

**CENTRO DE INVESTIGACIONES
EN OPTICA, A.C.**

TESIS

***Análisis de sensibilidad en un prisma Dove
usando el trazo exacto de rayos para su
aplicación en un interferómetro de
desplazamiento rotacional***

Presenta:

Ing. Enoch Gutiérrez Herrera

Asesor:

Dra. Marija Strojnik Pogacar

Como requisito para obtener el grado de

Maestro en Ciencias (Óptica)

León, Guanajuato, México, Agosto 2003

Agradecimientos

Quiero expresar mi agradecimiento a mi asesora, la Dra. Marija Strojnik, por su valioso apoyo y orientación en la realización de este trabajo. También quiero agradecer al Dr. Gonzalo Páez por su orientación tanto en el ámbito profesional como personal y muy especialmente por brindarme su amistad. Ambos fueron partícipes de este importante logro en mi vida profesional, gracias.

Agradezco a mis compañeros y amigos Mariana Alfaro, Antonio Ortega, Maximiliano Galán, Paulino Vacas, Eduardo López, Claudio Ramírez, Arturo Aranda, a mis viejos amigos de preparatoria, y muy en especial a Camille Vázquez, por su invaluable apoyo a lo largo de estos dos años.

Quiero agradecer muy especialmente y dedicar este logro a una persona que me ha estado acompañado todo este tiempo, gracias por tus palabras de aliento, por tu confianza y por tu paciencia, gracias Mónica. Por último, pero no menos importante, a mi familia que son parte esencial de mi vida.

El presente trabajo fue realizado gracias al apoyo económico del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

Índice

Índice.....	i
-------------	---

Listado de figuras.....	v
-------------------------	---

Listado de tablas.....	x
------------------------	---

Capítulo I

Introducción

1.1	Objetivo.....	1
1.2	Antecedentes.....	1
1.2.1	Detección del planetas fuera del sistema Solar.....	1
1.2.2	Interferómetro de desplazamiento rotacional.....	3
1.2.3	Prisma Dove de apertura extendida.....	5
1.3	Organización del documento.....	7
	Referencias.....	9

Capítulo II

Fundamentos de Interferometría

2.1	Introducción.....	10
2.2	Coherencia temporal y coherencia espacial.....	10
2.3	Principios de Interferometría.....	12

2.4	Clasificación de los Interferómetros.....	22
2.4.1	Interferómetro Mach-Zehnder.....	24
2.5	Interferómetros de desplazamiento.....	26
2.5.1	Interferómetro de desplazamiento rotacional.....	28
2.6	Conclusiones.....	33
	Referencias.....	34

Capítulo III

Sistema de rotación del frente de onda de un interferómetro de desplazamiento rotacional

3.1	Introducción.....	35
3.2	Elementos del sistema de rotación del interferómetro de desplazamiento rotacional.....	36
3.2.1	Montura del prisma Dove.....	37
3.2.2	Prisma Dove.....	38
3.3	Desviación del frente de onda debido a errores de fabricación en el prisma Dove.....	40
3.3.1	Errores en los ángulos de base.....	41
3.3.2	Error piramidal.....	44
3.3.3	Error en la longitud del prisma Dove.....	49
3.4	Prisma Dove de apertura extendida.....	51
3.5	Conclusiones.....	56
	Referencias.....	58

Capítulo IV

Análisis de la deformación en una imagen debida al error de una de las variables de un prisma Dove mediante el trazo exacto de rayos

4.1	Introducción.....	59
4.2	Trazo exacto de rayos.....	60
4.2.1	Refracción.....	62
4.2.2	Traslación.....	65
4.3	Desplazamiento vectorial de un rayo producido por errores de manufactura.....	67
4.4	Trazo exacto de rayos en un prisma Dove ideal.....	71
4.5	Análisis de la distorsión de una imagen causada por un prisma Dove tradicional real.....	75
4.5.1	Distorsión de una imagen debido a errores de los vértices P_2 y P_3	76
4.5.2	Distorsión de una imagen a causa de los errores de los vértices P_3 y P_4	80
4.5.3	Distorsión de una imagen producida por errores de los vértices P_6 y P_7	82
4.5.4	Distorsión de una imagen debida a errores de los vértices P_7 y P_8	84
4.6	Conclusiones.....	86
	Referencias.....	88

Capítulo V

Análisis de sensibilidades a errores de manufactura de un prisma Dove de apertura extendida.

5.1	Introducción.....	89
5.2	Sensibilidad de las variables de un prisma Dove de apertura extendida a errores de manufactura.....	90
5.3	Sensibilidad de la distorsión de una imagen a errores de manufactura.....	94

5.3.1	Sensibilidad a la desviación de las normales de entrada y salida.....	94
5.3.2	Sensibilidad debida al error del ángulo de base de entrada y de salida.....	99
5.4	Conclusiones.....	102

Capítulo VI

Conclusiones generales.....	104
------------------------------------	------------

Apéndice A

Desarrollo de la ecuación que determina la inclinación del frente de onda producida por la presencia del ángulo piramidal en un prisma Dove

Apéndice B

Trazo exacto de rayos para determinar la ecuación de desplazamiento vectorial del eje óptico del sistema

Listado de figuras

Capítulo I

Figura 1.1. Sistema planeta-estrella. El sistema puede ser modelado como dos fuentes puntuales: la estrella localizada en el eje óptico, mientras que el planeta está una distancia a sobre el eje X. Se consideran frentes planos por la lejanía del punto de observación (10pc).

Capítulo II

Figura 2.1 Experimento de Young. La fuente de luz S produce un campo eléctrico. Éste se divide en E_1 y E_2 al pasar por las aperturas S_1 y S_2 , respectivamente. Las distancias comprendidas entre las aperturas y el punto P son r_1 y r_2 . La superposición de E_1 y E_2 en la pantalla Σ_0 genera un patrón de interferencia.

Figura 2.2 Interferómetro Mach-Zehnder. Éste consta de una fuente de luz S, dos divisores de haz D_1 y D_2 con sus respectivas superficies semireflectoras A_1 y A_2 y dos espejos M_1 y M_2 . Los términos W_1 y W_2 representan los frentes de onda en los brazos del interferómetro. Los puntos conjugados de la lente L_2 se denotan con las letras P y P'.

Figura 2.3 Frentes de onda desplazados.

Figura 2.4 Esquema del interferómetro de desplazamiento rotacional.

Capítulo III

Figura 3.1 Sistema de rotación del frente de onda del interferómetro de desplazamiento rotacional.

Figura 3.2 Especificaciones del soporte que utilizamos para rotar el prisma Dove con ayuda de una montura de polarizador. Los tornillos M6 05 permiten hacer ajustes en la alineación del prisma.

Figura 3.3 El prisma Dove rota el frente de onda dos veces el ángulo de giro del prisma alrededor de su eje longitudinal, y en el mismo sentido.

Figura 3.4 Inclinación del frente de onda producto de las desviaciones de los ángulos de base.

Figura 3.5 Inclinación del frente de onda debido al error del ángulo de base de la cara de entrada (BK7 $n = 1.5168$).

Figura 3.6 Inclinación del frente de onda provocado por las desviaciones de ambos ángulos de base de un prisma Dove con ángulos de 65° (BK7 $n = 1.5168$).

- Figura 3.7** Inclinación del frente de onda debido a errores de manufactura. La inclinación producida por el error de los ángulos de base (δ_b) está en un plano ortogonal a la generada por el error piramidal (δ_p). La suma geométrica de ambas inclinaciones proporciona la inclinación total del frente de onda (δ_t).
- Figura 3.8** Desviaciones de la superficie reflectora y de la cara de salida del prisma Dove respecto a su plano de simetría. Ambas desviaciones forman parte del error piramidal.
- Figura 3.9** Inclinación del frente de onda como consecuencia de la desviación de la cara de salida de un prisma Dove, para diferentes ángulos de base (BK7 $n = 1.5168$).
- Figura 3.10** Inclinación del frente de onda debido a la desviación de la superficie reflectora de un prisma Dove, para diferentes ángulos de base (BK7 $n = 1.5168$).
- Figura 3.11** Inclinación del frente de onda producida por las desviaciones de la base y de la cara de salida del prisma Dove, ambas de igual magnitud pero en sentido opuesto (BK7 $n = 1.5168$).
- Figura 3.12** El error del ángulo de base de la superficie de salida no afecta de manera significativa el cambio de la altura del frente de onda (BK7 $n = 1.5168$, $\beta = 65^\circ$).
- Figura 3.13** Variación de la altura de salida del frente de onda a causa del error del ángulo de base de entrada y a cambios de la longitud del prisma (BK7 $n = 1.5168$, $\beta = 65^\circ$). Consideramos el peor de los casos, observamos que el 64% del cambio de la altura de salida es debido ΔL .
- Figura 3.14** La longitud de un prisma Dove es inversamente proporcional al índices de refracción del material empleado ($H = 15 \text{ mm}$, $\beta = 65^\circ$). La gráfica está normalizada respecto a la longitud de un prisma de cuarzo fundido con iguales especificaciones.
- Figura 3.15** Prisma Dove de apertura extendida.

Capítulo IV

- Figura 4.1** Refracción de un rayo al atravesar la interfaz que separa dos medios con diferente índice de refracción.
- Figura 4.2** Mediante la operación de translación determinamos el punto de intersección de un rayo con un plano.
- Figura 4.3** Diagrama del trazo exacto de rayos a través de un prisma Dove. Los vectores unitarios \mathbf{K}_i , \mathbf{N}_i representan los vectores de propagación del rayo y las normales a las superficies del prisma, respectivamente. Los vectores \mathbf{r}_i representan los puntos de intersección de los rayos en las superficies respectivas.

- Figura 4.4** Coordenadas de los vértices de un prisma Dove sin errores de manufactura. El término β se refiere al valor nominal del ángulo de base. La letra H representa la altura, así como W el ancho y L la longitud del prisma. P_i señala los vértices del prisma, donde $i = 1,2,..8$.
- Figura 4.5** Diagrama de puntos de la imagen de la letra R antes y después de ser transmitida por un prisma Dove ideal. La imagen es invertida, conserva su trayectoria y no es distorsionada.
- Figura 4.6** Prisma Dove con error en los vértices P_2 y P_3 en la dirección de $+z$. Las líneas punteadas en el prisma representan la condición ideal de éste. El error de los vértices modifica los ángulos directores de la normal de entrada. Esta desviación induce un cambio en el vector de propagación de los rayos.
- Figura 4.7** Imagen distorsionada por un error de 3 mm de la arista definida por los puntos P_2 y P_3 , en la dirección de $+z$. Este error desvía la normal de entrada ($\theta_1 = -8.049^\circ$). La desviación de la normal ocasiona una DCO y cambio en la dirección de los rayos. Lo anterior produce una distorsión $-\Delta x$ y $-\Delta y$.
- Figura 4.8** Prisma Dove con error de la arista delimitada por P_3 y P_4 , en la dirección de $+z$. La línea punteada en el prisma representa la condición ideal de éste. El error de fabricación analizado causa la desviación del ángulo de base de entrada ($-\Delta\beta_1$).
- Figura 4.9** Distorsión de una imagen debido a un error de 3 mm de la arista P_3 y P_4 , en la dirección de $+z$. El error en el ángulo de base ($\Delta\beta_1 = -5.194^\circ$) causa una distorsión de una imagen en la dirección de x ($+\Delta x$). La amplificación transversal en la dirección x , depende de la altura del rayo incidente.
- Figura 4.10** Error de manufactura en los vértices P_6 y P_7 de un prisma Dove en la dirección de $-z$. Las líneas punteadas en el prisma representan la condición ideal de éste. El desplazamiento en los vértices produce la desviación de la normal de salida respecto al plano de simetría.
- Figura 4.11** Desplazamientos de los puntos de intersección de los rayos con el plano imagen, ante un error de 3 mm en la dirección $-z$ de la arista P_6 y P_7 . La desviación de la normal de salida ($\theta_3 = -8.049^\circ$) causa diferentes LCO a lo alto del prisma. Las distorsiones $-\Delta x$ y $-\Delta y$ son a consecuencia de la DCO.
- Figura 4.12** Prisma Dove con error en los vértices P_7 y P_8 , en la dirección de $-z$. La línea punteada en el prisma representa la condición ideal de éste. El error de manufactura afecta el ángulo de base de salida. La desviación de este ángulo genera una LCO dependiente de la posición en x de los rayos.

Figura 4.13 Imagen distorsionada por un error de 3 mm en la dirección de $-z$ de la arista definida por P_7 y P_8 . El desplazamiento en esta arista genera un error en el ángulo de base de salida ($\Delta\beta_2 = -5.194^\circ$). Este cambio en el ángulo produce una distorsión de la imagen en la dirección de x de pendiente de la altura del rayo incidente.

Capítulo V

Figura 5.1 Desviación de la normal de la cara de entrada debido al error en los vértices P_2 y P_3 . Las abreviaturas P.A.E. y P.T., se refieren al prisma de apertura extendida y al tradicional, respectivamente. Los desplazamientos considerados en los vértices (ΔP) en la dirección de $+z$ son: 0.005, 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5 y 1 mm (ver figura 4.6). El prisma de apertura extendida es 76% menos sensible a la desviación en sus normales, respecto al plano de simetría del prisma, que el tradicional.

Figura 5.2 a) Esquema comparativo de la desviación de la normal de entrada entre un prisma Dove tradicional (PT) y prisma Dove de apertura extendida (PAE). b) La disminución de la desviación de la normal de entrada cumple con función trigonométrica de tangente.

Figura 5.3 Desviación del ángulo de base al incrementar el error de los vértices P_3 y P_4 . El término P.T., se refiere al prisma tradicional, mientras que P.A.E. al prisma de apertura extendida. Los desplazamientos de los vértices P_3 y P_4 (ΔP) son: 0.005, 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5 y 1 mm. El prisma de apertura extendida es 65% más sensible que el tradicional a cambios del ángulo base.

Figura 5.4 Distorsión en x (Δx) de una imagen conforme incrementamos la desviación de la normal de entrada y de salida ($\theta = \theta_2 = \theta_1$). C.S. y C.E., se refieren a las caras de salida y a la de entrada, respectivamente. Las desviaciones de las normales consideradas corresponden a los desplazamientos de la figura 5.1. El Δx de una imagen no varía ante el error de la superficie de entrada o de salida.

Figura 5.5 Distorsión en y (Δy) de una imagen como función de la desviación de la normal de entrada o de salida. C.E. y C.S., indican la posición del error, la cara de entrada y de salida, respectivamente. Nuevamente, las desviaciones en la normal ($\theta = \theta_2 = \theta_1$) corresponden a los desplazamientos de la figura 5.1. Un prisma con desviación de la normal de entrada es 88% más sensible a esta distorsión, que cuando el error está a la salida.

Figura 5.6 Diferencia de camino óptico como función de la desviación de las normales ($\theta = \theta_2 = \theta_1$). Hacemos referencia al error de la cara de entrada y el de salida mediante C.E y C.S, respectivamente. Las desviaciones de las normales corresponden a los errores de los vértices de la figura 5.1. La DCO es menor cuando el error de la normal está en la superficie de entrada y no en la salida.

Figura 5.7 Distorsión en x (Δx) de la imagen al incrementar el error en ángulo de base. El error del ángulo de base $\Delta\beta$ se relaciona con los desplazamientos de los vértices de la figura 5.3. El error en el ángulo de base de entrada y de salida lo representamos como $\Delta\beta$ ($\Delta\beta = \Delta\beta_1 = \Delta\beta_2$). El prisma Dove de apertura extendida es 80% menos sensible a el error del ángulo de base de salida que el de entrada.

Figura 5.8 Incremento de la DCO debido a el aumento del error del ángulo de base. Los errores de los ángulos de base se relacionan con los desplazamientos de los vértices de la figura 5.3. El error del ángulo de base de entrada y de salida lo representamos como $\Delta\beta$ ($\Delta\beta = \Delta\beta_1 = \Delta\beta_2$). El prisma de apertura extendida es 3% menos sensible a errores del ángulo de base de entrada que el de salida.

Apéndice A

Figura A.1 Inclinación del frente de onda por desviaciones en la base y en la superficie de salida del prisma Dove respecto al plano de simetría del mismo.

Apéndice B

Figura B.1 Trazo exacto de rayos a través del prisma Dove para determinar el desplazamiento vectorial del frente de onda que lo cruza.

Listado de Tablas

Capítulo III

Tabla 3.1 Especificaciones de la montura del prisma Dove de apertura extendida.

Tabla 3.2 Variables del prisma Dove de apertura extendida (SFN 64, $n = 1.70114$).

Tabla 3.3 Desviaciones estimadas del frente de onda para un prisma Dove de apertura extendida.

Capítulo I

Introducción

1.1 Objetivo

El objetivo del presente trabajo es determinar la sensibilidad de la distorsión de una imagen a errores de manufactura que afectan sólo una variable del prisma Dove de apertura extendida.

Nuestro propósito es estudiar las desviaciones que se presentan en el proceso de alineación del interferómetro de desplazamiento rotacional. Pensando en las posibles desviaciones surge la interrogante de cómo afectan los errores de manufactura del prisma a una imagen transmitida. Por esta razón nos avocamos a la tarea de determinar la sensibilidad de la distorsión de una imagen a dichos errores.

1.2 Antecedentes

1.2.1 Detección de planetas fuera del sistema Solar

En la incansable búsqueda de nueva información a cerca del espacio exterior han sido propuestos innumerables sistemas para la detección de planetas fuera del sistema solar. La mayor parte de estos sistemas son métodos indirectos, los cuales nos proporcionan información de la ubicación y dimensión del planeta.

Los avances tecnológicos y el cúmulo de conocimientos actuales nos impulsan a ir en la búsqueda de una mayor comprensión del espacio del cual formamos parte. En la actualidad se investigan sistemas que nos permitan obtener información de los elementos que conforman la superficie y la atmósfera del planeta bajo estudio. El método utilizado para determinar la composición de una fuente de luz es la espectroscopia. Conociendo la composición del planeta es posible determinar la presencia de agua y por consiguiente la posibilidad de hallar vida, no importando el grado de evolución de ésta. Es por esta razón que han surgido nuevas propuestas de sistemas de detección basadas en métodos directos, los cuales proporcionan información del espectro emitido por el planeta. La magnitud de la razón señal ruido ($SNR = 10^{-5}$ en IR) de la señal del planeta y el diminuto ángulo subtendido por el radio de su órbita alrededor de su estrella, representan el principal reto a vencer por los sistemas de detección.

Los métodos de detección directos utilizados en la búsqueda de planetas fuera del sistema Solar se pueden agrupar en tres grupos: los coronográficos, los sistemas de pupila no circular, y los interferométricos.¹

Los coronográficos cancelan la luz de la estrella modificando el apodizador y el diafragma de Lyot. Los sistemas ópticos con pupila no circular generan un patrón de difracción asimétrico que permite aislar en el plano imagen la señal del planeta. Los interferométricos se basan en la propiedad ondulatoria de la luz para atenuar la señal de la estrella y analizar únicamente la información proveniente del planeta. Dentro del grupo de los interferométricos ha sido estudiado y propuesto el interferómetro de desplazamiento rotacional. Esta idea se basa en la facultad de este interferómetro de permitir detectar una señal débil en presencia de una fuerte.²

1.2.2 Interferómetro de desplazamiento rotacional

Los interferómetros de desplazamiento surgen por la necesidad de generar nuevas técnicas de prueba de superficies de las cuales no se tiene una referencia adecuada. Es posible examinar un frente de onda si se divide y se recombina con un desplazamiento adecuado, de esta manera no se requiere un frente de onda de referencia³. El concepto de interferómetro de desplazamiento se basa en la idea de comparar el frente de onda consigo mismo, modificado a consecuencia de un cambio en algún parámetro o variable controlada, tal como un desplazamiento o rotación.⁴

El interferómetro de desplazamiento rotacional (IDR) utiliza el ángulo de rotación como variable para modificar el frente de onda. Este tipo de interferómetro ha sido propuesto para realizar pruebas de elementos ópticos fuera de eje, de segmentos en aberturas segmentadas o diluidas y como lo mencionamos anteriormente, para la detección de planetas fuera del sistema Solar.

La detección de planetas está sustentada en la propiedad que tiene el IDR de atenuar los frentes de onda con simetría rotacional, de lo cual hablaremos más a detalle en el capítulo II. El sistema planeta-estrella planteado se define como una estrella que se encuentra centrada en el eje óptico del interferómetro y el planeta orbita alrededor de ésta a una distancia a (ver figura 1.1). Bajo esta condición la estrella tiene un frente de onda con simetría rotacional, mientras que el frente de onda del planeta incide con una inclinación respecto a la apertura del IDR, careciendo de simetría rotacional.

Introducimos un sistema que rota el frente de onda en cada uno de los brazos de un interferómetro Mach-Zehnder. Nuestro propósito es convertir este interferómetro en un IDR.⁵ Este sistema de rotación tiene como elemento principal un diseño novedoso de prisma Dove (ver figura 2.4).

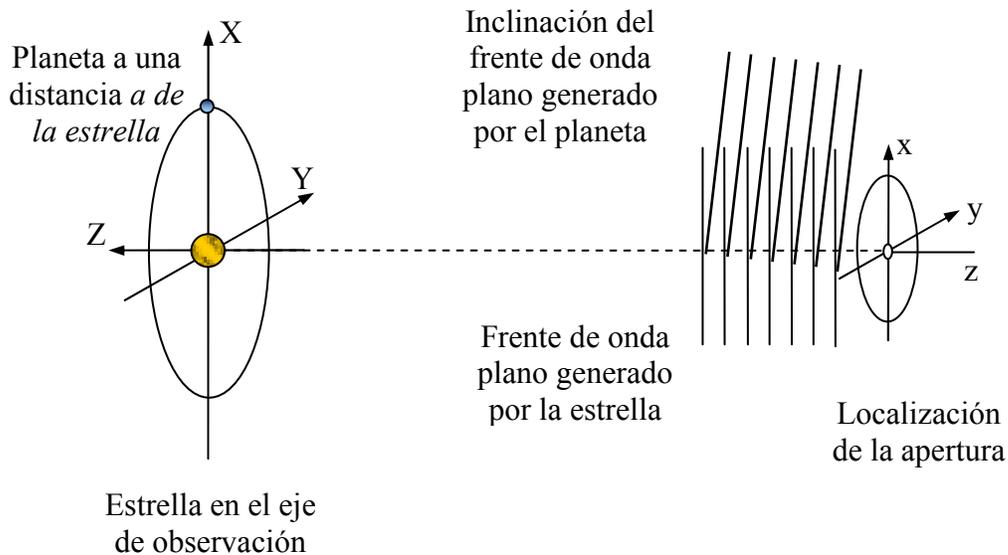


Figura 1.1. Sistema planeta-estrella. El sistema puede ser modelado como dos fuentes puntuales: la estrella localizada en el eje óptico, mientras que el planeta está a una distancia a sobre el eje X. Se consideran frentes planos por la lejanía del punto de observación (10pc).

Hemos elegido el prisma Dove como el elemento principal del sistema de rotación. Este prisma tiene dos importantes propiedades. La primera, sólo se cumple cuando el prisma no presenta errores de manufactura, y consiste en que conserva la trayectoria del frente de onda dentro del sistema. La segunda, es que la imagen rota dos veces el ángulo de giro del prisma, alrededor de su eje longitudinal. La calidad en la fabricación de los prismas y una adecuada alineación, determinan el desempeño del IDR.⁶

1.2.3 Prisma Dove de apertura extendida

En un prisma Dove existen tres errores de fabricación que generan una desviación del frente de onda. El primero de ellos, es el error de los ángulos de base del prisma el cual ocasiona una inclinación del frente de onda saliente⁷. El segundo, es la presencia del error piramidal que también genera una inclinación del frente de onda, la cual es ortogonal a la inclinación producida por el error de los ángulos de base⁸. Por último, un cambio de la longitud del prisma propicia un desplazamiento del frente de onda. El análisis de estos errores los trataremos a detalle en el capítulo III.

En estudios previos se ha demostrado que el diseño estándar del prisma Dove es más sensible ante errores de manufactura.⁹ El prisma tradicional también puede llegar a representar una limitante del sistema óptico debido al tamaño de su apertura e introducir así distorsión en la imagen. Nuestro grupo de trabajo del Centro de Investigaciones en Óptica A.C., área de infrarrojo, propuso el diseño de un prisma Dove con una apertura ensanchada y ángulos de base de 65° al cual le denominamos prisma Dove de apertura extendida.

El prisma Dove de apertura extendida fue diseñado para su aplicación en el IDR. La amplitud de su apertura tiene el propósito de aumentar el flujo de radiación incidente en el prisma.

Recordemos que nuestra aplicación es la detección de señales débiles ante la presencia de una fuerte. Por tal motivo, debemos captar la mayor cantidad de energía radiante que nos sea posible, proveniente de la fuente débil.

Recordemos que el desempeño del IDR depende de la calidad de los prismas Dove y en una adecuada alineación. Cuando hablamos de una adecuada alineación nos referimos a la corrección de cualquier posible desviación y/o distorsión que puede presentarse en el IDR a consecuencia de los elementos que lo componen. Del estudio de la desviación del frente de onda originado por un prisma Dove tradicional, surge la propuesta del prisma Dove de apertura extendida. Éste es la pieza principal de nuestro interferómetro de desplazamiento.

Pensando en analizar las posibles desviaciones que pueden presentarse en el IDR, nos surge la interrogante de cómo afectan los errores de manufactura del prisma a la imagen transmitida. De lo anterior nace nuestra inquietud por conocer la sensibilidad de la distorsión de una imagen a errores de manufactura. Nuestro estudio consiste en determinar la sensibilidad de la distorsión de una imagen a consecuencia de errores de fabricación que afecten sólo una variable del prisma Dove de apertura extendida.

El método que emplearemos para determinar la sensibilidad de la distorsión de una imagen es el trazo exacto de rayos. Los programas especializados en diseño óptico como el OSLO, cuentan con una herramienta que nos permite introducir el modelo matemático de la componente a analizar y realizar el trazo exacto de rayos. Estos sistemas nos dan la posibilidad de obtener un análisis de las aberraciones y desviaciones de la imagen al ser transmitida por la componente bajo estudio. Es importante mencionar que dicho análisis no proporciona la sensibilidad de la distorsión de una imagen. Los simuladores sin costo que ofrecen las distintas compañías de este tipo de programas no contienen la utilería que reconoce el modelo matemático del elemento óptico. El adquirir la licencia de alguno de estos sistemas especializados representa una considerable inversión. Esta limitante nos impulsa a desarrollar nuestro propio algoritmo de

trazo exacto de rayos en un sistema de uso común. En nuestro caso hicimos uso de Mathcad para la implementación del programa.

1.3 Organización del documento

El presente documento se divide en seis capítulos. El capítulo actual presenta el objetivo de nuestro estudio, así como una breve introducción que nos da un panorama general del trabajo.

En el capítulo II hacemos un breve repaso de algunos conceptos básicos de interferometría. Entre los temas a recordar están: la coherencia temporal y espacial, la ley general de interferencia, las condiciones necesarias para generar interferencia, el interferómetro Mach-Zehnder y por último el interferómetro de desplazamiento rotacional.

En el desarrollo del capítulo III realizamos una corta descripción de los elementos que conforman el sistema de rotación del IDR. Estudiamos las desviaciones del frente de onda producidas por los errores de manufactura del prisma Dove. Contribuimos en el análisis de dichas desviaciones complementando la ecuación que determina la inclinación causada por la presencia del error piramidal. Proponemos también una ecuación que cuantifica el cambio de la altura de salida del frente de onda debido al error de la longitud del prisma y a las desviaciones de los ángulos de base. Por último, examinamos las ventajas que ofrece el diseño del prisma Dove de apertura extendida.

En el capítulo IV recordamos brevemente algunos conceptos básicos para el trazo exacto de rayos. Hacemos mención de la concepción de la óptica geométrica y los dos fenómenos ópticos

que comprenden el trazo de rayos, la refracción y la traslación. Estudiamos las distorsiones de una imagen transmitida por un prisma Dove tradicional con errores de manufactura, mediante el trazo exacto de rayos. Determinamos para cada alteración de una imagen la desviación del prisma Dove que la causa.

Comprendidas las consecuencias en una imagen debida a cada error de manufactura del prisma, proseguimos a determinar las sensibilidades de la distorsión de una imagen en el capítulo V. Encontramos que podemos obtener de forma conjunta la sensibilidad de las variables del prisma y de la distorsión de una imagen ante estos errores. Esta sensibilidad nos ayuda a comprender la problemática que puede presentarse en el proceso de producción de los prismas. Por último, mostramos la sensibilidad que debemos considerar en el proceso de producción y de alineación del prisma Dove de apertura extendida.

-
- ¹ I. Moreno, “Interferómetro de desplazamiento rotacional de abertura extendida y sensibilidad ajustable,” Tesis Doctoral, Centro de Investigaciones en Óptica A.C., León, Guanajuato, México 2003.
- ² M. Strojnik y G. Páez, “Cancellation of star light generated by a nearby star- planet system upon detection with a rotationally-shearing interferometer,” *Infrared Physic & Technology*, **40**, pp. 357-365 (1999).
- ³ M.V.R.K. Murty y E.C. Hagerott, “Rotational-Shearing Interferometry,” *Appl. Opt.*, **5**, pp 615-619 (1966).
- ⁴ M. S. Scholl, “Applicability of rotationally-shearing interferometer to the testing of the optical systems without rotational symmetry,” *Infrared Spaceborne Remote Sensing IV*, M. S. Scholl y B. F. Andersen, Eds., Proc. SPIE **2817**, pp. 187-197 (1996)
- ⁵ J. D. Armitage, A.W. Lohmann, “Rotary shearing interferometry,” *Optica Acta*, **12**, pp 185-192 (1965).
- ⁶ J. Sandoval, G. Páez y M. Strojnik, “Opto-mechanical design of a prism rotator,” *Infrared Spaceborne Remote Sensing IX*, M. Strojnik, B. F. Andersen, eds., Proc. SPIE **4486**, pp. 170-180 (2001).
- ⁷ S. K. Gupta y R. Hradaynath, “Angular tolerance on Dove prisms,” *Appl. Opt.* **22**, pp. 3146-3147 (1983).
- ⁸ Z. Malacara, “Angle, Distance, Curvature, and Focal Length,” Optical Shop Testing, 2^a ed., D. Malacara Ed., John Wiley & Sons, New York 1992, chapter 18.
- ⁹ I. Moreno, G. Páez, J. García-Marquez y M. Strojnik, “Large-aperture Dove Prism for a Rotational Shearing Interferometer,” *Infrared Spaceborne Remote Sensing X*, M. Strojnik y B. F. Andersen, Eds., Proc. SPIE **4818**, pp. 49-56 (2002).

Capítulo II

Fundamentos de Interferometría

2.1 Introducción

Recordemos que parte de nuestro objetivo en el presente trabajo es realizar el trazo exacto de rayos un prisma Dove de apertura extendida, con el propósito de determinar la sensibilidad en la distorsión de imágenes en función de los errores de manufactura en el prisma. Nuestro trabajo se enfoca principalmente a la detección de planetas fuera del sistema Solar mediante un interferómetro de desplazamiento rotacional.¹

En el presente capítulo realizamos un breve repaso de algunos conceptos básicos de interferencia. Entre los conceptos a revisar se encuentran: la coherencia temporal y espacial, la ley general de interferencia, las condiciones necesarias para generar interferencia, el interferómetro Mach-Zehnder y el interferómetro de desplazamiento rotacional.

