

Disertación de Maestría



**Análisis de Atenuación, Dispersión y
Automodulación de Fase en Sistemas
de Comunicaciones de Único Canal
por Fibra Óptica a 10 Gb/s**

Presenta:

Ing. Andrés González García

**COMO REQUERIMIENTO PARA LA
OBTENCIÓN DEL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS (ÓPTICAS)**

ASESOR DE TESIS

Dr. José Alfredo Álvarez Chávez

León Guanajuato, México

HOJA DE APROBACION

Disertación defendida y aprobada en ____ / ____ / _____,

Por la comisión de evaluadores

Dr. José Alfredo Álvarez Chávez (Investigador del C.I.O)

Dr. Gabriel Ramos Ortiz (Investigador del C.I.O)

Dr. Olivier Pottiez (Investigador del C.I.O)

Coordinador del curso de Maestría

ANDRES GONZALEZ GARCIA

Disertación presentada al Centro de Investigaciones en Óptica (A.C), como parte de los requisitos para optar al título de Maestría en Ciencias (Óptica).

ORIENTADOR: Dr. José Alfredo Álvarez Chávez

León Guanajuato México

2007

DEDICATORIA

A Dios nuestro creador, por darme salud, inteligencia y una vida llena de gracias y relaciones, haciendo de mí un vencedor en el santo nombre.

A mis padres, Andrés González Delgado y Ángela García Pautt, por el incentivo y el inmenso amor y por los ejemplos como me criaron.

A mi adorada esposa, Mónica Yaneth Rojas Rodríguez, por tantos años de sacrificio y por su gran apoyo en los momentos más difíciles, a los mejores hermanos de este mundo y a todos mis amigos que me ayudaron en este país (México).

AGRADECIMIENTOS.

Cuando me sentí solo, me diste..."Todo poder para salir a delante...", y en los momentos en que pensé desistir..."Tome tu cruz e insignia..." y muchas veces las fuerzas se me agotaron y el camino se torno oscuro..."Yo seguí la luz verdadera y la seguiré eternamente..." obligado a ser mi padre mi Dios verdadero que me ama incondicionalmente. Es por eso que me agrada compartir mi alegría con aquellos que lograron posible este trabajo.

Al CONACYT, por la beca No. 203473, por la cual fue posible realizar esta maestría y al proyecto No. 50265, "Láseres de Fibras Ópticas de Doble Revestimiento", de Ciencia Básica.

A mi orientador, el Dr. José Alfredo Álvarez Chávez, por ayudarme en la conducción de este trabajo.

Un agradecimiento especial al Dr. Gabriel Ramos Ortiz, quien me brindo la posibilidad de trabajar en su laboratorio.

A los mejores amigos de la republica mexicana (Lelio de la Cruz May, Martín Olmos, Sergio Romero Servín). A mis otros amigos (Luís, Blanca, Saray, Flor, Makir) y a todos los de dirección de formación académica (Guillermina, Laura, Dr. Francisco).

Y mi cariño obligado a mi hija Laura Sofía a quien dedico este triunfo más en la vida.

Resumen.

González, G. A. sobre el estudio de los efectos lineales y no-lineales de la atenuación, dispersión y Automodulación de Fase en diferentes tipos de fibras ópticas utilizadas en sistemas de comunicaciones a velocidades de transmisión de 10 Gb/s. León Guanajuato México, 2007.
Centro de investigaciones en Óptica (A.C).

En este trabajo son estudiados los fenómenos que ocurren en la propagación de pulsos de luz en fibras ópticas en sistemas de comunicaciones óptica a velocidades de 10 Gb/s [1], [7], [13].

El estudio esta basado en la ecuación no-lineal de Schrödinger (NLSE), que se obtiene a partir de las ecuaciones de Maxwell, en el cual se considera un medio con susceptibilidad no-lineal. El modelo matemático adoptado para la susceptibilidad viene dado por el efecto Kerr, el, cual indica una dependencia de la potencia del campo óptico. De este modo tenemos un índice de refracción lineal dependiente de la frecuencia, el cual crea el carácter dispersivo del medio, y un aparte no-lineal que es independiente de la frecuencia. Se considera de ayuda preservar la polarización de la luz incidente en la fibra óptica, para poder usar un modelo escalar, esto implica despreciar el carácter vectorial de la ecuación de propagación.

En la ecuación NLSE incluye los fenómenos de las perdidas, dispersión y el efecto no-lineal de la Automodulación de fase (SPM), siendo resuelta analíticamente para algunos casos particulares. En este trabajo contribuyo a una interpretación teórica de las soluciones, en el dominio del tiempo y de la frecuencia, y la confirmación numérica de estas soluciones a partir de simulaciones computacionales utilizando la herramienta computacional de MATLAB, basándose en el método numérico del paso simetrizado de Fourier ("Split-Step Fourier"-SSF).

El énfasis de este trabajo esta en el estudio de la Automodulación de Fase (SPM), para el entendimiento de este fenómeno, se reprodujeron diversos resultados

encontrados en la literatura especializada, citadas en las referencias. La eficacia de este fenómeno está relacionado con las características de la luz incidente, tales como: duración y forma temporal del pulso, frecuencia central de la portadora, potencia óptica, para las características de las fibras ópticas en la región de operación: dispersión cromática de 1^{er} orden, área efectiva, índice no-lineal de refracción y pérdidas. Estos parámetros fueron considerados de acuerdo a las fibras ópticas comercialmente disponibles en los mercados.

Palabras claves: Fibras Ópticas, Dispersión, Automodulación de Fase.

Abstract.

Gonzalez, G. A. On the study of the linear and nonlinear effects of attenuation, dispersion and Self-Phase Modulation in optical fibres. León, Guanajuato, México, 2007.

Centro de Investigaciones en Optica (A.C).

In this work several phenomena that occur during the propagation of light pulses in optical fibres [1], [7], [13] are studied.

The study is based on the Nonlinear Schrödinger Equation (NLSE), which is derived from Maxwell's equations, considering a nonlinear susceptibility. The mathematical model that was adopted for the susceptibility comes from the Kerr Effect, which implies a dependence with the power of the optical field. From this model the refractive index has a linear part that depends on the frequency described by the dispersive character of the medium, and a nonlinear part that is independent of frequency. The preservation of polarization of the incident light in the fibre was still assumed, making possible the use of a scalar model, which is, neglecting the vectorial character of the propagation equation.

The NLSE equation includes the phenomena of losses, dispersion and the nonlinear effect of Self-Phase Modulation (SPM) and we present an analytical solution for some particular cases. In this work the theoretical interpretation of these solutions, in both time and frequency domains is discussed, and these results are compared with the numerical solutions obtained from simulations done using the MATLAB platform and based on the Split-Step Fourier (SSF) algorithm.

The emphasis of the work is concentrated on the study of the SPM. For a good understanding of this phenomenon, several results found in the specialized literature, and cited in the list of references, has been reproduced. The effectiveness of this phenomenon is reported to the characteristics of the incident light such as: temporal duration and sharpness of the pulse, central frequency of

the carrier, optical power, besides the characteristics of the optic fibre at the operating wavelength: 1st-order chromatic dispersion, effective area, nonlinear refractive index and loss. The values chosen for these parameters are consistent with those of commercially available optical fibres.

Keywords: Optical Fibre, Chromatic Dispersion, Self-Phase Modulation.

ÍNDICE ANALITICO.

Lista de Figuras.....	I
Lista de Tablas.....	III
Lista de Símbolos.....	IV
Lista de Siglas.....	VII
Resumen.....	VIII
Abstract.....	X
Capítulo 1	1
1.1. Dispersión Introducción	2
1.2. Dispersión de pulsos gaussianos con chirp.....	3
1.3. Ensanchamiento de pulsos gaussianos con chirp.....	5
1.4. Automodulación de fase (SPM).....	8
1.5. Efectos de las Automodulación de fase en pulsos gaussianos.....	10
1.6. Modulación de fase cruzada (XPM).....	13
1.7. Mezclado de cuatro ondas (FWM).....	14
1.8. Esparcimiento estimulado de Raman.....	15
1.9. Esparcimiento estimulado de Brillouin.....	17
Referencias.....	19

Capitulo 2	20
2.1. Propagación de pulsos en enlaces de alta velocidad en fibras ópticas....	20
2.2. Ecuaciones de Maxwell.....	20
2.2.1. Modos de la fibra.....	21
2.2.2. Ecuación de eigenvalores.....	21
2.2.3. Condición de modo simple.....	23
2.3. Ecuación de propagación de pulsos.	23
2.3.1. Propagación de pulsos en medios no-lineales... ..	24
2.4. Método de Split-Step de Fourier.....	33
Referencias.....	35
Capitulo 3	37
3.1. Simulación de un sistema de comunicaciones por fibras ópticas de único canal a 10Gb/s.....	37
3.2. Leyes de escala.....	40
3.3. Parámetros del sistema.....	41
3.4. Tolerancia a variaciones de la potencia pico de la señal.....	42
3.5. Potencia presupuestada.....	46
3.6. Tolerancia a las variaciones de dispersión promedio.....	48
3.7. Tolerancia a la dispersión de polarización.....	49
3.8. Tolerancia a la atenuación.....	51
Referencias.....	53

Capitulo 4	55
4.1. Consideraciones Final.....	55
4.2. Contribuciones de este trabajo.....	55
4.3. Trabajo a futuro.....	56
Anexo A	57
Anexo B	58

Capítulo 1

INTRODUCCION A LOS EFECTOS LINEALES Y NO-LINEALES EN FIBRAS OPTICAS.

En esta tesis se trata de estudiar los efectos de atenuación, dispersión cromática, dispersión por polarización y Automodulación de Fase, que se presentan en los sistemas de comunicaciones a tasas de transmisión de 10 Gb/s. se presenta también una revisión de los conceptos básicos necesarios para entender el funcionamiento de los sistemas de comunicaciones ópticas de alta capacidad que han posibilitado las comunicaciones a nivel mundial.

La era moderna de las comunicaciones empieza en 1830 con la invención del telégrafo. En 1980 se realiza la primera comunicación a 45 Mb/s, colocando fin a un periodo de más de 100 años dominado por las comunicaciones analógicas. Para mediados del siglo XX ya se podía decir que transmitir información por medio de luz podía incrementar la capacidad de los sistemas de comunicación. Sin embargo hasta la invención del láser en 1960 se pudo contar con una fuente emisora de luz coherente.

El problema siguiente fue el de encontrar un medio de transporte adecuado para la transmisión de la luz y fue así que en 1966 surgió la primera fibra óptica, que permitió resolver este problema. Sin embargo, las fibras ópticas en esa época presentaban grandes atenuaciones para la señal del orden de un decibel por metro, lo cual era demasiado para las comunicaciones ópticas. En 1970 se fabrican las primeras fibras con baja atenuación para longitudes de onda de 1000 nm y los láseres de semiconductores que operaban en temperatura ambiente, lo que permitió compactar las fuentes ópticas. Esto trajo como consecuencia la disponibilidad de fibras a baja atenuación y el desarrollo de los sistemas de comunicaciones de alta capacidad.

Pero todo este desarrollo tecnológico en la producción de fibras ópticas con menores atenuaciones en las ventanas de las telecomunicaciones y el desarrollo de nuevas tecnologías para láseres de semiconductores no ha podido evitar las limitaciones debidas a los efectos lineales y no-lineales a que están sometidos los pulsos al viajar dentro de una fibra óptica.

En esta tesis se tratara el análisis de tales efectos para un sistema de único canal cuya tasa de operación es de 10 Gb/s, utilizando tres tipos de fibras a saber SMF-28, DSF, LEAF, con sus características técnicas para cada fibra, se

desarrollaran simulaciones computacionales y se estudiarán los efectos de atenuación, dispersión cromática y Automodulación de Fase (*Self-Phase modulation*, SPM), y parámetros importantes como la dispersión por polarización y las penalidades de potencia impuestos por la atenuación cuando el sistema no cuenta con amplificadores.

DISPERSION EN LA FIBRA.

1.1 Introducción.

La dispersión es un fenómeno por el cual un pulso se deforma a medida que se propaga a través de la fibra óptica. Sin embargo, existen varios tipos de dispersión, como la dispersión modal, la dispersión por polarización de modo y la dispersión cromática, que es la que se trata aquí, y según la cual las diferentes componentes espectrales de una señal viajan a velocidades diferentes en la fibra.

La dispersión cromática tiene dos componentes:

- **Dispersión material:** es el principal causante de la dispersión, y consiste en que el índice de refracción de la sílice, material usado para fabricar las fibras ópticas, depende de la frecuencia óptica. Por ello, las componentes de distintas frecuencias viajan a velocidades diferentes por la sílice.
- **Dispersión por guiado de onda:** para comprender esta componente hay que recordar que la potencia de un modo se propaga parcialmente por el núcleo y parcialmente por el revestimiento. El índice efectivo de un modo se sitúa entre el índice de refracción del núcleo y del revestimiento, acercándose más a uno u otro dependiendo de cuál sea el porcentaje de la potencia que se propaga por ellos (si la mayor parte de la potencia está contenida en el núcleo, el índice efectivo estará más cerca del índice de refracción del núcleo). Como la distribución de la potencia de un modo entre el núcleo y el revestimiento depende de la longitud de onda, si la longitud de onda cambia, la distribución de potencia también cambia, provocando un cambio en el índice efectivo o constante de propagación del modo.

Por lo tanto, aún en ausencia de dispersión material, es decir, aunque los índices de refracción del núcleo y del revestimiento sean independientes de la longitud de onda, si la longitud de onda varía, seguiría produciéndose el fenómeno de la dispersión debido a la dispersión por guiado de onda.

Analizando la dispersión de forma matemática, ésta se produce porque la constante de propagación β no es proporcional a la frecuencia angular ω , es decir $\frac{d\beta}{d\omega}$ no es independiente de ω . El término $\frac{d\beta}{d\omega}$ se denota por β_1 , y

a $1/\beta_1$, se le denomina velocidad de grupo, que es la velocidad a la que un pulso se propagaría a lo largo de la fibra en ausencia de dispersión. Pero como $\beta_2 = d^2\beta/d\omega^2$ es distinto de cero, se produce la dispersión. A este parámetro β_2 se le denomina parámetro de dispersión de la velocidad de grupo (*Group Velocity Dispersion, GVD*), y es el que gobierna la dispersión, también conocida como dispersión de velocidad de grupo.

1.2. Dispersión de pulsos gaussianos con chirp

Los pulsos gaussianos son pulsos cuya envolvente es una función gaussiana, y cuando la frecuencia del pulso varía con el tiempo se dice que tienen chirp, es decir determina el grado de variación temporal de la frecuencia del pulso. Si el parámetro de chirp k es positivo, la frecuencia del pulso aumenta linealmente con el tiempo, y si k es negativo, disminuye linealmente con el tiempo. Las razones por la que se suele emplear esta familia de pulsos en el estudio de la dispersión son:

1. Por conveniencia matemática, puesto que la transformada de Fourier de un pulso gaussiano es también un pulso gaussiano;
2. porque los pulsos emitidos por los láseres fabricados con semiconductores, cuando se modulan directamente, adquieren un cierto chirp, el valor que se acepta es de un 10% el valor del bit según la SONET/SDH;
3. porque tanto la dispersión como algunos efectos no lineales pueden provocar que pulsos que inicialmente no tienen chirp lo adquieran al propagarse por la fibra.

