dispersiva, pero al introducir valores negativos en la expresión de densidad de energía promediada en el tiempo en un medio transparente no dispersivo, U_{nd} , dado por

$$U_{nd} = \frac{1}{4} \{ \varepsilon |E|^2 + \mu |H|^2 \}, \quad (1.11)$$

nos produce una densidad de energía negativa, que es un resultado no-físico [4], esta ecuación es una buena aproximación para un medio dispersivo débil donde la velocidad de propagación de la densidad de energía tiende a ser la misma para todas las frecuencias, pero en un medio dispersivo la expresión correcta es [7]

$$U = \frac{1}{4} \left\{ \frac{\partial(\omega\varepsilon)}{\partial\omega} |E|^2 + \frac{\partial(\omega\mu)}{\partial\omega} |H|^2 \right\}, \quad (1.12)$$

en la ecuación anterior las derivadas parciales están evaluadas en la frecuencia central del paquete de ondas y la condición física para la densidad de energía positiva implica que

$$\frac{\partial(\omega\varepsilon)}{\partial\omega} > 0 \quad y \quad \frac{\partial(\omega\mu)}{\partial\omega} > 0, \quad (1.13)$$

la cual es compatible con $\varepsilon < 0$ y $\mu < 0$ derivada de $\partial\varepsilon/\partial\omega > |\varepsilon|/\omega$ y $\partial\mu/\partial\omega > |\mu|/\omega$ [2]. De ahí que la transmisión en un metamaterial debe ser altamente dispersivo, lo cual es compatible con el modelo Drude-Lorentz de bajas pérdidas para ε y μ , el cual predice valores negativos para ε y/o μ en las regiones de dispersión alta justo encima de la frecuencia de resonancia.

En relación al flujo de energía reactiva a través de una superficie cerrada con diferencias entre la energía eléctrica y magnética dentro de la superficie cerrada, mencionadas en la interpretación de la parte imaginaria del teorema complejo de Poynting, esta no es aplicable a un medio altamente dispersivo, y por lo tanto tampoco es aplicable a un metamaterial [2].

La propagación inversa de onda implica signos opuestos entre las velocidades de fase y grupo

$$\frac{\partial k^2}{\partial\omega} = 2k \frac{\partial\omega}{\partial k} \equiv 2 \frac{\omega}{v_f v_g}, \quad (1.14)$$

donde $v_f = \omega/k$ y $v_g = \partial\omega/\partial k$ son la velocidad de fase y grupo respectivamente. En adición, de $k^2 = \omega^2\varepsilon\mu$ y la ecuación (1.13), tenemos

$$\frac{\partial k^2}{\partial \omega} = \omega \varepsilon \frac{\partial(\omega \mu)}{\partial \omega} + \omega \mu \frac{\partial(\omega \varepsilon)}{\partial \omega} < 0. \quad (1.15)$$

De las ecuaciones (1.14) y (1.15) tenemos

$$v_f v_g < 0. \quad (1.16)$$

Esto implica que los paquetes de onda y los frentes de onda viajan en direcciones opuestas, lo cual prueba la propagación inversa de la onda en un metamaterial.

1.3 PRINCIPIO DE FERMAT

Para el diseño de mantos de invisibilidad óptica y guía de ondas el principio de Fermat es uno de los temas cruciales pues de este principio surge la idea principal que, en complemento con el modelado matemático por medio de mapas conformales, es posible la creación exitosa de dispositivos de encubrimiento, que al igual que en la historia del LASER primero empezó en el rango de las microondas con el MÁSER (Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation). Así, los primeros mantos de invisibilidad exitosos se obtuvieron en el rango de las microondas y actualmente se está experimentando con mantos en el rango de la luz visible.

El principio de Fermat establece que el camino óptico seguido por la luz entre dos puntos fijos, A y B (fig. 1.3), es un mínimo, un máximo y un estacionario, donde el camino óptico está definido como la distancia física multiplicada por el índice de refracción del medio.

Si el medio por el que la luz se propaga tiene un índice de refracción n variable, el camino óptico viene dado por

$$\int_c n(s) ds, \quad (1.17)$$

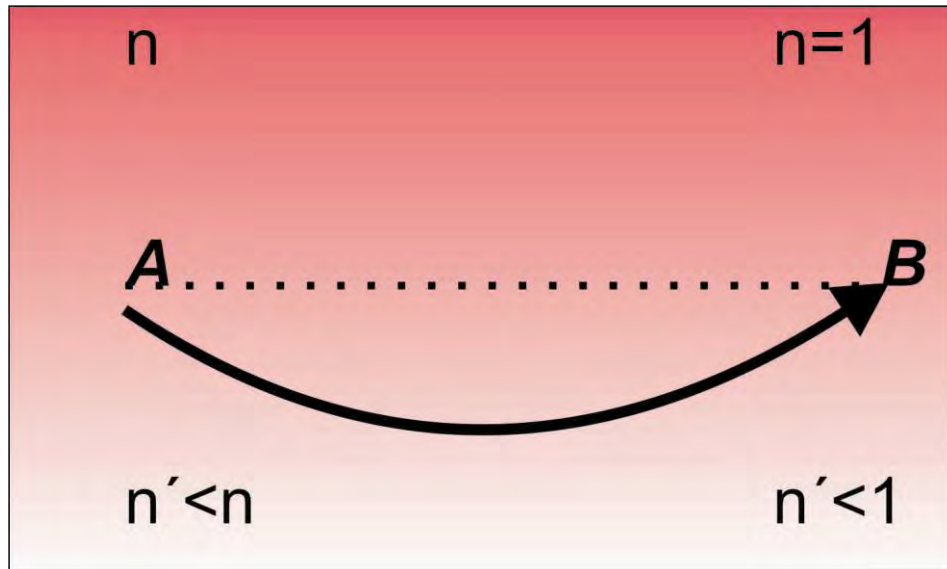


Figura 1.3. El principio de Fermat. La luz sigue la ruta que tiene la longitud de camino óptico menor de A a B (línea sólida) que no siempre es una línea recta (línea punteada) en general. La longitud del camino óptico medido en términos del índice de refracción n integrada a lo largo de la trayectoria. La variación de los tonos de color del fondo muestra como varía el índice de refracción en un medio, la región más oscura tiene mayor índice de refracción y la más clara el menor índice de refracción.

En lenguaje matemático el principio de Fermat establece que

$$\delta L = 0, \quad \text{donde} \quad L = \int_A^B n \, dl = \int_A^B n \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}, \quad (1.18)$$

Podemos deducir del principio de Fermat la Ley de Snell y viceversa, de esta ecuación fácilmente se puede deducir que el principio también es válido para los metamateriales.

En el caso de la capa de invisibilidad este principio es importante porque es la manera en que se puede guiar una onda electromagnética a través del dispositivo y esto se debe a que dicha onda se mueve a través del metamaterial siguiendo el camino óptico diseñado y consiste en un medio con índice de refracción no homogéneo menor que 1.

Esto también pone de manifiesto que el tiempo que tarda la luz en viajar entre dos puntos no está relacionado con la longitud óptica a través de la fórmula habitual de los

medios ordinarios de dispersión débil, esto es $t \neq L/c$, de ahí que el camino seguido por la luz en sistemas ópticos con un medio metamaterial no es necesariamente el tiempo más corto, en los experimentos realizados [2] se ha comprobado que este camino puede ser negativo o nulo.

De la definición de (1.18), se deduce que la longitud óptica entre dos puntos, A y B, en un rayo óptico dado es proporcional al avance de fase entre tales puntos

$$\Delta\phi = -k\overline{AB} = -n(\omega/c)\overline{AB} = -(\omega/c)L. \quad (1.19)$$

En general, aunque un manto de invisibilidad es un medio anisotrópico, se espera que el principio de Fermat (1.18) la longitud de camino óptico sea un extremo [8].

1.4 MAPEO CONFORMAL

El término “conformal” fue introducido por Gauss en 1822 para describir una transformación en la cual la imagen de una figura es “similar a la figura original en lo que respecta a sus partes más pequeñas”. El término “similar” es utilizado en el sentido euclidiano de triángulos semejantes. [9]. Por lo tanto, conformal se define intuitivamente como preservación de ángulos, de la misma manera en que dos triángulos con tres pares de ángulos son similares (proporcionales). el caso más común de esta función es en el plano complejo.

Si U es una función en un subconjunto abierto del plano complejo, \mathbb{C} , entonces una función

$$f: U \rightarrow \mathbb{C}, \quad (1.20)$$

es conforme, si y solo si esta es holomorfa y sus derivadas están en todas partes de U diferentes de cero.

La mayoría de los mantos de invisibilidad creados con metamateriales se han realizado en prototipos 2D, por lo cual es conveniente analizar cómo el principio de Fermat actúa en un dispositivo diseñado con Mapeo Conformal Óptico euclidiano en dos dimensiones [8].

Para un medio óptico con luz confinada en un plano (x, y) , con índice de refracción $n(x, y)$, la transformación de las coordenadas en el plano original (x, y) al plano (x', y') de acuerdo al principio de Fermat está dada por

$$L = \int_A^B n \sqrt{dx^2 + dy^2} = \int_A^B n' \sqrt{dx'^2 + dy'^2} \quad (1.21)$$

analizando la expresión anterior tenemos

$$dx' = \frac{dx'}{dx} dx + \frac{dx'}{dy} dy, \quad dy' = \frac{dy'}{dx} dx + \frac{dy'}{dy} dy, \quad (1.22)$$

donde $dx'^2 + dy'^2$ es proporcional a $dx^2 + dy^2$ si

$$\frac{dx'}{dx} = \frac{dy'}{dy} \quad y \quad \frac{dy'}{dx} = -\frac{dx'}{dy}, \quad (1.23)$$

En este caso la transformación de coordenadas cambia $n^2(dx^2 + dy^2)$ a $n'^2(dx'^2 + dy'^2)$, manteniendo la forma original del principio de Fermat (1.18) tenemos

$$n'^2 \left(\left(\frac{dx'}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dx'}{dy} \right)^2 \right) = n'^2 \left(\left(\frac{dy'}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dy'}{dy} \right)^2 \right) = n^2. \quad (1.24)$$

La transformación de coordenadas de la forma (1.23) se le denomina transformación conformal en el espacio bidimensional [8] y tiene la característica de que conserva intacto al principio de Fermat, y corresponden a materiales con índice de refracción isotrópico. Para el caso de $n' = 1$, se crea un espacio transformado que queda vacío al propagarse la luz alrededor de éste al actuar el perfil del índice de refracción del dispositivo como un medio de transformación (Fig. 1.4).