2.2 Coherencia temporal y coherencia espacial

En el análisis de superposición de ondas se considera por lo general perturbaciones totalmente coherentes e incoherentes, ya que son las más fáciles de tratar analíticamente. Ambas son idealizaciones conceptuales más que realidades físicas.

Existe una situación intermedia de gran interés conocida como coherencia parcial. El estudio de este campo data de mediados de 1860 cuando Emile Verdet demostró que una fuente primaria considerada incoherente, como el Sol, podía producir interferencia en el experimento de Young en condiciones especiales. El interés resurgió en la década de 1930 gracias a las investigaciones de P.H. Van Cittert y posteriormente por Fritz Zernike.

Por conveniencia se ha dividido los efectos de coherencia en dos categorías, temporal y espacial. La primera está relacionada con el ancho de banda finito de la fuente. Mientras que la coherencia espacial se relaciona con la extensión finita de la fuente en el espacio. La forma en que se relaciona la coherencia temporal con el ancho de banda de la fuente es:

$$\Delta t_c = \frac{1}{\Delta \nu}. \quad [\text{s}] \quad (2.1)$$

Donde $\Delta \nu$ denota el ancho de banda de la fuente y Δt_c el tiempo de coherencia. Este último se define como el intervalo de tiempo medido en el que la onda oscila de manera previsible. Lo anterior es la definición de lo que conocemos como coherencia temporal. En resumen, la coherencia temporal es la manifestación de la pureza espectral. Lo que significa que un Δt_c grande, representa un $\Delta \nu$ angosto y por lo tanto existe un alto grado de coherencia temporal y viceversa.

Es importante mencionar la relación que existe entre el concepto de coherencia y correlación. Una onda es coherente consigo misma, auto coherencia, cuando existe correlación entre la perturbación de referencia $[\psi(t)]$ y la desplazada un intervalo de tiempo τ , $[\psi(t + \tau)]$. Esto

también aplica a dos ondas, lo que conocemos como coherencia mutua [$\psi_1(t)$ y $\psi_2(t + \tau)$]. Por lo general, nos referimos al grado de correlación existente entre dos perturbaciones mediante la cantidad de coherencia longitudinal, Δl_c .

$$\Delta l_c = c\Delta t_c. \quad [\text{m}] \quad (2.2)$$

El concepto de coherencia espacial lo utilizamos para describir efectos procedentes de la extensión espacial finita de la fuente de luz. La coherencia espacial lateral, como también se le conoce, está estrechamente relacionada con el concepto de frente de onda. Una forma sencilla de ejemplificar esto es: si dos puntos desplazados lateralmente se encuentran en fase y permanecen en fase en un tiempo determinado, entonces se dice que son coherentes espacialmente.

2.3 Principios de Interferometría

La forma de la ecuación diferencial de onda da a ésta la propiedad de la diferencia del flujo de partículas clásicas. Considerando que las funciones ψ_1 y ψ_2 son ambas soluciones de la ecuación de onda; se deduce que la función $(\psi_1 + \psi_2)$ representa también una solución de ésta. Lo anterior se demuestra de manera sencilla partiendo de la ecuación diferencial de onda unidimensional.

$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial t^2} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial t^2}. \quad (2.4)$$

Si sumamos las ecuaciones (2.3) y (2.4) obtenemos:

$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial t^2} + \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial t^2}. \quad (2.5)$$

Factorizamos los términos comunes de la ecuación anterior y nos queda:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (\psi_1 + \psi_2) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\psi_1 + \psi_2). \quad (2.6)$$

Lo anterior demuestra que la suma de ambas ondas también representa una solución de la ecuación de onda. La interpretación física de esta ecuación es, que cuando dos ondas se encuentran en un mismo punto del espacio se superponen linealmente. Éstas se sumarán algebraicamente sin alterar sus características iniciales y particulares. Una vez rebasada el área de superposición, cada una de las ondas continuará su trayectoria sin haber sido afectada.

Al campo eléctrico se le denominó como campo óptico ya que a diferencia del campo magnético, éste presenta una notable interacción con las cargas eléctricas. Por tal motivo, la representación compleja de un campo luminoso es:

$$\tilde{E}(\mathbf{r}, t) = A e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi_0)}. \quad [\text{V/m}] \quad (2.7)$$

La simbología utilizada es: A denota la amplitud del campo eléctrico, \mathbf{k} representa el vector de onda, \mathbf{r} proporciona el vector de posición, ω es la velocidad angular del campo y ϕ_0 indica la fase inicial de la onda electromagnética. En adelante, las letras en negrita denotan un vector.

Supongamos que tenemos una fuente ancha con un rango espectral estrecho que genera un campo luminoso $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$. Puesto que no consideraremos los efectos de polarización, bastará un análisis escalar en su forma compleja \tilde{E} . Si colocamos una pantalla opaca con dos aperturas frente a la fuente primaria (ver figura 2.1), las perturbaciones en dichas aperturas son $\tilde{E}_1(S_1, t)$ y $\tilde{E}_2(S_2, t)$. Ambas ondas secundarias recorren distinto camino hasta reencontrarse en un punto P. Aplicando el principio de superposición, el campo eléctrico en el punto P es:

$$\tilde{E}_p(t) = \tilde{K}_1 \tilde{E}_1(t - t_1) + \tilde{K}_2 \tilde{E}_2(t - t_2). \quad [\text{V/m}] \quad (2.8)$$

Los términos $t_1 = r_1/c$ y $t_2 = r_2/c$ [s] representan el tiempo que les tomó a los rayos recorrer las distancias r_1 y r_2 [m].

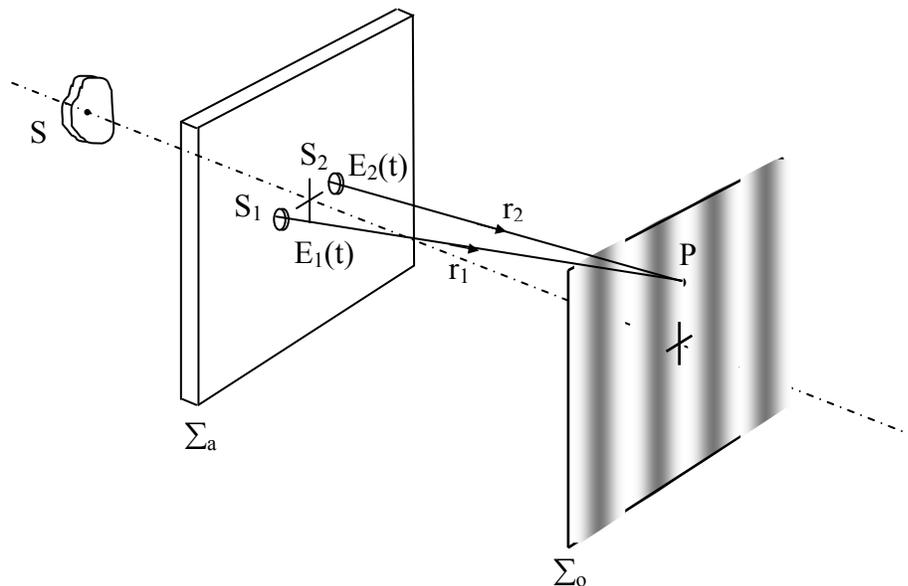


Figura 2.1 Experimento de Young. La fuente de luz S produce un campo eléctrico. Éste se divide en E_1 y E_2 al pasar por las aperturas S_1 y S_2 , respectivamente. Las distancias comprendidas entre las aperturas y el punto P son r_1 y r_2 . La superposición de E_1 y E_2 en la pantalla Σ_o genera un patrón de interferencia.

El campo resultante en P se puede determinar a partir de los campos que existieron en S_1 y S_2 respectivamente. A los parámetros \tilde{K}_1 y \tilde{K}_2 se les conoce como propagadores, los cuales dependen de las dimensiones de las aperturas y de sus posiciones respecto a P. Estos afectan matemáticamente a los campos ya que indican el desfase de $\pi/2$ producido por las aperturas, además de la reducción de los campos por diversos factores físicos. Por lo tanto, \tilde{K}_1 y \tilde{K}_2 son números imaginarios puros.

La interferencia óptica se puede definir como la superposición de dos o más ondas parcialmente coherentes que producen una irradiancia resultante.² Recordemos que la irradiancia o intensidad, como también se le conoce, es la energía medida por unidad de área por unidad de tiempo [W/m^2], y se representa con la letra I. No nos es posible medir el valor instantáneo de I ya que variaría tan rápido como dos veces el campo eléctrico. Por esta razón, empleamos un procedimiento promedio en un intervalo de tiempo $T \gg \tau$ (τ = período de \tilde{E}). El valor promedio temporal de una función $f(t)$ en un intervalo T está dado por:

$$\langle f(t) \rangle_T = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} f(t) dt . \quad (2.9)$$

La intensidad en el punto P es medida en un intervalo de tiempo mayor al tiempo de coherencia y se expresa como:

$$I(t) = \varepsilon_o c \langle \tilde{E}_p(t) \tilde{E}_p^*(t) \rangle_T . \quad [\text{W}/\text{m}^2] \quad (2.10)$$

El término ε_0 representa la permitividad eléctrica en el espacio libre con un valor de 8.8542×10^{-12} [C²/Nm²] y la velocidad de la luz en el vacío (2.9979×10^8 [m/s]) la denotamos con la letra c . El asterisco (*) representa el complejo conjugado de un número complejo.

La irradiancia la podemos reescribir a partir de las ecuaciones (2.8) y (2.10) de la siguiente forma:

$$I(t) = \varepsilon_0 c [\tilde{K}_1 \tilde{K}_1^* \langle \tilde{E}_1(t-t_1) \tilde{E}_1^*(t-t_1) \rangle_T + \tilde{K}_2 \tilde{K}_2^* \langle \tilde{E}_2(t-t_2) \tilde{E}_2^*(t-t_2) \rangle_T + \tilde{K}_1 \tilde{K}_2^* \langle \tilde{E}_1(t-t_1) \tilde{E}_2^*(t-t_2) \rangle_T + \tilde{K}_2 \tilde{K}_1^* \langle \tilde{E}_2(t-t_2) \tilde{E}_1^*(t-t_1) \rangle_T]. \quad [\text{W/m}^2] \quad (2.11)$$

Considerando un campo estacionario como ocurre en la óptica clásica, lo que quiere decir que su naturaleza estadística no se ve alterada y por lo tanto, los promedios temporales de la ecuación (2.11) son independientes del origen que elijamos. Con base en lo anterior podemos reescribir los dos primeros promedios temporales de la expresión (2.11) de la siguiente manera:

$$I_{S_1}(t) = \langle \tilde{E}_1(t-t_1) \tilde{E}_1^*(t-t_1) \rangle_T = \langle \tilde{E}_1(t) \tilde{E}_1^*(t) \rangle_T. \quad [\text{W/m}^2] \quad (2.12)$$

$$I_{S_2}(t) = \langle \tilde{E}_2(t-t_2) \tilde{E}_2^*(t-t_2) \rangle_T = \langle \tilde{E}_2(t) \tilde{E}_2^*(t) \rangle_T. \quad [\text{W/m}^2] \quad (2.13)$$

El origen lo desplazamos en t_1 y t_2 respectivamente.

Si movemos una cantidad t_2 a los últimos dos términos de la ecuación (2.11) y consideramos el término $\tau = t_2 - t_1$, podemos reescribir los dos últimos términos como:

$$\begin{aligned} & \varepsilon_0 c \left[\tilde{K}_1 \tilde{K}_2^* \left\langle \tilde{E}_1(t-t_1) \tilde{E}_2^*(t-t_2) \right\rangle_T + \tilde{K}_2 \tilde{K}_1^* \left\langle \tilde{E}_2(t-t_2) \tilde{E}_1^*(t-t_1) \right\rangle_T \right] = \\ & \varepsilon_0 c \left[\tilde{K}_1 \tilde{K}_2^* \left\langle \tilde{E}_1(t+\tau) \tilde{E}_2^*(t) \right\rangle_T + \tilde{K}_2 \tilde{K}_1^* \left\langle \tilde{E}_1^*(t+\tau) \tilde{E}_2(t) \right\rangle_T \right]. \quad [\text{W/m}^2] \end{aligned} \quad (2.14)$$

Considerando que tenemos una cantidad y su complejo conjugado, lo anterior lo podemos expresar de esta manera:

$$\begin{aligned} & \varepsilon_0 c \left[\tilde{K}_1 \tilde{K}_2^* \left\langle \tilde{E}_1(t+\tau) \tilde{E}_2^*(t) \right\rangle_T + \tilde{K}_2 \tilde{K}_1^* \left\langle \tilde{E}_1^*(t+\tau) \tilde{E}_2(t) \right\rangle_T \right] = \\ & 2\varepsilon_0 c \operatorname{Re} \left[\tilde{K}_1 \tilde{K}_2^* \left\langle \tilde{E}_1(t+\tau) \tilde{E}_2^*(t) \right\rangle_T \right]. \quad [\text{W/m}^2] \end{aligned} \quad (2.15)$$

Recordemos que es posible definir una correlación cruzada de la siguiente forma:

$$C_{fh}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} f(t)^* h(t+\tau) dt. \quad (2.16)$$

Por lo tanto, el promedio temporal que aparece en la expresión (2.15) es una función de correlación cruzada la cual acostumbramos expresar como:

$$\tilde{\Gamma}_{12}(\tau) = \left\langle \tilde{E}_1(t+\tau) \tilde{E}_2^*(t) \right\rangle_T. \quad [\text{V}^2/\text{m}^2] \quad (2.17)$$

Al símbolo de lado izquierdo de la expresión anterior lo conocemos como función de coherencia mutua de los campos interferentes.

Es importante hacer notar que los propagadores \tilde{K} son puramente imaginarios y por lo tanto $\tilde{K}_1 \tilde{K}_2^* = \tilde{K}_1^* \tilde{K}_2 = |\tilde{K}_1| |\tilde{K}_2|$. Haciendo uso de las expresiones anteriores podemos reescribir la ecuación (2.11) de la siguiente manera:

$$I(t, \tau) = \varepsilon_o c [|\tilde{K}_1|^2 I_{s_1}(t) + |\tilde{K}_2|^2 I_{s_2}(t) + 2|\tilde{K}_1| |\tilde{K}_2| \text{Re} \tilde{\Gamma}_{12}(\tau)]. \quad [\text{W/m}^2] \quad (2.18)$$

Los términos: $\varepsilon_o c |\tilde{K}_1|^2 I_{s_1}(t)$ y $\varepsilon_o c |\tilde{K}_2|^2 I_{s_2}(t)$ son las irradiancias en el punto de observación P derivadas por las aperturas de forma individual o lo que es lo mismo, cuando uno de ellas se encuentra bloqueada. Por esta razón, podemos indicarlás como I_1 e I_2 respectivamente.

A partir de la ecuación (2.17) podemos deducir la expresión de autocorrelación para cada uno de los campos.

$$\tilde{\Gamma}_{11}(\tau) = \langle \tilde{E}_1(t + \tau) \tilde{E}_1^*(t) \rangle_T. \quad [\text{V}^2/\text{m}^2] \quad (2.19)$$

$$\tilde{\Gamma}_{22}(\tau) = \langle \tilde{E}_2(t + \tau) \tilde{E}_2^*(t) \rangle_T. \quad [\text{V}^2/\text{m}^2] \quad (2.20)$$

Analizando el caso en el que las fases relativas son cero ($\tau = 0$) obtenemos que: $\tilde{\Gamma}_{11}(0) = I_{s_1}$ y

$\tilde{\Gamma}_{22}(0) = I_{s_2}$, denominándose como funciones de autocoherencia. Por lo tanto podemos expresar

a I_1 e I_2 como:

$$I_1(\tau) = \varepsilon_o c |\tilde{K}_1|^2 \tilde{\Gamma}_{11}(0). \quad [\text{W/m}^2] \quad (2.21)$$

$$I_2(\tau) = \varepsilon_o c |\tilde{K}_2|^2 \tilde{\Gamma}_{22}(0). \quad [\text{W/m}^2] \quad (2.22)$$

De las ecuaciones (2.21) y (2.22) obtenemos la siguiente igualdad.

$$|\tilde{K}_1| |\tilde{K}_2| = \frac{1}{\varepsilon_o c} \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{\sqrt{\tilde{\Gamma}_{11}(0) \tilde{\Gamma}_{22}(0)}}. \quad (2.23)$$

Sustituyendo la expresión anterior en la ecuación (2.18) resulta la forma normalizada de la función de coherencia mutua.

$$\tilde{\gamma}_{12}(\tau) = \frac{\tilde{\Gamma}_{12}(\tau)}{\sqrt{\tilde{\Gamma}_{11}(0) \tilde{\Gamma}_{22}(0)}}. \quad (2.24)$$

Ésta última es conocida como grado de coherencia compleja.

La expresión de irradiancia (2.18) podemos reescribirla como:

$$I(\tau) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \text{Re} \tilde{\gamma}_{12}(\tau). \quad [\text{W/m}^2] \quad (2.25)$$

A esta expresión la consideramos la ley general de interferencia para luz parcialmente coherente.

El grado de coherencia complejo es una cantidad formada de parte real y parte imaginaria, entonces es posible expresarla de la siguiente forma:

$$\tilde{\gamma}_{12}(\tau) = |\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| e^{i\Phi_{12}(\tau)}. \quad (2.26)$$

En el caso de luz coherente, la fase relativa corresponde a la diferencia de camino óptico entre los campos y esta dado por:

$$\phi = \frac{2\pi}{\bar{\lambda}}(r_2 - r_1) = 2\pi\bar{\nu}\tau. \quad [\text{rad}] \quad (2.27)$$

Los términos $\bar{\lambda}$ y $\bar{\nu}$ representan los valores promedio de la longitud de onda y frecuencia, respectivamente.

El ángulo de fase de $\tilde{\gamma}_{12}(\tau)$ se relaciona con la fase entre campos y la ecuación (2.17).

$$\Phi_{12}(\tau) = \beta_{12}(\tau) + \phi. \quad [\text{rad}] \quad (2.28)$$

El parámetro $\beta_{12}(\tau)$ representa la correlación inicial de las fases de ambos haces en S_1 y S_2 .

Considerando la parte real del grado de coherencia complejo y haciendo uso de la ecuación (2.28), la ley general de interferencia queda finalmente de la siguiente manera:

$$I(\tau) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} |\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| \cos[\beta_{12}(\tau) + \phi]. \quad [\text{W/m}^2] \quad (2.29)$$

Los valores que puede tomar el grado de coherencia son $0 \leq |\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| \leq 1$, ya que éste es la forma normalizada de la función de coherencia mutua. El valor de $|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)|$ determina la ausencia o presencia y la calidad del patrón de interferencia, lo que podemos resumir de la siguiente forma:

$|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| = 1$ límite coherente, genera patrón interferométrico de excelente calidad.

$|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| = 0$ límite incoherente, no genera interferencia.

$0 < |\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| < 1$ coherencia parcial, genera patrón interferométrico con diversas calidades.

Es importante recordar que en el desarrollo anterior lo hicimos sin considerar los efectos de polarización. Cuando los efectos de polarización son de gran relevancia en nuestro análisis debemos hacer referencia a las observaciones de Fresnel y Arago. Estas observaciones se simplifican en leyes que llevan sus nombres y son:

1. Dos estados coherentes ortogonales \mathcal{P} no pueden interferir de manera que el término de interferencia es igual a cero [$I_{12} = 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\theta) = 0$], y no hay producción de franjas.
2. Dos estados coherentes y paralelos \mathcal{P} interferirán de igual forma que la luz natural.
3. Dos estados ortogonales constitutivos \mathcal{P} de la luz natural no pueden interferir para formar una distribución de franjas fácilmente observables aunque se giren para alinearlos, y ambos estados son incoherentes.

Volviendo a la ecuación de interferencia (2.29) podemos ver que el término de interferencia actúa como una función moduladora. Éste termino se encuentra montada sobre una intensidad o ruido

de fondo ($I_1 + I_2$). La descripción cuantitativa de la calidad de las franjas formulada por Michelson se le conoce como visibilidad V y es proporcionada por:

$$V = \frac{I_{m\acute{a}x} - I_{m\acute{i}n}}{I_{m\acute{a}x} + I_{m\acute{i}n}}. \quad (2.30)$$

Los términos $I_{m\acute{a}x}$ y $I_{m\acute{i}n}$ representan la intensidad máxima y mínima (ver ecuación 2.29) dada por el término de interferencia. Cuando el coseno de la fase es igual -1 habremos obtenido la irradiancia mínima. En cambio, cuando el término coseno es igual +1 tendremos intensidad máxima.

2.4 Clasificación de los interferómetros

Tradicionalmente existen dos métodos de clasificación de los interferómetros: uno es por el número de rayos que interfieren y el otro es por el método usado para derivar a partir de un frente de onda, los rayos a interferir. Debido a los avances en interferometría, han surgido nuevos instrumentos y nuevas aplicaciones que han generado otras clasificaciones, las cuales no serán mencionadas por no ser de interés en nuestro estudio.³

El primer método clasifica los interferómetros en: interferencia de dos haces e interferencia de haces múltiples. Como su nombre lo indica, estos últimos se utilizan para hacer interferir más de dos rayos. Aunque existen un grupo de interferómetros que no son incluidos directamente en esta clasificación, aquellos con tres o cuatro rayos interferentes. Estos son considerados una variante de los interferómetros de dos haces.

Los interferómetros de dos haces se caracterizan por generar un patrón de interferencia con una variación de intensidad senusoidal. En los interferómetros de múltiples haces, cada par de rayos proporciona una componente de Fourier al patrón de franjas. Las franjas para estos, continúan siendo periódicas y, en principio, cualquier perfil periódico deberá ser posible. Sin embargo, la mayoría de los interferómetros deben tener un perfil que se aproxime a una serie de barras delgadas (peine de Dirac).

La clasificación de interferómetros basada en el método de división de un haz de luz en rayos secundarios los cataloga en: división de frente de onda y división de amplitud. El primer caso consiste en usar parte de un frente de onda primario, ya sea directamente como fuente para emitir ondas secundarias o, en complicidad con un sistema óptico para generar fuentes virtuales de ondas secundarias. Algunos de los interferómetros de división de frente de onda más conocidos son:

- Doble rendija de Young.
- Espejo doble de Fresnel.
- Prisma doble de Fresnel.
- Espejo de Lloyd

El método de división de amplitud consiste en seccionar el haz incidente en dos segmentos. Estos tendrán una amplitud de campo menor al rayo de entrada pero conservan la misma extensión del frente de onda. Las dos ondas separadas recorrerán caminos ópticos distintos hasta encontrarse nuevamente y producir un patrón de interferencia. Entre los interferómetros de división de amplitud más importantes, históricamente hablando, se encuentran:

- Michelson
- Mach-Zehnder
- Twyman-Green
- Fabry-Perot

Es de gran interés para nosotros debido al rumbo que tomará este estudio realizar el análisis del interferómetro Mach-Zehnder a continuación.

2.4.1 Interferómetro Mach-Zehnder

El interferómetro Mach-Zehnder ha sido utilizado principalmente para medir variaciones en el índice de refracción y los cambios de densidad en flujos de gases comprimibles.

En la figura 2.2 observamos el arreglo de un interferómetro Mach-Zehnder. Éste consta de un par de divisores de haz (D_1 y D_2), dos espejos (M_1 y M_2) y un par de lentes (L_1 y L_2). La fuente de luz “S” la colocamos en el plano focal de L_1 con el fin de colimar el haz una vez que lo hemos expandido. En su trayecto, el haz es dividido en amplitud por el divisor D_1 . Uno de los haces resultantes es reflejado por la superficie semirreflectora A_1 hacia el espejo M_2 , mientras que el otro, es transmitido en dirección al espejo M_1 . Ambas superficies reflectoras desvían los dos rayos en dirección de D_2 . Es en la superficie semirreflectora A_2 donde se combinan nuevamente ambos haces y son desviados fuera del arreglo interferométrico. Los rayos emergentes son enviados a la lente L_2 , generando así el patrón interferente en el punto donde convergen los rayos.

Suponiendo una fuente puntual y monocromática, W_1 representa el frente de onda plano del haz transmitido por D_1 . Mientras que W_2 es el frente de onda plano del rayo reflejado por la superficie A_1 . Por otro lado, W_1' supone el frente de onda virtual localizado entre M_2 y D_2 el cual emerge de éste último y presenta iguales características que W_1 .

La diferencia de fase virtual entre los frentes de onda W_2 y W_1' producida por la inclinación en el espejo M_2 es:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} nh. \quad [\text{rad}] \quad (2.31)$$

Donde $h = \overline{PN}$ es la distancia normal entre los puntos P y W_1' y n es el índice de refracción del espacio comprendido entre W_2 y W_1' .⁴ El punto P' , punto conjugado de P , donde convergen los rayos presentará un máximo si:

$$nh = m\lambda_0. \quad [m] \quad |m| = 0,1,2,\dots, \quad (2.32)$$

Y observaremos un mínimo en caso de que:

$$nh = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0. \quad [m] \quad |m| = 0,1,2,\dots, \quad (2.33)$$

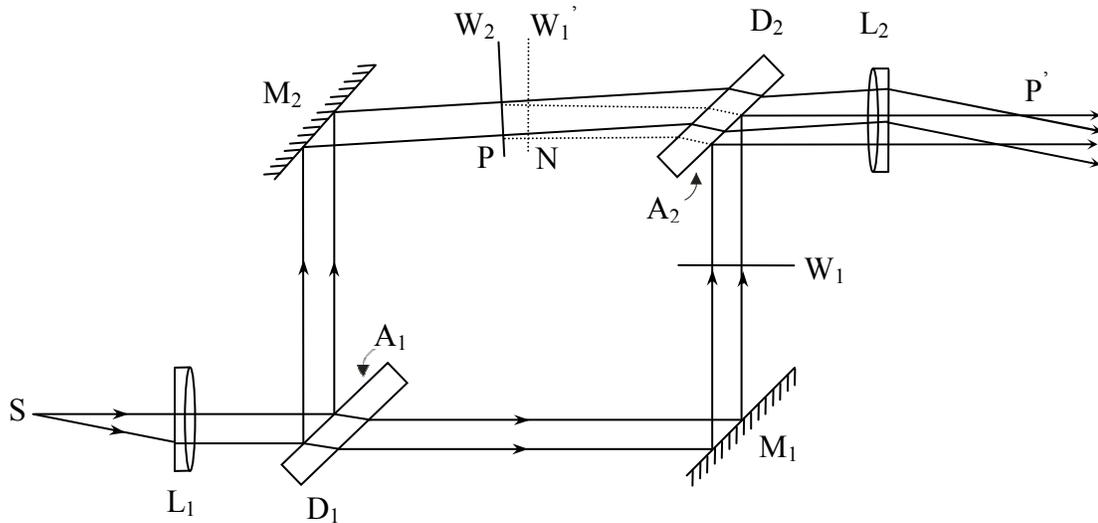


Figura 2.2 Interferómetro Mach-Zehnder. Éste consta de una fuente de luz S , dos divisores de haz D_1 y D_2 con sus respectivas superficies semireflectoras A_1 y A_2 y dos espejos M_1 y M_2 . Los términos W_1 y W_2 representan los frentes de onda en los brazos del interferómetro. Los puntos conjugados de la lente L_2 se denotan con las letras P y P' .

Cuando los frentes de onda W_2 y W_1' son paralelos, generan franjas de igual inclinación, también llamadas de Haidinger. La intensidad es igual para todo punto P' . Bajo estas condiciones una fuente extendida podría producir franjas al infinito. En cambio, cuando W_2 y W_1' presentan una inclinación entre ellas, las franjas serán de igual grosor y paralelas. Las franjas resultantes estarán más cercas unas de otras conforme el ángulo entre los frentes de onda aumente y viceversa⁵.

2.5 Interferómetros de desplazamiento

Los interferómetros de desplazamiento surgen por la necesidad de generar nuevas técnicas de prueba de superficies de las cuales no se tiene una referencia adecuada. Es posible examinar un frente de onda si se divide y se reencuentran posteriormente con un desplazamiento adecuado. Este método no requiere un frente de onda de referencia⁶. El concepto de interferómetro de

desplazamiento se basa en la idea de comparar el frente de onda consigo mismo, modificado a consecuencia de un cambio en algún parámetro o variable controlada, tal como un desplazamiento o rotación.⁷

Existen tres tipos principales de interferómetros de desplazamientos que son:

- a) Interferómetro de desplazamiento vectorial.
- b) Interferómetro de desplazamiento radial.
- c) Interferómetro de desplazamiento rotacional.

El interferómetro de desplazamiento rotacional utiliza el ángulo de rotación como variable para modificar el frente de onda. Contrario a éste, el interferómetro de desplazamiento vectorial, como su nombre lo indica, realiza una translación del frente de onda en forma vectorial. En cambio, el interferómetro de desplazamiento radial contrae o expande uno de los frentes de onda para llevar a cabo la comparación. Un claro ejemplo del principio de funcionamiento de cada uno de estos interferómetros lo podemos observar en la figura 2.3.

Nuestro interés es conocer el marco teórico del IDR ya que éste sustenta nuestro sistema de detección. El estudio de los interferómetros de desplazamiento restantes no lo llevamos a cabo ya que están fuera del objetivo de nuestro estudio.

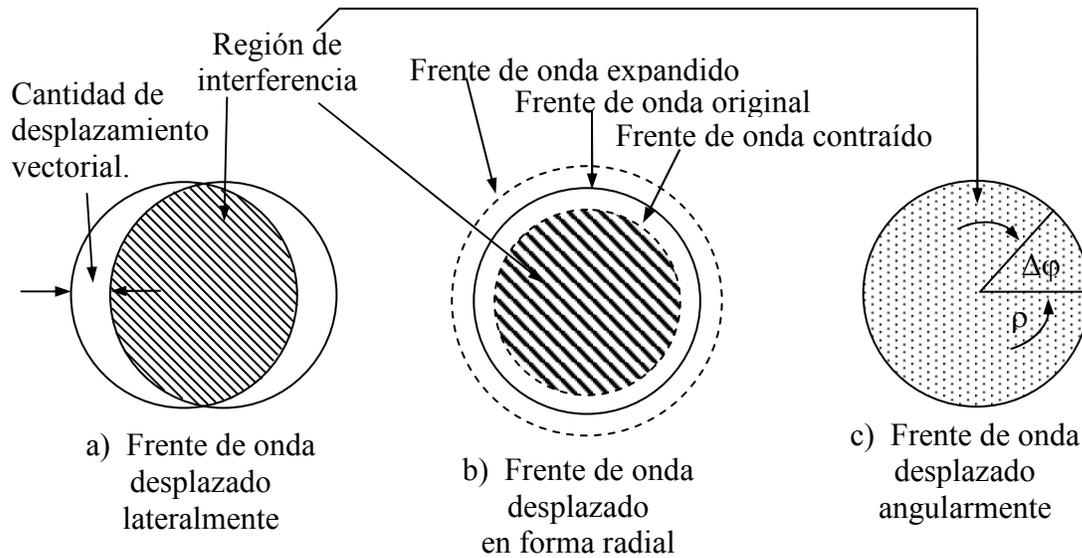


Figura 2.3 Frentes de onda desplazados.