La expresión matemática de un pulso gaussiano es la siguiente:

$$g(t) = \text{Real}\{G(t)\} = \text{Real}\{A(z=0, t)e^{j\omega_0 t}\} = \text{Real}\left\{A_0 e^{-\frac{1-jk}{2}\left(\frac{t}{T_0}\right)^2} e^{j\omega_0 t}\right\} = A_0 e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t}{T_0}\right)^2} \cos\left(\omega_0 t + \frac{k}{2}\left(\frac{t}{T_0}\right)^2\right) \quad (1.1)$$

Donde A_0 es la amplitud de pico del pulso (en campo eléctrico), T_0 determina la anchura, pero en realidad corresponde a la mitad de la anchura del pulso en el punto de intensidad $1/e$, ω_0 es la frecuencia central del pulso y k es el factor de chirp, que determina el grado de variación de la frecuencia del pulso. Si k es positivo, la frecuencia del pulso aumenta linealmente con el tiempo, y si k es negativo, disminuye linealmente con el tiempo. A continuación en la Fig.1.1, se puede ver la representación gráfica de un pulso gaussiano con chirp negativo

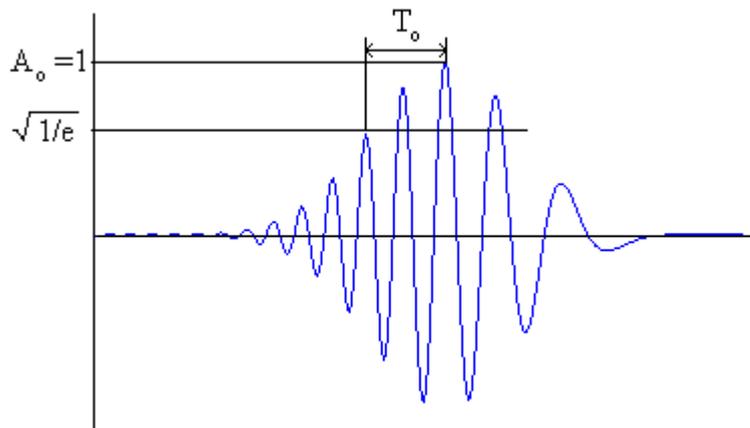


Fig.1.1. Amplitud de un pulso gaussiano con factor $k = -3$

Para ver cómo afecta la dispersión a un pulso gaussiano hay que ver cómo varía el pulso con la distancia z . Para ello, se toma la función compleja del pulso ($G(t)$) y se le aplica la Transformada de Fourier. Así se obtiene $G(0, \omega)$, y como $G(z, \omega) = G(0, \omega)e^{-j\beta z}$, se puede obtener la expresión compleja del pulso dependiendo de la distancia.

Después, para obtener la expresión compleja del pulso en el tiempo se necesita realizar la Transformada de Fourier inversa de $G(z, \omega)$, pero surge el problema de la dependencia que tiene la constante de propagación β con ω . Para resolver esta situación, se asume que la anchura espectral del pulso es muy inferior a la frecuencia de trabajo ω_0 (hipótesis razonable en los sistemas de comunicaciones ópticas) y se toma el desarrollo en serie de Taylor de $\beta(\omega)$, ecuaciones 1.2 y 1.3:

$$\beta(\omega) = \beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2 \beta_2 \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} \beta_0 &= \beta \Big|_{\omega=\omega_0} \\ \beta_1 &= \frac{d\beta}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} \\ \beta_2 &= \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \Big|_{\omega=\omega_0} \end{aligned} \quad (1.3)$$

Una vez hecho esto, se realiza la Transformada de Fourier inversa de $G(z, \omega)$ y se obtiene $G(z, t) = A(z, t)e^{j\omega_0 t - j\beta_0 z}$.

De esta forma, se deduce que la ecuación que muestra la evolución de un pulso gaussiano con chirp en el tiempo y la distancia es la siguiente:

$$g(z, t) = \text{Re al} \left\{ \frac{A_0 T_0}{\sqrt{T_0^2 + j\beta_2 z(1 - jk)}} e^{-\frac{(1 - jk)(t - \beta_1 z)^2}{2(T_0^2 + j\beta_2 z(1 - jk))}} e^{j\omega_0 t - j\beta_0 z} \right\} \quad (1.4)$$

Que es equivalente a la que aparece en muchos libros [1], [2] y [3] que han partido de un pulso gaussiano que se propaga en el sentido opuesto de la distancia z (basta con cambiar de signos a k , z y t) de la forma siguiente:

$$g(z, t) = \text{Re al} \left\{ \frac{A_0 T_0}{\sqrt{T_0^2 - j\beta_2 z(1 + jk)}} e^{-\frac{(1 + jk)(t - \beta_1 z)^2}{2(T_0^2 - j\beta_2 z(1 + jk))}} e^{-j\omega_0 t + j\beta_0 z} \right\} \quad (1.5)$$

Ídem

Esta expresión consta de tres factores, de los cuales los dos primeros forman la envolvente compleja del pulso, que resulta ser una envolvente gaussiana cuya anchura varía con la distancia, y el último factor es el que describe la propagación del pulso.

1.3 Ensanchamiento de pulsos gaussianos con chirp

Partiendo de la expresión de la propagación de un pulso gaussiano con chirp $G(z, t)$, si se le aplica el módulo se obtiene que la envolvente de dicho pulso gaussiano se propague según:

$$|A(z, t)| = \frac{A_0 T_0}{\sqrt[4]{(T_0^2 + \beta_2 z k)^2 + (\beta_2 z)^2}} e^{-\frac{\tau^2}{2T_0^2 \left(\left(1 + \frac{\beta_2 z k}{T_0^2} \right) + \left(\frac{\beta_2 z}{T_0^2} \right)^2 \right)}} \quad (1.6)$$

Esta ecuación demuestra que a medida que un pulso gaussiano se va propagando a lo largo de la fibra, su envolvente sigue siendo la de un pulso gaussiano, pero que se va dispersando variando así su anchura, y esta variación depende del signo del producto $k\beta_2$. Esto se puede apreciar con mayor claridad observando la relación entre las anchuras del pulso al comienzo de la fibra T_0 , y tras recorrer una cierta distancia T_z ,

$$\frac{T_z}{T_0} = \sqrt{\left(1 + \frac{\beta_2 z k}{T_0^2}\right)^2 + \left(\frac{\beta_2 z}{T_0^2}\right)^2} \quad (1.7)$$

Si $k\beta_2 > 0$ la anchura del pulso va aumentando (el pulso se ensancha) y si $k\beta_2 < 0$ va disminuyendo (el pulso se comprime), al menos inicialmente como se podrá comprobar con las aplicaciones interactivas que se muestran más adelante.

Por ejemplo, si se transmite un pulso sin chirp ($k = 0$) con una anchura inicial $T_0 = 0.2$ ns, por una fibra con un valor $\beta_2 = -22$ ps²/km (valor razonable para fibras monomodo estándar en la banda de 1,55 μm), debido a la dispersión, la anchura del pulso irá aumentando a medida que éste se vaya propagando, y a una distancia de 3.600 km la anchura será $T_z/T_0 = 0.4436$ como se muestra en la Fig.1.2.

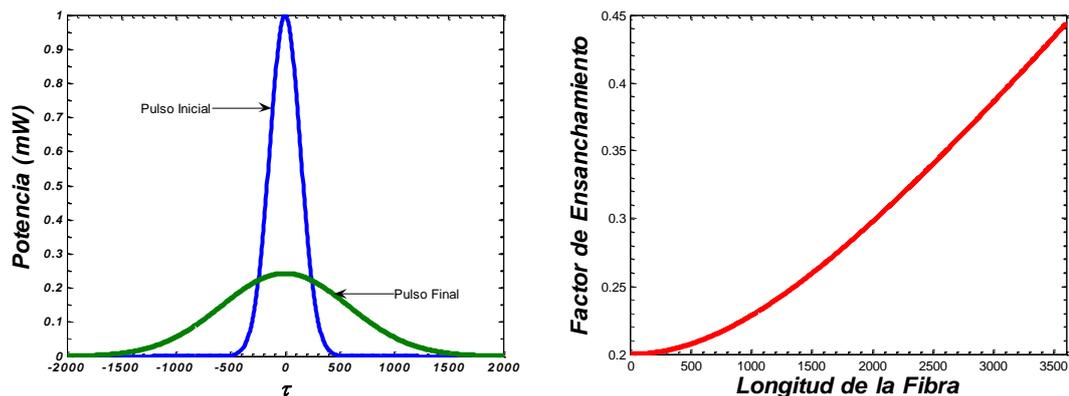


Fig.1.2. Dispersión de un pulso gaussiano sin chirp y factor de ensanchamiento para el pulso, con $T_0 = 200$ ps.

Se suele definir un parámetro denominado longitud de dispersión de la forma $L_D = T_0^2 / |\beta_2|$, que se considera una medida normalizada en el estudio de la dispersión. La principal importancia de este parámetro radica en que cuando $z \ll L_D$, los efectos de la dispersión apenas se aprecian.

El hecho de asumir que los sistemas de comunicaciones ópticas se comportan linealmente es una aproximación adecuada cuando se opera a unos niveles de potencia moderados (unos pocos mW) y a velocidades de transmisión que no superen los 2.5 Gb/s. Sin embargo, a velocidades o potencias superiores ya empiezan a ser importantes los efectos no lineales, y en el caso de sistemas WDM estos efectos son importantes incluso con potencias y velocidades de

transmisión moderadas, condicionando el número de canales del sistema y la separación entre ellos.

Las no linealidades se pueden clasificar en dos categorías:

- las que se producen debido a la dependencia del índice de refracción con la intensidad del campo aplicado, que a su vez es proporcional al cuadrado de la amplitud: Automodulación de Fase (SPM), modulación de fase cruzada (CPM) y la mezcla de cuatro ondas (FWM);
- las que se producen por efectos de esparcimiento en la fibra, debido a la interacción de las ondas de luz con los fonones (vibraciones moleculares) en el silicio: esparcimiento estimulado de Raman (SRS) y el esparcimiento estimulado de Brillouin (SBS).

La respuesta de cualquier dieléctrico a campos electromagnéticos intensos es una respuesta no lineal. Por lo tanto, al aplicar un campo eléctrico E a una fibra óptica, aparece un campo de polarización inducida P que resulta no ser lineal con el campo E . En condiciones de homogeneidad, isotropía, pero no linealidad, este campo P se puede expresar de la forma siguiente:

$$P(r,t) = P_L(r,t) + P_{NL}(r,t) \quad (1.8)$$

Donde $P_L(r,t)$ corresponde a la polarización en condiciones de linealidad y $P_{NL}(r,t)$ se denomina polarización no lineal. Además se cumple que:

$$P_{NL}(r,t) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} E^3(r,t) \quad (1.9)$$

Donde $\chi^{(3)}$ recibe el nombre de susceptibilidad eléctrica no lineal de tercer orden. La susceptibilidad no lineal de segundo orden $\chi^{(2)}$ no se tiene en cuenta por carecer de importancia en materiales con centro simétrico como es el caso del SiO_2 .

El índice de refracción $\tilde{n}(E)$ está relacionado con la susceptibilidad mediante la relación:

$$\tilde{n}(E) = n + \frac{3}{8n} \chi^{(3)} E^2, \quad (1.10)$$

donde \tilde{n} , es el índice de refracción de la fibra y n , es el índice de refracción lineal a baja intensidad acusante de la dispersión cromática. La polarización no lineal es la causante de que el índice de refracción llegue a depender de la intensidad del campo dando lugar a efectos no lineales como el SPM, CPM o FWM.

Por otra parte, en los efectos de esparcimiento, un fotón de la onda incidente desaparece para dar lugar a un fotón de frecuencia inferior y un fonón con la energía y el momento adecuado. De esta forma, a medida que la onda incidente se propaga por la fibra, pierde potencia que va a formar otra onda llamada onda Stokes. En general, los fenómenos de esparcimiento se caracterizan por un coeficiente de ganancia g , y una potencia umbral a partir de la cual los efectos comienzan a ser notables.

1.4 Automodulación de Fase (SPM)

El efecto SPM surge debido a que el índice de refracción de la fibra tiene una componente dependiente de la intensidad. Este índice de refracción no lineal induce un desplazamiento de fase que es proporcional a la intensidad del pulso. De esta forma, las diferentes partes del pulso sufren diferentes desplazamientos de fase lo que provoca que el pulso adquiera un cierto chirp, que a su vez modificará los efectos de la dispersión sobre el pulso.

Para comprender el efecto de la SPM, se puede considerar un sistema de un único canal donde el campo eléctrico es de la forma:

$$E(z,t) = E \cos(\omega_0 t - \beta_0 z). \quad (1.11)$$

En presencia de SPM, para determinar cómo evoluciona dicho campo a lo largo de la fibra se necesita hallar la constante de propagación β_0 . Al resolver la ecuación de onda que incluye los efectos de la SPM, se puede encontrar que la ecuación simplificada para la constante de propagación β_0 es la siguiente:

$$\beta_0 = \frac{\omega}{c} \left(n + \frac{3}{8n} \chi^{(3)} E^2 \right) \quad (1.12)$$

De esta forma el campo eléctrico $E(z,t)$ es una senoide cuya fase cambia con $E^2 z$.

Puesto que la relación entre β y el índice de refracción n en el régimen lineal es $\beta = \omega n / c$, la ecuación anterior se puede interpretar como una dependencia del índice de refracción con la intensidad de la forma:

$$\tilde{n}(E) = n + \frac{3}{8n} \chi^{(3)} E^2 = n + \bar{n} E^2 \quad (1.13)$$

Donde \tilde{n} , es el índice de refracción de la fibra, n es el índice de refracción lineal a baja intensidad y \bar{n} es el coeficiente de índice no lineal.

Debido a la SPM, la fase del campo eléctrico contiene un término E^2 que es proporcional a la intensidad del campo, como se muestra en la Fig.1.3. Por lo tanto, cada parte del pulso sufrirá un desplazamiento de fase diferente dependiendo de la amplitud de cada una de estas partes.

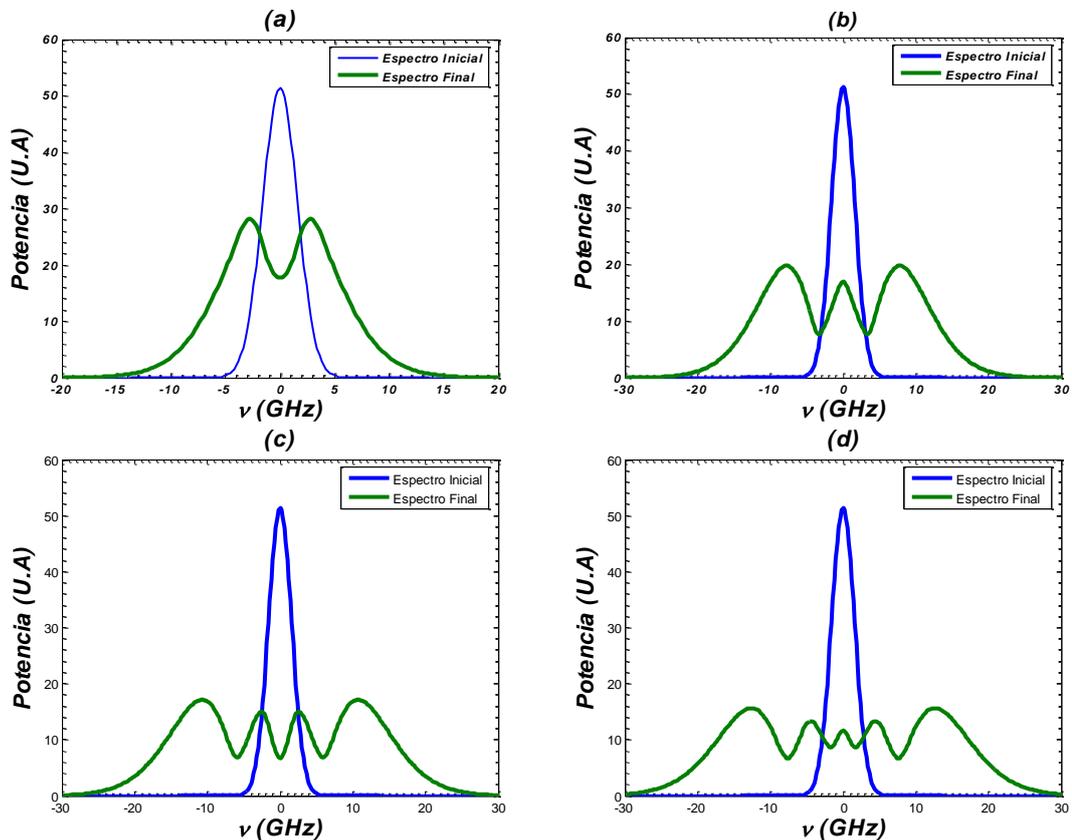


Fig.1.3. Variación de la intensidad del campo para: (a) 1.5π , (b) 2.5π , (c) 3.5π , (d) 4.5π . Donde los valores muestran el número de picos en el ensanchamiento del espectro debido a la Automodulación de Fase (SPM).