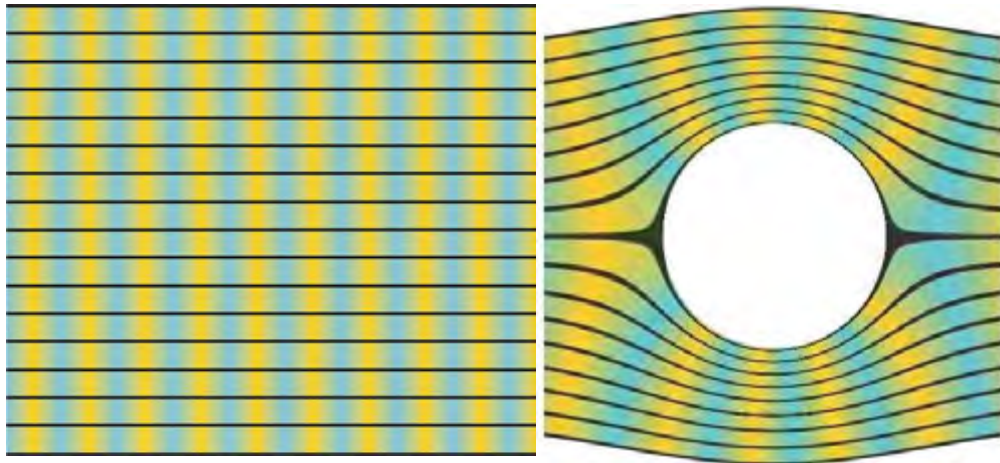


Figura 1.4 Mapa conformal óptico (dispositivo euclidiano) donde la rejilla cartesiana es transformada en coordenadas curvas en el espacio, se muestran los vectores de Poynting del frente de onda (líneas negras), la trayectoria de los rayos de luz sigue las coordenadas curvas, generando un espacio vacío donde un objeto estaría encubierto.

El diseño del dispositivo, de acuerdo al principio de Fermat y al mapeo conformal, requiere que cada capa que lo constituye tenga un índice de refracción menor que el espacio transformado ($n' = 1$) de tal manera que las ondas electromagnéticas no atraviesen el espacio vacío creado, sino que siga el camino óptico especificado en cada capa del manto.

1.5 ÍNDICES DE REFRACCIÓN MENOR A UNO

Cuando se habla de metamateriales es común leer en los artículos de divulgación científica el concepto de índice de refracción negativo, cabe aclarar que ese puede ser el parámetro deseado en un material específico, como sería el caso de un dispositivo para lente perfecta. Para otras aplicaciones, tales como dispositivos de encubrimiento y superantenas es suficiente que el índice de refracción de diseño varíe entre un número menor a 1 y 0 [2] para que el principio de Fermat actúe como un máximo.

Analizando la ley de Snell

$$n_1 \text{sen} \theta_1 = n_2 \text{sen} \theta_2 \quad (1.25)$$

cuando el índice de refracción del metamaterial es igual a $n_2 = -1$, la ecuación anterior queda

$$n_1 \text{sen} \theta_1 = -\text{sen} \theta_2, \quad (1.26)$$

como se puede observar de la sustitución anterior un rayo incidente dentro de un metamaterial se refractará del mismo lado de la normal que el incidente. La fabricación de lentes perfectas [6] es posible debido a esta propiedad, las cuales no presentan las aberraciones ópticas provocadas por la manufactura irregular de las superficies curvas (fig. 1.5).

Evaluando la longitud óptica entre la fuente y los focos F_1 y F_2 , si $\epsilon/\epsilon_0 \rightarrow -1$ y $\mu/\mu_0 \rightarrow -1$ entonces el índice de refracción es $n = -1$ y el campo electromagnético en la fuente es exactamente reproducida en el foco [2].

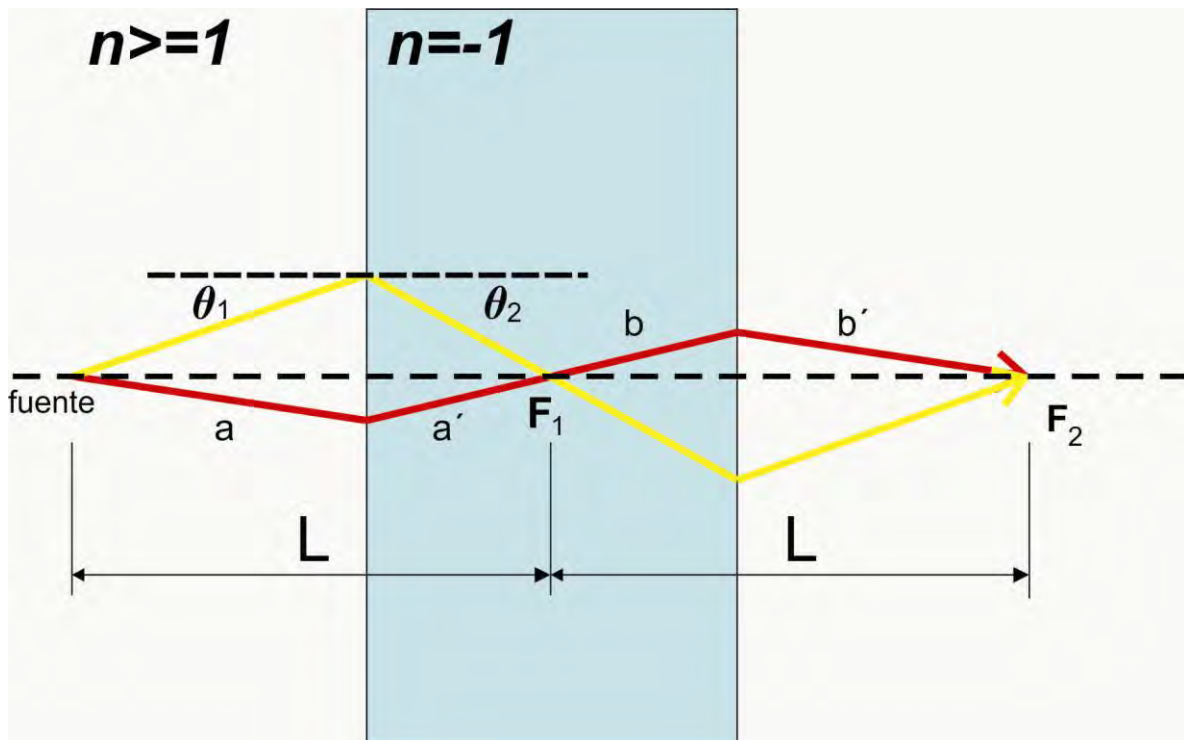


Figura 1.5 Ilustración gráfica de la concentración de los rayos paraxiales procedentes de una fuente puntual por un metamaterial (lente perfecta). La luz se centra en dos puntos, F_1 y F_2 , dentro y fuera del metamaterial.

- [1] V. G. Veselago, The Electrodynamics of substances with simultaneously negatives of ϵ and μ . Soviets. Physics. USPEKHI 10, 509 (1968).
- [2] Ricardo Marqués, Ferrán Martín, and Mario Sorolla. Metamaterials with Negative Parameters. By. 2008, John Wiley & Sons, Inc.
- [3] Neil W. Ashcroft, N David Mermin. Solid State Physics. Thomson Learning Inc. 1976
- [4] Classical Electrodynamics J. D. Jackson. Wiley, New York, 1999 (3rd ed.).
- [5] Ulf Leonhardt. Notes on conformal invisibility devices. New Journal of Physics 8 118. doi:10.1088/1367-2630/8/7/118. 2006.
- [6] John B. Pendry and David R. Smith. Superlens. Scientific American Julio 2006.
- [7] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, and L. P. Pitaevskii Electrodynamics of Continuous Media. Pergamon, New York, 1984.
- [8] Ulf Leonhardt and Thomas G. Philbin. Transformation Optics and Geometry of the Light. Progress in Optics. June 7, 2008.
- [9] Zeev Nehari. Conformal mapping. Dover Publications Inc. first edition 1975. Based in original work published in 1952 by McGraw Hill.

CAPITULO 2. DISEÑO DE METAMATERIAL PARA CAPA DE INVISIBILIDAD

La implementación física de un metamaterial mediante inductores-capacitores se realiza mediante dos métodos [1]: el primero utiliza un arreglo de alambres (inductor) y/o placas (capacitor) de cierta longitud y espaciados geométricamente. El segundo, el cual es utilizado en el prototipo presentado en esta tesis, se construye a partir de un modelo de anillo inductor-capacitor con el cual obtenemos una respuesta a la energía electromagnética incidente de tal manera que es posible manipular la permitividad ϵ y la permeabilidad μ y obtener valores que pueden ser cero, menores que uno o negativos. El metamaterial se puede fabricar implementando pequeñas celdas eléctricas a una cierta frecuencia de diseño. Los parámetros constitutivos de este medio se basan en las polarizaciones de dichas celdas y por un proceso de homogeneización de su estructura.

Los primeros experimentos realizados para diseñar metamateriales se basaron en un arreglo de alambres y/o placas para obtener la permitividad eléctrica negativa. Posteriormente un arreglo de anillos resonadores circulares también permitió obtener permeabilidad magnética negativa [2].

2.1 DISEÑO DE METAMATERIALES PARA DISTINTAS FRECUENCIAS DE OPERACIÓN.

En la actualidad el diseño de un metamaterial para una frecuencia dada de operación en el rango de las microondas se realiza utilizando litografía sobre cobre desnudo de acuerdo a un patrón de diseño de celdas que pueden ser representadas eléctricamente por un circuito LC (inductor-capacitor) como se muestra en la fig. 2.2.1



Fig. 2.1.1 esquema de un circuito LC para un metamaterial y su circuito equivalente.

La polarizabilidad magnética de un anillo conductor a lo largo del eje (eje z) está dada por [1]

$$m_z = \alpha_{zz}^{mm} B_z^{ext} \quad y \quad \alpha_{zz}^{mm} = \frac{\pi^2 r^2}{L}, \quad (2.1.1)$$

donde α_{zz}^{mm} es la polarizabilidad, B_z^{ext} es el componente z del campo magnético aplicado, r es el radio del anillo y L es la auto-inductancia del anillo. Sin embargo, el efecto diamagnético asociado con un anillo cerrado metálico no es tan fuerte como para producir valores negativos de μ .