2.5.1 Interferómetro de desplazamiento rotacional

Los interferómetros de desplazamiento rotacional (IDR) pueden ser utilizados para realizar pruebas de elementos ópticos fuera de eje, de segmentos en aperturas segmentadas o diluidas y para la detección de señales débiles en presencia de señales fuertes. Recordemos que nuestro caso nos interesa esta última aplicación. Esta característica nos permitirá la detección de planetas fuera del Sistema Solar.

En el IDR, el frente de onda es rotado respecto a sí mismo. Al momento de superponer ambos frentes, el original y el rotado, podremos cotejar cada punto del frente de onda con su punto aledaño. El desplazamiento sufrido por cada uno de los puntos del frente de onda es proporcional al ángulo rotado $\Delta\phi$ respecto al eje óptico del sistema y a la posición de cada uno de ellos ρ_n (ver figura 2.3 c), como lo estudiaremos más adelante.

Observando la figura 2.3 podemos ver que el patrón de interferencia generado por el interferómetro de desplazamiento rotacional presenta dos características sobresalientes. La primera, es que genera un patrón de interferencia que abarca la totalidad del frente de onda a diferencia del patrón producido por un interferómetro de desplazamiento vectorial. La segunda, es que nos permite conservar la proporción original del frente de onda, lo que no es posible lograr con un interferómetro de desplazamiento radial.

El desplazamiento rotacional puede ser producido en un interferómetro de división de amplitud y rotar uno de los haces un ángulo $\Delta\varphi$. Ambos frentes de onda pueden entonces, ser superpuestos y así obtener el patrón de interferencia. El número de franjas dependerá de la magnitud de la rotación relativa entre ambos frentes. Dentro de la gran diversidad de configuraciones propuestas para este interferómetro,⁸ hemos decidido utilizar un diseño basado en un interferómetro Mach-Zehnder con un novedoso diseño de prismas Dove (ver figura 2.4).⁹

Para comenzar, es necesario adecuar la ley general de interferencia (ecuación (2.29)) a las condiciones iniciales de nuestro análisis. En nuestro caso utilizaremos divisores de haz con transmitancia del 50%, por lo tanto $I_1 = I_2 = I_0/2$. La transmitancia elegida es con el propósito de obtener una visibilidad aproximada a 1. Debido a la geometría del sistema analizado es conveniente utilizar coordenadas cilíndricas, por lo tanto: $\phi(r) = \Phi(\rho, \varphi)$. La diferencia de camino óptico se puede expresar como: $\Phi(\rho, \varphi) - \Phi(\rho + \Delta\rho, \varphi + \Delta\varphi)$, por lo que podemos reescribir la expresión (2.29) de la siguiente forma:

$$I(\rho, \varphi) = I_0(\rho, \varphi) \left(1 + \gamma_0 \cos[\Phi(\rho, \varphi) - \Phi(\rho + \Delta\rho, \varphi + \Delta\varphi) + \beta_{12}(\rho, \varphi)] \right) \quad [\text{W/m}^2] \quad (2.34)$$

El grado de coherencia utilizado es la posición intermedia, entre su localización original y la nueva situación.¹⁰

$$\gamma_0 = |\tilde{\gamma}_{12}(\rho_0, \varphi_0)|. \quad (2.35)$$

Es importante señalar que $\Delta\rho$ y $\Delta\varphi$ son los incrementos producidos por el desplazamiento.

$$\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1. \quad [\text{m}] \quad (2.36)$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1. \quad [\text{rad}] \quad (2.37)$$

Buscando minimizar el problema en la disminución de contraste en el patrón de interferencia debido a problemas de polarización, propusimos el uso de desplazamientos infinitesimales.¹¹

$$\Delta\rho = \delta\rho. \quad [\text{m}] \quad (2.38)$$

$$\Delta\varphi = \delta\varphi. \quad [\text{rad}] \quad (2.39)$$

Si sustituimos las expresiones (2.38) y (2.39) en (2.34) y nos queda lo siguiente:

$$I(\rho, \varphi) = I_0(\rho, \varphi) \left(1 + \gamma_0 \cos[\Phi(\rho, \varphi) - \Phi(\rho + \delta\rho, \varphi + \delta\varphi) + \beta_{12}(\rho, \varphi)] \right) \quad [\text{W/m}^2] \quad (2.40)$$

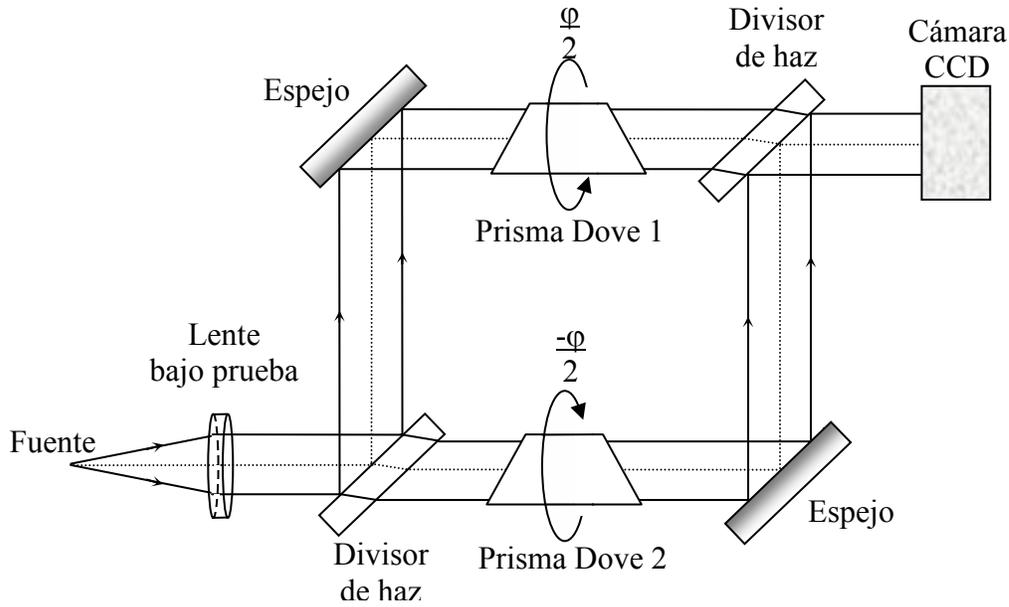


Figura 2.4 Esquema del interferómetro de desplazamiento rotacional.

Expandiendo el término $\Phi(\rho + \delta\rho, \varphi + \delta\varphi)$ en series de Taylor, dando por supuesto la condición de que es diferenciable en la vecindad del punto en cuestión, obtenemos:

$$\Phi(\rho + \delta\rho, \varphi + \delta\varphi) = \Phi(\rho, \varphi) + \left[\frac{\delta\Phi(\rho, \varphi)}{\delta\rho} \right] \delta\rho + \rho \left[\frac{\delta\Phi(\rho, \varphi)}{\delta(\rho\varphi)} \right] \delta\varphi. \quad [\text{rad}] \quad (2.41)$$

La diferencia de camino óptico la podemos expresar como:

$$\Phi(\rho + \delta\rho, \varphi + \delta\varphi) - \Phi(\rho, \varphi) = \left[\frac{\delta\Phi(\rho, \varphi)}{\delta\rho} \right] \delta\rho + \rho \left[\frac{\delta\Phi(\rho, \varphi)}{\delta(\rho\varphi)} \right] \delta\varphi. \quad [\text{rad}] \quad (2.42)$$

Estamos considerando el caso de desplazamiento rotacional exclusivamente, por lo tanto $\delta\rho = 0$.

La diferencia de camino óptico en un interferómetro de desplazamiento rotacional diferencial (IDRD) es determinada por:

$$\Phi(\rho + \delta\rho, \varphi + \delta\varphi) - \Phi(\rho, \varphi) = \rho \left[\frac{\delta\Phi(\rho, \varphi)}{\delta(\rho\varphi)} \right] \delta\varphi. \quad [\text{rad}] \quad (2.43)$$

Por lo tanto, la expresión analítica del patrón de interferencia producido por el IDRD es:

$$I(\rho, \varphi) = I_0(\rho, \varphi) \left(1 + \gamma_0 \cos \left[\rho \left[\frac{\delta\Phi(\rho, \varphi)}{\delta(\rho\varphi)} \right] \delta\varphi + \beta_{12}(\rho, \varphi) \right] \right). \quad [\text{W/m}^2] \quad (2.43)$$

Recordemos que β_{12} representa la correlación inicial de las fases de ambos haces. La señal interferente producida depende exclusivamente de la derivada del frente de onda sin simetría rotacional. Por lo tanto, el interferómetro de desplazamiento rotacional diferencial es sensible a las aberraciones sin simetría rotacional como la coma y el astigmatismo.

La condición propuesta para la detección de planetas fuera del sistema Solar es que la estrella se encuentra en el eje óptico del IDR. Esta posición de la estrella nos asegura la simetría rotacional de su frente de onda y por consiguiente su atenuación, permitiéndonos observar la interferencia producida por el planeta.

2.6 Conclusiones

En el presente capítulo mostramos paso a paso el desarrollo de la ecuación de interferencia para una fuente parcialmente coherente. Afianzamos conceptos que condicionan la formación de interferencia, tales como: coherencia temporal y coherencia espacial, grado de coherencia complejo y las leyes de Fresnel y Arago. Hicimos un breve repaso del tipo de interferómetros. Analizamos el interferómetro de Mach-Zehnder y el interferómetro de desplazamiento rotacional.

Una vez hecho este breve repaso del fenómeno de interferencia, continuaremos con el estudio de las desviaciones del frente de onda producidas por los errores de manufactura en el prisma Dove. En el siguiente capítulo analizaremos la inclinación del frente de onda y el cambio en la altura del eje óptico del sistema, producido por tres errores de fabricación en el prisma Dove. Verificaremos que el prisma Dove de apertura extendida es menos sensible a errores de manufactura que el prisma Dove tradicional.

-
- ¹ M. S. Scholl, "Signal generated by an extra-solar-system planet detected by a rotating rotationally shearing interferometer," *J. Opt. Soc. Am. A* **13**, pp 1584-1592 (1996).
- ² E. Hecht, *Óptica*, Tr. R. Dal Col., 3ª ed., Addison Wesley Iberoamericana, Madrid 2000, capítulos 2, 8, 9, 11 y 12.
- ³ W.H. Steel, *Interferometry*, 2ª ed., Cambridge University Press, Great Britain 1986, capítulo 1.
- ⁴ M. Born y E. Wolf, *Principles of Optics*, 7ª ed., Cambridge University Press, United Kingdom 2002, capítulos 7 y 10
- ⁵ M.V. Mantravadi, "Newton, Fizeau, and Haidinger Interferometers," *Optical Shop Testing*, 2ª ed., D. Malacara Ed., John Wiley & Sons, New York 1992, capítulo 1.
- ⁶ M.V.R.K. Murty y E.C. Hagerott, "Rotational-Shearing Interferometry," *Appl. Opt.*, **5**, pp 615-619 (1966).
- ⁷ M. Strojnik y G. Páez, "Extra-solar system planet detection problem – Planet signature isolation with rotating, rotationally-shearing interferometer," *Infrared Technology and Applications XXII*, B. F. Andersen y M. S. Scholl, Eds., Proc. SPIE 2744, pp. 278-288 (1996).
- ⁸ J.D. Armitage, Jr. y A. Lohmann, "Rotary shearing interferometry," *Optica Acta*, **12**, pp 185-192 (1965).
- ⁹ I. Moreno, G. Páez, J. García-Marquez y M. Strojnik, "Large-aperture Dove Prism for a Rotational Shearing Interferometer," *Infrared Spaceborne Remote Sensing X*, M. Strojnik y B. F. Andersen, Eds., Proc. SPIE **4818**, pp. 49-56 (2002).
- ¹⁰ M. S. Scholl, *op.cit.*, pp 1588.
- ¹¹ G. Páez y M. Strojnik, "Differential Rotationally-shearing Interferometer: Implementation Concept," *Infrared Technology and Applications XXIII*, B. F. Andersen y M. Strojnik, Eds., Proc. SPIE 3061, pp. 417-424 (1997).

Capítulo III

Sistema de rotación del frente de onda de un interferómetro de desplazamiento rotacional

3.1 Introducción

En el capítulo anterior mencionamos algunas de las aplicaciones del interferómetro de desplazamiento rotacional (IDR). Recordemos que dentro de éstas se encuentra la detección de aberraciones asimétricas presentes en un sistema óptico fuera de eje¹. La detección de planetas fuera de nuestro sistema Solar es otra aplicación del IDR, la cual es de gran interés para nosotros². Esto es posible ya que el IDR se basa en una configuración Mach-Zehnder que le permite atenuar el frente de onda de la estrella, que orbita el planeta por las razones previamente expuestas³.

La calidad en la fabricación de los prismas y una adecuada alineación, determinan el desempeño del IDR.⁴ Por lo tanto, en el presente capítulo hacemos una breve descripción de los elementos que conforman el sistema de rotación del IDR. Analizamos también las desviaciones del frente de onda generadas por los errores de manufactura del prisma Dove. Por último, examinamos las ventajas que ofrece el diseño del prisma Dove de apertura extendida.

3.2 Elementos del sistema de rotación del interferómetro de desplazamiento rotacional

Hemos introducido un sistema que rota el frente de onda en cada brazo del interferómetro Mach-Zehnder. Nuestro propósito es convertir el interferómetro Mach-Zehnder en un IDR (figura 2.4).⁵

El elemento principal del sistema de rotación es un prisma inversor. El prisma que elegimos es un prisma Dove el cual es ampliamente utilizado por su simplicidad. El segundo elemento del sistema de rotación es una montura donde es colocado el prisma Dove. Ésta tiene la peculiaridad de girar 360° al rededor del eje óptico del interferómetro. El propósito de la montura es rotar el prisma Dove, y éste a su vez gira el frente de onda bajo estudio. El movimiento de rotación del soporte del prisma se debe a que está incrustado en una montura de polarizador graduada, como se observa en la siguiente figura.

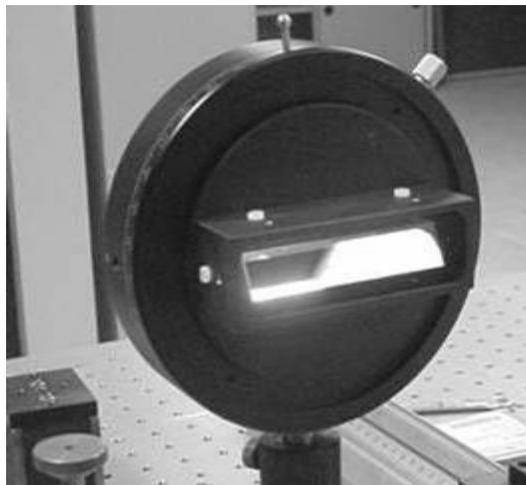


Figura 3.1 Sistema de rotación del frente de onda del interferómetro de desplazamiento rotacional.

3.2.1 Montura del prisma Dove

El soporte del prisma está fabricado en aluminio para disminuir su peso. Éste se diseñó con una cavidad de $90 + 1$ mm de ancho y $25 + 1$ mm de alto, la cual alberga al prisma Dove de gran apertura (ver figura 3.2). El soporte tiene un sistema de 10 tornillos (M6-0.5) que nos permite realizar ajustes en la posición del prisma, en el plano x-y. Los tornillos nos proporcionan una precisión de 0.12 ± 0.06 mm por cada $\frac{1}{4}$ de vuelta. El ajuste puede hacerse tanto en el plano x-y de entrada de la montura como en el de salida.

Las superficies de los prismas pueden ser dañadas por el contacto directo con los tornillos.

Podemos evitar lastimar las caras del prisma cubriéndolas con placas de aluminio tapizadas en su parte interna por un material suave. Las placas también se utilizan para distribuir la presión sobre el vidrio de manera uniforme. La montura de polarizador (07HPR 007, Melles Griot) permite el movimiento de rotación de la montura. Las especificaciones de la montura se muestran en la tabla 3.1.

Tabla 3.1 Especificaciones de la montura del prisma Dove de apertura extendida.

Movimiento	Rango dinámico	Resolución	Incertidumbre
Rotación	360°	1°	$\pm 0.5^\circ$
Alineación en “x”	10.4 mm	0.12 mm	± 0.06 mm
Alineación en “y”	10.4 mm	0.12 mm	± 0.06 mm

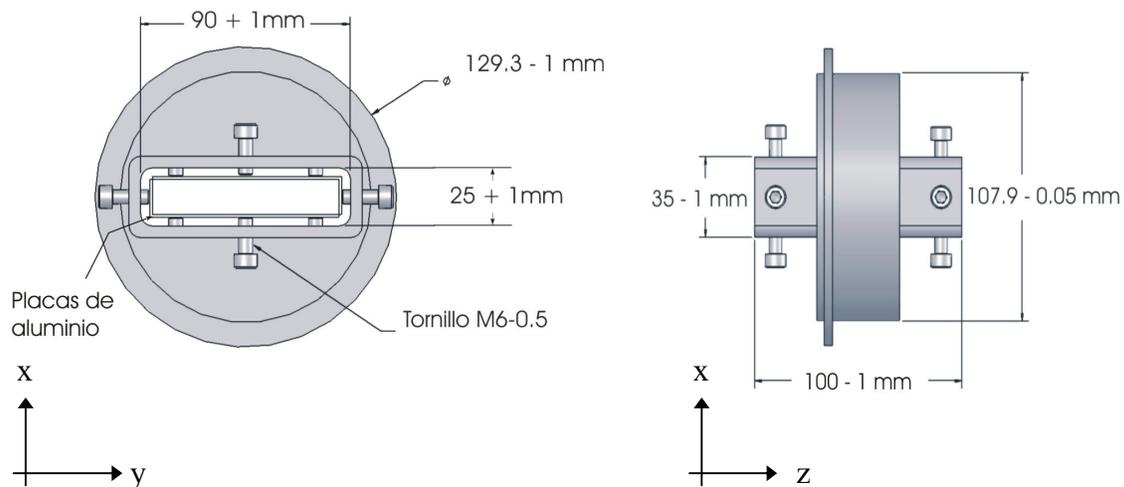


Figura 3.2 Especificaciones del soporte que utilizamos para rotar el prisma Dove con ayuda de una montura de polarizador. Los tornillos M6 05 permiten hacer ajustes en la alineación del prisma.

3.2.2 Prismas Dove

Recordemos que un prisma es un fragmento de vidrio o cristal con dos o más caras planas, pulidas y frecuentemente no paralelas. Los prismas o espejos no sólo son utilizados para cambiar la dirección de la luz, también pueden realizar cambios básicos sobre una imagen. Las transformaciones básicas consideradas son: invertir, revertir, rotar y reflejar geoméricamente la imagen sobre un plano inclinado.

Es importante señalar que dos transformaciones sucesivas equivalen a una tercera. Por tal motivo, cuando el plano de reflexión es girado se obtiene una reflexión geométrica respecto a un plano inclinado.⁶ Este efecto es una de las principales características del prisma Dove. Esta característica consiste en que la imagen rota dos veces el ángulo de giro del prisma alrededor de su eje longitudinal y en el mismo sentido.

Un prisma Dove tradicional es una versión de un prisma ortogonal recortado⁷. Éste ha encontrado un amplio uso en sistemas ópticos tradicionales como erector de imagen. Su diseño estándar puede llegar a representar una limitante del sistema óptico. Esto debido al tamaño de su apertura la cual introduce una distorsión en la imagen. Este prisma tiene dos importantes propiedades. La primera, es que tiene la cualidad de no modificar la trayectoria del frente de onda dentro del sistema. Lo anterior sólo es válido para el caso de un prisma ideal (sin errores de fabricación). La segunda, como ya lo mencionamos, es que la imagen gira con el doble de velocidad que el prisma alrededor de su eje longitudinal como podemos ver en la figura 3.3.

Usualmente el prisma Dove es 4 veces más largo que el diámetro de su apertura proyectada. Por tal motivo, el tamaño de la apertura del prisma está limitado al peso de éste. Con el fin de vencer dicha limitante hemos propuesto el diseño un prisma Dove de apertura extendida del cual hablaremos más adelante.

En un prisma Dove ideal, el ángulo de salida del rayo es independiente del índice de refracción. Por lo tanto, un prisma Dove sin errores de fabricación es acromático.⁸ El prisma Dove debe ser utilizado exclusivamente para luz colimada ya que el uso de luz convergente o divergente introducirá astigmatismo.⁹

El error de fabricación en los ángulos del prisma lo podemos definir como la desviación del ángulo respecto a su valor nominal.

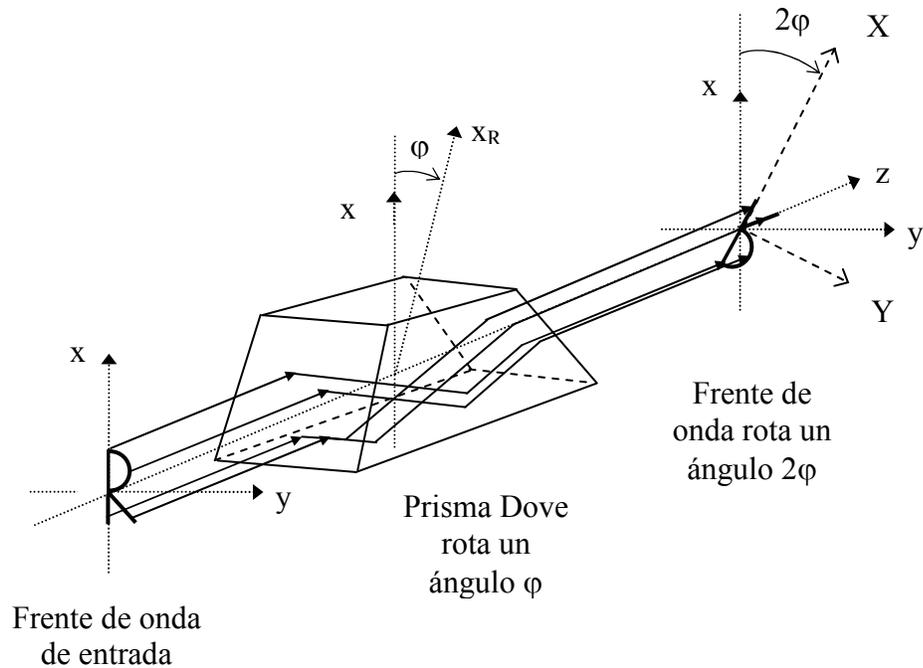


Figura 3.3 El prisma Dove rota el frente de onda dos veces el ángulo de giro del prisma alrededor de su eje longitudinal, y en el mismo sentido.

3.3 Desviación del frente de onda debido a errores de fabricación en el prisma Dove

En un prisma Dove existen tres errores de fabricación que generan desviación del frente de onda. El primero de ellos, es el error de los ángulos de base del prisma el cual introduce una inclinación en el frente de onda saliente¹⁰. El segundo, es la presencia del error piramidal que también genera una inclinación del frente de onda¹¹. Por último, el efecto causado por un cambio en la longitud del prisma es un desplazamiento del frente de onda. Analizaremos cada una de estas desviaciones con el propósito de conocer el desempeño de un prisma Dove real. Al mismo tiempo, corroboraremos las ventajas que presenta el prisma Dove de apertura extendida.

3.3.1 Error de los ángulos de base

La presencia de un error de los ángulos de base produce una inclinación del frente de onda saliente en la dirección x , como se observa en figura 3.4. La inclinación se incrementa conforme aumenta el error de los ángulos (ver figura 3.5). Hemos elegido el vidrio BK7 para nuestro análisis debido su amplio uso en la fabricación de prismas.

La expresión analítica que determina el ángulo de inclinación del frente de onda depende de los errores de los ángulos de base.¹²

$$\delta_b(\Delta\beta_1, \Delta\beta_2) = \beta + \Delta\beta_2 - \arccos \left[n \sin \left(\Delta\beta_1 - \Delta\beta_2 + \arcsin \left[\frac{1}{n} \cos(\beta + \Delta\beta_1) \right] \right) \right] \quad [\text{rad}] \quad (3.1)$$

Los símbolos empleados en la ecuación son: δ_b [rad] representa la inclinación del frente de onda a causa del error de ángulos base, β [rad] es la notación que utilizamos para el valor nominal del ángulo de base, $\Delta\beta_1$ y $\Delta\beta_2$ [rad] son las desviaciones de los ángulos de base de las caras de entrada y salida respecto a β , respectivamente y n es el índice de refracción del prisma. En la ecuación (3.1) consideramos que el prisma se encuentra inmerso en aire, así como en lo sucesivo.

La gráfica de la figura 3.5 muestra que al aumentar los ángulos de base se reduce la inclinación del frente de onda debida al error de estos. La disminución en la inclinación se ve limitada ya que un ángulo de base de 90° sólo genera una mejora del 17% respecto al prisma de 65° . Esta

ventaja no justifica el incremento en peso del prisma debido a un aumento en su longitud, como veremos en la sección 3.4. Por lo tanto, un ángulo de base óptimo para el prisma Dove es de 65° .

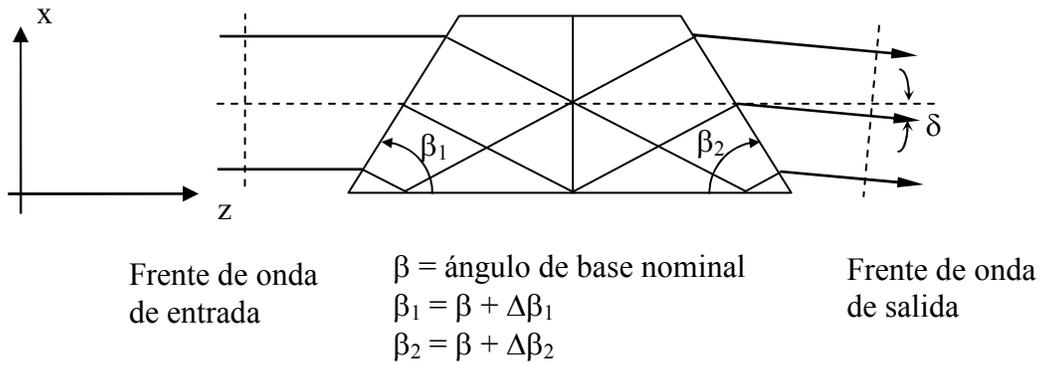


Figura 3.4 Inclinación del frente de onda producto de las desviaciones de los ángulos de base.

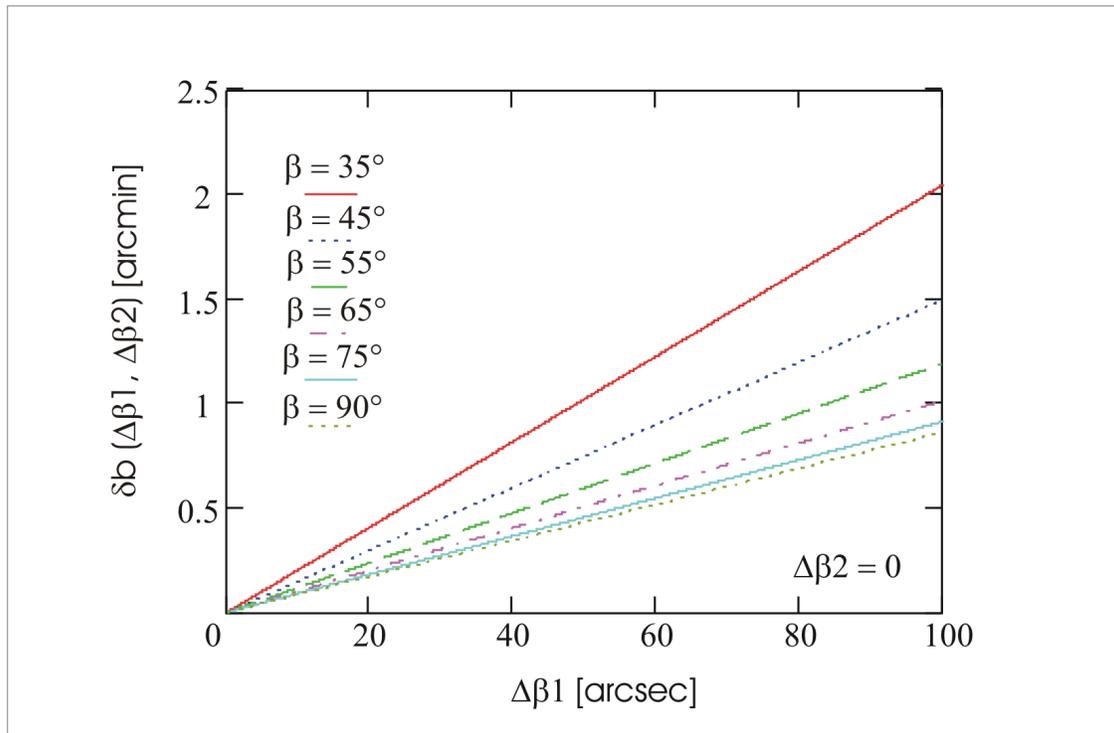


Figura 3.5 Inclinación del frente de onda debido al error del ángulo de base de la cara de entrada (BK7 $n = 1.5168$).

En la ecuación (3.1) podemos observar que cuando los errores de ambos ángulos de base son iguales, el frente de onda no es desviado de su trayectoria original (ver figura 3.6). Sin embargo, el frente de onda es desplazado, de lo cual hablaremos más adelante. Un error del ángulo de base de entrada produce aproximadamente la misma inclinación del frente de onda, que cuando este mismo error está en el ángulo de base de salida. Esto lo podemos observar en la siguiente gráfica.

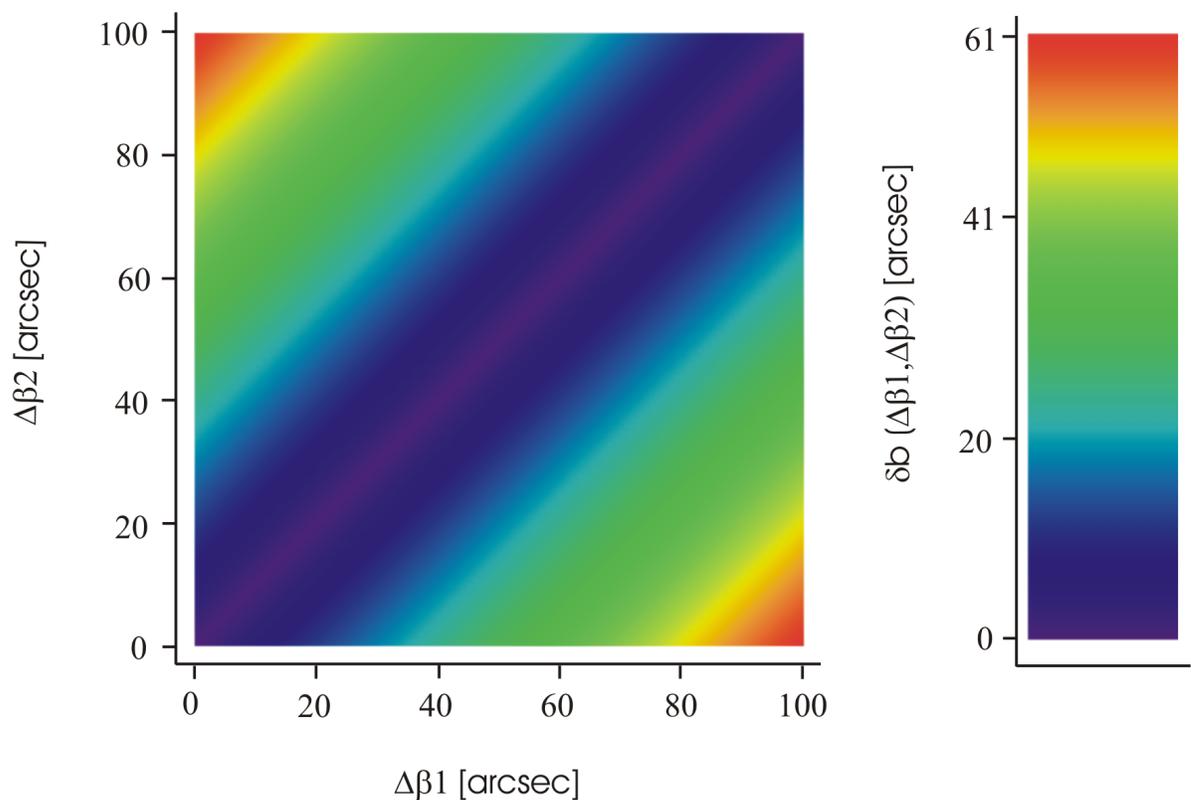


Figura 3.6 Inclinación del frente de onda provocado por las desviaciones de ambos ángulos de base de un prisma Dove con ángulos de 65° (BK7 $n = 1.5168$).