El signo del desplazamiento de fase debido a la SPM es negativo, por lo tanto el pico del pulso sufre el máximo desplazamiento de fase en valor absoluto (téngase en cuenta que sin valor absoluto, el desplazamiento de fase sería negativo y por lo tanto hablaríamos de mínimos), y los bordes sufren unos desplazamientos de fase cada vez menores. Ya que la frecuencia es la derivada de la fase, el borde de atrás del pulso sufre un desplazamiento de frecuencia negativo y el de delante uno positivo. Por último, como el chirp es proporcional a la derivada de la frecuencia, esto implica que el factor de chirp k es positivo cerca del máximo del pulso. Así se llega a la conclusión de que la SPM induce un chirp positivo en los pulsos.

El efecto de este chirp positivo en presencia de dispersión depende del signo del parámetro β_2 . Si $\beta_2 > 0$ los pulsos experimentan una dispersión normal, y si $\beta_2 < 0$ los pulsos experimentan una dispersión denominada anormal. Por lo tanto, en el régimen de dispersión normal $\beta_2 > 0$, y el producto $k\beta_2 > 0$, por lo que la SPM aumenta el efecto de ensanchamiento provocado por la dispersión. Sin embargo, en el régimen de dispersión anómalo $\beta_2 < 0$, si los efectos de la dispersión son cercanos pero superiores a los de la SPM, el efecto no lineal reduce el ensanchamiento que se sufre debido a la dispersión.

1.4.1 Efectos de la SPM en Pulsos Gaussianos

Hasta aquí hemos estudiado el efecto de la SPM para ondas planas monocromáticas. En el caso de trabajar con pulsos no monocromáticos con una envolvente compleja $A(z, t)$ las relaciones de dependencia con la intensidad para el índice de refracción y la constante de propagación pasan a ser las siguientes:

$$\begin{aligned}\hat{n}(\omega, E) &= n(\omega) + \bar{n} \frac{|A|^2}{A_{eff}} \\ \beta(\omega, E) &= \beta(\omega) + \frac{\omega \bar{n}}{c A_{eff}} |A|^2 = \beta + \gamma |A|^2\end{aligned}\tag{1.14}$$

Donde A_{eff} es el área transversal efectiva del núcleo la fibra y γ es el coeficiente de propagación no lineal.

Teniendo en cuenta la dependencia de la constante de propagación con la intensidad y las pérdidas que se ocasionan en la fibra, la ecuación diferencial que gobierna la evolución de un pulso con la forma $A(z, t)$ es la siguiente [2] y [3],

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A = j\gamma |A|^2 A\tag{1.15}$$

En esta ecuación, el término con α se debe a la inclusión de las pérdidas de la fibra como son: las perdidas intrínsecas, perdidas por dispersión de Rayleigh y perdidas por absorción, el término con β_2 incorpora el efecto de la dispersión y el término con γ incorpora el desplazamiento de fase dependiente de la intensidad, por lo tanto esta ecuación engloba los tres efectos, el de las pérdidas, el de la dispersión y el de la SPM. Además si en esta ecuación se aplican los siguientes cambios de variables:

$$\begin{aligned}
 \tau &= \frac{t - \beta_1 z}{T_0} \\
 \xi &= \frac{z}{L_D} \\
 U &= \frac{A}{\sqrt{P_0} e^{-\frac{\alpha z}{2}}} \\
 N^2 &= \gamma P_0 L_D
 \end{aligned} \tag{1.16}$$

donde β_1 , es la velocidad de grupo, T_0 es el ancho del pulso inicial, z , es la longitud total de la fibra, L_D , es la longitud de dispersión, A , es la amplitud del campo óptico, U es la envolvente del pulso normalizada, P_0 es la potencia al inicio de la fibra, α , es la atenuación de la fibra, γ , es el parámetro no-lineal, N , es el máximo cambio de fase no-lineal, ξ , el parámetro de longitud normalizada, τ , es la escala de tiempo normalizada, se obtiene la ecuación de Schrödinger no lineal (NLSE) modificada para incluir las pérdidas, punto de partida en el estudio que combina los efectos de la GVD y la SPM

$$j \frac{\partial U}{\partial \xi} - \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} + N^2 |U|^2 U e^{-\alpha \xi} = 0, \tag{1.17}$$

donde U es la envolvente del pulso normalizada para tener una potencia de pico igual a la unidad.

En el estudio de las no linealidades también conviene destacar otra unidad de medida normalizada que se denomina longitud de no linealidad $L_{NL} = 1/\gamma P_0$. Además, de forma análoga a como ocurría con la longitud de dispersión en el estudio de los efectos de la dispersión, para distancias $z \ll L_{NL}$ se pueden despreciar los efectos de la SPM. Por otra parte, el término N introducido en la NLSE se puede entender a través de la igualdad $N^2 = L_D/L_{NL}$, de tal forma que si $N \ll 1$ se pueden despreciar los efectos de la no linealidad comparados con los de la dispersión.

Para estimar el chirp inducido por la SPM en pulsos gaussianos, basta con despreciar el término que incluía la dispersión en la ecuación diferencial y al resolverla se obtendrá la solución:

$$U(z, \tau) = U(0, \tau) e^{j|U(0, \tau)|^2 \frac{z_{\text{eff}}}{L_{NL}}} \tag{1.18}$$

Donde $z_{\text{eff}} = 1 - e^{-\alpha z} / \alpha$ se denomina distancia efectiva y juega el papel de una distancia que es inferior que la distancia z para tener en cuenta las pérdidas

en la fibra. Por lo tanto, la SPM provoca un cambio de fase pero no en la envolvente del pulso, es la dispersión la responsable del ensanchamiento del pulso. Si se parte de un pulso gaussiano sin chirp con envolvente $U(0, \tau) = e^{-\frac{\tau^2}{2}}$, y se desprecian los efectos de la dispersión, según la ecuación anterior el pulso adquiere un desplazamiento de fase dependiente de la distancia e igual a $-(z_{eff}/L_{NL})e^{-\tau^2}$, por lo tanto la frecuencia angular instantánea será $\omega = \omega_0 + (2z_{eff}/L_{NL})\tau e^{-\tau^2}$ y el factor de chirp será $k_{SPM} = (2z_{eff}/L_{NL})e^{-\tau^2}(1 - 2\tau^2)$. Representando estos resultados para una distancia efectiva $z_{eff} = L_{NL}$ se tiene la Fig. 1.4.

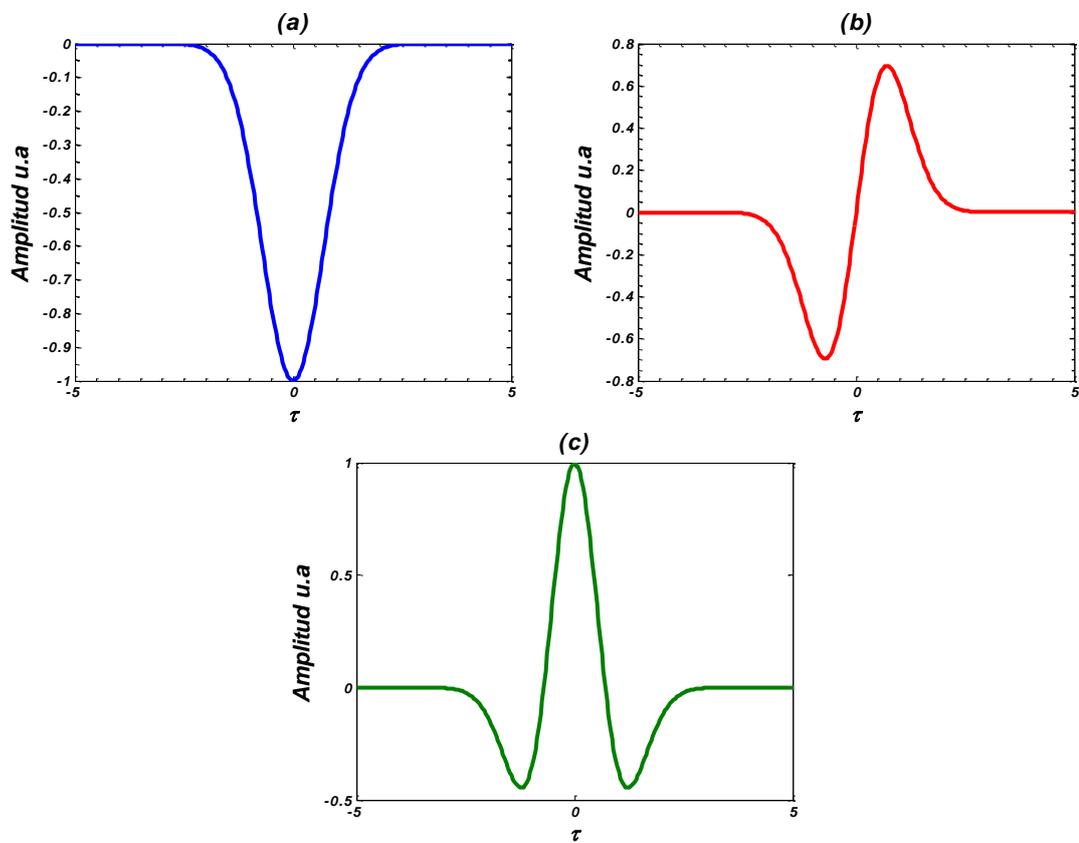


Fig.1.4. Desfase (a), Frecuencia Angular (b) y factor del Chirp (c), para un pulso gaussiano.

Como se puede observar, el chirp inducido por los efectos de la SPM no es lineal, es decir el chirp que introduce la SPM aumenta según la potencia óptica y la longitud de transmisión en fibras con área efectiva pequeña. El ensanchamiento de los pulsos se incrementa debido a la SPM pero cuando el promedio $\beta_2 k_{spm} < 0$ se produce una compresión del pulso al inicio de su

recorrido. Por ello la SPM limita la potencia óptima (junto con la dispersión) y limita la distancia entre los amplificadores de enlace.

Para estudiar los efectos combinados del chirp inducido por la SPM y la dispersión habría que resolver numéricamente la NLSE modificada, pero realizando algunas aproximaciones, según [1] se puede llegar a una expresión para la relación entre las anchuras de los pulsos antes T_0 y después T_z de haberse propagado una cierta distancia z , ecuación 18.

$$\frac{T_z}{T_0} = \sqrt{1 + \text{sgn}(\beta_2)\sqrt{2} \frac{z_{eff}}{L_{NL}} \frac{z}{L_D} + \left(1 + \frac{4}{3\sqrt{3}} \frac{z_{eff}^2}{L_{NL}^2}\right) \frac{z^2}{L_D^2}} \quad (1.19)$$

Donde T_z/T_0 es la relación de ancho del pulso a la salida sobre el ancho a la entrada, β_2 es la dispersión de velocidad de grupo (GVD), z_{eff} es la longitud efectiva de la fibra, z es la longitud total de la fibra, L_{NL} es la longitud no-lineal de la fibra, L_D es la longitud de dispersión, y sgn es la función signo ($\text{sgn} = \pm 1$).

Esta expresión es similar a la de la relación entre anchuras para tener en cuenta únicamente la dispersión, pero en este caso z_{eff}/L_{NL} juega el papel del factor de chirp. Por otra parte, si $N \ll 1$, se tiene que $L_{NL} \gg L_D$ y entonces esta expresión se acerca al caso particular de no existir la SPM.

1.5 Modulación de Fase Cruzada (CPM)

La CPM surge debido a que el índice de refracción efectivo para una onda depende no sólo de la intensidad de esa onda sino también de la intensidad de cualquier otra onda que se propague junto a ella. Por este motivo, en sistemas WDM, el desplazamiento de fase dependiente de la intensidad del campo y el consecuente chirp inducido por el efecto de la SPM se agrava a causa de las intensidades de las señales de los otros canales.

Para comprender los efectos de la CPM es suficiente con considerar un sistema WDM con dos canales:

$$E(z,t) = E_1 \cos(\omega_1 t - \beta_1 z) + E_2 \cos(\omega_2 t - \beta_2 z) \quad (1.20)$$

Resolviendo la ecuación de ondas que incluye los efectos no lineales SPM y CPM, se puede encontrar que el campo eléctrico resultante tiene una componente sinusoidal en ω_1 que a medida que se propaga a través de la fibra adquiere una fase no lineal dependiente de la intensidad dada por

$$\varphi_{NL} = \frac{\omega_1 \bar{n}}{c} \left[|E_1|^2 + 2|E_2|^2 \right] z \quad (1.21)$$

El primer término se debe a la SPM, mientras que el efecto del segundo término es lo que se denomina modulación de fase cruzada o CPM. Observe que si $E_1 = E_2$, para dos campos con la misma intensidad, el efecto de la CPM sería dos veces más intenso que el de la SPM. Además, como el efecto de la CPM es cualitativamente similar al de la SPM, es lógico esperar que la CPM aumente el chirp agravando los consecuentes efectos del ensanchamiento del pulso en sistemas WDM.

En la práctica, el efecto de la CPM en sistemas WDM que operan sobre fibras monomodo se puede reducir de forma significativa aumentando el espaciado entre los canales. Así, debido a la dispersión, las constantes de propagación β_i llegan a ser lo suficientemente diferentes como para que los pulsos de cada canal viajen de forma independiente. Esto es, la interacción arriba descrita disminuye porque "no les da tiempo a modificarse de fase".

1.6 Mezclado de cuatro ondas (FWM)

La FWM es un fenómeno por el cual cuando se propagan varias ondas a frecuencias $\omega_1, \omega_2 \dots \omega_n$, la dependencia con la intensidad del índice de refracción no sólo induce a desplazamientos de fase dentro de cada canal sino también a la aparición de nuevas ondas a frecuencias $\omega_i \pm \omega_j \pm \omega_k$. Entre estas señales, las más problemáticas son las que corresponden a $\omega_{ijk} = \omega_i + \omega_j - \omega_k$, con i y j distintos de k , porque para medios en los que la dispersión no es nula el resto de ellas puede despreciarse debido a la carencia de concordancia de fase.

Para comprender los efectos de la FWM se puede considerar un sistema WDM con tres canales donde el campo eléctrico es de la forma

$$E(z, t) = \sum_{i=1}^3 E_i \cos(\omega_i t - \beta_i z) \quad (1.22)$$

Resolviendo la ecuación no-lineal de Schrödinger que incluye los efectos de las no linealidades, se puede encontrar que el campo eléctrico resultante tiene componentes sinusoidales en ω_1, ω_2 y ω_3 , correspondientes a las ondas de partida que sufren los efectos de la SPM y CPM, y también en $\omega_i \pm \omega_j \pm \omega_k$ correspondientes a los efectos de la FWM. De entre estos últimos, los términos en $\omega_{ijk} = \omega_i + \omega_j - \omega_k$, $i, j, k = \{1, 2, 3\}$ con i y j distintos de k , aún en presencia de dispersión, pueden llegar a satisfacer la condición de concordancia de fase por tener una constante de propagación casi constante para esas frecuencias,

sin embargo el resto de componentes no la satisfarán, y por lo tanto podrán despreciarse. Teniendo en cuenta las pérdidas en la fibra, la potencia de estas nuevas ondas generadas debido al efecto FWM [1], [4] y [5], será de

$$P_{ijk} = \left(\frac{\omega_{ijk} \bar{n} d_{ijk}}{3cA_{eff}} \right)^2 P_i P_j P_k z_{eff}^2 e^{-\alpha z}, \quad (1.23)$$

donde d_{ijk} es un factor de degeneración cuyo valor es 3 cuando $i = j$, y de valor 6 cuando i es distinto de j .

1.7 Esparcimiento Estimulado de Raman (SRS)

El SRS es un efecto de banda ancha mediante el cual si se introducen en una fibra dos o más señales a diferentes longitudes de onda se produce una transferencia de potencia de la señal de mayor frecuencia a la de menor frecuencia. Además el acoplamiento de potencia se puede producir tanto en el sentido de la propagación de las señales como en el sentido inverso, siempre y cuando en ese momento haya presencia de potencia en los dos canales.

La interacción entre la onda incidente y la onda Stokes (onda a la que se le transfiere la potencia) está gobernada por la siguiente pareja de ecuaciones [3]

$$\begin{aligned} \frac{dI_s}{dz} &= g_R I_p I_s - \alpha_s I_s \\ \frac{dI_p}{dz} &= -\frac{\omega_p}{\omega_s} g_R I_p I_s - \alpha_p I_p \end{aligned} \quad (1.24)$$

donde I_p es la intensidad de la onda incidente, I_s es la intensidad de la onda Stokes, los términos α_p y α_s son los coeficientes de absorción de la onda incidente y Stokes respectivamente y g_R es el coeficiente de ganancia de Raman, que depende de la composición del núcleo de la fibra. En la Fig. 4 se puede ver el coeficiente g_R para una fibra de silicio en función del desplazamiento de frecuencia a una longitud de onda $\lambda_p = 1550$ nm.