La auto-inductancia de un conductor perfecto puede ser calculada eficientemente como [1]

$$L = \mu_0 r \left[\ln \left(\frac{16r}{d} \right) - 2 \right], \quad (2.1.2)$$

Donde d es el diámetro del alambre, la expresión anterior nos da $L \geq \mu_0 r$ para una relación r/d realista. Por lo tanto, $\mu_0 |\alpha_{zz}^{mm}| \leq \pi^2 r^3$ de ahí que la susceptibilidad magnética de un arreglo de anillos resonadores (la cual puede ser estimada por $\chi \sim \mu_0 \alpha_{zz}^{mm} / V$ donde $V \approx (2r)^3$ es el volumen por anillo) es $|\chi| \lesssim \mu^2 / 8 \sim 1$. Esto es, no es posible siempre obtener valores negativos de μ para cualquier arreglo de anillos metálicos cerrados dado que un inductor (anillo) responde esencialmente al campo eléctrico de un frente de onda por lo que solo la permitividad eléctrica ϵ es relevante en este tipo de arreglo. De la misma manera un capacitor reacciona al campo magnético de una onda electromagnética por lo que en este caso la permeabilidad magnética μ es relevante.

La polarizabilidad magnética puede ser optimizada con la inserción de un capacitor al anillo metálico. Esta configuración fue propuesta por Schelkunoff [1] nos da la siguiente expresión para α_{zz}^{mm} dada por

$$\alpha_{zz}^{mm} = \frac{\mu^2 r^4}{L} \left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1 \right)^{-1}, \quad (2.1.3)$$

donde $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ es la frecuencia de resonancia para el circuito LC formada por el anillo y el capacitor. La anterior expresión nos dice que justo encima de la frecuencia de resonancia, la polarizabilidad magnética se vuelve negativa. De ahí que un arreglo regular de anillos LC puede mostrarnos una permeabilidad magnética negativa justo arriba de la frecuencia de resonancia.

2.2 ANÁLISIS DE UN DISEÑO PREVIO DE CAPA DE ENCUBRIMIENTO EN 2D

En esta sección se analiza un metamaterial cilíndrico bidimensional [2] el cual es base para proponer un prototipo en base a un mapeo conformal de acuerdo a la función $G = \frac{\cos(1+z)}{2}$.

La transformación de coordenadas y la efectividad de un diseño se ha verificado mediante simulaciones por computadora [3,4] y de elemento finito de frentes de onda [5].

El desarrollo de metamateriales, primero con el implemento de lentes perfectas y posteriormente con la realización de mantos de invisibilidad con un metamaterial [2] ha permitido la demostración experimental y la viabilidad de dichos artefactos así como su posible aplicación.

Actualmente, los experimentos se han centrado en dispositivos bidimensionales más que nada porque los requerimientos de fabricación y medición se simplifican cuando se diseña en dos dimensiones. En esta sección se analiza un dispositivo euclidiano que es la base de partida para la implementación y revisión, primero de un prototipo 2D y sugerir el diseño de un prototipo 3D para microondas.

La manufactura de un metamaterial de acuerdo a la ecuación (2.2.5) requiere de la elección de las dimensiones generales del aparato y del diseño de celdas unitarias y su

disposición dentro del mismo. La distribución de las celdas no necesariamente requiere de un arreglo periódico ni tampoco que estas formen estructura cúbica, es más importante el manejo de los parámetros permitividad ϵ y permeabilidad μ . ϵ_z y μ_z de acuerdo a la ecuación (2.2.4) pueden permanecer constantes y solo se necesita variar radialmente μ_r (2.2.3) a través de toda la estructura.

La medición experimental de este conjunto de parámetros se puede adquirir individualmente en cada anillo resonador (SRRs) porque cada uno de ellos da una respuesta magnética que puede ser medida a lo largo de su eje en la dirección radial.

Los metamateriales usados para la experimentación del índice de refracción negativo y de las lentes perfectas permiten implementar un arreglo cúbico o configuraciones que usualmente son diagonales a una base cartesiana.

La manera de crear un volumen o zona invisible en el cual la radiación incidente rodee dicha zona, se realiza modificando los valores de la permitividad ϵ y de la permeabilidad μ para volverlos espacialmente variantes e anisotrópicos, es decir cada anillo tendrá sus propios valores de ϵ y μ (2.2.1). Recordando que las ecuaciones de Maxwell representan una forma invariante de transformación de coordenadas

$$n = \pm \sqrt{\epsilon\mu}, \quad (2.2.1)$$

donde el signo \pm se utiliza para denotar a materiales con índice de refracción positivo y negativo respectivamente. Al implementar estas propiedades complejas de los materiales, el volumen o zona de ocultamiento dentro del dispositivo es un espacio libre visto externamente (fig. 2.2.1). El esparcimiento se encuentra disminuido y por lo tanto no se proyecta sombra que hace que el prototipo puede ser detectado.

Para el diseño de un metamaterial para encubrimiento, es necesario realizar una transformación de coordenadas que comprime el espacio de una región cilíndrica $0 < R < r_e$ en una región anular $r_i < R' < r_e$, donde R y R' son las coordenadas radiales en el sistema original y el transformado, respectivamente, r_i es el radio interior de la capa, y r_e es el radio exterior de la capa. Una transformación simple debe cumplir este objetivo si

$$R' = \frac{r_e - r_i}{r_e} R + r_i \quad \theta' = \theta \quad z' = z, \quad (2.2.2)$$

donde θ (theta) y z son las coordenadas angular y vertical en el sistema original y θ' y z' son las coordenadas angular y vertical en el medio de transformación. La expresión de transformación para la permitividad ϵ y la permeabilidad μ

$$\epsilon_r = \mu_r = \frac{R - r_i}{R} \epsilon_\theta = \mu_\theta = \frac{R}{R - r_i}, \quad (2.2.3)$$

$$\epsilon_z = \mu_z = \left(\frac{r_e}{r_e - r_i} \right)^2 \frac{R - r_i}{R}, \quad (2.2.4)$$

la variación en función del gradiente de los componentes de la permeabilidad ϵ y la permitividad μ en función del radio implican que el diseño de un metamaterial sea complicado de implementar.

Una manera de simplificar el diseño es polarizando el campo eléctrico a lo largo del eje Z (eje del cilindro) en donde solamente ϵ_z , μ_r son relevantes. En este prototipo se desea primariamente demostrar la trayectoria de onda dentro de éste, el cual es solamente determinado por la relación de dispersión, los parámetros electromagnéticos son obtenidos por las siguientes propiedades del material

$$\epsilon_z = \left(\frac{r_e}{r_e - r_i} \right)^2 \mu_r = \left(\frac{R - r_i}{R} \right)^2 \mu_\theta = 1. \quad (2.2.5)$$

La ecuación (2.2.5) tiene la misma dispersión que la ecuación (2.2.4), esto implica que las ondas electromagnéticas tienen la misma dinámica en el medio del prototipo. Los rayos siguen el mismo camino óptico definidos por las ecuaciones (2.2.4) y (2.2.5) dentro del éste; asimismo, los ángulos de refracción dentro y fuera del dispositivo son los mismos.

Sin embargo, para el diseño del metamaterial para un dispositivo de encubrimiento se necesita que sea radial y con índice de refracción variante en cada anillo concéntrico, donde

las celdas unitarias tienen secciones curvas. La curvatura del dispositivo y el arreglo no cúbico no nos afecta de manera extrema, el sistema puede modelarse como un sistema de prismas rectos rectangulares partiendo de la suposición que el diseño de las celdas provocan correcciones menores en las propiedades efectivas del medio.

La frecuencia de diseño para el metamaterial de anillos resonadores (SRRs) en un arreglo euclidiano bidimensional [2] cubre un rango de frecuencias entre los que se encuentran las de 10.5 GHz y 8.5 GHz. Los parámetros de medio efectivo de $\lambda/a_r > 10$ son implementados mediante un conjunto de 10 anillos concéntricos de altura de tres celdas, con un radio r_i de 5.4 cm, donde se buscó que el número de celdas se incrementara seis celdas por cada anillo concéntrico, de tal manera que el anillo interior tiene 54 celdas alrededor del perímetro, el segundo 60 y así sucesivamente hasta el anillo 10 que tiene 108. El acoplamiento magnetoeléctrico provocado por la cercanía de cada celda con respecto a otra se minimizó alternando su orientación a través de la dirección z, con lo cual se evita que parte de las ondas electromagnéticas sean reflejadas de manera inusual [6]. (Fig. 2.2.1)

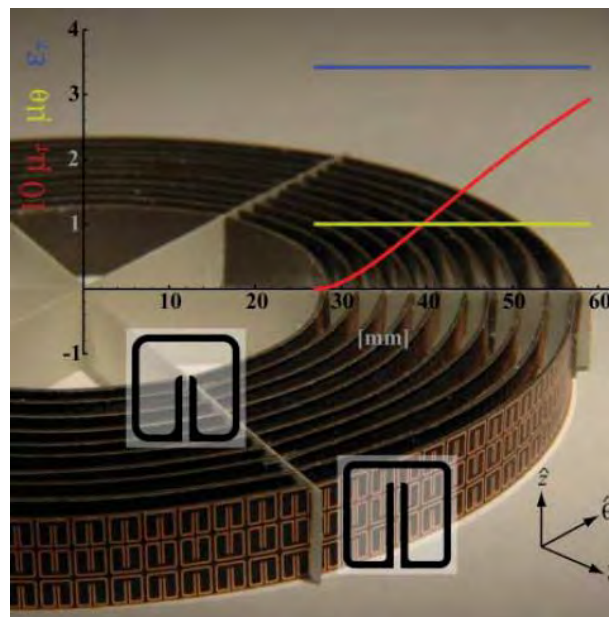


Fig 2.2.1. Prototipo de encubrimiento cilíndrico en dos dimensiones (D. Schurig, et all. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies. Science Express, 19 de octubre de 2006).

Utilizando Matlab se puede realizar el mapeo conformal mostrado en la fig. 2.2.2 (capítulo 1, sección 1.2). Físicamente se aprovecha el principio de Fermat, diseñando un

metamaterial que contenga índice de refracción no homogéneo menor a 1, por lo tanto, la zona del cilindro central tendrá el índice de refracción más alto y las ondas electromagnéticas pasan rodeando dicha zona; por lo tanto, lo que se encuentre en dicha zona será prácticamente invisible a la frecuencia de diseño.