3.3.2 Error piramidal

Llamamos error piramidal a la presencia del ángulo piramidal en un prisma. El ángulo piramidal en un prisma Dove ha sido considerado como la desviación de la normal de la superficie reflectora respecto al plano de simetría del prisma¹³. La presencia del error piramidal representa otro error de manufactura. Éste también introduce una inclinación en el frente de onda. La inclinación producida por este error se encuentra en un plano ortogonal a la generada por el error de los ángulos de base, como podemos ver en la figura 3.7.

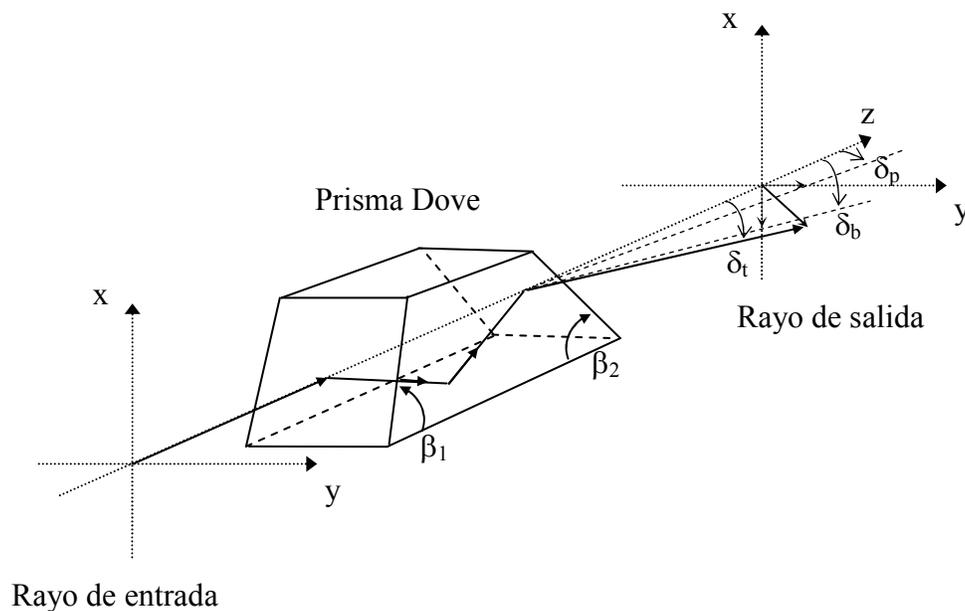


Figura 3.7 Inclinación del frente de onda debido a errores de manufactura. La inclinación producida por el error de los ángulos de base (δ_b) está en un plano ortogonal a la generada por el error piramidal (δ_p). La suma geométrica de ambas inclinaciones proporciona la inclinación total del frente de onda (δ_t).

Existe la posibilidad de que dos de las tres superficies del prisma involucradas en la transmisión del frente de onda se encuentren desviadas. Por lo tanto, las normales de estas superficies no pertenecen al plano de simetría del prisma (ver figura 3.8). Consideramos que la normal de la superficie de entrada pertenece al plano de simetría del prisma Dove. La inclinación del frente de onda producida por las desviaciones de la base y la cara de salida del prisma es:

$$\delta_p(\theta_2, \theta_3) = 2\theta_2 \left(\sqrt{n^2 - \cos^2 \beta} - \sin \beta \right) \cos \beta - n\alpha\theta_3 \sin \beta. \quad [\text{rad}] \quad (3.2)$$

Donde δ_p [rad] es la inclinación del frente de onda debida al error piramidal, θ_2 [rad] es el ángulo comprendido entre la normal de la base y el plano de simetría del prisma, θ_3 [rad] es la desviación de la normal de la cara de salida respecto al plano de simetría, β [rad] es el valor nominal del ángulo de base y n es el índice de refracción del prisma.

La ecuación anterior se deriva paso a paso en el apéndice A. Esta expresión contiene en su primer término la ecuación derivada en la referencia 13. El segundo elemento es parte de nuestra contribución al estudio de la desviación del frente de onda por errores de manufactura. El coeficiente α de la ecuación (3.2) se define como:

$$\alpha = \sqrt{\zeta^2 - 1 + \frac{1}{n^2}} - \zeta. \quad [\text{rad}] \quad (3.3)$$

$$\zeta = \frac{\gamma}{n} \cos^2 \beta - \frac{2\theta_2\theta_3\gamma}{n} \cos \beta \sin \beta + \frac{\gamma}{n} \sin \beta \left(\frac{1}{\gamma} + \sin \beta \right). \quad [\text{rad}] \quad (3.4)$$

$$\gamma = \sqrt{n^2 - \cos^2 \beta} - \sin \beta. \quad [\text{rad}] \quad (3.5)$$

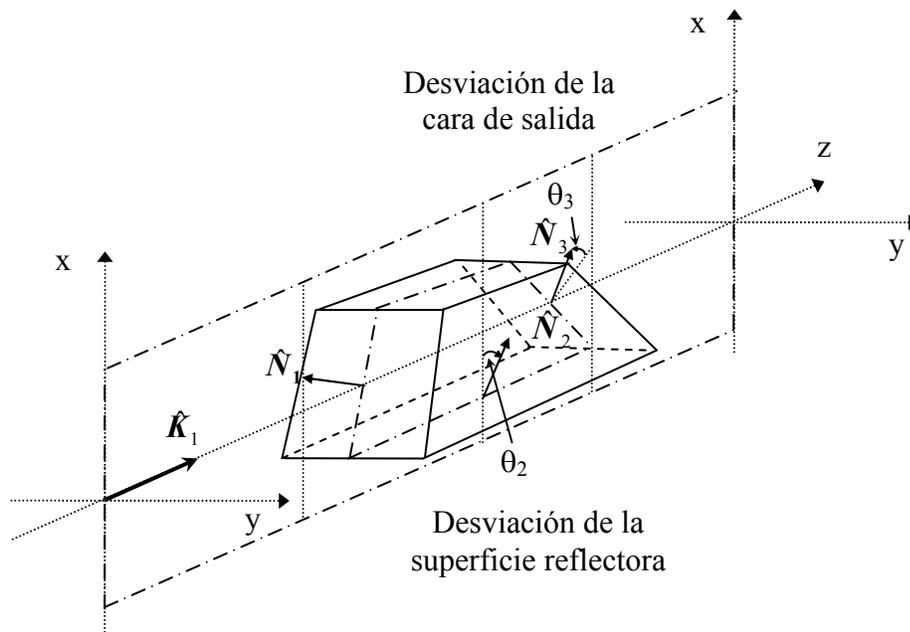


Figura 3.8 Desviaciones de la superficie reflectora y de la cara de salida del prisma Dove respecto a su plano de simetría. Ambas desviaciones forman parte del error piramidal.

La inclinación del frente de onda provocado por el error de la cara de salida aumenta al incrementar el ángulo de base (ver figura 3.9). En cambio, la inclinación del frente de onda producida por el error de la superficie reflectora disminuye al crecer este mismo ángulo (ver figura 3.10). Podemos ver que la inclinación generada por la cara de salida representa aproximadamente un 50% menos que la inclinación producida por la superficie reflectora. Lo anterior se cumple para el caso de un prisma Dove tradicional. En un prisma Dove con ángulos de base de 65° , la inclinación debida al error de la cara de salida representa un 7% más que la producida por la desviación de la base. Hemos confirmado que a mayor ángulo de base, la desviación del frente de onda debida a la superficie reflectora disminuye. En cambio, la inclinación producida por la cara de salida aumenta al crecer este ángulo.

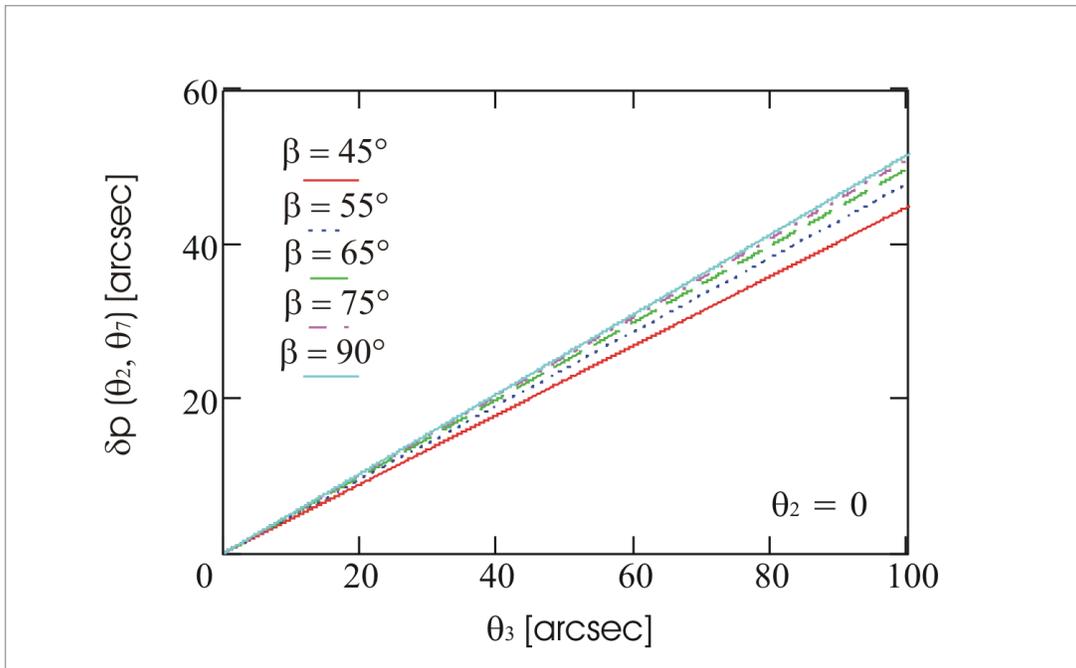


Figura 3.9 Inclinación del frente de onda como consecuencia de la desviación de la cara de salida de un prisma Dove, para diferentes ángulos de base (BK7 $n = 1.5168$).

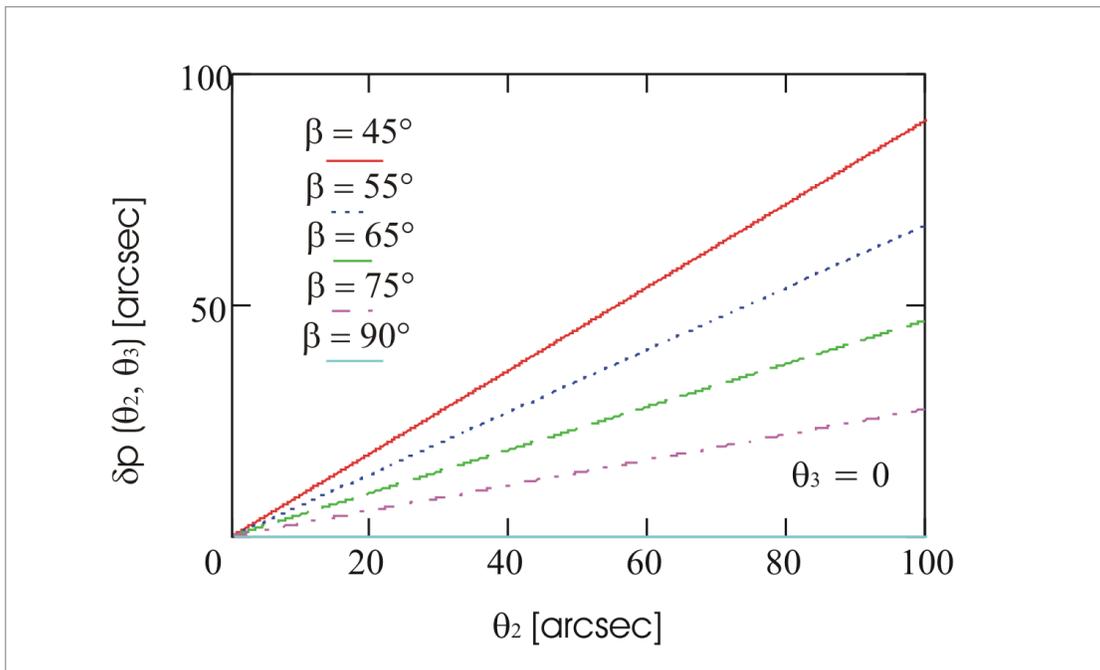


Figura 3.10 Inclinación del frente de onda debido a la desviación de la superficie reflectora de un prisma Dove, para diferentes ángulos de base (BK7 $n = 1.5168$).

Debemos proponer un ángulo de base que aproxime a cero la inclinación del frente de onda debida al error piramidal. Una manera sencilla de obtener dicha aproximación es considerando que las desviaciones en ambas superficies son iguales pero en dirección contraria ($\theta_2 = -\theta_3$). Podemos ver en la figura 3.11 que el ángulo de base de 65° presenta el mejor desempeño respecto al resto de los ángulos considerados. Un prisma Dove con esta característica produce una inclinación del frente de onda que representa el 4% del error de las superficies (θ_2 o θ_3).

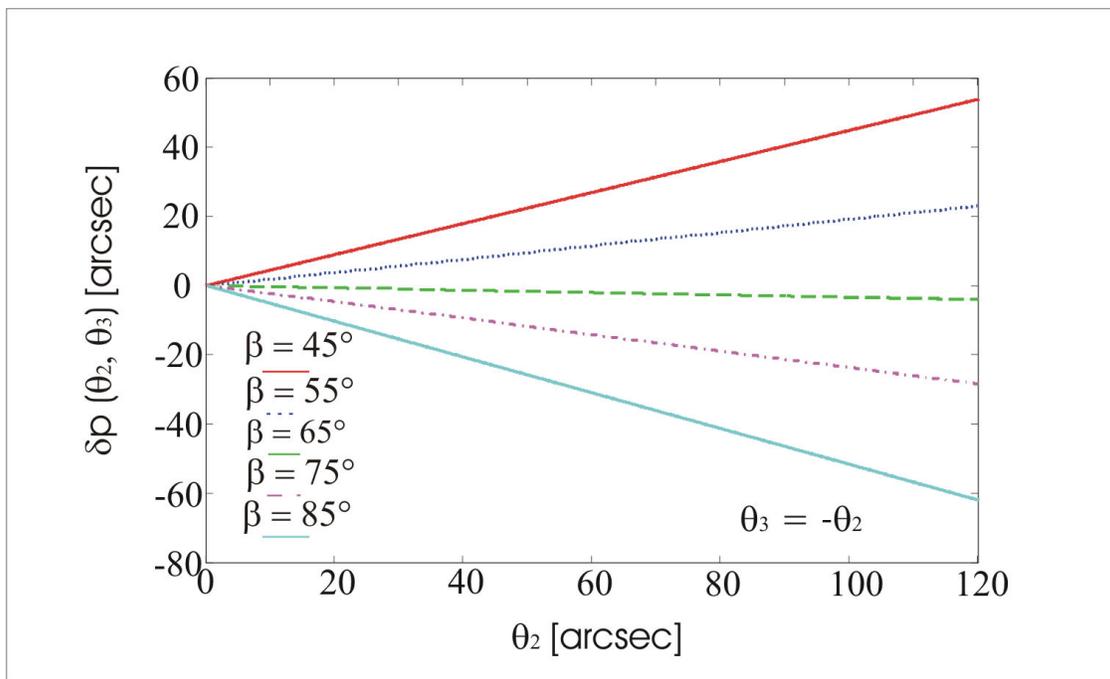


Figura 3.11 Inclinación del frente de onda producida por las desviaciones de la base y de la cara de salida del prisma Dove, ambas de igual magnitud pero en sentido opuesto (BK7 $n = 1.5168$).

La desviación total del frente de onda a la salida del prisma es la suma geométrica de las inclinaciones causadas por el error de los ángulos de base y el error piramidal (ver figura 3.7).

$$\delta_t = \sqrt{\delta_p^2 + \delta_b^2} \quad [\text{rad}] \quad (3.6)$$

La ecuación (3.6) muestra que el centro geométrico del frente de onda describirá un círculo en el plano imagen, al ser rotado por un prisma Dove con errores de fabricación. Por lo tanto, el desempeño de un IDR se verá afectado por la presencia de un prisma Dove con errores de manufactura no compensados. La presencia de un frente de onda inclinado producirá un aumento en la densidad de franjas del patrón de interferencia.

3.3.3 Error de la longitud del prisma Dove

La longitud y la altura del prisma Dove son mutuamente dependientes como veremos en la siguiente sección. Un error de la longitud del prisma produce un cambio en la distancia de camino óptico recorrido por el frente de onda. La diferencia de camino óptico provoca un desplazamiento vectorial del frente de onda saliente. Esta desviación puede ser compensada con una alineación apropiada del prisma. Lo anterior es factible sólo cuando el desplazamiento es al menos dos veces mayor que la resolución en el movimiento de la montura del prisma.

Supongamos que el prisma tiene la longitud ideal, de cualquier modo, el error de los ángulos de base introducirá una variación en la altura de salida del frente de onda. La expresión analítica que determina el cambio en la altura de frente de onda, producido por los errores de manufactura es:

$$\Delta\rho(\Delta L, \Delta\beta_1, \Delta\beta_2) = \left[(L \pm \Delta L) - \rho_1 \left(\frac{1}{\tan(\beta \pm \Delta\beta_1)} + \tan(\phi \pm \Delta\phi) \right) \right] \left[\frac{\tan(\phi \pm \Delta\phi) \tan(\beta \pm \Delta\beta_2)}{\tan(\phi \pm \Delta\phi) + \tan(\beta \pm \Delta\beta_2)} \right] - \left[L - \rho_1 \left(\frac{1}{\tan \beta} + \tan \phi \right) \right] \left[\frac{\tan \phi \tan \beta}{\tan \phi + \tan \beta} \right]. \quad [\text{m}] \quad (3.7)$$

El análisis del trazo exacto de rayos que lleva a esta ecuación se presenta en el apéndice B. Los ángulos $(\phi + \Delta\phi)$ y $(\phi - \Delta\phi)$ son definidos en el apéndice en términos del ángulo de base de entrada. El error del ángulo de base de salida no afecta de manera significativa el desplazamiento del frente de onda (ver figura 3.12).

Para el siguiente análisis consideramos las tolerancias establecidas por algunos fabricantes de prismas Dove ($\Delta L = \pm 0.2$ mm, $\Delta\beta = \pm 3$ arcmin) y suponemos el peor de los casos. En la figura 3.13 podemos ver que el error de la longitud produce el 66% del cambio en la altura de salida del frente de onda en un prisma tradicional. Para un prisma Dove con ángulos base de 65° bajo las mismas tolerancias, el error de la longitud aporta un 64% del desplazamiento total. El cambio en la altura del frente de onda disminuye al incrementar el ángulo base.

Vemos que el error de la longitud del prisma afecta en mayor grado la altura de salida del frente de onda, que la desviación en los ángulos de base. En un proceso de manufactura tradicional tenemos un mayor control en las dimensiones del prisma que de sus ángulos. Lo anterior se debe a las tolerancias especificadas en cada caso. Hemos visto que el prisma Dove con ángulos de base de 65° representa la mejor opción debido a su desempeño. Este prisma Dove modificado resulta el más adecuado para el IDR ya que es menos sensible ante errores de fabricación.

3.4 Prisma Dove de apertura extendida

En la sección anterior demostramos la necesidad de implementar prismas Dove con ángulos de base de 65° para un mejor desempeño del IDR. El aumento en los ángulos de base del prisma repercute directamente en la longitud del mismo como veremos a continuación.

La expresión analítica utilizada en el diseño de prismas Dove es función del índice de refracción del material, la altura del prisma y el ángulo de base.¹⁴

$$L(n, H, \beta) = \frac{H}{\sin 2\beta} \left(1 + \frac{\sqrt{n^2 - \cos^2 \beta} + \sin \beta}{\sqrt{n^2 - \cos^2 \beta} - \sin \beta} \right). \quad [\text{m}] \quad (3.8)$$

La letra H representa la altura del prisma como se observa en la figura 3.15.

Cuando el eje del sistema mecánico y el del prisma no están alineados al eje óptico del interferómetro, el frente de onda emergerá del prisma desplazado y/o desviado respecto a su dirección original¹⁵. La longitud del prisma es directamente proporcional al desplazamiento producido por una alineación incorrecta. Por lo tanto, a menor longitud del prisma, menor será el desplazamiento del frente de onda ante una desalineación. No olvidemos también que un prisma corto representa una ventaja en su peso.

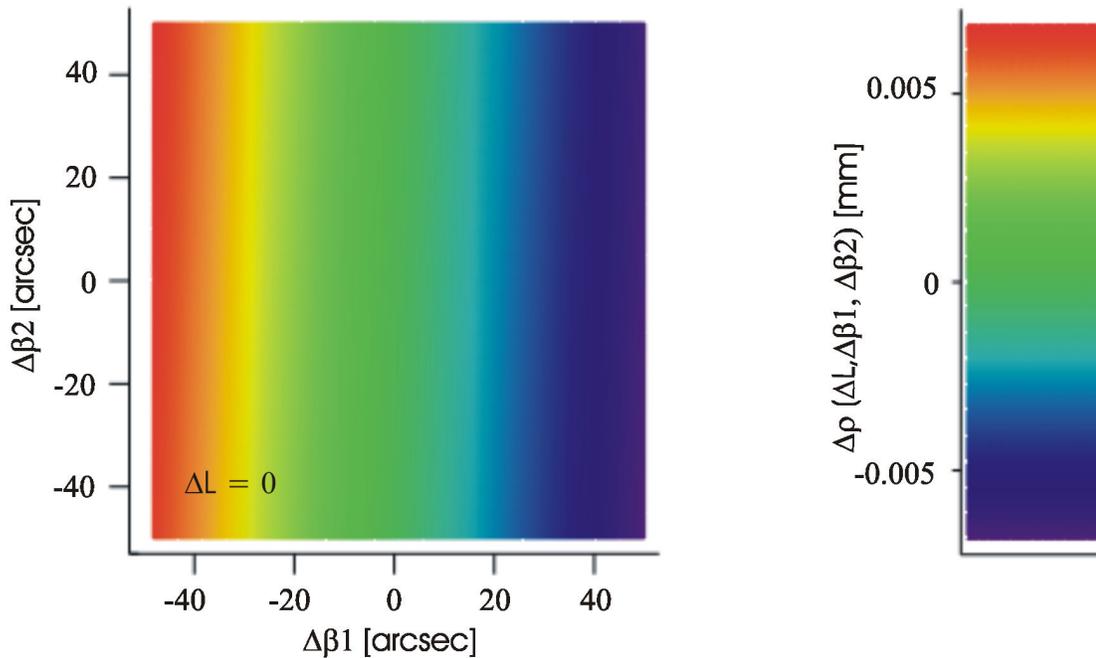


Figura 3.12 El error del ángulo de base de la superficie de salida no afecta de manera significativa el cambio de la altura del frente de onda (BK7 $n = 1.5168$, $\beta = 65^\circ$).

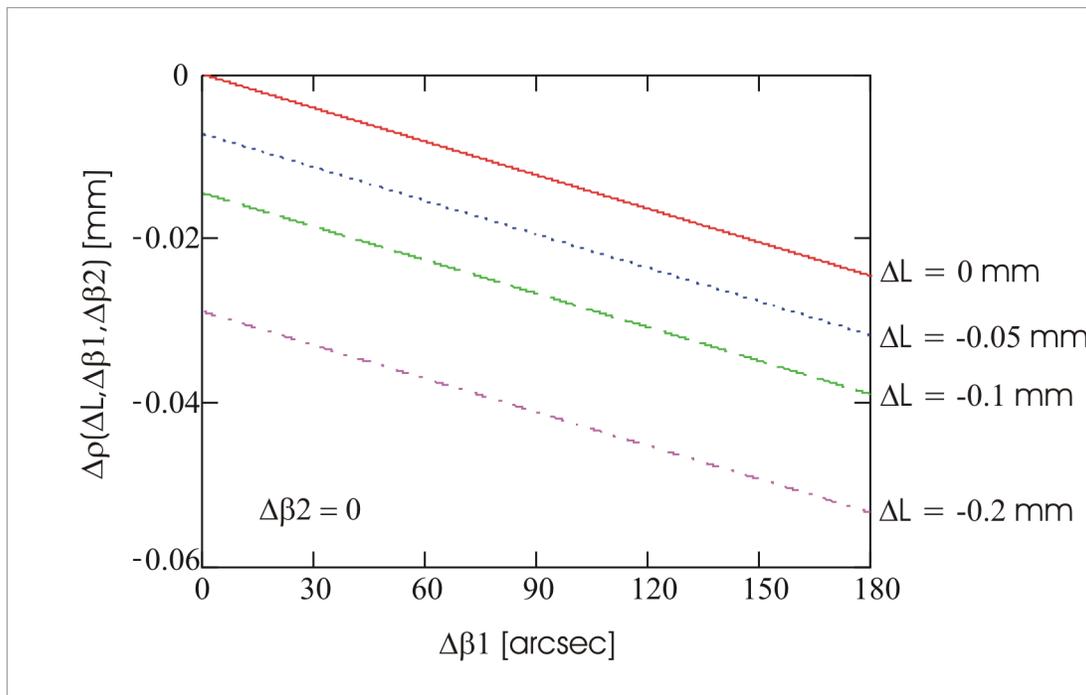


Figura 3.13 Variación de la altura de salida del frente de onda a causa del error del ángulo de base de entrada y a cambios de la longitud del prisma (BK7 $n = 1.5168$, $\beta = 65^\circ$). Consideramos el peor de los casos, observamos que el 64% del cambio de la altura de salida es debido ΔL .

La figura 3.14 muestra la longitud de un prisma Dove para distintos índices de refracción. La gráfica está normalizada respecto a la longitud de un prisma Dove fabricado en cuarzo fundido, con ángulos de base de 65° y una altura de 15 mm. Elegimos el cuarzo fundido debido a su bajo índice de refracción y a su coeficiente de expansión térmica deseablemente bajo. Un índice de refracción mayor reduce la razón longitud–apertura del prisma.

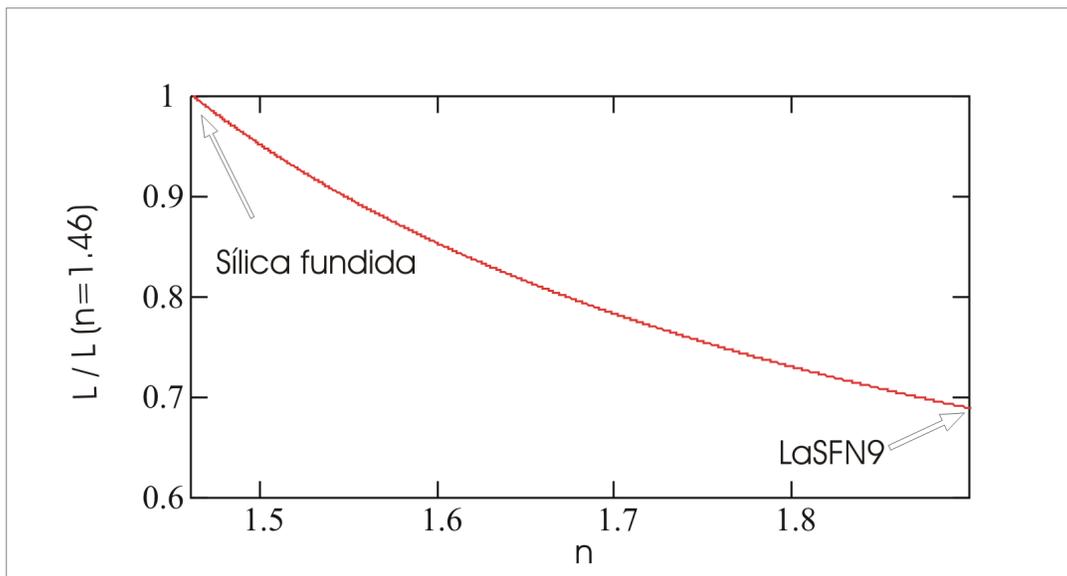


Figura 3.14 La longitud de un prisma Dove es inversamente proporcional al índices de refracción del material empleado ($H = 15 \text{ mm}$, $\beta = 65^\circ$). La gráfica está normalizada respecto a la longitud de un prisma de cuarzo fundido con iguales especificaciones.

Los prismas Dove utilizados en el IDR deben contar con una apertura amplia. Esto con el propósito de aumentar el flujo de energía recolectado por el prisma Dove. Recordemos que una de las principales aplicaciones del IDR es la detección de una señal débil en presencia de una fuerte. Por tal motivo, debemos captar la mayor cantidad de información que nos sea posible, proveniente de la señal débil.

La ecuación (3.8) nos muestra que la longitud del prisma es directamente proporcional a la altura del mismo. Sin embargo, esta expresión no involucra el ancho del prisma. Nuestro grupo de investigación del Centro de Investigaciones en Óptica A.C., área de Infrarrojo, propuso el diseño de un prisma Dove de apertura extendida fabricado con SFN 64 (ver figura 3.12). Las variables del diseño propuesto son mostradas en la siguiente tabla.

Tabla 3.2 Variables del prisma Dove de apertura extendida (SFN 64, $n = 1.70114$).

Variab les	Valor nominal	Tolerancia
Ancho	80 mm	± 0.1 mm
Alto	15 mm	± 0.1 mm
Largo	87 mm	± 0.1 mm
Ángulos de base	65°	$\pm 20''$
Ángulo de la cara reflectora	0°	$\pm 20''$
Ángulo de la cara de salida	0°	$\pm 20''$

Las tolerancias en los ángulos del prisma Dove de apertura extendida representan un 11% de las tolerancias establecidas por la industria óptica. Las tolerancias dimensionales son menores en un 50% a los prismas comerciales. Este diseño de prisma Dove nos proporciona un mejor desempeño del IDR en la búsqueda de planetas fuera del sistema Solar.

H: Alto.
W: Ancho.
L: Largo.
 β : Ángulo de base.