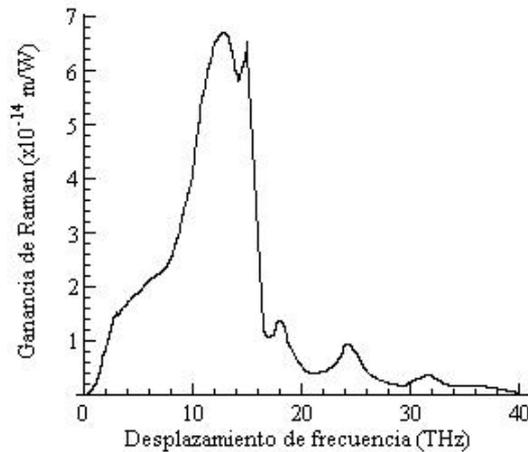


Fig. 1.5. Ganancia de Raman, para una fibra de sílice

Lo más destacable de la ganancia de Raman es que se extiende a lo largo de un gran rango de frecuencias (hasta 40 THz.), y para una longitud de onda de $\lambda_p = 1550$ nm alcanza un valor máximo de aproximadamente 6.67×10^{-14} m/W para un desplazamiento de frecuencia de aproximadamente 13.2 THz (150 nm en desplazamiento de longitud de onda).

Por otra parte en el SRS existe una potencia umbral que se define como la potencia de la onda incidente para la cual las dos ondas, incidente y Stokes, tienen a la salida de la fibra la misma potencia. Según [2] y [3], una buena aproximación para esta potencia umbral es

$$P_{umbral} = 16b \frac{A_{eff}}{L_{eff} g_R}, \quad (1.25)$$

donde L_{eff} es la longitud efectiva de la fibra, y b puede tomar un valor entre 1 y 2 dependiendo de las polarizaciones relativas de la onda incidente y Stokes. El peor de los casos será para $b = 1$ ya que entonces la potencia umbral será la menor posible. Por ejemplo, asumiendo $b = 1$, un valor típico de la potencia umbral para una onda incidente a $\lambda_p = 1550$ nm., es de 600 mW.

Del mismo modo, también existe una potencia umbral para la onda Stokes que se puede generar en el sentido opuesto al de la propagación de la onda incidente, y la expresión es similar, sin más que sustituir el valor 16 por 20. Como el umbral para el SRS hacia delante se alcanza antes que el umbral para el SRS hacia atrás, esa es la razón por la cual éste último no se suele tener tanto en cuenta en el estudio de los sistemas de comunicaciones ópticas.

Por último cabe destacar que para reducir los efectos de la SRS conviene reducir al máximo el espaciado entre canales y a ser posible no superar la potencia umbral. Por otro lado, este efecto es interesante para realizar amplificadores Raman.

1.8 Esparcimiento Estimulado de Brillouin (SBS)

El origen del SBS es similar al del SRS, un fotón de la onda incidente desaparece para dar lugar a un fotón de frecuencia inferior y un fonón con la energía y el momento adecuado. Sin embargo existen algunas diferencias. En el SBS la onda Stokes se propaga en el sentido opuesto al de la onda incidente, mientras que en el SRS podía propagarse en los dos sentidos, y el umbral de potencia depende de la anchura espectral de la onda incidente. Estas diferencias se deben a que en el SBS se ven involucrados fonones acústicos en lugar de ópticos como era el caso del SRS.

Además en el SBS, la ganancia es conocida como ganancia de Brillouin, su espectro tiene una anchura de aproximadamente 20 MHz, y también depende de la composición del núcleo de la fibra. Por otra parte, el coeficiente de ganancia g_B , es casi independiente de la longitud de onda incidente y su valor máximo para fibras de silicio es de aprox. 4×10^{-11} m/W y lo alcanza para un desplazamiento de frecuencia de aproximadamente 11.1 GHz.

Sin embargo, cuando la anchura espectral de la onda incidente es superior a la anchura del espectro de la ganancia, ésta se ve reducida según la siguiente expresión

$$\bar{g}_B = \frac{\Delta f_B}{\Delta f_B + \Delta f_{in}} g_B \quad (1.26)$$

Donde Δf_B equivale a la anchura espectral de la ganancia y Δf_{in} equivale a la anchura espectral de la onda incidente. Por lo tanto, para el caso de pulsos con una anchura T_0 lo suficientemente pequeña, el valor del coeficiente g_B puede caer por debajo del coeficiente g_R .

La interacción entre la onda incidente y la onda Stokes está gobernada por una pareja de ecuaciones similar a las del SRS [1] y [3]

$$\begin{aligned} \frac{dI_s}{dz} &= -g_B I_p I_s + \alpha I_s \\ \frac{dI_p}{dz} &= -g_B I_p I_s - \alpha I_p \end{aligned} \quad (1.27)$$

Pero en este caso cambia el signo de la derivada dI_s/dz , para tener en cuenta el sentido opuesto de la propagación de la onda de Stokes. Además como la onda incidente y la onda Stokes tienen frecuencias muy próximas el cociente de frecuencias se puede considerar igual a 1 y el coeficiente de absorción único e igual a α .

Con respecto a la potencia umbral en el SBS, una buena aproximación según [1], [2] y [3] es

$$P_{umbral} = 21b \frac{A_{eff}}{L_{eff} g_B} \quad (1.28)$$

Asumiendo $b=1$, un valor típico de la potencia umbral para fibras de silicio es de 1.3 mW. Pero si $\Delta f_{in} > \Delta f_B$, la potencia umbral aumenta y la aproximación pasa a ser

$$P_{umbral} \approx 21b \frac{A_{eff}}{L_{eff} g_B} \left(1 + \frac{\Delta f_{in}}{\Delta f_B} \right) \quad (1.29)$$

Por último cabe decir que para reducir los efectos de la SBS se puede optar por aumentar la anchura espectral de la onda incidente para así disminuir la ganancia de Brillouin o también procurar no superar la potencia umbral.

REFERENCIAS

[1] R. Ramaswami y K. N. Sivarajan.

Optical Networks: A practical Perspective.

The Morgan Kaufmann Series in Networking. Morgan Kaufmann Publishers, Inc. San Francisco, 1998.

[2] G. P. Agrawal.

Fiber Optic Communication Systems.

John Wiley and Sons, Inc., New York, 1992.

[3] G. P. Agrawal.

Nonlinear Fiber Optics, 2nd Edition.

Academic Press, San Diego, CA, 1995.

[4] R. W. Tkach, A. R. Chraply, F. Forghieri, A. H. Gnauck y R. M. Derosier.

Four-Photon Mixing and High-Speed WDM Systems.

Journal of Light wave Technology, vol. 13 n° 5, Mayo 1995.

[5] M. J. O'Mahony, D. Simeonidou, A. Yu y J. Zhou.

The Design of a European Optical Network.

Journal of Light wave Technology, vol. 13 n°5, Mayo 1995

Capítulo 2

PROPAGACION DE PULSOS EN ENLACES DE ALTA VELOCIDAD POR FIBRAS OPTICAS.

2.1-Introducción.

Teniendo como principal objetivo en este trabajo la descripción del efecto Kerr no-lineal sobre un haz de luz que se propaga en una fibra y sus consecuencias en los sistemas ópticos, es necesario, inicialmente, obtener la ecuación que gobierna este fenómeno. Para un mejor entendimiento de los efectos no-lineales en fibras ópticas, se necesita considerar la teoría de propagación de una onda electromagnética en un medio dispersivo y no-lineal. Importantes conceptos son observados, entre los cuales cabe destacar: la descripción de la parte lineal y no-lineal de la polarización inducida y la constante dieléctrica dependiente de la frecuencia. A partir de estas consideraciones, se llega a la ecuación no-lineal de Schrödinger (NLSE), que describe la propagación de la luz en una fibra óptica. Con la ecuación NLSE se puede estudiar el comportamiento de un pulso que se propaga a través de una fibra dispersiva no-lineal, y describe las alteraciones temporales y espectrales de ese pulso.

2.2 -Ecuaciones de Maxwell.

La propagación de pulsos ópticos en un medio libre de cargas isotropicas tales como una fibra óptica esta dada por las ecuaciones de Maxwell [19]

$$\nabla \times E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times H = -\varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot (\varepsilon E) = 0 \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot (\mu H) = 0 \quad (2.4)$$

Después de manipulaciones algebraicas de las ecuaciones de Maxwell, podemos obtener la ecuación de onda para la componente z del vector de campo, en coordenadas cilíndricas tal como sigue:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + (k^2 - \beta^2) \right] \begin{bmatrix} E_z \\ H_z \end{bmatrix} = 0, \quad (2.5)$$

donde $k = \omega n/c$, que representa el número de onda y β , representa el desplazamiento de los pulsos dentro de la fibra, juntas son las constantes de propagación de los modos. La ecuación (2.5) es separable y la solución toma la forma de:

$$\begin{bmatrix} E_z \\ H_z \end{bmatrix} = \psi(r) e^{\pm i l \phi}, \quad (2.6)$$

donde $l = 0, 1, 2, 3, \dots$, así que E_z y H_z son las funciones de valor simple de ϕ . La ecuación (2.5) se convierte en

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \left(k^2 - \beta^2 - \frac{l^2}{r^2} \right) \psi = 0, \quad (2.7)$$

donde $\psi = E_z, H_z$.

2.2.1 -Modos de la Fibra

Para cualquier frecuencia ω existe un número finito de modos guiados en una fibra óptica cuya distribución espacial es solución de la ecuación de onda (2.6) y satisface las condiciones de frontera. En la siguiente sección se estudiara la ecuación de onda y las condiciones de frontera para tales modos.

2.2.2 -Ecuación de Eigenvalor

Al resolver las ecuaciones (2.6) se obtienen las funciones de Bessel de orden l . Si $k^2 - \beta^2 > 0$,

$$\psi(r) = c_1 J_l(hr) + c_2 Y_l(hr) \quad (2.8)$$

Donde la $h^2 = k^2 - \beta^2$, c_1 y c_2 son constantes, y J_l , Y_l son las funciones de Bessel de primera y segunda clase respectivamente de orden l . Si $k^2 - \beta^2 < 0$,

$$\psi(r) = c_1 I_l(qr) + c_2 K_l(qr) \quad (2.9)$$

Donde $q^2 = \beta^2 - k^2$, c_1 y c_2 son constantes, y I_l , K_l son las funciones de Bessel modificadas de primer y segunda clase respectivamente, de orden l . Para una fibra de índice escalonado, el modo de campo evanescente en el recubrimiento está dado por las siguientes ecuaciones

$$E_z(r,t) = CK_l(qr)e^{i(\alpha x + l\phi - \beta z)} \quad (2.10)$$

$$H_z(r,t) = DK_l e^{i(\alpha x + l\phi - \beta z)} \quad (2.11)$$

Donde C y D son constates arbitrarias, y q esta dado por

$$q^2 = \beta^2 - n_2^2 k_0^2 \quad (2.12)$$

Donde $k_0 = \omega/c$. El campo de modo confinado en el núcleo estas dado por

$$E_z(r,t) = AJ_l(hr)e^{i(\alpha x + l\phi - \beta z)} \quad (2.13)$$

$$H_z(r,t) = BJ_l(hr)e^{i(\alpha x + l\phi - \beta z)} \quad (2.14)$$

Donde A y B son constantes arbitrarias y h esta dada por

$$h^2 = n_1^2 k_0^2 - \beta^2 \quad (2.15)$$

Las ecuaciones (2.9), (2.12) y (2.13) requieren que $h^2 > 0$ y que $q^2 > 0$, además

$$n_1 k_0 > \beta > n_2 k_0$$

el cual puede ser considerado para que el confinamiento de los modos exista. Las condiciones de continuidad de los campos a través de la frontera en $r = a$ apunta a una solución no trivial para los coeficientes A, B, C y D . La siguiente condición determina la constante de propagación [19],

$$\left(\frac{J_l'(ha)}{haJ_l(ha)} + \frac{K_l'}{qaK_l(qa)} \right) \left(\frac{n_1^2 J_l'(ha)}{haJ_l(ha)} + \frac{n_2^2 K_l'(qa)}{qaK_l(qa)} \right) = l^2 \left[\left(\frac{1}{qa} \right)^2 + \left(\frac{1}{ha} \right)^2 \right] \left(\frac{\beta}{k_0} \right)^2 \quad (2.16)$$

Como la ecuación (2.16) es cuadrática en $J_l'(ha)/haJ_l(ha)$, las dos raíces de esta ecuación cuadrática están diseñadas como los modos EH y HE de la fibra. La ecuación del modo EH es

$$\frac{J_{l+1}(ha)}{haJ_l(ha)} = \frac{n_1^2 + n_2^2}{2n_1^2} \frac{K_l'(qa)}{qaK_l(qa)} + \left(\frac{l}{(ha)^2} - R \right), \quad (2.17)$$

y la ecuación para el modo HE es

$$\frac{J_{l-1}(ha)}{haJ_l(ha)} = - \left(\frac{n_1^2 + n_2^2}{2n_1^2} \right) \frac{K_l'(qa)}{qaK_l(qa)} + \left(\frac{l}{(ha)^2} - R \right), \quad (2.18)$$

donde

$$R = \sqrt{\left(\frac{n_1^2 - n_2^2}{qaK_1(qa)}\right)^2 \left(\frac{K_1'(qa)}{qaK_1(qa)}\right)^2 + \left(\frac{l\beta}{n_1k_0}\right)^2 \left(\frac{1}{(qa)^2} + \frac{1}{(ha)^2}\right)^2}. \quad (2.19)$$

2.2.3 -Condición de Modo Simple.

Una fibra monomodo solamente acepta el modo fundamental HE_{11} si la frecuencia normalizada V , dada por la ecuación $V = k_0 a \sqrt{n_{\text{nucleo}}^2 - n_{\text{revestimiento}}^2}$, es menor que el valor de corte 2.405, el cual es el primer cero de $J_0(ha)$. Los modos HE_{1m} pueden ser determinados gráficamente con la ecuación (2.18) para $l=1$ como función de ha . La intersección de las curvas del lado izquierdo (LHS) y el lado derecho (RHS) representan la solución de los modos HE_{1m} . En la práctica, el radio del núcleo debería ser más pequeño que $2 \mu\text{m}$ para que una fibra estándar de índice escalonado pueda soportar un solo modo en la región visible. Sería más interesante hablar del infrarrojo cercano (que se usa en la práctica en fibras monomodales). También se puede mencionar que una fibra llamada "monomodo" en realidad soporta 2 modos degenerados de polarizaciones ortogonales.

2.3–Ecuación de Propagación del Pulso.

Cuando los pulsos se propagan dentro de la fibra surgen los efectos lineales tales como la atenuación y dispersión. Si la intensidad de la luz es alta los efectos no lineales, tales como la Automodulación de Fase (SPM), la Modulación de Fase Cruzada (XPM) y la Mezcla de Cuatro Ondas (FWM), no pueden ser despreciados. Así mismo, un pulso óptico que recorre la fibra sufre una acción por efectos lineales y no-lineales que lo afectan tanto en la forma temporal como espectralmente.

Ahora introducimos la ecuación que gobierna la propagación de los pulsos ópticos en la fibra dispersiva no-lineal, siendo esta obtenida a partir de la relación $\beta_1 = 1/v_g$. Tomando esta relación $\beta_1 = n_g/c$, donde n_g es el índice de grupo para la fibra óptica y comparando la descomposición $P(r,t) = P_L(r,t) + P_{NL}(r,t)$, se obtiene [7]:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_L}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2}. \quad (2.20)$$

De la relación (2.20), se tiene que:

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P_L}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2}, \quad (2.21)$$

donde las partes lineales y no-lineales de la polarización inducida son descritas para el campo eléctrico $\vec{E}(\vec{r}, t)$, a través de las relaciones siguientes:

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(1)}(\vec{r}, t - t') \vec{E}(\vec{r}, t') dt'$$

$$\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(3)}(t - t_1, t - t_2, t - t_3) : \vec{E}(\vec{r}, t_1) \vec{E}(\vec{r}, t_2) \vec{E}(\vec{r}, t_3) dt_1 dt_2 dt_3$$

2.3.1–Propagación de Pulsos en Medios No-lineales.