Modelado de Metamaterial por medio de mapeo conformal

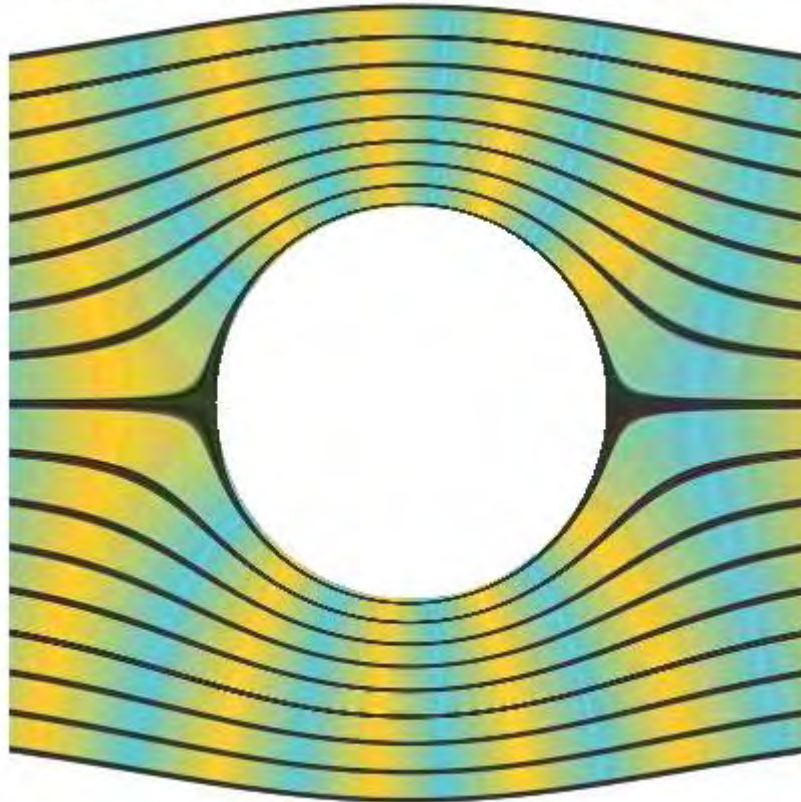


Fig. 2.2.2 Mapeo Conformal del dispositivo de invisibilidad modelado en Matlab para crear un cilindro invisible en el centro del mapeo.

Para ello recurrimos a código de mapeo conformal en el cual la ecuación principal es $g: R^2 \rightarrow R^2$ definida en términos de la función compleja $G: C \rightarrow C$

$$G(z) = \frac{z + 1/z}{2} \quad (2.2.6)$$

Nosotros definimos G por medio de su correspondencia directa entre cada punto (x, y) en el plano Euclidiano (\mathbb{R}^2) y los puntos $z = x + iy$ en el plano complejo (\mathbb{C}). Dónde:

$$w = u + iv = G(x + iy) \quad (2.2.7)$$

La simulación [2] da los resultados que se muestran en la figura 2.2.6, las cuales tienen las propiedades del material de la ecuación 2.2.4 y sin pérdidas de absorción; sin embargo, deben considerarse efectos físicos reales que nos permitan hacer coincidir lo experimentalmente obtenido con lo simulado computacionalmente, esto se muestra en la figura 2.2.7.

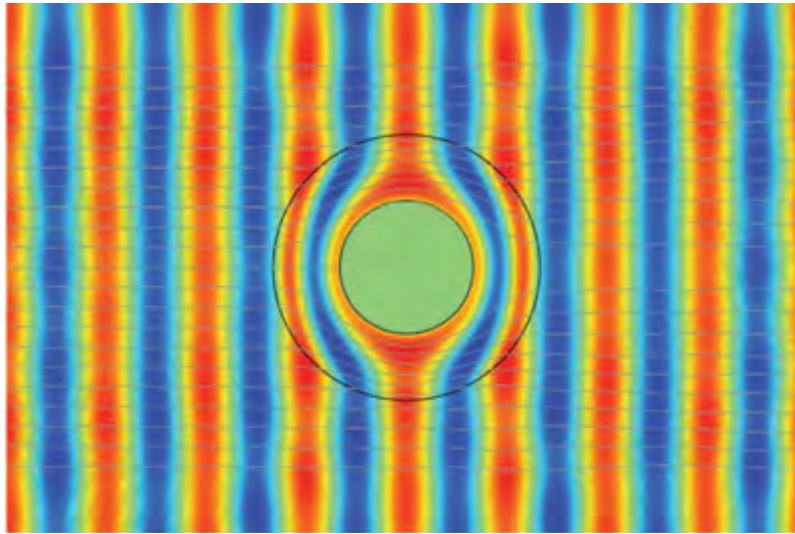


Fig. 2.2.6. Simulación ideal de un dispositivo de encubrimiento sin pérdidas de absorción. Las líneas horizontales indican el flujo de la potencia (vector de Poynting). (D. Schurig, et al. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies. Science Express, 19 de octubre de 2006).

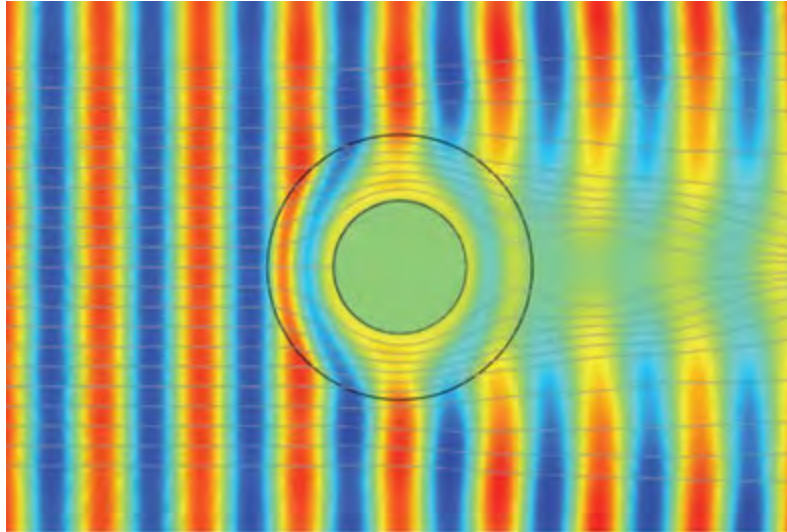


Fig. 2.2.7. Simulación con las consideraciones del material de la ecuación 2.2.4. Las líneas horizontales indican el flujo de la potencia (vector de Poynting). (D. Schurig, et all. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies. Science Express, 19 de octubre de 2006).

La simulación de un material de cobre el cual buscamos que sea encubierto se muestra en la figura 2.2.8.

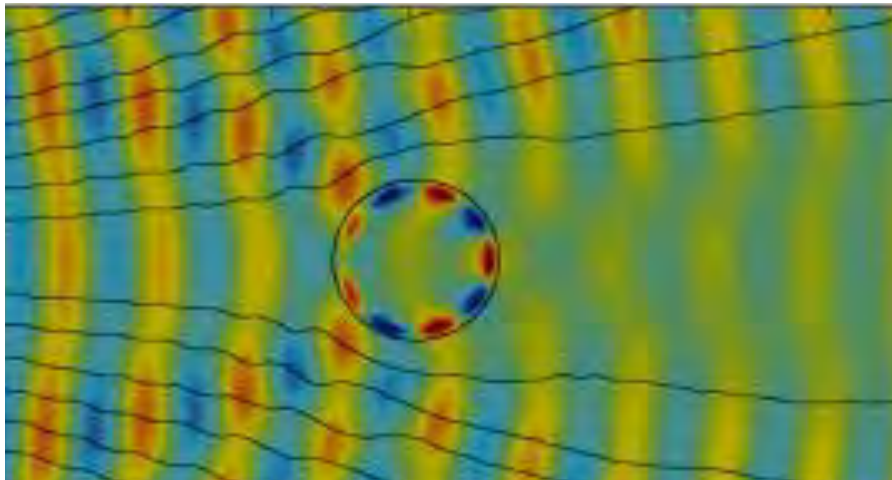


Fig. 2.2.8. Simulación de la dispersión creada por un anillo de cobre sin el dispositivo de encubrimiento. Las líneas negras indican el flujo de la potencia (vector de Poynting). (D. Schurig, et all. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies. Science Express, 19 de octubre de 2006)

Una simulación [2] con las propiedades reducidas de la ecuación 2.2.5 y con $\mu_r(r)$ aproximada por una función de 10 pasos simulando los anillos concéntricos del dispositivo se muestra en la figura 2.2.9. Adicionalmente, las pérdidas de absorción fueron agregadas correspondiendo a la encontrada en la simulación de la celda (y dada en la fig. 2.2.2). Esta última imagen se aproxima más a los resultados experimentales mostrados en la figura 2.2.9.

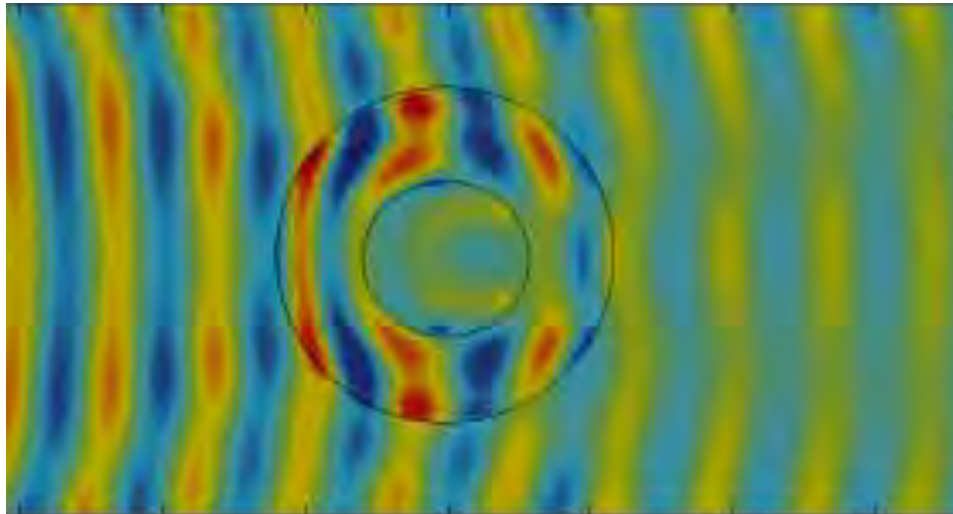


Fig. 2.2.9. Captura del patrón continuo de eléctrico decampo dependiente del tiempo. El dispositivo se encuentra en la región anular entre los círculos negros y rodea un cilindro conductor de cobre en el radio interior. Se muestran las medidas experimentales del cilindro encubierto. (D. Schurig, et all. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies. Science Express, 19 de octubre de 2006)

Es interesante notar que en la confirmación experimental [2] para un dispositivo de estas características se tuvo cierto valor en el centro de la esfera encubierta lo que muestra que una parte muy débil del frente de onda alcanza a invadir la zona central del dispositivo, el experimento realizado en Duke fue realizado con mediciones en el eje z.