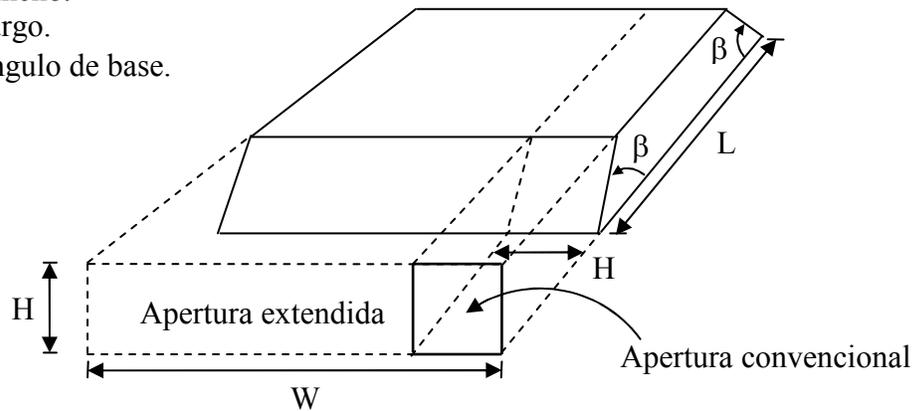


Figura 3.15 Prisma Dove de apertura extendida.

Podemos hacer una estimación de las desviaciones introducidas en el frente de onda por el prisma Dove de apertura extendida a partir de las tolerancias definidas (ver tabla 3.2). Si consideramos el peor de los casos obtenemos las desviaciones de la tabla 3.3.

Tabla 3.3 Desviaciones estimadas del frente de onda para un prisma Dove de apertura extendida.

Error de manufactura	Desviación del frente de onda
Ángulos de base	$\pm 24''$
Piramidal	$\pm 26''$
Inclinación total	$\pm 35''$
Longitud	$\pm 27 \mu\text{m}$

El desplazamiento del frente de onda tiene que ser compensado en el proceso de alineación. La inclinación total propicia un desplazamiento en el plano de interferencia. Este desplazamiento podemos disminuirlo acortando las dimensiones del IDR así como la distancia del plano de interferencia. Pensamos que es posible eliminar el desplazamiento del frente de onda en el plano

de interferencia mediante el procesamiento digital de la imagen. Lo anterior es posible una vez que conocemos las desviaciones producidas por los prismas.

3.5 Conclusiones.

Vimos la importancia del sistema de rotación del IDR y su contribución en el desempeño del mismo. Analizamos las desviaciones del frente de onda producidas por los errores de fabricación en un prisma Dove. Observamos que podemos anular la inclinación del frente de onda por el error de los ángulos de base al igualar los errores de ambas caras ($\Delta\beta_1 = \Delta\beta_2$).

Complementamos la ecuación que determina la desviación del frente de onda debida al error piramidal en el prisma. La expresión analítica contempla la desviación producto de la superficie de salida del prisma. Encontramos que es posible disminuir la inclinación del frente de onda a consecuencia del error piramidal hasta en un 96%. Esto es posible al aproximar la magnitud de los errores de la superficie reflectora y de salida pero en sentido opuesto ($\theta_2 = -\theta_3$).

Propusimos una ecuación que cuantifica el cambio en la altura del frente de onda a causa del error de la longitud del prisma y a la desviación en los ángulos de base. Observamos una disminución del cambio en la altura del frente de onda para el prisma Dove con ángulos de base de 65° .

El prisma Dove de apertura extendida disminuye la desviación del frente de onda ante errores de manufactura. Por lo tanto, también disminuye las desviaciones en el IDR como consecuencia de esto.

En el siguiente capítulo analizamos las distorsiones de una imagen ante los errores de manufactura en el prisma Dove tradicional. Los errores de fabricación que consideramos son aquellos que afectan sólo una variable del prisma Dove tradicional.

-
- ¹ G. Páez y M. Strojnik, "Differential Rotationally-shearing Interferometer: Implementation Concept," *Infrared Technology and Applications XXIII*, B. F. Andersen y M. Strojnik, Eds., Proc. SPIE **3061**, pp. 417-424 (1997).
- ² M. S. Scholl, "Signal generated by an extra-solar-system planet detected by a rotating rotationally shearing interferometer," *J. Opt. Soc. Am. A* **13**, 1584-1592 (1996).
- ³ M. S. Scholl y G. Páez, "Cancellation of star light generated by a nearby star-planet system upon detection with a rotationally-shearing interferometer," *Infr. Phys. & Technol.* **40**, pp. 357-365 (1999).
- ⁴ J. Sandoval, G. Páez y M. Strojnik, "Opto-mechanical design of a prism rotator," *Infrared Spaceborn Remote Sensing IX*, M. Strojnik, B. F. Andresen, eds., Proc. SPIE **4486**, pp. 170-180 (2001).
- ⁵ J. D. Armitage, A.W. Lohmann, "Rotary shearing interferometry," *Optica Acta*, **12**, pp 185-192 (1965).
- ⁶ D. Malacara, *Óptica Básica*, 2^a ed., Fondo de Cultura Económica, México 2004, capítulo 4.
- ⁷ E. Hecht, *Óptica*, Tr. R. Dal Col., 3^a ed., Addison Wesley Iberoamericana, Madrid 2000, capítulo 5.
- ⁸ J. P. C. Southall, *Mirror, prisms and lenses*, 3^a ed., MacMillan, New York 1933, chapter 16.
- ⁹ R. E. Hopkins, *Mirror and prism systems*, in *Military Standardization Handbook Optical Design 141*, Defence Supply Agency, Washington D.C. (1962), section 13.
- ¹⁰ S. K. Gupta y R. Hradaynath, "Angular tolerance on Dove prisms," *Appl. Opt.* **22**, pp. 3146-3147 (1983).
- ¹¹ Z. Malacara, "Angle, Distance, Curvature, and Focal Length," *Optical Shop Testing*, 2^a ed., D. Malacara Ed., John Wiley & Sons, New York 1992, chapter 18.
- ¹² I. Moreno, G. Páez, J. García y M. Strojnik, "Large-aperture Dove Prism for a Rotational Shearing Interferometer," *Infrared Spaceborne Remote Sensing X*, M. Strojnik y B. F. Andersen, Eds., Proc. SPIE **4818**, pp. 49-56 (2002).
- ¹³ I. Moreno, "Interferómetro de desplazamiento rotacional de abertura extendida y sensibilidad ajustable," Tesis Doctoral, Centro de Investigaciones en Óptica A.C., León, Guanajuato, México 2003.
- ¹⁴ H. Z. Sar-El, "Revised Dove prism formulas," *Appl Opt.* **30**, pp. 375-376 (1991)
- ¹⁵ D. L. Sullivan, "Alignment of Rotacional Prisms," *Appl. Opt.* **11**, pp. 2028-2032 (1972).

Capítulo IV

Análisis de la distorsión de una imagen debida al error en una de las variables de un prisma Dove mediante el trazo exacto de rayos

4.1 Introducción

Comencemos recordando que el rayo es una representación geométrica que corresponde a la dirección del flujo de energía radiante, o si se prefiere, a la dirección del vector de Poynting.

Los sistemas ópticos reales no son capaces de captar toda la luz emitida por la fuente. La desviación aparente de la propagación rectilínea del frente de onda en el borde del sistema como resultado de esta limitante, es conocida como difracción. Conforme la longitud de onda de la energía incidente disminuye en comparación con las dimensiones del sistema óptico, la difracción del sistema perderá importancia. En el límite conceptual, cuando la longitud de onda tiende a cero, se produce propagación rectilínea en medios homogéneos, dando lugar al campo ideal de la óptica geométrica. La óptica geométrica no permite observar comportamientos propios de la naturaleza ondulatoria de la luz, como son la interferencia y la difracción. En muchos análisis de sistemas ópticos, la gran simplicidad de la aproximación de la óptica geométrica compensa fuertemente su falta de precisión.¹

La óptica geométrica da lugar al análisis del trazo exacto de rayos. Este análisis es la principal herramienta para el diseño óptico, ya que matemáticamente es posible introducir rayos en el

sistema y evaluar su desempeño. Los fenómenos ópticos que sustentan el trazo de rayos son la reflexión y la refracción.

El objetivo de este capítulo es analizar la distorsión de la imagen transmitida por un prisma Dove tradicional con errores de manufactura. Hacemos uso del trazo exacto de rayos para determinar la distorsión de la imagen.

En el presente capítulo comenzamos haciendo un breve repaso de los conceptos básicos del trazo exacto de rayos. Después, realizamos el trazo de rayos en un prisma Dove ideal. Continuamos con el modelado de errores de manufactura, para lo cual variamos la posición de los vértices del prisma. El desplazamiento de los vértices modifica las variables del prisma, causando la distorsión de la imagen transmitida. En seguida, hacemos uso del trazo exacto de rayos para cuantificar los cambios en: la altura de salida y la dirección de propagación de los rayos. La desviación de los rayos determina el grado de distorsión de la imagen transmitida. Por último, analizamos la distorsión de la imagen a consecuencia del cambio en la variable que la produce.

4.2 Trazo exacto de rayos

La ley de Snell es el instrumento principal en la formulación del trazo exacto de rayos y por lo tanto, una herramienta necesaria en el diseño óptico. Debemos tener en mente que no es suficiente, para el diseño óptico, saber de donde provienen los rayos. El diseñador también necesita conocer a donde se dirigen y como conseguir llegar ahí.

Para el trazo exacto de rayos comenzamos por elegir un punto objeto y seleccionar la dirección de propagación del rayo. En seguida, determinamos el punto donde el rayo interseca la primera superficie de la componente o sistema óptico que nos interesa. Por medio de la ley de Snell calculamos la dirección del rayo refractado por la primera superficie. Mediante la ecuación de translación y conociendo el punto de intersección con la primera superficie y la dirección de refracción, podemos determinar el punto donde intersecará el rayo con la segunda superficie. Este proceso debemos repetirlo hasta salir del elemento refractor o del sistema óptico analizado.

Hemos visto que dos operaciones comprenden el trazo exacto de rayos. Una de ellas es la refracción o ley de Snell, la cual determina la dirección de propagación del rayo al pasar de un medio a otro. Los elementos necesarios para esta operación son:

- a) La dirección de la normal a la superficie
- b) Los índices de refracción de los medios involucrados
- c) La dirección del rayo incidente

La segunda parte del proceso, llamada translación, implica la localización del punto de intersección de un rayo con la siguiente superficie. Los factores requeridos para calcular dicho punto son:

- a) La forma de la superficie refractora
- b) La posición del punto de partida del rayo relativo a la superficie
- c) La dirección de propagación del rayo

En el análisis del trazo exacto de rayos uno puede requerir la magnitud de la distancia recorrida por el rayo, desde el punto de partida hasta su intersección con la superficie de interés. Ambos procesos los estudiaremos con más detalle en los siguientes apartados.

4.2.1 Refracción

Newton definió el fenómeno de refracción como la desviación de un rayo al pasar de un medio a otro. La ecuación matemática que modela éste fenómeno es conocida como la ley de Snell en honor a Willebrord Snell van Royen. La ley de Snell en su forma vectorial es:

$$n_t (\hat{K}_t \times \hat{N}) = n_i (\hat{K}_i \times \hat{N}). \quad (4.1)$$

Los términos empleados son:

\hat{K} es el vector unitario de dirección del rayo incidente i y transmitido t , respectivamente. \hat{N} es la normal a la superficie de la interfaz. n es el índice de refracción del medio incidente y transmitido, con subíndices i y t , respectivamente.

Agrupamos los términos de la ecuación (4.1) en un solo lado.

$$\left(\hat{K}_t - \frac{n_i}{n_t} \hat{K}_i \right) \times \hat{N} = 0. \quad (4.2)$$

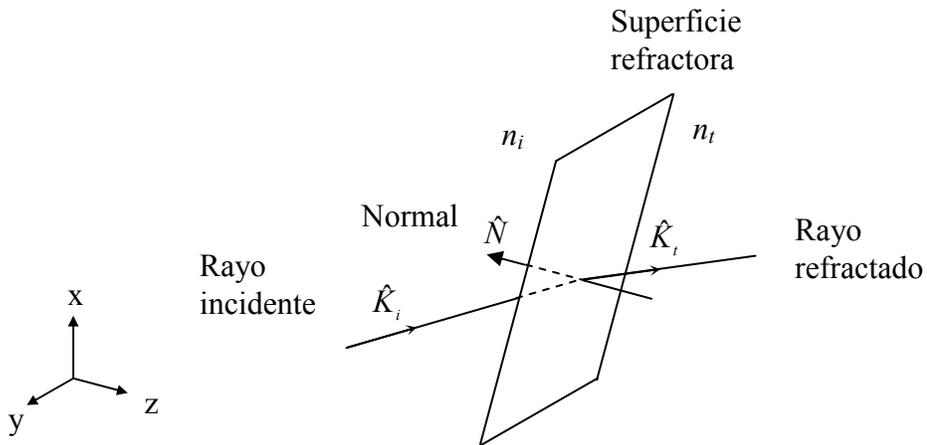


Figura 4.1 Refracción de un rayo al atravesar la interfaz que separa dos medios con diferente índice de refracción.

La expresión anterior nos indica que ambos vectores son paralelos. Por lo tanto, podemos

afirmar que la normal a la superficie es múltiplo de $\left(\hat{K}_t - \frac{n_i}{n_t} \hat{K}_i \right)$.

$$\hat{K}_t - \frac{n_i}{n_t} \hat{K}_i = \tau \hat{N}. \quad (4.3)$$

El término τ lo podemos conocer despejando \hat{K}_t y elevando ambos lados de la ecuación (4.3) al cuadrado.

$$\hat{K}_t \cdot \hat{K}_t = \left(\frac{n_i}{n_t} \hat{K}_i + \tau \hat{N} \right) \cdot \left(\frac{n_i}{n_t} \hat{K}_i + \tau \hat{N} \right). \quad (4.4)$$

Desarrollamos los productos punto y algunos pasos algebraicos después obtenemos:

$$1 = \left(\frac{n_i}{n_t} \right)^2 + \tau^2 + 2 \frac{n_i}{n_t} \tau (\hat{K}_i \cdot \hat{N}). \quad (4.5)$$

Resolvemos para el término τ y lo sustituimos en la ecuación (4.3), obteniendo la expresión del vector de propagación del rayo refractado.²

$$\hat{K}_t = \frac{n_i}{n_t} \hat{K}_i + \left[\sqrt{\left(\frac{n_t}{n_i} \right)^2 - 1 + (\hat{K}_i \cdot \hat{N})^2} - (\hat{K}_i \cdot \hat{N}) \right] \frac{n_i}{n_t} \hat{N}. \quad (4.6)$$

Consideramos el caso donde el rayo pasa a través de un número m de interfaces produciéndose así m refracciones. Por lo tanto, podemos reescribir la ecuación (4.6) como:

$$\hat{K}_{m+1} = \frac{n_m}{n_{m+1}} \hat{K}_m + \left[\sqrt{\left(\frac{n_{m+1}}{n_m} \right)^2 - 1 + (\hat{K}_m \cdot \hat{N})^2} - (\hat{K}_m \cdot \hat{N}) \right] \frac{n_m}{n_{m+1}} \hat{N}. \quad (4.7)$$

Los subíndices m y $m+1$ nos indican los parámetros del medio incidente y del medio transmitido, respectivamente.

4.2.2 Translación

Partiendo de que conocemos el origen del rayo, $\vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$, así como su dirección de propagación $\hat{K}(x, y, z)$, podemos determinar el punto de intersección con un plano dado (ver figura 4.2). La posición del rayo al incidir sobre el plano que está a una distancia d del punto de partida del rayo es:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + d\hat{K} \quad [\text{m}] \quad (4.8)$$

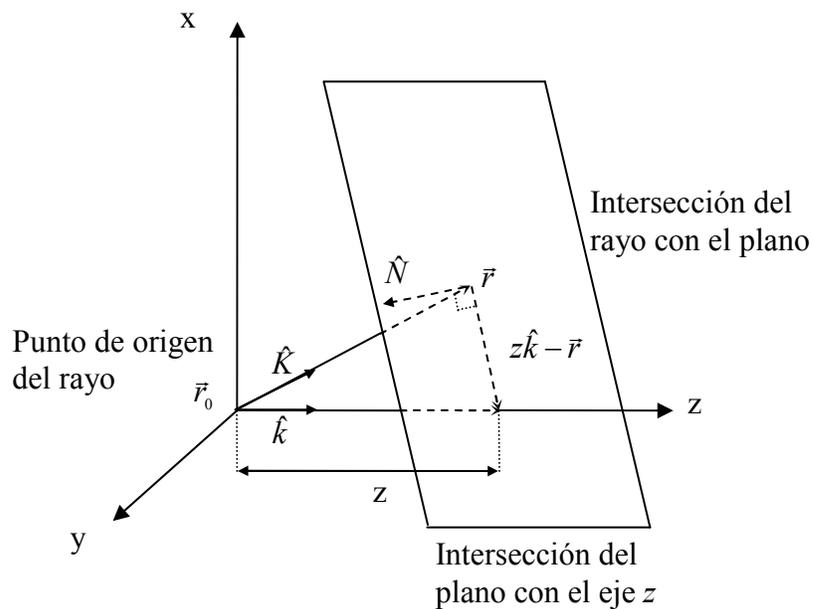


Figura 4.2 Mediante la operación de translación determinamos el punto de intersección de un rayo con un plano.

Recordemos que podemos determinar la ecuación de un plano a partir de su normal y de al menos un punto sobre éste. Suponemos que conocemos el punto de intersección del plano con el eje z y la normal al plano, por tanto, la ecuación la expresamos como:

$$(z\hat{k} - \bar{r}) \cdot \hat{N} = 0. \quad [\text{m}] \quad (4.9)$$

El vector \bar{r} representa el punto de intersección del rayo con el plano. Si deseamos determinar la distancia recorrida por el rayo hasta incidir en el plano (d), debemos sustituir la ecuación (4.8) en (4.9).

$$(z\hat{k} - \bar{r}_0 + d\hat{K}) \cdot \hat{N} = 0. \quad [\text{m}] \quad (4.10)$$

Después de algunos pasos algebraicos resulta que la distancia recorrida por el rayo es:

$$d = \frac{(z\hat{k} - \bar{r}_0) \cdot \hat{N}}{\hat{K} \cdot \hat{N}}. \quad [\text{m}] \quad (4.11)$$

El punto de intersección del rayo con el plano lo obtenemos al sustituir la ecuación (4.11) en la expresión (4.8).³

$$\bar{r} = \bar{r}_0 + \frac{(z\hat{k} - \bar{r}_0) \cdot \hat{N}}{\hat{K} \cdot \hat{N}} \hat{K}. \quad [\text{m}] \quad (4.12)$$

Podemos extender la ecuación (4.12) para el caso de varios planos consecutivos. Los puntos de intersección de un rayo a través de distintos planos se obtienen a partir de la siguiente ecuación de recursividad.

$$\vec{r}_{m+1} = \vec{r}_m + \frac{(\vec{p}_{m+1} - \vec{r}_m) \cdot \hat{N}_{m+1}}{\hat{K}_{m+1} \cdot \hat{N}_{m+1}} \hat{K}_{m+1}. \quad [\text{m}] \quad (4.13)$$

Los subíndices m y $m+1$ nos indican los parámetros referentes a la posición del rayo en un plano previo, y al plano que será intersecado, respectivamente. El vector \vec{p}_{m+1} es el punto del plano de intersección del plano con el eje z .

4.3 Desplazamiento vectorial de un rayo producido por errores de manufactura

El desplazamiento vectorial de un rayo debido a los errores de manufactura en un prisma Dove lo determinamos mediante las ecuaciones (4.6) y (4.12). Estas expresiones tienen una dependencia implícita de los errores de: longitud, ángulos de base y pirámide. Esta dependencia se debe a que las normales de las superficies del prisma ($\hat{N}_1, \hat{N}_2, \hat{N}_3$) son modificadas por la presencia de errores en los ángulos de base y por la presencia del ángulo piramidal. La dirección de propagación de los rayos cambia respecto a la ideal, una vez que son refractados por la superficie con errores. Un cambio en la longitud del prisma desplaza el punto de intersección de al menos una cara del prisma, respecto al eje z . Las modificaciones mencionadas, ya sea en forma conjunta o individual, ocasionan un desplazamiento vectorial de los rayos transmitidos por un prisma Dove real.

El error piramidal y los errores en los ángulos de base producen un cambio en la dirección de propagación de los rayos. En el capítulo anterior constatamos que ambas desviaciones son ortogonales entre sí. La suma geométrica de éstas y la longitud de camino óptico (LCO) de cada rayo, nos proporcionan las coordenadas de los nuevos puntos de intersección en el plano imagen.

Un error en la longitud del prisma provoca un desplazamiento de los rayos hacia la parte superior o inferior del plano imagen, según la dirección del error. Una disminución en la longitud ($-\Delta L$) hace que los puntos de intersección con el plano imagen se desplacen hacia la parte inferior de éste ($-\Delta x$). En cambio, cuando la longitud se incrementa ($+\Delta L$) los puntos de intersección de cada rayo con el plano imagen se desplaza hacia arriba ($+\Delta x$), a partir de las coordenadas del caso ideal.

Conocemos ahora la dependencia de las ecuaciones (4.6) y (4.12) respecto a los errores de las variables del prisma, que afectan su desempeño. Por tal motivo podemos expresarlas como:

$$\hat{K}_i(\Delta\beta, \theta) = \frac{n_i}{n_t} \hat{K}_i + \left[\sqrt{\left(\frac{n_t}{n_i}\right)^2 - 1 + [\hat{K}_i \cdot \hat{N}(\Delta\beta, \theta)]^2} - [\hat{K}_i \cdot \hat{N}(\Delta\beta, \theta)] \right] \frac{n_i}{n_t} \hat{N}(\Delta\beta, \theta). \quad (4.14)$$

$$\bar{r}(\Delta L; \Delta\beta, \theta) = \bar{r}_0 + \frac{[(z + \Delta L)\hat{k} - \bar{r}_0] \cdot \hat{N}(\Delta\beta, \theta)}{\hat{K} \cdot \hat{N}(\Delta\beta, \theta)} \hat{K}. \quad [\text{m}] \quad (4.15)$$

Los nuevos términos utilizados son:

ΔL es el desplazamiento del punto de intersección del plano en cuestión con el eje z, debido a un error en la longitud del prisma [m]. $\Delta\beta$ es el error del ángulo de base de la superficie

correspondiente [rad]. θ es el ángulo comprendido entre la normal de la superficie analizada y el plano de simetría del prisma [rad].

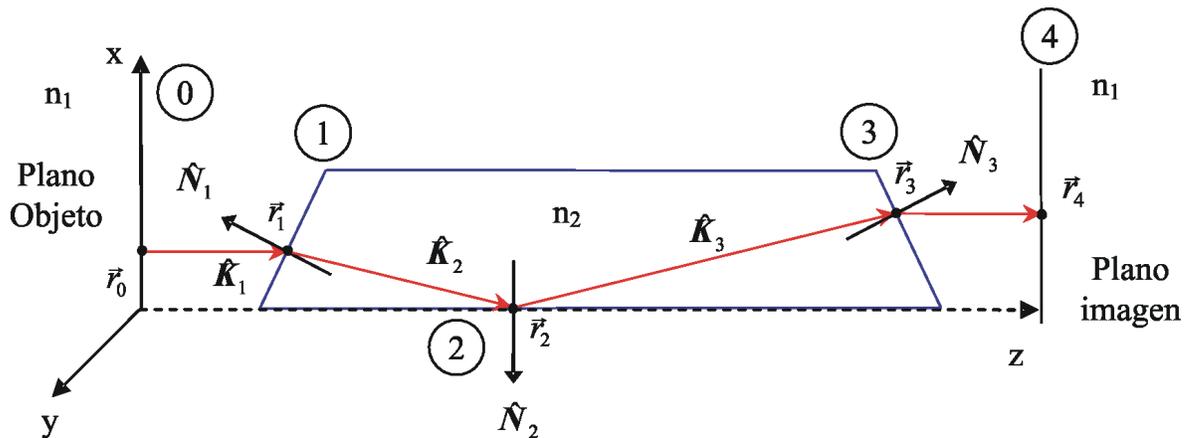


Figura 4.3 Diagrama del trazo exacto de rayos a través de un prisma Dove. Los vectores unitarios \mathbf{K}_i , \mathbf{N}_i representan los vectores de propagación del rayo y las normales a las superficies del prisma, respectivamente. Los vectores \mathbf{r}_i representan los puntos de intersección de los rayos en las superficies respectivas.

Tenemos ocho posibles variables que afectan las coordenadas del punto de intersección del rayo en el plano imagen. El error en la longitud del prisma modifica al menos un punto de intersección de las superficies del prisma respecto al eje z . Por tal motivo, definimos ΔL_1 , ΔL_2 y ΔL_3 como los cambios en el punto de intersección de la cara de entrada, de la base y de la cara de salida, respectivamente. Los errores en los ángulos de base nos proporcionan dos factores más que modifican las coordenadas del punto de intersección del rayo con el plano imagen. Las desviaciones de las normales de cada una de las superficies respecto al plano de simetría del prisma nos determinan las tres variables restantes. Estos ángulos los representaremos mediante θ_1 , θ_2 , θ_3 que corresponden a la desviación de las normales de: la cara de entrada, la superficie

reflectora y la cara de salida, respectivamente. La dependencia de las expresiones (4.14) y (4.15) podemos simplificarla definiendo lo siguiente:

$$\Delta L_i = (\Delta L_1, \Delta L_2, \Delta L_3). \quad [\text{m}] \quad (4.16)$$

$$\Delta \beta_i = (\Delta \beta_1, 0, \Delta \beta_2). \quad [\text{rad}] \quad (4.17)$$

$$\theta_i = (\theta_1, \theta_2, \theta_3). \quad [\text{rad}] \quad (4.18)$$

El subíndice i nos indica la superficie analizada y puede tomar los valores $i = 1, 2$ o 3 .

Hemos numerado las superficies que intervienen en la transmisión de los rayos, partiendo del plano objeto que es la superficie cero hasta el plano imagen que es la número cuatro (ver figura 4.3). A partir de la ecuación (4.15) podemos determinar las coordenadas del punto de intersección de un rayo en el plano imagen.

$$\vec{r}_i(\Delta L_i; \Delta \beta_i, \theta_i) = \vec{r}_0 + \sum_{m=1}^{m=i} \frac{[(z_m + \Delta L_m) \hat{k} - \vec{r}_{m-1}] \cdot \hat{N}_m(\Delta \beta_m, \theta_m)}{\hat{K}_{m-1} \cdot \hat{N}_m(\Delta \beta_m, \theta_m)} \hat{K}_{m-1}. \quad [\text{m}] \quad (4.19)$$

El desplazamiento vectorial del punto de intersección de un rayo provocado por los errores de manufactura del prisma es:

$$\Delta \vec{r}_i(\Delta L_i; \Delta \beta_i, \theta_i) = \vec{r}_i(\Delta L_i; \Delta \beta_i, \theta_i) - \vec{r}_i(0, 0, 0). \quad [\text{m}] \quad (4.20)$$

4.4 Trazo exacto de rayos en un prisma Dove ideal

El trazo exacto de rayos lo hacemos con un algoritmo desarrollado por nosotros. El programa efectúa el trazo exacto de rayos en un prisma Dove. Este permite definir las características principales de un prisma Dove como son: alto, ancho, índice de refracción y ángulo de base del prisma. Estas variables permiten al programa definir la longitud ideal del prisma, así como las coordenadas de cada uno de sus vértices. Recordemos que al hablar de un prisma ideal nos referimos a un prisma sin errores de manufactura.

El programa almacena en memoria las coordenadas de los puntos de intersección de los rayos con el plano imagen, para el caso ideal. Este nos permite introducir errores en las coordenadas de cada uno de los vértices del prisma, a fin de modelar errores de manufactura. El algoritmo tiene como prioridad conservar superficies planas ante cualquier deformación definida por el usuario. Por lo tanto, una vez que hemos definido los errores de interés, el programa redefine las coordenadas de los vértices del prisma para cumplir con su prioridad. Los ajustes realizados los determinamos a partir del análisis del proceso de manufactura del prisma. En la fabricación de los prismas buscamos en todo momento obtener superficies planas. Por tal motivo, todo proceso de manufactura en el prisma se hace utilizando un plano de referencia.

Las nuevas coordenadas de los vértices y el trazo exacto de rayos le permiten al programa desplegar diversos diagramas de mallas. Llamamos diagrama de mallas a un diagrama de puntos con la variante de que los puntos están unidos entre sí y forman una malla o red. Estos muestran claramente la distorsión de la imagen en el plano. Entre los diagramas desplegados están aquellos que muestran, de manera simultánea, las coordenadas de los puntos de intersección de

los rayos en el plano objeto y en el plano imagen. Es importante considerar que el plano imagen definido se encuentra en $z = L$ (longitud del prisma). Estos diagramas se muestran para ambos casos: el prisma ideal y el prisma real (con errores de manufactura). Otros diagramas presentan las coordenadas de intersección de los rayos en el plano imagen, de ambos casos simultáneamente. Estos últimos nos proporciona la información que analizamos a lo largo del presente capítulo.

Por cuestión del rumbo que tomará nuestro estudio, utilizamos las dimensiones de un prisma Dove tradicional con apertura cuadrada de 15mm por lado. La longitud calculada para esta apertura, para un prisma fabricado en BK7 ($n = 1.5168$), es de 63.42 mm. Los valores nominales de las variables del prisma aseguran una longitud de camino óptico constante a través del prisma.

Las coordenadas de los vértices del prisma ideal son calculadas partiendo de que el vértice inferior izquierdo de la cara de entrada está en el origen del sistema (ver figura 4.4). El eje x indica la altura del prisma (H , por su sigla en inglés). El eje y denota el ancho (W) de su apertura. La longitud del prisma (L) así como la dirección de propagación de los rayos están a lo largo de la dirección positiva de z . Consideramos en todo momento que los rayos inciden a 45° de la normal a la cara de entrada, y todos son paralelos entre sí.

La letra R es la imagen más utilizada en modelos explicativos de trasmisión y/o distorsión de imágenes. Por esta razón, durante el presente capítulo hacemos uso de una matriz de rayos en forma de R a manera de modelo cualitativo.