Para obtener la ecuación de propagación de pulsos en medios no-lineales es necesario hacer simplificaciones en la ecuación (2.21). La primera de ellas, la parte no-lineal P_{NL} es tratada como una pequeña perturbación de la polarización lineal P_L . Eso se justifica si se considera el régimen no-lineal débil. La otra consideración es que el campo óptico mantiene su polarización a lo largo de la longitud de la fibra, de tal forma que pueda ser adoptada una aproximación escalar. De una u otra forma se asume una simplificación del campo óptico el cual debe ser monocromático, o sea, el espectro del pulso debe estar centrado en ω_0 , presentando un pequeño ancho espectral $\Delta\omega$ tal que $\Delta\omega/\omega_0 \ll 1$. Se consideran pulsos del orden de 1 ps de duración o mayores, una aproximación a la envolvente que varía suavemente, de modo que, dentro del intervalo de duración de un pulso existen muchos ciclos de la portadora óptica. En este caso, es útil separar la parte de variación rápida del campo eléctrico, reescribiendo [7] como

$$E(r, t) = \frac{1}{2} |E(r, t)| e^{-j\omega_0 t} \hat{x} + c.c., \quad (2.22)$$

donde \hat{x} es el vector unitario de polarización, $E(r, t)$ es una función temporal de variación suave relativa al periodo óptico y ω_0 es la frecuencia de la portadora.

Las componentes de polarización, P_L y P_{NL} , pueden ser también expresadas de forma similar [7]:

$$P_L(r, t) = \frac{1}{2} [P_L(r, t) e^{-j\omega_0 t} + c.c.] \hat{x} \quad (2.23)$$

$$P_{NL}(r, t) = \frac{1}{2} [P_{NL}(r, t) e^{-j\omega_0 t} + c.c.] \hat{x} \quad (2.24)$$

La componente lineal P_L puede ser obtenida por la sustitución de la ecuación (2.22) y (2.23) en la relación: $\vec{P}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \int \chi^{(1)}(\vec{r}, t - t') \vec{E}(\vec{r}, t') dt'$. Se obtiene lo siguiente:

$$\frac{1}{2} [P_L(r,t)e^{-j\omega_0 t} + c.c.] \hat{x} = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(1)}(t-t') \frac{1}{2} \hat{x} [E(r,t)e^{-j\omega_0 t} + c.c.] dt'$$

$$P_L(\vec{r},t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(1)}(t-t') E(\vec{r},t) e^{j\omega_0(t-t')} dt'$$

Usando el teorema de la convolución, de [19] se tiene:

$$f(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \cdot g(t-\tau) d\tau = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) G(\omega) e^{-j\omega t} d\omega,$$

haciendo

$$\tilde{P}(\vec{r},\omega) = \frac{1}{2\pi} \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(1)}(\omega) \tilde{E}(\vec{r},\omega) e^{-j\omega_0 t'} e^{j(\omega-\omega_0)t} d\omega.$$

Ahora usando las propiedades de desplazamiento de frecuencia

$$E(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) e^{j\omega t} d\omega$$

$$\mathfrak{I}[E(t) e^{-j\omega_0 t}] = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) e^{-j\omega_0 t} e^{j\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) e^{j(\omega-\omega_0)t} d\omega,$$

manipulando:

$$\tilde{P}_L(\vec{r},\omega) = \frac{\varepsilon_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(1)}(\omega) \tilde{E}(\vec{r},\omega - \omega_0) e^{-j(\omega-\omega_0)t} d\omega, \quad (2.25)$$

donde \mathfrak{I} , representa la transformada de Fourier.

La componente no-lineal $P_{NL}(r,t)$, se obtiene por la sustitución de la ecuación (2.24) en la ecuación $\tilde{P}(\vec{r},t) = \varepsilon_0 \iiint \chi^{(3)}(t-t_1, t-t_2, t-t_3) : \tilde{E}(\vec{r},t_1) \tilde{E}(\vec{r},t_2) \tilde{E}(\vec{r},t_3) dt_1 dt_2 dt_3$. Considerables simplificaciones ocurren en la respuesta no-lineal si se asume que la dependencia del tiempo de $\chi^{(3)}$, en la ecuación anterior, sea dada por el producto de tres funciones delta de Dirac [19], en la forma $\delta(t-t_j)$, $j=1,2,3$. así mismo esta ecuación asume la forma descrita abajo [7]:

$$P(\vec{r},t) = \varepsilon \iiint \chi^{(3)}(t-t_1, t-t_2, t-t_3) : \tilde{E}(\vec{r},t) \tilde{E}(\vec{r},t) \tilde{E}(\vec{r},t) dt_1 dt_2 dt_3$$

$$\tilde{P}(\vec{r},t) = \varepsilon_0 \iiint \chi^{(3)} \delta(t_1-t) E(r,t_1) \delta(t_2-t) E(\vec{r},t_2) \delta(t_3-t) E(\vec{r},t_3) dt_1 dt_2 dt_3 \quad (2.26)$$

donde los limites de las integrales van de $-\infty$ a $+\infty$.

Por la propiedad de la función impulso unitario:

$$\int f(t)\delta(t-t_0)dt = f(t_0), \quad (2.27)$$

obtenemos:

$$\bar{P}_{NL}(\bar{r}, t) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} : \bar{E}(\bar{r}, t) E(\bar{r}, t) E(\bar{r}, t). \quad (2.28)$$

De esta forma, la ecuación (2.28) es una aproximación válida para pulsos con anchos temporales de orden mayor a 1 ps [7]. La hipótesis de respuesta no lineal instantánea equivale a despreciar el parámetro de contribución de las vibraciones moleculares $\chi^{(3)}$, este parámetro es causante de la generación del efecto Raman; es decir aplicar un pulso óptico de muy corta duración y de alta intensidad perturba la estructura electrónica de las moléculas, resultando diversas vibraciones moleculares. En general, los electrones y el núcleo responden al campo óptico en la forma no-lineal, siendo la respuesta del núcleo más lenta comparada con la respuesta electrónica. Para fibras de sílice, la respuesta Raman ocurre en una escala de tiempo de 60 a 70 fs. Así mismo para pulsos de ps, la respuesta no-lineal puede ser considerada instantánea.

Tomando las ecuaciones (2.24) y (2.28), se obtiene:

$$\frac{1}{2} \hat{x} [P_{NL} e^{-j\omega_0 t} + P_{NL}^* e^{j\omega_0 t}] = \frac{\varepsilon_0 \chi^{(3)}}{8} \hat{x} [E^3 e^{-j3\omega_0 t} + 3E^2 E^* e^{-j\omega_0 t} + c.c.].$$

Despreciando la generación de 3^{er} armónico, ya que este necesita de condiciones apropiadas de fase, y considerando la relación:

$$E^2 \cdot E^* = E \cdot E \cdot E^* = E \cdot (|E| e^{-j\phi} \cdot |E^*| e^{-j\phi}) = E \cdot |E|^2,$$

se obtiene:

$$\frac{1}{2} [P e + c.c.] \hat{x} = \frac{\varepsilon \chi^{(3)}}{8} [3 \cdot E \cdot |E|^2 e^{-j\omega_0 t} + c.c.] \hat{x} = \frac{1}{2} P_{NL} e^{-j\omega_0 t} = 3E|E|^2 \frac{\varepsilon_0 \chi^{(3)}}{8} e^{-j\omega_0 t}$$

$$P_{NL} = \frac{3}{4} \chi^{(3)} |E|^2 \cdot \varepsilon_0 E$$

Se define ε_{NL} , la parte no-lineal de la constante dieléctrica, como:

$$\varepsilon_{NL} = \frac{3}{4} \chi^{(3)} |E(\bar{r}, t)|^2. \quad (2.29)$$

Luego

$$P_{NL}(\bar{r}, t) \approx \varepsilon_0 \varepsilon_{NL} E(\bar{r}, t). \quad (2.30)$$

Para poder representar la ecuación de onda, para un amplitud $E(r, t)$, es más conveniente trabajar en el dominio de Fourier. Esto no es generalmente posible cuando la ecuación (2.21) se utiliza para el caso no-lineal, por causa de la

dependencia de ε_{NL} con la potencia. En una primera aproximación, se puede tratar ε_{NL} como una constante durante la deducción de la propagación. La aproximación se justifica debido a la naturaleza perturbadora de P_{NL} . Sustituyendo las ecuaciones (2.22) a la (2.24) en la ecuación (2.21) y considerando la transformada de Fourier $E(\vec{r}, \omega - \omega_0)$, definida como:

$$\tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\vec{r}, t) e^{j(\omega - \omega_0)t} dt \quad (2.31)$$

De modo que satisface la ecuación de Helmholtz, conforme a la deducción. Si se considera inicialmente la ecuación (2.21) se reemplaza por \tilde{E} dado por la ecuación (2.31) y haciendo manipulaciones matemáticas se llega a:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \left\{ \frac{1}{2} \hat{x} [E(\vec{r}, t) e^{-j\omega_0 t} + c.c.] \right\} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \frac{1}{2} \hat{x} [E(\vec{r}, t) e^{-j\omega_0 t} + c.c.] \right\} = \\ \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \frac{1}{2} \hat{x} [P_L(\vec{r}, t) e^{-j\omega_0 t} + c.c.] \right\} + \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \frac{1}{2} \hat{x} [P_{NL}(\vec{r}, t) e^{-j\omega_0 t} + c.c.] \right\} \end{aligned}$$

Si no se considera los complejos conjugados, los vectores unitarios y las componentes *c.c.* se llega a la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \nabla^2 [E(\vec{r}, t) e^{-j\omega_0 t}] - \frac{1}{c^2} (-\omega_0) [E(\vec{r}, t) e^{-j\omega_0 t}] = \\ -\mu_0 \omega_0^2 [P_L(\vec{r}, t) e^{-j\omega_0 t}] - \mu_0 \omega_0^2 [P_{NL}(\vec{r}, t) e^{-j\omega_0 t}] \end{aligned} \quad (2.32)$$

Usando la ecuación (2.31) y aplicando la propiedad de la convolución de Fourier y el desplazamiento de Fourier, después de manipulaciones matemáticas se llega a la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \tilde{E} + k_0^2 \tilde{E} = -k_0^2 \chi^{(1)}(\omega) \tilde{E} - k_0^2 \varepsilon_{NL} \tilde{E} \\ \nabla^2 \tilde{E} + k_0^2 [1 + \chi^{(1)}(\omega) + \varepsilon_{NL}] \tilde{E} = 0, \end{aligned}$$

con $k_0 = \omega_0/c$ y $\mu_0 \varepsilon_0 = 1/c^2$, y utilizando la relación:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \chi^{(1)}(\omega) + \varepsilon_{NL}, \quad (2.33)$$

finalmente se tiene:

$$\nabla^2 \tilde{E} + \varepsilon(\omega) k_0^2 \tilde{E} = 0$$

La ecuación anteriormente escrita se conoce como ecuación de Helmholtz [7], donde:

$$\varepsilon(\omega) = \left(1 + \chi^{(1)}(\omega)\right) + \varepsilon_{NL} \quad (2.34)$$

es la constante dieléctrica cuya parte no-lineal ε_{NL} , esta dada por la ecuación (2.29).

Similarmente por la ecuación $\varepsilon_L = \left(n_L(\omega) + \frac{j\alpha(\omega)c}{2\omega}\right)^2$, la constante dieléctrica puede ser relacionada con el índice de refracción \tilde{n} y el coeficiente de absorción $\tilde{\alpha}$. Pero \tilde{n} y $\tilde{\alpha}$ se toman independientes de la intensidad, por causa de ε_{NL} . Es común introducir [7]:

$$\tilde{n} = n_L + n_2|E|^2 \quad (2.35)$$

$$\tilde{\alpha} = \alpha + \alpha_2|E|^2 \quad (2.36)$$

Donde n_2 y α_2 son los índices de refracción no-lineal y el coeficiente de absorción respectivamente.

La ecuación de Helmholtz puede ser resuelta por el método de separación de variables. Asumiendo una solución de la forma:

$$\tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_0) = F(x, y)\tilde{A}(z, \omega - \omega_0)e^{j\beta_0 z} \quad (2.37)$$

Donde $\tilde{A}(z, \omega)$ es una función de variación lenta en z y β_0 es el numero de onda en ω_0 [7] en la ecuación Helmholtz sustituida en la ecuación (2.37) y a partir de la ecuación (2.38) se obtienen las ecuaciones (2.39) para $F(x, y)$ y (2.40) para $\tilde{A}(z, \omega)$.

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \tilde{A}e^{j\beta_0 z} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \tilde{A}e^{j\beta_0 z} + F \frac{\partial^2}{\partial z^2} [\tilde{A}e^{j\beta_0 z}] + \varepsilon(\omega)k_0^2 [F\tilde{A}e^{j\beta_0 z}] = 0 \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + [\varepsilon(\omega)k_0^2 - \tilde{\beta}_0^2]F = 0 \quad (2.39)$$

$$2j\beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + \tilde{A}[\tilde{\beta}^2 - \beta_0] = 0 \quad (2.40)$$

La ecuación (2.39) se refiere a la distribución del campo en el sentido transversal a la dirección de propagación y su solución lleva a los modos propagados en la fibra [16] y [21]. La ecuación (2.40) representa la propagación del campo a lo largo del eje z y su solución lleva a la componente axial del campo. El numero de onda $\tilde{\beta}$ esta determinado si se resuelve la ecuación de eigenvalor (2.39) para los modos propagados en la fibra [17], [13] y [15]. Para obtener la ecuación (2.40) la segunda derivada $\partial^2 \tilde{A} / \partial z^2$ fue despreciada, ya

que $\tilde{A}(z, \omega)$ es función de z variando lentamente. La constante dieléctrica $\varepsilon(\omega)$, en la ecuación (2.37) se puede aproximar a:

$$\varepsilon = (n_L + n)^2 = n_L^2 + 2n_L \Delta n + \Delta n^2 \quad (2.41)$$

Donde Δn es una pequeña perturbación dada por [7]:

$$\Delta n = n_2 |E|^2 + j \frac{\tilde{\alpha}}{2k_0} \quad (2.42)$$

La ecuación (2.39) se puede resolver usando la teoría de perturbación de 1^{er} orden donde se considera que Δn no altera la distribución de $F(x, y)$ del campo [19]. Se debe primero sustituir ε_L por n_L^2 y se obtiene la distribución modal de $F(x, y)$ y el numero de onda $\beta(\omega)$ correspondiente.

A pesar de la teoría de perturbación de 1^{er} orden se deduce que Δn no afecta la distribución modal de $F(x, y)$, con todo el eigenvalor $\tilde{\beta}$ y se convierte en [7]:

$$\tilde{\beta}(\omega) = \beta(\omega) + \Delta\beta \quad (2.43)$$

Donde:

$$\Delta\beta = \frac{k_0 \iint \Delta n |F(x, y)|^2 dx dy}{\iint |F(x, y)|^2 dx dy}, \quad (2.44)$$

siendo los limites de las integrales de $-\infty$ a $+\infty$.

