

**CENTRO DE INVESTIGACIONES
EN ÓPTICA, A.C.**

TESIS

***Determinación de parámetros críticos de
manufactura y alineación de un prisma Dove
para su aplicación en un interferómetro de
desplazamiento rotacional***

Presenta:

M. en C. Enoch Gutiérrez Herrera

Asesor:

Dra. Marija Strojnik Pogacar

Como requisito para obtener el grado de

Doctor en Ciencias (Óptica)

León, Guanajuato, México, Diciembre 2011

Agradecimientos

La realización de la presente investigación no hubiera sido posible sin el valioso apoyo de varias personas. Quiero comenzar expresando mi agradecimiento a mi asesora, la Dra. Marija Strojnik, por el invaluable tiempo, soporte y orientación brindados durante estos años de estudio.

Asimismo, deseo expresar mi gratitud a mi coasesor el Dr. Gonzalo Páez Padilla por el tiempo otorgado, así como por su orientación tanto en el ámbito profesional como personal. Ambos, partícipes de este importante logro, gracias.

Agradezco a mis amigos y compañeros del grupo de infrarrojo: Paulino Vacas, Mariana Alfaro, Maximiliano Galán, Camille Vázquez, Antonio Ortega, Claudio Ramírez, Eduardo López, Juan Carlos Ramírez y Arturo Aranda por la amistad otorgada y el apoyo brindado a lo largo de mi estadía en el CIO.

Igualmente deseo reconocer que el presente trabajo de investigación no hubiera podido llevarse a efecto sin el soporte económico otorgado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT). Gracias por brindarme esta oportunidad de desarrollo profesional.

En el ámbito personal, quiero extender mi más profundo agradecimiento a mi familia ya que su ayuda incondicional y sus palabras de aliento hicieron más sencillo el trayecto durante estos años de duro trabajo. En especial quiero dar infinitas gracias y mi más profundo reconocer a Mónica, mi esposa, a quien dedico este logro compartido. Sin tu apoyo no hubiera sido posible materializar esta meta.

Índice

Índice.....	i
-------------	---

Listado de figuras.....	v
-------------------------	---

Listado de tablas.....	xv
------------------------	----

Capítulo I

Introducción

1.1	Antecedentes.....	1
1.1.1	Detección de planetas extrasolares.....	3
1.1.1.1	Prisma Dove.....	6
1.1.2	Medición de elementos esféricos.....	8
1.2	Objetivo.....	12
1.3	Motivación.....	13
1.4	Organización del documento.....	15
1.5	Referencias.....	17

Capítulo II

Análisis del interferómetro de desplazamiento rotacional

2.1	Introducción.....	27
-----	-------------------	----

2.2	Interferómetro Mach-Zehnder.....	28
2.3	Interferómetros de desplazamiento.....	33
2.3.1	Interferómetro de desplazamiento rotacional.....	34
2.4	Parámetros críticos del prisma Dove.....	39
2.5	Trazo exacto de rayos.....	43
2.5.1	Refracción.....	45
2.5.2	Traslación.....	48
2.6	Resumen.....	50
2.7	Referencias.....	51

Capítulo III

Determinación de tolerancias interferométricas para un prisma Dove usando el trazo exacto de rayos

3.1	Introducción.....	57
3.2	Errores de manufactura de un prisma Dove.....	59
3.3	Análisis del trazo exacto de rayos.....	64
3.4	Resultados del trazo exacto de rayos	69
3.5	Resumen.....	76
3.6	Referencias.....	77

Capítulo IV

Cuantificación de parámetros críticos de alineación para un interferómetro de desplazamiento rotacional empleando el trazo de rayos

4.1	Introducción.....	80
-----	-------------------	----

4.2	Sistema Rotacional: desviaciones angulares.....	82
4.3	Formulación del trazo exacto de rayos para el análisis de alineación del RSI.....	85
4.4	Análisis de alineación del RSI	88
4.4.1	Posicionamiento del RSI: funcionamiento del sistema rotacional.....	90
4.4.2	Compensación del RSI: funcionamiento del espejo.....	100
4.5	Resumen.....	112
4.6	Referencias.....	115

Capítulo V

Método propuesto para medir segmentos esféricos de gran escala por medio del RSI

5.1	Introducción.....	118
5.2	Estudio comparativo de dos técnicas de metrología usadas para superficies ópticas de gran escala.....	120
5.2.1	Torre de prueba.....	120
5.2.2	Método de cosido.....	122
5.3	Definición del método de cosido: solución del problema de Procrustes.....	124
5.4	Arreglo experimental del método de cosido.....	130
5.5	Resumen.....	139
5.6	Referencias.....	140

Capítulo VI

	Conclusiones generales.....	144
--	-----------------------------	-----

Apéndice A

Lista de símbolos

Apéndice B

Validación del algoritmo de trazo de rayos

Apéndice C

Programa de trazo de rayos

Listado de figuras

Capítulo I

Fig. 1.1. Sistema planeta-estrella. El sistema puede ser modelado como dos fuentes puntuales: la estrella localizada en el eje óptico, mientras que el planeta está una distancia a sobre el eje X. Se consideran frentes planos por la lejanía del punto de observación (10pc).

Fig. 1.2. El prisma Dove rota la imagen dos veces el ángulo de giro del prisma alrededor de su eje longitudinal en el mismo sentido.

Fig. 1.3. Perfil de una superficie esférica estándar y una superficie asférica elíptica.

Capítulo II

Fig. 2.1. Diagrama de un interferómetro Mach-Zehnder. Éste consta de una fuente de luz S, dos divisores de haz D1 y D2, con sus respectivas superficies semirelectoras A1 y A2, y dos espejos M1 y M2. Los símbolos W1 y W2 representan los frentes de onda en los brazos del interferómetro. Denotamos los puntos conjugados de la lente L2 con las letras P y P'.

Fig. 2.2. Región de interferencia generada por los interferómetros de desplazamiento (a) vectorial, (b) radial y (c) rotacional.

Fig. 2.3. Esquema del interferómetro de desplazamiento rotacional.

Fig. 2.4. (a) Parámetros que caracterizan a un prisma Dove: H (altura), W (anchura), L (longitud) y β (ángulo de base). Los parámetros del prisma son modificados por los errores de manufactura. Las tolerancias en estos parámetros dan origen a: (b) errores de los ángulos de base $\Delta\beta$, (c) error de longitud ΔL y (d) la presencia del ángulo piramidal $\theta_1 + \theta_2$.

Fig. 2.5. Disminución en el desempeño del RSI a causa de errores de manufactura y de alineación del sistema rotacional (prisma Dove). (a) el error de longitud, (b) los errores de ángulos de base, (c) la presencia del ángulo piramidal y los errores de posicionamiento del prisma, alrededor de (d) el eje x y (e) el eje y , desvían la imagen transmitida ocasionando un desplazamiento lineal ($\delta p \neq 0$) en el plano imagen.

Fig. 2.6. Refracción de un rayo al pasar a través de la interfaz que separa dos medios con diferente índice de refracción.

Fig. 2.7. La operación de translación proporciona el punto de intersección de un rayo con un plano.

Capítulo III

Fig. 3.1. Errores de manufactura del prisma Dove que modifican la trayectoria de los rayos: (a) error de longitud, (b) errores de ángulos de base y (c) presencia del ángulo piramidal.

Fig. 3.2. Vectores resultantes ($\vec{r}_{vm}, m \in [1,8]$) a los vértices de un prisma Dove. Las variables del trazo de rayos son: vector director unitario del rayo \hat{K}_j , normal unitaria a la superficie \hat{N}_j , índice de refracción n , punto de intersección del rayo \vec{r}_j . El subíndice j indica la superficie analizada.

Fig. 3.3. Trazo exacto de rayos a través de un prisma perfecto. Esta condición supone la ausencia de cualquier aberración, inhomogeneidad, y error de manufactura (caso ideal): resultando una imagen perfecta. El objeto de entrada consiste de una distribución de rayos originados en los puntos de intersección de una rejilla rectangular. La imagen tiene la misma forma y posición relativa al eje óptico (eje z) que el objeto, pero esta está invertida.

Fig. 3.4. Imagen distorsionada debida a la presencia del ángulo piramidal. La imagen obtenida de un prisma perfecto, restada de la imagen distorsionada entrega el error de desplazamiento $\Delta\vec{r}_i[m, n]$. Los vectores $\vec{r}_{I_i}[m, n]$ y $\vec{r}_{D_i}[m, n]$ indican la posición de los rayos en el plano de detección para las imágenes ideal y distorsionada, respectivamente.

Fig. 3.5. Dos casos de OPD (diferencia de camino óptico) máxima son valorados individualmente. Primero, la condición del error de ángulo de base ($\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$) tiene como resultado una tolerancia admisible de ± 0.37 arc sec. Segundo, el escenario del ángulo piramidal ($\theta_1 = \theta_2$) causa una tolerancia permisible de ± 0.52 arc sec.

Fig. 3.6. Distorsión de la imagen causada por los errores de manufactura. La distorsión máxima en la dirección de x para la tolerancia en el ángulo de base es $0.048 \mu\text{m}$. La distorsión máxima producida por la tolerancia en el ángulo piramidal es 0.017 y $0.031 \mu\text{m}$ en la dirección de x y y , respectivamente.

Fig. 3.7. Desplazamiento angular de la imagen, obtenido de las Ecs. (3.4) y (3.5), en la cara de salida del prisma para una OPD máxima ($\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$ o $\theta_1 = \theta_2$). Observamos que las desviaciones máximas de la imagen son: $\delta_x = 0.66$ arc sec y $\delta_y = 0.65$ arc sec, para los ángulos de base y piramidal, respectivamente.

Capítulo IV

Fig. 4.1. Los parámetros del prisma son modificados por los errores de manufactura. Las tolerancias en estos parámetros dan origen a: (a) errores de los ángulos de base $\Delta\beta$, y (b) la presencia del ángulo piramidal $\theta_1 + \theta_2$.

Fig. 4.2. Esquema del interferómetro de desplazamiento rotacional (RSI, por sus siglas en inglés); el RSI es basado en un interferómetro Mach-Zehnder tradicional.

Fig. 4.3. El escenario hipotético de la visualización perfecta (a) ocurre en presencia de un componente ideal perfectamente alineado. En el caso de un sistema de visualización realista (b) el eje óptico es desviado por los errores de manufactura y el posicionamiento del sistema rotacional. Estas desviaciones desplazan y distorsionan la imagen transmitida.

Fig. 4.4. Representación esquemática ilustrando el posicionamiento de un prisma Dove (PD) con errores de manufactura y la compensación de un espejo. La posición de las caras del prisma y sus normales son modificadas por los errores de manufactura. La falta de precisión en estas caras dan lugar a: los errores de ángulo de base $\Delta\beta$ y el ángulo piramidal $\theta_1 + \theta_2$, como se muestra en el recuadro interior.

Fig. 4.5. Las variables del trazo de rayos son: vector director unitario de un rayo \hat{K}_j , normal unitaria a la superficie \hat{N}_j , matriz de transformación de Euler M_j , índice de refracción n_j , punto de intersección de un rayo \vec{r}_j , punto de intersección de la j -ésima superficie con el eje z z_j , y distancia, a lo largo del eje z , entre los puntos de intersección del rayo, que está situado en el eje óptico, con las superficies j y $j + 1$, d_j . Los errores de manufactura y el posicionamiento del prisma desvían el vector director de los rayos sobre los planos xz (δx_j) y yz (δy_j).

Fig. 4.6. La rotación alrededor del eje y de un prisma Dove real $\Delta\eta_p$ causa una disminución de la OPD. Los errores de ángulo de base del prisma modelado, en el peor caso ($\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$),

son: 120, 60 y 20 arc sec. La razón de cambio es la misma en los tres casos.

Independiente del error de ángulo de base, el prisma tiene la misma tolerancia al posicionamiento para asegurar un desempeño admisible. El espejo es mantenido en su posición inicial ($\Delta\xi_m = 0$ y $\Delta\eta_m = 0$).

Fig. 4.7. La rotación alrededor del eje y de un prisma Dove real $\Delta\eta_p$ produce cambios de la OPD.

Los ángulos piramidales ($\theta_1 + \theta_2$) del prisma modelado, en el peor caso ($\theta_1 = \theta_2$), son: 240, 120 y 40 arc sec. La OPD causada por el ángulo piramidal no puede ser reducida modificando la posición del prisma. Por el contrario se incrementa. Por lo tanto, la mejor orientación de un prisma con ángulo piramidal es una alineación perfecta. El espejo es mantenido fijo en su posición inicial ($\Delta\xi_m = 0$ y $\Delta\eta_m = 0$).

Fig. 4.8. (a) OPD, (b) distorsión, (c) desviación del vector director y (d) desplazamiento del centroide de una imagen transmitida por un prisma Dove interferométrico, en el peor caso para el error de ángulo de base ($\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$), con rotación alrededor de los ejes x y y ($\Delta\xi_p$ y $\Delta\eta_p$, respectivamente). Para asegurar una OPD máxima de $\lambda/10$ debida al posicionamiento de un prisma Dove interferométrico, el intervalo de rotación aceptable (sombreado) es 0.66 arc sec. Sin embargo, la distorsión y el desplazamiento del centroide en la dirección de x no pueden ser eliminados por medio de la rotación del prisma.

Fig. 4.9. La rotación alrededor del eje y de un espejo $\Delta\eta_m$ causa una disminución de la OPD.

Los errores de ángulo de base del prisma modelados son los mismos de la Fig. 4.5, y el

prisma se considera alienado perfectamente ($\Delta\xi_p = 0$ y $\Delta\eta_p = 0$). La disminución de la OPD, a través de una rotación en el eje y , tiene una razón de cambio igual en los tres casos. Independientemente de la magnitud del error de ángulo de base, el espejo tiene una tolerancia al posicionamiento constante para asegurar un desempeño admisible.

Fig. 4.10. La rotación alrededor del eje x de un espejo $\Delta\xi_m$ produce cambios de la OPD. Los ángulos piramidales ($\theta_1 + \theta_2$) del prisma modelado son los mismos de la Fig. 4.6 y el prisma se considera posicionado idealmente ($\Delta\xi_p = 0$ y $\Delta\eta_p = 0$). En contraste al comportamiento observado mientras el prisma es rotado, la OPD causada por el ángulo piramidal puede ser eliminada. Independientemente de la magnitud del ángulo piramidal, el espejo tiene una tolerancia al posicionamiento constante para asegurar un desempeño admisible.

Fig. 4.11. (a) OPD, (b) distorsión, (c) desviación del vector director y (d) desplazamiento del centroide de una imagen transmitida por un prisma Dove interferométrico ($\Delta\xi_p = 0$ y $\Delta\eta_p = 0$), en el peor caso para el error de ángulo de base ($\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$) y el ángulo piramidal ($\theta_1 = \theta_2$), con rotaciones en los ejes x y y de un espejo, $\Delta\xi_m$ y $\Delta\eta_m$ respectivamente. Modelamos separadamente la rotación en y para el error de ángulo de base y la rotación en x para el ángulo piramidal. La distorsión vertical y el desplazamiento del centroide causados por el error de ángulo de base del prisma no son compensados por medio de la rotación del espejo. Para asegurar una OPD máxima de $\lambda/10$ cuando posicionamos el espejo, el intervalo de rotación aceptable (sombreada) es 0.66 arc sec.

Fig. 4.12. Rotación del espejo alrededor de los ejes x y y ($\Delta\xi_m$ y $\Delta\eta_m$, respectivamente) en el escenario del peor caso para el sistema rotacional (i.e., $\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2 = \theta_1 = \theta_2 = -0.35$ arc sec y $\eta_p = -0.33$ arc sec). Las rotaciones del espejo tienen lugar de manera aislada. Cada rotación, en los ejes x y y , compensa la desviación del vector director en la dirección correspondiente, pero puede ser no suficiente para alcanzar el umbral de diseño ($\lambda/10$).

Fig. 4.13. Rotación del espejo en el escenario del peor caso para el sistema rotacional (i.e., $\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2 = \theta_1 = \theta_2 = -0.35$ arc sec y $\eta_p = -0.33$ arc sec). La figura ilustra la rotación desacoplada del espejo alrededor de los ejes x y y ($\Delta\xi_m$ y $\Delta\eta_m$, respectivamente). Una rotación compuesta puede llevar al sistema rotacional del RSI a la condición óptima de cero OPD. La OPD está por debajo del umbral de diseño en una ventana (sombreada) de 0.7 arc sec. Esta ventana asegura el desempeño deseado del RSI.

Capítulo V

Fig. 5.1. Configuración de una torre de prueba doblada mediante tres espejos.

Fig. 5.2. Representación del proceso del método de cosido.

Fig. 5.3. Diagrama de flujo del proceso de cosido.

Fig. 5.4. Verificación del funcionamiento del algoritmo de cosido a través de simulación. (a) Datos de entrada: imágenes de referencia y desalineada, (b) Datos de salida: imágenes de referencia y alineada, y (c) Valor de la Ec. (5.1) para cada iteración.

Fig. 5.5. El arreglo del método de cosido incorpora: 1) una CMM Leitz PMM-F 30.20.10 (sistema de escaneo) y 2) un interferómetro Fisba μ Phase 2 OT (configuración Twyman Green) con 3) una μ Lente DCI 2 10/ ∞ . Durante la primera prueba de la técnica de cosido medimos 4) un espejo plano de referencia.

Fig. 5.6. Veintiún mediciones de un espejo plano son unificadas por medio del algoritmo de cosido: (a) gráfica 3D del mapa unificado y (b) perfil de los mapas cosidos. Estos resultados sugieren que el error en la forma es causado por la tendencia de las superficies en la región de traslape.

Fig. 5.7. Mapas de fase unificados después de la introducción de diferentes curvaturas para modificar la tendencia de la superficie. Los valores de la sagita modelada en las imágenes corresponden a: (a) 50%, (b) 100%, (c) 109%, (d) 150%, (e) 200% y (f) 540% de la calidad óptica de la región de traslape (27.55 nm RMS) para el mapa de referencia original. Con la misma rugosidad y sin errores de Abbe, la tasa de éxito del proceso de cosido incrementa cuando la sagita excede en aproximadamente 9% el valor RMS de la rugosidad del área de traslape. Los acrónimos usados son: superficie ideal (IS), mapa cosido (SM) y figura de referencia (RF), por sus siglas en inglés.

Fig. 5.8. Mapas de fase unificados después de la introducción de diferentes curvaturas para modificar la tendencia de la superficie. Las curvaturas y las sagitas (en el mapa de fase de referencia) corresponden a aquellas de la Fig. 5.7. Asumiendo la misma rugosidad y los mismos errores de Abbe, la tasa de éxito del proceso de cosido incrementa cuando la tendencia compensa o excede la rugosidad en el área traslapada. Los errores Abbe cambian la tendencia de la imagen y modifican la tasa de éxito tal como es el caso de la sagita de 109 %. Para conocer el significado de los acrónimos vea la Fig. 5.7.

Apéndice B

Fig. B1. Datos de salida de (a) OSLOTM y (b) nuestro programa, para el trazo de un rayo desde el plano objeto hasta el plano imagen.

Apéndice C

Fig. C1. Parámetros y coordenadas de los vértices del prisma Dove.

Fig. C2. Trazo exacto de rayos a través del prisma

Listado de Tablas

Capítulo III

Tabla 3.1. Vectores resultantes a un vértice y sus coordenadas correspondientes.

Tabla 3.2. Relación entre los vértices (arista) desplazados y el error inducido.

Tabla 3.3. Desplazamientos de aristas introducidos al programa y errores de ángulo respectivos.

Tabla 3.4. Síntesis de los resultados del trazo exacto de rayos en el prisma analizado.

Tabla 3.5. Cambios producidos por los errores de manufactura en un prisma Dove comercial y en un prisma Dove interferométrico.

Capítulo IV

Tabla 4.1. Desempeño de un prisma Dove interferométrico después de rotado alrededor del eje x .

Tabla 4.2. Desempeño de un prisma Dove interferométrico después de rotar alrededor del eje y .

Tabla 4.3. Desempeño del espejo compensador en el RSI después rotar alrededor del eje x .

Tabla 4.4. Desempeño del espejo compensador en el RSI después rotar alrededor del eje y .

Tabla 4.5. Desempeño de un espejo compensador en el RSI después de rotar alrededor de los ejes x y y secuencialmente.

Capítulo V

Tabla 5.1. Especificaciones del espejo primario del E-ELT

Tabla 5.2. Resultados del análisis de las dos técnicas de metrología comparadas

Apéndice B

Tabla B1. Resultado de la transformación de las variables, para dar cuenta de las diferencias en la definición de los ejes.

Capítulo I

Introducción

1.1 Antecedentes

El fenómeno de interferencia se presenta a lo largo de todo el espectro electromagnético debido a la naturaleza dual del espectro, la cual incluye el comportamiento ondulatorio. Este fenómeno óptico tiene una gran relevancia hoy en día ya que es el principio de funcionamiento de diversos instrumentos de aplicación industrial y científica. Entre sus aplicaciones se encuentran la medición de ángulos,^{1,2} distancias,³ velocidades de fluidos^{4,5} y sus variaciones, deformaciones de objetos bajo tensión^{6,7} y cambios de índice de refracción.^{8,9} Es utilizado también en métodos de alineación^{10,11} y determinación de forma y rugosidad de superficies,¹² empleado además en áreas como la espectroscopia,^{13,14} la medicina,¹⁵⁻¹⁹ la metrología,²⁰⁻²¹ la astronomía²²⁻²³ y muchas más.

El interferómetro, instrumento óptico de interés para nosotros, proporciona información del medio u objeto bajo prueba. La forma y las propiedades ópticas del elemento de prueba son proporcionadas, de forma indirecta, una vez que el haz que viaja a lo largo del instrumento es reflejado, propagado o absorbido por el objeto o medio de interés. El límite de resolución de la medición depende del sensor (e.g. una cámara CCD) y de la longitud de onda de la fuente de radiación utilizada.

Los interferómetros se dividen en dos tipos principales: de división de frente de onda y de división de amplitud. En la actualidad, los interferómetros de división de amplitud son los más utilizados. Existe una gran variedad de configuraciones de arreglos interferométricos de división de amplitud. En un interferómetro tradicional (e.g. Twyman-Green, Mach-Zehnder, etc.) la exactitud de la medición depende en gran medida de la calidad del elemento óptico de referencia. Los interferómetros de desplazamiento surgen como respuesta a la necesidad de generar nuevas técnicas de medición de superficies de las cuales no tenemos una referencia adecuada. A diferencia de los interferómetros tradicionales, los interferómetros de desplazamiento no utilizan una componente de referencia. Los interferómetros de desplazamiento se basan en la idea de comparar un frente de onda con una versión modificada de sí mismo,^{24, 25} lo que los convierte en instrumentos autoreferenciados.²⁶⁻²⁸ Por lo tanto, la exactitud en la medición depende del desempeño (i.e. la calidad y el posicionamiento de los elementos) del interferómetro y del instrumento sensor, como la cámara CCD.

Los interferómetros de desplazamiento se usan en pruebas de componentes y sistemas ópticos,²⁹ en el estudio de fenómenos de flujo y de difusión de fluidos,³⁰⁻³² así como en mediciones oftálmicas entre otros.^{33, 34} Varios tipos de desplazamiento pueden ser introducidos. Es de particular interés para nosotros el interferómetro de desplazamiento rotacional.

El interferómetro de desplazamiento rotacional (RSI, por sus siglas en inglés) utiliza el ángulo de rotación como variable para modificar el frente de onda. Este tipo de interferómetro ha sido propuesto para realizar pruebas de elementos ópticos fuera de eje, de segmentos en aperturas segmentadas o diluidas,³⁵ mediciones de elementos esféricos²⁸ y en la detección de planetas fuera del Sistema Solar.³⁶

1.1.1 Detección de planetas extrasolares

En la incansable búsqueda por conocer el origen del universo, obtener nueva información acerca del espacio exterior y descubrir vida extraterrestre, innumerables instrumentos para la detección de planetas fuera del Sistema Solar han sido propuestos.³⁷⁻⁴⁴ El interés por detectar otras fuentes planeta-estrella ha sido renovado recientemente, debido principalmente al desarrollo de tecnologías para la fabricación de componentes ópticos de alto desempeño,^{45, 46} corrección activa de imágenes^{47, 48} y telescopios de gran apertura.^{49, 50} Cualquiera que sea el método óptico de detección, se necesita contar con un telescopio de gran apertura para capturar la tenue señal óptica proveniente del planeta. El reto de la detección radica en el hecho de que la señal del planeta, en caso de existir, está oculta bajo el ruido de la señal de la estrella, la cual es más grande en intensidad y en extensión espacial. Por lo tanto, la tarea de detección de planetas se reduce a la separación de la señal del planeta de aquella de la estrella.

La mayor parte de los instrumentos de detección usados hoy en día utilizan métodos indirectos, los cuales proporcionan información de la órbita y la masa del planeta. Entre los principales métodos indirectos se encuentran: sincronización de pulsar (i.e. estrella de neutrones),⁵¹ medición de la velocidad radial,⁵² astrometría,⁵³ detección por tránsito⁵⁴ y microlensing.⁵⁵ Cada uno de estos métodos tiene condiciones particulares de medición, lo que los hace propicios bajo ciertos escenarios de exploración. Sin embargo, todos tienen una misma limitante, éstos no permiten detectar la luz proveniente del planeta lo que impide realizar un análisis espectroscópico.⁵⁶ Este análisis se emplea para determinar la composición de la fuente u objeto que refleja la luz bajo estudio. Por consiguiente, los métodos indirectos inhiben el conocimiento de los elementos que conforman la superficie y la atmósfera del planeta.

En la actualidad se investigan métodos de detección directos que permitan registrar la luz proveniente del planeta extrasolar. Estos métodos permitirán determinar los elementos químicos que conforman la superficie y la atmósfera del planeta bajo estudio. Conociendo la composición de la atmósfera es posible saber si contiene agua y por consiguiente determinar la presencia de vida, no importando el grado de evolución de ésta. Nuevas propuestas basadas en métodos directos pretenden proporcionar información del espectro emitido por el planeta. La magnitud de la razón señal ruido ($SNR = 10^{-5}$ en IR y 10^{-9} en visible) del planeta y el ángulo subtendido por el radio de su órbita alrededor de la estrella (≈ 0.1 arc sec),⁵⁷ así como la difracción producida por el telescopio y las variaciones de la atmosféricas, representan los principales retos a vencer por los instrumentos de detección.

Los métodos de detección directos utilizados en la búsqueda de planetas fuera del Sistema Solar se pueden agrupar en tres grupos: los instrumentos de pupila no circular,^{58, 59} los coronográficos,^{60, 61} y los interferométricos.⁶²⁻⁶⁵

Los instrumentos ópticos con pupila no circular generan un patrón de difracción asimétrico que permite aislar la señal del planeta en el plano imagen. Los coronógrafos estelares son diseñados para bloquear la luz de la estrella y permitir observar su alrededor. Los métodos coronográficos obstruyen la luz de la estrella modificando un apodizador e incorporan un diafragma de Lyot. El coronógrafo permite formar la imagen de los alrededores de la estrella evitando la saturación, los efectos de halo y el blooming.⁶⁶

Los telescopios en Tierra que utilizan un coronógrafo estelar, incorporan también óptica adaptativa. Esto con el fin de corregir la degradación de la imagen ocasionada por la turbulencia atmosférica. La luz reflejada en el coronógrafo es utilizada para determinar la distorsión del frente de onda y compensarla mediante los servomecanismos de la óptica adaptativa.

Los métodos de detección interferométricos se basan en la propiedad ondulatoria de la luz para anular la señal de la estrella y así captar y analizar únicamente la información proveniente del planeta.^{67, 68} El uso de un interferómetro de desplazamiento para la detección de una fuente planeta-estrella extrasolar fue originalmente sugerido para el espectro visible.⁶⁹ El interferómetro de desplazamiento rotacional (RSI) ha sido estudiado para aplicaciones astronómicas y sugerido en la búsqueda de exoplanetas por su capacidad potencial para ignorar la luz proveniente de la estrella en eje.⁷⁰

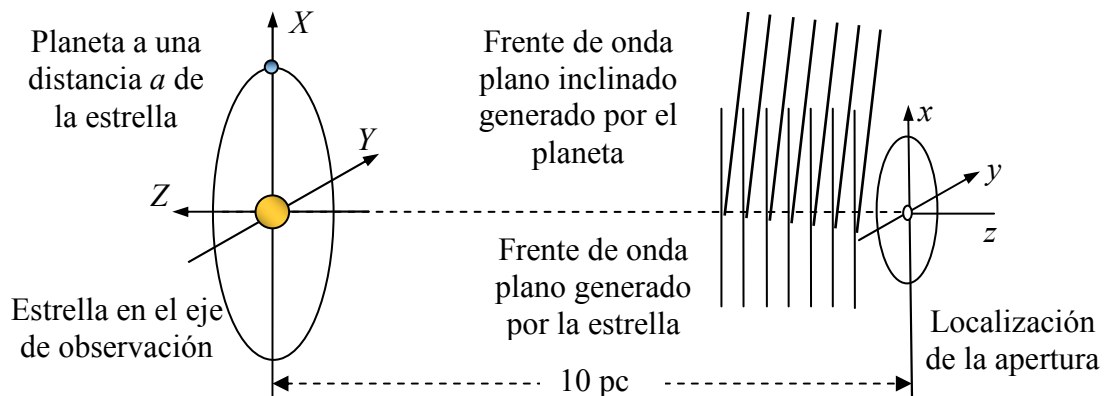


Fig. 1.1. Esquema planeta-estrella. La fuente puede ser modelada como dos fuentes puntuales: la estrella localizada en el eje óptico, mientras que el planeta está a una distancia a sobre el eje X. Se consideran frentes de onda planos por la lejanía del punto de observación (10 parsec).⁵⁷

La detección de planetas está sustentada en la propiedad que tiene el RSI de ignorar los frentes de onda con simetría rotacional, de lo cual hablaremos más a detalle en el capítulo II. Establecemos un posible escenario estrella-planeta para su análisis únicamente. La fuente planeta-estrella de interés es una estrella, tipo Sol, que se encuentra centrada en el eje óptico del interferómetro y el planeta, tipo Júpiter, orbita alrededor de ésta a una distancia a (ver Fig. 1.1). Bajo estas condiciones la estrella tiene un frente de onda con simetría rotacional, mientras que el frente de onda del planeta incide con una inclinación respecto a la apertura del RSI, careciendo de simetría de rotación.

Introducimos un elemento óptico que rota el frente de onda en cada uno de los brazos de un interferómetro Mach-Zehnder.⁷¹ Nuestro propósito es convertir este interferómetro en un RSI.⁷² Hemos elegido el prisma Dove como el elemento principal del sistema de rotación del RSI. La calidad de fabricación de los prismas y su adecuada alineación, ambas condiciones de ingeniería del interferómetro, determinan el desempeño del RSI.⁷³

1.1.1.1 Prisma Dove

Un prisma es un fragmento de vidrio o cristal con dos o más caras planas, pulidas y frecuentemente no paralelas. Los prismas o espejos no sólo son utilizados para cambiar la dirección de la luz, también pueden realizar cambios básicos sobre una imagen. Las transformaciones básicas consideradas son: invertir, revertir, rotar y reflejar geoméricamente la imagen. Es importante señalar que dos transformaciones sucesivas equivalen a una tercera. Por tal motivo, cuando un plano de reflexión es girado se obtiene una reflexión geométrica respecto a un plano inclinado.⁷⁴ Este efecto es una de las principales características de un prisma Dove.

Un prisma Dove es una versión recortada de un prisma ortogonal.⁷⁵ Éste ha encontrado un amplio uso en sistemas ópticos tradicionales como erector de imagen. El prisma Dove tiene dos importantes propiedades. La primera, se cumple sólo en ausencia de errores de manufactura y de alineación, consiste en que la trayectoria de la imagen transmitida se conserva. Un error de fabricación de un ángulo del prisma lo podemos definir como la desviación del ángulo respecto a su valor nominal. La segunda reside en que la imagen gira con el doble de velocidad que el prisma alrededor de su eje longitudinal y en el mismo sentido (ver Fig. 1.2). Ambas propiedades lo hacen el elemento principal y crítico del RSI.

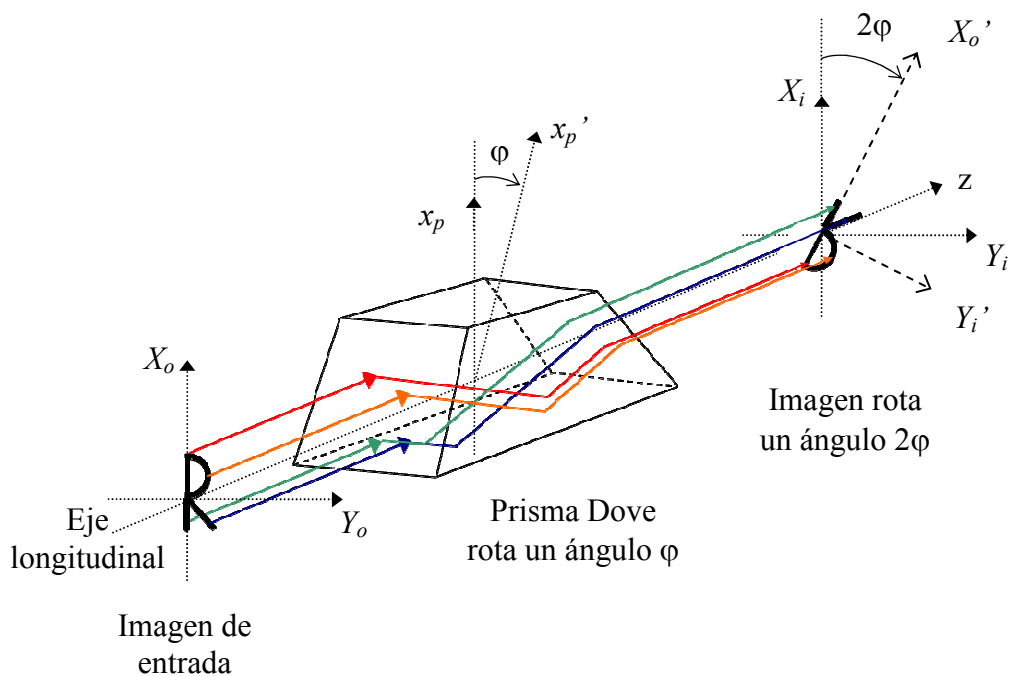


Fig. 1.2. Un prisma Dove rota la imagen transmitida dos veces el ángulo de giro del prisma alrededor de su eje longitudinal y en el mismo sentido.

En un prisma Dove sin errores de manufactura (i.e. ideal), el ángulo de salida del rayo es independiente del índice de refracción. Por lo tanto, un prisma Dove sin errores de fabricación es acromático.⁷⁶ El prisma Dove debe ser utilizado exclusivamente para luz colimada ya que el uso de luz convergente o divergente introducirá astigmatismo.⁷⁷

1.1.2 Medición de elementos esféricos

Las superficies ópticas esféricas son aquellas que se apartan en mayor o menor medida de la forma esférica de las superficies ópticas estándar (ver Fig. 1.3). Las superficies esféricas se usan en sistemas ópticos para incrementar la calidad de la imagen, reducir el tamaño del sistema o el número de elementos, para aligerar el peso y simplificar el proceso de ensamble.⁷⁸ Sin embargo, la producción de elementos esféricos representa un gran reto de manufactura y medición.⁷⁹

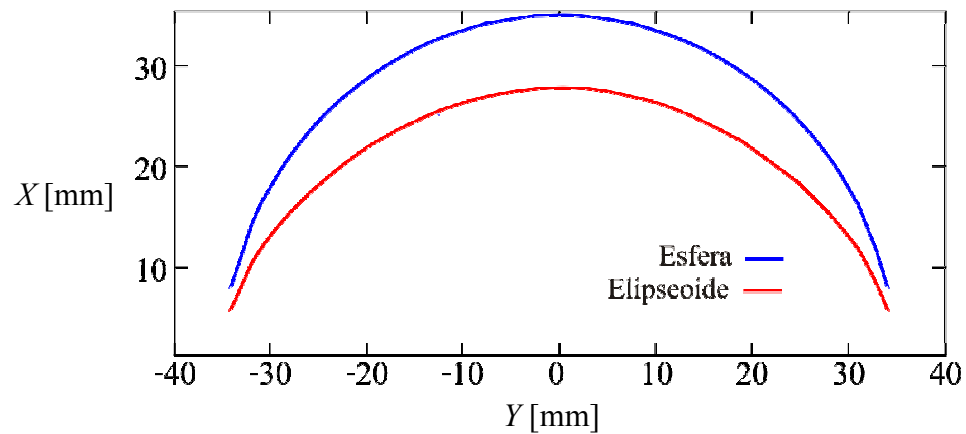


Fig. 1.3. Perfil de una superficie esférica estándar y una superficie esférica elíptica.

Para poner en perspectiva la metodología de fabricación de un elemento esférico, recordemos que las superficies esféricas se caracterizan por un valor de curvatura constante. Por tanto, las superficies esféricas pueden ser fabricadas usando herramientas de formato grande. Cuando son manejadas apropiadamente, tales herramientas operan durante un largo periodo de tiempo sin una degradación significativa de la calidad.⁸⁰ Adicionalmente, las herramientas se mueven de manera estocástica, lo cual evita la generación de zonas con características no deseadas en la estructura de la superficie. Consecuentemente, una figura de alta calidad puede ser alcanzada, incluso con máquinas relativamente sencillas.

Por el contrario, la fabricación de superficies esféricas se ve afectada por el cambio de la curvatura local a lo largo de la superficie, requiriendo herramienta de formato pequeño para el esmerilado y el pulido. Estos instrumentos son más sensibles al deterioro, desestabilizando el proceso. Por tanto, el riesgo de generar daños en la pieza es mayor. Máquinas cinemáticas muy exactas y procesos de corrección complejos son demandados. Adicionalmente, métodos de medición muy precisos con exactitudes en el intervalo de 0.5 a 0.001 μm son indispensables para estas superficies ópticas.⁸⁰ Aunado a lo anterior, la dificultad de probar superficies esféricas también consiste en que no siempre contamos con la referencia adecuada para su medición.

En los talleres ópticos, la calidad de las superficies fabricadas las examinamos principalmente por medio de métodos interferométricos. A partir del análisis del patrón interferométrico, podemos identificar y cuantificar los tipos de errores en las superficies o sistemas ópticos bajo prueba. Sin embargo, es necesaria una fuente de luz coherente y monocromática.

Otras técnicas de medición son los sensores de frente de onda Hartmann⁸¹ y Shack-Hartmann,⁸² así como la deflectometría.⁸³⁻⁸⁵ Estas técnicas proporcionan la pendiente local del frente de onda y de la superficie de prueba, respectivamente. En el caso de los sensores Hartmann y Shack-Hartmann, el propio frente de onda se obtiene mediante la integración numérica los gradientes del frente de onda medido.^{86, 87} En la deflectometría, la altura local de la superficie estudiada se calcula a partir del desplazamiento de la mancha de luz (i.e. cambio del ángulo de reflexión del haz) del escáner láser en el detector, ubicado en plano focal.⁸⁸ Una desventaja de estas técnicas es su limitada resolución lateral, la cual es típicamente un orden de magnitud menor en comparación con métodos interferométricos.

Las técnicas más flexibles para medir la forma de las superficies ópticas se sustentan principalmente en interferometría. La interferometría es la prueba metrológica más utilizada para probar no solamente superficies pulidas planas, esféricas, o asféricas, sino también el desempeño de sistemas ópticos completos. Los arreglos interferométricos tradicionales frecuentemente usados son Fizeau,⁸⁹ Twyman-Green o Mach-Zehnder.⁹⁰

Cuando medimos una superficie esférica, el frente de onda ideal del interferómetro se focaliza en el centro de curvatura de la superficie de prueba. Después de la retroreflexión, la deformación del frente de onda, el cual se propaga de regreso al interferómetro, es dos veces la distorsión de la superficie desconocida. Al superponer éste con el frente de onda de referencia ideal se genera un patrón de franjas. Gracias a la deformación de las franjas podemos visualizar la desviación del frente de onda que estamos buscando. Si la densidad de franjas en el patrón no es muy alta, un programa de análisis de franjas automatizado puede determinar la desviación de la superficie.

La dificultad de probar superficies esféricas por medio de un interferómetro consiste en que el frente de onda de referencia no es una onda esférica perfecta. El frente de onda de referencia tiene una forma difícil de generar y de calibrar, cuando no contamos con una referencia adecuada.

Si iluminamos una componente esférica con un frente de onda esférico puede dar lugar a pronunciadas desviaciones de la fase del frente de onda refractado o retroreflejado. Esta condición genera un patrón de interferencia con una densidad alta de franjas, situación que afecta su detección. Por tanto, el frente de onda no puede ser recuperado total o parcialmente. En este caso, un elemento de referencia adecuado o un elemento corrector nulo es necesario. El corrector nulo puede ser un sistema de lentes o un holograma generado por computadora.^{91, 92} El propósito del elemento corrector nulo es deformar el frente de onda esférico de modo tal que éste corresponda a la figura ideal de la superficie de prueba. Por consiguiente, el frente de onda lleva únicamente la desviación real de la superficie esférica respecto de su función ideal.

Cuando incluimos todas las características que acabamos de mencionar, las técnicas de interferometría pueden alcanzar desviaciones del frente de onda esférico de unos cuantos nanómetros, aproximándose mejor al frente de onda de referencia ideal. Desafortunadamente, los métodos descritos hasta el momento requieren de una superficie óptica adecuada y de alta calidad que nos permita generar un frente de onda de referencia apropiado. La sensibilidad de un interferómetro tradicional depende de la diferencia entre las formas del frente de onda de referencia y el de prueba, por tanto debemos contar con una gran variedad de superficies de alta calidad con distintas geometrías para contar con un sistema de medición flexible.

Por el contrario, como mencionamos previamente, los interferómetros de desplazamiento son sistemas autoreferenciados, por lo que no requieren de una superficie de referencia. El desplazamiento introducido en uno de los frentes de onda interferentes le proporciona al interferómetro una sensibilidad variable, la cual es controlada mediante la magnitud del parámetro o la variable modificada.⁹³ Lo anterior da a esta técnica un amplio rango de medición para geometrías de superficies ópticas diferentes.

La sensibilidad ajustable del interferómetro de desplazamiento rotacional a la asimetría de rotación de un frente de onda, lo postula como el instrumento idóneo en pruebas de superficies esféricas^{94, 95} y a la detección de planetas extra solares, como lo estudiaremos en el siguiente capítulo. Sin embargo, como mencionamos previamente, el desempeño del interferómetro de desplazamiento rotacional depende de la calidad y el posicionamiento de los elementos que lo componen.

1.2 Objetivo

El objetivo del presente trabajo de investigación es determinar los parámetros críticos a errores de manufactura y de alineación de los prismas Dove del interferómetro de desplazamiento rotacional que aseguren un desempeño igual o mejor que $\lambda/10$ a 633 nm; así como establecer el método óptimo para la medición de segmentos ópticos esféricos de gran escala para este interferómetro.

Para lograr dicho fin abordamos diversos objetivos particulares. Primeramente nos abocamos a calcular la tolerancia a errores de manufactura del elemento principal del interferómetro, el prisma Dove. Posteriormente, determinamos las condiciones de desalineación que podemos tolerar del prisma, necesarias para lograr un desempeño igual o mejor que $\lambda/10$. Simulamos también los movimientos de los espejos del interferómetro y calculamos la resolución del movimiento indispensable para compensar posibles desviaciones del prisma Dove. Por último, realizamos un análisis comparativo de los dos métodos empleados en la medición de elementos ópticos de gran escala e implementamos un arreglo experimental del método más propicio. Esto último con el propósito de demostrar su viabilidad en la prueba de elementos de gran tamaño.

1.3 Motivación

Algunos de los retos que ocupan a la comunidad científica internacional es la expansión del universo, así como la búsqueda de planetas fuera del Sistema Solar con posibles condiciones para albergar vida. Estos desafíos comprenden la fabricación de telescopios astronómicos de gran apertura con espejos primarios segmentados y aperturas diluidas, así como el desarrollo de técnicas de detección de exoplanetas.

Para la búsqueda de planetas extra solares, tipo Tierra, que orbitan una estrella cercana, la cual radia una señal varios órdenes de magnitud mayor a la reflejada por el planeta, se sugiere el uso de instrumentos interferométricos como métodos de detección directos. La radiación emitida por una fuente (e.g. planeta) contiene la información de su composición química.

La manufactura de telescopios modernos de gran apertura demanda de instrumentos de medición para elementos ópticos esféricos de gran escala, con sensibilidad ajustable. La radiación, caracterizada por un frente de onda, proporciona información de la forma de la superficie que la refracta o la refleja. Para determinar el desempeño de componentes y de sistemas ópticos, detectamos el frente de onda reflejado o transmitido y analizamos las aberraciones introducidas en el frente a lo largo de su trayectoria. Un interferómetro nos permite detectar el frente de onda aberrado y analizar la información contenida en el patrón modulado en intensidad.

El interferómetro de desplazamiento rotacional es un instrumento autoreferenciado capaz de probar elementos esféricos fuera de eje, de los cuales no se tiene una referencia adecuada. La sensibilidad ajustable del RSI a frentes de onda sin simetría de rotación lo postula como el sistema idóneo para la caracterización de superficies esféricas.