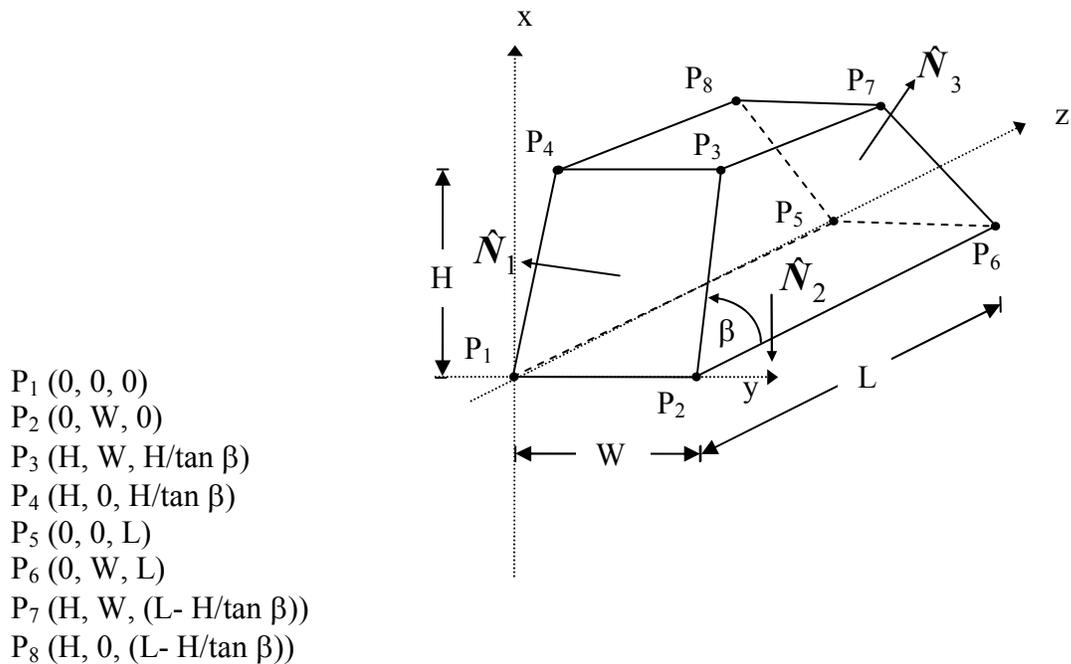


Figura 4.4 Coordenadas de los vértices de un prisma Dove sin errores de manufactura. El término β se refiere al valor nominal del ángulo de base. La letra H representa la altura, así como W el ancho y L la longitud del prisma. P_i señala los vértices del prisma, donde $i = 1, 2, \dots, 8$.

Las dimensiones del prisma antes mencionadas, las introducimos en el programa de trazo de rayos para analizar el caso ideal. Recordemos que las dos principales características de un prisma Dove ideal son: invertir y conservar la trayectoria del frente de onda. El diagrama de puntos obtenido para el prisma ideal lo podemos ver en la figura 4.5. Este esquema muestra con x azules las coordenadas de los rayos en el plano objeto, proyectadas al plano imagen. Las coordenadas de los puntos de intersección de los rayos con el plano imagen son representadas con círculos rojos.

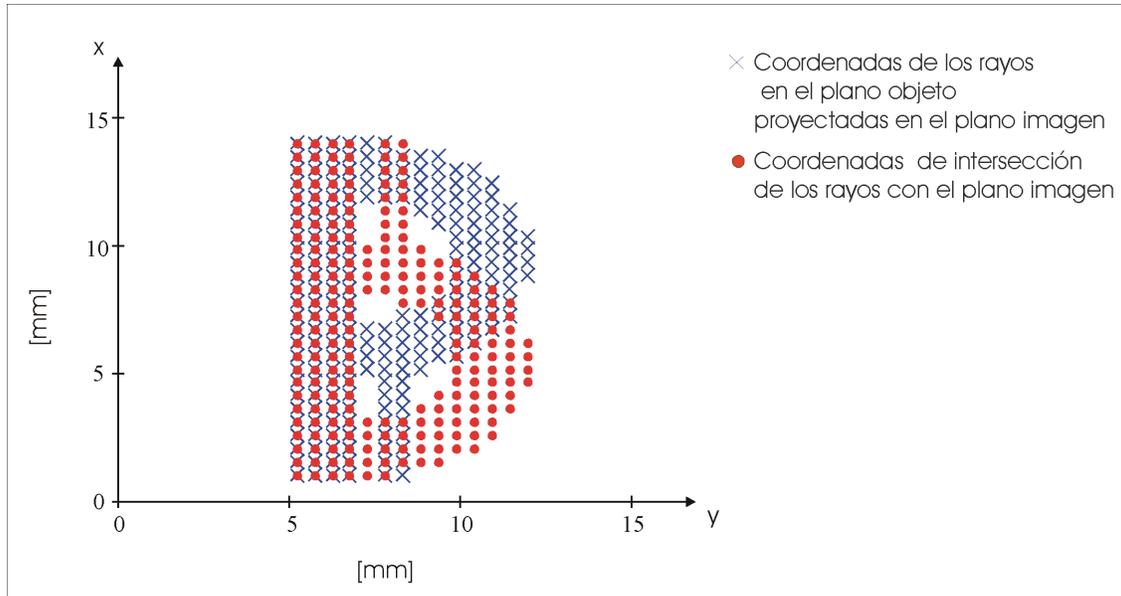


Figura 4.5 Diagrama de puntos de la imagen de la letra R antes y después de ser transmitida por un prisma Dove ideal. La imagen es invertida, conserva su trayectoria y no es distorsionada.

En un prisma ideal sólo observamos el fenómeno de inversión de una imagen, el cual tratamos en el capítulo 3 (ver apartado 3.2.2). La figura 4.5 muestra que el frente de onda conserva su trayectoria al pasar a través del prisma ideal.

El desempeño de los prismas Dove de apertura extendida debe semejar, en la medida de lo posible, al mostrado en la figura 4.5. Como sabemos, un buen desempeño de los prismas reduce la incertidumbre del interferómetro de desplazamiento rotacional.

4.5 Análisis de la distorsión de una imagen causada por un prisma Dove tradicional real

El objetivo de este apartado es analizar la distorsión de la imagen transmitida por un prisma Dove tradicional real. Analizaremos las distorsiones producidas por errores de manufactura que modifiquen solo una variable del prisma a la vez.

Comenzaremos por definir los errores de manufactura que estudiamos y la razón de ello.

Mencionamos ya, que el algoritmo usado conserva en todo momento superficies planas.

Recordemos que tres puntos definen un plano. Esta condición descarta la posibilidad del desplazamiento de uno sólo de los vértices, de los cuatro que componen una superficie del prisma.

El programa permite modificar uno de los dos vértices que presentan el error en una superficie. Para mantener la condición de un plano, el programa calcula el desplazamiento de un segundo punto, indicado por el usuario. No todos los errores que involucran el desplazamiento de dos vértices consecutivos representan un cambio en una sola de las variables del prisma. Errores que involucran dos vértices de la base, modifican al menos dos variables. Es por esto que nuestro estudio no considera el análisis de las distorsiones producidas por errores en la superficie reflectora del prisma. Las superficies de entrada y de salida comparten dos vértices con la base del prisma, por lo tanto no forman parte de nuestro estudio. La introducción de errores en tres de los vértices de una cara del prisma representa un cambio de dos o más variables, por esta razón estos casos están excluidos de nuestro análisis.

Las distorsiones de la imagen que analizaremos se reducen a las producidas por errores en los siguientes pares de vértices (ver figura 4.4):

- | | |
|------------------|------------------|
| a) P_2 y P_3 | d) P_6 y P_7 |
| b) P_1 y P_4 | e) P_5 y P_8 |
| c) P_3 y P_4 | f) P_7 y P_8 |

El desplazamiento de los vértices en cada caso es de igual magnitud y en la misma dirección.

Esta restricción nos permite conservar superficies planas. Por tal motivo, podemos asegurar que la distorsión en la imagen producto de los casos a) y b) es de igual magnitud pero de signo contrario o bien, están revertidas respecto al plano de simetría del prisma (ver figura 3.8). Lo mismo ocurre para los errores en P_6 y P_7 , y en P_5 y P_8 . En los siguientes apartados nos abocaremos al estudio de las distorsiones en la imagen producidas por los errores de los casos a), c), d) y f).

4.5.1 Distorsión de una imagen debido a errores de los vértices P_2 y P_3

El error en la arista formada por los vértices P_2 y P_3 se traduce en una desviación de la normal de entrada respecto al plano de simetría del prisma (ver figura 4.6). Esta desviación pertenece al error piramidal (ver apartado 3.3.2).

Los errores de manufactura producen un cambio de las coordenadas de los rayos en el plano imagen, respecto al caso ideal. En este caso en particular, el cambio de las coordenadas se debe en parte a la modificación gradual en la longitud del prisma. En la figura 4.6 observamos que el

error en longitud es máximo en la arista delimitada por P_2 y P_6 . En cambio, en el costado donde se localizan P_1 y P_5 el error en la longitud es cero. El cambio de la longitud es ocasionado por la inclinación de la cara de entrada. El error paulatino en la longitud causa una LCO distinta para cada columna de rayos. Por otra parte, el error de la normal de entrada afecta la dirección de propagación de los rayos, ocasionando un cambio en la trayectoria del frente de onda a la salida del prisma.

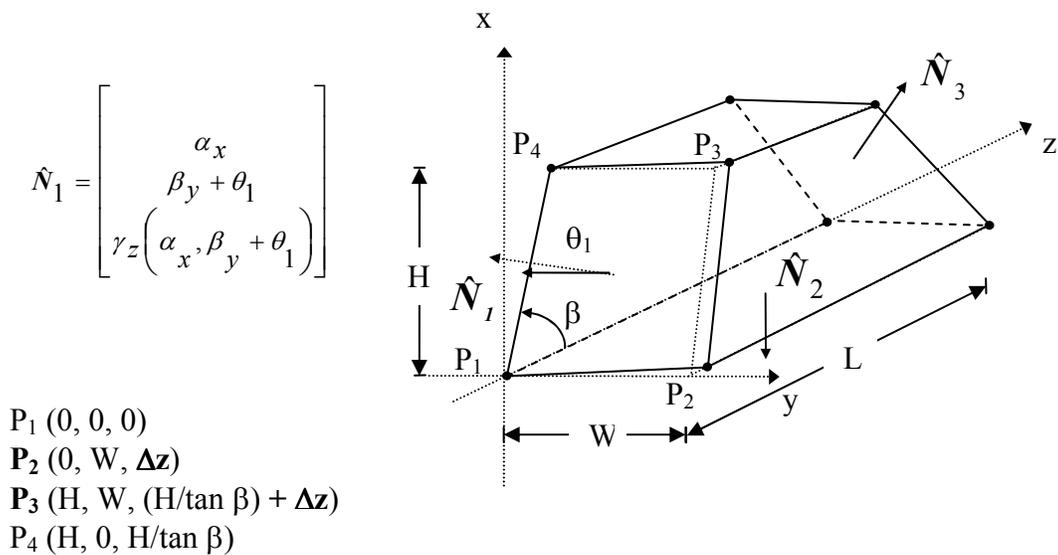


Figura 4.6 Prima Dove con error en los vértices P_2 y P_3 en la dirección de $+z$. Las líneas punteadas en el prisma representan la condición ideal de éste. El error de los vértices modifica los ángulos directores de la normal de entrada. Esta desviación induce un cambio en el vector de propagación de los rayos.

La figura 4.7 muestra la distorsión de una imagen transmitida por un prisma con una error de 3 mm en los vértices P_2 y P_3 , en la dirección de $+z$ (ver figura 4.6). La magnitud del error de manufactura es exclusivamente con fines didácticos, ya que nos permite ver la distorsión de la

imagen con mayor claridad. En el pie de figura mencionamos la variable afectada por error de manufactura estudiado en cada caso. Damos por entendido que el resto de las variables permanecen sin cambio.

Observemos que el error en x , Δx , es mayor en la columna de rayos cercana al vértice P_2 . Esto se debe a que la LCO es menor en ese costado del prisma. En cambio, Δx disminuye conforme nos acercamos al vértice P_1 , donde la LCO permanece sin cambio. El error en y , Δy , es causado por el cambio en la normal a la superficie de entrada. Este modifica la dirección de propagación de los rayos provocando la aparición de la distorsión en y de la imagen. Debemos considerar que los rayos son refractados nuevamente por la cara de salida, modificando una vez más la dirección de estos. Este cambio en la dirección de propagación contribuye también en la deformación de la imagen.

Las expresiones analíticas que nos permiten distinguir entre la distorsión a la de salida del prisma y el plano imagen son:

$$\Delta x = \Delta x' + z \frac{dx}{dz}. \quad (4.21)$$

$$\Delta y = \Delta y' + z \frac{dy}{dz}. \quad (4.22)$$

Los términos $\Delta x'$ y $\Delta y'$ representan el error en las coordenadas de los puntos de intersección sobre la superficie de salida del prisma. La letra z es la distancia comprendida entre el punto de salida del rayo en el prisma y el plano imagen. No confundamos la distancia entre superficies

con la distancia recorrida por el rayo. Debemos tener especial cuidado al determinar dicha distancia, ya que esta varía dependiendo del punto de salida del rayo. Por último, la derivada representa la tangente del ángulo que describe el cambio en la dirección del rayo, respectivamente.

Las intersecciones de las líneas en cada uno de los diagramas de mallas representan las coordenadas de los puntos de intersección de los rayos con el plano imagen. Como observamos en la figura 4.7, el desplazamiento de los puntos de intersección con el plano imagen no es constante. Los errores en x y en y están definidos por las componentes de la ecuación (4.20). En esta expresión podemos ver que el desplazamiento vectorial de un rayo en plano imagen es directamente proporcional al cambio en las variables del prisma.

Una de las razones por la que hemos decidido utilizar los diagramas de mallas, es para denotar que ante cualquier error de manufactura en el prisma, la imagen conserva la condición de ser un paralelogramo. El ángulo η nos indica la distorsión en y de la imagen. En cambio, el ángulo κ muestra la distorsión en x de la imagen. Al lado derecho de las mallas podemos ver el diagrama de puntos que muestra la distorsión de la imagen de la letra R ante el error de fabricación analizado. Esto a manera de análisis cualitativo.

Cuando el error se encuentra en el par de vértices P_1 y P_4 no es analizado por las razones ya antes mencionadas. Podemos afirmar que las distorsiones en la imagen provocadas por el error P_1 y P_4 bajo las mismas condiciones, son semejantes a las analizadas hasta el momento. La diferencia consiste en que los cambios en la imagen son revertidos sobre el plano de simetría del prisma.

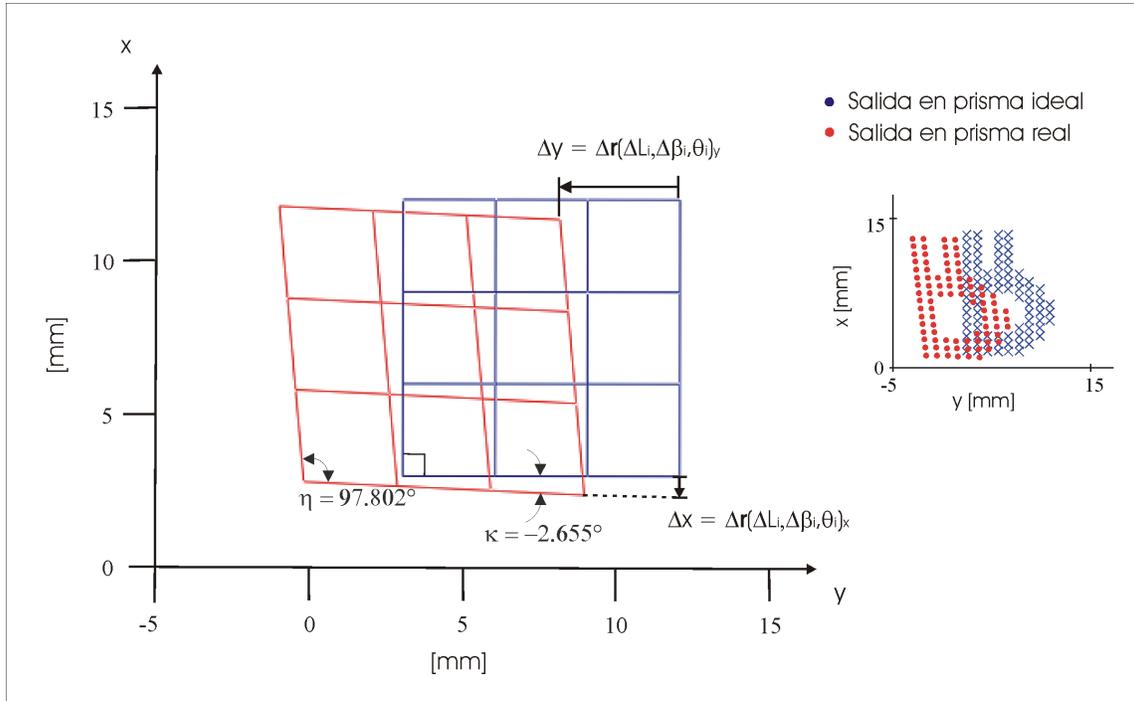


Figura 4.7 Imagen distorsionada por un error de 3 mm de la arista definida por los puntos P_2 y P_3 , en la dirección de $+z$. Este error desvía la normal de entrada ($\theta_1 = -8.049^\circ$). La desviación de la normal ocasiona una DCO y cambio en la dirección de los rayos. Lo anterior produce una distorsión $-\Delta x$ y $-\Delta y$.

4.5.2 Distorsión de una imagen a causa de los errores de los vértices P_3 y P_4

Cuando el error de manufactura está en los vértices P_3 y P_4 , la variable modificada es el ángulo de base de entrada (ver figura 4.8). A diferencia del caso anterior, la imagen sólo es afectada verticalmente (ver figura 4.9). Recordemos que los errores en los ángulos de base generan un cambio en la altura de salida del rayo (ver apartado 3.3.1). La distorsión de la imagen en la dirección x se presenta frente a una variación en los ángulos de base, a menos que ambos errores sean iguales. Un cambio en el ángulo de base de entrada no produce la misma distorsión que cuando este mismo error se encuentra en el ángulo de base de salida, como lo veremos más adelante.

El desplazamiento en x de los puntos intersección con el plano imagen, en este caso, se debe a la diferencia de camino óptico (DCO) que existe entre la primera y la última fila de rayos. No perdamos de vista que cualquier cambio de una variable del prisma modifica la LCO de los rayos. En el error de manufactura analizado, la LCO es constante a lo ancho del prisma, más no a lo alto. Por esta razón, observamos que el desplazamiento de la imagen en la dirección de x no es igual para cada fila (ver figura 4.9).

En la distorsión de la imagen debida al ángulo de base observamos una amplificación transversal en la dirección x , la cual se incrementa con la altura del rayo. No podemos llamar a este efecto aberración de coma, ya que los rayos sobre el eje óptico también presentan amplificación y no existe amplificación sagital. Es posible cuantificar el Δx para cada fila de rayos mediante la ecuación (4.20).

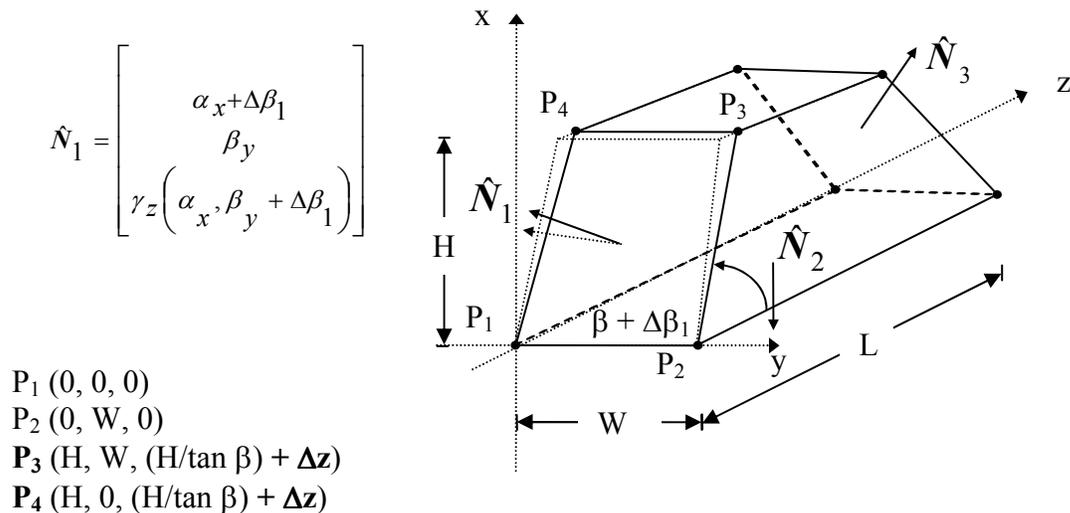


Figura 4.8 Prima Dove con error de la arista delimitada por P_3 y P_4 , en la dirección de $+z$. La línea punteada en el prisma representa la condición ideal de éste. El error de fabricación analizado causa la desviación del ángulo de base de entrada $(-\Delta\beta_1)$.

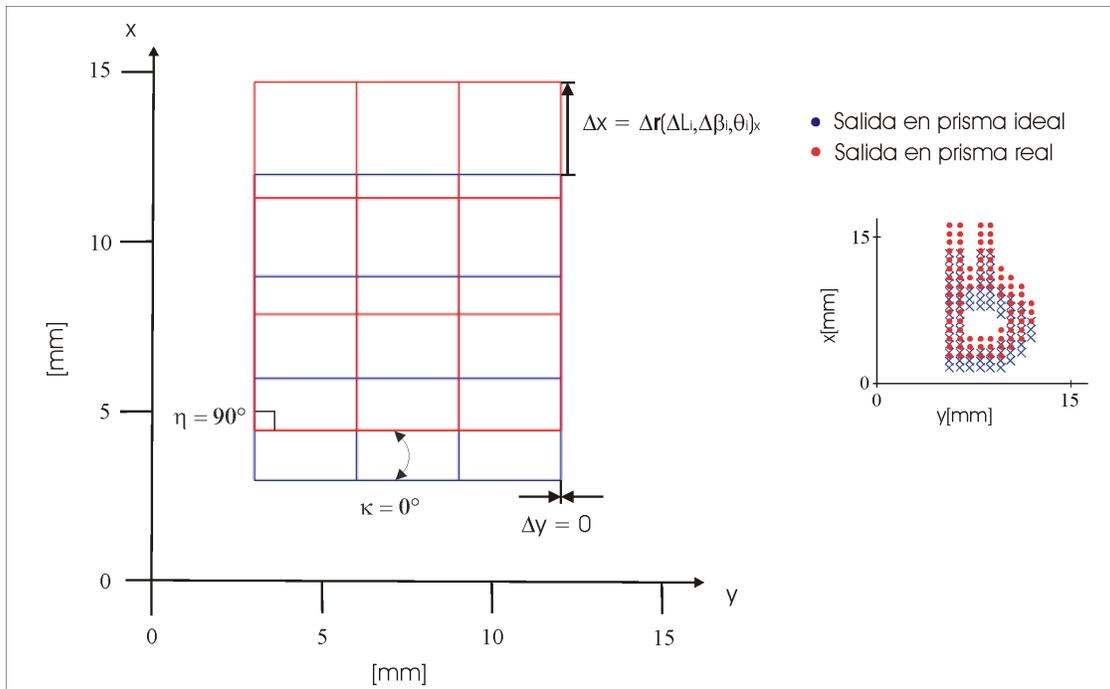


Figura 4.9 Distorsión de una imagen debido a un error de 3 mm de la arista P_3 y P_4 , en la dirección de $+z$. El error en el ángulo de base ($\Delta\beta_1 = -5.194^\circ$) causa una distorsión de una imagen en la dirección de x ($+\Delta x$). La amplificación transversal en la dirección x , depende de la altura del rayo incidente.

4.5.3 Distorsión de una imagen producida por errores de los vértices P_6 y P_7

La distorsión producida en la imagen ante un desplazamiento en la arista definida por P_6 y P_7 se asemeja al primer caso analizado. En ambos casos Δx tiene la misma magnitud en la cara de salida. Lo anterior es consecuencia de que ambos errores presentan la misma disminución gradual en la longitud del prisma. Este cambio en longitud produce un aumento progresivo de la DCO a lo ancho del prisma. Conforme nos acercamos a la arista formada por P_2 y P_6 la diferencia de camino óptico se incrementa (ver figuras 4.10 y 4.6). La LCO permanece constante a lo alto del prisma, en ambos casos.

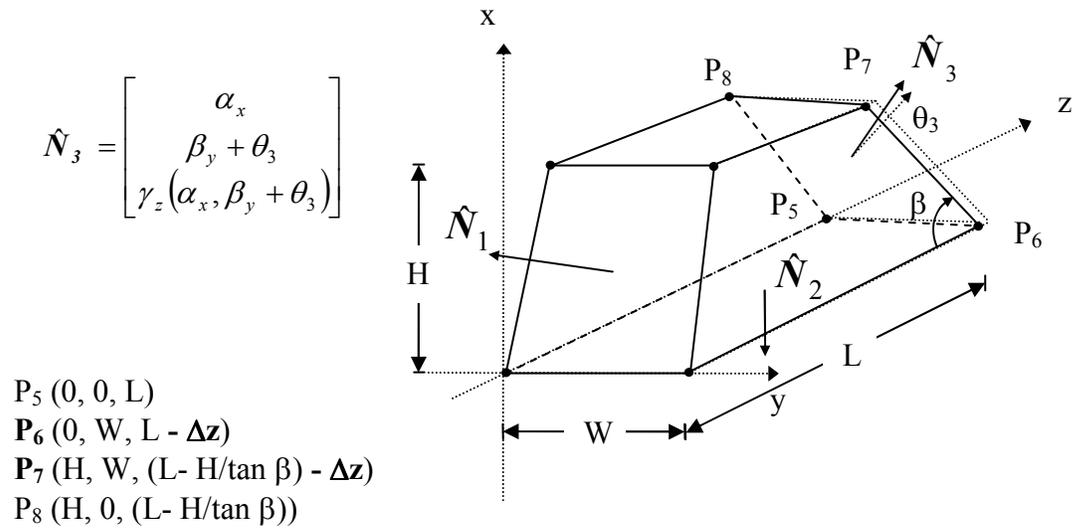


Figura 4.10 Error de manufactura en los vértices P_6 y P_7 de un prisma Dove en la dirección de $-z$. Las líneas punteadas en el prisma representan la condición ideal de éste. El desplazamiento en los vértices produce la desviación de la normal de salida respecto al plano de simetría.

La diferencia entre las distorsiones a consecuencia del primer error analizado y el caso en curso, consiste en una considerable disminución de Δy (compara figura 4.7 y 4.11). Esta diferencia se debe a que los rayos desviados en la superficie de entrada recorren una mayor LCO y resulta un aumento de Δy en el plano imagen. La diferencia vista en los ángulos que definen la distorsión en x (κ) es resultado de la dirección de propagación a la salida del prisma, en cada caso.

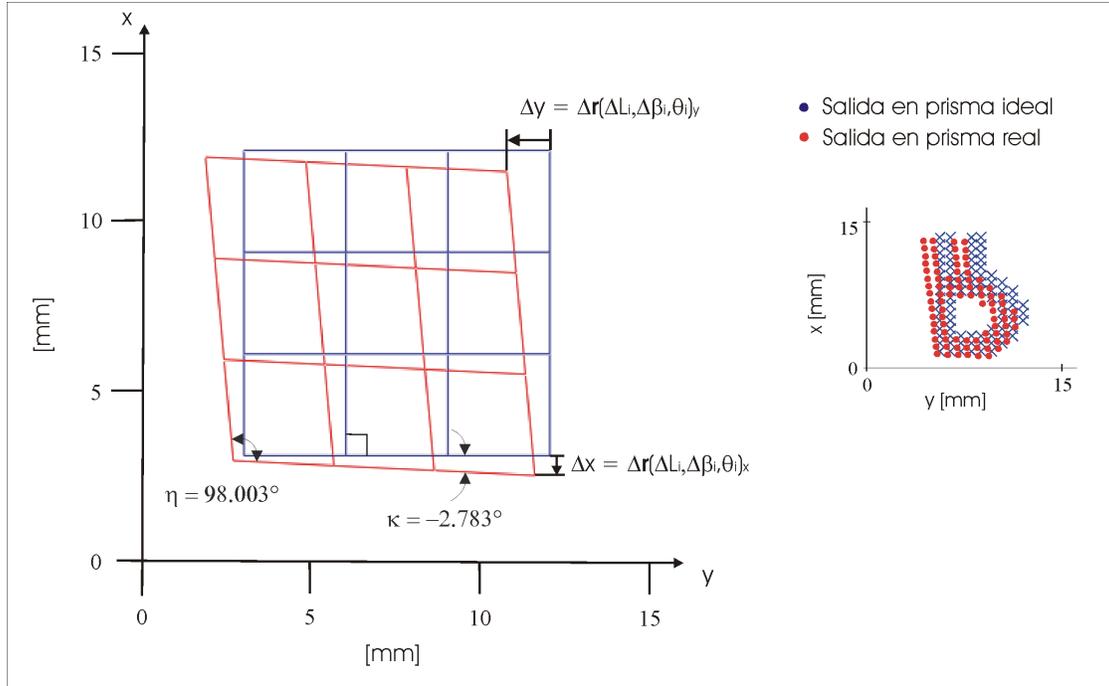


Figura 4.11 Desplazamientos de los puntos de intersección de los rayos con el plano imagen, ante un error de 3 mm en la dirección $-z$ de la arista P_6 y P_7 . LA desviación de la normal de salida ($\theta_3 = -8.049^\circ$) causa diferentes LCO a lo alto del prisma. Las distorsiones $-\Delta x$ y $-\Delta y$ son a consecuencia de la DCO.

4.5.4 Distorsión de una imagen debida a errores de los vértices P_7 y P_8

Un error en la arista definida por los vértices P_7 y P_8 produce un cambio en el ángulo de base de salida (ver figura 4.12). Como lo mencionamos ya en un par de ocasiones, esta desviación del prisma produce un cambio en la altura salida de los rayos. Nuevamente el desplazamiento de los rayos en la cara de salida se debe al cambio en la LCO para cada una de las filas. Por lo tanto, la diferencia en la altura de salida de los rayos ($\Delta\rho$, ver apartado 3.3.3) es dependiente de la coordenada x del rayo incidente, produciendo la amplificación de la imagen. A diferencia del error analizado en punto 4.5.2, este produce una magnificación menor a uno (ver figura 4.13).

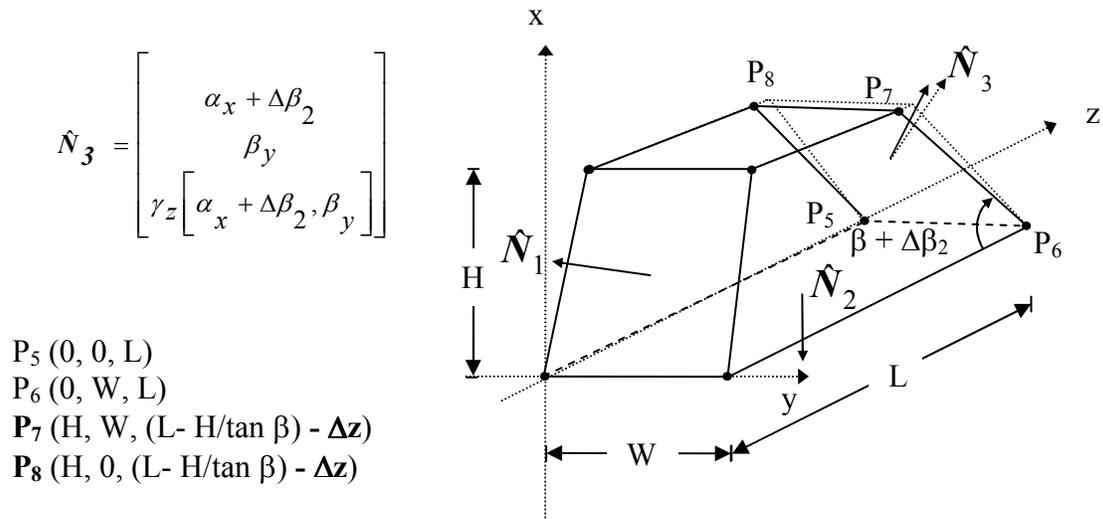


Figura 4.12 Prisma Dove con error en los vértices P_7 y P_8 , en la dirección de $-z$. La línea punteada en el prisma representa la condición ideal de éste. El error de manufactura afecta el ángulo de base de salida. La desviación de este ángulo genera una LCO dependiente de la posición en x de los rayos.