Comparaciones de las Figs. 2.2.8 y 2.2.9, muestran que el dispositivo reduce el esparcimiento y la sombra. Una comparación de la Figs. 2.2.7 y 2.2.9 nos muestran que las gráficas del campo a través de simulaciones de onda completa están en marcada concordancia con los datos experimentales (fig.2.2.10) Como las ondas se propagan a través del dispositivo donde la sección central del frente de onda empieza a rezagarse en las

proximidades del radio interior, reduciendo su intensidad. El frente de onda entonces se separa alrededor del agujero de la capa y se junta en el lado opuesto, donde su sección central inicialmente lleva el frente de onda. El frente de onda en el límite de la capa coincide con el frente de onda afuera de la capa, que esencialmente corresponde a estos en el espacio vacío. El esparcimiento es entonces minimizado, pero no perfectamente, como resultado del reducido parámetro de implementación. El campo de salida es notablemente atenuado debido a la absorción del material de la capa.

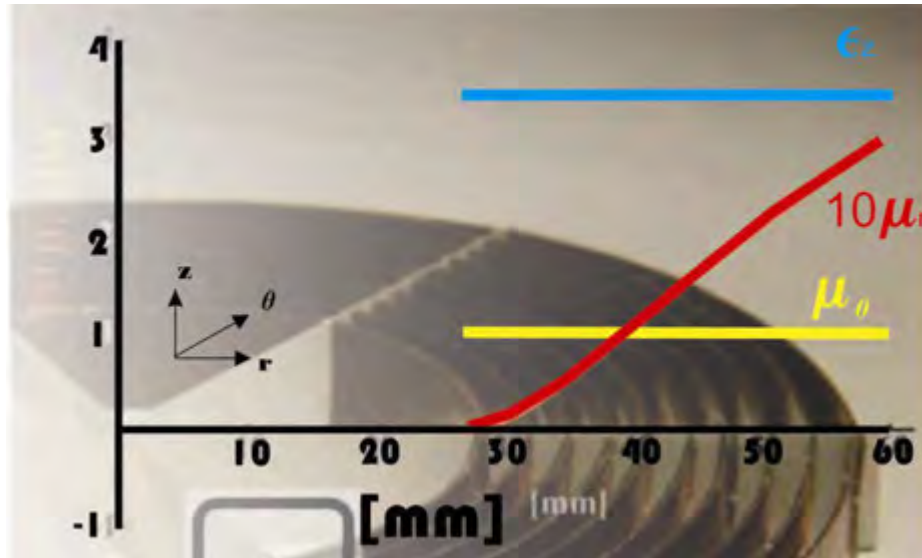


Fig.2.2.10. Datos experimentales obtenidos en la medición de un prototipo de encubrimiento cuyos parámetros son medidos en el eje z [1] se obtuvo valores constantes $\epsilon_z = 3.423$ y $\mu_\theta = 1$, y un valor μ_r multiplicado por 10 para mayor claridad. (modificado del original: D. Schurig, et all. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies. Science Express, 19 de octubre de 2006)

- [1] Ricardo Marqués, Ferrán Martín, and Mario Sorolla. Metamaterials with Negative Parameters. 2008, John Wiley & Sons, Inc.
- [2] D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S.A. Cummer, J. B. Pendry, A.F. Starr, D. R. Smith. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies. Science Express, 19 de octubre (2006).|
- [3] J. B. Pendry, et al. Controlling Electromagnetic Fields. Science 312, 1780 (2006).
- [4] D. Schurig, J. B. Pendry, D. R. Smith. Calculation of material properties and ray tracing in transformation media. 16 October 2006, Vol. 14, No. 21, Optics Express 9794
- [5] Steven A. Cummer, Bogdan-Ioan Popa, David Schurig, and David R. Smith. Full-wave simulations of electromagnetic cloaking structures. physical review E 74, 036621 2006
- [6] Adolfo G. Grushin, Alberto Cortijo. Tunable Casimir repulsion with three dimensional topological insulators. Physical Review Letters, 106, 020403 10 January 2011.

CAPITULO 3 MODELO EXPERIMENTAL DE LA CAPA DE INVISIBILIDAD

En el capítulo anterior se analizó un prototipo basado en un mapa conformal euclidiano. Su parámetro de diseño se basa en la idea de que se está trabajando en un prototipo básicamente bidimensional y por lo tanto las mediciones están restringidas a este plano. En este capítulo se analiza el mapeo conformal de una pared plana y su aplicación práctica para un metamaterial para desviar de ondas en una superficie recta o casi recta.

3.1 MAPA CONFORMAL PARA SUPERFICIES PLANAS

En el capítulo 1 se habló acerca del mapeo conformal, el cual es una herramienta matemática que nos sirve para modelar el prototipo que nos permite la modificación del espacio creando una zona “oscura” o sin radiación electromagnética.

En esta sección se presenta el análisis de un mapa conformal para el diseño de metamateriales para superficies no curvas o casi rectas, en aplicaciones de diseño reales este mapa nos aproxima a elementos de uso cotidiano, en este caso para una aplicación antirradar. En condiciones típicas una onda electromagnética de radar es emitida y viaja por el espacio aéreo hasta que encuentra un obstáculo donde la onda es reflejada y es captada por un receptor que se encuentra muy cerca del emisor.

Para el mapeo conformal de una pared plana se hizo uso de la librería matemática de Matlab para superficie euclidiana, modificando esta función y en el plano complejo se recurre al mapeo conformal de la función compleja $G = \frac{\cos(1-z)}{2}$ de acuerdo al código que se muestra a continuación:

Ipex004.m

```
function U = ipex004( X, ~ )
Z = complex(X(:,1),X(:,2));
R = abs(Z);
W = cos((2-Z)/2.5);
U(:,2) = imag(W);
U(:,1) = real(W);
```

La aplicación del modelado en Matlab se aplica de acuerdo al siguiente código:

```
metamaterial en superficie plana.m

C = imread('reji.jpg');
figure, imshow(C);
title('mallado original');

ring = maketform('custom', 2, 2, [], @ipex004, []);

uData = [ -2.25  2.25]; % Bounds for REAL(w)
vData = [  0.75 -0.75]; % Bounds for IMAG(w)
xDData = [ -2.4  2.4 ]; % Bounds for REAL(z)
yDData = [  2.0 -2.0 ]; % Bounds for IMAG(z)

D = imtransform( C, ring, 'cubic',...
'UData', uData, 'VData', vData,...
'XData', [-2 2], 'YData', [-2 2],...
'Size', [400 400], 'FillValues', 255 );
figure, imshow(D);
title('Modelado de Metamaterial por medio de mapeo conformal');
```

Los resultados para el mapeo conformal de una superficie plana se muestran en la figura 3.1

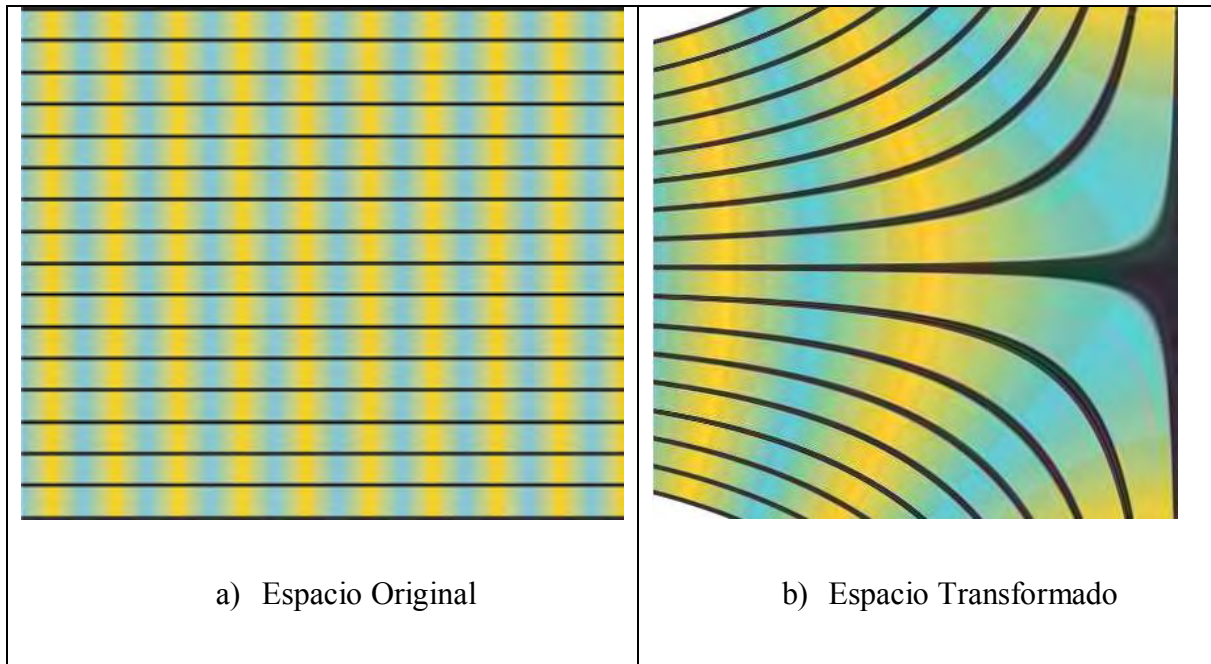


Fig. 3.1 Mapeo Conformal para una pared Plana usando la función $G = \frac{\cos(1-z)}{2}$ donde las líneas negras corresponden a los vectores de Poynting. En la figura a) indica que la pared está en el lado derecho y que las ondas EM inciden del lado izquierdo hacia el derecho.

En la figura 3.1 podemos observar que los frentes de onda siguen a los vectores de Poynting. En un espacio vacío o con aire y con frente colimado estos vectores seguirán una línea recta (líneas negras de la imagen a)), el mapeo conformal nos indica que el espacio puede ser transformado de tal manera que los frentes de onda seguirá al material de tal manera que se curvan para seguir el camino óptico de diseño, esto se puede notar con los vectores de Poynting del espacio transformado (líneas negras de la imagen b)).