Debido a que el RSI ignora los frentes de onda con simetría de rotación, esto le permite detectar señales débiles (planetas extrasolares fuera de eje) en presencia de señales fuertes (estrella en eje). La versatilidad del interferómetro de desplazamiento rotacional ofrece una nueva alternativa de medición y detección como se ha explicado en trabajos previos.⁹⁶⁻⁹⁹ Sin embargo, algunas de los parámetros críticos como son los errores de manufactura y de alineación de los prismas Dove para su uso en el RSI necesitan ser determinados. Además, el método óptimo empleado en el RSI para la prueba de elementos esféricos de gran escala, fuera de eje, continúa aún sin ser establecido.

1.4 Organización del documento

El documento está dividido en seis capítulos y tres apéndices. En el presente capítulo hemos presentado los antecedentes, el objetivo y la motivación de nuestro trabajo de investigación. En el capítulo siguiente describimos de manera somera la ley general de interferencia para luz parcialmente coherente. Esto con el fin de definir el funcionamiento de un interferómetro Mach-Zehnder. Continuamos haciendo una breve descripción de los tipos de interferómetro de desplazamiento más utilizados y desarrollamos la expresión analítica de la irradiancia del patrón de interferencia de un interferómetro de desplazamiento rotacional. Posteriormente, proponemos el uso del trazo exacto de rayos para analizar y cuantificar la afectación del desempeño del RSI a causa de los errores de manufactura y de alineación del sistema rotacional, y así determinar las tolerancias a dichas desviaciones.

En el capítulo III usamos un programa de trazo exacto de rayos desarrollado específicamente para el análisis de los parámetros críticos de manufactura y de alineación del RSI. Con el propósito de determinar la calidad de manufactura del prisma Dove, el programa modela los errores de fabricación del prisma e introduce una imagen, formada por una matriz de rayos rectangular, la cual se analiza a la salida del prisma. Determinamos la tolerancia del prisma a errores de manufactura para su aplicación en el RSI estudiando el camino óptico recorrido por los rayos transmitidos por un prisma idealmente alineado. Evaluamos también los cambios en la calidad de la imagen transmitida introducidos por la desviación de las caras del prisma (i.e. errores de manufactura). La tolerancia calculada complementa el análisis de un prisma Dove para su uso en el RSI, previamente realizado.¹⁰²

El objetivo principal del capítulo IV es cuantificar los parámetros críticos de alineación de los prismas Dove del RSI que aseguren un desempeño igual o mejor que $\lambda/10$ a 633 nm, mediante el

análisis del trazo exacto de rayos. Estudiamos las desviaciones angulares de la imagen transmitida y los cambios inducidos causados por el posicionamiento del sistema rotacional (i.e. prisma Dove). Determinamos, empleando el trazo exacto de rayos, la tolerancia al posicionamiento de los prismas y la resolución de los movimientos finos del espejo que antecede a cada uno de los prismas en el RSI, fundamentales para satisfacer el desempeño del RSI.

Tomando en cuenta que, una de las aplicaciones que sugerimos para el RSI es la medición de elementos segmentados y/o fuera de eje; en el capítulo V desarrollamos un estudio comparativo de dos técnicas de metrología empleadas en superficies esféricas de gran escala. Posteriormente, hacemos una breve reseña del método de stitching, el cual se postula como la técnica más promisoría en la prueba elementos de gran escala. Después, realizamos una descripción del arreglo experimental y del análisis de los resultados. El grupo de Ingeniería de Precisión de la Universidad de Cranfield, en Inglaterra, está requiriendo implementar una técnica de medición para los segmentos del espejo primario del Telescopio Europeo Extremadamente Grande (E-ELT, por sus siglas en inglés). Finalizamos este capítulo con un resumen de los aspectos más relevantes de la técnica estudiada y sugerimos algunas direcciones de investigación futuras en la prueba de los segmentos de gran escala.

Por último, en el capítulo VI, hacemos un resumen de los aspectos y resultados más relevantes del presente trabajo de investigación. Puntualizamos los parámetros críticos y las tolerancias a errores de manufactura y de alienación de los prismas Dove, calculadas a partir del análisis del trazo exacto de rayos, que aseguran un desempeño del RSI igual o mejor que $\lambda/10$. Indicamos también los cambios introducidos en la imagen transmitida por el prisma que no pueden ser

compensados. Estas modificaciones en la imagen deben ser contempladas durante la implementación del interferómetro. En lo referente a la técnica para medir elementos de gran escala, mostramos las limitaciones de la técnica de stitching y la solución para ampliar su intervalo de empleabilidad. Concluimos este capítulo dando un panorama del trabajo a futuro en el análisis y montado del RSI, tanto en la detección de señales débiles en presencia de señales fuertes como en la medición de superficies esféricas.

1.5 Referencias

- [1] Prakash, S., Singh, S. y Rana, S., “Automated small tilt-angle measurement using Lau interferometry,” *Appl. Opt.* **44**(28), 5905-5909 (2005).
- [2] Zheng, D., Wang, X. y Tang, F., “An improved method of angle measurement with a position sensitive detector,” *Chin. Opt. Lett.* **5**(7), 403-406 (2007).
- [3] Balling, P., Křen, P., Mašika, P. y van den Berg, S. A., “Femtosecond frequency comb based distance measurement in air,” *Opt. Express* **17**(11), 9300-9313 (2009).
- [4] Lo, Y.-L. y Chuang, C.-H., “Fluid Velocity Measurements in a Microchannel Performed with Two New Optical Heterodyne Microscopes,” *Appl. Opt.* **41**(31), 6666-6675 (2002).
- [5] Kempe, A., Schlamp, S. y Rösger, T., “Low-coherence self-referencing velocimetry,” *Opt. Lett.* **32**(10), 1247-1249 (2007).
- [6] Kilpatrick, J. M., Moore, A. J., Barton, J. S., Jones, J. D. C., Reeves, M. y Buckberry, C., “Measurement of complex surface deformation by high-speed dynamic phase-stepped digital speckle pattern interferometry,” *Opt. Lett.* **25**(15), 1068-1070 (2000).

- [7] Martínez, A., Rayas, J. A., Rodríguez-Vera, R. y Puga, H. J., “Three-Dimensional Deformation Measurement from the Combination of In-Plane and Out-Of-Plane Electronic Speckle Pattern Interferometers,” *Appl. Opt.* **43**(24), 4652-4658 (2004).
- [8] Okada, K., Sakuta, H., Ose, T. y Tsujiuchi, J., “Separate measurements of surface shapes and refractive index inhomogeneity of an optical element using tunable-source phase shifting interferometry,” *Appl. Opt.* **29**(22), 3280-3285 (1990).
- [9] Oreb, B. F., Leistner, A. J., Billingsley, G., Kells, W. P. y Camp, J., “Interferometric measurement of refractive index inhomogeneity on polished sapphire substrates: application to LIGO-II,” *Proc. SPIE* **4451**, 414 (2001).
- [10] Logan, J. E., Halverson, P. G., Regehr, M. W. y Spero, R. E., “Automatic alignment of a displacement-measuring heterodyne interferometer,” *Appl. Opt.* **41**(21), 4314-4317 (2002).
- [11] Shao, J., Liu, H., Ding, Y., Wang L. y Lu, B., “Alignment measurement method for imprint lithography using moiré fringe pattern,” *Opt. Eng.* **47** (11), 113604 (2008).
- [12] Ryabukho, V. P., Avetisyan, Y. A., Grinevich, A. E., Zimnyakov, D. A., Feduleev, B. V. y Khomutov, V. L., “Surface quality inspection using a laser beam with a regular dynamic interference pattern,” *Proc. SPIE* **2066**, 168 (1993).
- [13] Ishii, K., Yoshida, R. y Iwai, T., “Single-scattering spectroscopy for extremely dense colloidal suspensions by use of a low-coherence interferometer,” *Opt. Lett.* **30**(5), 555-557 (2005).
- [14] Pisani, M. y Zucco, M. E., “Compact imaging spectrometer combining Fourier transform spectroscopy with a Fabry-Perot interferometer,” *Opt. Express* **17**(10), 8319-8331 (2009).
- [15] Paez, G., Strojnik, M. y Scholl, M., “Interferometric tissue characterization: I. Theory,” *Proc. SPIE* **5883**, 58830Y (2005).

- [16] Paez, G., Strojnik, M. y Scholl, S., "Interferometric tissue characterization: IV. Material coherence function," *Proc. SPIE* **5883**, 58830X (2005).
- [17] Vacas-Jacques, P., Paez, G. y Strojnik, M., "Pass-through photon-based biomedical transillumination," *J. Biomed. Opt.* **13**(4), 041307 (2008).
- [18] Vacas-Jacques, P., Strojnik, M. y Paez, G., "Forward-calculated analytical interferograms in pass-through photon-based biomedical transillumination," *J. Opt. Soc. Am. A* **26**(3), 602-612 (2009).
- [19] Vazquez-Jaccaud, C., Gonzalo, P., Strojnik, M. y Scholl, M. K., "Ballistic photons in tissue characterization study," *Proc. SPIE* **7186**, 71860P (2009).
- [20] Falaggis, K., Towers, D. P. y Towers, C. E., "Multiwavelength interferometry: extended range metrology," *Opt. Lett.* **34**(7), 950-952 (2009).
- [21] Bloemhof, E. E., "Absolute surface metrology by differencing spatially shifted maps from a phase-shifting interferometer," *Opt. Lett.* **35**(14), 2346-2348 (2010).
- [22] Strojnik, M., "Point-spread function for multiple Bracewell interferometric configurations," *Proc. SPIE* **7453**, 74530Z (2009).
- [23] Wildi, F., Pepe, F., Chazelas, B., Curto, G. L. y Lovis, C., "A Fabry-Perot calibrator of the HARPS radial velocity spectrograph: performance report," *Proc. SPIE* **7735**, 77354X (2010).
- [24] Moreno, I., Paez, G. y Strojnik, M., "Compact, reversal, rotationally shearing interferometer," *Proc. SPIE* **5152**, 365-372 (2003).
- [25] Strojnik, M., Garcia-Torales, G. y Paez G., "Vectorial shearing interferometer," *Proc. SPIE* **3744**, 529-539 (1999).
- [26] Lenouvel, L. y Lenouvel, F., *Rev. Opt.* **17**, 350-361 (1938).
- [27] Bates, W. J., "A wavefront shearing interferometer," *Proc. Phys. Soc.* **59**(6), 940-950 (1947).

- [28] Scholl, M. S., “Applicability of rotationally-shearing interferometers to the testing of the optical systems without rotational symmetry,” *Proc. SPIE* **2817**, 187-197 (1996).
- [29] Velghe, S., Haïdar, R., Guérineau, N., Tauvy, M., Rommeluère, S., Thétas, S., Dunet, G. y Primot, J., “In situ optical testing of infrared lenses for high-performance cameras,” *Appl. Opt.* **45**(23), 5903- 5909 (2006).
- [30] Saylor, D. A. y Kalin, D. A., “Interferometric visualization of turbulent structure in a simulated hypervelocity mixing/shear layer,” *Proc. SPIE* **1311**, 398 (1990).
- [31] Gardner, P. J., Roggemann, M. C., Welsh, B. M. y Bowersox, R. D., “Statistical assessment of optical phase fluctuations through turbulent mixing layers,” *Proc. SPIE* **2546**, 174 (1995).
- [32] Kern, B., Dimotakis, P. E., Martin, C., Lang, D. B. y Thessin, R. N., “Imaging through turbulence with a quadrature-phase optical interferometer,” *Appl. Opt.* **44**(34), 7424-7438 (2005).
- [33] Dubra, A. y Paterson, C., “Study of the tear topography dynamics using a lateral shearing interferometer,” *Opt. Express* **12**(25), 6278-6288 (2004).
- [34] Dubra, A., Paterson, C. y Dainty, C., “Double lateral shearing interferometer for the quantitative measurement of tear film topography,” *Appl. Opt.* **44**(7), 1191-1199 (2005).
- [35] Flores, J., Paez, G. y Strojnik, M., “Optimal aperture configuration for a segmented and partially diluted extremely large telescope,” *J. Mod. Opt.* **50**(5), 729-742 (2003).
- [36] Scholl, M., “Infrared Spaceborne Rotating, Rotational-Shearing-Interferometer for Extra-Solar Planet Detection,” *Proc. SPIE* **2268**, 68-77 (1994).
- [37] Watson, S. M., Mills, J. P., Gaiser, S. L. y Diner, D. J., “Direct imaging of nonsolar planets with infrared telescopes using apodized coronagraphs,” *Appl. Opt.* **30**(22), 3253-3262 (1991).
- [38] Cagigal, M. y Canales, V., “Exoplanet detection using a nulling interferometer,” *Opt. Express* **9**(1), 36-41 (2001).

- [39] Vanderbei, R. J., Kasdin, N. J. y Spergel, D. N., “Checkerboard-Mask Coronagraphs for High-Contrast Imaging,” *The Astrophysical J.* **615**(1), 555-561 (2004).
- [40] Greenaway, A. H., Spaan, F. H. P. y Mourai, V., “Pupil Replication for Exoplanet Imaging,” *The Astrophysical J.* **618**(2), L165-L168 (2004).
- [41] Kasdin, N. J., Vanderbei, R. J., Littman, M. G. y Spergel, D. N., “Optimal one-dimensional apodizations and shaped pupils for planet finding coronagraphy,” *Appl. Opt.* **44**(7), 1117-1128 (2005).
- [42] Vanderbei, R. J. y Traub, W. A., “Pupil Mapping in Two Dimensions for High-Contrast Imaging,” *The Astrophysical J.* **626**(2), 1079-1090 (2005).
- [43] Spronck, J., Pereira, S. F. y Braat, J. J. M., “Polarization nulling interferometry for exoplanet detection,” *Opt. Express* **14**(7), 2657-2670 (2006).
- [44] Pluzhnik, E. A., Guyon, O., Ridgway, S. T., Martinache, F., Woodruff, R. A., Blain, C. y Galicher, R., “Exoplanet Imaging with a Phase-induced Amplitude Apodization Coronagraph. III. Diffraction Effects and Coronagraph Design,” *The Astrophysical J.* **644**(2), 1246-1257 (2006).
- [45] Tonnellier, X., Shore, P., Morantz, P. y Orton, D., “Surface quality of a 1m Zerodur part using an effective grinding mode,” *Proc. SPIE* **7102**, 71020B (2008).
- [46] Scholl, M. S., “Figure error produced by the coating-thickness error,” *Infrared Phys. Tech.* **37**(4), 427-437 (1996).
- [47] Milton, N. M., Lloyd-Hart, M., Cheng, A., Georges III, J. A. y Angel, J. R., “Design and expected performance of an MCAO system for the Giant Magellan Telescope,” *Proc. SPIE* **5169**, 238 (2003).
- [48] Scholl, M. S. y Lawrence, G. N., “Adaptive optics for inorbit aberration correction: feasibility study,” *Appl. Opt.* **34**(31), 7295–7301 (1995).

- [49] Gilmozzi, R. y Spyromilio, J., “The 42m European ELT: Status,” Proc. SPIE **7012**, 701219 (2008).
- [50] Terán, J., Neff, D. H. y Johns, M., “Conceptual design study of the GMT enclosure,” Proc. SPIE **6267**, 62672H (2006).
- [51] Burt, B. J., Lommen, A. N. y Finn, L. S., “Optimizing Pulsar Timing Arrays to Maximize Gravitational Wave Single-source Detection: A First Cut,” *The Astrophysical J.* **730**(1), 17 (2011).
- [52] Williams, M. E. K., et al., “The Dawning of the Stream of Aquarius in RAVE,” *The Astrophysical J.* **728**(2), 102 (2011).
- [53] Jones, D. L., Fomalont, E., Dhawan, V., Romney, J., Folkner, W. M., Lanyi, G., Border, J. y Jacobson, R. A., “Very Long Baseline Array Astrometric Observations of the Cassini Spacecraft at Saturn,” *The Astrophysical J.* **141**(2), 29 (2011).
- [54] Payne, M. J. y Ford, E. B., “An Analysis of Jitter and Transit Timing Variations in the HAT-P-13 System,” *The Astrophysical J.* **729**(2), 98 (2011).
- [55] Erickcek, A. L. y Law, N. M., “Astrometric Microlensing by Local Dark Matter Subhalos,” *The Astrophysical J.* **729**(1), 49 (2011).
- [56] Galán, M., *Detección de planetas extra-solares con un interferómetro de desplazamiento rotacional: condiciones*, Tesis de maestría: Centro de Investigaciones en Óptica, León, 2-15 (2005).
- [57] Paez, G. y Scholl, M. S., “Extrasolar-system planet detection problem: radiometric signal and resolution considerations,” Proc. SPIE **2744**, 271-277 (1996).
- [58] Debes, J. H., Ge, J., Mandelowitz, C. y Watson, A., “High-contrast imaging with Gaussian-shaped pupils,” Proc. SPIE **4860**, 138 (2003).

- [59] Kasdin, N. J., Belikov, R., Beall, J., Vanderbei, R. J., Littman, M. G., Carr, M. y Give'on, A., "Shaped pupil coronagraphs for planet finding: optimization, manufacturing, and experimental results," *Proc. SPIE* **5905**, 59050G (2005).
- [60] Pueyo, L., Kasdin, N. J. y Shaklan, S., "Propagation of aberrations through phase-induced amplitude apodization coronagraph," *J. Opt. Soc. Am. A* **28**(2), 189-202 (2011).
- [61] Sauvage, J.-F., Mugnier, L. M., Rousset, G. y Fusco, T., "Analytical expression of long-exposure adaptive-optics-corrected coronagraphic image. First application to exoplanet detection," *J. Opt. Soc. Am. A* **27**(11), A157-A170 (2010).
- [62] Galan, M., Strojnik, M. y Paez, G., "Analysis of some rotational shearing interferometers to detect extrasolar planets," *Proc. SPIE* **7453**, 74530X (2009).
- [63] Hénault, F., "PSF and field of view characteristics of imaging and nulling interferometers," *Proc. SPIE* **7734**, 773419 (2010).
- [64] Vasquez-Jacaud, C., Strojnik, M. y Paez, G., "Effects of a star as an extended body in extra-solar planet search," *J. Mod. Opt.* **57**(18), 1808-1814 (2010).
- [65] Eisner, J. A., Akeson, R., Colavita, M., Ghez, A., Graham, J., Hillenbrand, L., Millan-Gabet, R., Monnier, J. D., Pott, J. U., Ragland, S., Wizinowich, P. y Woillez, J., "Science with the Keck Interferometer ASTRA program," *Proc. SPIE* **7734**, 773411 (2010).
- [66] Angel, R., Codona, J. L., Hinz, P. y Close, L., "Exoplanet imaging with the Giant Magellan Telescope," *Proc. SPIE* **6267**, 62672A (2006).
- [67] Strojnik, M. S. y Paez, G., "Cancellation of star light generated by a nearby star-planet system upon detection with a rotationally-shearing interferometer," *Infrared Phys. Tech.* **40**, 357-365 (1999).
- [68] Serabyn, E., Wallace, J. K., Hardy, G. J., Schmidtlin, E. G. H. y Nguyen, H. T., "Deep nulling of visible laser light," *Appl. Opt.* **38**(34), 7128-7132 (1999).

- [69] KenKnight, C. E., "Methods of detecting extra-solar planets 1. Imaging," *Icarus* **30**(2), 422-433 (1977).
- [70] Scholl, M. S., "Infrared signal generated by a planet outside the solar system discriminated by rotating rotationally-shearing interferometer," *Infrared Phys. Tech.* **37**, 307-312 (1996).
- [71] Paez, G., Strojnik, M. e I. Moreno, "Rotationally shearing interferometer employing modified dove prisms," Proc. SPIE **5152**, 373-380(2003).
- [72] Armitage, J. D. y Lohmann, A. W., "Rotary shearing interferometry," *Optica Acta* **12**, 185-192 (1965).
- [73] Sandoval, J., Páez, G. y Strojnik, M., "Opto-mechanical design of a prism rotator," Proc. SPIE **4486**, 170-180 (2001).
- [74] Malacara, D., *Óptica Básica*, Fondo de Cultura Económica, México, capítulo 4 (2004).
- [75] Hecht, E., *Óptica*, Addison Wesley Iberoamericana, Madrid, 151-240 (2000).
- [76] Southall, J. P. C., *Mirror, prisms and lenses*, MacMillan, New York, capítulo 16 (1933).
- [77] Hopkins, R. E., "Mirror and prism systems," en *Military Standardization Handbook Optical Design 141*, Defence Supply Agency, Eds., Washington D.C., sesión 13 (1962).
- [78] Schulz, G., "Imaging performance of aspherics in comparison with spherical surfaces," *Appl. Opt.* **26**(23), 5118-5124 (1987).
- [79] Weingärtner, I. y Schulz, M., "High-accuracy interferometric measurement of aspheres," Proc. SPIE **4778**, 105-118 (2002).
- [80] Braunecker, B., Hentschel, R. y Tiziani, H. J., *Advanced Optics Using Aspherical Elements*, SPIE Press, Bellingham, 12-13 y 59-73 (2008).
- [81] Yang, H.-S., Song, J.-B., Lee, I.-W. y Lee, Y.-W., "Testing of steep convex aspheric surface with a Hartmann sensor by using a CGH," *Opt. Exp.* **14**(8), 3247-3254 (2006).

- [82] Curatu, C., Curatu, G. y Rolland, J., "Tolerance analysis method for Shack-Hartmann sensors using a variable phase surface," *Opt. Express* **13**(6), 1839-1847 (2005).
- [83] Van Amstel, W. D., Bäumer, S. M. B. y Horijon, J. L., "Optical figure testing by scanning deflectometry," *Proc. SPIE* **3739**, 283-290 (1999).
- [84] Geckeler, R. D. y Weingärtner, I., "Sub-nm topography measurement by deflectometry: flatness standard and waver nanotopography," *Proc. SPIE* **4779**, 1-12 (2002).
- [85] Krey, S., Erichsen, I., Mahns, I., van Amstel, W. D. y Vielhaber, K., "A deflectometric sensor for the on-machine surface form measurement and adaptive manufacturing," *Proc. SPIE* **7718**, 77180C (2010).
- [86] Salas-Peimbert, D. P., Malacara-Doblado, D., Durán-Ramírez, V. M., Trujillo-Schiaffino, G. y Malacara-Hernández, D., "Wave-front retrieval from Hartmann test data," *Appl. Opt.* **44**(20), 4228-4238 (2005).
- [87] Chernyshov, A., Sterr, U., Riehle, F., Helmcke J. y Pfund, J., "Calibration of a Shack-Hartmann sensor for absolute measurements of wavefronts," *Appl. Opt.* **44**(30), 6419-6425 (2005).
- [88] Tang, Y., SU, X., Liu, Y. y Jing, H., "3D shape measurement of the aspheric mirror by advanced phase measuring deflectometry," *Opt. Express* **16**(19), 15090-15096 (2008).
- [89] Mantravadi, M. V. y Malacara, D., "Newton, Fizeau, and Haidinger Interferometers," en *Optical Shop Testing*, D. Malacara, Eds., Wiley & Sons, Hoboken, 17-32 (2007).
- [90] Malacara, D., "Twyman-Green Interferometer," en *Optical Shop Testing*, D. Malacara, Eds., Wiley & Sons, Hoboken, 62-78 (2007).
- [91] Palusinski, I. A. y Sasián, J. M., "Sag and phase descriptions for null corrector certifiers," *Opt. Eng.* **43**(3), 697-701 (2004).

- [92] Burge, J. H., Kot, L. B., Martin, H. M., Zehnder, R. y Zhao, C., “Design and analysis for interferometric measurements of the GMT primary mirror segments,” Proc. SPIE **6273**, 627322 (2006).
- [93] Paez, G. y Strojnik, M., “Simulated interferometric patterns of a rotationally-shearing interferometer,” Proc. SPIE **3122**, 236-252 (1997).
- [94] Scholl, M. y Paez, G., “Differential Rotationally-shearing Interferometer for Optical Testing of Asymmetrical Wavefronts,” Proc. SPIE **3110**, 664-673 (1997).
- [95] Paez-Padilla, G y Scholl, M., “Interferometric Patterns of Asymmetrical Wavefronts with Differential Rotationally-shearing Interferometer,” Proc. SPIE **3061**, 425-434 (1997).
- [96] Páez, G. y Scholl, M. S., “Versatility of the differential rotationally-shearing interferometer for testing the aspherical surfaces,” *OSA Technical Digest Series* **12**, 101–103 (1998).
- [97] Strojnik, M. y Paez, G., “Comparison of linear and rotationally shearing interferometric layouts for extra solar planet detection from space,” Proc. SPIE **4818**, 37-48 (2002).
- [98] Strojnik, M., Paez, G. y Ramirez, C., “Planet spatial-frequency isolation using a rotationally shearing interferometer in space,” Proc. SPIE **5152**, 356-364 (2003).
- [99] Moreno, I., Paez, G. y Strojnik, M., “Dove prism with increased throughput for implementation in a rotational-shearing interferometer,” *Appl. Opt.* **42**(22), 4514-4521 (2003).

Capítulo II

Análisis del interferómetro de desplazamiento rotacional

2.1 Introducción

El interferómetro de desplazamiento rotacional (RSI por sus siglas en inglés) es un instrumento autoreferenciado capaz de probar frentes de onda sin simetría de rotación e ignorar aquellos con simetría de rotación.¹ Además, la sensibilidad ajustable del RSI a la asimetría de rotación, lo postula como el instrumento idóneo en pruebas de superficies esféricas² y en la detección de una señal débil en presencia de una señal fuerte,³ como mostramos más adelante. El desempeño del RSI depende de la calidad y del posicionamiento del elemento principal del sistema de rotación del frente de onda, el prisma Dove.⁴ Sin embargo, los parámetros de manufactura y desalineación del prisma requieren ser determinados.

El objetivo de nuestro trabajo de investigación es determinar los parámetros críticos a errores de manufactura y de alineación de los prismas Dove del IRS que aseguren un desempeño igual o mejor que $\lambda/10$ a 633 nm. Por consiguiente, inicialmente debemos conocer el principio y las condiciones de funcionamiento del interferómetro. La configuración que hemos propuesto para nuestro interferómetro de desplazamiento se basa en un interferómetro Mach-Zehnder.⁶ Dos prismas Dove se incorporan en el interferómetro Mach-Zehnder para convertirlo en un RSI.⁵

En el presente capítulo describimos de manera concisa la ley general de interferencia para la radiación parcialmente coherente. Este breve análisis nos ayuda a entender el funcionamiento de un interferómetro Mach-Zehnder. Posteriormente, introducimos los interferómetros de desplazamiento. Después, con el propósito de enfocarnos en el interferómetro de desplazamiento rotacional, instrumento de nuestro interés, desarrollamos la expresión analítica de la irradiancia del patrón de interferencia generado por él. Sin embargo, los errores de manufactura y de alineación del prisma Dove pueden introducir desplazamientos lineales que afecten su funcionamiento. Por consiguiente, proponemos el uso del trazo exacto de rayos para cuantificar los parámetros críticos a errores de manufactura y de alineación de los prismas del RSI que aseguren el desempeño propuesto.

2.2 Interferómetro Mach-Zehnder

El interferómetro Mach-Zehnder es un interferómetro de división de amplitud que ha sido utilizado principalmente para medir variaciones en el índice de refracción y cambios de densidad en flujos de gases comprimibles.⁷

Para comenzar nuestro estudio, recordemos la ley general de interferencia para luz parcialmente coherente.⁸

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2\sqrt{I_1(x, y)I_2(x, y)} \operatorname{Re} \tilde{\gamma}_{12}(x, y) \quad [\text{W/m}^2] \quad (2.1)$$

El apéndice A muestra el listado de los símbolos empleados a lo largo del presente documento para facilitar futuras referencias. Los términos empleados en la Ec. 2.1 son: la irradiancia $I(x, y)$ causada por la interferencia de los dos haces incidentes $I_1(x, y)$ e $I_2(x, y)$ en el plano de observación; y el grado de coherencia complejo $\tilde{\gamma}_{12}(x, y)$. Este último puede expresarse mediante su magnitud y su fase⁸:

$$\tilde{\gamma}_{12}(x, y) = |\tilde{\gamma}_{12}(x, y)| e^{i\Phi_{12}(x, y)}. \quad (2.2)$$

En el caso de luz coherente, la fase relativa entre los haces interferentes corresponde a la diferencia de camino óptico (OPD por siglas en inglés) y está dada por:

$$\phi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda_0} OPD(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda_0} n[r_2(x, y) - r_1(x, y)]. \quad [\text{rad}] \quad (2.3)$$

Los términos $r_1(x, y)$ y $r_2(x, y)$ [m] corresponden a las distancias recorridas por los haces interferentes en el punto x y y . La cantidad $n[r_2(x, y) - r_1(x, y)]$ se denomina diferencia de camino óptico, donde n es el índice de refracción del medio. λ_0 representa la longitud de onda en el vacío.

La fase del grado de coherencia complejo $\tilde{\gamma}_{12}(x, y)$ se define como:

$$\Phi_{12}(x, y) = \alpha_{12}(x, y) + \phi(x, y) \quad [\text{rad}] \quad (2.4)$$

El parámetro $\alpha_{12}(x, y)$ representa la fase inicial entre ambos haces.

Considerando la parte real del grado de coherencia complejo y haciendo uso de la Ec. (2.4), la ley general de interferencia queda finalmente de la siguiente manera:

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2\sqrt{I_1(x, y)I_2(x, y)}|\tilde{\gamma}_{12}(x, y)|\cos[\alpha_{12}(x, y) + \phi(x, y)] \quad [\text{W/m}^2] \quad (2.5)$$

Los valores que puede tomar el grado de coherencia son $0 \leq |\tilde{\gamma}_{12}(x, y)| \leq 1$, ya que éste es la forma normalizada de la función de coherencia mutua. Recordemos que el grado de coherencia $|\tilde{\gamma}_{12}(x, y)|$ determina la ausencia o presencia, y la calidad del patrón de interferencia.

En la Fig. 2.1 observamos el arreglo de un interferómetro Mach-Zehnder. Éste consta de un par de divisores de haz (D_1 y D_2), dos espejos (M_1 y M_2) y un par de lentes (L_1 y L_2). La fuente de luz “S” se ubica en el plano focal de L_1 con el fin de colimar el haz una vez expandido. En su trayecto, el haz es dividido en amplitud por el divisor D_1 . Uno de los haces resultantes es reflejado por la superficie semirreflectora A_1 hacia el espejo M_2 , mientras que el otro es transmitido en dirección al espejo M_1 . Ambas superficies reflectoras desvían los dos haces en dirección de D_2 . Ambos haces se superponen nuevamente en la superficie semirreflectora A_2 y son desviados fuera del arreglo interferométrico. Los frentes de onda emergentes son enviados a la lente L_2 , generando así el patrón interferente en el punto donde convergen los rayos.

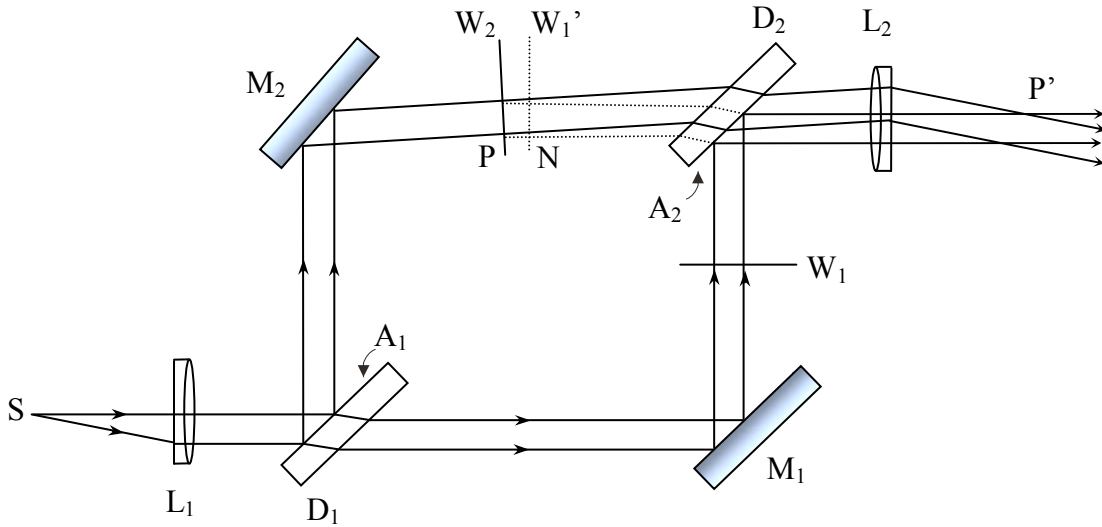


Fig. 2.1. Diagrama de un interferómetro Mach-Zehnder. Éste consta de una fuente de luz S, dos divisores de haz D_1 y D_2 , con sus respectivas superficies semirelectoras A_1 y A_2 , y dos espejos M_1 y M_2 . Los símbolos W_1 y W_2 representan los frentes de onda en los brazos del interferómetro. Denotamos los puntos conjugados de la lente L_2 con las letras P y P'.

Suponiendo una fuente puntual y monocromática, W_1 representa el frente de onda plano del haz transmitido por D_1 . Asimismo, W_2 es el frente de onda plano del haz reflejado por la superficie A_1 . Por otro lado, W_1' es el frente de onda virtual localizado entre M_2 y D_2 , el cual emerge de este último y presenta iguales características que W_1 . La diferencia de fase entre los frentes de onda W_2 y W_1' producida por la inclinación en el espejo M_2 es:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} nh \quad [\text{rad}] \quad (2.6)$$

Aquí, nh representa la OPD. h es la distancia normal entre los puntos P y N ($h = \overline{PN}$, ver Fig. 2.1), y n es el índice de refracción del espacio comprendido entre W_2 y W_1 .² El punto P', punto conjugado de P, donde convergen los rayos presentará un máximo si se cumple que:

$$nh = m\lambda_0. \quad [m] \quad |m| = 0,1,2,\dots, \quad (2.7)$$

Igualmente observaremos un mínimo cuando:

$$nh = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0. \quad [m] \quad |m| = 0,1,2,\dots, \quad (2.8)$$

Cuando los frentes de onda W_2 y W_1 son paralelos, la irradiancia es igual para todo punto P'. En cambio, cuando W_2 y W_1 presentan una inclinación entre ellos, las franjas serán de igual grosor y paralelas. Las franjas resultantes estarán más cerca unas de otras conforme el ángulo entre los frentes de onda aumente, y viceversa.⁹

El interferómetro Mach-Zehnder, al igual que el resto de los interferómetros tradicionales, necesita de un frente de onda de referencia para llevar a cabo cualquier medición. Desafortunadamente no siempre es posible contar con la referencia apropiada. Una alternativa ante esta problemática es la utilización de un interferómetro de desplazamiento.

2.3 Interferómetros de desplazamiento

Los interferómetros de desplazamiento surgen como una técnica alternativa para la prueba de superficies de las cuales no se tiene una referencia adecuada. Es posible examinar un frente de onda si se divide y se reencuentran posteriormente con un desplazamiento adecuado. Este método no requiere un frente de onda de referencia.¹³ El concepto de interferómetro de desplazamiento se basa en la idea de comparar el frente de onda consigo mismo, modificado a consecuencia de un cambio en algún parámetro o variable controlada, tal como un desplazamiento lineal o rotacional.¹⁴

Entre muchos factibles, existen tres tipos principales de interferómetros de desplazamiento, que son el vectorial, el radial y el rotacional. El interferómetro de desplazamiento vectorial, como su nombre lo indica, realiza una translación lineal del frente de onda.^{10, 11} El interferómetro de desplazamiento radial contrae o expande uno de los frentes de onda para llevar a cabo la comparación.¹² En cambio, el interferómetro de desplazamiento rotacional utiliza un ángulo de rotación como variable para modificar el frente de onda. Podemos observar una clara representación del principio de funcionamiento de cada uno de estos interferómetros en la Fig. 2.2.

Nuestro interés es presentar a más detalle el interferómetro de desplazamiento rotacional (RSI, por sus siglas en inglés) ya que éste sustenta nuestro instrumento de prueba y detección. Los otros interferómetros de desplazamiento están fuera de nuestro objetivo por lo que no serán estudiados. En caso de requerir un análisis más profundo de estos dos interferómetros de desplazamiento consulte las Refs. 11 y 12.

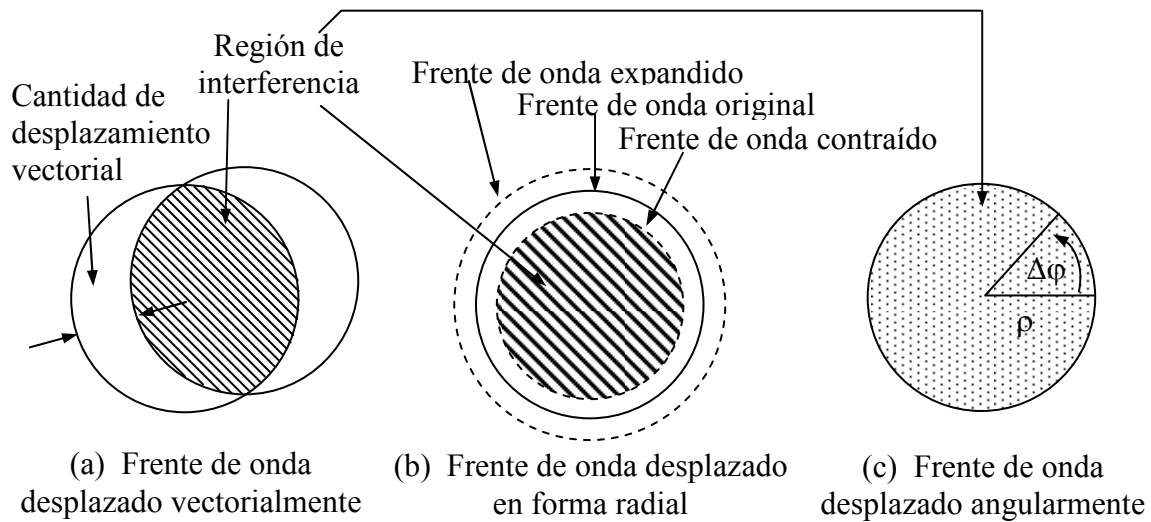


Fig. 2.2. Región de interferencia generada por los interferómetros de desplazamiento (a) vectorial, (b) radial y (c) rotacional.

2.3.1 Interferómetro de desplazamiento rotacional

En un interferómetro de desplazamiento rotacional, uno de los frentes de onda es rotado respecto a si mismo. Al momento de superponer ambos frentes, el original y el rotado, podremos cotejar cada punto del frente de onda con un punto aledaño. El desplazamiento sufrido por cada uno de los puntos del frente de onda es proporcional al ángulo rotado $\Delta\phi$ y a la posición ρ de cada uno de ellos respecto al eje de giro, idealmente el eje óptico del interferómetro (ver la Fig. 2.2 (c)).

Observando la Fig. 2.2 podemos ver que el patrón de interferencia generado por el interferómetro de desplazamiento rotacional presenta dos características sobresalientes. La primera, es que genera un patrón de interferencia que abarca la totalidad del frente de onda a diferencia del patrón producido por un interferómetro de desplazamiento vectorial. La segunda, es que nos permite

conservar la proporción original del frente de onda, lo que no es posible lograr con un interferómetro de desplazamiento radial.

El desplazamiento rotacional puede generarse en un interferómetro de división de amplitud al rotar uno de los haces un ángulo $\Delta\phi$. Ambos frentes de onda pueden entonces, ser superpuestos y así obtener el patrón de interferencia. Dentro de la gran diversidad de configuraciones propuestas para este interferómetro,¹⁵ hemos decidido utilizar un diseño basado en un interferómetro Mach-Zehnder con la adición de un sistema rotacional basado en prismas Dove (ver la Fig. 2.3).⁵

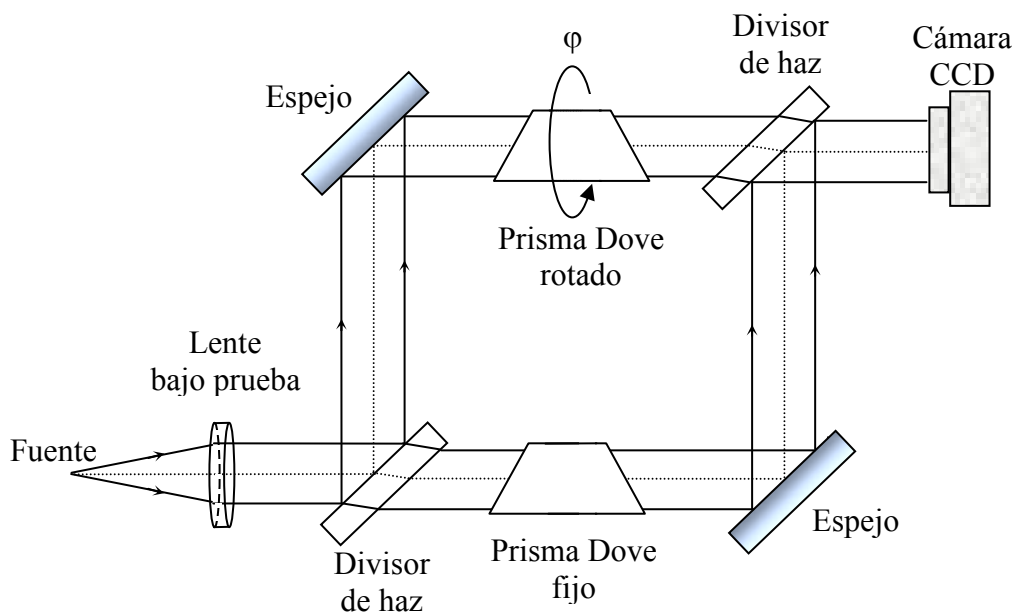


Fig. 2.3. Esquema del interferómetro de desplazamiento rotacional.

Para desarrollar la expresión analítica de la irradiancia para el patrón de interferencia del IRS, comenzamos adecuando la ley general de interferencia Ec. (2.5) a las condiciones iniciales de nuestro análisis. En nuestro caso utilizaremos divisores de haz con transmitancia del 50%, por lo

tanto $I_1 = I_2 = I_0/2$. La transmitancia elegida es con el propósito de obtener una visibilidad cercana a uno. Debido a la geometría del sistema analizado es conveniente utilizar coordenadas cilíndricas, por lo tanto: $\Phi(r) = \Phi(\rho, \varphi)$. La diferencia de camino óptico se puede expresar como: $\Phi(\rho, \varphi) - \Phi(\rho + \Delta\rho, \varphi + \Delta\varphi)$, por lo que podemos reescribir la expresión (2.5) de la siguiente forma:

$$I(\rho, \varphi) = I_0(\rho, \varphi)(1 + \gamma_0 \cos[\Phi(\rho, \varphi) - \Phi(\rho + \Delta\rho, \varphi + \Delta\varphi) + \alpha_{12}(\rho, \varphi)]) \quad [\text{W/m}^2] \quad (2.9)$$

El grado de coherencia utilizado es la posición intermedia, entre su localización original y la nueva situación.¹⁶

$$\gamma_0 = |\tilde{\gamma}_{12}(\rho_0, \varphi_0)| \quad (2.10)$$

Es importante señalar que $\Delta\rho$ y $\Delta\varphi$ son los incrementos producidos por el desplazamiento.

$$\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1 \quad [\text{m}] \quad (2.11)$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \quad [\text{rad}] \quad (2.12)$$

Buscando minimizar el problema en la disminución de contraste en el patrón de interferencia debido a problemas de polarización, propusimos el uso de desplazamientos infinitesimales.⁶

$$\Delta\rho = \delta\rho \quad [\text{m}] \quad (2.13)$$

$$\Delta\varphi = \delta\varphi \quad [\text{rad}] \quad (2.14)$$

Si sustituimos las expresiones (2.13) y (2.14) en (2.9), nos queda lo siguiente:

$$I(\rho, \varphi) = I_0(\rho, \varphi)(1 + \gamma_0 \cos[\Phi(\rho, \varphi) - \Phi(\rho + \delta\rho, \varphi + \delta\varphi) + \alpha_{12}(\rho, \varphi)]). \quad [\text{W/m}^2] \quad (2.15)$$

Expandiendo el término $\Phi(\rho + \delta\rho, \varphi + \delta\varphi)$ en series de Taylor, dando por supuesto la condición de que es diferenciable en la vecindad del punto en cuestión, obtenemos:

$$\Phi(\rho + \delta\rho, \varphi + \delta\varphi) = \Phi(\rho, \varphi) + \left[\frac{\delta\Phi(\rho, \varphi)}{\delta\rho} \right] \delta\rho + \rho \left[\frac{\delta\Phi(\rho, \varphi)}{\delta(\rho\varphi)} \right] \delta\varphi. \quad [\text{rad}] \quad (2.16)$$

La diferencia de camino óptico la podemos expresar como:

$$\Phi(\rho + \delta\rho, \varphi + \delta\varphi) - \Phi(\rho, \varphi) = \left[\frac{\delta\Phi(\rho, \varphi)}{\delta\rho} \right] \delta\rho + \rho \left[\frac{\delta\Phi(\rho, \varphi)}{\delta(\rho\varphi)} \right] \delta\varphi. \quad [\text{rad}] \quad (2.17)$$

Debido a que estamos considerando exclusivamente el caso de desplazamiento rotacional, por consiguiente el desplazamiento lineal es $\delta\rho = 0$. Por lo tanto, la diferencia de camino óptico en un interferómetro de desplazamiento rotacional diferencial (DRSI por sus siglas en inglés) está dada por:

$$\Phi(\rho + \delta\rho, \varphi + \delta\varphi) - \Phi(\rho, \varphi) = \rho \left[\frac{\delta\Phi(\rho, \varphi)}{\delta(\rho\varphi)} \right] \delta\varphi. \quad [\text{rad}] \quad (2.18)$$

Por lo tanto, la expresión analítica del patrón de interferencia producido por el DRSI es:

$$I(\rho, \varphi) = I_0(\rho, \varphi) \left(1 + \gamma_0 \cos \left[\rho \left[\frac{\delta\Phi(\rho, \varphi)}{\delta(\rho\varphi)} \right] \delta\varphi + \alpha_{12}(\rho, \varphi) \right] \right). \quad [\text{W/m}^2] \quad (2.19)$$

Recordemos que α_{12} representa la correlación inicial de las fases de ambos haces. La señal interferente producida depende exclusivamente de la derivada del frente de onda sin simetría de rotación. Por lo tanto, el interferómetro de desplazamiento rotacional es sensible a las distorsiones y aberraciones de onda sin simetría de rotación como la inclinación, la coma y el astigmatismo.¹⁷

Anteriormente hemos demostrado que la magnitud del ángulo de desplazamiento controla el número de franjas del patrón interferométrico. Por lo tanto, al cambiar la magnitud del ángulo variamos la sensibilidad del RSI.¹⁸ Esta deseable característica es necesaria para realizar pruebas de elementos ópticos fuera de eje, de segmentos en aperturas segmentadas o diluidas utilizadas en telescopios modernos.¹⁹ Además, nos permite detectar señales débiles en presencia de señales fuertes. Esta singularidad del interferómetro posibilita la detección del frente de onda proveniente de un planeta (señal débil) en presencia del frente de onda de una estrella (señal fuerte). Durante nuestro estudio nos enfocaremos a esta última aplicación. Lo anterior debido a las rigurosas condiciones de manufactura y de alineación que demanda esta aplicación, en las cuales ahondaremos a lo largo de nuestro estudio.