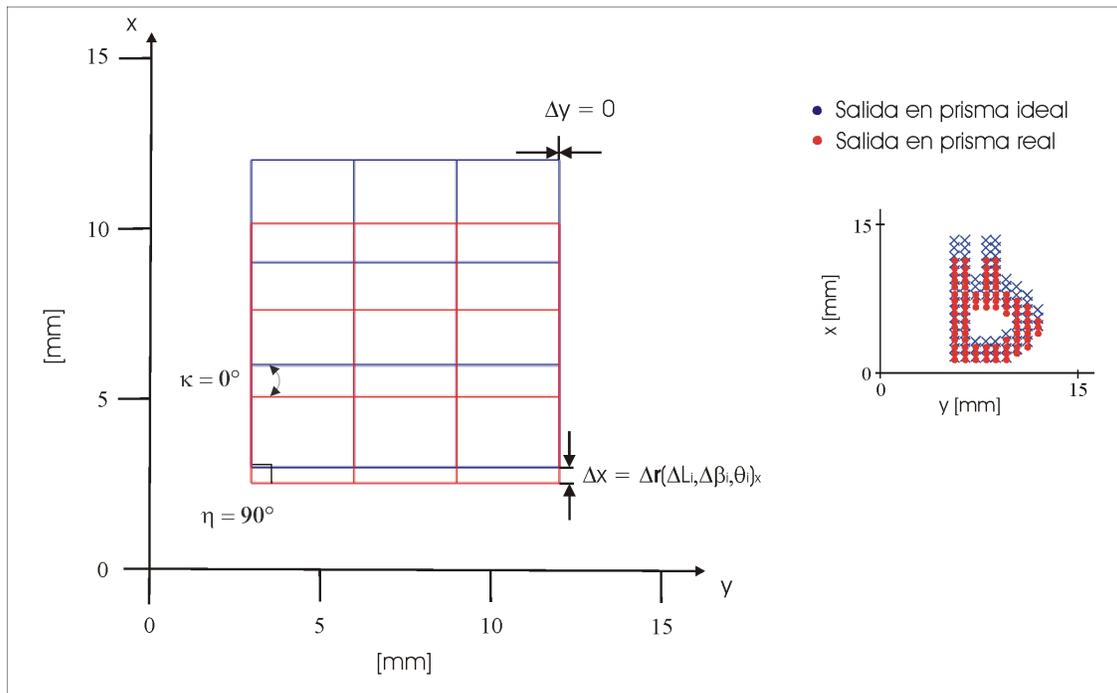


Figura 4.13 Imagen distorsionada por un error de 3 mm en la dirección de $-z$ de la arista definida por P_7 y P_8 . El desplazamiento en esta arista genera un error en el ángulo de base de salida ($\Delta\beta_2 = -5.194^\circ$). Este cambio en el ángulo produce una distorsión de la imagen en la dirección de x de pendiente de la altura del rayo incidente.

Al igual que en el error en P_3 y P_4 , la imagen resultante no es distorsionada en la dirección y . Lo anterior se debe a que no existe desviación de la normal en esta misma dirección.

4.6 Conclusiones

Hemos analizado las distorsiones de la imagen producidas por los errores de fabricación que modifican al prisma Dove en una variable a la vez. Determinamos las variables del prisma responsable de cada distorsión.

Encontramos que cuando las normales, a las caras de entrada o salida, no pertenecen al plano de simetría del prisma, la imagen es distorsionada en las direcciones x y y . La distorsión en x es consecuencia de un cambio gradual de la longitud del prisma. Este cambio progresivo provoca que cada columna de rayos recorra diferentes longitudes de camino óptico. La desviación de la dirección de propagación de los rayos al salir del prisma, contribuye a la distorsión en x de la imagen en el plano de detección. La modificación en la dirección de propagación de los rayos en la dirección y , genera la distorsión de la imagen en esta misma dirección.

Determinamos que un error en un ángulo de base produce una magnificación de la imagen. En el capítulo III mostramos que un cambio de los ángulos de base modifica la altura de salida del rayo, al igual que un error en longitud. El trazo exacto de rayos muestra que la magnificación dada por el error del ángulo de base es debida al cambio en la altura de salida de los rayos, la cual depende de la posición del rayo al incidir en el prisma. La dependencia de la altura de salida se debe a que cada fila de rayos experimenta una longitud de camino óptico distinta.

En el siguiente capítulo hacemos un análisis de sensibilidad a la distorsión de una imagen a causa de los errores de manufactura que modifican una sola variable del prisma Dove de apertura extendida. Obtenemos de forma conjunta la sensibilidad en las variables del prisma ante los errores de fabricación analizados.

¹ E. Hecht, Óptica, Tr. R. Dal Col., 3^a ed., Addison Wesley Iberoamericana, Madrid 2000, capítulo 5.

² O.N. Stavroudis, The optics of rays, wavefronts, and caustics, Academia Press, New York 1972, capítulo VI.

³ C.N. Ramírez, “Interferómetro de desplazamiento vectorial,” Tesis de Maestría, Centro de Investigaciones en Óptica A.C., León, Guanajuato, México 2004.

Capítulo V

Análisis de sensibilidad a errores de manufactura de un prisma Dove de apertura extendida.

5.1 Introducción

El objetivo es determinar la sensibilidad de la distorsión de una imagen a errores de manufactura que alteran una variable del prisma Dove de apertura extendida. Para lograr nuestro propósito es necesario determinar primeramente la sensibilidad de las variables del prisma a estos errores. Los defectos de fabricación estudiados en el capítulo anterior son utilizados en el siguiente análisis. Hicimos nuevamente uso del algoritmo de trazo exacto de rayos desarrollado (ver sección 4.4), el cual tiene su plano imagen en $z = L$ (longitud del prisma).

La sensibilidad la definimos como el cambio de la variable bajo estudio respecto al error de fabricación que la afecta. Durante el desarrollo del capítulo usamos indistintamente la palabra error y desviación. Entendemos como sensibilidad cero cuando la distorsión analizada corresponde al caso ideal.

5.2 Sensibilidad de las variables de un prisma Dove de apertura extendida a errores de manufactura

Cuantificamos los cambios de las variables del prisma a distintas magnitudes de los errores de manufactura estudiados en el capítulo IV. Utilizamos ocho diferentes desplazamientos de los vértices para cada error del prisma (ver sección 4.5). Las magnitudes de los desplazamientos son: 0.005, 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5 y 1 mm. Es importante señalar que la sensibilidad de la desviación analizada en cada caso, la obtenemos de la razón de cambio de la desviación respecto al error que la ocasiona. La tendencia de los datos calculados con el programa nos proporciona dicha razón.

El error de los vértices P_2 y P_3 genera una desviación de la normal de la cara de entrada respecto al plano de simetría del prisma Dove (ver figura 4.6). Introdujimos este error en el prisma tradicional y en el prisma de apertura extendida (ver secciones 3.4 y 4.4). Observamos que el cambio de la normal es lineal en ambos casos (ver figura 5.1). La sensibilidad de la desviación de la normal de entrada para el prisma tradicional debido al movimiento de P_2 y P_3 es de -2.669 $^{\circ}/\text{mm}$. En cambio, para el prisma de apertura extendida la sensibilidad a este error es de -0.649 $^{\circ}/\text{mm}$.

El prisma de apertura extendida es menos sensible a la desviación de sus normales en la dirección y debido al ancho de su apertura. El ángulo que subtiende el error de los vértices P_2 y P_3 se reduce al aumentar el ancho de la apertura (ver figura 5.2 a). Este ángulo caracteriza la desviación de la normal respecto al plano de simetría. La reducción de la desviación de la normal como función del ancho de la apertura del prisma la observamos en la figura 5.2 b.

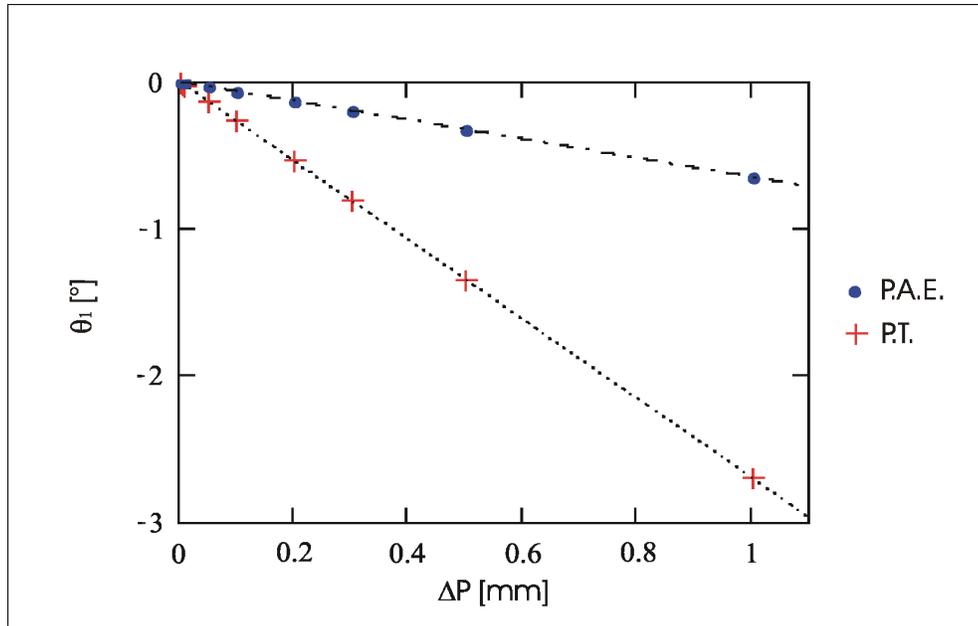


Figura 5.1 Desviación de la normal de la cara de entrada debido al error en los vértices P_2 y P_3 . Las abreviaturas P.A.E. y P.T., se refieren al prisma de apertura extendida y al tradicional, respectivamente. Los desplazamientos considerados en los vértices (ΔP) en la dirección de $+z$ son: 0.005, 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5 y 1 mm (ver figura 4.6). El prisma de apertura extendida es 76% menos sensible a la desviación en sus normales, respecto al plano de simetría del prisma, que el tradicional.

Debido a la simetría que existe entre las caras de entrada y de salida del prisma, la desviación de la normal de salida presenta la misma tendencia que la de entrada, a errores de los vértices P_6 y P_7 . Por lo tanto, la sensibilidad de la desviación de la normal de salida frente a este error es de -0.649 °/mm. Recordemos que los errores de los vértices P_1 y P_4 y P_5 y P_8 son semejantes a los errores de P_2 y P_3 y P_6 y P_7 , respectivamente. La diferencia consiste en la dirección del movimiento y por consecuencia en el signo de la sensibilidad. Por lo tanto, el prisma de apertura extendida es 76% menos sensible a la desviación de sus normales de entrada y salida que el prisma Dove tradicional.

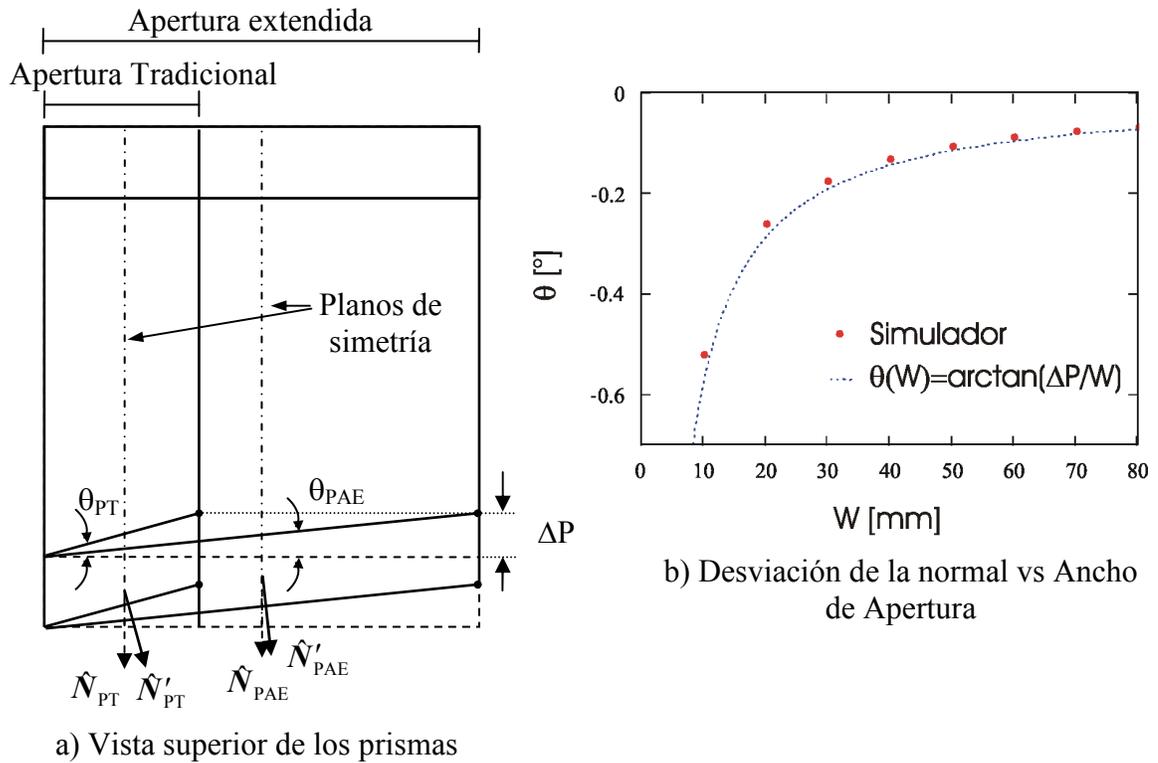


Figura 5.2 a) Esquema comparativo de la desviación de la normal de entrada entre un prisma Dove tradicional (P.T.) y prisma Dove de apertura extendida (P.A.E.). b) La disminución de la desviación de la normal de entrada cumple con función trigonométrica de tangente.

El ángulo de base es modificado cuando el error se presenta en la arista superior de la cara de entrada (ver figura 4.8). La desviación del ángulo de base como función del error de P_3 y P_4 , para el prisma tradicional y el prisma de apertura extendida, la podemos ver en la figura 5.3. Este gráfico nos muestra que el prisma de apertura extendida es más sensible a esta desviación. La sensibilidad de la desviación del ángulo de base para el prisma tradicional es de $-1.851 \text{ }^\circ/\text{mm}$ y para el prisma de apertura extendida presenta es de $-3.06 \text{ }^\circ/\text{mm}$.

El error de la arista superior de la cara de salida, en ambos prismas, presenta la misma sensibilidad, respectivamente. Esto se debe nuevamente, a la simetría que existe en el prisma. Por lo tanto, podemos concluir que un prisma Dove de apertura extendida es 65% más sensible a cambios del ángulo de base que el prisma Dove tradicional.

La sensibilidad del prisma de apertura extendida a cambios del ángulo de base es mayor que la del tradicional debido a su geometría. El ángulo subtendido por el error de los vértices es menor para un ángulo de base de 45° que para el de 65° .

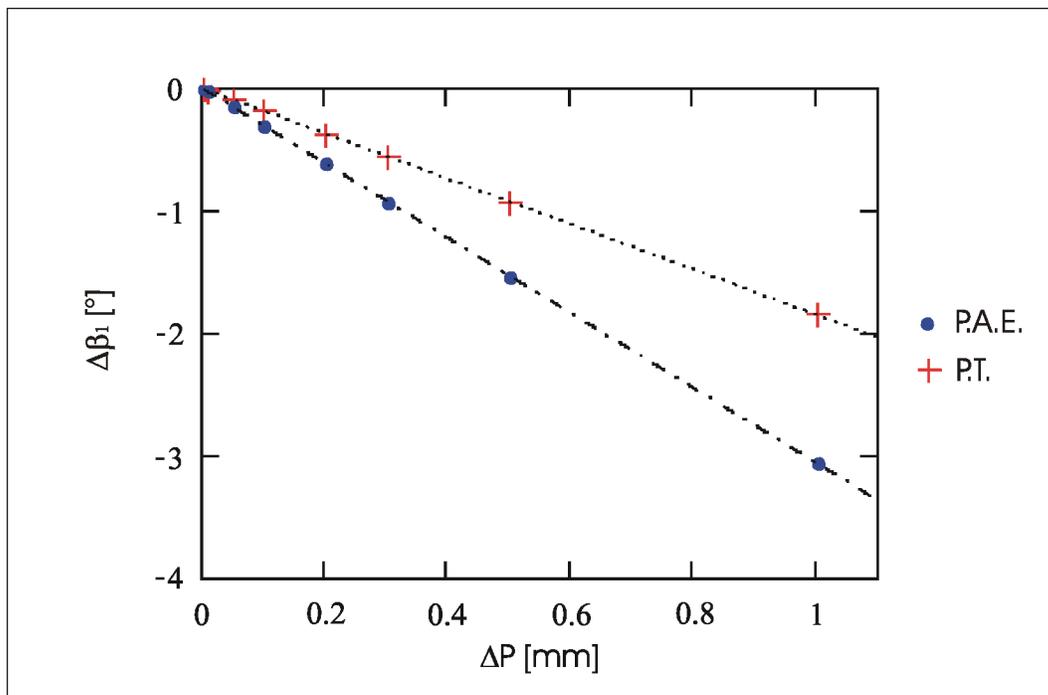


Figura 5.3 Desviación del ángulo de base al incrementar el error de los vértices P_3 y P_4 . El término P.T., se refiere al prisma tradicional, mientras que P.A.E. al prisma de apertura extendida. Los desplazamientos de los vértices P_3 y P_4 (ΔP) son: 0.005, 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5 y 1 mm. El prisma de apertura extendida es 65% más sensible que el tradicional a cambios del ángulo base.

Lo visto hasta el momento muestra que debemos de prestar especial atención al proceso de esmerilado y pulido de las caras de entrada y de salida. Durante estos procesos podemos desviar las superficies del prisma en mayor grado, si no consideramos las sensibilidades calculadas. La baja sensibilidad de la desviación de las normales respecto al plano de simetría del prisma de apertura extendida, nos asegura un proceso de manufactura más confiable.

La sensibilidad del error de longitud no representa una variable crítica. Esto se debe a que la tolerancia en longitud representa una condición relativamente sencilla de mantener. Recordemos también que un error en longitud no distorsiona la imagen solo representa un cambio de la altura de salida de una imagen.

5.3 Sensibilidad de la distorsión de una imagen a errores de manufactura

Durante el presente apartado determinamos la sensibilidad de la distorsión de una imagen debida a los errores previamente analizados. Realizamos un estudio comparativo de la distorsión producida por un error de manufactura localizado en la entrada y en la salida del prisma de apertura extendida. Consideramos en todo momento la distorsión máxima de la imagen generada por el error bajo estudio.

5.3.1 Sensibilidad a la desviación de las normales de entrada y de salida

Recordemos que en las secciones 4.5.1 y 4.5.3 estudiamos los errores de manufactura de las aristas a los costados de las caras de entrada y de salida. Estos errores generan una DCO que es

dependiente de la posición del rayo, generando así distorsiones en y y en x de una imagen (ver figuras 4.7 y 4.11).

La máxima distorsión en x (Δx) de una imagen como función de la desviación de las normales de entrada y salida, respecto al plano de simetría del prisma, la podemos observar en la figura 5.4.

El ángulo θ representa tanto al ángulo de desviación de la normal de entrada como el de salida

($\theta = \theta_2 = \theta_1$) La sensibilidad de Δx de una imagen a un error de estas normales es $-0.212 \text{ mm}/^\circ$.

En la sección 4.5 vimos que un error de P_2 y P_3 y de P_6 y P_7 desvía la normal de la cara respectiva. Esta desviación de la superficie genera un cambio gradual de la longitud del prisma causando la distorsión en x de la imagen. El cambio de longitud que se presenta para el error de la cara de entrada y de la cara de salida es de igual magnitud. Es por esta razón que la distorsión en x permanece sin cambio, no importando que superficie presente el error. El cambio de una imagen producido por los errores de P_1 y P_4 y de P_5 y P_8 es semejante al observado en la figura 5.4. La diferencia consiste en la dirección del ángulo de desviación de la normal.

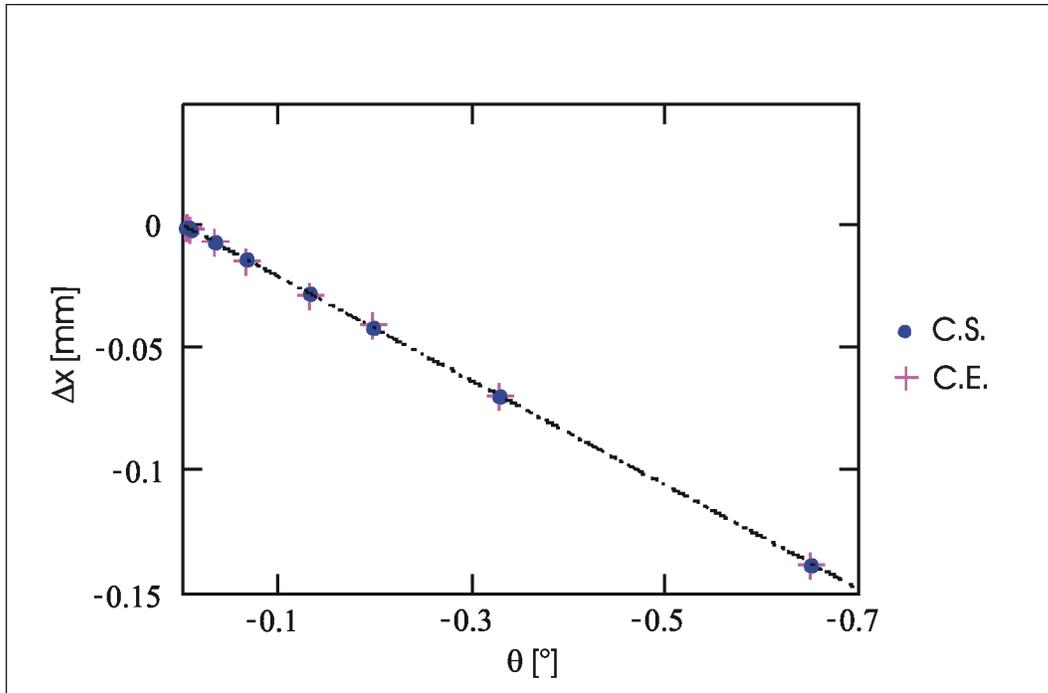


Figura 5.4 Distorsión en x (Δx) de una imagen conforme incrementamos la desviación de la normal de entrada y de salida ($\theta = \theta_2 = \theta_1$). C.S. y C.E., se refieren a las caras de salida y a la de entrada, respectivamente. Las desviaciones de las normales consideradas corresponden a los desplazamientos de la figura 5.1. El Δx de una imagen no varía ante el error de la superficie de entrada o de salida.

La distorsión en y (Δy) de una imagen debida a la desviación de la normal si presenta diferencias, dependiendo de la localización del error. La figura 5.5 muestra que Δy es mayor cuando el error está en la superficie de entrada. La sensibilidad de la distorsión en y de la imagen cuando el error está en la entrada del prisma, es de $\pm 0.69 \text{ mm}/^\circ$. En cambio, cuando el error se localiza en la superficie de salida la desviación varía tanto como $\pm 0.081 \text{ mm}/^\circ$. Un prisma de apertura extendida con desviación de la normal de entrada es 88% más sensible a distorsiones en y en la imagen, que cuando el error está en la entrada. Esta alta sensibilidad se debe a que los rayos comienzan a desviarse de su trayectoria original dos superficies previas a la cara de salida.

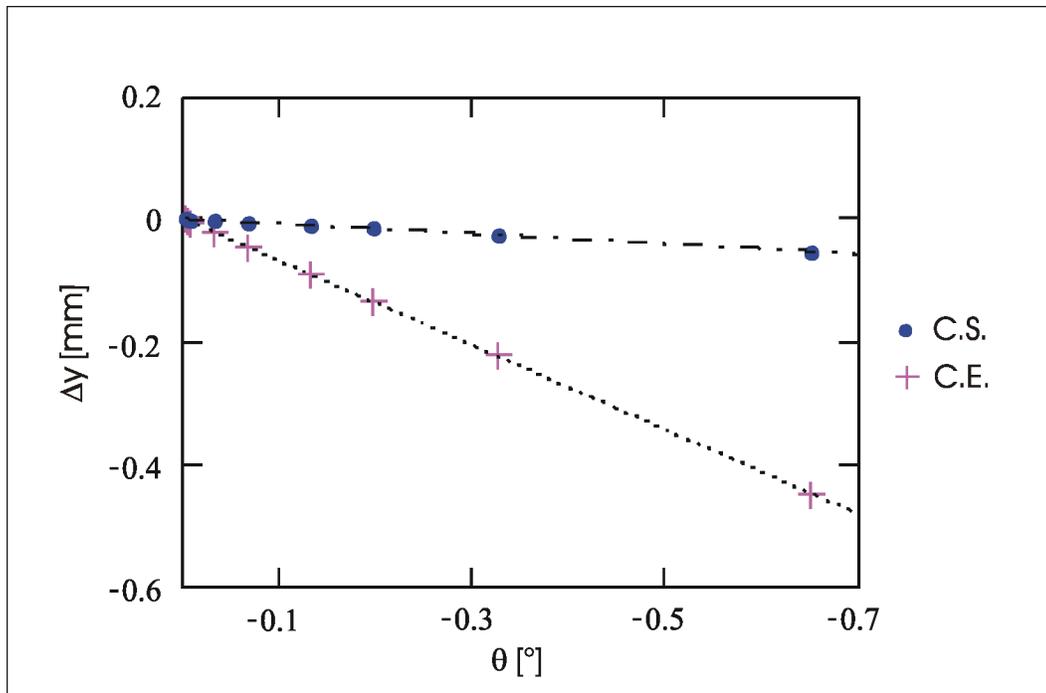


Figura 5.5 Distorsión en y (Δy) de una imagen como función de la desviación de la normal de entrada o de salida. C.E. y C.S., indican la posición del error, la cara de entrada y de salida, respectivamente. Nuevamente, las desviaciones en la normal ($\theta = \theta_2 = \theta_1$) corresponden a los desplazamientos de la figura 5.1. Un prisma con desviación de la normal de entrada es 88% más sensible a esta distorsión, que cuando el error está a la salida.

En el momento en que el prisma presenta un error de manufactura y no es compensado, entonces se produce una diferencia de camino óptico (DCO). El camino óptico de los rayos es afectado por la desviación de las superficies del prisma. La DCO máxima en el prisma como función del error de las normales de entrada o de salida la podemos ver en la figura 5.6. La DCO causada en ambos casos difiere. Para la normal de entrada la razón de cambio de la diferencia de camino óptico respecto al error es $-0.2609 \text{ mm}/^\circ$. En cambio, la sensibilidad de la DCO a el error de la normal de salida es $-0.2611 \text{ mm}/^\circ$. Por lo tanto, la presencia del error en la entrada del prisma representa una disminución del 0.1 % de la sensibilidad de la DCO a este error.

Contrario a lo que pensábamos, la longitud de camino óptico es modificada en mayor grado cuando el error de la normal está en la salida del prisma. La explicación a este fenómeno hace referencia a la ley de Snell. Un ángulo de transmisión, para un mismo ángulo de incidencia, es mayor bajo la condición de refracción interna que cuando es refracción externa. Por lo tanto, la desviación de los rayos en la salida del prisma es superior cuando el error se encuentra en la superficie de salida. Lo anterior se traduce en un incremento de la diferencia de camino óptico entre los rayos que salen cercanos a la base y lo que salen de la parte superior del prisma.

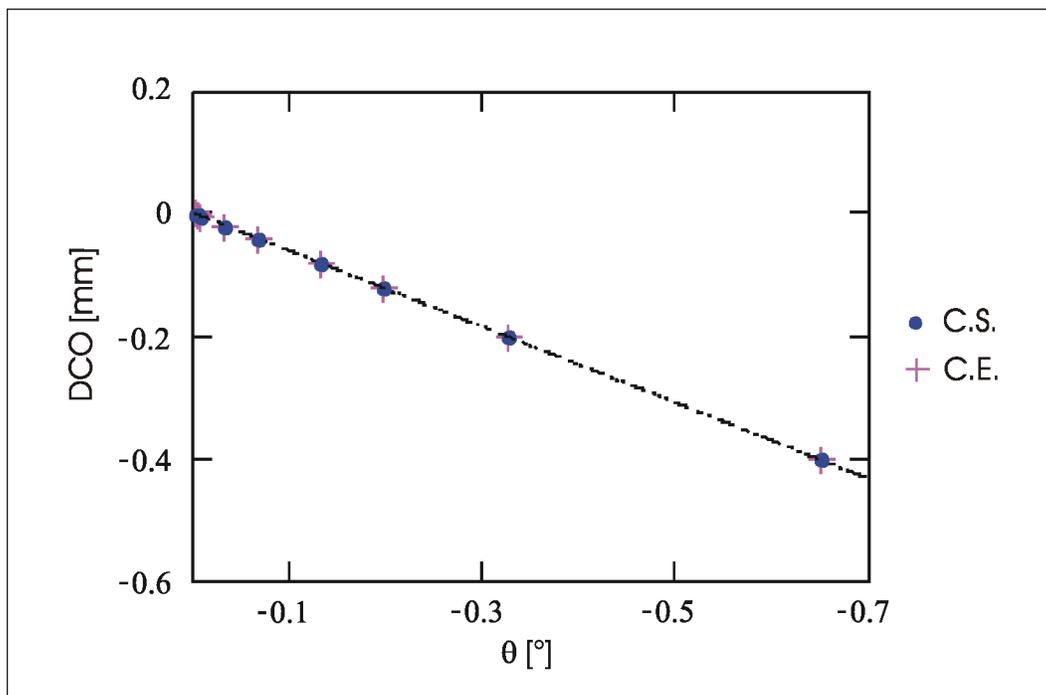


Figura 5.6 Diferencia de camino óptico como función de la desviación de las normales ($\theta = \theta_2 = \theta_1$). Hacemos referencia al error de la cara de entrada y el de salida mediante C.E y C.S, respectivamente. Las desviaciones de las normales corresponden a los errores de los vértices de la figura 5.1. La DCO es menor cuando el error de la normal está en la superficie de entrada y no en la salida.

5.3.2 Sensibilidad debida al error del ángulo de base de entrada y de salida

En la sección 4.5.2 y 4.5.4 vimos que el error del ángulo de base no produce distorsión en y (Δy) sin embargo, produce una magnificación de la imagen. Estudiaremos la distorsión de la imagen producida por distintas magnitudes del error del ángulo de base. Al igual que en la sección anterior, presentamos un análisis comparativo del error de manufactura cuando está en la cara de entrada o en la superficie de salida.

Un error del ángulo de base de entrada así como el de salida, genera una distorsión en x (Δx) de la imagen. En la figura 5.7 mostramos el Δx como función de la magnitud del error del ángulo de base. Observamos que la desviación de la cara de entrada produce un cambio de la imagen en la dirección positiva de x . En cambio, el error en la salida del prisma provoca que la imagen se distorsione en la dirección opuesta.