3.2 PROTOTIPO FÍSICO Y RESULTADOS

Se realizó un prototipo con placa de cobre fenólica. Para el grabado de la placa se utilizó la técnica de fotolitografía que consiste en crear un negativo que se graba mediante luz ultravioleta sobre la placa previamente cubierta por resina fotosensible, la parte que no está protegida por el negativo se vela para posteriormente retirar esta película velada con una solución alcalina y remover el cobre expuesto con una solución acida, se utilizó esta

técnica por el nivel de exactitud en las pistas requerido para poder crear los anillos resonadores (SRRs) con precisión.

Para este diseño específico se utilizó una celda unitaria rectangular (fig 3.2) con dimensiones $a_z = 3.3\text{mm}$. Los parámetros deseados, permitividad ϵ_r y permeabilidad μ_r de cada anillo resonador permiten un índice de refracción variable y se sintonizan con la longitud de la abertura s y el radio de las esquinas r (fig. 3.2). Con los parámetros r y s se cambia la frecuencia de la resonancia eléctrica y magnética, respectivamente.

La fig. 3.2 corresponde al diseño de la celda para las capas 1 y 10 y arreglo de tres celdas de altura realizado en autocad, se puede observar el arreglo de celdas para minimizar el acoplamiento magnetoeléctrico provocado en las divisiones simples de los anillos resonadores mediante la alternación de la orientación de las celdas a través del eje z :

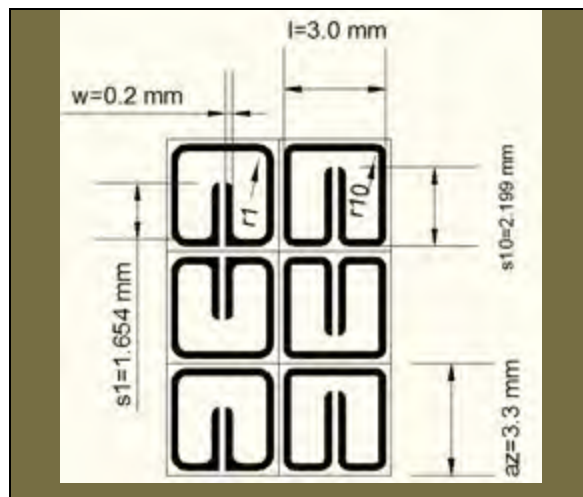


Fig. 3.2 diseño de celdas para metamaterial usado en capa de invisibilidad donde se ven los parámetros de diseño correspondientes a las capas 1 (izquierda) y 10 (derecha).

El proceso de grabado se hizo siguiendo los parámetros de diseño de una capa de invisibilidad en microondas sintonizado en 10.5 GHz el cual consiste en un arreglo de líneas en paralelo de metamaterial, en cada una de estas líneas se varió con las dimensiones

del capacitor y del inductor las propiedades de resonancia eléctrica y magnética, de acuerdo a los parámetros de la tabla 3.2:

Línea paralela	R	s	$\mu_r = \epsilon_r$	$n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$
1	0.260	1.654	0.003	0.003
2	0.254	1.667	0.023	0.023
3	0.245	1.718	0.052	0.052
4	0.230	1.771	0.085	0.085
5	0.208	1.825	0.120	0.120
6	0.190	1.886	0.154	0.154
7	0.173	1.951	0.188	0.188
8	0.148	2.027	0.220	0.220
9	0.129	2.110	0.250	0.250
10	0.116	2.199	0.279	0.279

Tabla 3.2 Parámetros de diseño para material de prototipo de encubrimiento.

Los parámetros r y s son obtenidos en la tabla 3.2 junto con los valores asociados de los parámetros imaginarios del material. Dado que el valor de la permitividad eléctrica radial $\epsilon_r = \mu_r$ es igual al valor de la permeabilidad magnética $\mu_r (\epsilon_r = \mu_r)$ (ecuación 2.2.3) esto permite variar el índice de refracción en el manto, el cual siempre es menor a $n = 1$ (índice de refracción en el vacío) y menor al índice de refracción en el aire ($n = 1.033$).
fig. 3.3

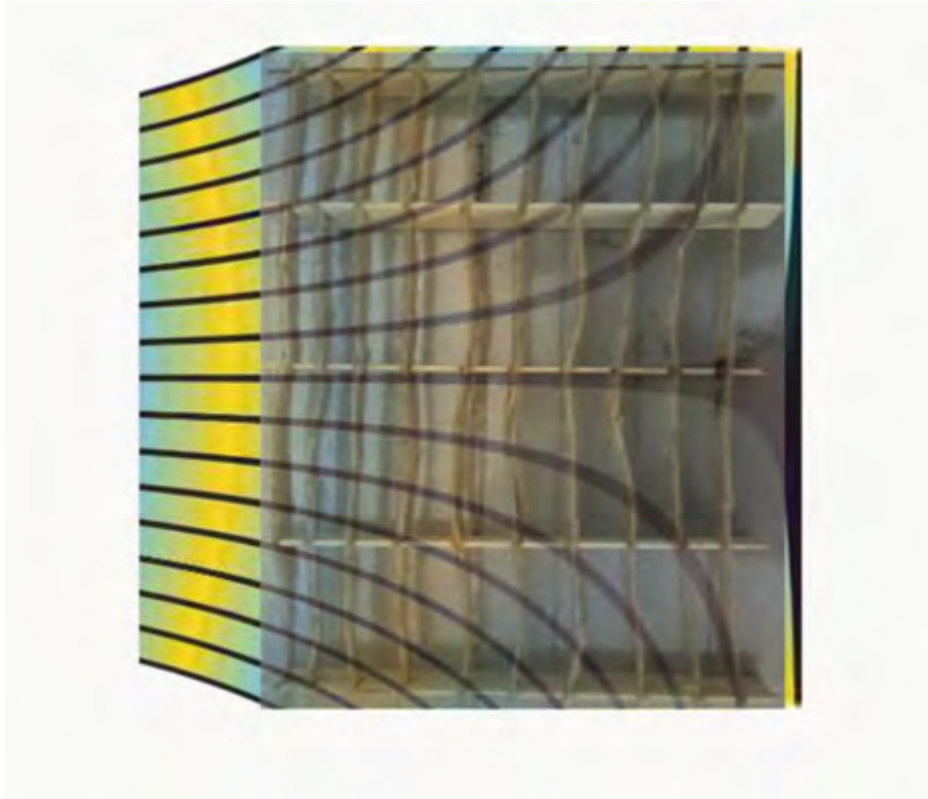


Fig. 3.3. Prototipo y mapeo conformal, el prototipo está arreglado de acuerdo al diseño del mapeo, donde se marcan las capas de metamaterial con números de 1 a 10 donde el 10 tiene el mayor índice de refracción $n_{10} = 0.279$ y la capa 1 el menor índice de refracción $n_1 = 0.003$

El prototipo se encuentra abierto en sus extremos, el frente de onda desviado por la onda incidente en el frente sale por estos extremos, aunque una parte mínima es absorbida por el conjunto y por los materiales de que está compuesto el metamaterial, que también tienen efecto sobre la microonda. En la imagen (fig. 3.4) se puede observar el modelo realizado en la configuración de salida del frente de onda.

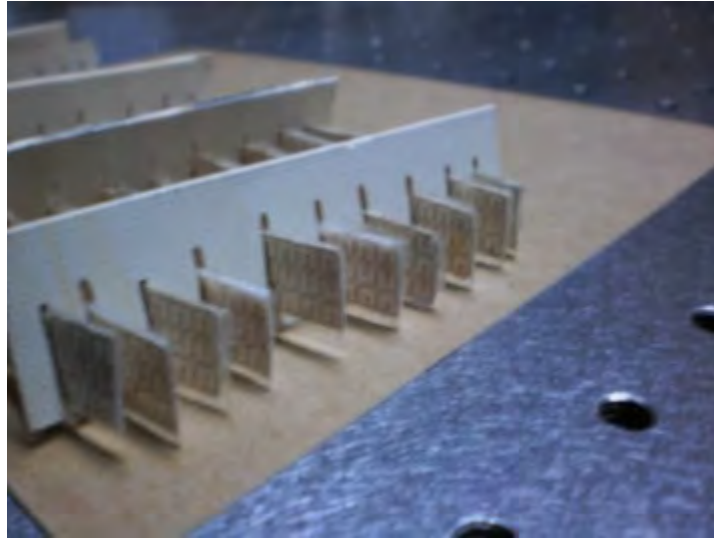


Fig 3.4 arreglo Horizontal de metamaterial para mapeo conformal de superficie plana.

Para la obtención de los resultados experimentales se utilizó un equipo que funciona en el rango de las microondas marca PASCO modelo WA-9314B, entre su hoja de características se encuentra:

Emisor.- Consta de un transmisor de microondas a 15 mWcoherente y linealmente polarizado con una longitud de onda de 2.85 cm. La microonda es generada por un Diodo Gunn en una cavidad resonante a 10.525 GHz.

Receptor.- Consta de una caratula graduada que para señales de baja amplitud, es aproximadamente proporcional a la intensidad de la señal incidente de microonda, la señal es recibida por Diodo Schottky en una cavidad resonante a 10.525 Ghz, por lo que el diodo responde únicamente a el componente de la señal de microonda que esta polarizada a lo largo del eje del diodo, produciendo un voltaje DC que varía con la magnitud de la señal de microonda.

La prueba consiste en implementar un radar de microondas, esto se logra aplicando la ley de la reflexión de Snell: una fuente emite la onda electromagnética que es captada por un receptor al ser reflejada por un medio con alta reflectancia. Una de las cuestiones a analizar es: Que tipo de medio pueden reaccionar ante las microondas actuando como absorbedor de dicha señal, se debe tomar en cuenta que la señal es de poca potencia. Al realizar mediciones con materiales como la madera (1 cm de espesor) y polietileno resultó que es reflejante a una señal de microondas emitida a cierto ángulo y totalmente

transparente cuando la onda incide perpendicularmente a los materiales. El metal actúa como espejo en cualquier condición (Fig. 3.4). Las primeras mediciones se realizaron sin el metamaterial. Lo que se espera que es los metales con superficie plana sean 100% reflejantes y materiales de otro tipo tengan un porcentaje de absorción y reflexión. A distancias muy cercanas entre emisor y receptor la potencia es del 100% en presencia del aire, una placa de aluminio de 1 mm de espesor es suficiente para actuar como superficie reflejante ante las microondas por lo que un haz incidente sobre la placa entre el emisor y el detector que se encuentran en eje perpendicular a dicha placa no se recibe señal alguna sobre el detector. (fig. 3.5 a)).