2.4 Parámetros críticos del prisma Dove

En trabajos previos mostramos que un planeta puede ser detectado a pesar de la presencia de una estrella mucho más grande y brillante (razón señal ruido de 10^{-5}) con el uso de un RSI compensado en camino óptico.²⁰ Algunos requerimientos adicionales, incluyen las condiciones óptimas de alineación del RSI y la evaluación de desempeño del telescopio, son necesarias para la detección del planeta extrasolar.²¹⁻²⁷ Cuando la estrella se encuentra alineada al eje óptico y el instrumento interferométrico está funcionando óptimamente ($\delta\rho \approx 0$), el patrón producido por el RSI es debido solamente al frente de onda inclinado proveniente del planeta, porque el interferómetro no “ve” la estrella en eje.²⁸ Sin embargo, para asegurar un adecuado desempeño del RSI los parámetros críticos de diseño son la calidad y la alineación de los elementos ópticos, en especial del prisma Dove (i.e. elemento principal del sistema rotacional), por ser un componente dinámico del interferómetro.

La calidad del sistema rotacional reside en la precisión alcanzada en la fabricación del prisma Dove. Un prisma Dove está caracterizado por los parámetros siguientes: altura H , anchura W , longitud L y ángulo de base β (ver Fig. 2.4(a)). Es importante mencionar que, a lo largo de este trabajo, estaremos analizando un prisma Dove tradicional (i.e. apertura cuadrada y ángulo de base de 45°). Existen tres errores de manufactura del prisma que modifican la trayectoria del frente de onda. Estas discrepancias resultan de una falta de precisión en los parámetros que caracterizan a un prisma Dove perfecto: error de ángulo de base ($\Delta\beta$), error de longitud (ΔL) y la presencia del ángulo piramidal ($\theta_1 + \theta_2$).²⁹ La Fig. 2.4 ilustra los errores que comúnmente caracterizan a un prisma Dove.

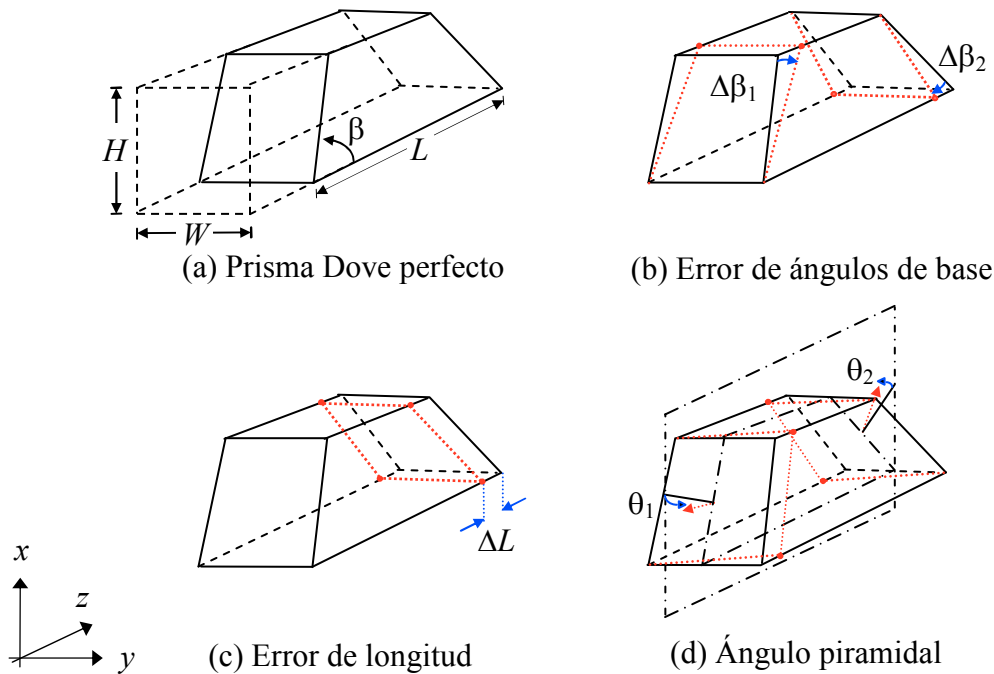


Fig. 2.4. (a) Parámetros que caracterizan a un prisma Dove: H (altura), W (anchura), L (longitud) y β (ángulo de base). Los parámetros del prisma son modificados por los errores de manufactura. Las tolerancias en estos parámetros dan origen a: (b) errores de los ángulos de base $\Delta\beta$, (c) error de longitud ΔL y (d) la presencia del ángulo piramidal $\theta_1 + \theta_2$.

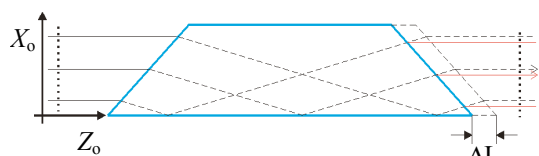
Un análisis más detallado del ángulo piramidal es necesario para facilitar su comprensión. Primeramente, esta característica indeseable no es llamada error porque su presencia en si representa una anomalía de manufactura. Más aún, nosotros definimos el ángulo piramidal como la suma algebraica de la desviación de las normales de la caras de entrada y de salida del prisma ($\theta_1 + \theta_2$), con respecto al eje y . En general, un error de ángulo es definido como la desviación de un ángulo con respecto a su valor nominal.

La calidad de manufactura de los prismas Dove y su alineación precisa determinan el comportamiento del RSI.⁴ Lo anterior tiene mayor relevancia cuando tomamos en cuenta que el

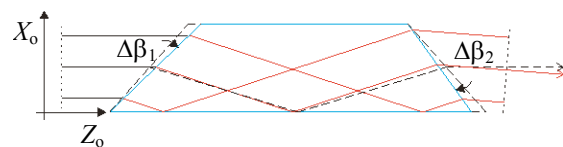
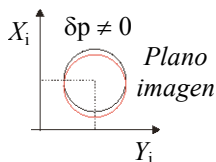
RSI contiene un elemento dinámico (sistema de rotación del frente de onda). En consecuencia, las desviaciones introducidas por los errores del prisma serán variables. Previamente, otros grupos han analizado los requerimientos de alineación y calidad de manufactura en prismas rotacionales para sistemas formadores de imagen convencionales.³⁰⁻³² No obstante, como mencionamos anteriormente, la implementación de un prisma en un interferómetro está restringida por los errores de manufactura y las desalineaciones que pueden ser toleradas.³³ Por tal motivo, hemos propuesto un novedoso diseño de prisma Dove, el cual cuenta con ángulos de base de 65° y apertura extendida.³⁴ Sin embargo, los parámetros críticos como la calidad de manufactura y las condiciones de alineación de los prismas Dove del RSI necesitan ser determinados.

Como se ilustra en la Fig. 2.3, en el RSI empleamos dos prismas Dove. Uno de ellos permanece estacionario (compensando el camino óptico), mientras que el segundo rota alrededor del eje óptico (ver la Fig. 2.3); en consecuencia rotando el frente de onda dos veces el ángulo de giro del prisma.³⁵ El patrón interferométrico, en el plano de observación, retrata el gradiente de fase angular del frente de onda bajo estudio. Por ello, el RSI no es sensible a las características con simetría de rotación del frente de onda. Sin embargo, los errores de manufactura y de alineación del prisma pueden desplazar linealmente el frente de onda ($\delta\rho \neq 0$) y modificar la imagen transmitida, reduciendo el desempeño del RSI. Los desplazamientos causados por los errores de manufactura y de alineación son mostrados en la Fig. 2.5. Por lo tanto, es imperativo cuantificar los parámetros críticos a errores de manufactura y de alineación de los prismas Dove del RSI que le permitan lograr un desempeño establecido como aceptable. En los capítulos III y IV nos avocamos a analizar algunos posibles escenarios del prisma Dove, con el propósito de determinar las tolerancias a errores de manufactura y de alineación del prisma para su aplicación en el RSI.

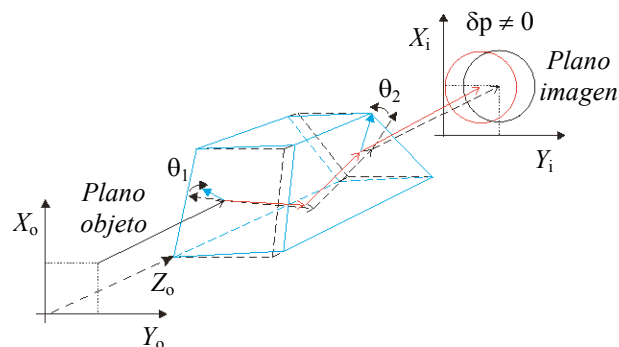
Errores de manufactura



(a) Error de longitud

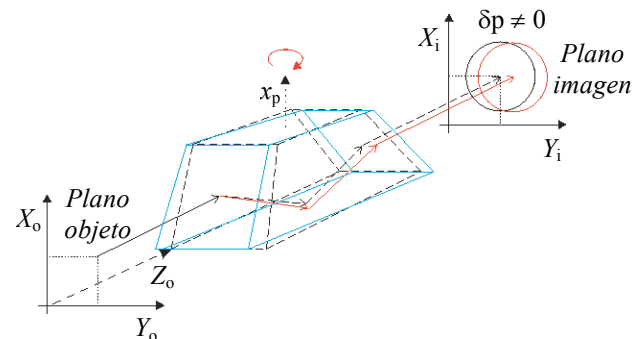


(b) Errores de ángulo de base

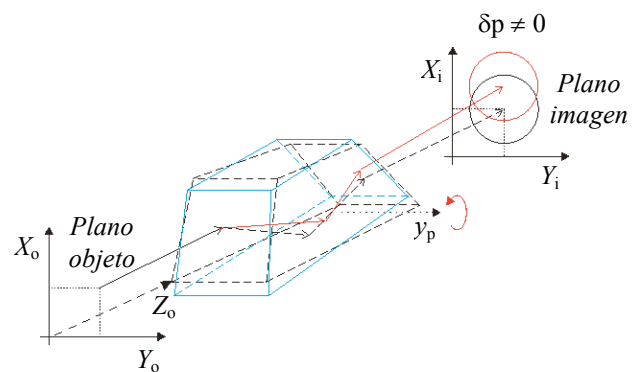


(c) Ángulo piramidal

Errores de alineación



(d) Errores de posicionamiento alrededor de eje x



(e) Errores de posicionamiento alrededor de eje y

Fig. 2.5. Disminución en el desempeño del RSI a causa de errores de manufactura y de alineación del prisma Dove. (a) el error de longitud, (b) los errores de ángulos de base, (c) la presencia del ángulo piramidal y los errores de posicionamiento del prisma, alrededor de (d) el eje x y (e) el eje y, desvían la imagen transmitida ocasionando un desplazamiento lineal ($\delta p \neq 0$) en el plano imagen.

Debido al aumento en la exigencia de los requerimientos de alineación de los sistemas ópticos, diversas propuestas para su estudio y evaluación han sido sugeridas.³⁶⁻⁴¹ Es bien conocido que el trazo de rayos es una herramienta útil y sencilla para el estudio de alineación y de optimización de los sistemas ópticos.⁴²⁻⁴⁵ Nosotros, por tanto, hemos decidido emplear el trazo exacto de rayos para cuantificar los parámetros críticos del prisma que aseguren un desempeño de $\lambda/10$ del RSI.

Diferentes métodos para el cálculo del trazo exacto de rayos han sido propuestos.⁴⁶⁻⁴⁸ Cualquiera de ellos puede ser utilizado para caracterizar el desempeño de los prismas Dove del RSI. Cabe resaltar que, este tipo de prisma introduce cambios no significativos en la polarización.⁴⁹ Además, espejos y divisores de haz insensibles a la polarización están disponibles comercialmente. Por tanto, es posible no prestar atención al tema de la polarización en nuestro estudio y usar el análisis vectorial del trazo exacto de rayos.

2.5 Trazo exacto de rayos

Los sistemas ópticos reales no son capaces de captar toda la luz emitida por la fuente. La desviación aparente de la propagación rectilínea del frente de onda en el borde del sistema como resultado de esta limitante, es conocida como difracción. Conforme la longitud de onda de la radiación incidente disminuye en comparación con las dimensiones del sistema óptico, la difracción del sistema perderá importancia. En el límite conceptual, cuando la longitud de onda tiende a cero, se produce propagación rectilínea en medios homogéneos, dando lugar al campo ideal de la óptica geométrica. La óptica geométrica no permite estudiar comportamientos propios

de la naturaleza ondulatoria de la luz, como son la interferencia y la difracción. En muchos análisis de sistemas ópticos, la gran simplicidad de la aproximación de la óptica geométrica compensa fuertemente su falta de exactitud.¹

La óptica geométrica da lugar al análisis del trazo de rayos. El rayo es una representación geométrica que corresponde a la dirección del flujo de energía radiante, en otras palabras, a la dirección del vector de Poynting. El análisis del trazo de rayos es la principal herramienta para el diseño óptico, ya que matemáticamente es posible introducir rayos en un sistema para evaluar su desempeño. Los fenómenos ópticos que sustentan el trazo de rayos son la reflexión y la refracción.

La ley de Snell es el instrumento principal en la formulación del trazo de rayos y por lo tanto, una herramienta necesaria en el diseño óptico. Debemos tener en mente que no es suficiente, para el diseño óptico, saber de donde provienen los rayos. El diseñador también necesita conocer a donde se dirigen y como conseguir llegar ahí.

En el trazo de rayos comenzamos por elegir un punto objeto y seleccionar la dirección de propagación del rayo. En seguida, mediante la ecuación de translación, determinamos el punto donde el rayo interseca la primera superficie de la componente o sistema óptico que nos interesa. Por medio de la ley de Snell calculamos la dirección del rayo refractado por la primera superficie. Conociendo el punto de intersección con la primera superficie, así como la dirección de refracción, podemos determinar el punto donde intersecará el rayo con la segunda superficie por medio de la ecuación de translación. Este proceso debemos iterarlo hasta salir del elemento refractor o el sistema óptico analizado.

Hemos visto que dos operaciones comprenden el trazo de rayos. Una de ellas es la refracción o ley de Snell, la cual determina la dirección de propagación del rayo al pasar de un medio a otro. Los elementos necesarios para esta operación son: la dirección de la normal a la superficie incidente, los índices de refracción de los medios involucrados y la dirección del rayo incidente.

La segunda parte del proceso, llamada translación, implica la localización del punto de intersección de un rayo con la superficie de interés. Los factores requeridos para calcular dicho punto son: la forma de la superficie refractora o reflectora, la posición del punto de partida del rayo relativo a la superficie y la dirección de propagación del rayo.

En un análisis de desempeño de un sistema óptico, puede ser de utilidad también el cálculo de la magnitud del camino recorrido por cada uno de los rayos introducidos al sistema. El análisis del trazo exacto de rayos proporciona la magnitud del camino óptico recorrido mediante la ecuación de translación y el índice de refracción de los medios involucrados. Ambos procesos, la refracción y la translación, los estudiamos con más detalle a continuación.

2.5.1 Refracción

Newton definió el fenómeno de refracción como la desviación de un rayo al pasar de un medio a otro. La ecuación matemática que modela éste fenómeno es conocida como la ley de Snell en honor a Willebrord Snell van Royen. La ley de Snell en su forma vectorial está dada por:

$$n_t (\hat{K}_t \times \hat{N}) = n_i (\hat{K}_i \times \hat{N}) \quad (2.20)$$

Los términos empleados son: el vector director unitario del rayo \hat{K} incidente i y transmitido t , respectivamente (referirse a la Fig. 2.6); la normal a la superficie \hat{N} de la interfaz; el índice de refracción n del medio incidente y transmitido, con subíndices i y t , respectivamente.

Agrupando los términos de la Ec. (2.20) en un solo lado de la expresión.

$$\left(\hat{K}_t - \frac{n_i}{n_t} \hat{K}_i \right) \times \hat{N} = 0 \quad (2.21)$$

La ecuación anterior nos indica que ambos vectores son paralelos. Por lo tanto, podemos afirmar

que la normal a la superficie es múltiplo de $\left(\hat{K}_t - \frac{n_i}{n_t} \hat{K}_i \right)$.

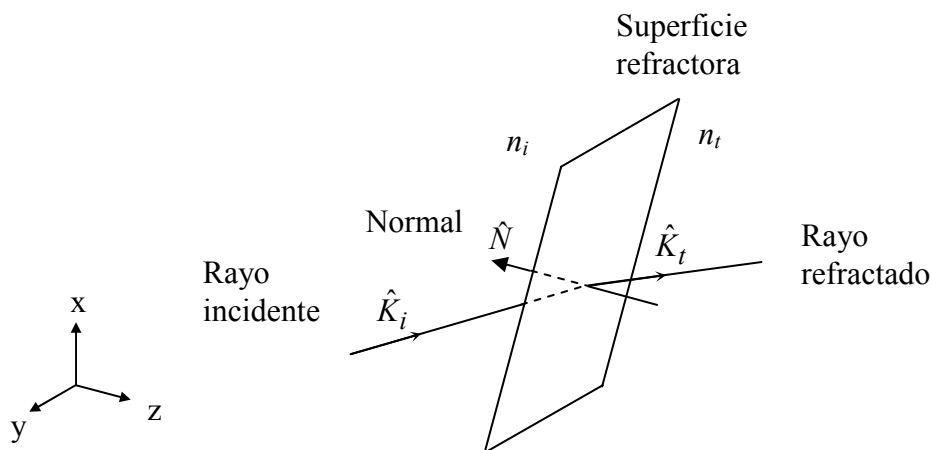


Fig. 2.6. Refracción de un rayo al pasar a través de la interfaz que separa dos medios con diferente índice de refracción.

$$\hat{K}_t - \frac{n_i}{n_t} \hat{K}_i = \tau \hat{N} \quad (2.22)$$

El término τ lo podemos conocer despejando \hat{K}_t y elevando ambos lados de la Ec. (2.22) al cuadrado.

$$\hat{K}_t \cdot \hat{K}_t = \left(\frac{n_i}{n_t} \hat{K}_i + \tau \hat{N} \right) \cdot \left(\frac{n_i}{n_t} \hat{K}_i + \tau \hat{N} \right) \quad (2.23)$$

Desarrollamos los productos punto y algunos pasos algebraicos después obtenemos:

$$1 = \left(\frac{n_i}{n_t} \right)^2 + \tau^2 + 2 \frac{n_i}{n_t} \tau (\hat{K}_i \cdot \hat{N}) \quad (2.24)$$

Resolvemos para el término τ y lo sustituimos en la Ec. (2.22), obteniendo la expresión del vector de propagación del rayo refractado.⁵⁰

$$\hat{K}_t = \frac{n_i}{n_t} \hat{K}_i + \left[\sqrt{\left(\frac{n_t}{n_i} \right)^2 - 1 + (\hat{K}_i \cdot \hat{N})^2} - (\hat{K}_i \cdot \hat{N}) \right] \frac{n_i}{n_t} \hat{N} \quad (2.25)$$

Consideramos el caso donde el rayo pasa a través de un número j de interfaces produciéndose así j refracciones. Por lo tanto, podemos reescribir la Ec. (2.25) como:

$$\hat{K}_{j+1} = \frac{n_j}{n_{j+1}} \hat{K}_j + \left[\sqrt{\left(\frac{n_{j+1}}{n_j}\right)^2 - 1 + (\hat{K}_j \cdot \hat{N})^2} - (\hat{K}_j \cdot \hat{N}) \right] \frac{n_j}{n_{j+1}} \hat{N} \quad (2.27)$$

Los subíndices j y $j+1$ nos indican los parámetros del medio incidente y del medio transmitido, respectivamente. Una vez establecida la dirección de propagación de los rayos, el siguiente paso es determinar el punto de intersección de estos en cada una de las interfaces por medio de la ecuación de translación.

2.5.2 Translación

Partiendo de que conocemos el origen del rayo, $\vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$, así como su dirección de propagación $\hat{K}(x, y, z)$, podemos determinar el punto de intersección con un plano dado (ver la Fig. 2.7). La posición del rayo al incidir sobre el plano que está a una distancia d del punto de partida del rayo es:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + d\hat{K} \quad [\text{m}] \quad (2.27)$$

Recordemos que podemos determinar la ecuación de un plano a partir de su normal y de al menos un punto sobre éste. Suponemos que conocemos el punto de intersección del plano con el eje z y la normal al plano, por tanto, la ecuación la expresamos como:

$$(z\hat{k} - \vec{r}) \cdot \hat{N} = 0 \quad [\text{m}] \quad (2.28)$$

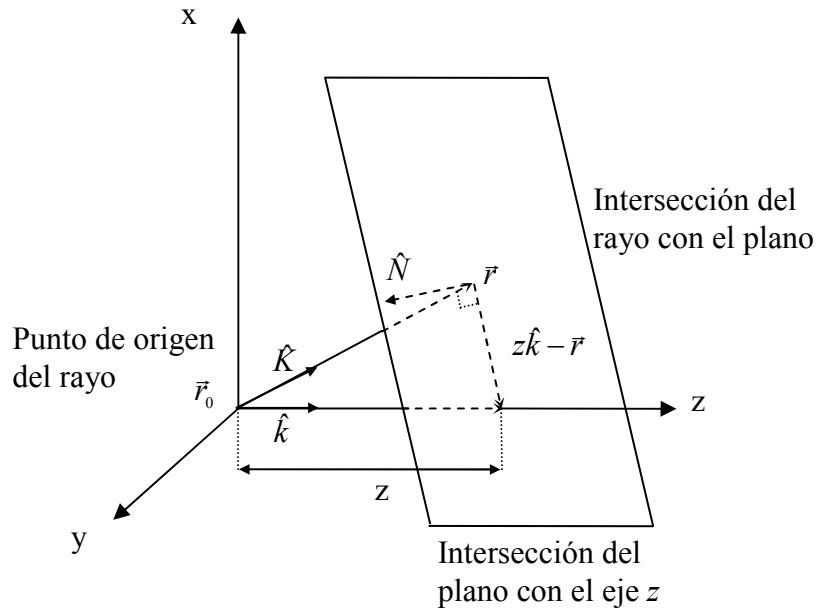


Fig. 2.7. La operación de translación proporciona el punto de intersección de un rayo con un plano.

El vector \vec{r} representa el punto de intersección del rayo con el plano. Si deseamos determinar la distancia d recorrida por el rayo hasta incidir en el plano, debemos sustituir la Ec. (2.27) en la Ec. (2.28).

$$(z\hat{k} - (\vec{r}_0 + d\hat{K})) \cdot \hat{N} = 0 \quad [\text{m}] \quad (2.29)$$

Después de algunos pasos algebraicos resulta que la distancia recorrida por el rayo es:

$$d = \frac{(z\hat{k} - \vec{r}_0) \cdot \hat{N}}{\hat{K} \cdot \hat{N}} \quad [\text{m}] \quad (2.30)$$

El punto de intersección del rayo con el plano lo obtenemos al sustituir la Ec. (2.30) en la Ec. (2.27).⁵¹

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \frac{(z\hat{k} - \vec{r}_0) \cdot \hat{N}}{\hat{K} \cdot \hat{N}} \hat{K} \quad [\text{m}] \quad (2.31)$$

Podemos extender la Ec. (2.31) para el caso de varias interfases consecutivas. Los puntos de intersección de un rayo a través de distintas interfases se obtienen a partir de la siguiente ecuación de recursividad.

$$\vec{r}_{j+1} = \vec{r}_j \frac{(z_{j+1}\hat{k} - \vec{r}_j) \cdot \hat{N}_{j+1}}{\hat{K}_{j+1} \cdot \hat{N}_{j+1}} \hat{K}_{j+1} \quad [\text{m}] \quad (2.32)$$

Los subíndices j y $j+1$ nos indican los parámetros referentes a la posición del rayo en una interfase previa y en la que será intersecada, respectivamente.

2.6 Resumen

En el presente capítulo mostramos de manera concisa la ley general de interferencia para luz parcialmente coherente con el propósito de definir el funcionamiento de un interferómetro Mach-Zehnder. Describimos brevemente los tres tipos de interferómetro de desplazamiento más utilizados. Posteriormente, desarrollamos la expresión analítica de la irradiancia para el patrón de interferencia de un interferómetro de desplazamiento rotacional. En esta expresión asumimos

que el RSI solamente genera desplazamientos rotacionales. Sin embargo, los errores de manufactura (i.e. error de longitud, errores de ángulo de base y presencia del ángulo piramidal) y de alineación del prisma Dove (i.e. elemento principal del sistema rotacional del RSI) pueden introducir desplazamientos lineales que afecten su funcionamiento. Importante fue hacer notar que dichos desplazamientos son variables ya que el prisma es un elemento dinámico del RSI.

Considerando la sencillez y el extenso uso del trazo de rayos en la optimización de sistemas ópticos, así como la característica del prisma Dove de no modificar significativamente el estado de polarización del frente de onda; proponemos el uso del análisis vectorial del trazo exacto de rayos para cuantificar los parámetros críticos a errores de manufactura y de alineación de los prismas Dove del RSI que aseguren un desempeño igual o mejor que $\lambda/10$ a 633 nm.

En el capítulo siguiente modelamos distintas magnitudes de los errores de manufactura del prisma Dove, realizamos el trazo exacto de rayos y analizamos el cambio de camino óptico introducido en cada caso. La diferencia de camino óptico en los distintos escenarios determina la tolerancia a errores de manufactura que podemos permitir en el RSI.

2.7 Referencias

- [1] Bates, W. J., "A wavefront shearing interferometer," Proc. Phys. Soc. 59(6), 940-950 (1947).
- [2] Scholl, M. S., "Applicability of rotationally-shearing interferometers to the testing of the optical systems without rotational symmetry," Proc. SPIE 2817, 187 (1996).

- [3] Scholl, M., "Infrared Spaceborne Rotating, Rotational-Shearing-Interferometer for Extra-Solar Planet Detection," Proc. SPIE 2268, 68-77 (1994).
- [4] Sandoval, J., Paez, G. y Strojnik, M., "Opto-mechanical design of a prism rotator," Proc. SPIE **4486**, 170-180 (2001).
- [5] Paez, G., Strojnik, M. e I. Moreno, "Rotationally shearing interferometer employing modified dove prisms," Proc. SPIE 5152, 373-380(2003).
- [6] Páez, G. y Strojnik, M., "Differential Rotationally-shearing Interferometer: Implementation Concept," Proc. SPIE **3061**, 417-424 (1997).
- [7] Born, M. y Wolf, E., *Principles of Optics*, Cambridge University Press, Cambridge, 286-409 y 554-630 (2002).
- [8] Hecht, E., *Óptica*, Addison Wesley Iberoamericana, Madrid, 151-240 y 565-583 (2000).
- [9] Mantravadi, M. V. y Malacara, D., "Newton, Fizeau, and Haidinger Interferometers," en *Optical Shop Testing*, D. Malacara, Eds., Wiley & Sons, Hoboken, 17-32 (2007).
- [10] García-Torales, G., Strojnik, M. y Paez, G., "Risley prisms to control wave-front tilt and displacement in a vectorial shearing interferometer," *Appl. Opt.* **41**(7) 1380-1384 (2002).
- [11] Ramirez, C. N. y Strojnik, M., "Performance evaluation for a wave-front displacement system for vectorial shearing interferometer," *Opt. Commun.* **281**(3), 347 -355 (2008).
- [12] Malacara, D., "Radial, Rotational, and Reversal Shear Interferometer," en *Optical Shop Testing*, D. Malacara, Eds., Wiley & Sons, Hoboken, 187-203 (2007).
- [13] Murty, M. V. R. K. y Hagerott, E. C., "Rotational-Shearing Interferometry," *Appl. Opt.* **5**(2), 615-619 (1966).
- [14] Strojnik, M. y Páez, G., "Extra-solar system planet detection problem – Planet signature isolation with rotating, rotationally-shearing interferometer," Proc. SPIE **2744**, 278-288 (1996).

- [15] Armitage, J. D., y Lohmann, A., “Rotary shearing interferometry,” *Optica Acta* **12**, 185-192 (1965).
- [16] Scholl, M. S., “Signal generated by an extra-solar-system planet detected by a rotating rotationally shearing interferometer,” *J. Opt. Soc. Am. A* **13**(7), 1584-1592 (1996).
- [17] Strojnik, M. y Paez, G., “Testing aspheric surfaces with the differential rotational-shearing interferometer,” OSA Trends in Optics and Photonics Vol. **24**, paper T5 (1999).
- [18] Paez, G. y Strojnik, M., “Simulated interferometric patterns of a rotationally-shearing interferometer,” Proc. SPIE **3122**, 236-252 (1997).
- [19] Flores, J., Paez, G. y Strojnik, M., “Optimal aperture configuration for a segmented and partially diluted extremely large telescope,” *J. Mod. Opt.* **50**(5), 729-742 (2003).
- [20] Strojnik, M. y Paez, G., “Extra-solar system planet detection problem – Radiometric signal and resolution considerations,” Proc. SPIE **2744**, 271-277 (1996).
- [21] Paez, G. y Strojnik, M., “Telescopes”, en *Handbook of Optical Engineering*, Malacara, D. y Thompson, B., Eds., Marcel Dekker, New York, 207-255 (2001).
- [22] Paez Padilla, G., Strojnik, M. y García Márquez, J., “On telescope performance evaluation,” *J. Mod. Opt.* **51**(2), 183-196 (2004).
- [23] Vacas, P., Strojnik, M. y Paez, G., “Optical system alignment for detection of binaries,” Proc. SPIE **5543**, 220-230 (2004).
- [24] Vacas-Jacques, P., Strojnik, M. y Paez, G., “Stellar mathematical model for alignment of optical systems in extra-solar planet detection,” Proc. SPIE **6307**, 63070H (2006).
- [25] Galán, M., Strojnik, M. y Paez, G., “Some conditions to detect extra-solar planets with rotational shearing interferometer,” Proc. SPIE **6307**, 63070M (2006).
- [26] Galan, M., Strojnik, M. y Paez, G., “Development of misalignment conditions of a rotational shearing interferometer to detect extra-solar planets,” Proc. SPIE **6678**, 66781K (2007).

- [27] Strojnik, M. y Paez, G., "Infrared detection of a planet next to a bright star," *Infrared Phys. Tech.* **49**(3), 312-316 (2007).
- [28] Strojnik, M. y Paez, G., "Cancellation of star light generated by a nearby star-planet system upon detection with a rotationally-shearing interferometer," *Infrared Phys. Tech.* **40**(5), 357-365 (1999).
- [29] Gupta, S. K. y Hradaynath, R., "Angular tolerance on Dove prisms," *Appl. Opt.* **22**(20), 3146-3147 (1983).
- [30] Sullivan, D. L., "Alignment of rotational prisms," *Appl. Opt.* **11**(9), 2028-2032 (1972).
- [31] Houston, J. B. y Walker, B. H., "Pechan derotation prism application & alignment notes", *Opt. Eng.* **13**(6), G233-G234 (1974).
- [32] Hsu, A. C., Ho, C. F. y Chern, J. L., "Tilting tolerance analysis of a broadband polarization-preserving beam displacer," *Appl. Opt.* **41**(28), 5956-5962 (2002).
- [33] Naess, R. O., "A measuring interferometer for high accuracy alignment," *Appl. Opt.* **7**(11), 2315-2317 (1968).
- [34] Moreno, I., Paez, G., Garcia-Marquez, J. y Strojnik, M., "Large-aperture dove prism for a rotational shearing interferometer," *Proc. SPIE* **4818**, 49-56 (2002).
- [35] Gutiérrez-Herrera, E., *Análisis de sensibilidad en un prisma Dove usando el trazo exacto de rayos para su aplicación en un interferómetro de desplazamiento rotacional*, Tesis de maestría: Centro de Investigaciones en Óptica, León, 10-87 (2005).
- [36] Tubbs, E. F., "Alignment of a two-beam interferometer," *Proc. SPIE* **251**, 123-127 (1980).
- [37] Velzel, C. H. F., "Sensor controlled optical assembling," *Proc. SPIE* **1271**, 356-362 (1990).
- [38] Rimmer, M. P., "A computer aided optical alignment method," *Proc. SPIE* **1271**, 363-368 (1990).

- [39] Liu, Q. y Ohba, R., “Effects of a small inclination misalignment in Talbot interferometer by use of gratings with arbitrary line orientation. I. Theoretical analysis,” *Appl. Opt.* **40**(22), 3668-3676 (2001).
- [40] Ozkan, N. S. F., Hendrick, W. L., Marchand, P. J. y Esener, S. C., “Misalignment tolerance analysis of free-space optical interconnects via statistical methods,” *Appl. Opt.* **41**(14), 2686-2694 (2002).
- [41] Chateauneuf, M. y Kirk, A. G., “Six-degrees-of-freedom alignment technique that provides diagnostic misalignment information,” *Appl. Opt.* **43**(13), 2689-2694 (2004).
- [42] Lee, J.-F. y Leung, C. Y., “Method of calculating the alignment tolerance of a Porro prism resonator,” *Appl. Opt.* **28**(17), 3691-3697 (1989).
- [43] Ettetdgui-Atad, E., Harris, J. W. y Humphries, C. M., “Combined interferometry and ray tracing analysis to optimize the alignment of astronomical telescope.” *Proc. SPIE* **1271**, 340-345 (1990).
- [44] Zhao, D., Zhang, W. y Wang, S., “Ray transfer matrices for one kind of constant deviation prism,” *Optik* **112**(6), 271-272 (2001).
- [45] Guardalben, M. J., “Littrow angle method to remove alignment errors in grating pulse compressors,” *Appl. Opt.* **47**(27), 4959-4964 (2008).
- [46] Sakamoto, T., “Ray trace algorithms for GRIN media,” *Appl. Opt.* **26**(15), 2943-2946 (1987).
- [47] Scholl, M. S., “Ray trace through a corner-cube retroreflector with complex reflection coefficients,” *J. Opt. Soc. Am. A* **12**(7), 1589-1592 (1995).
- [48] Strojnik, M., “Recursive exact ray trace equations through the foci of the tilted off-axis confocal prolate spheroids,” *J. Mod. Opt.* **43**(8), 1583-1588 (1996).

- [49] Paez, G., Moreno, I. y Strojnik, M., “Polarization transforming properties of dove prisms,” Proc. SPIE **4818**, 57-62 (2002).
- [50] Stavroudis, O.N., *The optics of rays, wavefronts, and caustics*, Academia Press, New York, capítulo 6 (1972).
- [51] Ramírez, C. N., *Interferómetro de desplazamiento vectorial*, Tesis de maestría: Centro de Investigaciones en Óptica, León, 71-73 (2004).

Capítulo III

Determinación de tolerancias interferométricas para un prisma Dove usando el trazo exacto de rayos

3.1 Introducción

El prisma Dove ha sido ampliamente utilizado en sistemas ópticos tradicionales como erector de imágenes. Otras aplicaciones sugeridas para el prisma Dove incluyen: la manipulación del momento angular orbital de la luz,¹ la corrección de problemas de fase² y su implementación como acoplador óptico.³ Recientemente, el uso de prismas en los interferómetros se ha incrementado.⁴⁻⁶ Desafortunadamente, las tolerancias de manufactura de los prismas comerciales son inadecuadas para aplicaciones interferométricas debido a la precisión requerida.⁷⁻⁹

Como señalamos en el capítulo anterior, en nuestro grupo hemos propuesto el prisma Dove como el elemento principal del sistema de rotación de un interferómetro de desplazamiento rotacional (RSI, por sus siglas en inglés). La variable bajo el control del operador en el RSI es el ángulo de rotación del frente de onda.¹⁰ El prisma Dove se usa para rotar uno de los frentes de onda respecto del otro en el RSI.

Estamos interesados en la detección de planetas en sistemas solares cercanos. La configuración estrella planeta extrasolar que modelamos como un objeto potencial de interés, consiste de un

planeta tipo Júpiter orbitando una estrella tipo Sol. La fuente estrella-planeta está localizada a 10 parsec de la Tierra.¹¹ Esta condición establece un ángulo de 0.1 segundo de arco entre los frentes de onda de la estrella y del planeta. Un instrumento interferométrico con una apertura de 1.5 m (como en un telescopio) que detecta una inclinación de $\lambda/2$ (en 633 nm) corresponde a la desviación angular aludida anteriormente. Por tanto, teóricamente un RSI es capaz de detectar el planeta extrasolar. Como consecuencia, propusimos el RSI como el sistema óptimo para la detección de exoplanetas que pudieran orbitar una estrella cercana.¹²⁻¹⁴

Mostramos previamente la factibilidad de la detección de una fuente estrella-planeta mediante el RSI. Sin embargo, la calidad del prisma Dove que asegura un adecuado desempeño de la propuesta de detección es aún uno de los principales retos a superar.

Con el propósito de especificar la calidad del prisma Dove, hemos desarrollado un programa que realiza el trazo de rayos y emula los errores de fabricación en el prisma. En el presente capítulo, con ayuda del algoritmo realizado, determinamos la tolerancia a errores de manufactura del prisma Dove para su uso interferométrico estudiando el camino óptico de los rayos. Evaluamos también la degradación de la calidad de la imagen transmitida a causa de los errores de fabricación de los ángulos del prisma. Mantengamos en mente que, durante el análisis realizado tratamos de forma aislada los errores de manufactura y de alineación del prisma. Además, validamos la exactitud del trazo exacto de rayos del programa desarrollado con el programa de diseño óptico comercial OSLOTM. La tolerancia calculada complementa el análisis de un prisma Dove con forma novedosa para su incorporación en el interferómetro de desplazamiento rotacional.¹⁵

3.2 Errores de manufactura de un prisma Dove

Un prisma Dove está caracterizado por los parámetros de: altura H , anchura W , longitud L y ángulo de base β . Los errores de fabricación que modifican la trayectoria de los rayos (ver la Fig. 3.1(a)-(c)) resultan de una precisión no adecuada en los parámetros que lo caracterizan: error de ángulo de base ($\Delta\beta$), error de longitud del prisma (ΔL) y la presencia del ángulo piramidal ($\theta_1 + \theta_2$).¹⁶

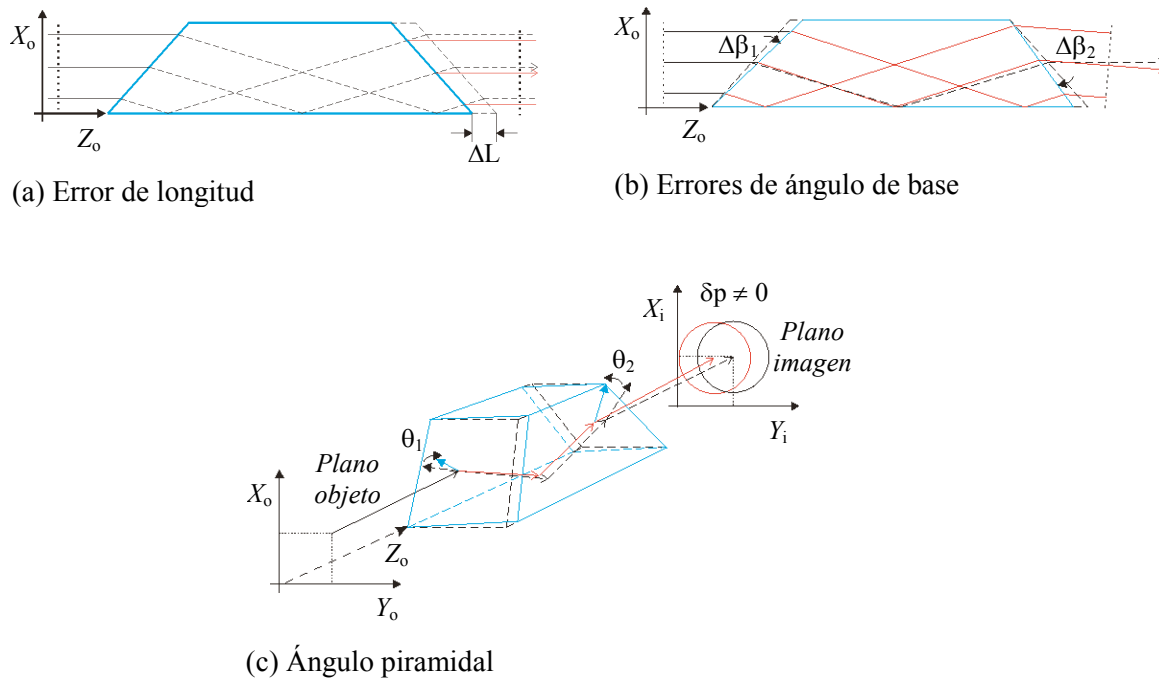


Fig. 3.1. Errores de manufactura del prisma Dove que modifican la trayectoria de los rayos: (a) error de longitud, (b) errores de ángulos de base y (c) presencia del ángulo piramidal.

Previamente, en nuestro grupo, determinamos los parámetros adecuados para la aplicación de un prisma Dove en el RSI.¹⁵ En este trabajo, complementamos dicho análisis calculando las tolerancias a errores de manufactura del prisma para su uso interferométrico, usando el trazo exacto de rayos. Simulamos los errores de manufactura en el programa moviendo la posición de los vértices del prisma. Los desplazamientos de los vértices cambian la orientación de las caras del prisma (normales), modificando los ángulos de base e introduciendo el ángulo piramidal. La longitud del prisma también puede ser modificada. Los cambios en las caras del prisma causan modificaciones en la dirección del frente de onda y en la imagen transmitida.

Determinamos la tolerancia a errores de manufactura del prisma después de analizar el camino óptico de los rayos provenientes de un patrón de rejilla rectangular. Para este propósito, hemos desarrollado un algoritmo para introducir los cambios en el prisma, realizar el trazo de rayos y analizar el frente de onda resultante. Evaluamos la degradación de la imagen para este objeto de entrada (rejilla rectangular), para la tolerancia calculada. Los parámetros de referencia para el prisma Dove tradicional (i.e. apertura cuadrada y ángulo de base de 45°) en este análisis, son aquellos especificados para un componente estándar disponible comercialmente; estos son: 25.4 mm de altura, 107.5 mm de longitud y el prisma está fabricado en vidrio BK7.

Respecto a las aberraciones más significativas que podrían afectar el desempeño del prisma, sabemos que el pistón no distorsiona la imagen porque éste introduce un cambio de fase uniforme. Es más, las aberraciones de esfericidad, astigmatismo constante y coma no afectan a sistemas afocales con superficies planas, como es el caso del prisma Dove de excelente calidad dentro del RSI. Considerando que durante el pulido de las superficies ópticas del prisma son comparadas contra un plano óptico de referencia, nosotros restringimos las superficies del prisma

para mantenerse planas cuando un vértice es desplazado (simulación de errores). Además, la aberración cromática lateral es dependiente de la distancia del plano imagen.¹⁷ Debido a que en nuestro caso analizamos solamente una longitud de onda (a 633 nm), ignoramos su efecto.

La inhomogeneidad del vidrio modifica el frente de onda transmitido. Hoy en día, los fabricantes de vidrio óptico han desarrollado técnicas que alcanzan un alto grado de homogeneidad en grandes bloques de vidrio. La homogeneidad en vidrios ópticos comerciales están en el intervalo de $\pm 2 \times 10^{-4}$ a $\pm 0.5 \times 10^{-6}$ (catálogo de Schott Optical Glass Inc.). Esta variación ha sido bien estudiada durante los últimos 40 años.¹⁸⁻²⁰

La alteración del frente de onda debida a la inhomogeneidad del vidrio es causada por los cambios en el índice de refracción (Δn) a lo largo de todo el vidrio. Los rayos promedian el índice de refracción a lo largo de su camino a través del vidrio. En consecuencia, el cambio en el promedio del índice de refracción, a lo largo del camino del frente de onda, tiene un valor aproximado a cero. En contraste, la desviación nociva, debida a Δn , es en la dirección perpendicular al eje óptico.²¹ Sin embargo, para una apertura de 50 mm de diámetro, los efectos debidos a la inhomogeneidad del vidrio fueron encontrados insignificantes (menor que 2×10^{-7}).²² En nuestro caso, nosotros analizamos un área útil del prisma Dove de 19.75×19.75 mm², la cual está por debajo de la apertura de 50 mm. Por ello, consideramos que la contribución de la inhomogeneidad del vidrio en el prisma a la inclinación del frente de onda es no significativa comparada con la desviación producida por los errores de manufactura. Por esta razón, la homogeneidad del vidrio óptico se considera de importancia secundaria.