Este proceso completa la solución formal de le ecuación (2.21), en primero orden para la perturbación \tilde{P}_{NL} . Usando la ecuación (2.22), el campo eléctrico $\tilde{E}(\vec{r}, t)$ puede ser escrito en el dominio del tiempo de la siguiente forma:

$$\tilde{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [F(x, y) A(z, t) e^{j\beta_0 z} e^{-j\omega_0 t} + c.c.]. \quad (2.45)$$

Luego,

$$\tilde{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [F(x, y) A(z, t) e^{j(\beta_0 z - \omega_0 t)} + c.c.], \quad (2.46)$$

donde $A(z, t)$ es la envolvente de variación lenta del pulso. La transformada de Fourier $\tilde{A}(z, \omega - \omega_0)$, de $A(z, t)$, satisface la ecuación (2.40), y considerando la ecuación (2.43) y si se asume una aproximación como:

$$\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2 \approx 2\beta_0 (\tilde{\beta} - \beta_0),$$

resulta que:

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + j[\beta(\omega) + \Delta\beta - \beta_0] \tilde{A} = 0.$$

Luego,

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = j\tilde{A}[\beta(\omega) + \Delta\beta - \beta_0]. \quad (2.47)$$

El significado físico de esta ecuación es claro. Cada componente espectral, dentro de la envolvente del pulso, cuando se propaga en la fibra, adquiere un desplazamiento de fase cuya magnitud es dependiente de la frecuencia y de la intensidad [7], [13]. En este punto se puede volver al dominio del tiempo, tomando la transformada inversa de Fourier en la ecuación (2.47), y se obtiene la ecuación de propagación para $A(z, t)$. Toda la dependencia funcional exacta de $\beta(\omega)$ es difícilmente evaluada en una serie de Taylor en función de la portadora ω_0 [19]:

$$\beta(\omega) = \beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2\beta_2 + \frac{1}{6}(\omega - \omega_0)^3\beta_3 + \dots, \quad (2.48)$$

donde:

$$\beta_m = \left(\frac{d^m \beta}{d\omega^m} \right)_{\omega=\omega_0} \quad (m=1,2,3,\dots) \quad (2.49)$$

Los términos cúbicos y de orden superior en esta expansión generalmente pueden ser despreciados, si el ancho espectral $\Delta\omega \ll \omega_0$. Sustituyendo la ecuación (2.48) en la ecuación (2.47) y tomando la transformada inversa de Fourier, la ecuación resultante para $A(z, t)$ es la siguiente:

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = j\tilde{A} \left(\beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2\beta_2 + \Delta\beta - \beta_0 \right)$$

Si $\beta_2 \approx 0$ para algunos valores específicos de ω_0 , situados próximos a la longitud de onda de dispersión cero en la fibra, es necesario incluir el término cúbico β_3 . Pasando para el dominio del tiempo y sustituyendo $\omega - \omega_0$ por $j\partial/\partial t$ se tiene la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} - j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + j\Delta\beta A. \quad (2.50)$$

En el caso que operemos en la longitud de onda de dispersión cero, la ecuación (2.50) debe incluir términos de orden cúbico, conforme se muestra en la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial A(z,t)}{\partial z} = -\beta_1 \frac{\partial A(z,t)}{\partial t} - j \frac{\partial^2 A(z,t)}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A(z,t)}{\partial t^3} + j\Delta\beta A(z,t). \quad (2.51)$$

El termino con $\Delta\beta$ incluye el efecto de la perdida y la no-linealidad en la fibra. Usando las ecuaciones (2.42) y (2.44) $\Delta\beta$ se puede calcular y sustituir en la ecuación (2.50). De hecho, usando estas relaciones, se puede escribir el tercer termino del lado derecho de la ecuación (2.50):

$$j\Delta\beta A = jA \frac{k_0 \int \int_{-\infty}^{+\infty} \left(n_2 |E|^2 + j \frac{\tilde{\alpha}}{2k_0} \right) |F(x,y)|^2 dx dy}{\int \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x,y)|^2 dx dy}$$

De la ecuación (2.46) y haciendo manipulaciones matemáticas llegamos a la siguiente ecuación:

$$j\Delta\beta A = jn_2 \frac{\omega_0}{c} A|A|^2 \frac{1}{\frac{\int \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x,y)|^2 dx dy}{\int \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x,y)|^4 dx dy}} - \frac{\tilde{\alpha}}{2} A$$

Con la ecuación anterior se define el área efectiva A_{eff} , por [7]:

$$A_{eff} = \frac{\left(\int \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x,y)|^2 dx dy \right)^2}{\int \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x,y)|^4 dx dy} \quad (2.52)$$

$$\therefore j\Delta\beta A = jn_2 \frac{\omega_0}{c} \frac{A|A|^2}{A_{eff}} - \frac{\tilde{\alpha}}{2} A$$

Dado que:

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{eff}} \quad (2.53)$$

Finalmente tenemos:

$$j\Delta\beta A = jA|A|^2 \gamma - \frac{\tilde{\alpha}}{2} A.$$

La ecuación (2.36) $\tilde{\alpha} = \alpha + \alpha_2 |E|^2$; siendo $\alpha_2 \ll \alpha$ en fibras ópticas y considerando el origen de la no-linealidad débil, tenemos lo siguiente $\tilde{\alpha} = \alpha$. Adoptando esta aproximación y considerando la ecuación (2.50) se obtiene:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} = j\gamma |A|^2 A \quad (2.54)$$

La amplitud de campo eléctrico del pulso A se considera normalizada tal que $|A|^2$ representa la potencia óptica [7], [22]. La cantidad $\gamma |A|^2$ es en tanto dada en unidades de m^{-1} , si n_2 se da en unidades de m^2/W .

El calculo del parámetro A_{eff} requiere el uso de la distribución de $F(x, y)$ para el modos fundamental de la fibra. Se destaca aquí que el área efectiva A_{eff} depende claramente de los parámetros de la fibra tales como el radio del núcleo y la diferencia de los índices del núcleo y revestimiento, siendo que A_{eff} puede variar en una porción de 20 a 100 μm^2 en la región de 1550 nm, dependiendo del tipo de fibra. Como resultado γ presenta valores en el intervalo de 1 a 10 $W^{-1}km^{-1}$, usualmente el valor típico de n_2 es de 2.6×10^{-20} m^2/W . Vale destacar que existen tipos de fibras que presentan una gran área efectiva, siendo A_{eff} incrementada intencionalmente para reducir el impacto de las no-linealidades en la fibra.

La ecuación (2.54) describe la propagación del pulso óptico en el orden de picosegundos en una fibra monomodo. En la literatura, se refiere a ella como la ecuación No-Lineal de Schrödinger (NLS). La ecuación (NLS) incluye los efectos de las perdidas en la fibra, a través de α , la dispersión cromática de primer orden, a través de β_2 , y la no-linealidad Kerr de la fibras, a través de γ . El significado físico del parámetro β_1 se puede interpretar como la envolvente del pulso que se mueve con una velocidad de grupo $v_g \equiv 1/\beta_1$, en cuanto que los efectos de la dispersión de la velocidad de grupo (GVD) son gobernados por β_2 . Este parámetro puede ser positivo o negativo, dependiendo de si la longitud de onda de operación λ se encuentre respectivamente abajo o arriba de la longitud de onda de dispersión cero, λ_D de la fibra, Fig.2.1.

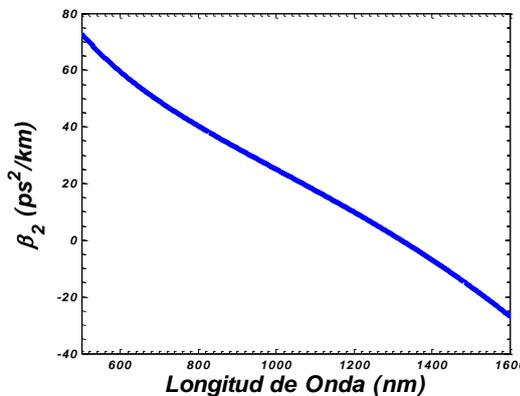


Fig.2.1. variación de β_2 con la longitud de onda para una fibra SMF-28, con $\beta_2 = 0$ cerca de $\lambda \approx 1321$ nm

Se debe tener presente que si estuviéramos trabajando próximos a la región de longitud de onda cero, o sea $\beta_2 \approx 0$, se torna necesario la inclusión del término cúbico β_3 siendo que este representa la dispersión cromática de segundo orden. En este caso se tiene la ecuación No-Lineal de Schrödinger (NLS) escrita en la siguiente forma:

$$\frac{\partial A(z,t)}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A(z,t)}{\partial t} + j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A(z,t)}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A(z,t)}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2} A = j\gamma |A(z,t)|^2 A(z,t) \quad (2.55)$$

Si la ecuación (2.55) se introduce en un sistema de coordenadas que se mueve con la misma velocidad de grupo v_g y usando la siguiente transformación $T = t - z/v_g = t - \beta_1 z$ se obtiene una forma simplificada para la ecuación (2.53):

$$\frac{\partial A(z,T)}{\partial z} + j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A(z,T)}{\partial T^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A(z,T)}{\partial T^3} + \frac{\alpha}{2} A(z,T) = j\gamma |A(z,T)|^2 A(z,T) \quad (2.56)$$

Se debe destacar que la ecuación (2.56) servirá como base para el análisis de los efectos lineales y no-lineales presentes en una fibra óptica, sobre los cuales este trabajo se fundamenta. Su solución será dada empleando el método de Split Step de Fourier (SSF) (siguiente sección), a través de la simulaciones realizadas con la plataforma computacional de MATLAB.

2.4. -El Método de Split Step de Fourier (SSF).

El método de Split-Step de Fourier (SSF) es el método numérico mas empleado en la solución de la propagación de pulsos en fibras ópticas. Este presenta un menor tiempo computacional, en relación a otros métodos, esto se debe al uso del algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT) [7].

La idea básica del SSF consiste en dividir la fibra en pequeños pedazos de longitud h , asumiendo que la dispersión y la no-linealidad de la fibra actúan aisladamente en forma alternada. En la Fig.2.2 se muestra, esquemáticamente, esta idea.

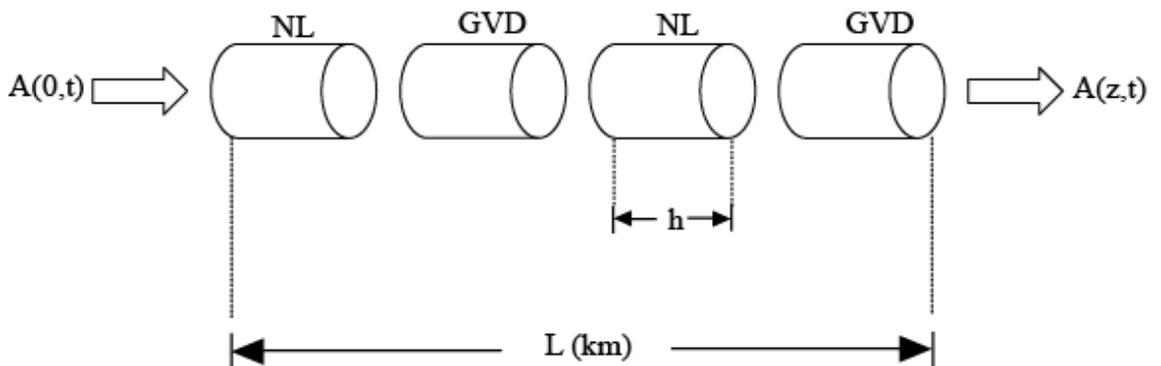


Fig.2.2. Representación del método de SSF

Para una mayor comprensión del método, se escribe la ecuación de propagación de la forma siguiente:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})A \quad (2.57)$$

Donde

$$\hat{D} = -\frac{j}{2}\beta_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\alpha}{2} \quad (2.58)$$

$$\hat{N} = j\gamma|A|^2, \quad (2.59)$$

siendo \hat{D} un operador ligado a los efectos lineales, o sea a la dispersión y a las pérdidas, en cuanto a \hat{N} es el operador asociado a los efectos no-lineales. Cuando el pulso se propaga del punto z ha $z+h$, se tiene la siguiente expresión:

$$A(z+h, t) = e^{h\hat{D}} e^{h\hat{N}} A(z, t), \quad (2.60)$$

teniendo en cuenta que el operador \hat{D} tiene la atenuación en el dominio de la frecuencia, el cual esta expresado por:

$$e^{h\hat{D}} B(z, t) = F_l^{-1} e^{h\hat{D}(j\omega)} F_l B(z, t), \quad (2.61)$$

donde F_l representa la transformada de Fourier. $\hat{D}(j\omega)$ es obtenido de la ecuación (2.58), con la sustitución del operador $(\partial/\partial t)$ por $j\omega$ donde ω es la frecuencia.

En la practica, la elección de h se afecta de modo al no permitir que la fase no-lineal $\phi_{NL} = \gamma|A|^2 h$, acumulada en el intervalo incrementado, será mayor que algunos mili radianes.

Resumiendo, se estudió los efectos lineales y no-lineales debido a que ellos son los causantes de las limitaciones de los enlaces por fibra ópticas ya que ensanchan temporal y espectralmente los pulsos transmitidos, junto con la atenuación de las fibras hay pérdida de potencia al momento de transmitirse los pulsos ópticos, todo esto causa que la eficiencia de las transmisiones se reduzca considerablemente y también que no se pueda utilizar el gran ancho de banda que las fibras ópticas poseen.

Para ello se utilizan métodos numéricos tales como el método de paso simetrizado de Fourier, para dar solución a la ecuación no-lineal de Schrödinger. El método a pesar de que introduce un pequeño error es muy utilizado debido su facilidad y su rápido proceso computacional aventajando a otros métodos tales como las diferencias finitas y el método de elemento finito, que son muy utilizados pero muy ineficientes en procesos computacionales.

Referencias.

- [1] A. Tarmo, *Introduction to Telecommunications Networks Engineering*, 1998.
- [2] J. A. J, Ribeiro, *Comunicaciones Ópticas*, 1a Edición, Editorial Erica, 2003.
- [3] A., Yariv y J. P., Gordon, "The Laser", *Proceedings of the IEEE*, (1963).
- [4] William, B. Jones Jr., *Optical Fiber Communication Systems*, Ted Buchholz, 1987.
- [5] J. I., Yamada, S. Machida, y T. Kimura, 2 Gbit-s Optical Transmisión Experiments at 1.3 μm with 44 km Single-mode Fiber, *Electron Lett.*, 17 pp. 479-480, 1981.
- [6] Tingye Li, "The Impact of Optical Amplifiers on Long-Distance Lightwave Telecommunications", *Proceedings of the IEEE*, vol. 81, No 11, November (1993);
- C. Randy Giles y Emmanuel Desurvire, "Modeling Erbium-Doped Fiber Amplifiers", *Proceedings of the IEEE*, 1991.
- [7] Govind. P., Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics* 3rd Ed., Academic Press, 2001.
- [8] M. J., Potasek e G. P., Agrawal, "Self Amplitude Modulation of Pulse in Nonlinear Dispersive Fiber", *Physical Review A* 36, pp. 3862, 1987.
- [9] M. R. C., Caputo e M. E., Gouvea, "Factores que Infuyen en la Capacidad y Desempeño de los Sistemas con Amplificadores Ópticos (Los Actuales Sistemas Ópticos de Alta Capacidad)", *Revista de Inatel*, vol. 02, No 02 1999.
- [10] Haroldo Takashi Hattori, "Fibras Ópticas de Baja No Linealidad y Dispersión para Enlaces Ópticos de Larga Distancia", *Simposio Brasileiro de Telecomunicaciones*, pp. 631-634, 2002.
- [11] Marcelo, Alonso y Edward J., Finn, *Física: Un curso Universitario*, Vol. II – Campos y Ondas. 1^a Ed., Edgar Blucher Ltda., 1972.
- [12] J. D, Graus y D. A., Fleisch, *Electromagnetics with Applications*,. Fifth edition 1999, MscGraw-Hill International;
- J. D, Kraus y K. R., Caver, *Electromagnetismo*, 2^a Edición.
- [13] Rajiv, Ramaswami y Kumar N., Sirvarajan *Optical Networks – A pPractical Perspectiva*, 2nd Ed., Academia Press, 2002.
- [14] Gerd, Keiser, *Optical Fibre Communications*,. 3rd Ed., McGraw-Hill, 2000.

- [15] P. A. Franken y J. F. Ward, "Optical Harmonics and Nolinear Phenomena", *Reviws of Moder Physiscs*, vol. 35, No 01, pp. 23-39, 1963.
- [16] Ammon, Yariv, *Optical Electronics in Moder Communications*. 5th Ed., Oxford University Press, 1997.
- [17] Robert G., Waarts, "Nolinear Effects in Coherent Multichannel Transmission through Optical Fibers", *Proceedings of the IEEE*, vol. 78, No 08, pp. 1344-1368, 1990.
- [18] A. H., Haus, *Waves and Fields in Optoelectronics*,. 1st Ed., Prentice-Hall, 1984.
- [19] M. R., Spiegel, *Manual de Formulas, Métodos y Tablas de Matemáticas*, 2^a Ed. Revisada y Ampliada, Markron Books.
- [20] Dietrich, Marcuse *Light Transmission Opticas*, 2a Ed., Robert E. Krieger Publishing Company, 1998.
- [21] Govind. P., Agrawal, *Fiber Optics Communication Systems*, 3rd Ed., Wiley Interscience, 2002.