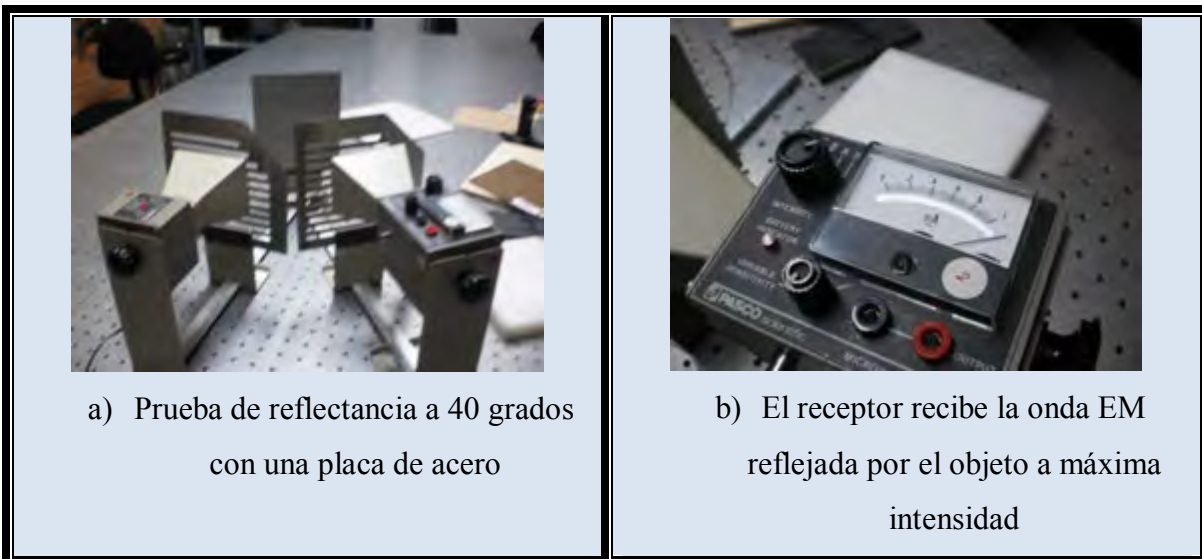


Fig. 3.5 Comportamiento de un metal ante la emisión de microondas

Como se puede observar en la Fig. 3.5. El detector tiene una carátula graduada donde el valor máximo es 1 y corresponde a la máxima intensidad del emisor, el receptor tiene dos perillas de ajuste fino para normalizar la medición a uno, las subdivisiones están en fracciones de 1 donde 0 corresponde a no señal detectada.

De acuerdo al mapeo conformal (fig. 3.1) el metamaterial diseñado debe actuar como una guía de onda cuando las ondas electromagnéticas incidan sobre él. Las situaciones que pueden ocurrir son:

- El metamaterial actúa y las microondas son desviadas tal como se diseñó en el mapeo conformal, por lo que se espera cierta lectura en el detector en un plano paralelo a las capas del metamaterial. Este caso se corrobora con la tabla 3.2
- El material actúa como un absorbedor de ondas, para probar esta opción, se hizo una medición extra donde el metamaterial no se encuentra en un arreglo cúbico, y se hizo incidir el haz polarizado sobre el arreglo, el resultado fue que el metamaterial actuó simplemente como una capa gruesa de papel y el haz paso sin problema el metamaterial sin actuar este último como una guía de onda.

Se hizo una primera prueba utilizando únicamente acero cold rolled, como objeto a encubrir, para garantizar los resultados, el experimento se repitió 4 veces más, ahora con acero cold roll y aire.

En la siguiente tabla se pueden observar los resultados obtenidos al medir experimentalmente una fuente de microonda incidente en el metamaterial.

con metamaterial ángulo con respecto al emisor	material		
	acero coldrolled 1018 con metamaterial	Solo metamaterial (sin metal de fondo)	Acero Cold Rolled sin metamaterial
40	0	0	1
50	0	0	1
60	0	0	1
70	0	0	1
80	0	0	1
90	0	0	1
100	0	0	1
110	0.22	0	1
120	0.64	0.21	1
125	0.22	0.68	1
130	0	0.21	

Tabla 3.2 Valores de Medición de Intensidad para el arreglo de metamaterial donde se tienen valores de 0 intensidad en un ángulo de incidencia donde, sin el metamaterial, se tiene 100 % de reflectancia.

Se tomaron los valores de la tabla 3.2 valores para analizar el comportamiento del metamaterial a varios ángulos de emisión-recepción (figs. 3.6 y 3.7)

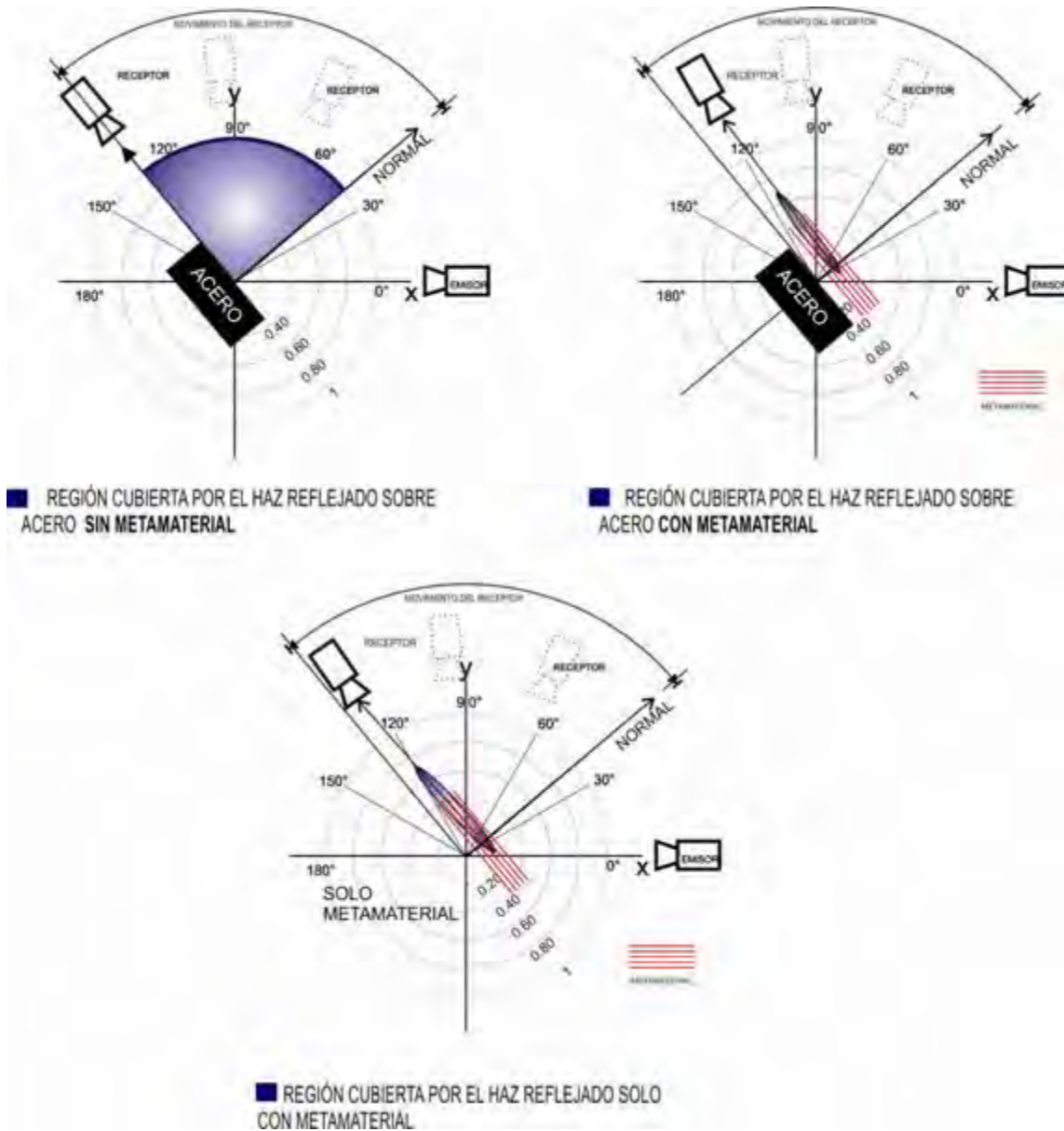


Fig. 3.6. Haz reflejado sobre acero sin metamaterial y con metamaterial. Donde la intensidad del haz está normalizada y el receptor mide la intensidad al moverse en ángulo con respecto del emisor que se encuentra inmóvil, el ángulo de incidencia del emisor con respecto a la normal de la superficie del acero es de 40 grados.