Para cuantificar la validez de la anterior afirmación, en cuanto a los efectos insignificantes de Δn , es posible utilizar un interferómetro Mach-Zehnder con una fuente de baja coherencia temporal. Para este propósito, una muestra representativa del vidrio óptico (placa paralela) puede ser examinada moviendo un haz puntal a lo largo de toda su área. El resultado será un mapa de contorno del gradiente del índice de refracción. Un trabajo futuro comprende la optimización del diseño del prisma Dove, el cual incluye un análisis más amplio de los efectos de las inhomogeneidades del vidrio óptico.

Tomando en cuenta las consideraciones previas, estudiamos solamente la desviación del frente de onda causada por los errores de manufactura. Dicha desviación es proporcional a la magnitud de los errores de manufactura de los ángulos del prisma Dove.

Normalmente, más de un vértice es afectado durante los procesos de esmerilado y pulido. Así que, cuando representamos los errores, movemos dos vértices adyacentes de igual manera como se mostró en la Fig. 2.4. En la Tabla 3.1 listamos los vértices del prisma Dove y las coordenadas correspondientes.

Tabla 3.1. Vectores resultantes a un vértice y sus coordenadas correspondientes.

Vértices	Vectores resultantes	Coordenadas		
		x	y	Z
1	r_{v1}	0	0	0
2	r_{v2}	0	W	0
3	r_{v3}	H	W	$H/\tan\beta$
4	r_{v4}	H	0	$H/\tan\beta$
5	r_{v5}	0	0	L
6	r_{v6}	0	W	L
7	r_{v7}	H	W	$L-[H/\tan(\beta)]$
8	r_{v8}	H	0	$L-[H/\tan(\beta)]$

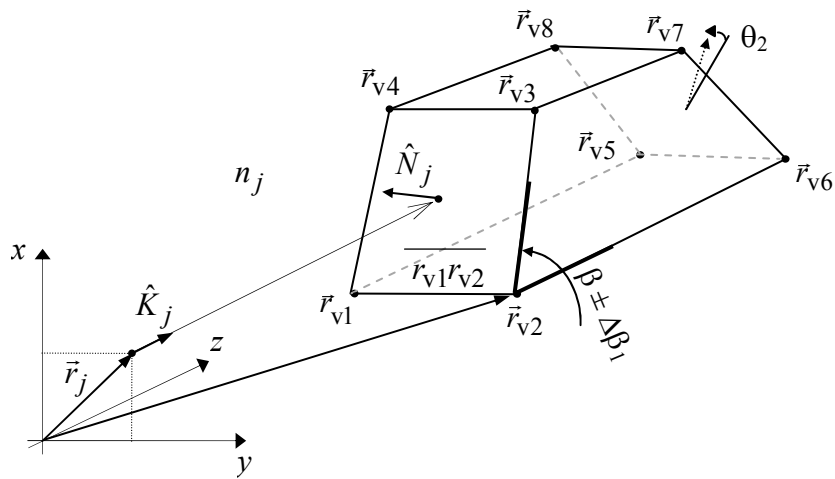


Fig. 3.2. Vectores resultantes ($\vec{r}_{vm}, m \in [1,8]$) a los vértices de un prisma Dove. Las variables del trazo exacto de rayos son: vector director unitario del rayo \hat{K}_j , normal unitaria a la superficie \hat{N}_j , índice de refracción n , punto de intersección del rayo \vec{r}_j . El subíndice j indica la superficie analizada.

Tabla 3.2. Relación entre los vértices (arista) desplazados y el error inducido.

Error de fabricación	Vértices desplazados		Nomenclatura de aristas
$\Delta\beta_1$	Γ_{v1}	Γ_{v2}	$\overline{\Gamma_{v1}\Gamma_{v2}}$
θ_1	Γ_{v1}	Γ_{v4}	$\overline{\Gamma_{v1}\Gamma_{v4}}$
θ_1	Γ_{v2}	Γ_{v3}	$\overline{\Gamma_{v2}\Gamma_{v3}}$
$\Delta\beta_1$	Γ_{v3}	Γ_{v4}	$\overline{\Gamma_{v3}\Gamma_{v4}}$
$\Delta\beta_2$	Γ_{v5}	Γ_{v6}	$\overline{\Gamma_{v5}\Gamma_{v6}}$
θ_2	Γ_{v5}	Γ_{v8}	$\overline{\Gamma_{v5}\Gamma_{v8}}$
θ_2	Γ_{v6}	Γ_{v7}	$\overline{\Gamma_{v6}\Gamma_{v7}}$
$\Delta\beta_2$	Γ_{v7}	Γ_{v8}	$\overline{\Gamma_{v7}\Gamma_{v8}}$

Desplazamos una arista para simular los errores de fabricación. La Fig. 3.2 bosqueja los vectores resultantes de los vértices usados en la representación de errores. Otros parámetros involucrados en el análisis del trazo exacto de rayos son también esbozados. La Tabla 3.2 presenta la relación

entre los vértices (arista) desplazados y los errores inducidos. En la Fig. 3.2 así como en la Tabla 3.2, $\overline{r_{vm} r_{vm+1}}$ representa un segmento de línea desde el vértice m hasta el vértice $m + 1$.

3.3 Análisis del trazo exacto de rayos

La aproximación que usamos para desarrollar el análisis del trazo exacto de rayos es de naturaleza vectorial, como explicamos con anterioridad. Las principales ecuaciones en nuestro análisis son las expresiones vectoriales de refracción y translación, desarrolladas en el capítulo II. La forma recursiva de la refracción vectorial, Ec. (2.26), es fundamental para la aplicación del trazo exacto de rayos.

$$\hat{K}_{j+1} = \frac{n_j}{n_{j+1}} \hat{K}_j + \left[\sqrt{\left(\frac{n_{j+1}}{n_j} \right)^2 - 1 + (\hat{K}_j \cdot \hat{N})^2} - (\hat{K}_j \cdot \hat{N}) \right] \frac{n_j}{n_{j+1}} \hat{N}. \quad (3.1)$$

La ecuación vectorial de translación proporciona información de los cambios en las coordenadas de los puntos de intersección de los rayos con las superficies. Implementamos la ecuación de translación en su forma recursiva Ec. (2.32).

$$\vec{r}_{j+1} = \vec{r}_j + \frac{(z_{j+1} \hat{k} - \vec{r}_j) \cdot \hat{N}_{j+1}}{\hat{K}_{j+1} \cdot \hat{N}_{j+1}} \hat{K}_{j+1}. \quad [\text{m}] \quad (3.2)$$

La Fig. 3.2 ilustra las variables empleadas en el trazo exacto de rayos. Para mayor referencia refiérase al apéndice A.

Como mencionamos anteriormente, el objeto de entrada consiste de una distribución de rayos originados en la intersección de líneas equidistantes paralelas al eje x y paralelas al eje y . Esto es indicado en la Fig. 3.3. Bajo condiciones de una perfecta visualización (un componente ideal), la imagen es como se ilustra en el plano imagen de este diagrama.

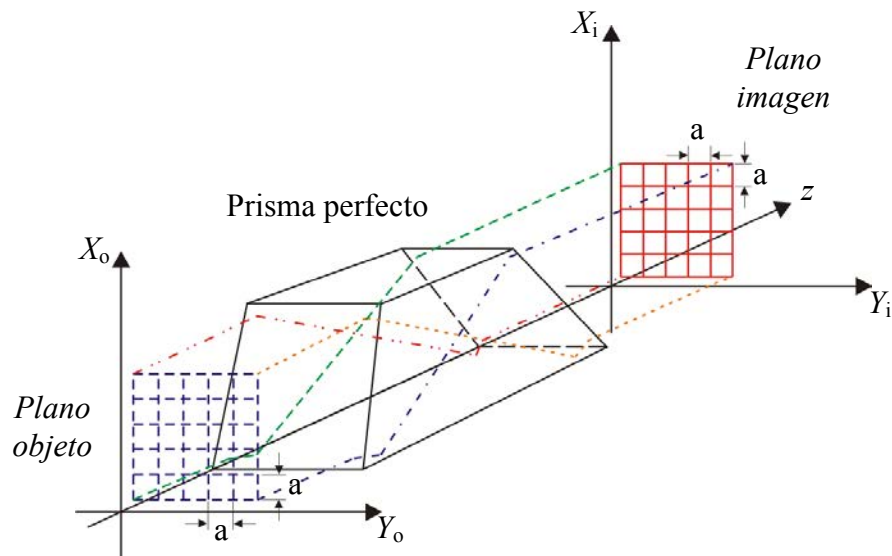


Fig. 3.3. Trazo exacto de rayos a través de un prisma perfecto. Esta condición supone la ausencia de cualquier aberración, inhomogeneidad, y error de manufactura (caso ideal): resultando una imagen perfecta. El objeto de entrada consiste de una distribución de rayos originados en los puntos de intersección de una rejilla rectangular. La imagen tiene la misma forma y posición relativa al eje óptico (eje z) que el objeto de entrada, pero está invertida.

Una imagen distorsionada es causada como consecuencia de los errores de fabricación. La imagen geométrica sustraída de la imagen distorsionada (resultado de una transformación colineal) proporciona el error de desplazamiento $\Delta\bar{r}_i[m, n]$ para cada rayo (m, n) originado en el espacio objeto.

$$\Delta\bar{r}_i[m, n] = \bar{r}_{D_i}[m, n] - \bar{r}_{I_i}[m, n] \quad [\text{m}] \quad (3.3)$$

Aquí, los subíndices D e I representan los escenarios distorsionado e ideal, respectivamente. Los vectores $\bar{r}_{D_i}[m, n]$ son las coordenadas donde los rayos (m, n) cruzan el plano imagen (señalado con el subíndice i) después de pasar a través de un prisma imperfecto. Los vectores $\bar{r}_{I_i}[m, n]$ son las coordenadas donde cada rayo (m, n) , originado en un punto objeto, cruza el plano imagen en la ausencia de cualquier aberración, inhomogeneidad y en particular, errores de manufactura.

La imagen incluye, en el caso real, efectos de desplazamiento y distorsión ($\Delta\bar{r}_i[m, n]$) que surgen de la presencia de los errores de manufactura. La Fig. 3.4 muestra un ejemplo de la imagen distorsionada y desplazada debido al ángulo piramidal.

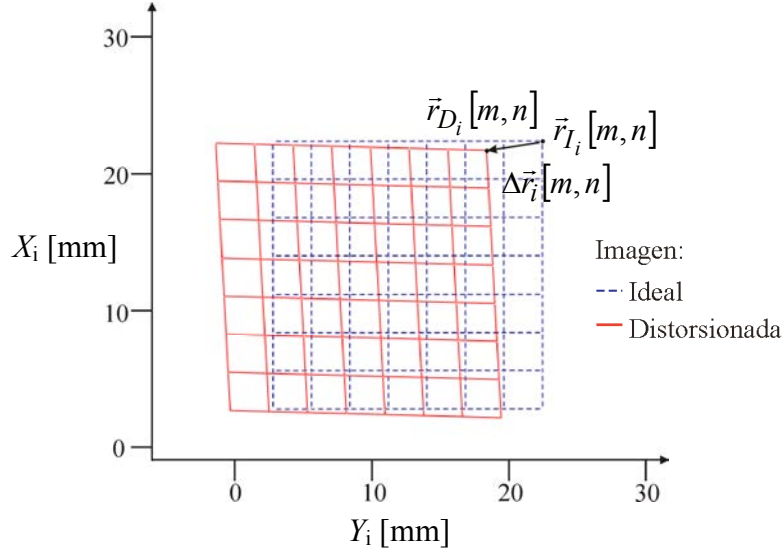


Fig. 3.4. Imagen distorsionada debida a la presencia del ángulo piramidal. La imagen obtenida de un prisma perfecto, restada de la imagen distorsionada entrega el error de desplazamiento $\Delta\vec{r}_i[m, n]$. Los vectores $\vec{r}_{I_i}[m, n]$ y $\vec{r}_{D_i}[m, n]$ indican la posición de los rayos en el plano de detección para las imágenes ideal y distorsionada, respectivamente.

Para calcular la contribución individual de la desviación de los ángulos (inducida en la imagen después de atravesar un prisma imperfecto), separamos el error de desplazamiento, Ec. (3.3), en sus componentes x y y .

$$\Delta x_{j+1}[m, n] = \Delta x_j[m, n] + z_{j+1}[m, n] \frac{dx_{j+1}}{dz}. \quad [\text{m}] \quad (3.4)$$

$$\Delta y_{j+1}[m, n] = \Delta y_j[m, n] + z_{j+1}[m, n] \frac{dy_{j+1}}{dz}. \quad [\text{m}] \quad (3.5)$$

El primer término del lado derecho de las Ecs. (3.4) y (3.5), constituye un error de desplazamiento ($\Delta x_j[m,n]$ y $\Delta y_j[m,n]$), el cual incluye informaciones de distorsión y desplazamiento. El segundo término, sin embargo, aísla el desplazamiento angular o inclinación (con respecto a los ejes: x, y) del rayo de salida: dx_{j+1}/dz , dy_{j+1}/dz . Estos ángulos determinan el desplazamiento de la imagen en el plano de observación.

Desarrollamos un programa que calcula la desviación de los rayos, debida a los errores de manufactura, por medio de las ecuaciones de trazo exacto de rayos previamente presentadas. Las ecuaciones de refracción y translación, Ecs. (3.1) y (3.2), fueron expresadas en forma recursiva en nuestro programa. Mientras que, el error de desplazamiento y la distorsión de la imagen fueron calculadas con la ayuda de las Ecs. (3.3)-(3.5). Comenzando con el desplazamiento de los vectores resultantes, las variables calculadas son: magnitud del error modelado [$^\circ$], desviación del frente de onda [λ], distorsión máxima de la imagen [m], ángulo que caracteriza el desplazamiento de la imagen [$^\circ$] y la sensibilidad de la imagen a errores de manufactura. [$m/^\circ$ y $^\circ/^\circ$].

En el algoritmo, todas las variables son acordemente modificadas cuando un error de manufactura es modificado. Además, nuestro programa calcula y despliega las graficas correspondientes para el prisma bajo estudio. Otra característica en nuestro programa es que calcula, en una corrida, las variables antes mencionadas para n diferentes magnitudes del error modelado.

La validación de nuestro algoritmo de trazo exacto de rayos es un importante aspecto de nuestro estudio. Por lo tanto, comparamos las coordenadas, los ángulos, y la longitud de camino óptico

(OPL, por sus siglas en ingles) de un rayo (atravesando el prisma Dove) dado por nuestro programa, con los datos calculados por un programa de diseño óptico disponible comercialmente (OSLOTM). El apéndice B muestra la excelente concordancia encontrada en este análisis comparativo.

3.4 Resultados del trazo de rayos

Considerando la disposición del RSI en la Ref. [23] (referirse a la Fig. 2.3) y las componentes ópticas disponibles comercialmente, es posible implementar el RSI con espejos de $\lambda/100$, divisores de haz de película (los cuales no introducen diferencia de camino óptico) y dos prismas Dove con una desviación del frente de onda máxima de $\lambda/10$. Este interferómetro, en el peor de los escenarios, es capaz de detectar una inclinación de $\lambda/2$ (i.e. el planeta extrasolar). Por lo tanto, para propósitos de diseño del prisma, suponemos como aceptable una desviación máxima del frente de onda de $\lambda/10$ (a 633 nm).

La principal preocupación en el diseño de un prisma Dove, para su uso interferométrico, es la desviación del frente de onda transmitido ocasionado por los errores de manufactura. Esta inclinación introduce una diferencia de camino óptico (OPD, por sus siglas en inglés) entre dos puntos arbitrarios del frente de onda. Además, los errores de manufactura (frente de onda desviado) modifican las coordenadas de los puntos de intersección de los rayos en el plano de detección. El error en la longitud del prisma no introduce OPD.²⁴ Sin embargo, el ángulo piramidal y el error de ángulo de base generan una OPD modificando el camino original de los

rayos. Estas desviaciones dan lugar a la distorsión y la desviación de la imagen, como se muestra en la Fig. 3.4.

Determinamos la tolerancia a errores del prisma Dove analizando el peor caso de las imperfecciones de manufactura. Este escenario toma lugar cuando la OPD alcanza un máximo. Valoramos dos diferentes casos. Primero, evaluamos el escenario cuando el error de ángulo de base induce una OPD máxima. Segundo, los efectos del ángulo piramidal son analizados bajo esta misma condición. En el caso del error de ángulo de base, la condición de la OPD máxima se alcanza cuando los errores, en las caras de entrada y salida, tienen la misma magnitud pero signo (algebraico) opuesto ($\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$). Para el caso del ángulo piramidal, la OPD máxima es encontrada cuando la inclinación de las caras frontal y posterior del prisma son iguales ($\theta_1 = \theta_2$). Modelamos un prisma aislando ambas condiciones moviendo la correspondiente arista del prisma (ver la Tabla 3.2). Normalizamos los desplazamientos de las aristas con respecto a la longitud del prisma ($L = 107.5$ mm). Los desplazamientos analizados con el programa, y sus correspondientes errores de ángulo, son mostrados en la Tabla 3.3.

Analizamos el desempeño del componente sobre el 60% de la superficie del prisma. Este parámetro fue seleccionado debido a que la mayoría de los prismas Dove disponibles comercialmente ofrecen una calidad de $\lambda/4$ en el 80% de su apertura libre. Por tanto, suponemos que una calidad de $\lambda/10$ es técnicamente viable sobre el 60% de la superficie del prisma. No obstante, el área analizada es modificada fácilmente en nuestro programa. Los resultados del trazo de rayos (para los desplazamientos de las aristas mostrados en la Tabla 3.3), incluyendo las desviaciones angulares máximas permisibles en el prisma, son presentados en la Fig. 3.5.

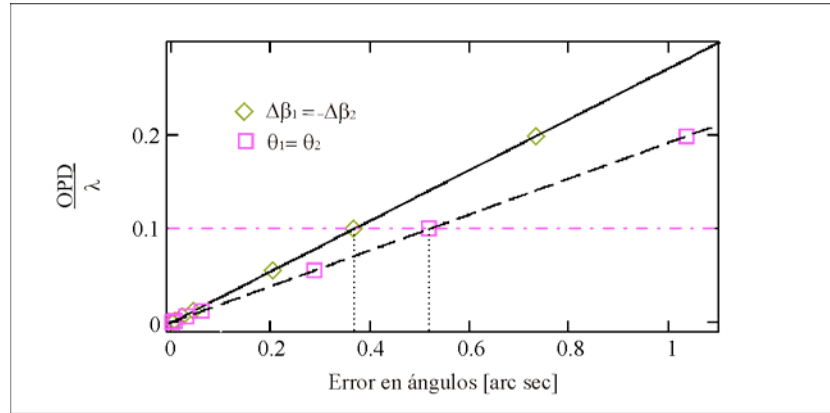


Fig. 3.5. Dos casos de OPD (diferencia de camino óptico) máxima son valorados individualmente. Primero, la condición del error de ángulo de base ($\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$) tiene como resultado un tolerancia admisible de ± 0.37 arc sec. Segundo, el escenario del ángulo piramidal ($\theta_1 = \theta_2$) causa una tolerancia permisible de ± 0.52 arc sec.

Tabla 3.3. Desplazamientos de aristas introducidos al programa y errores de ángulo respectivos.

Desplazamientos introducidos (normalizados)	$ \theta $ [arc sec] ($r_{v1}r_{v4}$ y $r_{v5}r_{v8}$)	$ \Delta\beta $ [arc sec] ($r_{v3}r_{v4}$ y $r_{v5}r_{v6}$)
9.297E-09	0.006	0.004
4.648E-08	0.029	0.020
9.297E-08	0.057	0.041
4.648E-07	0.287	0.203
8.419E-07	0.520	0.368
8.472E-07	0.523	0.370
1.673E-06	1.034	0.731
4.648E-06	2.871	2.030
7.438E-06	4.594	3.248

Después de llevar a cabo el análisis del trazo de rayos, determinamos que para mantener las desviaciones del frente de onda iguales o menores a $\lambda/10$, la tolerancia en el ángulo de base debe

ser mantenida en ± 0.37 arc sec. Además, el error máximo en la normal con respecto al eje y (ángulo piramidal) que podemos permitir es ± 0.52 arc sec.

Como mencionamos anteriormente, la información de distorsión y desplazamiento está siempre entrecruzada (aún en la cara de salida del prisma). Esta condición dificulta determinar con precisión (aislar) la distorsión de la imagen en el plano de observación. Para superar este problema, usamos el concepto de centroide para un sistema de partículas. Si los centroides de las imágenes ideal y real coinciden, la información de desplazamiento es cancelada. Por lo tanto, aplicando este concepto, aislamos la información de distorsión. La Fig. 3.6 ilustra que la distorsión máxima de la imagen producida por la tolerancia en el ángulo de base es de $0.048 \mu\text{m}$ en la dirección de x . Por otra parte, la tolerancia en el ángulo piramidal causa una distorsión máxima de $0.017 \mu\text{m}$ y $0.031 \mu\text{m}$ en las direcciones x y y , respectivamente.

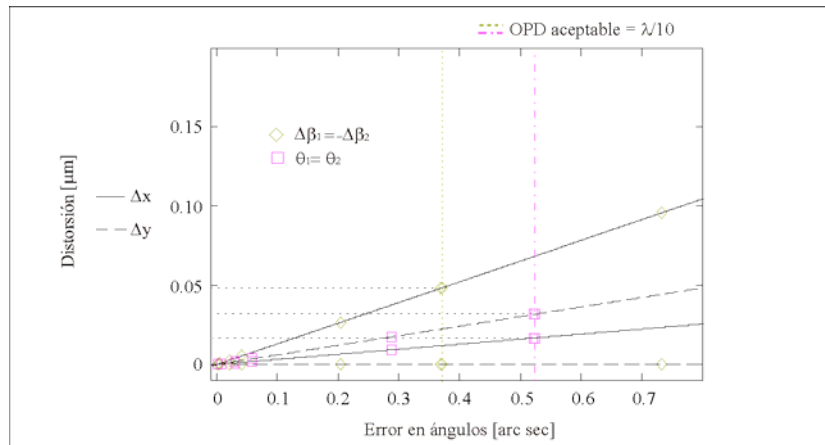


Fig. 3.6. Distorsión de la imagen causada por los errores de manufactura. La distorsión máxima en la dirección de x para la tolerancia en el ángulo de base es $0.048 \mu\text{m}$. La distorsión máxima producida por la tolerancia en el ángulo piramidal es 0.017 y $0.031 \mu\text{m}$ en la dirección de x y y , respectivamente.

La Fig. 3.7 muestra el desplazamiento máximo de la imagen debido a los errores de ángulo. Representamos la desviación angular de la imagen por medio de la inclinación del rayo: el desplazamiento visto en el plano imagen depende de su posición. El ángulo δ_x [arc sec] denota la desviación en la dirección de x . Por otra parte, cuando la desviación del rayo es en la dirección de y , lo denotamos como δ_y [arc sec]. Las tolerancias calculadas ocasionan un desplazamiento de la imagen de $\delta_x = 0.66$ arc sec y $\delta_y = 0.65$ arc sec, como se observa en la Fig. 3.7. En la Tabla 3.4, resumimos los resultados del trazo exacto de rayos para el prisma analizado.

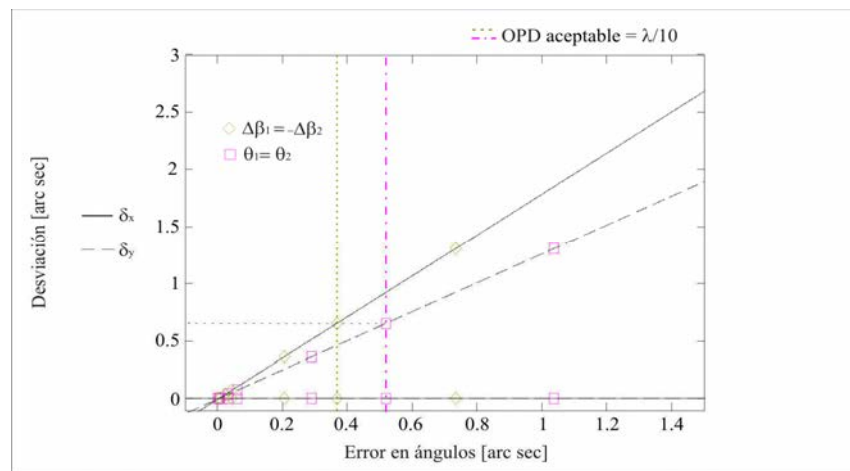


Fig. 3.7. Desplazamiento angular de la imagen, obtenido de las Ecs. (3.4) y (3.5), en la cara de salida del prisma para una OPD máxima ($\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$ o $\theta_1 = \theta_2$). Observamos que las desviaciones máximas de la imagen son: $\delta_x = 0.66$ arc sec y $\delta_y = 0.65$ arc sec, para los ángulos de base y piramidal, respectivamente.

Tabla 3.4. Síntesis de los resultados del trazo exacto de rayos en el prisma analizado.

Condición analizada	Magnitud del error [arc sec]	OPD λ	$ \Delta x $ [μm]	$ \Delta y $ [μm]	$ \delta_x $ [arc sec]	$ \delta_y $ [arc sec]
$\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$	0.37	0.1	0.048	0	0.66	0
$\theta_1 = \theta_2$	0.52	0.1	0.017	0.031	0	0.65

A continuación, calculamos la sensibilidad a la distorsión y al desplazamiento de la imagen debida a los errores de manufactura. La sensibilidad es el cambio de la variable estudiada, A , con respecto a la variación de un error de manufactura específico, M , que la afecta, Ec. (3.6). La sensibilidad nos ayuda a determinar cuál error es más perjudicial para nuestra aplicación.

$$S = \frac{\Delta A}{\Delta M} \quad (3.6)$$

La sensibilidad de la distorsión máxima de la imagen en la dirección de x , producida por la tolerancia en el ángulo de base, es $0.129 \mu\text{m}/\text{arc sec}$. Mientras que la sensibilidad en las direcciones de x y y causada por la tolerancia en el ángulo piramidal son 0.032 y $0.061 \mu\text{m}/\text{arc sec}$, respectivamente. Para el ángulo que caracteriza el desplazamiento de la imagen, la sensibilidad en la dirección de x es 1.78 veces el error del ángulo de base, por el contrario en la dirección de y , es 1.26 veces más significativo que aquel del ángulo piramidal. Concluimos que, para el peor caso definido en este trabajo, el error de ángulo de base desvía la imagen 41% más que el ángulo piramidal. Si consideramos la resultante de la distorsión máxima en cada caso, el error de ángulo de base distorsiona la imagen 89% más que el ángulo piramidal.

Por razones de producción es necesario identificar solamente un valor como tolerancia para los ángulos. Ya que el error de ángulo de base es más nocivo para el prisma Dove, necesitamos asegurarnos que este error esté considerado dentro de nuestras especificaciones. Por tanto, establecemos que una tolerancia de $\pm 0.35 \text{ arc sec}$ (tomando en cuenta un factor de seguridad en el diseño de 5%) es necesaria para diseñar un prisma Dove interferométrico. Considerando lo anterior, nombramos a esta tolerancia la tolerancia interferométrica.

La industria óptica ofrece prismas Dove con una tolerancia angular de ± 2 arc min. En la Tabla 3.5, mostramos un análisis comparativo entre dos prismas Dove (con las mismas dimensiones). El primer prisma tiene la tolerancia comercial, mientras que el segundo tiene la tolerancia interferométrica. Además, esta tabla muestra la distorsión y el desplazamiento de la imagen causado por dichos prismas.

Vemos que, en el peor de los casos ($\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$ o $\theta_1 = \theta_2$), un prisma Dove con tolerancia interferométrica causa una OPD máxima de 0.095λ , una distorsión máxima de la imagen de $0.046 \mu\text{m}$ en la dirección de x (generado por el error de ángulo de base) y una distorsión de 0.011 y $0.021 \mu\text{m}$ en las direcciones de x y y (producidas por el ángulo piramidal). Los desplazamientos de la imagen, debidos a este prisma, son 0.626 y 0.443 arc sec en las direcciones de x y y , respectivamente. Tomando en cuenta la OPD máxima que el prisma Dove comercial introduce (32.537λ), deducimos que dicho prisma causa una OPD dos ordenes de magnitud mayor que su contraparte interferométrica.

Tabla 3.5. Cambios producidos por los errores de manufactura en un prisma Dove comercial y en un prisma Dove interferométrico.

	Comercial (± 2 arc min) $\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$	Interferométrico (± 0.35 arc sec) $\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$	Comercial (± 2 arc min) $\theta_1 = \theta_2$	Interferométrico (± 0.35 arc sec) $\theta_1 = \theta_2$
OPD/λ	32.537	0.095	22.997	0.067
Δx [μm]	15.706	0.046	3.841	0.011
Δy [μm]	0	0	7.274	0.021
δ_x [arc sec]	214.628	0.626	0.056	0
δ_y [arc sec]	0	0	151.885	0.443

3.5 Resumen

Desarrollamos un análisis de trazo de rayos para calcular las tolerancias de un prisma Dove a errores de manufactura, para aplicaciones interferométricas. Valoramos la aplicabilidad y validez del análisis con un programa comercial. Las dimensiones, material, errores de manufactura, longitud de onda, dimensión de la apertura y la dirección de los rayos incidentes son parámetros bajo control del usuario. El área analizada fue del 60% para cada superficie. Determinamos individualmente la tolerancia en el ángulo de base y al ángulo piramidal que produce una desviación máxima del frente de onda de 0.1λ a 633 nm. Las tolerancias resultantes son ± 0.37 arc sec para el ángulo de base y ± 0.52 arc sec para el ángulo piramidal. La distorsión máxima de la imagen producida por esta tolerancia en el ángulo de base es $0.048 \mu\text{m}$ en la dirección de x . Por otra parte, la tolerancia del ángulo piramidal causa una distorsión máxima de 0.017 y $0.031 \mu\text{m}$ en las direcciones de x y y , respectivamente. Las tolerancias calculadas originan desplazamientos de la imagen en las direcciones de x y y : $\delta_x = 0.66$ y $\delta_y = 0.65$ arc sec. En el peor de los casos, notamos que el error del ángulo de base desvía la imagen 41% más que el ángulo piramidal. Si consideremos la resultante de la distorsión máxima de la imagen en cada caso, el error de ángulo de base distorsiona la imagen un 89% más que el ángulo piramidal.

Establecimos una tolerancia de ± 0.35 arc sec para el proceso de manufactura (considerando un factor de seguridad en el diseño de 5%). Nombramos a esta tolerancia la tolerancia interferométrica. Encontramos que, en el peor de los casos ($\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$ o $\theta_1 = \theta_2$), un prisma Dove interferométrico produce una OPD máxima de 0.095λ . En contraste, un prisma Dove comercial introduce una OPD máxima de 32.537λ . Por tanto, deducimos que el prisma Dove

interferométrico introduce una OPD dos órdenes de magnitud menor que el prisma Dove comercial.

Recordemos que aún continúa pendiente el cálculo de uno de los parámetros críticos de diseño del RSI, la tolerancia a errores de alineación del prisma Dove. Por consiguiente, en el siguiente capítulo nos enfocamos a establecer la tolerancia a el posicionamiento del prisma que asegure un desempeño de $\lambda/10$ del RSI.

3.6 Referencias

- [1] González, N., Molina-Terriza, G. y Torres, J. P., “How a Dove prism transforms the orbital angular momentum of a light beam,” *Opt. Express*. **14**(20), 9093-9102 (2006).
- [2] Takacs, P. Z., Church, E. L., Bresloff, C. J. y Assoufid, L., “Improvements in the accuracy and the repeatability of long trace profiler measurements,” *Appl. Opt.* **38**(25), 5468-5479 (1999).
- [3] Shin, C. W., Vu, V. T., Kim, N., An, J. W., Suh, D., Park, Y., Ryu, H., Paek, M. C. y Pyo, H. B., “Holographic polarization-selective module based on a small Dove prism coupler for magneto-optical pickup heads,” *Appl. Opt.* **44**(20), 4248-4254 (2005).
- [4] Garcia-Torales, G., Paez, G. y Strojnik, M., “Simulations and experimental results with a vectorial shearing interferometer,” *Opt. Eng.* **40**(5), 767-773 (2001).
- [5] Flickinger, D. A., Coffee, R. N., Gibson, G. N. y Weinacht, T. C., “Bichromatic, phase compensating interferometer based on prism pair compressors,” *Appl. Opt.* **45**(24), 6187-6191 (2006).

- [6] Ramirez, C., Strojnik, M. y Paez, G., "Performance evaluation of a wave-front displacement system for vectorial shearing interferometer," *Opt. Commun.* **281**(3), 347-355 (2008).
- [7] Vannoni, M. y Molesini, G., "Joint interferometric measurement of planarity and parallelism," *Opt. Eng.* **43**(5), 1215-1220 (2004).
- [8] Burke, J., Oreb, B. F., Platt, B. C. y Nemati, B., "Precision metrology of dihedral angle error in prisms and corner cubes for the Space Interferometry Mission," *Proc. SPIE* **5869**, 58690W (2005).
- [9] Oreb, B. F., Burke, J., Netterfield, R. P., Seckold, J. A., Leistner, A., Gross, M. y Dligatch, S., "Development of precision double corner cubes for the Space Interferometer Mission," *Proc. SPIE* **6292**, 629202 (2006).
- [10] Scholl, M. S., "Applicability of rotationally-shearing interferometer to the testing of the optical systems without rotational symmetry," *Proc. SPIE* **2817**, 187-197 (1996).
- [11] Strojnik, M. y Paez, G., "Simulated interferometric patterns generated by a nearby star-planet system and detected by a rotationally-shearing interferometer," *J. Opt. Soc. Am. A* **16**(8), 2019-2023 (1999).
- [12] Scholl, M. S., "Star-light suppression with a rotating rotationally-shearing interferometer for extra-solar planet detection," *Signal Recovery and Synthesis* **11**, 54-57 (1995).
- [13] Scholl, M. S., "Infrared signal generated by a planet outside the solar system discriminated by a rotating rotationally-shearing interferometer," *Infrared Phys. Tech.* **37**(3), 307-312 (1996).
- [14] Strojnik, M. y Paez, G., "Comparison of linear and rotationally shearing interferometric layouts for extrasolar planet detection from space," *Appl. Opt.* **42**(29), 5897-5905 (2003).
- [15] Moreno, I., Paez, G. y Strojnik, M., "Dove prism with increased throughput for implementation in a rotational-shearing interferometer," *Appl. Opt.* **42**(22), 4514-4521 (2003).

- [16] Gupta, S. K. y Hradaynath, R., “Angular tolerance on Dove prisms,” *Appl. Opt.* **22**(20), 3146-3147 (1983).
- [17] Sasián, J. M., “Aberrations from a prism and a grating,” *Appl. Opt.* **39** (1), 34- 39 (2000).
- [18] Reitmayer, F. y Schuster, E., “Homogeneity of Optical Glasses,” *Appl. Opt.* **11**(5), 1107-1111 (1972).
- [19] Doric, S., “Paraxial ray trace for rotationally symmetric homogeneous and inhomogeneous media,” *J. Opt. Soc. Am. A* **1**(8), 818-821 (1984).
- [20] Stamper, B. y Burge, J., “Index inhomogeneity effects on imaging systems,” en International Optical Design Conference, IMC2 (2002).
- [21] Roberts, F. E. y Langenbeck, P., “Homogeneity Evaluation of Very Large Disks,” *Appl. Opt.* **8**(11), 2311-2314 (1969).
- [22] Schott Optical Glass Inc., “TIE26: Homogeneity of optical glass,” Technical Information, (2004).
- [23] Strojnik, M. y Paez, G., “Cancellation of star light generated by a nearby star-planet system upon detection with a rotationally-shearing interferometer,” *Infrared Phys. Tech.* **40**(5), 357-365 (1999).
- [24] Gutierrez-Herrera, E., *Análisis de sensibilidad en un prisma Dove usando el trazo exacto de rayos para su aplicación en un interferómetro de desplazamiento rotacional*, Tesis de maestría: Centro de Investigaciones en Óptica, León, 35-56 (2005).

Capítulo IV

Cuantificación de parámetros críticos de alineación para un interferómetro de desplazamiento rotacional empleando el trazo de rayos

4.1 Introducción

En el capítulo previo, simulamos los errores de manufactura modificando la posición de los vértices del prisma. Estos desplazamientos de los vértices cambian la orientación de las caras del prisma; modificando el ángulo de base e introduciendo el ángulo piramidal (referirse a la Fig. 4.1). En contraste, en este capítulo rotamos la normal a la superficie óptica para emular los errores de manufactura. Esta aproximación simplifica la consideración de la posición del prisma y la compensación del interferómetro.

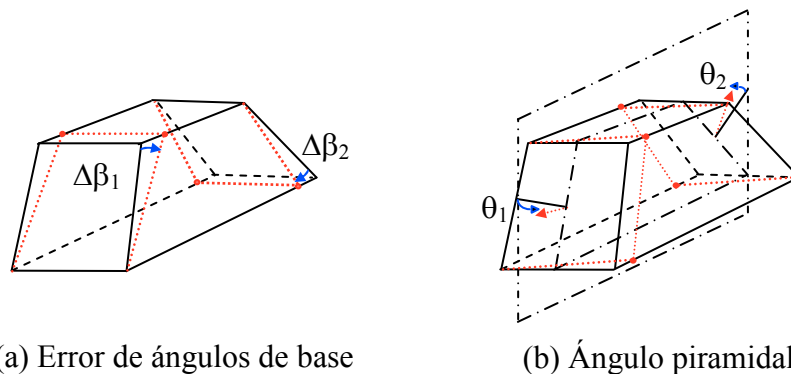


Fig. 4.1. Los parámetros del prisma son modificados por los errores de manufactura. Las tolerancias en estos parámetros dan origen a: (a) errores de los ángulos de base $\Delta\beta$, y (b) la presencia del ángulo piramidal $\theta_1 + \theta_2$.

Los requerimientos como las condiciones óptimas de alineación del RSI y la evaluación de desempeño del telescopio son necesarias para la detección del planeta extrasolar.¹⁻⁸ Sin embargo, la alineación de los elementos ópticos permanece como uno de los principales retos que debemos vencer para asegurar el óptimo desempeño del RSI.

Es posible implementar el RSI (referirse a la Fig. 4.2) usando espejos de $\lambda/100$, divisores de haz de película y dos prismas Dove con tolerancias interferométricas. En el escenario del peor caso, este interferómetro debe ser capaz de detectar una desviación de $\lambda/2$ o el exoplaneta. Por lo tanto, para la alineación total del sistema, asumimos como aceptable una desviación del frente de onda de un valor máximo de $\lambda/10$ (a 633 nm). Consecuentemente, para asegurar el desempeño del RSI los parámetros críticos de diseño son la calidad y la alineación de los elementos ópticos, incluyendo los prismas Dove.

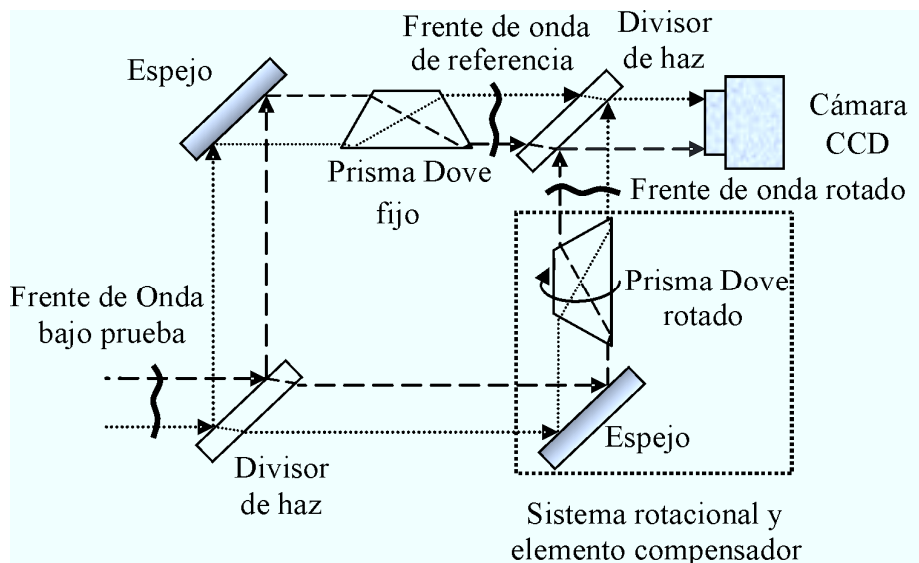


Fig. 4.2. Esquema del interferómetro de desplazamiento rotacional (RSI, por sus siglas en inglés); el RSI está basado en un interferómetro Mach-Zehnder tradicional.

La calidad de manufactura de los prismas Dove y una alineación precisa determinan el comportamiento del RSI.⁹ Por este motivo, hemos determinado los parámetros y tolerancias a errores de manufactura adecuados.^{10, 11} Sin embargo, los parámetros críticos de alineación de los componentes ópticos utilizados para construir el RSI necesitan ser determinados. Por consiguiente, el objetivo principal de este capítulo es cuantificar los parámetros críticos de alineación para el RSI que aseguren un desempeño igual o mejor que $\lambda/10$.

En el presente capítulo, estudiamos las desviaciones angulares y los cambios inducidos en la imagen causados por el posicionamiento del prisma Dove. Determinamos, empleando el trazo exacto de rayos, la tolerancia al posicionamiento y la resolución de los movimientos finos del espejo, que antecede al prisma en el RSI, necesarios para satisfacer una desviación del frente de onda máxima de $\lambda/10$ en el RSI. Los resultados sugieren el uso de actuadores piezoeléctricos para controlar las monturas del prisma y el espejo para asegurar el desempeño deseado.

4.2 Sistema Rotacional: desviaciones angulares

El sistema rotacional del RSI consta de dos prismas Dove y sus respectivas monturas. Uno de ellos permanece fijo (compensando el camino óptico), mientras que el segundo rota alrededor del eje óptico (ver la Fig. 4.2); en consecuencia desplazando el frente de onda. El patrón interferométrico retrata el gradiente de fase angular del frente de onda bajo análisis. Por consiguiente, las características con simetría de rotación del frente de onda son imperceptibles para el RSI. No obstante, los errores de manufactura y de alineación del sistema de rotación

pueden modificar y desplazar la imagen transmitida, disminuyendo el desempeño del RSI. Esto es mostrado en las Figs. 2.5 y 4.3. En consecuencia, es necesario cuantificar los parámetros críticos de ingeniería en el RSI que permitan lograr el desempeño requerido.

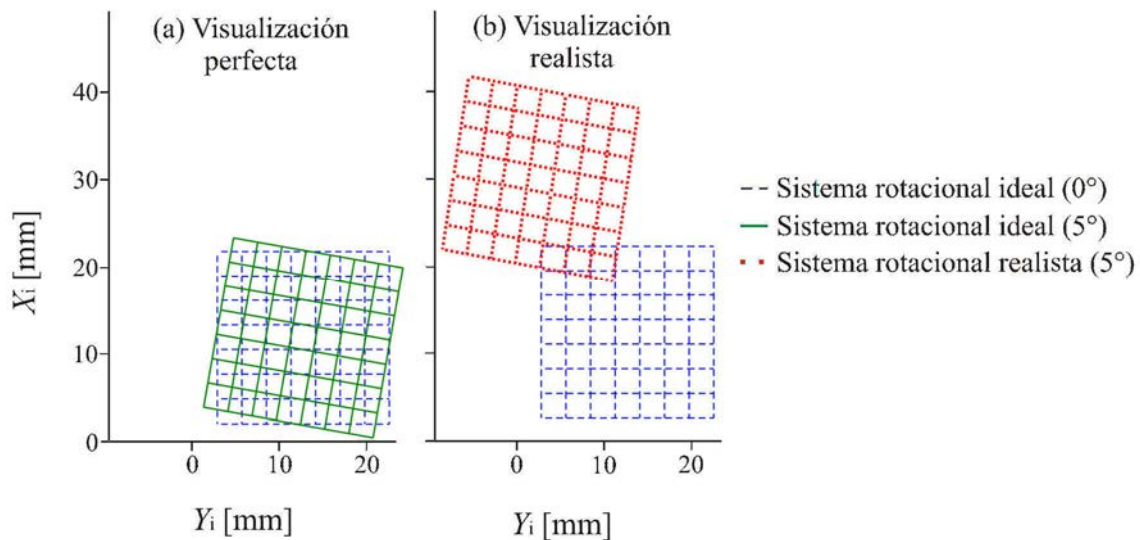


Fig. 4.3. El escenario hipotético de la visualización perfecta (a) ocurre en presencia de un componente ideal perfectamente alineado. En el caso de un sistema de visualización realista (b) el eje óptico es desviado por los errores de manufactura y el posicionamiento del sistema rotacional. Estas desviaciones desplazan y distorsionan la imagen transmitida.