Capítulo 3

SIMULACION DE SISTEMAS DE COMUNICACIONES POR FIBRAS OPTICAS DE UNICO CANAL A 10 Gb/s

3.1 Introducción.

A pesar del gran éxito de los sistemas de comunicaciones por técnicas como la división por multiplexado de longitud de onda (**Wavelength Division Multiplexing-*WDM***), que han logrado una alta capacidad en las transmisiones, permanece el interés de explorar las altas tasas de transmisión en los sistemas de un solo canal, para aplicaciones menos especializadas. En este trabajo, por simulaciones computacionales investigamos la posibilidad de transmitir en un solo canal tasas de hasta 10 Gb/s sobre 150 km o más. Una longitud de 150 km sería lo suficiente para conectar muchos laboratorios en el estado de Guanajuato y áreas vecinas con el Centro de Investigaciones en Óptica. Estos sistemas han sido estudiados usando la topología de conexión punto a punto con formatos de modulación de pulsos de no retorno a cero (*NRZ*), estos han sido estudiados en la literatura relacionada con los sistemas de comunicaciones por fibras ópticas [1], donde las longitudes utilizadas fueron alrededor de 200 km. La principal dificultad que se encontró fue la del demultiplexado. Técnicas para resolver estas limitaciones son estudiadas en detalle en la referencia [1].

En años anteriores hubo investigaciones de considerable interés para desarrollar diseños de redes que mejoraran a las técnicas existentes y por ello considerables procesos han sido realizados por [2] y [3]. Más aún se han desarrollado componentes ópticas que son necesarias para estas redes tales como las memorias ópticas [4]. El trabajo de desarrollar componentes ópticos que trabajen a 10 Gb/s es bastante complicado ya que es difícil optimizar las líneas de transmisiones por fibra ópticas para lograr la máxima longitud posible y detectar las variaciones de la intensidad. Muchos de los trabajos en la actualidad han asumido que estas altas tasas de transmisiones en redes de único canal se basarían en las transmisiones solitónicas [2], [3], pero el uso de solitones estándar limita la longitud de transmisión alrededor de 100 km [3]. Nosotros mostraremos que usando amplificadores con separaciones pequeñas entre ellos y usando mapas de dispersión con distancias de 50 km, es posible transmitir señales a longitudes más grandes que 2000 km con un aceptable ensanchamiento espectral del los pulsos debido a la Automodulación de fase (*SPM*). La característica de la corta distancia entre los amplificadores nos permite poca acumulación del ruido de

emisión espontánea amplificada (*ASE*), que no es más que la relación en el cual el ruido acumulado es proporcional y se expresa de la forma siguiente:

$$\frac{e^{\alpha L} - 1}{L_{amp}} \quad (3.1)$$

Donde α es la atenuación de la fibra y L_{amp} es la distancia de cada amplificador. Si reducimos la distancia entre los amplificadores de 80 km, el cual es común para sistemas de comunicación terrestres, a 50 km, se reduce la tasa de acumulación de ruido por un factor de 6 [3]. Dependiendo del formato de modulación para los pulsos en nuestro caso NRZ y la distancia a transmitir, logramos obtener espectros de pulsos aceptables con picos de potencia comparables a los sistemas actuales. El punto es bajar el periodo del mapa de dispersión (es decir la colocación de fibras con dispersión opuesta). A 10 Gb/s, debido al amplio ancho de banda del canal, el periodo o la oscilación periódica dentro del mapa de dispersión es lo suficientemente grande como para destruir el mezclado de cuatro ondas (*FWM*), pero no es lo suficientemente grande para una excesiva interferencia inter símbolo entre los bits.

Los pulsos en formato de no retorno a cero (*NRZ*) son generados como pulsos perfectamente rectangulares con un intervalo de tiempo de longitud T como se muestra en la Fig. 3.1. Estos pulsos son redondeados por un filtro de Butterworth debido a que es uno de los filtros electrónicos más básicos, diseñados para producir respuesta más plana hasta la frecuencia de corte de $20n$ [dB] donde n es el orden del filtro, el orden para este filtro es cuatro y el ancho de banda base (es decir a la banda de frecuencias producidas por el receptor y anchura media donde se encuentra la mayor parte de de la potencia de la señal) es de 85 GHz.

Los pulsos son introducidos sin chirp inicial, es decir la variación que sufre el pulso con respecto al tiempo al propagarse en la fibra, pero si se introduce con un chirp inicial hay evidencia de que la modulación de fase inicial pueda apuntar a un mejoramiento en los sistemas de multiplexado por longitud de onda [5], no encontramos la necesidad en nuestro sistema.

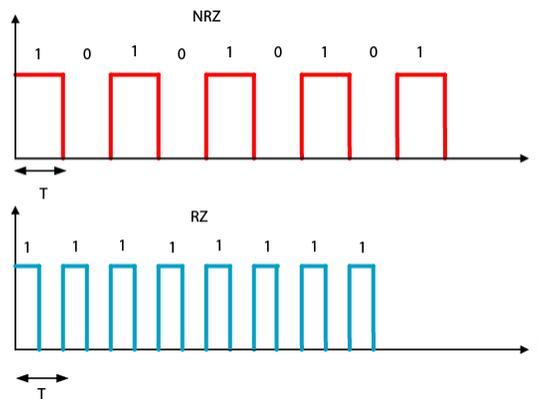


Fig.3.1. secuencia alternada de 1's y 0's, que corresponde a la máxima tasa de cambio en NRZ, mientras que una serie de 1 da el más rápido cambio en RZ.

Los pulsos en formato *NRZ* tienen una duración para cada pulso igual al periodo, mientras que para el caso de los pulsos con formato *RZ* el periodo de cada pulso es más pequeño que el propio periodo (típicamente la duración es la mitad del periodo) por esta razón se utilizó el formato *NRZ* y debido a la forma de estos pulsos han sido la tarea de experimentos recientes y estudios teóricos [3], los cuales han determinado su tolerancia a variaciones de la dispersión, potencia, dispersión por modo de polarización (*PMD*) y pendiente de dispersión. Sin embargo se nota que no hay una distinción fundamental entre el formato *NRZ* y el formato de retorno a cero (*RZ*). Cuando se aumenta la potencia de un pulso *RZ*, este tiende a contraerse cuando se propaga en la fibra y puede eventualmente lucir como un pulso *DMS*, es decir como un pulso con perfil de solitón; por el contrario, cuando disminuimos la potencia de un pulso *DMS*, este tiende a ensancharse así como se propaga en la fibra y se comporta como un pulso *RZ*. En nuestra modelo los pulsos *NRZ* no tienen modulación de fase inicial y no se transforman en pulsos *RZ*, pero trabajos posteriores [5] muestran que esto es posible. La ventaja principal del formato *NRZ* es que al emplear pulsos de gran duración estos requieren de menor ancho de banda que otros sistemas de codificación como los formatos *RZ* que emplean pulsos más cortos. Se puede decir que es la principal diferencia entre los dos formatos.

El éxito de la transmisión a 10 Gb/s se debe a que muchas condiciones son conocidas, como el ancho de los pulsos, el tipo de formato para los pulsos, las atenuaciones de las fibras, dispersión, coeficiente no-lineal, potencias al inicio de la fibra, la tasa de transmisión o "bit rate", fotodetectores tipo PIN (unión P, unión Intrínscico, unión N) o APD (fotodiodo por efecto de avalancha), de los cuales los más utilizados son los tipo APD por su gran sensibilidad a detectar un bit "0", cuando no hay señal en el detector donde el ruido térmico está presente debido a la no presencia de señal ya que los electrones en el detector quedan excitados al recibir anteriormente un bit "1" y estos empiezan a generar calor debido a la

fricción entre los electrones. Por ello son capaces de alcanzar distancias de miles de kilómetros, lo cual requiere de bajas pendientes de dispersión, que es importante tener en cuenta al diseñar el mapa de dispersión. Encontramos que a pocos kilómetros pueden ser conectados con pendientes de dispersión ($dD/d\lambda$) de: 0.092 ps/km-nm², para la Corning® *SMF-28™* CPC6, 0.075 ps/km-nm², para *DSF* y 0.0067 ps/km-nm², para Corning® *LEAF*. La transmisión de pulso sobre grandes distancias se ayuda por el uso de filtros lineales [12]. Finalmente, la dispersión por modo polarizado (*PMD*) se debe mantener baja y la señal de potencia debe de estar dentro de rangos seguros los cuales dependen del formato de modulación y el estrechamiento de los bits a medida que la distancia se aumenta.

3.2 Leyes de Escala.

La transmisión de pulsos de luz a través de fibras ópticas incrementa en dificultad tanto como la tasa de transmisión “bit rate” se incrementa. Esta propiedad fundamental es debido a que al aumentar la tasa de transmisión el ancho de los pulsos se reduce y por efecto de la dispersión cromática se produce un rápido ensanchamiento de los pulsos. Por lo que la ecuación no-lineal de Schrödinger se simplifica para ciertos anchos de pulso, esto se ve reflejado en las escalas de longitud de propagación los cuales nos indican que fenómenos gobernarán la propagación de los pulsos dentro de la fibra óptica, estas características se pueden estudiar al simplificar la ecuación no-lineal de Schrödinger, para que describa la propagación de pulsos a través de una fibra óptica incluyendo los efectos de la atenuación, dispersión cromática por polarización (*PMD*) y la Automodulación de Fase (SPM) [13], [14] que es válido en cualquier tipo de fibra.

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2L_D} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \frac{e^{-\alpha z}}{L_{NL}} |U|^2 U, \quad (3.2)$$

donde *sgn* es la función signo cuyo valor vale +1 ó -1, dependiendo del valor del signo del parámetro β_2 (+1 en la región de dispersión normal y -1 en la región anómala), la coordenada z representa la longitud de la fibra, t representa el retardo de tiempo relativo medido para pulsos en movimiento, y β_2 representa la dispersión de velocidad de grupo (*GVD*).

El campo U es bidimensional cuya envolvente representa las componentes polarizadas del campo efectivo de la onda de luz (en este trabajo no se toman en cuenta las componentes de polarización, debido a que tendríamos 2 ecuaciones acopladas). El campo normalizado como $|U|^2$ representa la potencia transmitida dentro de la fibra.

Si se analiza la ecuación no lineal de Schrödinger es fácil ver las siguientes escalas de niveles de transformación en la cual la solución es invariante:

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \quad |U'|^2 = \frac{1}{k}|U|^2 \quad \tau = k = \frac{T}{T_0} = \frac{t - z/v_g}{T_0} \quad (3.3)$$

El parámetro de escala k conecta las variables originales con las cantidades transformadas. De aquí que la ecuación no lineal de Schrödinger concuerda con la envolvente del campo en vez del campo mismo, la escala de transformación afecta solamente la parte temporal y espacial de la onda del campo óptico. En pocas palabras la longitud de onda λ y la frecuencia angular ω que depende del parámetro β_2 , no son afectadas.

Esta escala de transformación revela un número de propiedades interesantes, tales como los regímenes de propagación el cual nos indica por cual de los fenómenos lineales o no-lineales el pulso será gobernado en su propagación. Si queremos un sistema de escala que opere de 10 Gb/s a 100 Gb/s, tenemos un factor de escala de $k = 0.1$. Así que el sistema a 10 Gb/s está presentando dificultades en la transmisión a 10000 km, mientras que un sistema a 100 Gb/s experimenta problemas a los 1000 km. Simultáneamente, el periodo de longitud del mapa de dispersión también como el valor de la dispersión β_2 , deben ser reducidos por un factor de 10 (es decir debido del factor de escala por pasar de los 10 Gb/s a 100Gb/s y la potencia pico de los pulsos debe incrementarse por un factor de 10, como se muestra en la Fig. 3.3.

El valor de la diferencia $\Delta\tau$ (τ tiempo de retraso) en la llegada de los pulsos polarizados en los estados de polarización principal, no se afecta por la escala de transformación [4]. Esta diferencia de tiempo es a causa del *PMD* [15] y [16]. Sin embargo en la práctica el principal interés es la longitud de escala de la *PMD* para la fibra, la longitud de dispersión de polarización (L_{PMD}), sobre el cual un pulso de señal con ancho de banda $\Delta\nu$ sufre un ensanchamiento de (?) un porcentaje del ancho temporal $\langle|\Delta\tau|\rangle$. De la relación $\langle|\Delta\tau|\rangle = D_{PMD} \sqrt{L_{PMD}}$ y considerando que el efecto del ensanchamiento temporal permitido es inversamente proporcional a $1/k$ de esta manera se tiene que $L_{PMD} \propto k^2$. Encontramos una vez más que el valor aceptable de D_{PMD} para un ajuste en la longitud de propagación se reduce de un factor de 10 cuando la escala va de a 10 a 100 Gb/s.

3.3 Parámetros del sistema.

Este modelo simula la transmisión de datos caracterizados por un gran número de parámetros, la mayoría no cambian, pero todos estos parámetros se especifican

según es el caso. Para complementar, en la Tab.3.1, se listan los parámetros utilizados.

Bit Rate	10 Gb/s		
Numero de bit por palabra	64		
Longitud de onda	1550 nm		
Distancia entre amplificadores	50 km		
Exceso de factor de ruido del amplificador	1.5		
Modo de aéreas efectivas	SMF-28, 52.8 μm^2	DSF, 50 μm^2	LEAF, 72 μm^2
Longitud de polarización	50 m		
Longitud de correlación de la fibra	100 m		
Polarización por dispersión de modo	0		
Mapa de dispersión con $\langle D \rangle$	0		
Longitud de periodo	50 km		
Primera longitud	20 km		
Segunda longitud	10 km		
Tercera longitud	20 km		
Pendiente de dispersión, $dD/d\lambda$	SMF-28, 0.092 ps/(km-nm ²)	DSF, 0.075 ps/(km-nm ²)	LEAF, 0.0667 ps/(km-nm ²)
Perdidas de las fibras, α	SMF-28, 0.2 dB/km	DSF, 0.18 dB/km	LEAF, 0.22 dB/km
Coefficiente no lineal, γ	SMF-28, $2.456 \times 10^{-20} \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$	DSF, $2.02 \times 10^{-20} \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$	LEAF, $1.8 \times 10^{-20} \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$
Ancho de banda del filtro óptico	1200 GHz para NRZ		
Orden del filtro óptico	4		
Ancho de banda del filtro eléctrico	85 GHz		
Orden del filtro eléctrico	5		

Tabla 3.1. Parámetros utilizados en la simulación para un sistema a 10 Gb/s

El máximo ancho medio ($FWHM$) de pulsos gaussianos en formato NRZ es $0.7T = 70$ ps. En esta simulación, los amplificadores fueron modelados como multiplicadores con una frecuencia de respuesta plana que no es más que la comprensión de las pérdidas en la fibra. Sin embargo un apropiado aumento en el ruido gaussiano se suma a cada componente del espectro de Fourier de la señal óptica.

El filtro lineal permite formatos tipo NRZ donde la señal incrementa su ancho para darle rangos de espectro más ensanchados que crecen dentro de este. Al final el llamado filtro efectivo opera en banda base y magnitud cuadrada de la señal.

3.4 Tolerancia a Variaciones de la Potencia Pico de la señal.

Idealmente, un factor que mide la eficiencia de un sistema de comunicaciones ópticas es el llamado parámetro del bit error rate (BER). Sin embargo resulta difícil usar este parámetro desde simulaciones computacionales debido a la complejidad para calcularse. Una alternativa que se plantea para este problema es el llamado factor de calidad Q que está muy relacionado a la tasa de error "bit error rate". El

factor Q está definido como la diferencia entre los niveles de promedios del pulso y del espacio, dividida por la suma de sus desviaciones estándar. Sin embargo, la relación entre Q y el bit error rate existe solamente si el ensanchamiento del nivel es causado solamente por el ruido. En la mayoría de los sistemas reales también como en nuestra simulación, el ensanchamiento del pulso y de los niveles de espacio es causado sustancialmente por la interferencia íter-símbolo así que el factor Q calculado acorde a la definición anterior no tendrá una relación definida fácilmente para el bit error rate. Por esta razón usamos un criterio de “aceptable” en términos cuantitativos a los ensanchamientos espectrales debido a la *SPM* .

Para ilustrar el significado de los comentarios de “aceptable” y “excelente” se muestran los espectros ensanchados para pulsos con formato *NRZ* en las Fig. 3.2 y 3.3.