La sensibilidad de Δx de la imagen debido a un error del ángulo de base de entrada es de 0.68 mm/°. Para un error del ángulo de base de salida la sensibilidad de esta distorsión es de -0.138 mm/°. Si la desviación de este ángulo está en la salida del prisma, la sensibilidad de la distorsión en x disminuye en un 80% con respecto al error en la entrada, para un prisma Dove de apertura extendida.

Recordemos que un error del ángulo de base de entrada causa una desviación de la dirección de propagación de los rayos respecto a la ideal. Este cambio del vector de propagación propicia otras desviaciones al momento de interactuar con el resto de las superficies del prisma. Por esta

razón, un prisma con un error del ángulo de base de entrada presenta mayor sensibilidad ante la distorsión en x de una imagen, respecto a un prisma con este mismo error en la cara de salida.

Comparando la sensibilidad a errores de la normal y del ángulo de base, nos podemos dar cuenta que el prisma Dove de apertura extendida es más sensible ante desviaciones de la normal, en comparación con un prisma tradicional.

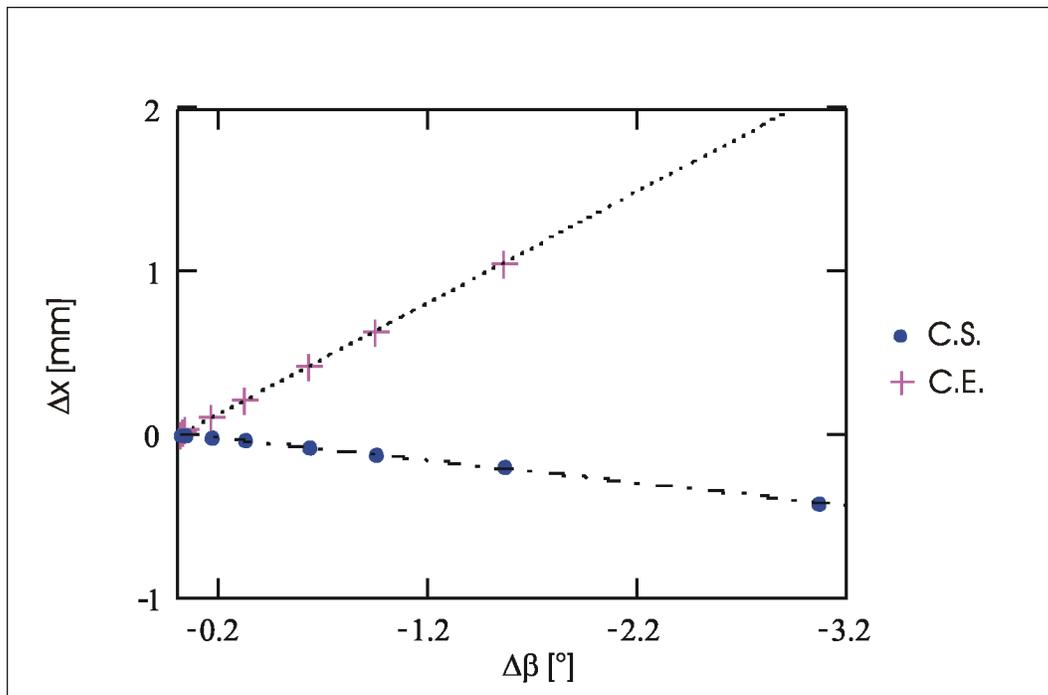


Figura 5.7 Distorsión en x (Δx) de la imagen al incrementar el error en ángulo de base. El error del ángulo de base $\Delta\beta$ se relaciona con los desplazamientos de los vértices de la figura 5.3. El error en el ángulo de base de entrada y de salida lo representamos como $\Delta\beta$ ($\Delta\beta = \Delta\beta_1 = \Delta\beta_2$). El prisma Dove de apertura extendida es 80% menos sensible al error del ángulo de base de salida que el de entrada.

La sensibilidad de la DCO a errores de los ángulos de base, en las superficies de entrada y de salida, presenta una variante (ver figura 5.8). El cambio de la longitud de camino óptico debido a el error del ángulo base de entrada es de $-0.133 \text{ mm}/^\circ$. Cuando la desviación del ángulo de base está en la salida del prisma, la sensibilidad de la DCO es $-0.129 \text{ mm}/^\circ$. Cuando un error del ángulo de base se encuentra en la superficie de salida, el prisma es 3% menos sensible a diferencias de camino óptico que cuando está en la cara de entrada. Contrario al error de la normal de entrada, la DCO se incrementa cuando la desviación del ángulo de base se encuentra en la superficie de entrada.

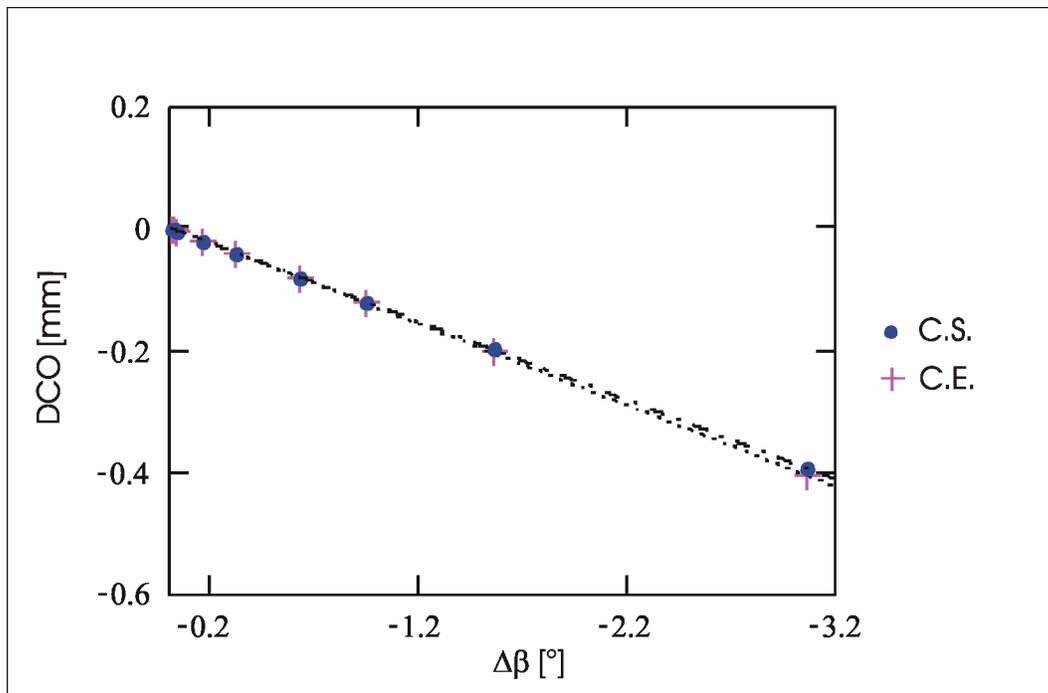


Figura 5.8 Incremento de la DCO debido a el aumento del ángulo de base. Los errores de los ángulos de base se relacionan con los desplazamientos de los vértices de la figura 5.3. El error del ángulo de base de entrada y de salida lo representamos como $\Delta\beta$ ($\Delta\beta = \Delta\beta_1 = \Delta\beta_2$). El prisma de apertura extendida es 3% menos sensible a errores del ángulo de base de entrada que el de salida.

Observando los resultados obtenidos de la DCO debida a los errores de los ángulos de base y de las normales podemos afirmar, que el prisma de apertura extendida es más sensible a un error piramidal que el tradicional. No podemos en este trabajo precisar a que se debe la diferencia en sensibilidad. Requerimos ampliar el análisis para determinar con precisión dicha variante y ver la posibilidad de reducirla.

El análisis realizado nos muestra que el prisma es sensible a su orientación. Por lo tanto, es de suma importancia caracterizar los prismas Dove de apertura extendida que utilizaremos en el IDR. Los datos obtenidos nos proporcionarán la orientación que disminuye la distorsión y la desviación del frente de onda bajo estudio.

5.4 Conclusiones

Encontramos que el prisma Dove de apertura extendida es 76% menos sensible a la desviación de sus normales respecto a un prisma Dove tradicional. Esta ventaja se debe al ancho de su apertura. Sin embargo, el prisma de apertura extendida es 65% más sensible a cambios en los ángulos de base en relación al prisma tradicional. Esta desventaja es a causa del incremento en los ángulos de base a 65°.

Comparamos las distorsiones de una imagen debidas a los errores presentes en la superficie de entrada y de salida de un prisma Dove de apertura extendida. Encontramos que este prisma es 88% menos sensible a distorsiones en y cuando el error de la normal está en la cara de salida y no en la entrada. Para el caso donde la desviación del ángulo de base se encuentra a la salida del prisma, la sensibilidad a la distorsión en x disminuye en un 80%, respecto al error en la entrada.

Las distorsiones en y y en x disminuyen cuando los errores de manufactura se encuentran en la superficie de salida del prisma.

La sensibilidad de la DCO disminuye en 0.1% cuando la desviación de la normal está en la superficie de entrada. Contrario a esto, cuando el error del ángulo de base se encuentra en la superficie de salida, el prisma es 3% menos sensible a cambios en el camino óptico que cuando está en la entrada. Necesitamos ampliar nuestro análisis para poder determinar con precisión la razón de esta diferencia. Es conveniente realizar un análisis comparativo entre el prisma Dove tradicional y el prisma de apertura extendida a este respecto.

Los resultados obtenidos muestran que el prisma es sensible a su orientación. Por lo tanto, es de suma importancia realizar la medición de las variables de los prismas Dove de apertura extendida. Los resultados obtenidos nos proporcionan la orientación que disminuirá la distorsión y la desviación del frente de onda dentro del IDR.

Capítulo VI

Conclusiones generales

Determinamos la sensibilidad de la distorsión de una imagen a errores de manufactura que afectan sólo una variable del prisma Dove de apertura extendida

Comenzamos estudiando las ventajas del prisma Dove de apertura extendida sobre el tradicional. Complementamos la ecuación que determina la desviación del frente de onda debida al error piramidal. Añadimos a esta expresión la desviación causada por el error de la normal a la superficie de salida del prisma. No consideramos una desviación de la normal de entrada ya que la elegimos como referencia, lo que significa que pertenece al plano de simetría del prisma.

Encontramos que podemos disminuir la desviación del frente de onda como función del error piramidal hasta un 96%. Para lograr esto, es necesario igualar la magnitud de los errores de la superficie reflectora y de la cara de salida, pero en dirección opuesta ($\theta_2 = -\theta_3$).

Consideramos que la desviación debida al error de la longitud del prisma no siempre puede ser compensada en el proceso de alineación, como se menciona en un trabajo previo. Cuando el cambio de altura del frente de onda es menor a la resolución de nuestro sistema mecánico, afecta el desempeño nuestro sistema. Por lo tanto, proponemos una ecuación que determina el cambio de altura del frente de onda a la salida del prisma debido a este error.

Analizamos la distorsión de una imagen debida a los errores de fabricación que modifican sólo una variable del prisma Dove. Asociamos para cada distorsión un cambio de una variable del prisma.

Verificamos que cuando las normales de las caras de entrada y de salida no pertenecen al plano de simetría del prisma, producen distorsiones en x y en y en la imagen. La distorsión en x es consecuencia del cambio gradual de la longitud producido por la desviación de la normal. Este cambio de longitud propicia que cada columna de rayos recorra diferentes longitudes de camino óptico dentro del prisma, lo que genera esta distorsión. La desviación de la dirección de propagación del rayo al salir del prisma, contribuye también a la distorsión en x en el plano de detección. El cambio de dirección del vector de propagación del rayo en la dirección y , debido a la refracción en la superficie desviada, produce la distorsión en la dirección y .

En el capítulo III vimos que un cambio de los ángulos de base modifica la altura de salida del rayo. Encontramos que la distorsión de una imagen en la dirección en x , producto del error del ángulo de base, produce una magnificación de la imagen. La amplificación es consecuencia de que cada fila de rayos experimenta una diferencia de camino óptico distinta. Cuando la desviación del ángulo de base se localiza en la cara de entrada, la amplificación es mayor a uno. En cambio, cuando el error se encuentra en la superficie de salida la magnificación es menor a uno.

Realizamos el análisis de sensibilidad del prisma Dove a errores de manufactura. Encontramos que el prisma Dove de apertura extendida es 76% menos sensible a la desviación de sus normales en comparación con un prisma Dove tradicional. Esta baja sensibilidad se atribuye el ancho de su

apertura. Encontramos también que el prisma de apertura extendida es 65% más sensible a errores de los ángulos de base durante el proceso de fabricación, que el tradicional. El incremento de los ángulos de base del prisma de apertura extendida (65°) ocasiona este aumento de la sensibilidad.

Hicimos un análisis comparativo entre dos imágenes distorsionadas. Una de ellas a consecuencia del error de la superficie de entrada y otra debida a la desviación de la cara de salida, ambas en un prisma de apertura extendida. Encontramos que si la desviación de la normal está en la cara de salida, la imagen disminuye su sensibilidad 88% respecto a la distorsión en y . Observamos también que cuando el error del ángulo de base se encuentra en la salida del prisma, la sensibilidad de la imagen a la distorsión en x se reduce 80%. Por lo tanto, concluimos que las distorsiones de una imagen, vistas en el plano de detección, disminuyen cuando los errores de manufactura se localizan en la superficie de salida del prisma. Con lo anterior afirmamos que el prisma es sensible a su orientación.

Analizamos la diferencia de camino óptico (DCO) como función de los errores de manufactura de entrada y de salida del prisma Dove de apertura extendida. Encontramos que la sensibilidad de la DCO del prisma se reduce 0.1%, cuando la desviación de la normal se encuentra en la superficie de entrada. En cambio, observamos que la sensibilidad de la DCO disminuye 3%, cuando el error del ángulo de base se localiza en la superficie de salida. La DCO es modificada de distinta forma en función de la localización del error que la genera. La explicación a este fenómeno formará parte de nuestro trabajo a futuro. Realizaremos un análisis comparativo entre el prisma tradicional y el prisma de apertura extendida, buscando la razón de esta variante para proponer una solución.

El prisma Dove de apertura extendida reduce el número de variables críticas durante el proceso de manufactura. La información obtenida en el presente estudio nos ayuda a comprender y mejorar su proceso de fabricación. Los resultados obtenidos también son de utilidad en la alineación del IDR.

El trabajo a futuro es extender el análisis a errores de manufactura que afecten dos o más variables del prisma. Haremos un análisis comparativo entre las distorsiones de una imagen producidas por un prisma Dove tradicional y un prisma Dove de apertura extendida. Lo anterior con el fin de explicar la sensibilidad de la DCO a errores de las normales y proponer una mejora. Formularemos una nueva metodología para el proceso de manufactura de los prismas Dove que aplique los conocimientos obtenidos en el presente trabajo. Esto con el propósito de fabricar prismas de alto desempeño.

Apéndice A.

Desarrollo de la ecuación para la desviación angular producida por la presencia de ángulo piramidal en el prisma Dove.

La siguiente figura muestra el caso considerado para el desarrollo de este apéndice.

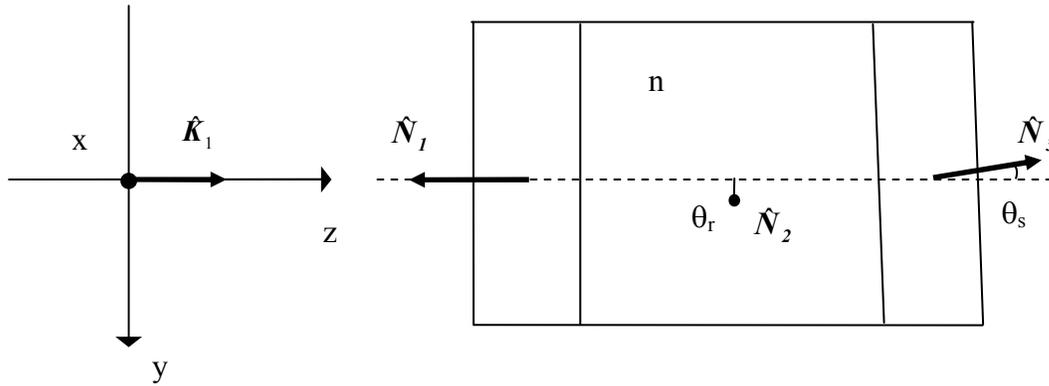


Figura A.1 Inclinación del frente de onda por desviaciones en la base y en la superficie de salida del prisma Dove respecto al plano de simetría del mismo.

De la figura A.1 podemos definir los siguientes vectores unitarios:

$$\hat{\mathbf{K}}_1 = \langle 0, 0, 1 \rangle. \quad (\text{A.1})$$

$$\hat{\mathbf{N}}_1 = \langle -\cos \beta, 0, \sin \beta \rangle. \quad (\text{A.2})$$

$$\hat{\mathbf{N}}_2 = \langle \cos \theta_r, \sin \theta_r, 0 \rangle. \quad (\text{A.3})$$

$$\hat{\mathbf{N}}_3 = \langle \cos \beta, -\sin \beta \sin \theta_s, \sin \beta \cos \theta_s \rangle. \quad (\text{A.4})$$

La simbología empleada es la siguiente:

β : ángulo de base del prisma Dove [rad].

θ_r : desviación de la normal de la superficie reflectora respecto al plano de simetría del prisma [rad].

θ_s : desviación de la normal de la superficie de salida respecto al plano de simetría del prisma [rad].

El vector de propagación unitario del rayo incidente se representa mediante $\hat{\mathbf{K}}_1$. En lo que respecta a $\hat{\mathbf{N}}_1$, $\hat{\mathbf{N}}_2$ y $\hat{\mathbf{N}}_3$ son las normales de las superficies de entrada, de reflexión interna y de salida del prisma respectivamente. Por último, n es el índice de refracción del material.

La dirección del rayo transmitido por la primera superficie se determina con la ley de Snell en su forma vectorial.

$$\hat{\mathbf{K}}_{m+1} = \frac{n_m}{n_{m+1}} \hat{\mathbf{K}}_m + \left[\sqrt{\left(\frac{n_{m+1}}{n_m} \right)^2 - 1 + (\hat{\mathbf{N}}_m \cdot \hat{\mathbf{K}}_m)^2} - \hat{\mathbf{N}}_m \cdot \hat{\mathbf{K}}_m \right] \frac{n_m}{n_{m+1}} \hat{\mathbf{N}}_m. \quad (\text{A.5})$$

El subíndice m indica la *mesima* superficie y los vectores asociados a ésta. Los términos n_i y n_t representan el índice de refracción del medio incidente y transmitido, respectivamente. Estamos analizando el caso en que el prisma Dove se encuentra inmerso en aire. Por tal motivo, en adelante sólo utilizaremos n para indicar el índice de refracción del prisma.

Sustituimos las expresiones (A.1) y (A.2) en (A.5) para encontrar la dirección del rayo refractado por la primera superficie.

$$\hat{\mathbf{K}}_2 = \frac{\gamma}{n} \left\langle -\cos \beta, 0, \frac{1}{\gamma} + \sin \beta \right\rangle. \quad (\text{A.6})$$

El parámetro γ lo hemos definido como:

$$\gamma = \sqrt{n^2 - \cos^2 \beta} - \sin \beta. \quad (\text{A.7})$$

La dirección del rayo reflejado en la base del prisma Dove se obtiene empleando nuevamente la ecuación (A.5).

$$\hat{\mathbf{K}}_3 = \hat{\mathbf{K}}_2 - 2(\hat{\mathbf{N}}_2 \cdot \hat{\mathbf{K}}_2)\hat{\mathbf{N}}_2. \quad (\text{A.8})$$

Sustituimos (A.3) y (A.6) en la ecuación (A.8) para conocer la dirección de propagación del rayo reflejado.

$$\hat{\mathbf{K}}_3 = \frac{\gamma}{n} \left\langle \cos \beta(2 \cos^2 \theta_r - 1), 2 \cos \beta \cos \theta_r \sin \theta_r, \frac{1}{\gamma} + \sin \beta \right\rangle. \quad (\text{A.9})$$

El rayo es refractado una vez más en la tercera superficie o cara de salida. La dirección de propagación del rayo transmitido se determina nuevamente mediante la ecuación (A.5).

Sustituimos (A.4) y (A.9) en (A.5) y obtenemos el vector de propagación unitario del rayo transmitido por el prisma Dove.

$$\hat{\mathbf{K}}_4 = \gamma \left\langle \cos \beta \left(2 \cos^2 \theta_r - 1 + \frac{n\alpha}{\gamma} \right), 2 \cos \beta \cos \theta_r \sin \theta_r - \frac{n\alpha}{\gamma} \sin \beta \sin \theta_s, \right. \\ \left. \sin \beta \left(1 + \frac{n\alpha}{\gamma} \cos \theta_s \right) + \frac{1}{\gamma} \right\rangle \quad (\text{A.10})$$

Los términos empleados son:

$$\alpha = \sqrt{\zeta^2 - 1 + \frac{1}{n^2}} - \zeta. \quad (\text{A.11})$$

$$\zeta = \frac{\gamma}{n} \cos^2 \beta (2 \cos^2 \theta_r - 1) - 2 \frac{\gamma}{n} \cos \beta \sin \beta \cos \theta_r \sin \theta_r \sin \theta_s \\ + \frac{\gamma}{n} \sin \beta \left(\frac{\cos \theta_s}{\gamma} + \sin \beta \cos \theta_s \right). \quad (\text{A.12})$$

La desviación producida por el error piramidal resulta en la dirección del eje “y”. Por tanto, la inclinación está dada por la segunda componente del vector $\hat{\mathbf{K}}_4$.

$$\delta_p(\theta_r, \theta_s) = \arcsin(2\gamma \cos \beta \cos \theta_r \sin \theta_r - n\alpha \sin \beta \sin \theta_s) \quad (\text{A.13})$$

Podemos simplificar la expresión (A.13) si consideramos que el argumento del arco seno es muy pequeño, así como los ángulos θ_r , y θ_s .

$$\delta_p(\theta_r, \theta_s) = 2\theta_r \left(\sqrt{n^2 - \cos^2 \beta} - \sin \beta \right) \cos \beta - n\alpha\theta_s \sin \beta. \quad (\text{A.14})$$

Donde los términos γ y α se calculan a partir de (A.7) y (A.11), respectivamente. Es importante que tengamos presente las aproximaciones hechas en la expresión (A.14).

Apéndice B.

Trazo exacto de rayos para determinar la ecuación de desplazamiento vectorial del eje óptico del sistema.

Partimos de la figura 1 para hacer nuestro análisis de trazo de rayos. En el presente desarrollo encontraremos simbología que no se relaciona con la utilizada en el cuerpo de la tesis u otros apéndices.

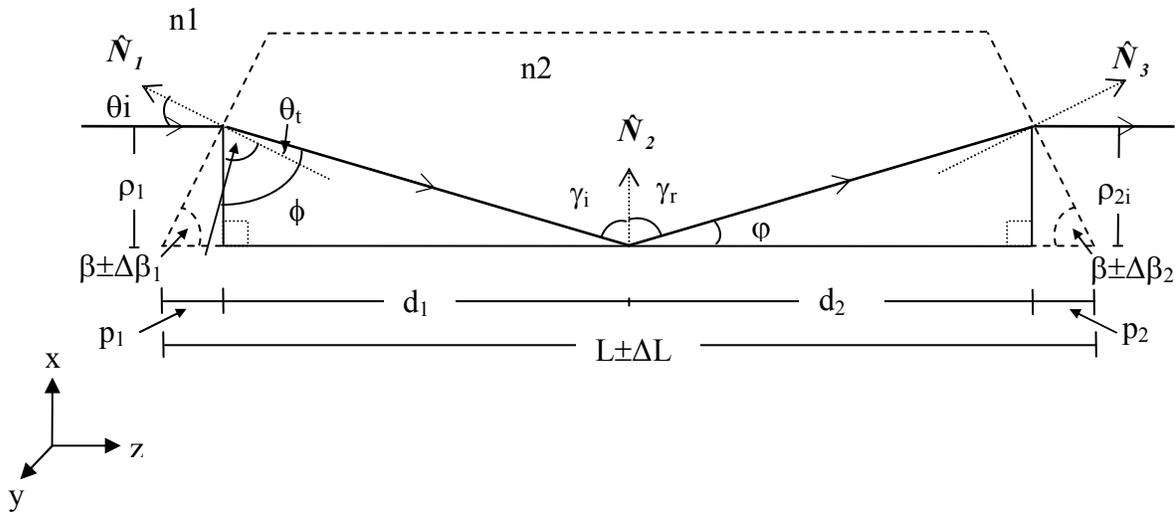


Figura B.1 Trazo exacto de rayos a través del prisma Dove para determinar el desplazamiento vectorial del frente de onda que lo cruza.

La diferencia entre la altura de salida del rayo en un prisma ideal y uno real, proporciona el desplazamiento vectorial debido a los errores manufactura.

$$\Delta\rho = \rho_{22} - \rho_{21} \cdot \quad [m] \quad (B.1)$$

Los términos ρ_{21} y ρ_{22} son la altura de salida del rayo en un prisma ideal y en un prisma con errores de longitud y ángulos de base, respectivamente.

De la figura B.1 y considerando un prisma Dove sin errores ($\Delta\beta_1=0$, $\Delta\beta_2=0$, $\Delta L=0$) tenemos:

$$\theta_i = \arcsin\left[\frac{1}{n} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)\right]. \quad [\text{rad}] \quad (\text{B.2})$$

Podemos observar en la figura B.1, que la normal de la cara de entrada (\hat{N}_1) presenta un ángulo $\beta \pm \Delta\beta_1$ [rad] respecto a la normal de la base del prisma (\hat{N}_2). Por tal motivo, un rayo que viaja paralelo a la base del prisma presenta un ángulo de incidencia de $1.571 - (\beta \pm \Delta\beta_1)$ [rad] respecto a \hat{N}_3 .

Regresando al caso ideal podemos determinar las siguientes relaciones:

$$\gamma_i = \gamma_r. \quad [\text{rad}] \quad (\text{B.3})$$

$$\gamma_r = \phi. \quad [\text{rad}] \quad (\text{B.4})$$

$$\phi = \beta + \theta_i. \quad [\text{rad}] \quad (\text{B.5})$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \phi. \quad [\text{rad}] \quad (\text{B.6})$$

Si hacemos referencia nuevamente a la figura B.1 podemos definir los siguientes parámetros:

$$p_1 = \frac{\rho_1}{\tan \beta} \cdot \quad [\text{m}] \quad (\text{B.7})$$

$$d_1 = \rho_1 \tan \phi \cdot \quad [\text{m}] \quad (\text{B.8})$$

$$p_2 = \frac{\rho_{21}}{\tan \beta} \cdot \quad [\text{m}] \quad (\text{B.9})$$

$$d_2 = L - (p_1 + d_1 + p_2) \cdot \quad [\text{m}] \quad (\text{B.10})$$

$$\rho_{21} = d_2 \tan \phi \cdot \quad [\text{m}] \quad (\text{B.11})$$

Donde la longitud total del prisma está representada por L. Los parámetros p_1 , p_2 y d_1 son segmentos de la longitud del prisma acotados por los puntos de entrada y salida del rayo, así como el centro del prisma.

Sustituimos las ecuaciones de (B.7) a (B.9) en la expresión (B.10) y ésta a su vez en (B.11).

Después de algunos pasos algebraicos obtenemos la ecuación (B.12). Ésta es la altura de salida del rayo transmitido por un prisma Dove ideal.

$$\rho_{21} = \left[L - \rho_1 \left(\frac{1}{\tan \beta} + \tan \phi \right) \right] \left[\frac{\tan \phi \tan \beta}{\tan \phi + \tan \beta} \right] \cdot \quad [\text{m}] \quad (\text{B.12}).$$

La altura de salida del rayo varía al pasar por un prisma Dove con errores de sus ángulos de base ($\Delta\beta_1$ y $\Delta\beta_2$), y error de su longitud (ΔL). Las ecuaciones (B.2), (B.5), (B.6), (B.7) a (B.11) podemos reescribirlas como:

$$\theta_t \pm \Delta\theta_t = \arcsin\left[\frac{1}{n} \sin\left(\frac{\pi}{2} - (\beta \pm \Delta\beta_1)\right)\right]. \quad [\text{rad}] \quad (\text{B.13})$$

$$\phi \pm \Delta\phi = (\beta \pm \Delta\beta_1) + (\theta_t \pm \Delta\theta_t). \quad [\text{rad}] \quad (\text{B.14})$$

$$\varphi \pm \Delta\varphi = \frac{\pi}{2} - (\phi \pm \Delta\phi). \quad [\text{rad}] \quad (\text{B.15})$$

$$p_1 \pm \Delta p_1 = \frac{\rho_1}{\tan(\beta \pm \Delta\beta_1)}. \quad [\text{m}] \quad (\text{B.16})$$

$$d_1 \pm \Delta d_1 = \rho_1 \tan(\phi \pm \Delta\phi). \quad [\text{m}] \quad (\text{B.17})$$

$$p_2 \pm \Delta p_2 = \frac{\rho_{22}}{\tan(\beta \pm \Delta\beta_2)}. \quad [\text{m}] \quad (\text{B.18})$$

$$d_2 \pm \Delta d_2 = L \pm \Delta L - (p_1 \pm \Delta p_1 + d_1 \pm \Delta d_1 + p_2 \pm \Delta p_2). \quad [\text{m}] \quad (\text{B.19})$$

$$\rho_{22} = (d_2 \pm \Delta d_2) \tan(\varphi \pm \Delta\varphi). \quad [\text{m}] \quad (\text{B.20})$$

Sustituimos las ecuaciones de (B.16) a (B.18) en la expresión (B.19). La ecuación resultante emplaza el primer término de (B.20). Después de algunos pasos algebraicos obtenemos la expresión analítica de ρ_{22} .

$$\rho_{22} = \left[(L \pm \Delta L) - \rho_1 \left(\frac{1}{\tan(\beta \pm \Delta\beta_1)} + \tan(\phi \pm \Delta\phi) \right) \right] \cdot \left[\frac{\tan(\varphi \pm \Delta\varphi) \tan(\beta \pm \Delta\beta_2)}{\tan(\varphi \pm \Delta\varphi) + \tan(\beta \pm \Delta\beta_2)} \right]. \quad [\text{m}] \quad (\text{B.21})$$

El desplazamiento vectorial introducido en el frente de onda debido a los errores de los ángulos de base y en la longitud lo obtenemos al sustituir (B.12 y (B.21) en (B.1).

$$\Delta\rho(\Delta L, \Delta\beta_1, \Delta\beta_2) = \left[(L \pm \Delta L) - \rho_1 \left(\frac{1}{\tan(\beta \pm \Delta\beta_1)} + \tan(\phi \pm \Delta\phi) \right) \right]$$

$$\left[\frac{\tan(\phi \pm \Delta\phi)\tan(\beta \pm \Delta\beta_2)}{\tan(\phi \pm \Delta\phi) + \tan(\beta \pm \Delta\beta_2)} \right] - \left[L - \rho_1 \left(\frac{1}{\tan\beta} + \tan\phi \right) \right] \left[\frac{\tan\phi \tan\beta}{\tan\phi + \tan\beta} \right]. \quad [\text{m}] \quad (\text{B.22})$$