Con la intención de emular el sistema rotacional y los posibles escenarios, analizaremos nuevamente el prisma Dove tradicional del capítulo previo. Recordemos que, los parámetros de referencia del prisma son aquellos que describen un componente comercialmente disponible: 25.4 mm de altura y anchura, 107.5 mm de longitud (referirse a la Fig. 2.4(a)), y fabricado en vidrio BK7 con un índice de refracción de 1.515 a 633 nm. En el análisis, consideramos

exclusivamente los errores de manufactura que desvían el vector director. Como mencionamos en el capítulo anterior, tales discrepancias resultan de una falta de precisión en los parámetros que caracterizan a un prisma Dove perfecto: error de ángulo de base ($\Delta\beta$) y la presencia del ángulo piramidal ($\theta_1 + \theta_2$).¹² La Fig. 4.4 muestra estos errores, los cuales comúnmente caracterizan a un prisma Dove comercial (i.e., un prisma con errores de manufactura).

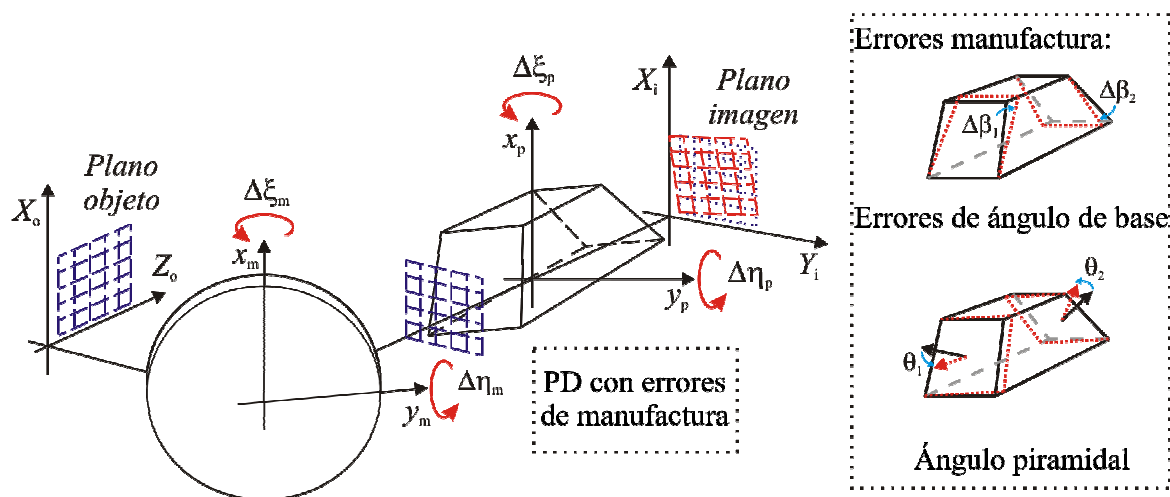


Fig. 4.4. Representación esquemática ilustrando el posicionamiento de un prisma Dove (PD) con errores de manufactura y la compensación de un espejo. La posición de las caras del prisma y sus normales son modificadas por los errores de manufactura. La falta de precisión en estas caras dan lugar a: los errores de ángulo de base $\Delta\beta$ y el ángulo piramidal $\theta_1 + \theta_2$, como se muestra en el recuadro interior.

4.3 Formulación del trazo exacto de rayos para el análisis de alineación del RSI

Debido al aumento en la exigencia de los requerimientos de alineación de los sistemas ópticos, diversas propuestas para el estudio y la evaluación de este procedimiento han sido sugeridas.¹³⁻¹⁸

Es bien sabido que, el trazo de rayos es una herramienta útil y sencilla para el estudio de alineación y de optimización de los sistemas ópticos.¹⁹⁻²² Nosotros, por tanto, empleamos el trazo exacto de rayos para cuantificar los parámetros críticos de alineación que aseguran el desempeño deseado en el RSI.

Por las razones expuestas en el capítulo II, no prestamos atención al tema de la polarización en este estudio. Por tanto, utilizamos el análisis vectorial del trazo de rayos para nuestros cálculos. Las principales ecuaciones utilizadas en la formulación del trazo exacto de rayos son las expresiones vectoriales de refracción y traslación.¹¹ Ahora, con el fin de incluir la presencia de errores de manufactura y de alineación, la formulación del trazo exacto de rayos debe ser extendida. Con el propósito de introducir estas condiciones, hemos incluido rotaciones arbitrarias (en el eje x $\Delta\xi$ y en el eje y $\Delta\eta$) de los elementos del interferómetro. Para describir tales rotaciones, empleamos la matriz de transformación de Euler M , mostrada en la Ec. (4.1).

$$M = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\eta) & \sin(\Delta\xi)\sin(\Delta\eta) & \cos(\Delta\xi)\sin(\Delta\eta) \\ 0 & \cos(\Delta\xi) & -\sin(\Delta\xi) \\ -\sin(\Delta\eta) & \sin(\Delta\xi)\cos(\Delta\eta) & \cos(\Delta\xi)\cos(\Delta\eta) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

La matriz de Euler sirve para modificar la posición de los componentes ópticos del RSI, modelando las rotaciones correspondientes en los ejes x y y . En el caso específico del prisma

Dove, la matriz de Euler es usada también para emular los errores de manufactura. Es importante tener en mente que, en este análisis, consideramos superficies planas en un sistema afocal.

Incluyendo la matriz de Euler en la forma recursiva de la ecuación de refracción vectorial (Ec. (2.26)), fundamental para la aplicación del trazo exacto de rayos, podemos modelar el camino del rayo a través de un sistema rotacional realista. La forma resultante de la expresión vectorial de refracción es mostrada en la Ec. (4.2).

$$\hat{K}_{j+1} = \frac{n_j}{n_{j+1}} \hat{K}_j + \left[\sqrt{\left(\frac{n_{j+1}}{n_j}\right)^2 - 1 + (\hat{K}_j \cdot [M_j \cdot \hat{N}_j])^2} - (\hat{K}_j \cdot [M_j \cdot \hat{N}_j]) \right] \frac{n_j}{n_{j+1}} [M_j \cdot \hat{N}_j] \quad (4.2)$$

Recordemos que, \hat{K} es el vector director en forma unitaria. \hat{N} denota la normal unitaria a una superficie. Mientras que, n simboliza el índice de refracción. Los subíndices j y $j + 1$ indican las variables de los rayos incidentes y transmitidos (o reflejados) en la j -ésima superficie, respectivamente.

Estamos interesados en cuantificar la desviación del frente de onda (diferencia de camino óptico) debida a las imperfecciones del sistema rotacional, incluyendo las características del posicionamiento y los movimientos compensatorios del espejo en el RSI. Estos efectos desvían el vector director sobre los planos xz (δx [arc sec]) y yz (δy [arc sec]), como se indica en la Fig. 4.5.

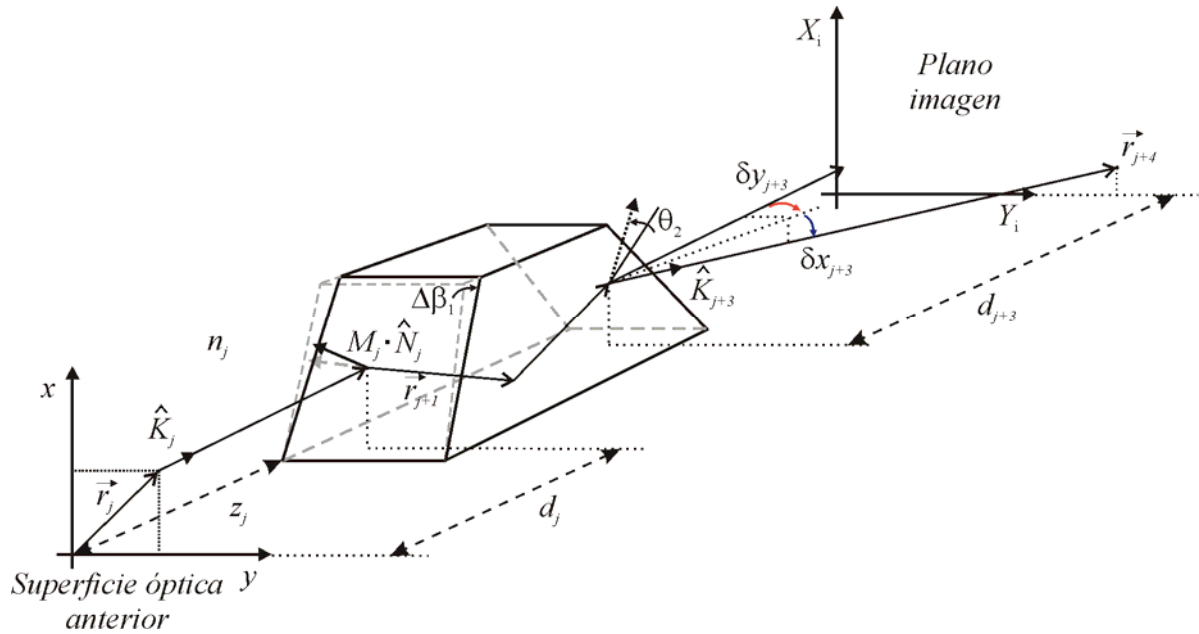


Fig. 4.5. Las variables del trazo de rayos son: vector director unitario de un rayo \hat{K}_j , normal unitaria a la superficie \hat{N}_j , matriz de transformación de Euler M_j , índice de refracción n_j , punto de intersección de un rayo \vec{r}_j , punto de intersección de la j -ésima superficie con el eje z z_j , y distancia, a lo largo del eje z , entre los puntos de intersección del rayo, que está situado en el eje óptico, con las superficies j y $j + 1$, d_j . Los errores de manufactura y el posicionamiento del prisma desvían el vector director de los rayos sobre los planos xz (δx_j) y yz (δy_j).

La ecuación vectorial de traslación ofrece la descripción de los cambios de coordenadas de los puntos de intersección de los rayos con las superficies rotadas. Implementamos la siguiente ecuación de traslación en su forma recursiva.

$$\vec{r}_{j+1} = \vec{r}_j \frac{(z_{j+1} \hat{k} - \vec{r}_j) \cdot [M_{j+1} \cdot \hat{N}_{j+1}]}{\hat{K}_{j+1} \cdot [M_{j+1} \cdot \hat{N}_{j+1}]} \hat{K}_{j+1} \quad [\text{m}] \quad (4.3)$$

Nuevamente recordemos que, \vec{r} [m] representa el punto de intersección del rayo con una superficie. La variable z [m], la cual debe ser calculada para cada escenario, denota el punto de intersección de la superficie con el eje z , y \hat{k} es el vector de dirección unitario en la dirección de z . Para mayor referencia consulte el apéndice A.

El punto de partida para el análisis del trazo exacto de rayos en este capítulo fue introducido y validado en el capítulo previo.¹¹ Sin embargo, en el presente capítulo, incluimos la matriz de transformación de Euler y un espejo con un azimut de 45° antes del prisma (ver la Fig. 4.4); con el propósito de evaluar los efectos inducidos de un sistema rotacional realista y un elemento compensador en el RSI. Más específicamente en el análisis del trazo exacto de rayos: modelamos los errores de manufactura, el posicionamiento del prisma y la compensación del RSI; desarrollamos el trazo de rayos y analizamos el frente de onda resultante.

4.4 Análisis de alineación del RSI

En el siguiente análisis, consideramos los efectos de los divisores de haz en el RSI como no significativos. Los divisores de haz de película no introducen diferencia de camino óptico, pero pudieran producir una inclinación del eje óptico debido a su posicionamiento. Sin embargo, damos por hecho que los movimientos finos de las componentes ópticas son capaces de eliminar

la desviación del frente de onda introducida por los divisores de haz. Asimismo, nosotros nos concentramos en el estudio de un solo brazo del interferómetro. Analizamos la influencia de los errores de manufactura y el posicionamiento de un prisma Dove, así como la compensación del espejo correspondiente. El propósito central es determinar las tolerancias de alineación en el RSI y la resolución asociada del elemento compensador necesaria para asegurar el desempeño. La distorsión y el desplazamiento de la imagen, en el plano de observación, son solamente debidos a los errores de manufactura y al posicionamiento del prisma, así como a los movimientos del espejo para propósitos de compensación. Los movimientos del espejo y el prisma son simulados por medio de las rotaciones del sistema coordinado alrededor de los ejes x y y ($\Delta\xi$ y $\Delta\eta$). Empleamos un subíndice $\Delta\xi_m$ y $\Delta\xi_p$ para describir la componente óptica bajo estudio (ver Fig. 4.4).

Determinamos la alineación general del sistema después de analizar el camino óptico de los rayos distribuidos en el patrón de rejilla rectangular. Estudiamos nuevamente el desempeño del RSI considerando un haz colimado con diámetro del 60% de la apertura del prisma. El análisis presentado, de aquí en adelante, supone un plano de observación localizado a 500 mm de la última superficie óptica.

El análisis de alineación del RSI consiste de dos partes. En la primera de ellas, analizamos la diferencia de camino óptico (OPD, por sus siglas en inglés) que surge como resultado del posicionamiento de un prisma Dove comercial y un prisma Dove interferométrico (i.e., prisma Dove con tolerancias interferométricas a errores de manufactura).¹¹ Evaluamos el

desplazamiento y la distorsión de la imagen causada por el posicionamiento, especialmente, del prisma Dove interferométrico.

En la última parte del estudio de alineación, consideramos tres diferentes escenarios para compensar el sistema. Primero, revisamos los efectos de la OPD inducidos por un prisma Dove comercial perfectamente alineado en el RSI. La compensación de los efectos de la OPD es demostrada a través de movimientos adecuados del espejo. Segundo, examinamos la hipotética condición de la alineación ideal para un prisma Dove interferométrico. La compensación de la OPD producida por los errores de manufactura, usando una superficie reflectora móvil antes del prisma, es entonces evaluada. Tercero, evaluamos el caso real de un prisma Dove interferométrico en el interferómetro. Mostramos que la compensación es factible, a fin de alcanzar las especificaciones requeridas. Finalmente, determinamos los parámetros críticos de alineación que aseguran el desempeño del RSI.

4.4.1 Posicionamiento del RSI: funcionamiento del sistema rotacional

En esta sección, analizamos el posicionamiento de un prisma con errores de manufactura (tolerancias comerciales e interferométricas) y los cambios asociados en la imagen transmitida. Como mencionamos previamente, el objeto de entrada consiste de una distribución de rayos originados en la intersección de líneas equidistantes paralelas al eje x y al eje y , respectivamente. Este arreglo 2D es ilustrado en las Figs. 4.3 y 4.4.

Bajo la consideración de una visualización perfecta (i.e., usando un componente ideal perfectamente alineado) la imagen es como se indica en el plano de observación del diagrama de

la Fig. 4.3. Con el propósito de llevar a efecto el análisis de alineación, definimos la distorsión de la imagen como el cambio (verticalmente Δv y horizontalmente Δh) en las dimensiones de la imagen con respecto al caso ideal.²³ Además, nos referimos al cambio en la posición del centroide de la imagen ($\Delta X_i, \Delta Y_i$) con respecto a su localización en el caso de una visualización perfecta como “desplazamiento de la imagen” (ver Fig. 4.3b). Este desplazamiento es causado por dos circunstancias distintas en el sistema rotacional. Una de ellas es cuando el prisma Dove es rotado alrededor del eje x y se comporta como una placa paralela, en un diagrama de túnel equivalente. La segunda de ellas es cuando el vector director es desviado por los errores de manufactura y de posicionamiento del prisma en torno al eje y . El primero de estos escenarios no genera OPD, mientras que el último sí. Para distinguir ambas condiciones, usamos el desplazamiento lineal ($\Delta x, \Delta y$) para el caso que no causa una OPD, y la desviación angular del vector director ($\delta x, \delta y$) para el caso contrario. No obstante, la siguiente función trigonométrica relaciona el desplazamiento lineal y la desviación del vector director con el desplazamiento del centroide de la imagen en el plano de observación.

$$\Delta X_i = \Delta x + d_4 \tan(\delta x_4) \quad [\text{m}] \quad (4.4)$$

$$\Delta Y_i = \Delta y + d_4 \tan(\delta y_4) \quad [\text{m}] \quad (4.5)$$

El primer término del lado derecho de las Ecs. (4.4) y (4.5), comprende el desplazamiento lineal en la cara de salida del prisma. El segundo término incluye la distancia d_4 , a lo largo del eje z , entre los puntos de intersección de un rayo, que permanece en el eje óptico, con la superficie de salida del prisma y el plano de observación (referirse a la Fig. 4.5); así como la desviación

angular del vector director con respecto a los ejes x y y (δx y δy). Las expresiones que determinan el desplazamiento lineal se muestra a continuación.

$$\Delta x = \sum_{j=1}^3 d_j \tan(\delta x_j) \quad [\text{m}] \quad (4.6)$$

$$\Delta y = \sum_{j=1}^3 d_j \tan(\delta y_j) \quad [\text{m}] \quad (4.7)$$

El desplazamiento lineal en la cara de salida del prisma está compuesto de las desviaciones del vector director, causadas por las reflexiones y refracciones en las superficies ópticas previas, además de la traslación entre ellas. El espacio entre los puntos de intersección del rayo en las j -ésima y j -ésima + 1 superficies, con una separación d y desviaciones del vector director δx o δy son incluidas. En nuestro caso, la superficie del espejo y la cara de salida del prisma son la primera y la tercera superficie, respectivamente.

Nuestro principal interés en el comportamiento del prisma Dove es para asegurar su desempeño en el RSI. Para este propósito, estudiamos separadamente el escenario del peor caso para el error de ángulo de base ($\Delta\beta$) y la presencia del ángulo piramidal ($\theta_1 + \theta_2$) del prisma (ver Fig. 4.4). Este estudio individualizado es desarrollado para identificar las consecuencias de cada contribución no deseada. Las condiciones del peor caso son encontradas cuando: $\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$ y $\theta_1 = \theta_2$.¹¹

Las rotaciones del prisma alrededor del eje x ($\Delta\xi_p$) causan una OPD despreciable para el caso de un prisma comercial (del orden de $1 \times 10^{-3}\lambda$) y una OPD igual a cero para un prisma ideal.²³ Este efecto insignificante es atribuido al comportamiento (ideal) del prisma Dove como una placa plano paralela en un diagrama de túnel. Debido a este hecho, el posicionamiento en torno al eje x no es considerado en el análisis siguiente.

La Fig. 4.6 ilustra el posicionamiento en el eje y ($\Delta\eta_p$) de un prisma Dove comercial con errores de ángulo de base iguales a 120, 60 y 20 arc sec, suponiendo el escenario del peor caso ($\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$). Los primeros dos valores corresponden a las tolerancias disponibles en la industria óptica. La última cantidad es representativa de la calidad alcanzada en nuestro taller óptico por medio de procesos de manufactura convencionales.¹⁰ De la Fig.4.5, observamos que en la ausencia de rotaciones del prisma, una OPD es generada debido al error de ángulo de base. Sin embargo, es visto también que esta consecuencia puede ser compensada rotando el prisma acordemente.

A lo largo de este capítulo, los diferentes símbolos en los gráficos representan rotaciones distintas (los cuadros simbolizan las rotaciones en el eje x , los rombos señalan las rotaciones en el eje y y los círculos representan la rotación resultante alrededor de ambos ejes). Así mismo, los diversos tipos de línea corresponden a las condiciones bajo estudio (e.g., en la Fig. 4.6; línea continua: $\Delta\beta = 120$ arc sec, discontinua: $\Delta\beta = 60$ arc sec y punteada: $\Delta\beta = 20$ arc sec).

De la Fig. 4.6 vemos que para cualquier error de ángulo de base del prisma, la OPD tiene, en un intervalo pequeño, una razón de cambio constante con respecto a la rotación en el eje y . El gradiente de la OPD es independiente de los movimientos, y es una función del índice de

refracción del prisma. Más específicamente, el índice de refracción y la geometría determinan la potencia del elemento de fase y, como consecuencia, la magnitud de la desviación del haz. Por esta razón, el prisma tiene la misma tolerancia al posicionamiento para asegurar un desempeño aceptable para su uso en un RSI independientemente de la magnitud del error de ángulo de base. Sin embargo, debemos mantener en mente que el prisma debe ser rotado sistemáticamente más para compensar los incrementos en el error de ángulo base.

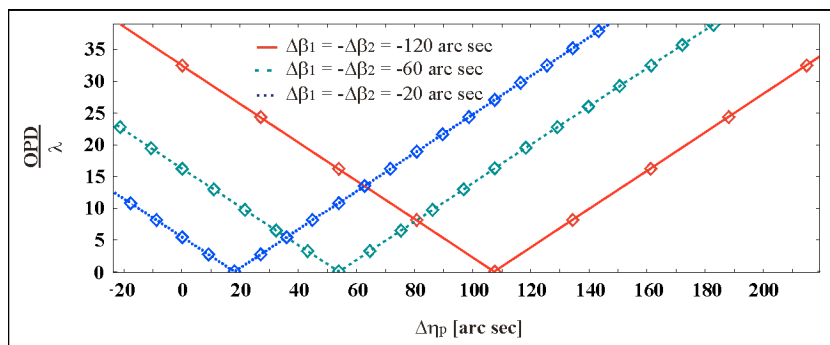


Fig. 4.6. La rotación alrededor del eje y de un prisma Dove real $\Delta\eta_p$ causa una disminución de la OPD. Los errores de ángulo de base del prisma modelado, en el peor caso ($\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$), son: 120, 60 y 20 arc sec. La razón de cambio es la misma en los tres casos. Independiente del error de ángulo de base, el prisma tiene la misma tolerancia al posicionamiento para asegurar un desempeño admisible. El espejo es mantenido en su posición inicial ($\Delta\xi_m = 0$ y $\Delta\eta_m = 0$).

La Fig. 4.7 retrata el posicionamiento alrededor de eje y ($\Delta\eta_p$) para un prisma comercial con ángulo piramidal ($\theta_1 + \theta_2$) de 240, 120 y 40 arc sec. Una vez más, modelamos el escenario del peor caso; ahora para el ángulo piramidal ($\theta_1 = \theta_2$). Esta condición conlleva a que el ángulo piramidal sea dos veces el valor de aquellos correspondientes a los errores de ángulo de base. En contraste al error de ángulo de base, la OPD surgida de la presencia del ángulo piramidal no puede ser eliminada con ninguna rotación del prisma. Por tanto, un componente óptico adicional (tal como una superficie reflectora) es esencial para compensar la OPD en el interferómetro. Finalmente, concluimos que la orientación óptima de un prisma Dove con ángulo piramidal es una alineación perfecta, a diferencia de un prisma con errores de ángulo de base.

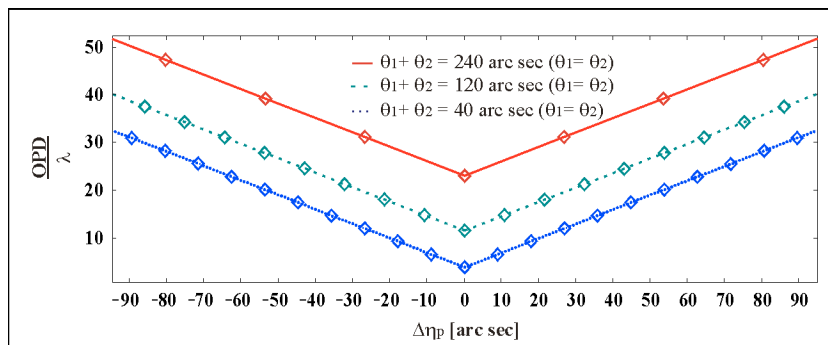


Fig. 4.7. La rotación alrededor del eje y de un prisma Dove real $\Delta\eta_p$ produce cambios de la OPD. Los ángulos piramidales ($\theta_1 + \theta_2$) del prisma modelado, en el peor caso ($\theta_1 = \theta_2$), son: 240, 120 y 40 arc sec. La OPD causada por el ángulo piramidal no puede ser reducida modificando la posición del prisma. Por el contrario se incrementa. Por lo tanto, la mejor orientación de un prisma con ángulo piramidal es una alineación perfecta. El espejo es mantenido fijo en su posición inicial ($\Delta\xi_m = 0$ y $\Delta\eta_m = 0$).

Primero asumimos que el prisma está óptimamente posicionado. Entonces, rotamos el prisma interferométrico en torno al eje x ($\Delta\xi_p$). Como se esperaba, en la Fig. 4.8(a) observamos que el movimiento en el eje x no introduce OPD; por el contrario este induce un movimiento lineal (i.e., desplazamiento del centroide) en el rayo de salida. Por otra parte, una compensación de la OPD, introducida por el error de ángulo de base, no es viable rotando el prisma con respecto al eje x . Consecuentemente, la distorsión de la imagen y la desviación del vector director permanecen sin cambios, como se ve en las Figs. 4.8 (b) y (c), mientras se modela esta rotación. Además, el centroide de la imagen es ligeramente desplazado en la dirección de y (Δy) con respecto al caso alineado, como se ilustra en la Fig. 4.8(d). Por lo tanto, el desplazamiento de la imagen debido a la rotación en el eje x es independiente de la distancia al plano de observación. En la tabla 4.1, resumimos los efectos de una rotación alrededor del eje x para un prisma Dove interferométrico. En el cálculo, consideramos cinco dígitos decimales. De la Fig. 4.8 y la tabla 4.1, confirmamos la similitud entre la placa plano paralela y el prisma Dove cuando este último es rotado alrededor del eje x .

Tabla 4.1. Desempeño de un prisma Dove interferométrico después de rotado alrededor del eje x .

OPD/ λ [$\lambda=0.633 \mu\text{m}$]	Rotación en x $\Delta\xi_p$ [arc sec]	Distorsión		Desplazamiento del centroide	
		Δv [μm]	Δh [μm]	Δx [μm]	Δy [μm]
0.1	- 2.53	91.67 E-3	0	1.56	- 0.44
0.1	2.53	91.67 E-3	0	1.56	0.44

Δv y Δh son las distorsiones vertical y horizontal de la imagen, respectivamente.

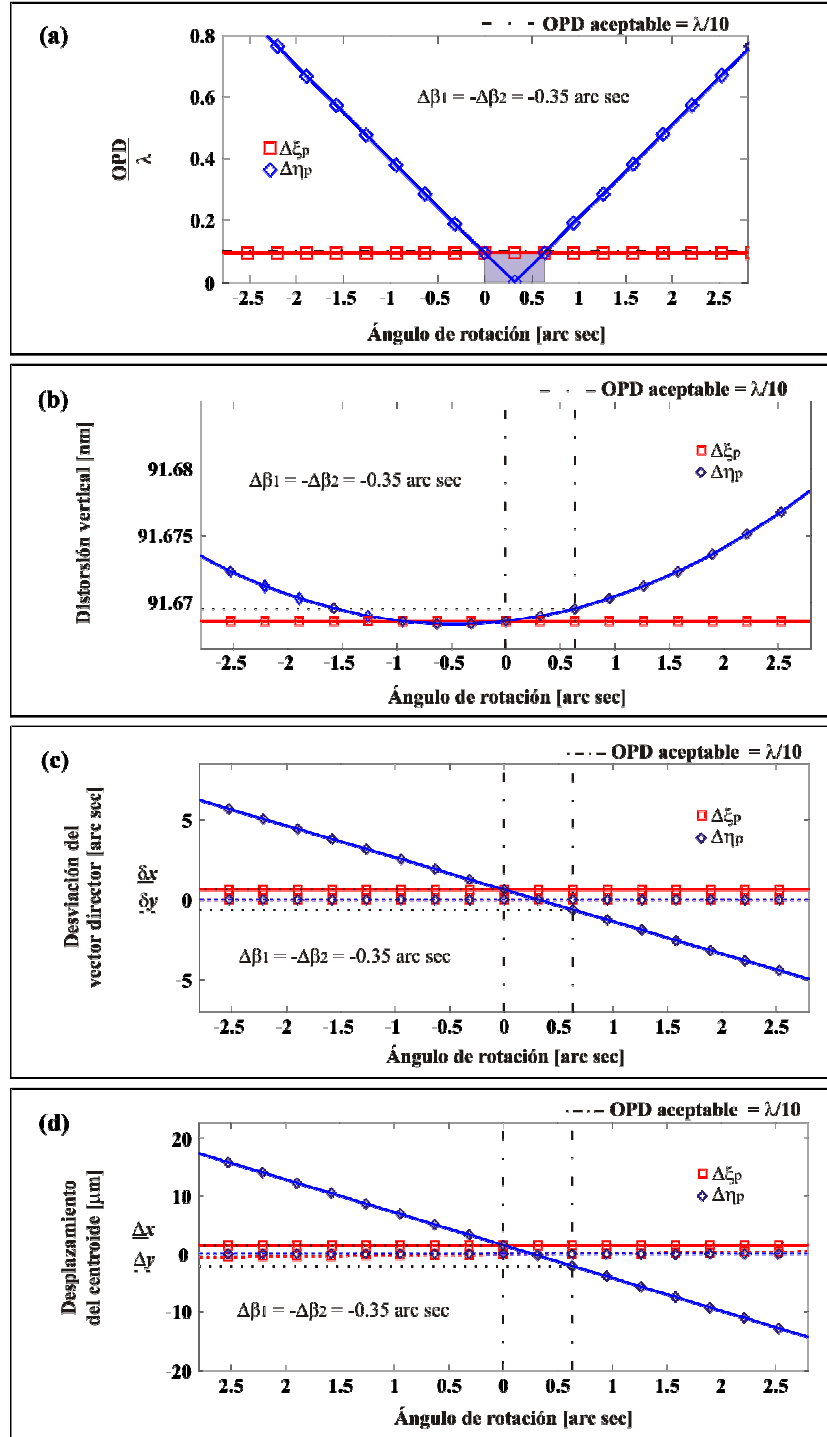


Fig. 4.8. (a) OPD, (b) distorsión, (c) desviación del vector director y (d) desplazamiento del centroide de una imagen transmitida por un prisma Dove interferométrico, en el peor caso para el error de ángulo de base ($\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$), con rotación alrededor de los ejes x y y ($\Delta\xi_p$ y $\Delta\eta_p$, respectivamente). Para asegurar una OPD máxima de $\lambda/10$ debido al posicionamiento de un prisma Dove interferométrico, el intervalo de rotación aceptable (sombreado) es 0.66 arc sec. Sin embargo, la distorsión y el desplazamiento del centroide en la dirección de x no pueden ser eliminados por medio de la rotación del prisma.

Asumimos ahora que el prisma está nuevamente posicionado óptimamente y procedemos a rotarlo alrededor del eje y ($\Delta\eta_p$). De la Fig. 4.8(a), es claro que la rotación en el eje y induce una OPD en el frente de onda emergente. Por tanto, podemos compensar la contribución no deseada del error de ángulo de base con esta rotación. Sin embargo, aunque consideremos un prisma Dove ideal, la rotación alrededor del eje y causa una desviación del eje óptico con respecto al eje de referencia, disminuyendo el desempeño del RSI. Además, de la Fig. 4.8(a), predecimos la existencia de una ventana de 0.66 arc sec (sombreada en la figura), en donde la OPD está por debajo del umbral de diseño ($\lambda/10$). Por lo tanto, para un prisma Dove fabricado en vidrio BK7, el intervalo de posicionamiento permisible abarca 0.66 arc sec. Éste es equivalente a una tolerancia al posicionamiento de ± 0.33 arc sec para un prisma Dove interferométrico. Como se ilustra en la Fig. 4.8(b), la distorsión en la dirección de x (vertical) no puede ser eliminada por medio de esta rotación del prisma. Las Figs. 4.8(c) y (d) muestran que la rotación en el eje y del prisma interferométrico genera una desviación del vector director en la dirección de x (δx), y en consecuencia un desplazamiento del centroide. La desviación de la dirección es a consecuencia de la propiedad de inversión del prisma Dove.

Como es mostrado en la Fig. 4.8(a), la rotación del prisma alrededor del eje y permite (teóricamente) alcanzar un estado sin OPD. No obstante la desviación del frente de onda, debida al posicionamiento del prisma, causa un incremento en la distorsión vertical de la imagen en el plano de observación. El desplazamiento del centroide, debido a la desviación del vector director, puede ser reducido acortando la distancia al plano de observación. Con el fin de observar el comportamiento experimentalmente, proponemos el uso de actuadores micrométricos ordinarios y de avance fino para llevar el prisma a una condición de alineación aproximada (e.g.,

OPD cercana a $\lambda/4$). Así, una montura mecánica con mayor resolución (como por ejemplo monturas con actuadores piezoeléctricos) puede ser necesaria para lograr la condición deseada. Sin embargo, debido a la falta de disponibilidad de tales accesorios mecánicos de precisión, es pertinente proponer formas alternas para propósitos de compensación. En la siguiente sección, sugerimos la utilización de monturas disponibles comercialmente, para superficies reflectoras, con actuadores piezoeléctricos para asegurar el desempeño del RSI.

En breve, el análisis previo del prisma Dove interferométrico muestra que para asegurar una OPD máxima de $\lambda/10$, la tolerancia al posicionamiento debe permanecer dentro de ± 0.33 arc sec. La validación de esta afirmación requiere que la posición óptima ($OPD = 0$) sea alcanzada. De otro modo existe una ventana de 0.66 arc sec, en donde el prisma Dove interferométrico exhibirá una OPD por debajo de las especificaciones para su incorporación en el RSI. Estas tolerancias permiten girar el sistema rotacional del RSI, asegurando así un desempeño adecuado del interferómetro. En la tabla 4.2, presentamos en forma breve los resultados relacionados con la rotación en el eje y del prisma Dove interferométrico.

Tabla 4.2. Desempeño de un prisma Dove interferométrico después de rotar alrededor del eje y .

OPD/ λ [$\lambda=0.633 \mu\text{m}$]	Rotación en y $\Delta\eta_p$ [arc sec]	Distorsión		Desviación del vector director	
		Δv [μm]	Δh [μm]	δ_x [arc sec]	δ_y [arc sec]
0.1	0	91.67 E-3	0	0.63	0
0.1	0.63	91.67 E-3	0	- 0.64	0

4.4.2 Compensación del RSI: funcionamiento del espejo

En la sección previa, mostramos que la compensación de un sistema rotacional realista es complicada. Por tanto, ahora abordamos los efectos al mover de una manera controlada un espejo para permitir un desempeño adecuado del RSI. Comenzamos discutiendo los detalles para introducir un prisma comercial perfectamente alineado precedido por el elemento compensador. Una vez más, los errores del prisma son estudiados separadamente (i.e., el error de ángulo de base con independencia del ángulo piramidal y viceversa) con el propósito de identificar la compensación alcanzada al rotar independientemente el espejo alrededor de los ejes x y y .

Comenzamos por evaluar el error de ángulo de base y la posibilidad de compensar su efecto perjudicial rotando el espejo alrededor del eje y . En la Fig. 4.9, mostramos dicha rotación del espejo ($\Delta\eta_m$, referirse a la Fig. 4.4) en presencia de un prisma Dove con errores de ángulo de base iguales a 120, 60 y 20 arc sec, en el escenario del peor caso ($\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$). Aquí, el prisma está perfectamente alineado ($\Delta\xi_p = 0$ y $\Delta\eta_p = 0$). De la Fig. 4.9 determinamos que, en la ausencia de la compensación del espejo ($\Delta\eta_p = 0$), las diferencias de camino óptico están presentes. Tales diferencias son debidas a la existencia del error de ángulo de base. No obstante, esta condición indeseable puede ser eliminada después de rotar adecuadamente el espejo. De manera similar al análisis presentado en la Fig. 4.6, la compensación del espejo es independiente de la magnitud de los errores de ángulo de base. Sin embargo, esta aseveración requiere que el rango de compensación del espejo alrededor del eje y sea suficientemente amplio (aproximadamente 200 arc sec para el modelo bajo estudio). La última condición implica que una diferencia encontrada mientras se analiza un prisma ideal y uno real es el intervalo de compensación del espejo.²⁴ En

esta sección, el gradiente de la OPD es menor que el de la Fig. 4.6. Esta disminución resulta porque el vector director es desviado solamente una vez por la superficie reflectora, en comparación con la tres desviaciones que ocurren cuando es rotado el prisma.

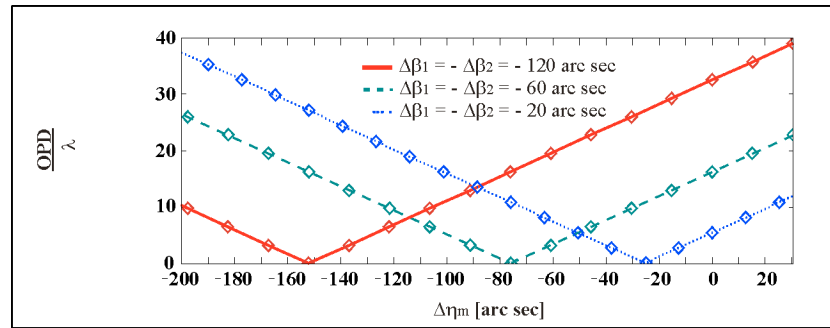


Fig. 4.9. La rotación alrededor del eje y de un espejo $\Delta\eta_m$ causa una disminución de la OPD. Los errores de ángulo de base del prisma modelados son los mismos de la Fig. 4.6, y el prisma se considera alienado perfectamente ($\Delta\xi_p = 0$ y $\Delta\eta_p = 0$). La disminución de la OPD, a través de una rotación en el eje y , tiene una razón de cambio igual en los tres casos. Independientemente de la magnitud del error de ángulo de base, el espejo tiene una tolerancia al posicionamiento constante para asegurar un desempeño admisible.

En este momento, suponemos la presencia del ángulo piramidal y la ausencia de los errores de ángulo de base. Los valores del ángulo piramidal ($\theta_1 + \theta_2$) son idénticos a aquellos usados anteriormente en el modelado del prisma: 240, 120 y 40 arc sec. Nuevamente, modelamos el escenario del peor caso para la desviación estudiada ($\theta_1 = \theta_2$) y consideramos un alineación ideal

del prisma. En la sección previa, nos cercioramos del efecto insignificante de la rotación del prisma alrededor del eje x y, mostramos que los efectos del ángulo piramidal permanecen aún después de la rotación del prisma Dove en torno al eje y . En este momento, sin embargo, la rotación del espejo alrededor del eje y es ignorada porque la desviación del cúmulo de rayos, causada por este movimiento, es ortogonal a la desviación originada por el ángulo piramidal. Por eso en la Fig. 4.10, analizamos los efectos de compensar el sistema moviendo el espejo entorno al eje x ($\Delta\xi_m$ en la Fig. 4.4).

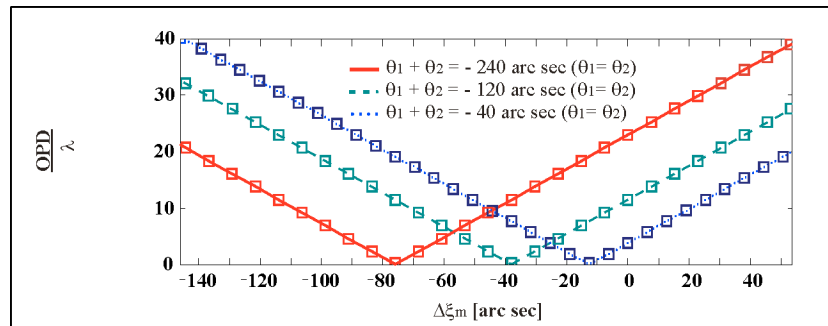


Fig. 4.10. La rotación alrededor del eje x de un espejo $\Delta\xi_m$ produce cambios de la OPD. Los ángulos piramidales ($\theta_1 + \theta_2$) del prisma modelado son los mismos de la Fig. 4.7 y el prisma se considera posicionado idealmente ($\Delta\xi_p = 0$ y $\Delta\eta_p = 0$). En contraste al comportamiento observado mientras el prisma es rotado, la OPD causada por el ángulo piramidal puede ser eliminada. Independientemente de la magnitud del ángulo piramidal, el espejo tiene una tolerancia al posicionamiento constante para asegurar un desempeño admisible.

En contraste al análisis del prisma sin compensador, la OPD surgida de la presencia del ángulo piramidal puede ser compensada por un movimiento adecuado del espejo. Además, en la Fig. 4.10 es visto que la compensación del espejo es dependiente de la potencia óptica del elemento de fase subsiguiente, en nuestro caso el prisma Dove. Este resultado es equivalente al obtenido en el análisis del prisma sin compensador. Es más, la compensación es independiente de la magnitud del ángulo piramidal; aunque el rango de movimiento (alrededor del eje x) debe ser suficientemente amplio. Finalmente, asegurando componentes ópticos de alta calidad esta restricción decrece notablemente.

El escenario estudiado a continuación comprende un prisma Dove interferométrico perfectamente alineado ($\Delta\xi_p = 0$ y $\Delta\eta_p = 0$), precedido por una superficie reflectora para propósitos de compensación. Como se estableció en la sección anterior, una alineación perfecta del prisma no es técnicamente viable, pero un análisis de los cambios en la imagen durante la compensación es necesario. Esto es especialmente útil para determinar la resolución requerida en los movimientos del espejo. Diferimos el análisis de un sistema rotacional realista a la parte final de esta sección. Como en el caso del prisma Dove comercial, las discrepancias del componente óptico son estudiadas separadamente con la intención de identificar las compensaciones alcanzadas por rotar independientemente el espejo entorno a los ejes x y y . Los errores del prisma son aquellos correspondientes al escenario del peor caso. Además, en este análisis no pasamos por alto la contribución del ángulo piramidal. En la Fig. 4.11, mostramos los efectos de compensación en los ejes x y y , $\Delta\xi_m$ y $\Delta\eta_m$, mientras consideramos un componente interferométrico. El prisma se considera alineado idealmente.

Comenzamos moviendo el compensador alrededor del eje x $\Delta\xi_m$, para equilibrar los efectos dañinos del ángulo piramidal (los errores de ángulo base se consideran nulos). La Fig. 4.11(a) hace evidente que la rotación en el eje x induce una OPD en el frente de onda saliente. Por lo tanto, una compensación de las contribuciones no deseadas del ángulo piramidal puede asegurarse con este movimiento. Esta afirmación es válida para los efectos de la OPD inducidos por el ángulo piramidal. Además, de la Fig. 4.11(a), observamos la presencia de una ventana de 0.66 arc sec (sombreada en la figura), en donde la OPD está por debajo del umbral de diseño ($\lambda/10$). Así que, para un prisma Dove fabricado en vidrio BK7, el intervalo de ajuste permitido para garantizar el desempeño aceptable del RSI abarca 0.66 arc sec. Como se ilustra en las Figs. 4.11 (b) y (c), la rotación del espejo en torno al eje x causa una distorsión horizontal, debido a que el vector director es desviado en la dirección de y . En tanto que la distorsión vertical es, en contraste, producida por el ángulo piramidal en la ausencia de una desviación del vector director en la dirección de x . Finalmente, a pesar de la ausencia de una OPD, hay un inherente desplazamiento del centroide (ver la Fig. 4.11(d)) que prevalece después de la compensación. Tal efecto es un indicativo del comportamiento del prisma como una placa paralela ideal y es debido a la presencia del ángulo piramidal. El desplazamiento resultante del centroide en este análisis no es evidente para un sistema formador de imagen, pero debe ser considerado en la implementación del RSI. En la tabla 4.3, resumimos los efectos de compensar el ángulo piramidal rotando el espejo alrededor del eje x .

Tabla 4.3. Desempeño del espejo compensador en el RSI después rotar alrededor del eje x .