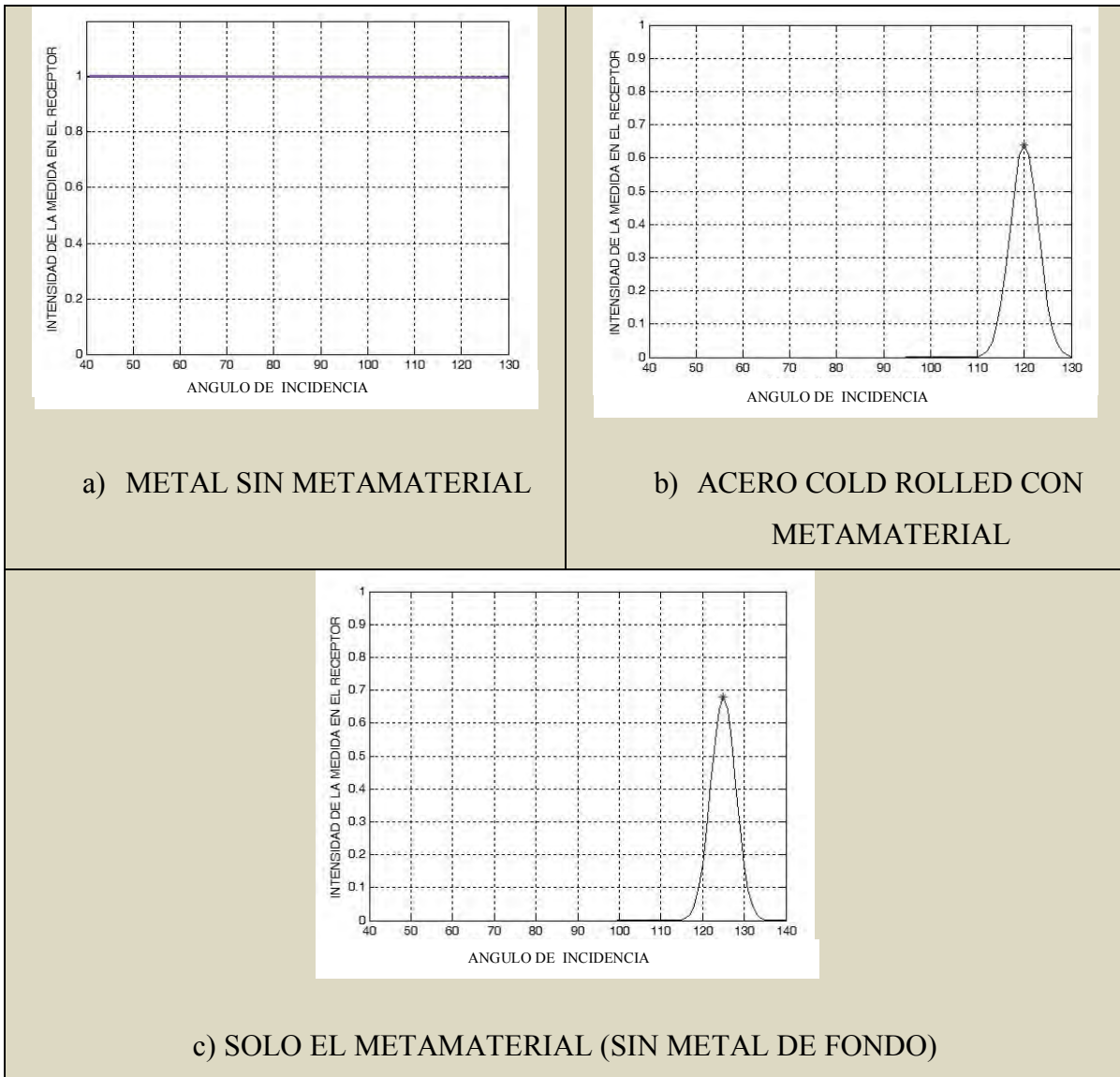


Fig. 3.7 Gráfico de Intensidad del haz reflejado sobre acero y sin acero, el ángulo de incidencia del emisor con respecto a la normal de la superficie del acero es de 40 grados.

Sin el metamaterial, el acero da un valor de intensidad alto a la reflectancia aun cuando se mueve el arreglo a diversos ángulos, la intensidad de la señal entre el emisor y el receptor se mantienen altos debido a la superficie especular de los metales y casi especular del plástico. De acuerdo al mapeo conformal propuesto para pared plana usando la función $\left(G = \frac{\cos(1-z)}{2}\right)$ la intensidad de señal debe seguir el camino óptico de diseño y dar lectura 0 cuando se encuentra de por medio el metamaterial, pues este actúa como una guía de onda al tener un índice de refracción variable y menor a uno, excepto en la zona donde el

receptor se encuentra en eje con las superficies de la capa (o paralelo a ellas) tal como fue diseñada. Se encontraron pequeños valores en algunas zonas cercanas al plano paralelo, y en el caso del plástico, debido a su altura mayor a la altura del metamaterial, también se encontraron valores, pero muy cercanos a cero. Tal como se esperaba los valores máximos corresponden a la zona donde el metamaterial tiene su salida del arreglo que corresponde a una zona comprendida entre 120 y 125 grados con respecto al emisor (figs. 3.8 c) y d) y 3.9 e) y f)).Se incluye la medición de la señal sin el metamaterial presente (Fig. 3.9) donde se puede observar la intensidad máxima a la reflectancia entre el emisor-metal-receptor.



Fig. 3.8 Lecturas Mínima y máxima para acero cold roll (rectángulo de color oscuro), enfrente del acero se encuentra el prototipo de metamaterial.



Fig. 3.9 Lecturas mínima y máxima solo metamaterial.

Una última prueba consistió en incidir sobre el metamaterial para medir la intensidad de reflexión sin ningún material a encubrir, es de notar que la intensidad medida a un ángulo de 40 grados se esperó una lectura de cero intensidad con o sin metamaterial debido a que la intensidad no es suficiente para que exista reflectancia con la pared que se encontraba aproximadamente a 2 metros, en cambio sí se esperaba lectura en el zona de salida de la guía de onda, donde se obtuvo una lectura de intensidad del 68% (fig. 3.9e e y f)

CAPITULO 4 CONCLUSIONES Y TRABAJO A FUTURO

4.1 CONCLUSIONES

Desde la propuesta de la posibilidad de la existencia de materiales con índice de refracción menor a uno propuesto por Veselago [1], hasta la creación de los primeros prototipos exitosos, se ha recorrido un camino largo. Los trabajos desarrollados por Pendry [2] y sobre todo por Ulf Leonhardt [3] en la parte matemática, permitieron visualizar las posibilidades científicas y técnicas de desarrollar metamateriales prácticos que pudieran funcionar a ciertos rangos de frecuencias.

La parte técnica ha podido ser resuelta en el rango de las microondas por otros equipos de investigadores entre ellos el equipo liderado por Shurig [2], que en base a un mapeo conformal euclidiano y simulaciones de laboratorio y experimentales [cap. 2 sección 2]. Donde se describió como las simulaciones de un metamaterial ideal se acercan a un metamaterial real, en este caso para un dispositivo de encubrimiento circular o euclidiano. En esta tesis corroboramos la validez de estas técnicas modelando una superficie plana e implementando un prototipo para ese modelo. Sin embargo, no se puede despreciar la interacción de las ondas electromagnéticas con el material mismo que compone un metamaterial, entre el que se incluye una base de bakelita, que también tiene efecto sobre las microondas, esta interacción en un prototipo ideal diseñado para la luz visible, haría que el objeto encubierto invisible, sin embargo, se encontraría ligeras distorsiones en el frente de onda de un sujeto enfrente del prototipo,

El prototipo presentado en esta tesis está basado en un mapeo conformal que se aproxima al de una pared plana, Dado que nuestro frente de onda incidente en el metamaterial se divide en 2 frentes distintos, se esperaría que a la salida se recibiera la mitad de la intensidad aproximadamente a la salida de cada lado del metamaterial, en dos de las lecturas de obtuvo una lectura mayor al 50% en una de las salidas y menor a este porcentaje a la otra salida, ese infiere que esto es debido a que el arreglo no es perfectamente cúbico y se crean distorsiones en la zona del metamaterial.

En el prototipo analizado en esta tesis se ha trabajado con frente de ondas colimados y, por la naturaleza del prototipo, se analiza un frente de onda polarizado en el eje y, tomando en cuenta el plano formado por la pared del material de altura 1 (eje y) y ancho de 15 cm (eje x).

El metamaterial requiere ser alejado de la superficie del metal (aproximadamente 3 cm) dado que la longitud de onda del emisor es de 3 cm y por lo tanto se requiere esta distancia para anular el campo evanescente de las microondas sobre el metal. las simulaciones realizadas en computadora [4] sugieren que el arreglo regular de un metamaterial puede ser modificado mediante la ampliación o reducción del grosor del metamaterial, este concepto es correcto matemáticamente hablando, técnicamente requiere del rediseño del metamaterial para hacer aún más extremo el índice de refracción de este último y que pueda reaccionar a los frentes de onda incidentes.

4.2 TRABAJO A FUTURO

En este tema de tesis se mostró un modelo matemático basado en mapeo conformal para una superficie plana, esta aportación supone poder hacer metamateriales para superficies rectas tales como la superficie de un barco. El modelo practico en principio sería viable aunque posiblemente poco práctico, pues debido a la relativa baja velocidad de un buque este puede ser “vestido” con el manto encima de la coraza de acero, a un costo que se antoja bastante menor a cualquier tecnología desarrollada para tal propósito. Es posible seguir con el mismo modelo hasta agotarlo.

Sin embargo, una buena idea es desarrollar el modelo matemático y el diseño de ingeniería de tal manera que el prototipo no ocupe más allá de una lámina delgada que pueda ser incluso adherida a los costados de la superficie a encubrir, para ello se requiere el uso de modelado matemático en computadora y optimización de materiales tal como se propone en este capítulo en la sección 4.2.1

Dentro del trabajo a futuro también se espera realizar un prototipo en 3 dimensiones que trabaje en el rango de las microondas, así como también se prevé el trabajo con

nanomateriales para el diseño de mantos de encubrimiento que pudieran trabajar tanto en el rango infrarrojo como en el visible.

La validez de la teoría de mapeo conformal y de diseño de metamateriales a escala micrométrica está claramente demostrada en los actuales experimentos realizados en el Karlsruhe Institute of Technology en Alemania [5], donde se creó recientemente un prototipo en el cual, gracias a las técnicas de miniaturización modernas, se ha conseguido crear un manto de invisibilidad en el rango de la óptica visible, en esta investigación se creó un prototipo de invisibilidad de 20 X 60 micrómetros el cual consiste en una placa de vidrio recubierta por el metamaterial hecho en oro con un espesor de 100 nanómetros. El material encubierto en este experimento es una barra y la estrategia de invisibilidad se basa en el mapeo cuasiconformal sugeridos por Jensen Li y Pendry [6]. Se demostró que la invisibilidad fue efectiva en un rango de operación en el visible de los 900 a 650 nm y parcialmente efectiva hasta los 500 nm.

Aunque la invisibilidad óptica está conseguida en el visible, queda mucho trabajo que realizar, sobre todo en la realización de prototipos eficaces a escala micrométrica, por lo que queda mucho que aportar en desarrollo tecnológico e investigación para esta área.

- [1] V. G. Veselago, The Electrodynamics of substances with simultaneously negatives of ϵ and μ . Soviets. Physics. USPEKHI 10, 509 (1968).
- [2]. Schurig D., JJ, BJ Justicia Mock, Cummer SA., JB Pendry, Starr AF, y el Dr Smith. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies. Science Express, 19 de octubre (2006).
- [3] Ulf Leonhardt. Notes on conformal invisibility devices. New Journal of Physics 8 118. doi:10.1088/1367-2630/8/7/118. 2006.
- [4] Steven A. Cummer, Bogdan-Ioan Popa, David Schurig, and David R. Smith. Full-wave simulations of electromagnetic cloaking structures. Physical Review E **74**, 036621 _2006.
- [5] Joachim Fischer, Tolga Ergin, and Martin Wegener. Three-dimensional polarization-independent visible-frequency carpet invisibility cloak. Optics Letters June 1, 2011 / Vol. 36, No. 11.
- [6] Jensen Li and J. B. Pendry. Hiding under the Carpet: A New Strategy for Cloaking. physical review letters 203901 14 november 2008