OPD/ λ [$\lambda=0.633 \mu\text{m}$]	Rotación en el eje x $\Delta\xi_m$ [arc sec]	Distorsión		Desviación del vector director		Desplazamiento del centroide	
		Δv [μm]	Δh [μm]	δ_x [arc sec]	δ_y [arc sec]	Δx [μm]	Δy [μm]
0.1	- 0.55	0	0	0	- 0.66	- 0.01	2.03
0.1	0.11	0	0	0	0.66	- 0.01	- 1.80

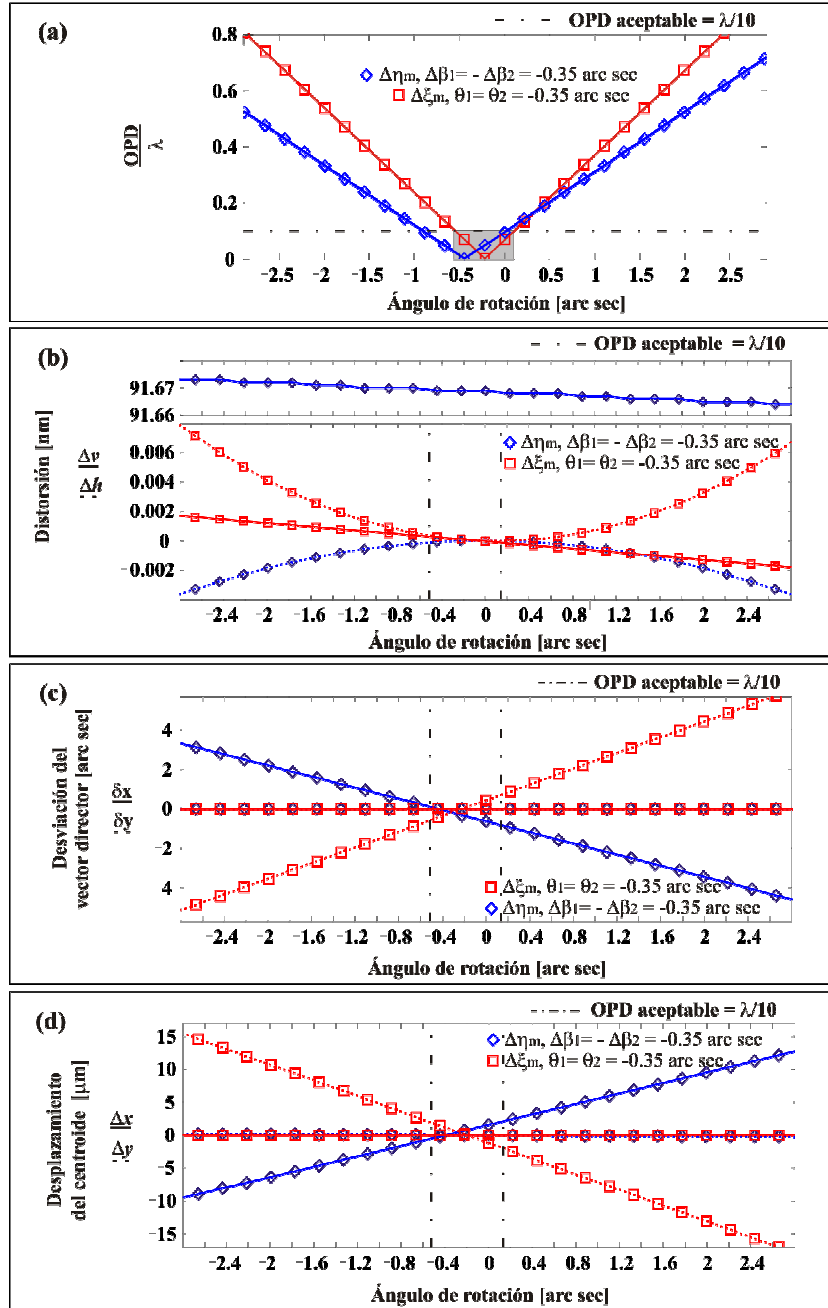


Fig. 4.11. (a) OPD, (b) distorsión, (c) desviación del vector director y (d) desplazamiento del centroide de una imagen transmitida por un prisma Dove interferométrico ($\Delta\xi_p = 0$ y $\Delta\eta_p = 0$), en el peor caso para el error de ángulo de base ($\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$) y el ángulo piramidal ($\theta_1 = \theta_2$), con rotaciones en los ejes x y y de un espejo, $\Delta\xi_m$ y $\Delta\eta_m$ respectivamente. Modelamos separadamente la rotación en y para el error de ángulo de base y la rotación en x para el ángulo piramidal. La distorsión vertical y el desplazamiento del centroide causados por el error de ángulo de base del prisma no son compensados por medio de la rotación del espejo. Para asegurar una OPD máxima de $\lambda/10$ cuando posicionamos el espejo, el intervalo de rotación aceptable (sombreada) es 0.66 arc sec.

Ahora regresamos el espejo a la condición inicial y procedemos a rotarlo con respecto al eje y $\Delta\eta_m$. En este caso, el prisma interferométrico exhibe solamente errores de ángulo de base. Como es esperado de nuestro análisis anterior, el movimiento en el eje y del espejo sirve para compensar los errores relacionados con el ángulo de base (ver la Fig. 4.11(a)). Además, este movimiento del espejo permite mantener el equilibrio en la desviación del vector director producido por el error de ángulo de base (referirse a las Figs. 4.11(b), (c) y (d)). Para este error en específico, podemos además rotar el prisma para propósitos de compensación. Sin embargo, como se mostró en las Figs. 4.8(b) y 4.11(b), la distorsión vertical causada por el error de ángulo de base del prisma interferométrico no es contrarrestada por medio de las rotaciones del prisma o el espejo. Como consecuencia, tal distorsión debe ser considerada en las mediciones hechas con el RSI. Adicionalmente, el desplazamiento del centroide tampoco es eliminado (referirse a la Fig. 4.11(d)), a pesar de la ausencia de una OPD. Como se mencionó anteriormente, el desplazamiento de la imagen debido a la desviación del vector director puede ser reducido acortando la distancia al plano de observación. Además, combinándolo con un ligero ajuste de la altura y la rotación en x del prisma, los offset's vertical y horizontal pueden ser cancelados. Una síntesis de compensar los efectos del error de ángulo de base rotando el espejo alrededor del eje y es encontrada en la tabla 4.4.

Tabla 4.4. Desempeño del espejo compensador en el RSI después rotar alrededor del eje y .

OPD/ λ [$\lambda=633\text{nm}$]	Rotación en el eje y $\Delta\eta_m$ [arc sec]	Distorsión		Desviación del vector director		Desplazamiento del centroide	
		Δv [μm]	Δh [μm]	δ_x [arc sec]	δ_y [arc sec]	Δx [μm]	Δy [μm]
0.1	- 0.91	91.67 E-3	0	0.66	0	- 2.02	- 1.95 E-4
0.1	0.02	91.67 E-3	0	- 0.66	0	1.69	- 1.05 E-4

De la Fig. 4.11, es reconocible que en el caso de la compensación del espejo, la rotación en el eje x es más sensible que la correspondiente a la rotación en el eje y . Un comportamiento opuesto (el error de ángulo de base más sensible que el ángulo piramidal) fue mostrado en la determinación de las tolerancias de manufactura.¹¹ Las diferencias encontradas en este análisis son debidas a la orientación del plano de incidencia, y por tanto, a la magnitud del ángulo incidente; el cual no cambia de igual forma durante las rotaciones en x y y . La desviación del frente de onda (OPD) durante la rotación en y no corresponde a la exhibida alrededor del eje x .

De la Fig. 4.11(a), predecimos que la compensación del espejo permite, en teoría, alcanzar una condición sin OPD a pesar de los errores de manufactura del prisma. Con el fin de que este comportamiento sea observado en la práctica, sugerimos el uso de actuadores micrométricos de paso grueso y fino para llevar al espejo a una condición de alineación aproximada del RSI (e.g., $OPD \sim \lambda/4$). Por tanto, considerando la magnitud de la ventana de tolerancia para un desempeño adecuado (~ 0.65 arc sec), sugerimos el uso de actuadores piezoeléctricos para lograr la condición de alineación deseada. Concerniente a la resolución angular mínima requerida de la montura, 0.2 arc sec puede servir para propósitos de alineación y compensación. Sin embargo, algunas dificultades pudieran surgir durante la alineación del RSI. Por tanto, sugerimos un tamaño de paso más fino (e.g., 0.06 arc sec), el cual puede ser alcanzado montando la superficie reflectora en monturas piezoeléctricas disponibles comercialmente. En resumen, el uso de actuadores piezoeléctricos es lo más deseable para controlar las monturas de los espejos con el fin de asegurar el desempeño del RSI.

Como hemos visto hasta el momento, la posición del plano de observación juega un papel importante en la disminución del desplazamiento de la imagen bajo ciertos escenarios. Realizando una cuidadosa selección de los elementos ópticos del sistema rotacional (prismas Dove), podemos suponer que las discrepancias en los parámetros que caracterizan a ambos prismas son iguales o muy semejantes. Por tanto, una distancia equidistante entre ambos prismas y el plano de observación favorecerá la alineación y funcionamiento del mismo, tal y como proponemos en el esquema de la Fig. 4.1 (referirse al configuración anterior, Fig. 2.3).

En la parte final de esta sección, analizamos un sistema rotacional realista precedido por el componente compensador. En este punto, intentamos demostrar que es posible alcanzar una OPD igual o menor que $\lambda/10$ en el RSI, siempre que la resolución de los movimientos estén dentro de especificaciones. La alineación perfecta del sistema rotacional de un RSI no es posible. Desviaciones intrínsecas de la posición óptima son encontradas durante el montaje del experimento. Por consiguiente en el análisis sucesivo, suponemos un escenario realista, incluyendo un prisma con errores de manufactura en el escenario del peor de los casos ($\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$ y $\theta_1 = \theta_2$). Puesto que las rotaciones alrededor del eje x de un prisma $\Delta\xi_p$ causan una OPD no significativa, tales movimientos no son considerados. Además, nos referimos a la configuración más perniciosa del sistema rotacional (i.e., cuando el conjunto de desviaciones producen una OPD máxima). En el caso particular bajo estudio, esta condición se presenta cuando el prisma Dove interferométrico manifiesta el escenario del peor caso para cada error de manufactura y el límite inferior de la tolerancia al posicionamiento del prisma alrededor del eje y .

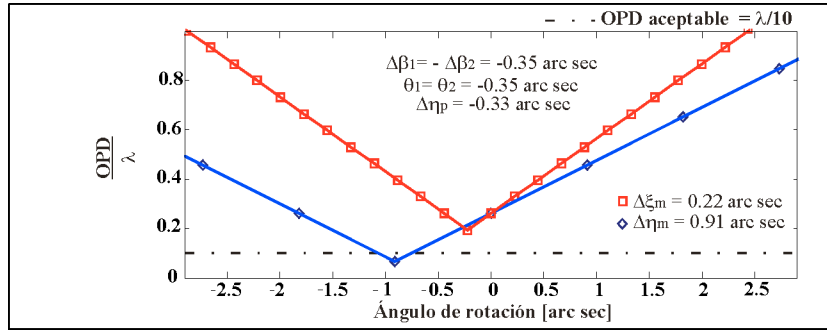


Fig. 4.12. Rotación del espejo alrededor de los ejes x y y ($\Delta\xi_m$ y $\Delta\eta_m$, respectivamente) en el escenario del peor caso para el sistema rotacional (i.e., $\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2 = \theta_1 = \theta_2 = -0.35$ arc sec y $\eta_p = -0.33$ arc sec). Las rotaciones del espejo tienen lugar de manera aislada. Cada rotación, en los ejes x y y , compensa la desviación del vector director en la dirección correspondiente, pero puede ser no suficiente para alcanzar el umbral de diseño ($\lambda/10$).

En la Fig. 4.12, ilustramos el comportamiento de la configuración espejo prisma en el más nocivo escenario para el sistema rotacional. En este análisis, asumimos que los movimientos del espejo son alrededor de los ejes x y y de una manera aislada. Como se ve en la Fig. 4.12, la rotación del espejo en torno al eje x puede compensar la OPD causada por el ángulo piramidal, pero no aquella causada por los errores de ángulo de base y la posición del prisma. La rotación del espejo de manera aislada alrededor del eje x puede no ser suficiente para lograr la desviación del frente de onda aceptable ($\lambda/10$). Sin embargo, la rotación del espejo en el eje y reduce más eficientemente la OPD para el sistema analizado. De hecho, la compensación aislada en el eje y permite asegurar una desviación del frente de onda máxima de $\lambda/10$ en el RSI. Lo anterior se

cumple, siempre que el efecto nocivo del ángulo piramidal no exceda el límite aceptable. Esta mejora evidente ocurre porque la rotación del espejo en torno al eje y causa la desviación opuesta del vector director, sin incrementar los efectos dañinos del ángulo piramidal (como es el caso cuando rota el prisma alrededor del eje y). Por consiguiente, es aconsejable realizar la compensación de la desviación angular del frente de onda por medio del movimiento del espejo. De la Fig. 4.12 notamos que, la resolución del movimiento del espejo tiene que ser al menos igual o menor que 0.2 arc sec. Si esta condición no es satisfecha, el proceso de compensación no puede asegurarse. Este análisis también sugiere que una montura mecánica con movimientos desacoplados en los eje x y y podría ser más conveniente. Por lo tanto en la Fig. 4.13, estudiamos el comportamiento del sistema realista durante la compensación con un espejo de movimientos desacoplados a través de rotaciones compuestas (alrededor de los ejes x y y de forma secuencial).

En la Fig. 4.13, la rotación del espejo en torno al eje x compensa la desviación del vector director en la dirección de y , la cual es causada por el ángulo piramidal. Mientras que, la rotación del espejo en el eje y elimina la OPD introducida por el posicionamiento del prisma en el eje y y los errores de ángulo de base. La Fig. 4.13 sugiere una ventana 0.71 arc sec (sombreada en la figura) en donde la OPD mostrada está por debajo del umbral de diseño ($\lambda/10$). La diferencia en los anchos de las ventanas es debida al gradiente resultante de la OPD, la cual resulta de las rotaciones en x y y del espejo. Importante es resaltar que, con el fin de simplificar el análisis de las rotaciones compuestas, debemos determinar primero la tolerancia más rigurosa a el posicionamiento y la resolución del movimiento de los elementos del RSI para las rotaciones en x y y de forma aislada.

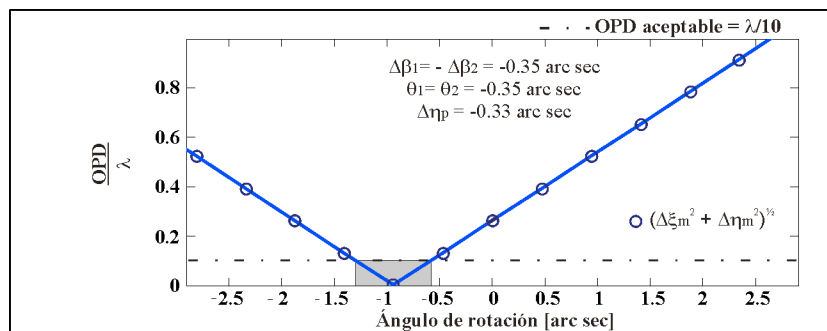


Fig. 4.13. Rotación del espejo en el escenario del peor caso para el sistema rotacional (i.e., $\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2 = \theta_1 = \theta_2 = -0.35$ arc sec y $\eta_p = -0.33$ arc sec). La figura ilustra la rotación desacoplada del espejo alrededor de los ejes x y y ($\Delta\xi_m$ y $\Delta\eta_m$, respectivamente). Una rotación compuesta puede llevar al sistema rotacional del RSI a la condición óptima de cero OPD. La OPD está por debajo del umbral de diseño en una ventana (sombreada) de 0.7 arc sec. Esta ventana asegura el desempeño deseado del RSI.

Tabla 4.5. Desempeño de un espejo compensador en el RSI después de rotar alrededor de los ejes x y y secuencialmente.

OPD/ λ [$\lambda=0.633 \mu\text{m}$]	Rotación compuesta $(\Delta\xi^2 + \Delta\eta^2)^{1/2}$ [arc sec]	Distorsión		Desviación del vector director		Desplazamiento del centroide	
		Δv [μm]	Δh [μm]	δ_x [arc sec]	δ_y [arc sec]	Δx [μm]	Δy [μm]
0.1	-1.29	91.67 E-3	0	0.49	-0.17	-1.45	0.76
0	-0.94	91.67 E-3	0	0	0	-0.07	0.23
0.1	-0.58	91.67 E-3	0	-0.49	0.17	1.31	-0.30

Concluimos esta sección enfatizando que, una combinación adecuada de rotaciones en x y y del compensador puede llevar al sistema rotacional del RSI a la condición óptima de una OPD nula. Esto a su vez disminuye significativamente los cambios en la imagen debido a los errores de manufactura del sistema rotacional, como se muestra en la tabla 4.5. Sin embargo, esto solamente será asegurado si los parámetros críticos de alineación correspondientes son satisfechos. Para asegurar el desempeño, sugerimos la utilización de actuadores piezoeléctricos disponibles comercialmente para controlar las monturas mecánicas de los componentes.

4.5 Resumen

Hemos presentado un análisis de trazo exacto de rayos para determinar la OPD y los cambios de la imagen causados por los errores de manufactura y los parámetros de alineación del prisma Dove. Hemos incluido un compensador antes del prisma Dove, tal y como se encuentra en el interferómetro de desplazamiento rotacional. Un estudio amplio de alineación, incluyendo las interacciones entre el compensador y el sistema rotacional, para la implementación del RSI fue desarrollado. Dicho análisis sirvió para cuantificar los parámetros críticos de alineación para asegurar una desviación máxima del frente de onda de $\lambda/10$ en el RSI.

El estudio del prisma mostró que la razón de cambio de la OPD con respecto al posicionamiento del prisma es dependiente del índice de refracción del componente. Además, demostramos que independientemente de la magnitud de los errores de manufactura, el prisma tiene la misma tolerancia al posicionamiento para asegurar una OPD aceptable para su aplicación en el RSI. La

OPD causada por la presencia del ángulo piramidal no puede ser eliminada con las rotaciones del prisma. Sin embargo, esta OPD puede ser compensada por medio del movimiento fino de un espejo compensador.

Determinamos la tolerancia al posicionamiento de un prisma Dove interferométrico para su incorporación en el RSI. Nuestro análisis mostró que para asegurar una OPD máxima de $\lambda/10$ (a 633 nm) la tolerancia al posicionamiento debe permanecer dentro de ± 0.33 arc sec. La validación de esta afirmación requiere que la condición óptima de alineación (OPD = 0) sea alcanzada. De lo contrario, existe una ventana de 0.66 arc sec en donde el prisma Dove interferométrico mostrará una OPD por debajo de las especificaciones para su aplicación en el RSI. Esta tolerancia permitirá girar el sistema rotacional del RSI, asegurando así un desempeño adecuado del interferómetro.

El intervalo de movimiento del compensador es dependiente de los errores de manufactura de los prismas. En teoría, alcanzar una condición de cero OPD es factible usando un compensador. A fin de que este comportamiento se observe en la práctica, sugerimos el uso de actuadores micrométricos de paso grueso y fino para llevar al espejo a una condición de alineación aproximada. Entonces, considerando la magnitud de la ventana para un desempeño adecuado (~ 0.65 arc sec), propusimos el uso de actuadores piezoeléctricos para lograr la condición de alineación final y deseada. En lo referente a la resolución angular mínima requerida de la montura mecánica, sugerimos un valor de 0.2 arc sec. No obstante un intervalo de paso más fino, tales como aquellos disponibles comercialmente en monturas piezoeléctricas (e.g., 0.06 arc sec) podrían facilitar la alineación del RSI. Además, monturas mecánicas con movimientos

desacoplados en los ejes x y y fueron descritas como recomendables para asegurar un control óptimo en la compensación.

Finalmente, analizamos el RSI cuando la configuración más nociva del sistema rotacional es satisfecha (i.e., siempre que los errores de manufactura y el posicionamiento del prisma produzcan una OPD máxima). Predecimos que una combinación apropiada de rotaciones desacopladas del compensador en los ejes x y y pueden llevar al sistema rotacional del RSI a la condición óptima de una OPD nula. Sin embargo, esto sólo ocurrirá si los parámetros críticos de alineación correspondientes son satisfechos. Establecimos una ventana de aproximadamente 0.7 arc sec como un parámetro crítico de alineación para garantizar que el desempeño del RSI sea igual o por debajo del umbral de diseño de $\lambda/10$ ($\lambda = 633$ nm).

Considerando que hemos propuesto el RSI para la medición de segmentos ópticos en aperturas segmentadas o diluidas y la medición de componentes esféricos y fuera de eje, en el siguiente capítulo analizamos algunas de las técnicas de prueba más empleadas en la medición elementos ópticos de gran escala. Lo anterior con la intención de sugerir la metodología más apropiada para la medición de superficies esféricas de gran tamaño mediante el RSI. Mostramos los resultados del experimento implementado y las mejoras sugeridas del arreglo.

4.6 Referencias

- [1] Paez, G. y Strojnik, M., "Telescopes", en *Handbook of Optical Engineering*, Malacara, D. y Thompson, B., Eds., Marcel Dekker, New York, 207-255 (2001).
- [2] Paez Padilla, G., Strojnik, M. y García Márquez, J., "On telescope performance evaluation," *J. Mod. Opt.* **51**(2), 183-196 (2004).
- [3] Vacas, P., Strojnik, M. y Paez, G., "Optical system alignment for detection of binaries," Proc. SPIE **5543**, 220-230 (2004).
- [4] Vacas-Jacques, P., Strojnik, M. y Paez, G., "Stellar mathematical model for alignment of optical systems in extra-solar planet detection," Proc. SPIE **6307**, 63070H (2006).
- [5] Galán, M., Strojnik, M. y Paez, G., "Some conditions to detect extra-solar planets with rotational shearing interferometer," Proc. SPIE **6307**, 63070M (2006).
- [6] Galan, M., Strojnik, M. y Paez, G., "Development of misalignment conditions of a rotational shearing interferometer to detect extra-solar planets," Proc. SPIE **6678**, 66781K (2007).
- [7] Strojnik, M. y Paez, G., "Infrared detection of a planet next to a bright star," *Infrared Phys. Tech.* **49**(3), 312-316 (2007).
- [8] Galan, M., Strojnik, M. y Paez, G., "Misalignment conditions to detect extra-solar planets with a rotationally shearing interferometer," *Advanced Infrared Technology and Applications 2007*, 183-188 (2008).
- [9] Sandoval, J., Paez, G. y Strojnik, M., "Opto-mechanical design of a prism rotator," Proc. SPIE **4486**, 170-180 (2001).
- [10] Moreno, I., Paez, G. y Strojnik, M., "Dove prism with increased throughput for implementation in a rotational-shearing interferometer," *Appl. Opt.* **42**(22), 4514-4521 (2003).

- [11] Gutierrez-Herrera, E. y Strojnik, M., "Interferometric tolerance determination for a Dove prism using exact ray trace," *Opt. Commun.* **281**(5), 897-905 (2008).
- [12] Gupta, S. K. y Hradaynath, R., "Angular tolerance on Dove prisms," *Appl. Opt.* **22**(20), 3146-3147 (1983).
- [13] Tubbs, E. F., "Alignment of a two-beam interferometer," *Proc. SPIE* **251**, 123-127 (1980).
- [14] Velzel, C. H. F., "Sensor controlled optical assembling," *Proc. SPIE* **1271**, 356-362 (1990).
- [15] Rimmer, M. P., "A computer aided optical alignment method," *Proc. SPIE* **1271**, 363-368 (1990).
- [16] Liu, Q. y Ohba, R., "Effects of a small inclination misalignment in Talbot interferometer by use of gratings with arbitrary line orientation. I. Theoretical analysis," *Appl. Opt.* **40**(22), 3668-3676 (2001).
- [17] Ozkan, N. S. F., Hendrick, W. L., Marchand, P. J. y Esener, S. C., "Misalignment tolerance analysis of free-space optical interconnects via statistical methods," *Appl. Opt.* **41**(14), 2686-2694 (2002).
- [18] Chateaufneuf, M. y Kirk, A. G., "Six-degrees-of-freedom alignment technique that provides diagnostic misalignment information," *Appl. Opt.* **43**(13), 2689-2694 (2004).
- [19] Lee, J.-F. y Leung, C. Y., "Method of calculating the alignment tolerance of a Porro prism resonator," *Appl. Opt.* **28**(17), 3691-3697 (1989).
- [20] Ettetdgui-Atad, E., Harris, J. W. y Humphries, C. M., "Combined interferometry and ray tracing analysis to optimize the alignment of astronomical telescope." *Proc. SPIE* **1271**, 340-345 (1990).
- [21] Zhao, D., Zhang, W. y Wang, S., "Ray transfer matrices for one kind of constant deviation prism," *Optik* **112**(6), 271-272 (2001).

- [22] Guardalben, M. J., "Littrow angle method to remove alignment errors in grating pulse compressors," *Appl. Opt.* **47**(27), 4959-4964 (2008).
- [23] Gutierrez-Herrera, E. y Strojnik, M., "Misalignment study for a Dove prism employing exact ray trace," *Proc. SPIE* **6678**, 66781L (2007).
- [24] Gutierrez-Herrera, E., Strojnik, M. y Paez, G., "Compensation analysis of a rotationally shearing interferometer using exact ray trace," *Proc. SPIE* **7082**, 708210 (2008).

Capítulo V

Método propuesto para medir segmentos esféricos de gran escala por medio del RSI.

5.1 Introducción

Anteriormente mencionamos que, el interferómetro de desplazamiento rotacional ha sido propuesto para realizar pruebas de espejos segmentos en aperturas segmentadas o diluidas,¹ y en la medición de elementos ópticos esféricos y fuera de eje.² Hoy en día, las componentes esféricas son empleadas en instrumentos ópticos de uso común como cámaras, proyectores, reproductores de CD's, microscopios y muchos más. Por otro lado, los espejos primarios segmentados con formas esféricas se diseñan y fabrican para su uso en telescopios de gran apertura.³⁻⁷

Actualmente existen distintas técnicas para determinar la esfericidad de un elemento bajo prueba.⁸⁻¹² Las pruebas de Foucault, Ronchi y Hartmann han sido utilizadas durante varias décadas.^{3, 8} Sin embargo, estas técnicas conllevan mucho tiempo y la exactitud de los resultados se ve frecuentemente comprometida cuando la deformación del elemento de prueba es significativa. Lo anterior se debe a su relativa baja sensibilidad en comparación con las técnicas interferométricas.¹³

Los métodos interferométricos tradicionales requieren de superficies de referencia de alta calidad para la caracterización de componentes esféricas.^{14, 15} La fabricación de estos elementos de referencia es difícil, costosa y limita la forma de los elementos que pueden ser medidos (ver la sección 1.1.2 del Capítulo 1). Por tanto, se sugiere el uso de interferómetros de desplazamiento para medir elementos ópticos con y sin simetría de rotación.¹⁶⁻²³

La producción de elementos esféricos de gran escala representa un gran reto de manufactura y medición.⁸ Ejemplo de ello es el espejo primario segmentado de 42 metros de diámetro del gran telescopio europeo (E-ELT por sus siglas en inglés). Este telescopio contempla un intervalo de visión desde el visible al infrarrojo lejano. El espejo elíptico estará compuesto por 1148 segmentos hexagonales de 1.2 metros de ancho aproximadamente.²⁴ El espejo primario del E-ELT tiene un radio de curvatura nominal de 84 m y la calidad óptica debe ser mejor que 100 nm RMS (root mean square). El desafío de medir estos segmentos consiste en disponer de un instrumento con una exactitud de decimas de nanómetros, con una apertura libre de 1.2 metros, capaz resolver una densidad alta de franjas (componentes esféricas fuera de eje) y tener las superficies de referencia adecuada.

En este capítulo nos enfocamos en determinar el método de medición más adecuada para elementos ópticos esféricos de gran tamaño aplicable al RSI, tomando como referencia las especificaciones de los segmentos del E-ELT. Iniciamos con un estudio comparativo de dos importantes técnicas de interferométricas empleadas en superficies de gran escala. Una vez que establecimos la técnica más propicia, ofrecemos una breve descripción de su principio de funcionamiento. Posteriormente, en la sección 5.4, mostramos el arreglo experimental implementado y el análisis de los resultados obtenido. Finalmente, presentamos un resumen de

los puntos más relevantes de nuestro estudio y sugerimos posibles líneas de investigación en la prueba de elementos de grandes dimensiones.

5.2 Estudio comparativo de dos técnicas de metrología usadas para superficies ópticas de gran escala

En esta sección presentamos un estudio de dos de las técnicas interferométricas más usadas en la medición de segmentos ópticos de gran escala. Las pruebas metrológicas estudiadas son la torre de prueba²⁵ y la interferometría de cosido.²⁶⁻²⁸ Este análisis tiene como propósito determinar la técnica más adecuada para el monitoreo del proceso de manufactura y la verificación de la calidad final de componentes de gran tamaño. Las especificaciones preliminares del espejo primario del E-ELT (i.e. componentes de referencia) se incluyen en la tabla 1.

Tabla 5.1. Especificaciones del espejo primario del E-ELT.

Diámetro	42 m
Radio de curvatura al vértice	84 m
Tamaño del segmento	1.2 × 1.2 m
Amplitud RMS máxima permitida para cualquier conjunto segmentado	100 nm
Constante cónica en eje	-0.9927

5.2.1 Torre de prueba

El primer método que abordamos es la torre de prueba. Este arreglo contiene principalmente un instrumento interferométrico montado en una estructura metálica alta. El propósito de esta configuración es expandir el frente de onda para abarcar la totalidad de la superficie bajo prueba

(ver Fig. 5.1). Este método es capaz de medir errores de bajo y alto orden de la calidad óptica de la superficie, con una exactitud menor que 30 nm RMS.²⁵ El interferómetro empelado hace uso de un holograma generado por computadora (CGH, computer-generated hologram) para formar el frente de onda de referencia.⁹ El CGH se utiliza también en el proceso de alineación y para disminuir los errores residuales del frente de onda.

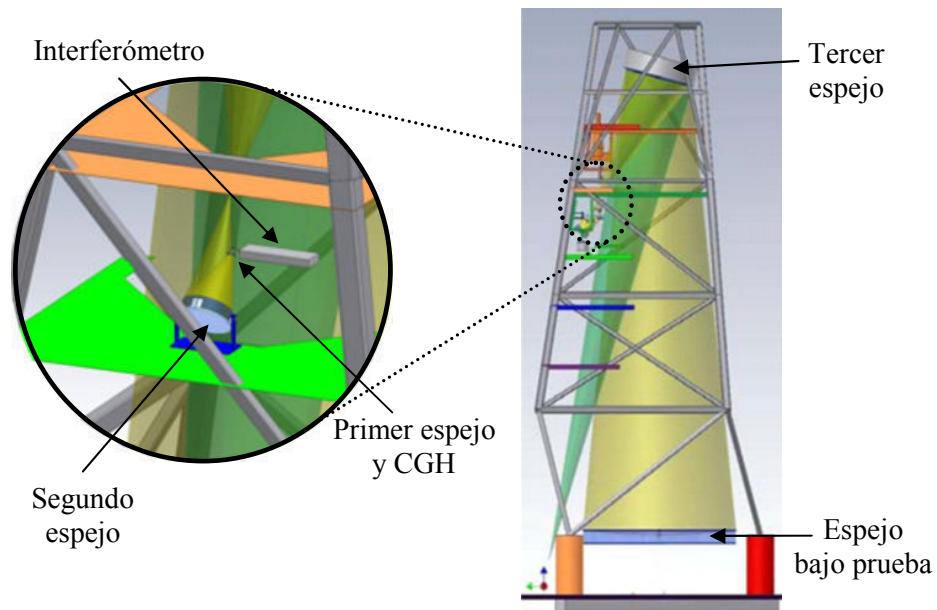


Fig. 5.1. Configuración de una torre de prueba doblada mediante tres espejos.⁵

Desafortunadamente, el amplio campo de vista de esta prueba genera una frecuencia espacial baja, disminuyendo la exactitud de la medición. Más aún, la altura de la estructura mecánica depende del radio de curvatura del elemento bajo prueba. Otros elementos y efectos a considerar son los elementos mecánicos y ópticos de alta calidad que son requeridos para doblar la torre, así como la sensibilidad de la estructura a la vibración y las variaciones térmicas.

5.2.2 Método de cosido

La segunda técnica analizada es el método de cosido o stitching. Esta técnica emplea un interferómetro tradicional montado en un sistema mecánico que se desplaza en dos dimensiones. La interferometría de cosido emplea aperturas pequeñas (i.e. subaperturas), permitiendo así mantener la frecuencia espacial de un interferómetro tradicional.²⁶ La metodología de esta prueba consiste en medir una pequeña área del elemento de estudio, mover de posición el interferómetro y medir nuevamente. El proceso se repite hasta completar la totalidad de la superficie. Una vez concluidas las mediciones, las imágenes obtenidas son cosidas digitalmente entre sí para formar un mapa de fase unificado (ver Fig. 5.2). Previo a la unión de las imágenes, es necesario compensar las desalineaciones (i.e. errores de Abbe) introducidas en el proceso de escaneo. Adicionalmente, el tamaño del arreglo es más pequeño que la torre de prueba. Es más, esta solución proporciona una exactitud interferométrica, capaz de alcanzar una resolución de $\lambda/10$.²⁷

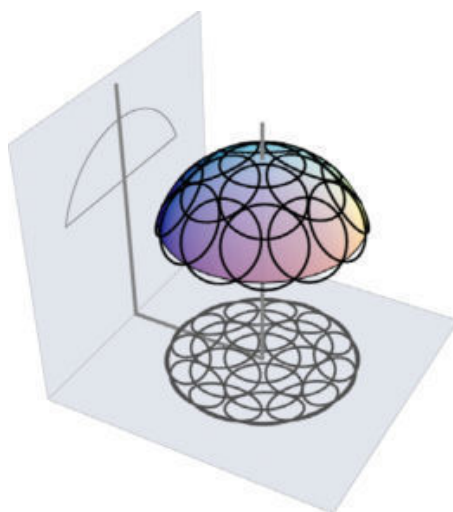


Fig. 5.2. Representación del proceso del método de cosido.²⁶

La exactitud de la medición de la interferometría de cosido depende de la calidad del elemento óptico de referencia, la compensación de los errores de Abbe alcanzada a través de herramientas computacionales²⁷ y el número de subaperturas muestreadas requeridas.²⁸ Algunos de los inconvenientes son la complejidad del programa y el tiempo de computo requerido.

Las técnicas estudiadas, la torre de prueba y el método de cosido, cuentan con un instrumento interferométrico como parte del sistema. Ambos arreglos pueden proporcionar al RSI la capacidad de realizar la medición total de elemento de gran tamaño. Estas configuraciones tienen retos particulares que debemos vencer. Sin embargo, la configuración del método de cosido tiene la ventaja de no requerir instalaciones especiales para albergarlo.

En resumen, el tiempo para poner en función alguno de estas dos técnicas pudiera ser muy similar, porque cada uno lleva consigo diferentes retos (referirse a la tabla 5.2). En lo referente a la flexibilidad, la torre de prueba es la técnica más limitada debido a que requiere de una gran estructura y varios componentes ópticos de gran escala y de alta calidad que permitan doblarla. Esto implica un alto costo y tiempo de implementación considerable. Por otra parte, el arreglo de la técnica de cosido más pequeño que la estructura de la torre. Además, solamente requerimos de un elemento de gran calidad a manera de referencia. Sin embargo, la implementación del RSI en un sistema de cosido elimina la necesidad de un elemento de referencia. Por tanto, el RSI montado en un sistema de escaneo representa el dispositivo más flexible.

Tabla 5.2. Resultados del análisis de las dos técnicas de metrología comparadas.

Técnica Metroológica	Tamaño arreglo	Referencia óptica	Flexibilidad	Resolución espacial	Retos por vencer
Torre de prueba	Radio de curvatura	CGH	Baja	Baja	Mecánicos, ópticos, alineación, s.v. y v.t.
Técnica de cosido	CMM	Elemento de referencia	Alta	Alta	Errores de Abbe, p.c. y tiempo de computo

Sensible a vibración (s.v.)
Programa complejo (p.c.)

Variación térmica (v.t.)
Holograma generado computadora (CGH)

Finalmente, tomando en cuenta el costo-beneficio de estas técnicas, nosotros consideramos el uso del método de cosido como el más adecuado en la prueba de elementos de gran escala. La flexibilidad y la exactitud de este método le aseguran una vida útil prolongada. Más aún, si el interferómetro tradicional se reemplaza por el RSI contaremos con un sistema de medición flexible, exacto y autoreferenciado.

Con la intención de identificar los retos a vencer en la técnica de cosido, para la medición de componentes ópticas de gran escala, presentamos un análisis de los resultados obtenidos con un interferómetro tradicional montado en un sistema de posicionamiento 3D (i.e. prueba de concepto). En la siguiente sección explicamos brevemente el proceso del método y describimos los resultados iniciales del arreglo.

5.3 Definición del método de cosido: solución del problema de Procrustes

Tomando en cuenta que una componente óptica de gran tamaño es más extensa que la apertura de los interferómetros tradicionales, y de acuerdo con la conclusión de la sección previa, llevamos a

cabo la implementación de un arreglo experimental de la técnica de cosido para escanear un elemento de prueba. El método de cosido consiste en tomar diversas mediciones, de una manera ordenada, a lo largo de la componente óptica bajo estudio, hasta cubrir la totalidad de la superficie. Al término del proceso de escaneo, obtenemos diversos mapas de fase que corresponden a diferentes porciones de la superficie óptica analizada. Después, cosemos digitalmente el conjunto de mapas de fase para obtener el mapa de fase completo del componente.

El proceso de escaneo introduce, para cada posición, numerosas desalineaciones en el sistema óptico. Las desviaciones causadas por el sistema mecánico, mientras se mueve de un punto a otro, incluyen ligeras rotaciones, inclinaciones y errores de posición. Estas desalineaciones son conocidas como errores de Abbe. Nosotros partimos de la suposición de que la primera medición (i.e. en el punto de origen) no presenta desalineaciones. Lo anterior considerando el hecho de que el interferómetro se alinea y ajusta en la posición de origen. Por lo tanto, podemos considerar este primer registro de la superficie como la imagen o mapa de fase de referencia. A partir de los datos de la región de traslape entre la referencia y los registros consecutivos, podemos calcular y revertir los errores de Abbe para cada una de las imagen. Por consiguiente, el objetivo es encontrar la transformación que caracterice las desviaciones para cada medición.

Como Schöneman y Carroll señalaron,²⁹ transformar una matriz B dada en una matriz A por medio de una matriz de transformación ortogonal M , calculada a través de mínimos cuadrados, y un vector de desplazamiento d , de tal manera que la suma de los cuadrados de la matriz residual es un mínimo, es conocido como *Problema Ortogonal de Procrustes*. Matemáticamente, esta condición se expresa como:

$$\min \sum_{i=0}^n \|M \cdot B(i) + d - A(i)\|^2 \quad (5.1)$$

La matriz de transformación M de 3×3 y el vector de desplazamiento d de 3×1 describen la desviación de B con respecto a A . Las matrices A y B son los datos contenidos en las áreas de traslape de los mapas de referencia y desalineado, en este orden. Estas matrices están compuestas de n vectores columna de 3×1 , como se muestra en la Ec. (5.2), la cual contiene las coordenadas globales (x, y) de los puntos medidos (posición de los píxeles en la cámara CCD) y el valor de fase correspondiente (z) . Aquí, n es el número de píxeles en la región traslapada.

$$A = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \dots & x_n \\ y_1 & y_2 \dots & y_n \\ z_1 & z_2 \dots & z_n \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

El problema de Procrustes representa una transformación lineal en el espacio. En consecuencia, es posible usar el método de descomposición en valores singulares (*svd* por sus siglas en inglés) para su solución. Esta técnica demuestra ser numéricamente eficiente y fiable para la solución de problemas de mínimos cuadrados. Por esta razón, el *svd* se utiliza ampliamente en la determinación de la matriz de transformación que describe un sistema rotado.²⁹

Para hacer uso del método *svd*, las matrices de promedio cero de la región traslapada se deben determinar. \bar{A} y \bar{B} , las matrices de promedio cero, son obtenidas restando los valores de los vectores promedio a y b de las matrices A y B . El análisis *svd* provee tres nuevas matrices, como se muestra en la Ec. (5.3).

$$[U, W, V] = \text{svd}(\bar{A} \cdot \bar{B}) \quad (5.3)$$

U y V son matrices ortogonales de 3x3 que contienen los vectores singulares izquierdos y derechos de W , correspondientemente. W es una matriz diagonal de 3x3 de los valores singulares de $\bar{A} \cdot \bar{B}$, donde $\bar{A} \cdot \bar{B}$ denota el producto escalar de las matrices de promedio cero. La matriz de rotación y el vector de traslación que resuelven el problema de Procrustes están dados por las expresiones en las Ecs. (5.4) y (5.5).³⁰

$$M = U \cdot V^T \quad (5.4)$$

$$d = b - M \cdot a \quad (5.5)$$

Aquí, V^T representa la transpuesta de la matriz V . Una vez que tenemos la transformación que determina el ajuste óptimo entre las matrices de referencia y desalineada (i.e. imágenes), el siguiente paso es transformar el mapa de fase desalineado completo a través de la matriz M y el vector d . Después, debemos interpolar los valores de la nueva imagen usando una cuadrícula de referencia global. La estrategia de interpolación tiene un efecto significativo en la calidad de los datos ajustados.³¹ Por lo tanto, empleamos la interpolación bicúbica spline. Es bien sabido que, esta técnica de interpolación alcanza un mejor suavizado de la superficie, comparado con la bilineal y la interpolación proximal. Una superficie con una marcada rugosidad afecta el proceso de cosido como mostraremos más tarde.

La transformación e interpolación de la imagen desviada causan que los puntos que rodean la región de traslape entren y salgan de dicha zona. De esta manera, el proceso de cosido se itera hasta que el cambio en las sumas de los cuadrados de la matriz residual (Ec. 5.1) sea menor que el límite designado. Una vez que el resultado converge, el procedimiento anterior se aplica una vez más. Sin embargo, ahora utilizamos el mapa más cercano a la referencia y a la imagen corregida previamente.

La información de referencia para el nuevo proceso es el área común a la nueva y la primera imagen. Cuando la región de traslape se determina, las matrices A y B se definen nuevamente. Entonces, la matriz de transformación y el vector de traslación se

calculan usando las Ecs. 5.3 a 5.5. Después, la nueva imagen se transforma e interpola a las coordenadas globales. Este procedimiento es repetido iterativamente hasta que el valor de la norma converja. El proceso descrito se debe aplicar a cada imagen que será parte del mapa de fase unificado. La Fig. 5.3 muestra el diagrama de flujo del procedimiento explicado.

Ahora, tenemos el conjunto completo de imágenes corregidas y listas para coserse en un mapa de fase unificado. Como mencionamos anteriormente, nuestro objetivo es la medición de una superficie óptica de gran escala y por tanto, requerimos unificar las imágenes que se toman a lo

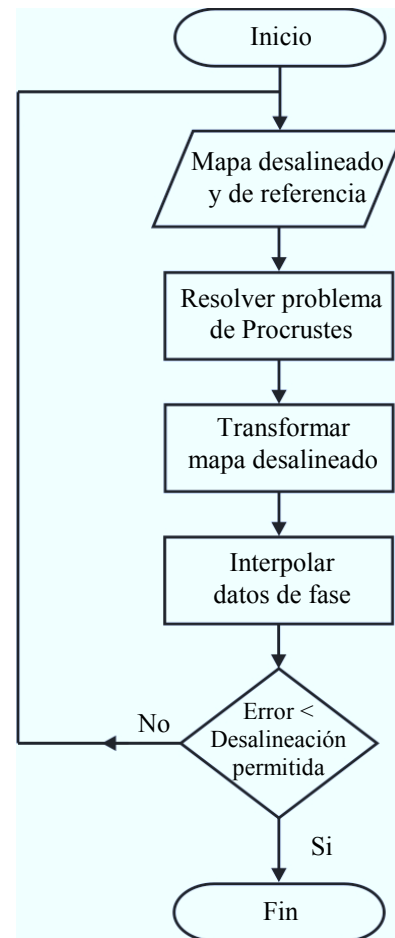


Fig. 5.3. Diagrama de flujo del proceso de cosido

largo de varias líneas rectas paralelas. Considerando este escenario, con certeza, el error propagado en los datos ajustados será significativamente mayor que el error que surge al determinar o elegir el valor de fase de los puntos alineados en el área traslapada. Como consecuencia, en esta primera etapa, decidimos abordar el desempeño de una imagen unificada a lo largo de una línea, y determinar el valor de fase de los puntos traslapados por medio de su promedio.

Con la intención de probar y verificar el funcionamiento del algoritmo, simulamos una superficie elíptica de $0.707 \times 0.707 \text{ mm}^2$ ($k = -0.993$) por medio de la ecuación de asfericidad.^{15, 32} La imagen emulada es ideal, por tanto carece de rugosidad. Dividimos la imagen en dos partes de 100×100 píxeles cada una, compartiendo el 50% de sus superficies. Después, introducimos desalineaciones aleatorias a la imagen para emular los errores de Abbe. Entonces, empleamos ambas imágenes como datos de entrada en el algoritmo de cosido (ver la Fig. 5.3). La Fig. 5.4 ilustra las imágenes iniciales (a), la imagen corregida después de 5 iteraciones (b) y el valor de la norma (Ec. 5.1) para cada iteración (c).

Como la Fig. 5.4 muestra, el algoritmo de cosido funciona correctamente ya que los errores de Abbe (en la imagen desalineada) son revertidos, reduciendo los cuadrados de la matriz residual a cero. Para el caso de la superficie elíptica ideal, sólo tres iteraciones son necesarias para que el valor de la norma (Ec. 5.1) converja a cero. Es digno de mencionar que utilizamos una forma inusual de imagen. Seleccionamos una imagen cuadrada porque los segmentos del E-ELT y el elemento óptico usado en esta primera etapa exhiben lados rectos. Además, la imagen cuadrada presenta una ventaja al momento de determinar los límites de la región de traslape. En la sección siguiente, mostramos y analizamos los resultados experimentales del arreglo implementado.

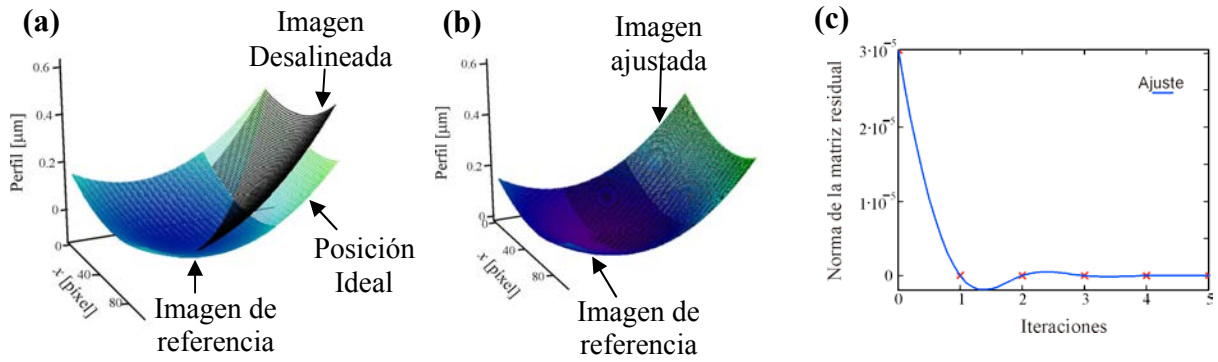


Fig. 5.4. Verificación del funcionamiento del algoritmo de cosido a través de simulación.

(a) Datos de entrada: imágenes de referencia y desalineada, (b) Datos de salida: imágenes de referencia y alineada, y (c) Valor de la Ec. (5.1) para cada iteración.

5.4 Arreglo experimental del método de cosido

En las instalaciones del Laboratorio de Ingeniería de Precisión de la Universidad de Cranfield, en Cranfield, Inglaterra, es posible poner en práctica un arreglo experimental de la interferometría de cosido. Para alcanzar este objetivo, usamos la máquina de medición de coordenadas (CMM por sus siglas en inglés) modelo PMM-F 30.20.10³³ como instrumento de escaneo y el interferómetro Fisba μ Phase 2OT³⁴ (configuración Twyman Green) como instrumento óptico de medición, como se muestra en la Fig. 5.5. Usamos una μ Lente DCI 2 10/ ∞ durante el proceso de medición. El arreglo implementado tiene una precisión de movimiento de 2 μ m. Además, el Fisba μ Phase2 OT tiene un sensor CCD de 1024x1020 píxeles. Consecuentemente, conseguimos una resolución espacial de aproximadamente 20 μ m en el arreglo. El elemento óptico bajo prueba es el espejo de referencia de una pulidora de superficies de gran escala de alta precisión, llamada “Big OptiX”

o BOX.³⁵ Este espejo plano y rectangular será incorporado a la máquina BOX para la fabricación de los segmentos del E-ELT, con la intención de incrementar la exactitud de fabricación.

Por el momento, no estamos interesados en estudiar los efectos de: la razón señal ruido, número de imágenes cosidas y el tamaño de la región de traslape, en el proceso de cosido. Este análisis se reportó con anterioridad.³¹ En trabajos previos, se mencionó que la técnica de cosido no se recomienda para elementos planos, o para superficies con curvatura pequeña.³¹ En consecuencia, en el subsecuente análisis, nos concentramos en identificar las mejoras factibles en el proceso de cosido para el estudio de tales superficies.

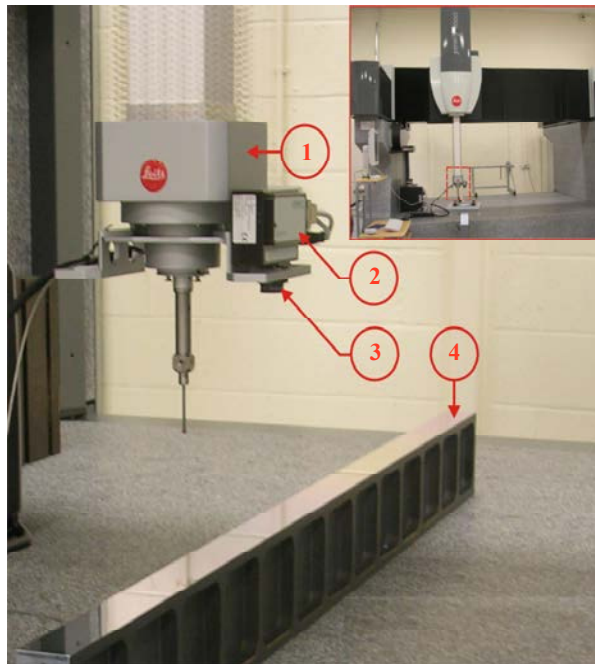


Fig. 5.5. El arreglo del método de cosido incorpora: 1) una CMM Leitz PMM-F 30.20.10 (sistema de escaneo) y 2) un interferómetro Fisba μ Phase 2 OT (configuración Twyman Green) con 3) una μ Lente DCI 2 10/ ∞ . Durante la primera prueba de la técnica de stitching medimos 4) un espejo plano de referencia.

Como antes enfatizamos, usamos interferogramas cuadrados en el proceso de cosido. Dicha forma se relaciona con el espejo medido (referirse a la Fig. 5.5). Además, el uso de interferogramas cuadrados facilita la demarcación de las áreas comunes en las imágenes. La información está contenida en la (cuadro inscrito) apertura circular de interés. Para este estudio, usamos el 68% del área del sensor.

Tomamos veintiún registros de la superficie del espejo a lo largo de una línea con el arreglo montado. La región de traslape entre las imágenes es del 50%. Esta área es escogida así porque, para este valor, la tasa de éxito del procedimiento de cosido se incrementa.³¹ El algoritmo empleado determina los límites del cuadro inscrito en la apertura circular del interferómetro Fisba y segrega los datos de interés. Después de seleccionar el área de interés y antes de comenzar el proceso de cosido, es necesario remover las características no físicas, tales como el ruido electrónico.

Utilizamos cuatro diferentes filtros para realizar un análisis cualitativo. Este análisis consiste en el uso de filtros de media, mediana, suavizado y Butterworth, con la intención de determinar cuál de ellos es el más adecuado para nuestra aplicación. El mejor resultado, sin pérdida significativa de información, se obtiene del filtro de media. Además, desarrollamos una segunda prueba que consiste del filtrado de los mapas de fase con diversos tamaños de ventana. Una ventana de 20x20 píxeles exhibe un adecuado suavizado de la imagen y un cambio máximo en el valor de fase absoluto RMS de 1nm.

Una vez que los mapas de fase están listos para el proceso de cosido, las imágenes se evalúan, en pares, en el algoritmo (ver la Fig. 5.3). Como señalamos anteriormente, la operación de

unificación se caracteriza por un tiempo de cómputo considerable. En nuestro caso particular, la unión de veintiún imágenes de 696x696 píxeles (una de referencia y veinte desplazadas consecutivamente), con tres iteraciones, toma aproximadamente 17 horas con un procesador Pentium 4 HT a 3.8 GHz. Es importante mencionar que, podemos disminuir significativamente el tiempo de procesamiento reduciendo la resolución de las imágenes. Por otra parte, es posible implementar un proceso en paralelo para disminuir el tiempo de cómputo. Por esta razón, el tiempo de procesamiento no representa mayor obstáculo.

La Fig. 5.6 ilustra el mapa de fase unificado de las mediciones. De la Fig. 5.6 confirmamos que, el método de cosido estándar no es apropiado para superficies planas. Las desviaciones vistas en el mapa unificado ocurren porque la matriz de transformación (solución del problema de mínimos cuadrados) es determinada por la tendencia de la superficie en la región de traslape. Usamos la palabra tendencia para referirnos a la inclinación en la figura, definida por una porción o un mapa de fase completo.

En un elemento óptico plano, la tendencia de la superficie en un área pequeña es determinada por la rugosidad. Por lo tanto, si la inclinación del área de traslape es desfavorable para la forma del elemento, entonces el proceso de cosido no será exitoso. Por el contrario, en un elemento óptico esférico o esférico, la tendencia de la superficie está fuertemente marcada por el radio de curvatura. Por esta razón, la técnica de cosido se usa ampliamente en elementos curvados con resultados aceptables.

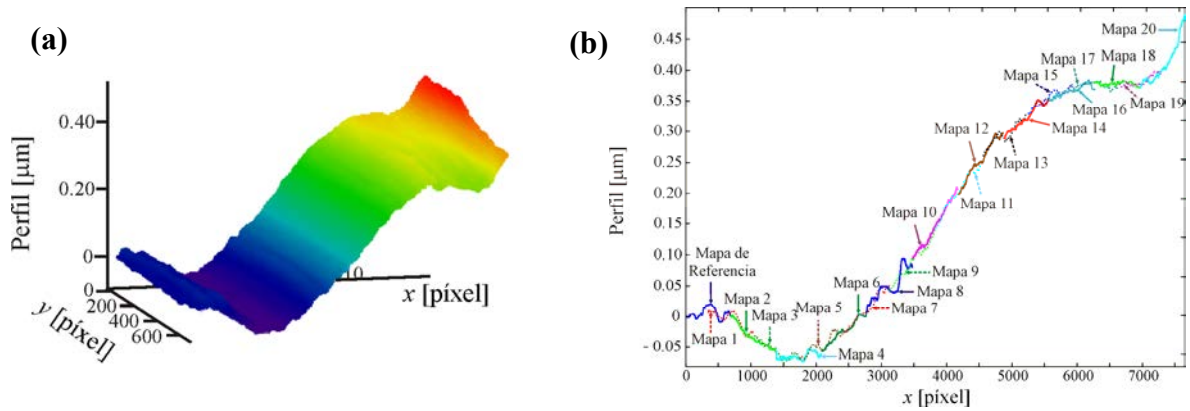


Fig. 5.6. Veintiún mediciones de un espejo plano se unifican por medio del algoritmo de cosido: (a) gráfica 3D del mapa unificado y (b) perfil de los mapas cosidos. Estos resultados sugieren que el error en la forma está causado por la tendencia de las superficies en la región de traslape.

Con el propósito de confirmar que la forma resultante del proceso de cosido, para planos o superficies con curvatura pequeña, depende fuertemente de las contribuciones de la tendencia de la superficie, nosotros modificamos la tendencia de los mapas de fase añadiéndoles curvaturas distintas. La Fig. 5.7 muestra los mapas unificados como resultado de montar los veintiún mapas de fase en diversas superficies esféricas e introducirlos al programa de cosido. Las superficies esféricas emuladas tienen la misma constante cónica ($k = 0.9927$) que el espejo primario del E-ELT. Estos mapas de fase individuales (i.e. mapas + superficie curva) carecen de errores de Abbe y tienen una región de traslape de 50% entre ellos. Cambiamos la altura de la sagita de la imagen modificando el radio de curvatura. Esto es con la intención de alterar la tendencia de la imagen y demostrar, cualitativamente, que la inclinación de la superficie tiene un peso importante en el éxito del procedimiento de unificación para superficies con curvatura pequeña.

La calidad óptica en la región de traslape del mapa de referencia (referirse a la Fig. 5.6) es 27.55 nm RMS. Tomando este valor como parámetro de referencia, modelamos seis superficies esféricas con diferentes radios de curvatura, modificando la altura de la sagita de la imagen de referencia en cada caso. Por simplicidad, optamos por reducir el número de puntos en las imágenes usadas a 100 x 100 píxeles. Lo anterior implica que los mapas de fase originales están submuestreados 7:1 y suavizados con un filtro de media de 5x5. Los mapas unificados mostrados en la Fig. 5.7 tienen valores de sagita diferentes en la imagen de referencia, los cuales corresponden a 50%, 100%, 109%, 150%, 200% y 540% del parámetro de referencia (i.e. 27.55 nm). Las curvaturas modeladas en las superficies esféricas y los valores respectivos de las sagitas son: (a) curvatura = $1.1 \times 10^{-12} \text{ nm}^{-1}$ y sagita = 13.77 nm, (b) curvatura = $2.2 \times 10^{-12} \text{ nm}^{-1}$ y sagita = 27.55 nm, (c) curvatura = $2.4 \times 10^{-12} \text{ nm}^{-1}$ y sagita = 30 nm, (d) curvatura = $3.31 \times 10^{-12} \text{ nm}^{-1}$ y sagita = 41.32 nm, (e) curvatura = $4.41 \times 10^{-12} \text{ nm}^{-1}$ y sagita = 55.1 nm y (f) curvatura = $1.19 \times 10^{-11} \text{ nm}^{-1}$ y sagita = 148.77 nm.

Como notamos en la Fig. 5.7, una vez que la sagita excede en aproximadamente 9% el valor de 27.55 nm, el proceso de cosido tiene una gran probabilidad de éxito. Es importante clarificar que, la sagita de 148.77 nm corresponde a la altura de una porción central de $0.707 \times 0.707 \text{ mm}^2$ del espejo primario del E-ELT (ver la Fig. 5.4). Como mencionamos anteriormente, nos interesa obtener una mejor forma del mapa unificado, más que el error a causa de la razón señal ruido, número de imágenes, etc. Sin embargo, la Fig. 5.7 ilustra que, cuando la razón de la sagita con respecto al valor RMS de la región de traslape aumenta, la diferencia entre las imágenes ideal y unificada decrece. En nuestro caso, podemos afirmar que cuando la razón va de 0.4 a 5.4 el error cae de 93% a 5%.

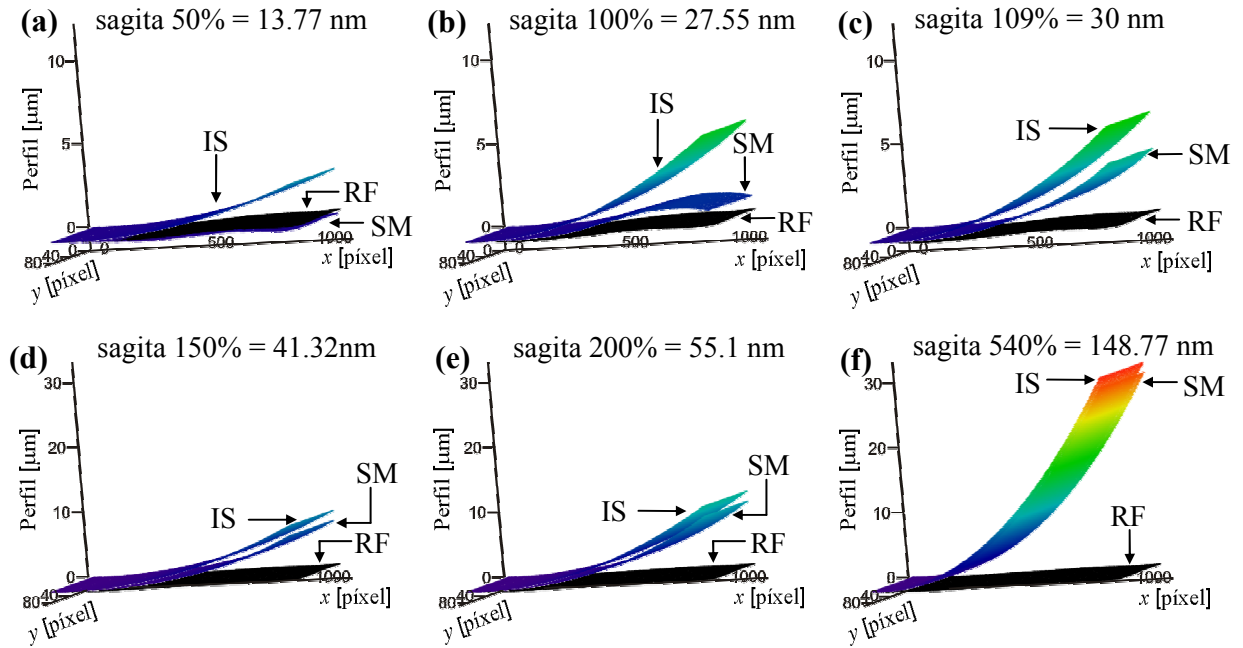


Fig. 5.7. Mapas de fase unificados después de la introducción de diferentes curvaturas para modificar la tendencia de la superficie. Los valores de la sagita modelada en las imágenes corresponden a: (a) 50%, (b) 100%, (c) 109%, (d) 150%, (e) 200% y (f) 540% de la calidad óptica de la región de traslape (27.55 nm RMS) para el mapa de referencia original. Con la misma rugosidad y sin errores de Abbe, la tasa de éxito del proceso de stitching incrementa cuando la sagita excede en aproximadamente 9% el valor RMS de la rugosidad del área de traslape. Los acrónimos usados son: superficie ideal (IS), mapa cosido (SM) y figura de referencia (RF), por sus siglas en inglés.

El análisis previo ilustra la importancia de la tendencia de la superficie en el área traslapada. Sin embargo, ignoramos los efectos de las desviaciones mecánicas (i.e. errores de Abbe). Como señalamos anteriormente, la imagen de referencia carece de errores de Abbe y, por esta razón, su tendencia permanece sin cambio. No obstante, los desplazamientos mecánicos alteran la tendencia de las imágenes subsecuentes. Por esta razón, es necesario considerar un factor de

seguridad en el límite superior del radio de curvatura (límite inferior en el caso de curvatura) del elemento óptico bajo medición. Para establecer este factor, es importante considerar el valor RMS de la imagen de referencia en el elemento óptico bajo estudio y la desalineación máxima causada por el sistema de escaneo.

Con la intención de ejemplificar la disminución en el desempeño de la unificación, causada por las desalineaciones de las imágenes, en la Fig. 5.8 ilustramos los casos modelados en la Fig.5.5, pero ahora, con la adición de desviaciones aleatorias para cada uno de los mapas estudiados. Para calcular las desalineaciones aleatorias usamos una función generadora, la cual tiene como información de entrada el valor promedio y la desviación estándar de los datos. El valor promedio considerado es el caso ideal (i.e. sin errores de Abbe), mientras que las desviaciones estándar son 0.001 mm y 0.017° para los errores lineales y angulares, respectivamente. Para las diferentes superficies, los errores de Abbe introducidos son los mismos.

La Fig. 5.8 muestra que, el error entre las imágenes ideal y unificada permanece sin cambios significativos. Sin embargo, en contraste con la Fig. 5.7, la Fig.5.6 ilustra que la sagita de 30 nm no compensa la tendencia de la región de traslape. Esto sugiere que, el desempeño del proceso de cosido se modifica como una consecuencia del cambio en la tendencia de la imagen. En consecuencia, para obtener buenos resultados del procedimiento de la interferometría de cosido es indispensable caracterizar el sistema de escaneo. Esto, para determinar la desviación máxima permitida en el arreglo, especialmente para elementos ópticos con curvatura pequeña.

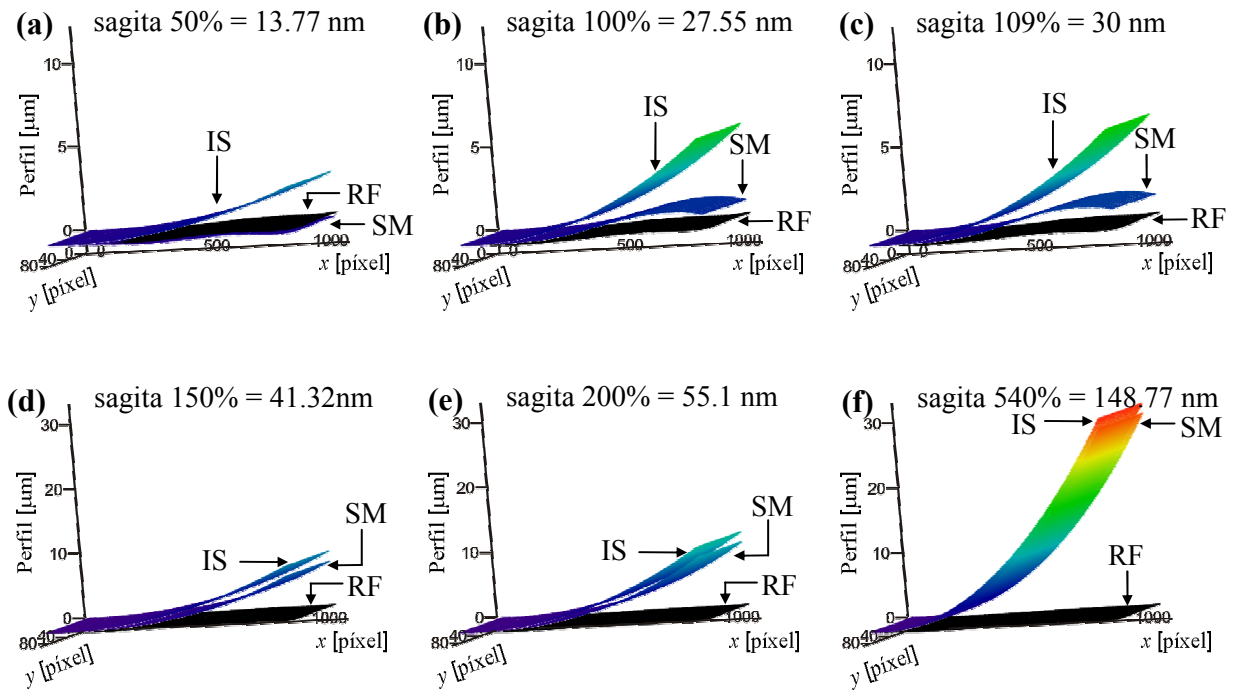


Fig. 5.8. Mapas de fase unificados después de la introducción de diferentes curvaturas para modificar la tendencia de la superficie. Las curvaturas y las sagitas (en el mapa de fase de referencia) corresponden a aquellas de la Fig. 5.7. Considerando la misma rugosidad y los mismos errores de Abbe, la tasa de éxito del proceso de stitching incrementa cuando la tendencia compensa o excede la rugosidad en el área traslapada. Los errores Abbe cambian la tendencia de la imagen y modifican la tasa de éxito tal como es el caso de la sagita de 109 %. Para conocer el significado de los acrónimos vea la Fig. 5.7.

Como hemos visto a lo largo de esta sección, cuando la contribución de la rugosidad de la superficie disminuye, el proceso de cosido mejora. Por lo tanto, como resultado de este trabajo, proponemos el uso de la información de tendencia de los mapas de fase para resolver el problema de Procrustes y mejorar la forma resultante del mapa unificado para superficies con curvatura

pequeña. Es importante tener en mente que, la dimensión de la apertura influye directamente en la determinación de la tendencia de la superficie.

Nos gustaría terminar esta sección sugiriendo algunas mejoras que pudieran ser puestas en práctica, por el equipo de Ingeniería de Precisión de Cranfield, durante la medición de los segmentos del E-ELT. Primero, se requiere incrementar la dimensión de la apertura del sistema óptico. Esta característica reduce el número de subaperturas muestreadas, necesarias para cubrir la superficie completa. Como se mencionó anteriormente, el número de imágenes cosidas se relaciona directamente con el error en el mapa unificado. La presente condición de la CMM establece un peso límite de 4 kg en la punta de prueba. Por lo tanto, algunas adaptaciones pudieran emplearse para permitir un arreglo de lentes más grande para extender la apertura. Segundo, una interfaz inalámbrica entre la cámara sensora y la computadora pudiera ser puesta en práctica. Esto extenderá la aplicabilidad del sistema combinado y ayudará a evitar posibles daños al componente óptico bajo prueba. Tercero, un ambiente aislado pudiera ser óptimo para controlar y acelerar el proceso de medición.

5.5 Resumen

Hemos conducido un estudio comparativo para determinar la técnica más apropiada de metrología para la prueba de medición de elementos ópticos de gran tamaño. Los atributos del método de cosido lo postulan como el más adecuado. Por otra parte, puede ser posible reemplazar el interferómetro tradicional en la técnica de cosido con un interferómetro de

desplazamiento rotacional. Esta mejora puede proveer un sistema de medición flexible, exacto y autoreferenciado.

El arreglo experimental ilustró la viabilidad del método de cosido en la medición de elementos de óptica de gran tamaño, como son los segmentos del E-ELT. Los resultados iniciales confirmaron que la metodología estándar empleada en el proceso de cosido no es apropiada para superficies planas. Además, afirmamos que el éxito del método de cosido, en los elementos curvos, se debe a que la rugosidad no contribuye significativamente a la tendencia de la superficie. Por lo tanto, proponemos el uso de la información de tendencia para resolver el problema de Procrustes y mejorar la forma resultante del mapa unificado para superficies con curvatura pequeña.

Finalmente, concerniente al arreglo, es importante aislar el sistema montado para acelerar el proceso. Además, es recomendable incrementar la apertura del sistema para disminuir el número de mediciones y el error asociado, así como cambiar la interfaz de comunicación alámbrica del interferómetro a inalámbrica para proporcionar una mayor aplicabilidad y evitar posibles daños a la componente analizada.

5.6 Referencias

- [1] Flores, J., Paez, G. y Strojnik, M., “Optimal aperture configuration for a segmented and partially diluted extremely large telescope,” *J. Mod. Opt.* **50**(5), 729-742 (2003).
- [2] Scholl, M. S., “Applicability of rotationally-shearing interferometers to the testing of the optical systems without rotational symmetry,” *Proc. SPIE* **2817**, 187-197 (1996).

- [3] Braunecker, B., Hentschel, R. y Tiziani, H., *Advanced Optics Using Aspherical Elements*, SPIE Press, Bellingham, 107-110 y 285-319 (2008).
- [4] Lerner, S. A. y Sasian, J. M., “Use of implicitly defined optical surfaces for the design of imaging and illumination systems,” *Opt. Eng.* **39**(7), 1796–1801 (2000).
- [5] Burge, J. H., Kot, L. B., Martin, H. M., Zehnder, R. y Zhao, C., “Design and analysis for interferometric measurements of the GMT primary mirror segments,” *Proc. SPIE* **6273**, 6273-22 (2006).
- [6] Martin, H. M., Burge, J. H., Cuerden, B., Miller, S. M., Smith, B. y Zhao, C., “Manufacture of 8.4-m off-axis segments: a 1/5-scale demonstration,” *Proc. SPIE* **5494**, 62-70 (2004).
- [7] Gilmozzi, R. y Spyromilio, J., “The 42m European ELT: Status,” *Proc. SPIE* **7012**, 701219 (2008).
- [8] Weingärtner, I. y Schulz, M., “High-accuracy interferometric measurement of aspheres,” *Proc. SPIE* **4778**, 105-118 (2002).
- [9] Neilson, P. J. y Jones, R., “An exact method for the sphericity measurement of soccer balls,” *Proc. Instn. Mech. Engrs.* **217**, 715-719 (2003).
- [10] Wang, M., Hossein Cheraghi, S. y Masud, A. S. M., “Sphericity error evaluation: theoretical derivation and algorithm development,” *IIE Transactions* **33**, 281-292 (2001).
- [11] Lovins, G. H., “High-Precision Pointing Interferometer,” *Appl. Opt.* **3**(7), 883-887 (1964).
- [12] Elssner, K. E., Burow, R., Grzanna, J. y Spolaczyk, R., “Absolute sphericity measurement,” *Appl. Opt.* **28**(21), 4649-4661 (1989).
- [13] Pfund, J., Lindlein, N., Schwider, J., Burow, R., Blümel, Th. y Elssner, K.-E., “Absolute sphericity measurement: a comparative study of the use of interferometry and Shack- Hartmann sensor,” *Opt. Lett.* **23**(10), 742-743 (1998).

- [14] Strojnik, M., Paez, G. y Mantravadi, M., "Lateral Shear Interferometers," en *Optical Shop Testing*, D. Malacara, Eds., Wiley & Sons, Hoboken, 122-176 (2007).
- [15] Malacara, D., Creath, K., Schmit, J. y Wyant, C., "Testing of Aspheric Wavefronts and Surfaces," in *Optical Shop Testing*, D. Malacara, Eds., Wiley & Sons, Hoboken, 435-493 (2007).
- [16] Armitage, J. D. y Lohmann, A., "Rotary shearing interferometry," *Optica Acta* **12**, 185-192 (1965).
- [17] Paez, G. y Strojnik, M., "Interferometric Patterns of Asymmetrical Wavefronts with Differential Rotationally-Shearing Interferometer," *Proc. SPIE* **3061**, 425-434 (1997).
- [18] Paez, G., Strojnik, M. y García-Torales, G., "Vectorial shearing interferometer," *Appl. Opt.* **39**(28), 5172-5178 (2000).
- [19] Paez, G. y Strojnik, M., "Features of the Vectorial Shearing Interferometer," *Proc. SPIE* **4231**, 328-339 (2000).
- [20] Garcia-Torales, G., Paez, G., Strojnik, M., Villa, J. y Flores, J. L., "Variable sensitivity of vectorial shearing interferometer," *Proc. SPIE* **5543**, 338-349 (2004).
- [21] Moreno, I., Paez Padilla, G. y Strojnik, M., "Reversal and rotationally shearing interferometer," *Opt. Commun.* **233**(4-6), 245-252 (2004).
- [22] Ramirez, C. y Strojnik, M., "Estimation of the degree of asphericity of a glass sphere using a vectorial shearing interferometer," *Opt. Commun.* **284**(6), 1517-1525 (2011).
- [23] Garcia-Torales, G., Páez, G., Strojnik, M., Villa, J., Flores, J. L. y Gonzalez Alvarez, A., "Experimental intensity patterns-obtained from a 2D shearing interferometer with adaptable sensitivity," *Opt. Commun.* **257**(1), 16-26 (2006).
- [24] ESO, The European Extremely Large Telescope,
< <http://www.eso.org/sci/facilities/eelt/>>, [Julio de 2009].

- [25] Burge, J. H., Kot, L. B., Martin, H. M., Zhao, C. y Zobrist, T., “Alternate surface measurements for GMT primary mirror segments,” *Proc. SPIE* **6273**, 62732T (2006).
- [26] Murphy, P., Forbes, G., Fleig, J., Dumas, P. and Tricard, M., “Stitching interferometry: a flexible solution for surface metrology,” *Opt. Photon. News* **14**, 38-43 (2003).
- [27] Chen, S., Li, S., Dai, Y. y Zheng, Z., “Testing of large optical surfaces with subaperture stitching,” *Appl. Opt.* **46**(17), 3504-3509 (2007).
- [28] Zhang, R., Yang, C. y Xu, Q., “Precision analyses of a stitching interferometer testing system,” *Appl. Opt.* **45**(11), 2399-2403 (2006).
- [29] Schönemann, P. H. y Carroll, R. M., “Fitting one matrix to another under choice of a central dilation and rigid motion,” *Psychometrika* **35**(2), 245-255 (1970).
- [30] Hanson, R. J. y Norris, M. J., “Analysis of measurements based on the singular value decomposition,” *SIAM J. Sci. Stat. Comput.* **2**(3), 363-373 (1981).
- [31] Sjö Dahl, M. y Oreb, B. F., “Stitching interferometric measurement data for inspection of large optical component,” *Opt. Eng.* **41**(2), 403-408 (2002).
- [32] Malacara, D., “Mathematical Representation of an Optical Surface and Its Characteristics,” *en Optical Shop Testing*, D. Malacara, Eds., Wiley & Sons, Hoboken, 832-850 (2007).
- [33] Hexagon Metrology, Leitz PMM-F 30.20.10/16, <http://www.hexagonmetrology.co.uk/leitz-pmm-f-30201016_241.htm>, [Marzo de 2011].
- [34] Direct Industry, Fisba Optik, <<http://www.directindustry.com/prod/fisba-optik/compact-digital-interferometers-13807-437203.html>>, [Marzo de 2011].
- [35] Shore, P., Luo, X., Tonnellier, X., Morantz, P.M.H., Stephenson, D.J., Collins, R.G., Roberts, A.J., May-Miller, R. y Read, R., “Grinding mode of the BOX ultra precision free-form grinder,” ASPE 20th Annual Conference, (2005).

Capítulo VI

Conclusiones generales y trabajo a futuro

6.1 Conclusiones generales

El objetivo del presente trabajo de investigación fue determinar los parámetros críticos a errores de manufactura y de alineación de los prismas Dove del interferómetro de desplazamiento rotacional (RSI), que aseguren un desempeño igual o mejor que $\lambda/10$ a 633 nm; así como determinar la técnica óptima para la medición de segmentos ópticos esféricos de gran escala. Para lograr las metas establecidas, llevamos a cabo cuatro análisis particulares, los cuales se detallan a continuación.

Primeramente, partiendo de la expresión analítica de la irradiancia para el patrón de interferencia del RSI, analizamos su funcionamiento y estudiamos las condiciones que aseguran su correcto desempeño. La condición que da origen al principio de funcionamiento y al nombre del interferómetro es que el frente de onda es desplazado en forma rotacional solamente. Los componentes ópticos que rotan el frente de onda en el RSI son los prismas Dove. Sin embargo, como hemos explicado, los errores de manufactura como son el error de longitud, los errores de ángulo de base y la presencia del ángulo piramidal, así como la de alineación del sistema rotacional pueden introducir desplazamientos lineales que afecten su desempeño.

Considerando el extenso uso del trazo exacto de rayos en la optimización de sistemas ópticos, propusimos el uso del análisis vectorial del trazo exacto de rayos para cuantificar los parámetros críticos de manufactura y de alineación de los prismas Dove que permitan alcanzar un desempeño del RSI igual o mejor que $\lambda/10$ a 633nm.

Desarrollamos específicamente un algoritmo de trazo exacto de rayos para llevar a cabo el estudio y cuantificación de los parámetros críticos del RSI. Posteriormente evaluamos la aplicabilidad y validez del algoritmo desarrollado con un programa comercial. Introdujimos tres superficies emulando un prisma Dove en el programa de diseño óptico OSLOTM. Los resultados obtenidos mostraron una buena concordancia entre ambos programas.

El límite de desempeño establecido en este estudio para el RSI (i.e. desviación del frente de onda igual o menor 0.1λ) surge del afán por detectar planetas en sistemas solares cercanos. Partiendo de esta condición, asumimos que nuestro RSI es capaz de detectar una inclinación de $\lambda/2$ (en 633 nm) al contar con una apertura de 1.5 m (como en un telescopio), inclinación que corresponde a la desviación angular entre ambos frentes. Por tanto, teóricamente nuestro RSI es capaz de detectar el planeta extrasolar si cumple con el desempeño propuesto.

Consideramos un área útil del 60% para cada una de las superficies del prisma Dove durante el análisis del trazo exacto de rayos. Este parámetro lo seleccionamos considerando que es técnicamente viable una calidad de $\lambda/10$ sobre esta superficie. Mediante el programa de trazo de rayos determinamos que el peor de los casos (i.e. cuando se produce una diferencia de camino óptico máxima) para el error de ángulo de base se alcanza cuando $\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$, mientras que para

el ángulo piramidal se presenta cuando $\theta_1 = \theta_2$. Determinamos individualmente las tolerancias al error del ángulo de base y a la presencia del ángulo piramidal que produce una desviación máxima del frente de onda de 0.1λ a 633 nm. Las tolerancias resultantes ante el peor de los escenarios son ± 0.37 arc sec para el ángulo de base y ± 0.52 arc sec para el ángulo piramidal.

La distorsión máxima observada en la imagen transmitida por el prisma producto de la tolerancia al error del ángulo de base calculada es $0.048 \mu\text{m}$ en la dirección de x . Por otra parte, la tolerancia al ángulo piramidal causa una distorsión máxima de 0.017 y $0.031 \mu\text{m}$ en las direcciones de x y y , en este orden. Las tolerancias calculadas originan desplazamientos de la imagen en las direcciones de x y y : $\delta_x = 0.66$ y $\delta_y = 0.65$ arc sec. En el peor de los casos (i.e. $\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$ y $\theta_1 = \theta_2$, respectivamente), notamos que el error de ángulo de base desvía la imagen 41% más que el ángulo piramidal. Si consideramos la resultante de la distorsión máxima de la imagen en cada caso, el error de ángulo de base distorsiona la imagen un 89% más que el ángulo piramidal.

Tomando en cuenta el proceso de manufactura de un prisma Dove que cumpla con este desempeño, establecimos una tolerancia única de ± 0.35 arc sec (considerando un factor de seguridad en el diseño de 5%). Nombramos a esta tolerancia “la tolerancia interferométrica”. Encontramos que en el peor de los casos ($\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$ o $\theta_1 = \theta_2$), un prisma Dove interferométrico (i.e. un prisma Dove con tolerancias a errores de manufactura de ± 0.35 arc sec) produce una diferencia de camino óptico (OPD, por sus siglas en inglés) máxima de 0.095λ . En contraste, un prisma Dove comercial (± 2 arc min) introduce una OPD máxima de 32.537λ . Por tanto,

deducimos que el prisma Dove interferométrico introduce una OPD dos órdenes de magnitud menor que el prisma Dove comercial.

En un segundo escenario previsto para el RSI, realizamos un análisis de trazo exacto de rayos para determinar la OPD y los cambios de la imagen causados por los de errores de manufactura y parámetros de alineación del prisma Dove, contemplando solamente uno de los brazos del interferómetro. Posteriormente consideramos una tercera condición del RSI, donde desarrollamos un estudio amplio de alineación, incluyendo la interacción entre un espejo compensador y el sistema rotacional. Dicho análisis sirvió para cuantificar los parámetros críticos de alineación del RSI que aseguren una desviación máxima del frente de onda de $\lambda/10$.

El estudio de alineación del prisma mostró que la razón de cambio de la OPD con respecto a su posicionamiento es dependiente del índice de refracción del componente. Además, demostramos que independientemente de la magnitud de los errores de manufactura, el prisma tiene la misma tolerancia al posicionamiento para asegurar una OPD aceptable para su incorporación en el RSI. Mostramos también que la OPD causada por la presencia del ángulo piramidal no puede ser eliminada con las rotaciones del prisma. Sin embargo, ésta puede ser compensada por medio del movimiento fino de un espejo compensador.

Determinamos también la tolerancia al posicionamiento de un prisma Dove interferométrico para su incorporación en el RSI. Nuestro análisis mostró que la tolerancia al posicionamiento debe permanecer dentro de ± 0.33 arc sec para asegurar una OPD máxima de $\lambda/10$ (a 633 nm). Para validar esta tolerancia debemos ser capaces de alcanzar la condición óptima de alineación

(OPD = 0). De lo contrario, existe una ventana de alineación de 0.66 arc sec en donde el prisma Dove interferométrico mostrará una OPD por debajo de $\lambda/10$ para su implementación en el RSI. Esta tolerancia permitirá girar el sistema rotacional del RSI, asegurando así un desempeño adecuado del interferómetro.

Demostramos finalmente que el intervalo de movimiento de un espejo compensador es dependiente de los errores de manufactura de los prismas. En teoría, alcanzar una condición de cero OPD es factible usando el compensador. A fin de que este comportamiento se observe en la práctica, sugerimos el uso de actuadores micrométricos de paso grueso y fino para llevar al espejo a una condición de alineación aproximada. Considerando la magnitud de la ventana de alineación para un desempeño igual o mejor que $\lambda/10$ (~ 0.65 arc sec), proponemos el uso de actuadores piezoeléctricos para lograr la condición de alineación deseada. En lo referente al movimiento angular de la montura mecánica, un valor de 0.2 arc sec es la resolución mínima demandada. No obstante un tamaño de paso más fino (e.g., 0.06 arc sec) podría facilitar la alineación del RSI. Además, monturas mecánicas con movimientos desacoplados en los ejes x y y son indispensables para asegurar un control óptimo en la compensación del sistema.

Para concluir, proseguimos a analizar un último contexto de alineación, el cual considera lo observado en los escenarios estudiados y las tolerancias al posicionamiento determinadas. Éste es cuando se satisface la configuración más nociva del sistema rotacional en el RSI (i.e., siempre que los errores de manufactura y el posicionamiento del prisma produzcan una OPD máxima). Predecimos que una combinación apropiada de rotaciones desacopladas del compensador en los ejes x y y pueden llevar al sistema rotacional del RSI a la condición óptima de una OPD nula. Sin

embargo, esto sólo ocurrirá si los parámetros críticos de alineación correspondientes son satisfechos. Establecimos una ventana alineación de aproximadamente 0.7 arc sec como un parámetro crítico de alineación para garantizar que el desempeño del RSI este dentro del umbral de diseño de $\lambda/10$ ($\lambda = 633$ nm).

Tomando en cuenta que una de las posibles aplicaciones del RSI es la medición de espejos primarios segmentados, hemos conducido también un estudio comparativo para determinar el método más apropiado para la prueba de segmentos de gran escala, como son los segmentos del gran telescopio europeo (E-ELT, por sus siglas en inglés). El estudio muestra que los atributos del método de cosido lo postulan como la técnica más adecuada. Esta técnica hace uso de interferómetros tradicionales, sin embargo, este puede ser substituido por el RSI. El cambio propuesto proveerá un sistema de medición flexible, exacto y autoreferenciado para elementos ópticos fuera de eje y de gran escala.

Montamos un arreglo experimental de la técnica de cosido haciendo uso de un interferómetro Twyman-Green y una mesa de coordenadas, en el taller del Centro de Ingeniería de Precisión de la Universidad de Cranfield, en Inglaterra. Para la prueba experimental utilizamos el espejo de referencia de la máquina esmeriladora denominada BOX. La prueba mostró la viabilidad de la técnica de cosido en la medición de espejos segmentados de gran escala. Los resultados confirman que el éxito del método de cosido, en elementos con curvatura, se debe a que la rugosidad no contribuye significativamente a la forma del mapa unificado. Por lo tanto, proponemos el uso de la información de la derivada de la superficie para mejorar la forma resultante del mapa unificado para superficies con curvatura pequeña.

Finalmente, considerando el arreglo montado y los resultados del arreglo experimental, sugerimos aislar el arreglo de posibles vibraciones para acelerar el proceso de escaneo. Además, recomendamos incrementar la apertura del sistema para disminuir el número de mediciones y el error asociado. Asimismo, es indispensable cambiar la interfaz de comunicación del interferómetro a inalámbrica para proporcionar una mayor aplicabilidad y evitar posibles daños a la componente bajo prueba. Aunado a lo anterior, la incorporación del RSI a la técnica de cosido brindará un sistema de escaneo óptico con sensibilidad ajustable y que no requiere una referencia óptica; condición idónea en la prueba de elementos esféricos de gran escala y fuera de eje.

6.2 Trabajo a futuro

Continuando con nuestra línea de investigación, el siguiente paso será medir el comportamiento de los prismas Dove para comparar y validar los resultados del trazo de rayos. Posteriormente, continuaremos con la realización diseño optimizado del prisma Dove, su fabricación y la implementación del arreglo experimental que cumpla con las especificaciones establecidas en este documento. Entonces, mostraremos la aplicación y el desempeño del RSI en la medición de frentes de onda sin simetría de rotación y la detección de señales débiles en presencia de señales fuertes. A la par, es necesario desarrollar los algoritmos de recuperación de la fase que permitan obtener mediciones cuantitativas, así como incorporar un sistema de control que logre alinear de manera automática el sistema rotacional del RSI.

Apéndice A

Lista de símbolos

A	matriz de los datos contenidos en el área de traslape del mapa de fase de referencia
B	matriz de los datos contenidos en el área de traslape del mapa de fase desalineado (errores de Abbe)
\bar{A}	matriz de promedio cero de la matriz A
\bar{B}	matriz de promedio cero de la matriz B
$\bar{A} \cdot \bar{B}$	representa el producto escalar de ambas matrices
a	vector promedio de la matriz A
b	vector promedio de la matriz B
U	matriz ortogonal de 3x3 que contiene los vectores singulares izquierdos de W
V	matriz ortogonal de 3x3 que contiene los vectores singulares derechos de W
V^T	representa la transpuesta de la matriz V
W	matriz diagonal de 3x3 de los valores singulares de $\bar{A} \cdot \bar{B}$
I	irradiancia en un punto de observación
I_1	irradiancias del primer haz interferentes
I_2	irradiancias del segundo haz interferentes
$\tilde{\gamma}_{12}$	grado de coherencia complejo
ϕ	fase relativa entre los campos interferentes
r_1 [m]	distancia recorrida por el campo interferente uno
r_2 [m]	distancia recorrida por el campo interferente dos

$\bar{\lambda}$	valor promedio de la longitud de onda
$\bar{\nu}$	valor promedio de la frecuencia
Φ_{12}	ángulo de fase del grado de coherencia complejo
α_{12}	correlación inicial de las fases de los haces interferentes
h	distancia normal entre los frentes de onda interferentes
λ_0	longitud de onda central.
ρ	coordenada cilíndrica radial
φ	coordenada cilíndrica acimutal
d [m]	distancia, a lo largo del eje z , entre los puntos de intersección del rayo, que permanece en el eje óptico, con dos superficies consecutivas
H [m]	altura del prisma
\hat{k}	vector de dirección unitario en la dirección de z
\hat{K}	vector director unitario del rayo
L [m]	longitud del prisma
M	matriz de transformación de Euler
n	índice de refracción
\hat{N}	vector unitario de la normal a la superficie
\bar{r} [m]	punto de intersección de un rayo en la superficie analizada
\bar{r}_v [m]	vector resultante a el vértice
\bar{r}_D [m]	punto de intersección de un rayo para la imagen distorsionada
\bar{r}_I [m]	punto de intersección de un rayo para la imagen ideal
S	sensibilidad

W [mm]	ancho del prisma
z [m]	punto de intersección de la superficie con el eje z
z_{i+1} [mm]	distancia entre el punto de salida, en la superficie previa, y la punto de intersección del rayo en la superficie de interés.
β	ángulo de base
δx	desviación angular del vector director del rayo en la dirección de x
δy	desviación angular del vector director del rayo en la dirección de y
ΔL	error en la longitud del prisma
Δh [μm]	distorsión horizontal de la imagen
$\Delta \vec{r}$ [mm]	vector de desplazamiento del error (entre la imagen ideal y distorsionada)
Δv [μm]	distorsión vertical de la imagen
Δx [μm]	coordenada x del desplazamiento lineal
Δy [μm]	coordenada y del desplazamiento lineal
ΔX_i [μm]	coordenada x del movimiento del centroide de la imagen
ΔY_i [μm]	coordenada y del movimiento del centroide de la imagen
$\Delta\beta$	error de ángulo de base
$\Delta\xi_m$ [arc sec]	rotación del espejo alrededor del eje x
$\Delta\eta_m$ [arc sec]	rotación del espejo alrededor del eje y
$\Delta\xi_p$ [arc sec]	rotación del prisma alrededor del eje x
$\Delta\eta_p$ [arc sec]	rotación del prisma alrededor del eje y
θ	desviación de la normal con respecto al eje y
λ	longitud de onda en el vacío

$\overline{r_{v1} r_{v2}}$

segmento de línea del vértice 1 al vértice 2

Apéndice B

Validación del algoritmo del trazo de rayos

Usamos el programa de diseño óptico OSLO™ para validar el trazo exacto en nuestro programa. Los parámetros de referencia para el prisma Dove modelado son: 25.4 mm de altura, 107.5 mm de longitud y fabricado en vidrio BK7. La herramienta “trazo de un rayo”, de OSLO, calcula diferentes variables del rayo, a lo largo del sistema óptico. Las variables de nuestro interés son: coordenadas del rayo (X, Y, Z), cosenos directores (L, K, M), ángulos incidente y refractado (IANG, RANG) y longitud de camino óptico (OPL, por sus siglas en inglés) del rayo. Comparamos estas variables en ambos programas para validar nuestros resultados. La Fig. B1 ilustra los datos de salida de a) OSLO y b) nuestro programa, para el trazo de un rayo desde el plano objeto hasta el plano imagen.

En la Fig. B1, algunas diferencias entre nuestro programa y OSLO son perceptibles. Primero, la definición del sistema de coordenadas es diferente. El eje x en nuestro programa corresponde al eje y del OSLO. Segundo, los ejes de referencia usados en la determinación de los ángulos son distintos. El programa desarrollado toma los ejes positivos (x, y, z) como referencia, mientras que OSLO usa ($-x, -y, z$) para su cálculo. Una transformación apropiada de las variables (para dar cuenta de estas diferencias) muestra, por medio de la tabla B1, una muy buena concordancia entre nuestro programa y el programa comercialmente disponible, OSLO.

(a)

TW 1 - Single ray trace through Dove prism OSLO *

*** Len Spe Rin Ape Wav Pxc Abr Mrg Chf Tra Ref Fan Spd Auf Var One file

*TRACE RAY - GLOBAL COORDS REL TO SURF 1 - FBX 0.00, FBX 0.00, FBZ 0.00

SRF	Y/L	X/K	Z/M	YANG/IANG	XANG/RANG	D/OPL
4	--	--	12.700000	-17.179075	--	-41.080000
	-0.295359	--	0.955386	45.000000	27.820925	12.700000
5	-12.700000	--	53.780176	17.179075	--	42.998499
	0.295359	--	0.955386	-72.820925	-72.820925	77.846561
6	-8.3329e-05	--	94.860083	1.2722e-14	--	42.998217
	2.2204e-16	--	1.000000	27.820925	45.000000	142.992695
7	-8.3329e-05	--	107.560000	1.2722e-14	--	12.699917
	2.2204e-16	--	1.000000	--	1.2722e-14	155.692611
PUPIL	FY	FX	RAY AIMING		OPD	
	--	--	ENTRANCE PUPIL		--	

(b)

OSLOtable :=	$\begin{pmatrix} Y1 & X1 & Z1 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ L1 & K1 & M1 & IANG1 & RANG1 & OPL1 & 0 \\ Y2 & X2 & Z2 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ L2 & K2 & M2 & IANG2 & RANG2 & OPL2 & 0 \\ Y3 & X3 & Z3 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ L3 & K3 & M3 & IANG3 & RANG3 & OPL3 & 0 \\ Y4 & X4 & Z4 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ L4 & K4 & M4 & IANG4 & RANG4 & OPL4 & 0 \end{pmatrix}$	OSLOtable =	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 12.7 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & -0.295359 & 0.955386 & 135 & 152.179091 & 12.7 & 0 \\ 0 & -12.7 & 53.780136 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0.295359 & 0.955386 & 72.820909 & 107.179091 & 77.846537 & 0 \\ 0 & -0 & 94.860272 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 27.820909 & 45 & 142.993073 & 0 \\ 0 & -0 & 107.560272 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 0.000001 & 0 & 155.693073 & 0 \end{pmatrix}$
--------------	--	-------------	--

Fig. B1. Datos de salida de (a) OSLO™ y (b) nuestro programa, para el trazado de un rayo desde el plano objeto hasta el plano imagen.

Tabla B1. Resultado de la transformación de las variables, para dar cuenta de las diferencias en la definición de los ejes.

	Superficie			
	(4) Entrada	(5) Reflectora	(6) Salida	(7) Imagen
<i>Programa personalizado</i>				
<i>x</i> [mm]	0	4 E-15	7 E-15	9 E-15
<i>y</i> [mm]	0	-12.700	-4 E-15	-9 E-15
<i>z</i> [mm]	12.7	53.780	94.860	107.560
α [arc sec]	7 E-17	7 E-17	1 E-16	1 E-16
β [arc sec]	-0.295	0.295	-4 E-16	-4 E-16
γ [arc sec]	0.955	0.955	1	1
Ángulo incidente [deg]	45	-72.820	27.821	1 E-06
Ángulo Refractado [deg]	27.821	-72.820	45	0
OPL [$\lambda=633\text{nm}$]	12.7	77.847	142.990	155.690
<i>OSLOTM</i>				
X [mm]	0	0	0	0
Y [mm]	0	-12.7	-8.333E-05	-8.333E-05
Z[mm]	12.7	53.780	94.860	107.560
K [arc sec]	0	0	0	0
L [arc sec]	-0.295	0.295	2.220E-16	2.220E-16
M [arc sec]	0.955	0.955	1	1
IANG[deg]	45	-72.821	27.821	0
RANG [deg]	27.821	-72.821	45	1.272E-14
OPL [$\lambda=633\text{nm}$]	12.7	77.846	142.993	155.693

Apéndice C

Programa de trazo de rayos

El algoritmo que a continuación se presenta simula el trazo exacto de rayos a través de una superficie especular y un prisma Dove (ver Fig. 4.3). El algoritmo se implementó en Mathcad versión 13.1. A lo largo del algoritmo se presentan notaciones que dan una breve explicación de las variables y función implementada.

Funciones de conversión de unidades utilizadas a lo largo del programa

$$\text{rad}(x) := \frac{x \cdot \pi}{180} \quad \text{gra}(x) := \frac{x \cdot 180}{\pi} \quad \text{secgra}(x) := \frac{x}{3600}$$

$$\text{grasec}(x) := x \cdot 3600 \quad \text{radsec}(x) := 3600 \cdot \text{gra}(x)$$

Variables del Prisma Dove

$$\text{Altura } H := 25.4$$

$$\text{Ancho } W := H$$

$$\text{Angulo de base } \text{base} := \text{rad}(45)$$

Ec. de longitud del prisma

$$L(\eta, D, x) := \frac{D}{\sin(2 \cdot x)} \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{\eta^2 - \cos(x)^2} + \sin(x)}{\sqrt{\eta^2 - \cos(x)^2} - \sin(x)} \right)$$

Índice de refracción del Prisma (BK7)

$$\text{BK7 para } \lambda := 0.632810^{-3} \text{ mm}$$

$$n_D := 1.51505$$

Índice de refracción de medio circundante

$$n_a := 1$$

Índice de refracción del espejo (reflexión)

$$n_e := -1$$

Longitud del prisma

$$L_x := LI(nD, H, \text{base})$$

Coordenadas de los puntos que conforman la matriz de rayos trazados (10x10)

$$N := 10 \quad i := 0..N-1 \quad j := 0..N-1 \quad \Delta h_x := H \quad \Delta h_z := W$$

$$x_i := \frac{i \cdot \Delta h_x}{N-1} \quad z_j := \frac{j \cdot \Delta h_z}{N-1}$$

Los rayos incidente en la superficie del espejo tienen los siguientes cosenos directores.

$$\alpha_x := 90 \quad \beta_y := 0$$

$$\gamma_z(\alpha_x, \beta_y) := \text{gra} \left(\text{acos} \left(\sqrt{1 - \cos(\text{rad}(\alpha_x))^2 - \cos(\text{rad}(\beta_y))^2} \right) \right)$$

Coordenadas de los vértices de acuerdo a las dimensiones definidas

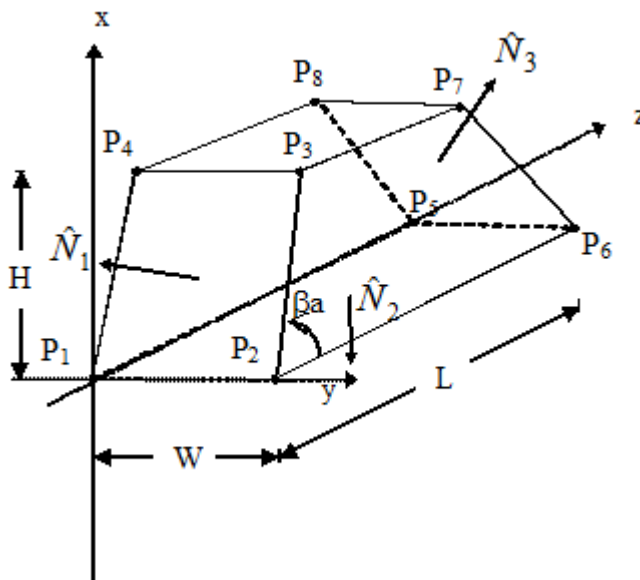


Fig. C1. Parámetros y coordenadas de los vértices del prisma Dove.

Distancia del origen del sistema coordenado al vértice uno (P1) del prisma

$$OD := 30$$

Coordenadas de los vértices:

x = altura
y = ancho
z = largo

$$P1(x, y, z) := \begin{pmatrix} 0 \cdot x \\ 0 \cdot y \\ OD + 0 \cdot z \end{pmatrix}$$

$$P5(x, y, z) := \begin{pmatrix} 0 \cdot x \\ 0 \cdot y \\ OD + 1 \cdot z \end{pmatrix}$$

$$P2(x, y, z) := \begin{pmatrix} 0 \cdot x \\ 1 \cdot y \\ OD + 0 \cdot z \end{pmatrix}$$

$$P6(x, y, z) := \begin{pmatrix} 0 \cdot x \\ 1 \cdot y \\ OD + 1 \cdot z \end{pmatrix}$$

$$P3(x, y, z) := \begin{pmatrix} 1 \cdot x \\ 1 \cdot y \\ OD + \frac{1 \cdot x}{\tan(\text{base})} \end{pmatrix}$$

$$P7(x, y, z) := \begin{pmatrix} 1 \cdot x \\ 1 \cdot y \\ OD + z - \frac{1 \cdot x}{\tan(\text{base})} \end{pmatrix}$$

$$P4(x, y, z) := \begin{pmatrix} 1 \cdot x \\ 0 \cdot y \\ OD + \frac{1 \cdot x}{\tan(\text{base})} \end{pmatrix}$$

$$P8(x, y, z) := \begin{pmatrix} 1 \cdot x \\ 0 \cdot y \\ OD + z - \frac{1 \cdot x}{\tan(\text{base})} \end{pmatrix}$$

Normal al plano imagen

$$N4 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Cruce del plano imagen con el eje z

$$Pz := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (L + OD) + 500 \end{bmatrix}$$

Matriz que contiene las coordenadas de los vértices del prisma

```

M := MP ← 0
for i ∈ 0..2
  MP0,i ← P1(H, W, L)i
  MP1,i ← P2(H, W, L)i
  MP2,i ← P3(H, W, L)i
  MP3,i ← P4(H, W, L)i
  MP4,i ← P5(H, W, L)i
  MP5,i ← P6(H, W, L)i
  MP6,i ← P7(H, W, L)i
  MP7,i ← P8(H, W, L)i
MP
  
```

Definición de funciones utilizadas por el programa

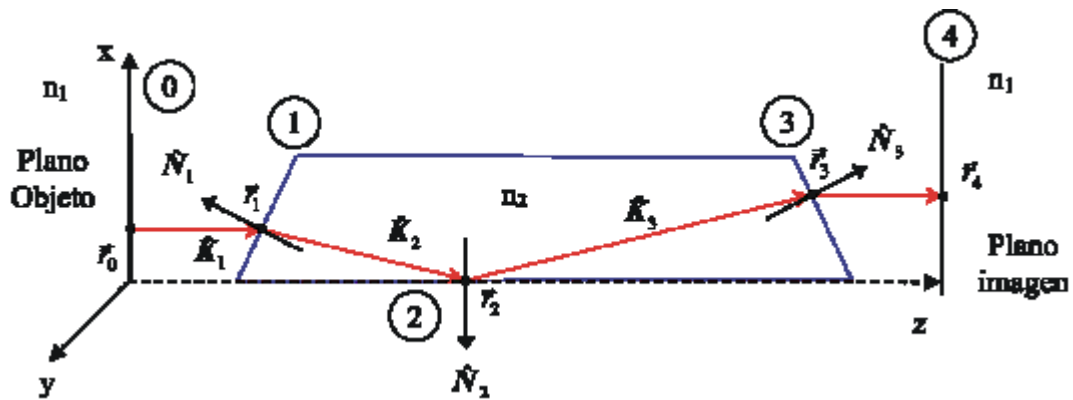


Fig. C2. Trazo exacto de rayos a través del prisma

Función que determina la dirección de los vectores de propagación de los rayos al pasar por una interfaz (ley de Snell vectorial)

$$\begin{array}{l}
 \underline{\underline{K}}(x, y, n_e, n_s) := \left\{ \begin{array}{l}
 n \leftarrow 2 \\
 m \leftarrow 2 \\
 n_i \leftarrow n_e \\
 n_t \leftarrow n_s \\
 n \leftarrow 1 \text{ if } n_i < n_t \vee n_t = -1 \\
 m \leftarrow 1 \text{ if } n_i = n_t \vee n_t = -1 \\
 \text{for } i \in 0.. N - 1 \\
 \quad \text{for } j \in 0.. N - 1 \\
 \quad \left[\begin{array}{l}
 R_{i,j} \leftarrow \frac{n_i}{n_t} \cdot x_{i,j} + \left[(-1)^m \cdot \sqrt{\left(\frac{n_t}{n_i}\right)^2 - 1 + \left[(-1)^n \cdot y \cdot x_{i,j} \right]^2} - \left[(-1)^n \cdot y \cdot x_{i,j} \right] \right] \cdot \left[\frac{n_i}{n_t} \cdot (-1)^n \cdot y \right] \\
 R_{i,j} \leftarrow -R_{i,j} \text{ if } n_t = -1
 \end{array} \right. \\
 R
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

x: matriz que contiene los vectores de propagación de los rayos incidentes
y: normal a la superficie de incidencia
n_e: índice de refracción del medio donde viajan los rayos incidentes.
n_s: índice de refracción del medio donde viajan los rayos transmitidos.

Función que calcula las coordenadas del punto de intersección de cada rayo con la interfaz

$$\begin{array}{l}
 r(x, y, n, p) := \left\{ \begin{array}{l}
 \text{for } i \in 0.. N - 1 \\
 \quad \text{for } j \in 0.. N - 1 \\
 \quad \left[\begin{array}{l}
 p_{i,j} \leftarrow x_{i,j} + \left[\frac{(p - x_{i,j}) \cdot n}{y_{i,j} \cdot n} \right] \cdot y_{i,j}
 \end{array} \right. \\
 p_i
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

x: matriz que contiene las coordenadas de los puntos de partida de cada rayo
y: vector de propagación del rayo
n: normal a la superficie incidente
p: punto conocido sobre el plano (intersección con el eje z)

Función que calcula la coordenada z del plano objeto rotado

```

CoordZObj(c, error $\alpha$ , error $\beta$ ) :=
  z  $\leftarrow$  0
  Nobj  $\leftarrow$ 
    \begin{pmatrix}
      \cos(\text{rad}(\alpha x + c \cdot \text{error}\alpha)) \\
      \cos(\text{rad}(\beta y + c \cdot \text{error}\beta)) \\
      \cos(\text{rad}(\gamma z(\alpha x + c \cdot \text{error}\alpha, \beta y + c \cdot \text{error}\beta)))
    \end{pmatrix}
  for i  $\in$  0.. N - 1
  for j  $\in$  0.. N - 1
    \begin{array}{l}
      z_{i,j} \leftarrow \frac{-\text{Nobj}_0 \cdot x_i - \text{Nobj}_1 \cdot y_j}{\text{Nobj}_2} \\
      z_{i,j} \leftarrow 0 \text{ if } -1 \cdot 10^{-14} < z_{i,j} < 1 \cdot 10^{-14}
    \end{array}
  z
  
```

Ya que el origen no se encuentra en el centro del prisma, al modelar la rotación del mismo (desalineación) observaremos un desplazamiento lineal de los vértices debido al brazo de palanca. Para eliminar dicho desplazamiento guardamos el centro de gravedad del prisma en su posición original y para cada giro modelado. Posterior al desplazamiento hacemos coincidir los centros, el de referencia o inicial con el desplazado. La función siguiente calcula el centro de gravedad del prisma utilizando las coordenadas de los vértices.

```

TresDCentroGrav(x, y, z) :=
  X2  $\leftarrow$  0
  Y2  $\leftarrow$  0
  Z2  $\leftarrow$  0
  for i  $\in$  0.. rows(x) - 1
    \begin{array}{l}
      X  $\leftarrow$  0 \\
      Y  $\leftarrow$  0 \\
      Z  $\leftarrow$  0 \\
      for j  $\in$  0.. cols(x) - 1
        \begin{array}{l}
          X  $\leftarrow$  X + x_{i,j} \\
          Y  $\leftarrow$  Y + y_{i,j} \\
          Z  $\leftarrow$  Z + z_{i,j}
        \end{array}
      X2  $\leftarrow$  X2 + \frac{X}{\text{cols}(x)} \\
      Y2  $\leftarrow$  Y2 + \frac{Y}{\text{cols}(y)} \\
      Z2  $\leftarrow$  Z2 + \frac{Z}{\text{cols}(z)}
    \end{array}
  X2  $\leftarrow$  \frac{X2}{\text{rows}(x)}
  
```

$$\begin{array}{l}
 \left| \begin{array}{l}
 Y2 \leftarrow Y2 + \frac{Y}{\text{cols } (y)} \\
 Z2 \leftarrow Z2 + \frac{Z}{\text{cols } (z)} \\
 X2 \leftarrow \frac{X2}{\text{rows } (x)} \\
 Y2 \leftarrow \frac{Y2}{\text{rows } (y)} \\
 Z2 \leftarrow \frac{Z2}{\text{rows } (z)} \\
 \left(\begin{array}{c}
 X2 \\
 Y2 \\
 Z2
 \end{array} \right)
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

La función puntoenz calcula la ecuación del plano de la cara en cuestión del prisma y determina el punto que interseca al eje z. Los puntos que se conservan inmóviles y por tanto son tomados como referencia son P1 y P8.

Ecuación del plano: $Ax + By + Cz + D = 0$

Una vez hecho el producto escalar de $N \cdot r = 0$ y al igualar con la ec. del plano:

$A = N_x$, $B = N_y$, $C = N_z$ y $D = -x_0 N_x - y_0 N_y - z_0 N_z$

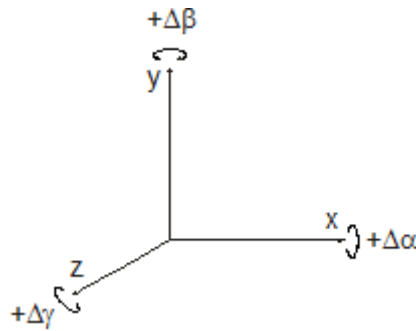
Para encontrar el cruce por z ($x = 0$, $y = 0$):

$z = -D/C$

$$\text{Puntoenz}(Ne, N1, N2, N3, b, r) := \left| \begin{array}{l}
 ze \leftarrow \frac{Ne_0 \cdot r_0 + Ne_1 \cdot r_1 + Ne_2 \cdot r_2}{Ne_2} \\
 z1 \leftarrow \frac{N1_0 \cdot (b^{(0)})_0 + N1_1 \cdot (b^{(1)})_0 + N1_2 \cdot (b^{(2)})_0}{N1_2} \\
 z2 \leftarrow \frac{N2_0 \cdot (b^{(0)})_0 + N2_1 \cdot (b^{(1)})_0 + N2_2 \cdot (b^{(2)})_0}{N2_2} \\
 z3 \leftarrow \frac{N3_0 \cdot (b^{(0)})_7 + N3_1 \cdot (b^{(1)})_7 + N3_2 \cdot (b^{(2)})_7}{N3_2} \\
 \left(\begin{array}{c}
 ze \\
 z1 \\
 z2 \\
 z3
 \end{array} \right)
 \end{array} \right.$$

Utilizamos la matriz de transformación de Euler para modelar la desalineación de los elementos

$$ME(x, y, z) := \begin{pmatrix} \cos(y) \cdot \cos(z) & -\cos(x) \cdot \sin(z) + \sin(x) \cdot \sin(y) \cdot \cos(z) & \sin(x) \cdot \sin(z) + \cos(x) \cdot \sin(y) \cdot \cos(z) \\ \cos(y) \cdot \sin(z) & \cos(x) \cdot \cos(z) + \sin(x) \cdot \sin(y) \cdot \sin(z) & -\sin(x) \cdot \cos(z) + \cos(x) \cdot \sin(y) \cdot \sin(z) \\ -\sin(y) & \sin(x) \cdot \cos(y) & \cos(x) \cdot \cos(y) \end{pmatrix}$$



Función que rota los vértices del prisma contenidos en la matriz M (definida anteriormente) y regresa la matriz que contiene los vértices del prisma desalineado.

$$M\text{Rotate}(b, x, y, z) := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{rows}(b) - 1 \\ \text{bt}^{(i)} \leftarrow ME(\text{rad}(-x), \text{rad}(-y), \text{rad}(-z)) \cdot (b^T)^{(i)} \\ \text{bt}^T \end{cases}$$

Función que rota un vector (x, y, z) y regresa (x + Δx, y + Δy, z + Δz)

$$V\text{Rotate}(b, x, y, z) := \begin{cases} \text{bt} \leftarrow ME(\text{rad}(-x), \text{rad}(-y), \text{rad}(-z)) \cdot b \\ \text{bt} \end{cases}$$

Matriz de translación utilizada para revertir el desplazamiento lineal observado al rotar el prisma

$$T(X, Y, Z) := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ X & Y & Z & 1 \end{pmatrix}$$

La función "Mantener" superpone los centros de gravedad del prisma sin desalineación y el desalineado. Esto con el fin de sólo modelar un giro sobre su centro de gravedad y evitar desplazamientos. Calcula también la ecuación del plano de las caras de interés y determina el punto que interseca el eje z

```
MantenerPosicion (b,IMC) :=
  v ← (1 1 1 1 1 1 1 1)
  bb ← augment(b, vT)
  MC ← TresDCentroGrav(bb<0>, bb<1>, bb<2>)
  ΔMC ← IMC - MC
  bbb ← bb · T(ΔMC0, ΔMC1, ΔMC2)
  for i ∈ 0..rows(bbb) - 1
    for j ∈ 0..cols(bbb) - 2
      b2i,j ← bbbi,j
  b2
```

Función que determina el centro de masa de la matriz de rayos simulados (2D)

```
CoordCentroMas (x,y) :=
  X2 ← 0
  Y2 ← 0
  for i ∈ 0..rows(x) - 1
    X ← 0
    Y ← 0
    for j ∈ 0..cols(x) - 1
      X ← X + xi,j
      Y ← Y + yi,j
    X2 ← X2 +  $\frac{X}{cols(x)}$ 
    Y2 ← Y2 +  $\frac{Y}{cols(y)}$ 
  X2 ←  $\frac{X2}{rows(x)}$ 
  Y2 ←  $\frac{Y2}{rows(x)}$ 
   $\begin{pmatrix} X2 \\ Y2 \end{pmatrix}$ 
```


Parámetros de definen el o los escenarios simulados

La siguiente variable determina el número de ciclos del programa (iteraciones) y por ende el número de simulaciones calculadas

repite := 32

Ángulos de posición del prisma [arcsec] (giramos el sistema coordenado que define el prisma alrededor de sus 3 ejes para modelar la desalineación)

$p\xi := 3600$

$p\eta := -2400$

$p\gamma := -5\cdot 3600$

Para modelar incrementos en la desalineación, en multiples del giro establecido para cada eje, conforme aumenta el contador (repite), marca el recuadro de CP.

CP := Button

Convertir a las desalineaciones dadas en arc sec a grados

$p\xi := \text{secgra}(p\xi)$ $p\eta := \text{secgra}(p\eta)$ $p\gamma := \text{secgra}(p\gamma)$

Ángulos de desalinación del espejo [arcsec] (giramos la normal que define el plano de la superficie especular, ver Fig. 4.3)

$\text{int}\xi := 0$

$\text{int}\eta := 0$

$\text{int}\gamma := 0$

Para modelar incrementos en la desalineación del espejo, en multiples del giro establecido en cada dirección, conforme incrementa el contador (repite) marca el recuadro de CE.

CE := Button

Convertir a las desalineaciones dadas en arc sec a grados

$\text{int}\xi := \text{secgra}(\text{int}\xi)$ $\text{int}\eta := \text{secgra}(\text{int}\eta)$ $\text{int}\gamma := \text{secgra}(\text{int}\gamma)$

Las siguientes variables nos ayudan a establecer la dirección de las normales de las caras de interés del prisma con base en los errores de manufactura. Estas variables son el error de base de las caras de entrada (EABE) y de salida (EABS), así como la desviación de las normales en la dirección de "y" (ángulo piramidal), de la cara de entrada (EAPE) y de salida (EAPS), todas en unidades de arco segundos.

Nota: El error de base y la desviación de la normal de entrada deben ser negativo con el propósito de cumplir la condición de que la posición de los vértices P1 y P8 permanezcan inmóviles. Recordemos que en el peor caso $\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$ y $\theta_1 = \theta_2$

Error en ángulos de Base

Entrada		Salida
EABE := -1060	[arc sec]	EABS := -EABE [arc sec]
EAB2E := secgra (EABE)		EAB2S := secgra (EABS)

Ángulo Piramidal

Entrada		Salida
EAPE := -3600	[arc sec]	EAPS := EAPE [arc sec]
EAP2E := secgra (EAPE)		EAP2S := secgra (EAPS)

Para modelar que los errores de manufactura se incrementen en múltiplos del error determinado para cada uno, conforme incrementa el contador (repite), marca el recuadro de CER.

CER := Button

Calculo de normales de las superficies involucradas

Función que calcula las normales (número determinado por la variable repite) a la cara de entrada del prisma (NE1), los ángulos directores (NE1ang) y el ángulo de giro respecto al caso ideal (NE1camb), según los datos ingresados previamente,

$$\begin{pmatrix} \text{NE1} \\ \text{NE1ang} \\ \text{NE1camb} \end{pmatrix} := \begin{array}{l} \text{incEr} \leftarrow 1 \\ \text{incGi} \leftarrow 1 \\ \text{for } i \in 0.. \text{repite} - 1 \\ \quad \text{incEr} \leftarrow i \text{ if CER} = 1 \\ \quad \text{incGi} \leftarrow i \text{ if CP} = 1 \\ \quad \alpha x3 \leftarrow \text{gra}(\text{base}) + \text{incEr} \cdot \text{EAB2E} \\ \quad \beta y3 \leftarrow 90 + \text{incEr} \cdot \text{EAP2E} \\ \quad \text{aa} \leftarrow \begin{pmatrix} \cos(\text{rad}(\alpha x3)) \\ \cos(\text{rad}(\beta y3)) \\ \cos(\pi - \text{rad}(\gamma z(\alpha x3, \beta y3))) \end{pmatrix} \\ \quad \mathbf{a}_i \leftarrow \text{VRotate}(\text{aa}, \text{incGi} \cdot p\xi, \text{incGi} \cdot p\eta, \text{incGi} \cdot p\gamma) \\ \quad \mathbf{b}_i \leftarrow \text{gra}(\overrightarrow{\text{acos}(\mathbf{a}_i)}) \\ \quad \mathbf{c}_i \leftarrow \begin{bmatrix} 45 \\ 90 \\ 135 \end{bmatrix} - \mathbf{b}_i \cdot 3600 \\ \quad \begin{pmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \\ \mathbf{c} \end{pmatrix} \end{array}$$

Función que regresa la nueva posición de la normal (vector 3D) con base en la desalineación modelada (ξ, η, γ). Utilizada para la normal a la base del prisma

$$\text{Normaldetermine}(x, y, z, \xi, \eta, \gamma) := \begin{array}{l} \text{aa} \leftarrow \begin{pmatrix} \cos(\text{rad}(x)) \\ \cos(\text{rad}(y)) \\ \cos(\text{rad}(z)) \end{pmatrix} \\ \mathbf{a} \leftarrow \text{VRotate}(\text{aa}, \xi, \eta, \gamma) \\ \mathbf{b} \leftarrow \text{gra}(\overrightarrow{\text{acos}(\mathbf{a})}) \\ \mathbf{c} \leftarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} - \mathbf{b} \cdot 3600 \\ \quad \begin{pmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \\ \mathbf{c} \end{pmatrix} \end{array}$$

Función que calcula las normales (número determinado por la variable repite) a la cara de salida del prisma (NE3), los ángulos directores (NE3ang) y el ángulo de giro respecto al caso ideal (NE3camb), según los datos ingresados previamente,

$$\begin{pmatrix} \text{NE3} \\ \text{NE3ang} \\ \text{NE3camb} \end{pmatrix} := \begin{array}{l} \text{incEr} \leftarrow 1 \\ \text{incGi} \leftarrow 1 \\ \text{for } i \in 0.. \text{repite} - 1 \\ \quad \left| \begin{array}{l} \text{incEr} \leftarrow i \text{ if CER} = 1 \\ \text{incGi} \leftarrow i \text{ if CP} = 1 \\ \alpha x2 \leftarrow \text{gra}(\text{base}) + \text{incEr} \cdot \text{EAB2S} \\ \beta y2 \leftarrow 90 + \text{incEr} \cdot \text{EAP2S} \\ \text{aa} \leftarrow \begin{pmatrix} \cos(\text{rad}(\alpha x2)) \\ \cos(\text{rad}(\beta y2)) \\ \cos(\text{rad}(\gamma z(\alpha x2, \beta y2))) \end{pmatrix} \\ \mathbf{a}_i \leftarrow \text{VRotate}(\text{aa}, \text{incGi} \cdot p\xi, \text{incGi} \cdot p\eta, \text{incGi} \cdot p\gamma) \\ \mathbf{b}_i \leftarrow \text{gra}(\overrightarrow{\text{acos}(\mathbf{a}_i)}) \\ \mathbf{c}_i \leftarrow \begin{bmatrix} 45 \\ 90 \\ 45 \end{bmatrix} - \mathbf{b}_i \cdot 3600 \end{array} \right. \\ \quad \left. \begin{pmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \\ \mathbf{c} \end{pmatrix} \right. \end{array}$$

Algoritmo del trazo exacto de rayos

A continuación se proporciona el algoritmo que realiza el trazo exacto de rayos bajo el escenario del esquema espejo y prisma (Fig. 4.3).

Variables que nos ayudan a redefinir el tamaño de la matriz de rayos (área útil de la apertura del prisma)

$$\text{limsup} := 2$$

$$\text{liminf} := 1$$

Algoritmo del caso Ideal

Variables obtenidas del trazo de rayos en el caso ideal (I):

Ixe: Matriz de la coordenada x de los rayos en la cara de entrada del prisma.

Iye: Matriz de la coordenada y de los rayos en la cara de entrada del prisma.

Ize: Matriz de la coordenada z de los rayos en la cara de entrada del prisma.

Ixs: Matriz de la coordenada x de los rayos en el plano imagen.

Iys: Matriz de la coordenada y de los rayos en el plano imagen.

Izs: Matriz de la coordenada z de los rayos en el plano imagen.

INs: Matriz que contiene las normales a cada superficie.

Irs: Matriz que contiene las coordenadas de los puntos de intersección de los rayos en cada superficie.

IK1: Vector director de los rayos reflejados en el espejo.

ICM: Centro de Masa del prisma.

$$\begin{pmatrix} Ixe & Ixs \\ Iye & Iys \\ Ize & Izs \\ INs & Irs \\ IK1 & ICM \end{pmatrix} := \begin{cases} mv \leftarrow M \\ b \leftarrow mv \\ CM \leftarrow \text{TresDCentroGrav}(b^{\langle 0 \rangle}, b^{\langle 1 \rangle}, b^{\langle 2 \rangle}) \\ P1P2 \leftarrow (b^T)^{\langle 1 \rangle} - (b^T)^{\langle 0 \rangle} \\ P1P4 \leftarrow (b^T)^{\langle 3 \rangle} - (b^T)^{\langle 0 \rangle} \\ P1P5 \leftarrow (b^T)^{\langle 4 \rangle} - (b^T)^{\langle 0 \rangle} \\ P5P6 \leftarrow (b^T)^{\langle 5 \rangle} - (b^T)^{\langle 4 \rangle} \\ P5P8 \leftarrow (b^T)^{\langle 7 \rangle} - (b^T)^{\langle 4 \rangle} \\ Ne \leftarrow \text{Normaldetermine}(90, 135, \gamma z(90, 135), 0, 0, 0)_0 \\ N1 \leftarrow \frac{P1P2 \times P1P4}{|P1P2 \times P1P4|} \\ N2 \leftarrow \frac{P1P5 \times P1P2}{|P1P5 \times P1P2|} \\ N3 \leftarrow \frac{P5P8 \times P5P6}{|P5P8 \times P5P6|} \\ Ns \leftarrow (Ne \ N1 \ N2 \ N3)^T \end{cases}$$

```

for m ∈ 0.. N - 1
  for n ∈ 0.. N - 1
    
$$\begin{cases} K0_{m,n} \leftarrow (\cos(\text{rad}(\alpha x)) \cos(\text{rad}(\beta y)) \cos(\text{rad}(\gamma z(\alpha x, \beta y))))^T \\ r0_{m,n} \leftarrow (x_m \quad -20 \quad z_n)^T \end{cases}$$

    K1 ← K(K0, Ne, na, ne)
    K2 ← K(K1, N1, na, nD)
    K3 ← K(K2, N2, nD, nD)
    K4 ← K(K3, N3, nD, na)
    Ks ← (K1 K2 K3 K4)T
    re ← (H ÷ 2 W ÷ 2 W ÷ 2)
    cpz ← Puntoenz(Ne, N1, N2, N3, b, reT)
    r1 ← r(r0, K0, Ne, (0 0 cpz0)T)
    r2 ← r(r1, K1, N1, (0 0 cpz1)T)
    r3 ← r(r2, K2, N2, (0 0 cpz2)T)
    r4 ← r(r3, K3, N3, (0 0 cpz3)T)
    r5 ← r(r4, K4, N4, Pz)
    rs ← 
$$\begin{pmatrix} r0 & r1 \\ r2 & r3 \\ r4 & r5 \end{pmatrix}$$

    for m ∈ 0.. N - 1
      for n ∈ 0.. N - 1
        
$$\begin{cases} xe_{m,n} \leftarrow (r2_{m,n})_0 \\ ye_{m,n} \leftarrow (r2_{m,n})_1 \\ ze_{m,n} \leftarrow (r2_{m,n})_2 \\ xs_{m,n} \leftarrow (r5_{m,n})_0 \\ ys_{m,n} \leftarrow (r5_{m,n})_1 \\ zs_{m,n} \leftarrow (r5_{m,n})_2 \end{cases}$$


```

$$\begin{aligned}
I_{xe} &\leftarrow \text{submatrix}(x_e, \text{liminf}, \text{rows}(x_e) - \text{limsup}, \text{liminf}, \text{cols}(x_e) - \text{limsup}) \\
I_{ye} &\leftarrow \text{submatrix}(y_e, \text{liminf}, \text{rows}(y_e) - \text{limsup}, \text{liminf}, \text{cols}(y_e) - \text{limsup}) \\
I_{ze} &\leftarrow \text{submatrix}(z_e, \text{liminf}, \text{rows}(z_e) - \text{limsup}, \text{liminf}, \text{cols}(z_e) - \text{limsup}) \\
I_{xs} &\leftarrow \text{submatrix}(x_s, \text{liminf}, \text{rows}(x_s) - \text{limsup}, \text{liminf}, \text{cols}(x_s) - \text{limsup}) \\
I_{ys} &\leftarrow \text{submatrix}(y_s, \text{liminf}, \text{rows}(y_s) - \text{limsup}, \text{liminf}, \text{cols}(y_s) - \text{limsup}) \\
I_{zs} &\leftarrow \text{submatrix}(z_s, \text{liminf}, \text{rows}(z_s) - \text{limsup}, \text{liminf}, \text{cols}(z_s) - \text{limsup}) \\
\begin{pmatrix} I_{xe} & I_{xs} \\ I_{ye} & I_{ys} \\ I_{ze} & I_{zs} \\ N_s & r_s \\ K1 & CM \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Análisis del caso real (errores de manufactura en prisma y desalineaciones en prisma y espejo)

Normal de referencia a la superficie del espejo colocado a 45° (referirse a la Fig. 4.3)

$$X_{uni} := \begin{pmatrix} 0 \\ -0.707 \\ 0.707 \end{pmatrix}$$

Programa que realiza el trazo de rayos en prisma real (errores de manufactura) y desalineaciones en prisma y espejo. Determinar la desviación resultante del vector director a través del espejo y prisma.

Algoritmo del caso real

Variables obtenidas del trazo de rayos en el caso real (R):

R_xe: Matriz de la coordenada x de los rayos en la cara de entrada del prisma.

R_ye: Matriz de la coordenada y de los rayos en la cara de entrada del prisma.

R_ze: Matriz de la coordenada z de los rayos en la cara de entrada del prisma.

R_xs: Matriz de la coordenada x de los rayos en el plano imagen.

R_ys: Matriz de la coordenada y de los rayos en el plano imagen.

R_zs: Matriz de la coordenada z de los rayos en el plano imagen.

N_s: Arreglo de vectores que contiene las normales a cada superficie para cada escenario.

r_s: Arreglo de matrices que contiene las coordenadas de los puntos de intersección de los rayo en cada superficie para cada escenario.

ΔK: Cambio del vector director de los rayos a la salida del prisma entre el caso ideal y real para cada los casos modelados.

c: Arreglo de vectores que muestra el centro de gravedad del prisma para cada escenario.

P_s: Arreglo que muestra la desviación de los ángulos directores de la normal al espejo para en cada caso

K_s: Arreglo que contiene los vectores directores de los rayos, entre interfaces, para cada escenario modelado.

$$\begin{pmatrix} \text{Rxe} & \text{Rxs} \\ \text{Rye} & \text{Rys} \\ \text{Rze} & \text{Rzs} \\ \text{Ns} & \text{rs} \\ \Delta\mathbf{K} & \mathbf{c} \\ \text{Ps} & \text{Ks} \end{pmatrix} := \begin{array}{l} \text{mv} \leftarrow \mathbf{M} \\ \text{incGP} \leftarrow 1 \\ \text{incGE} \leftarrow 1 \\ \text{IMC} \leftarrow \text{ICM} \\ \text{for } i \in 0.. \text{repite} - 1 \\ \quad \text{b} \leftarrow \text{mv} \\ \quad \text{incGP} \leftarrow i \text{ if } \text{CP} = 1 \\ \quad \text{incGE} \leftarrow i \text{ if } \text{CE} = 1 \\ \quad \text{b} \leftarrow \text{MRotate}(\text{b}, \text{incGP} \cdot \text{p}\xi, \text{incGP} \cdot \text{p}\eta, \text{incGP} \cdot \text{p}\gamma) \\ \quad \text{b} \leftarrow \text{MantenerPosicion}(\text{b}, \text{IMC}) \\ \quad \text{CM2}_i \leftarrow \text{TresDCentroGrav}(\text{b}^{(0)}, \text{b}^{(1)}, \text{b}^{(2)}) \\ \quad \text{Ne} \leftarrow \begin{cases} \text{NN} \leftarrow \text{Normaldetermine}(90, 90, \gamma z(90, 90), \text{incGE} - \text{int}\xi, \text{incGE} \text{intr}\eta, 0)_1 \\ \text{Normaldetermine}(\text{NN}_0, \text{NN}_1, \gamma z(\text{NN}_0, \text{NN}_1), -45, 0, 0)_0 \end{cases} \\ \quad \text{N1} \leftarrow \text{NE1}_i \\ \quad \text{N2} \leftarrow \text{Normaldetermine}(180, 90, 90, \text{incGP} \cdot \text{p}\xi, \text{incGP} \cdot \text{p}\eta, \text{incGP} \cdot \text{p}\gamma)_0 \\ \quad \text{N3} \leftarrow \text{NE3}_i \\ \quad \text{Ns}_i \leftarrow (\text{Ne} \ \text{N1} \ \text{N2} \ \text{N3})^T \\ \quad \text{for } m \in 0.. \text{N} - 1 \\ \quad \quad \text{for } n \in 0.. \text{N} - 1 \\ \quad \quad \quad \begin{cases} \text{K0}_{m,n} \leftarrow (\cos(\text{rad}(\alpha x)) \ \cos(\text{rad}(\beta y)) \ \cos(\text{rad}(\gamma z(\alpha x, \beta y))))^T \\ \text{r0}_{m,n} \leftarrow (x_m \ -20 \ z_n)^T \end{cases} \\ \quad \quad \theta_i \leftarrow \text{gra} \left(\text{acos} \left(\frac{\text{Ne} \cdot \text{Xuni}}{|\text{Ne}| \cdot |\text{Xuni}|} \right) \right) \\ \quad \quad \text{K1} \leftarrow \text{K}(\text{K0}, \text{Ne}, \text{na}, \text{ne}) \\ \quad \quad \text{K2} \leftarrow \text{K}(\text{K1}, \text{N1}, \text{na}, \text{nD}) \\ \quad \quad \text{K3} \leftarrow \text{K}(\text{K2}, \text{N2}, \text{nD}, \text{nD}) \\ \quad \quad \text{K4} \leftarrow \text{K}(\text{K3}, \text{N3}, \text{nD}, \text{na}) \\ \quad \quad \text{Ks}_i \leftarrow (\text{K1} \ \text{K2} \ \text{K3} \ \text{K4})^T \\ \quad \quad \text{DVresultant} \leftarrow \left(\frac{\text{K1}}{2}, \frac{\text{N}}{2} + \frac{\text{K2}}{2}, \frac{\text{N}}{2} + \frac{\text{K3}}{2}, \frac{\text{N}}{2} + \frac{\text{K4}}{2}, \frac{\text{N}}{2} \right) \div \left(\left(\frac{\text{K1}}{2}, \frac{\text{N}}{2} + \frac{\text{K2}}{2}, \frac{\text{N}}{2} + \frac{\text{K3}}{2}, \frac{\text{N}}{2} + \frac{\text{K4}}{2}, \frac{\text{N}}{2} \right) \right) \\ \quad \quad \Delta k_i \leftarrow \text{radsec} \left(\frac{\text{K4}}{2}, \frac{\text{N}}{2} - \text{IK1} \frac{\text{N}}{2}, \frac{\text{N}}{2} \right) \\ \quad \quad \text{P}_i \leftarrow \begin{bmatrix} (\text{b}^T)^{(0)} & (\text{b}^T)^{(1)} & (\text{b}^T)^{(2)} & (\text{b}^T)^{(3)} \\ (\text{b}^T)^{(4)} & (\text{b}^T)^{(5)} & (\text{b}^T)^{(6)} & (\text{b}^T)^{(7)} \end{bmatrix} \end{array}$$


```

re ← (H ÷ 2 W ÷ 2 W ÷ 2)
cpz ← Puntoenz(Ne, N1, N2, N3, b, reT)
r1 ← r(r0, K0, Ne, (0 0 cpz0)T)
r2 ← r(r1, K1, N1, (0 0 cpz1)T)
r3 ← r(r2, K2, N2, (0 0 cpz2)T)
r4 ← r(r3, K3, N3, (0 0 cpz3)T)
r5 ← r(r4, K4, N4, Pz)
rsi ←  $\begin{pmatrix} r0 & r1 \\ r2 & r3 \\ r4 & r5 \end{pmatrix}$ 
for m ∈ 0.. N - 1
  for n ∈ 0.. N - 1
    xem,n ← (r2m,n)0
    yem,n ← (r2m,n)1
    zem,n ← (r2m,n)2
    xsm,n ← (r5m,n)0
    ysm,n ← (r5m,n)1
    zsm,n ← (r5m,n)2
  Rxe1 ← submatrix(xe, liminf, rows(xe) - limsup, liminf, cols(xe) - limsup)
  Rye1 ← submatrix(ye, liminf, rows(ye) - limsup, liminf, cols(ye) - limsup)
  Rze1 ← submatrix(ze, liminf, rows(ze) - limsup, liminf, cols(ze) - limsup)
  Rxs1 ← submatrix(xs, liminf, rows(xs) - limsup, liminf, cols(xs) - limsup)
  Rys1 ← submatrix(ys, liminf, rows(ys) - limsup, liminf, cols(ys) - limsup)
  Rzs1 ← submatrix(zs, liminf, rows(zs) - limsup, liminf, cols(zs) - limsup)
 $\begin{pmatrix} Rxe & Rxs \\ Rye & Rys \\ Rze & Rzs \\ Ns & rs \\ \Delta k & CM2 \\ \theta & Ks \end{pmatrix}$ 

```

La información resultante se emplea para obtener los datos referentes a la diferencia de camino óptico, desviación del vector director de los rayos, así como la distorsión y el desplazamiento del centroide de la imagen. Lo anterior con el fin de determinar las condiciones adecuadas de ingeniería para el buen desempeño del interferómetro de desplazamiento rotacional.