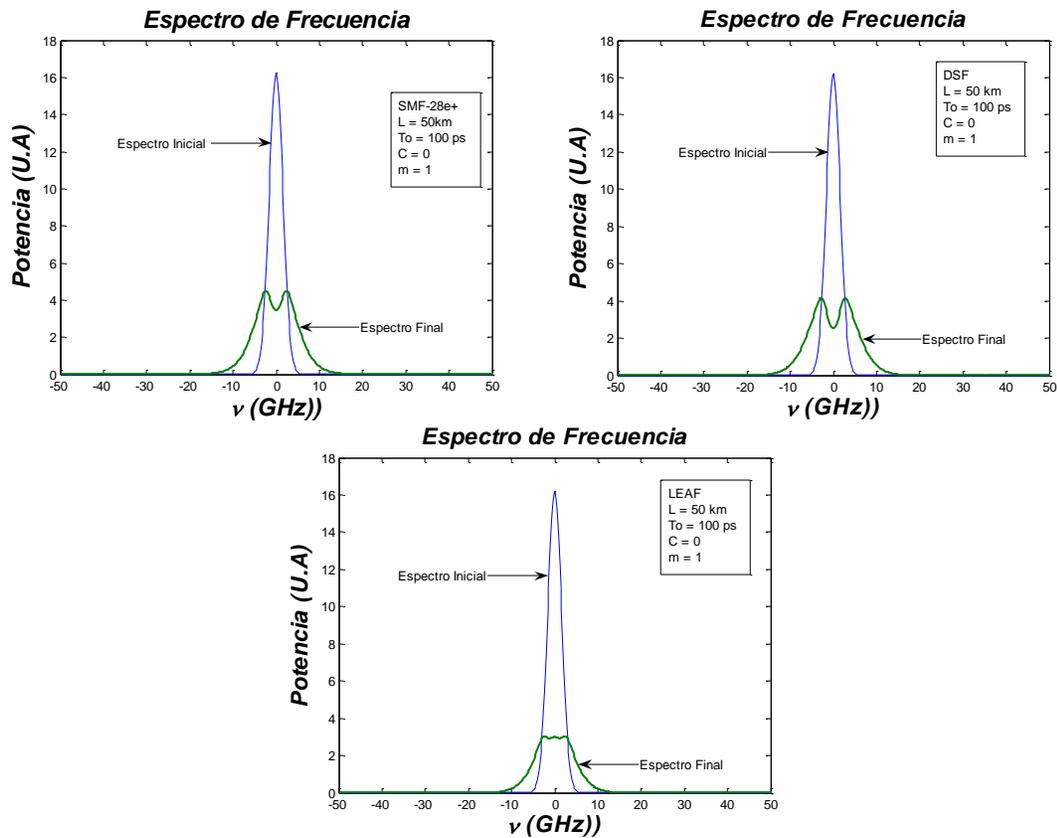


Fig.3.2. Ensanchamiento espectral de un pulso gaussiano ($m = 1$) debido a la *SPM*, el cual se juzga aceptable. El ancho de banda es de 20 GHz, con $T_0 = 100$ ps, $P_0 = 100$ mW, $C = 0$, $L = 50$ km.

Un ancho espectral lo consideraremos aceptable cuando es mayor de 20 GHz, esto debido a la introducción comercial de sistemas de 40 GB/s por canal, ocurrida a comienzos de 2002 [16], requirió grandes avances en electrónica de alta velocidad, con componentes de anchos de banda superiores a los 40 GHz, y el desarrollo de dispositivos de compensación dinámicos (TDCs). En la Fig. 1 Se muestra que esta relación es de 20 GHz y 40 GHz el cual podemos observar que al combinar (para los mapas de dispersión) las fibras SMF-28 y la DSF el efecto dominante es la Automodulación de Fase (SPM) mientras que la LEAF y la SMF-28 el efecto dominante es la dispersión y atenuación, cosa contrario ocurre cuando la LEAF y la DSF se acoplan el efecto dominante es la SPM aunque en menor proporción que la SMF-28 y la DSF. La Fig.3.3, muestra más claramente los efectos dominantes, esto en la práctica se presenta al aumentar la potencia en el transmisor lo que nos indica la relación proporcional de la potencia y los picos en el espectro. Además se identifica la simetría de los anchos espectrales que es característica de la Automodulación de Fase (SPM).

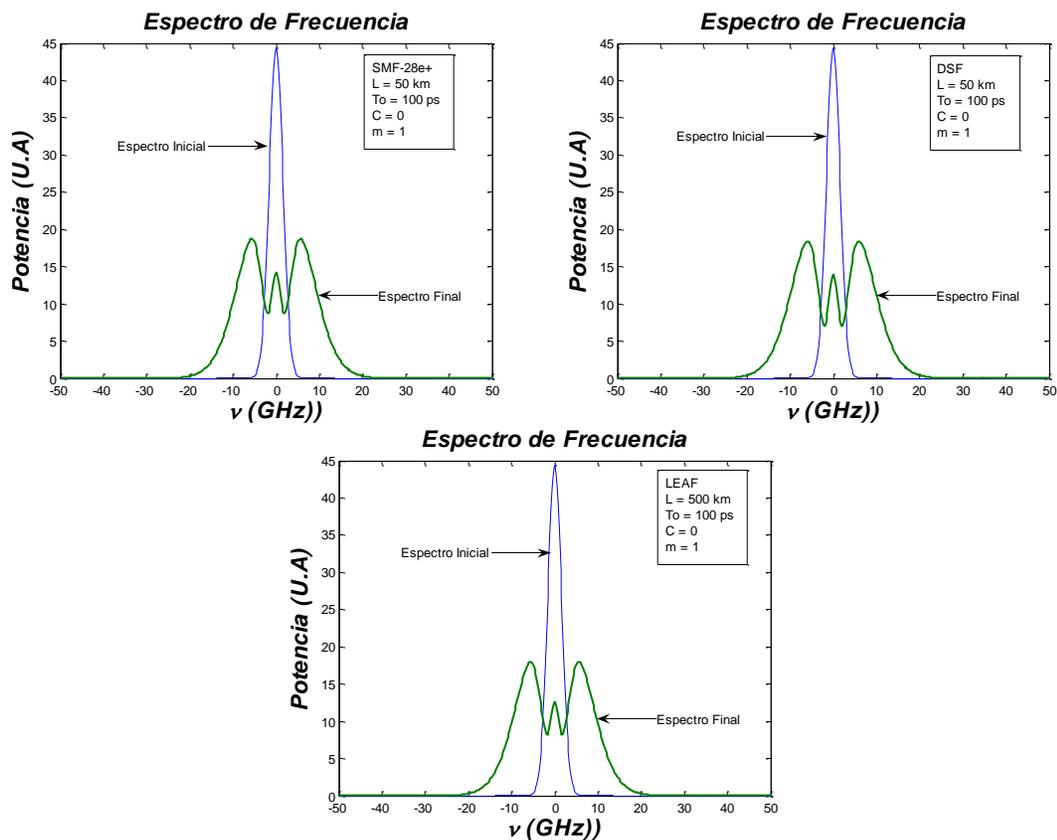


Fig. 3.3. Ensanchamiento espectral de un pulso gaussiano ($m = 1$), debido a la SPM, el cual se juzga excelente. El ancho de banda es de 30 GHz, con $T_0 = 100$ ps, $P_0 = 100$ mW, C = 0, L = 50 km.

En la figura anterior se muestra que para la fibra DSF se presenta un mejor ancho espectral debido al efecto no-lineal de la SPM, esto nos indica que es una buena candidata para ser utilizada en este tipo de diseños, el inconveniente que presenta es que la longitud de dispersión cero para la DSF cae en la mayoría de los casos en el ancho espectral del transmisor provocando el fenómeno no-lineal del mezclado de cuatro ondas (FWM). La fibra SMF-28 sigue siendo una candidata excelente para sistemas de comunicaciones ópticas debido a sus bajos costos de producción y buena tolerancia a los efectos no-lineales, para la fibra LEAF, es una mejora para las fibras tipo DSF debido a que actúan como las llamadas fibras tipo NZDS estas evitan el fenómeno del FWM y acomodan la máxima potencia en la fibra evitando así los efectos no-lineales. La mejor dependencia del sistema está relacionada con la potencia promedio introducida en la fibra en medio de cada sección del mapa de dispersión como se muestra en la Fig. 3.4, en la cual podemos ver que a 20 km de la fibra la potencia es casi igual a la introducida en la fibra, este es el concepto de la L_{eff} , la longitud a la cual la potencia se considera constante para mantener en este caso el fenómeno de la SPM ya que esta varía directamente con la potencia introducida en la fibra. Después de esta longitud efectiva se observa como la acción de la atenuación para cada fibra atenúa la potencia transmitida a medida que se propaga en la fibra. El promedio de la distancia es usado en soluciones analíticas para la ecuación no lineal de Schrödinger donde se obtienen las pérdidas de la fibra.

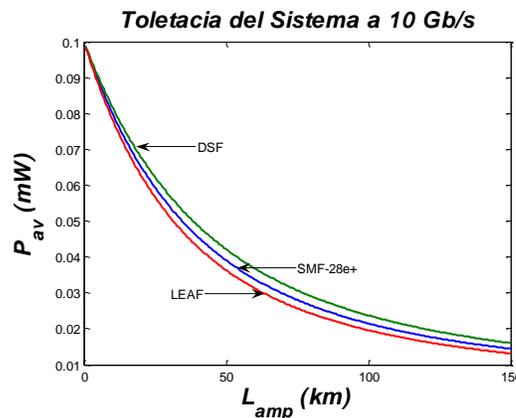


Fig.3.4. Tolerancia a la atenuación para cada fibra del sistema a 10 Gb/s

En sistemas reales, las pérdidas de la fibra se compensan por la colocación de amplificadores periódicamente en el enlace, así la intensidad de los pulsos se atenúa al transmitirse en la fibra y al llegar a un amplificador estos pulsos atenuados aumentan a su nivel de intensidad inicial y así sucesivamente. En la

Fig.3.5, se observa el diagrama esquemático para nuestro sistema, en el cual se explica en detalle cada uno de los componentes que son útiles para realizar los cálculos de presupuestos de potencia. En este modelo se ha tomado una tasa de error (BER) de 10^{-16} para acoplar tecnológicas de nueva generación que tienen tasas de transmisión de 40 Gb/s o superiores.

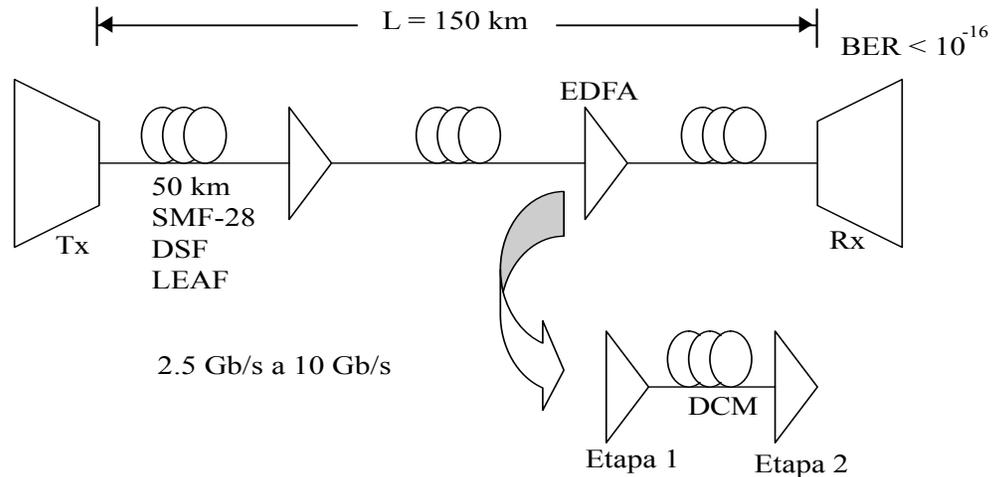


Fig. 3.5. Diagrama esquemático de un sistema de único canal. Un dispositivo transmisor (Tx), transmite el canal. Este se transmite a una cadena de segmentos de fibra (SMF-28, DSF y LEAF, generalmente) seguidos por amplificadores ópticos EDFAs. En el detalle se muestra la estructura de un EDFA: dos etapas amplificadoras y un módulo de compensación de la dispersión (DCM). Los puntos amplificadores de la señal se llaman repetidores. El canal es enviado a sendos receptores. La tasa de error debe ser mejor a 10^{-16} para sistema de última generación. Tx y RX transmisor y receptor, respectivamente. VER "bit-error-rate (tasa de error).

3.5 -Potencia Presupuestada.

Para realizar la potencia presupuestada a nuestro sistema de 150 km de longitud para los tres tipos de fibra (SMF-28, DSF, LEAF), cuyos valores de atenuación para cada fibra se describen en la tabla 2, debemos asumir que la sensibilidad del receptor es de -28 dBm, en la cual existe una conexión (s), que introduce pérdidas de 0.5 dBm, dos conectores (c) que introducen pérdidas de 1 dBm, si se asume un margen de error de +3 dBm, la potencia del transmisor debe exceder como sigue

Atenuación SMF-28	0.2 dB/km
Atenuación DSF	0.18 dB/km
Atenuación LEAF	0.22 dB/km
P_{min}	-28 dBm
P_m	+3 dBm
N_c	2
l_c	1 dBm
N_s	3
l_s	0.5 dBm
L	150 km

Tabla.3.2. Parámetros utilizados para realizar el enlace

$$P_i > P_{\min} + P_m + N_c l_c + N_s l_s + L\alpha$$

Donde P_{\min} es la sensibilidad del receptor, P_m es el margen de error, N_c , el numero de conectores en el sistema, l_c es la perdida para cada conector, N_s , es le numero de conexiones hechas en el sistema, l_s es la perdidas para cada conexión, L es la longitud total del enlace (150 km), α , es la perdida de la fibra óptica. Los resultados se muestran en la tabla 3.3.

Tipo de Fibra	Potencia Presupuestada (mW)
SMF-28	7
DSF	3.5
LEAF	14.2

Tabla. 3.3. Potencias presupuestadas para los tres tipos de Fibra

Para muchos propósitos, el promedio de la potencia del pulso puede servir como una buena aproximación para el ajuste de los niveles de potencia para un sistema sin perdidas. Por definición, la relación entre el promedio de potencia en la fibra, P_{av} a la potencia pico, P_0 en la entrada de la fibra (potencia introducida) está dada por

$$P_{av} = \frac{1 - e^{-\alpha L_{amp}}}{\alpha L_{amp}} P_0 \quad (3.4)$$

En la Fig.3.4, se observan las longitudes de las fibras a 50, 100 y 150 km, las cuales se describen para el sistema *NRZ*. Se observa la posición para cada tipo de fibra usados en el modelado, se nota como la fibra *DSF* alcanza mayores distancias de propagación, el problema de este tipo de fibras es que si la longitud de onda a la cual la dispersión es cero cae dentro del ancho espectral de la fuente de bombeo ocurrele fenómeno del mezclado de cuatro ondas (*FWM*) imposibilitando el proceso de multiplexado. La fibra *LEAF* como se observa ayuda a corregir el fenómeno del mezclado de cuatro ondas (*FWM*) gracias a que su longitud de onda en la cual la dispersión es cero ha sido desplazada y la fibra *SMF-28e+* esta en los niveles intermedios por lo que su uso es aún considerable en muchas aplicaciones. En la Fig.3.4, también se observa la variación de la potencia dentro de la fibra a 50, 100 y 150 km sin amplificación, donde se observa las variaciones de los picos de potencia para cada fibra en los que se ha juzgado aceptable para mejora del sistema en las distancias especificadas. En la mayor parte de este trabajo, el pico de potencia promedio en la distancia de la fibra para un pulso *NRZ* a la entrada de la fibra y en cada amplificador, se adiciona 1 mW. De aquí que la Fig.3.4 representa el resultado de investigaciones en la tolerancia del sistema para la variación de potencia, el pulso con formato *NRZ* se muestra para cada tipo de fibra a 150 km de longitud donde se convierte viable en el rango de potencia entre 10 y 12 mW. El pulso *NRZ* no trabaja con altos niveles de potencia debido a nuestra insistencia de que los pulsos permanecen como tipo *NRZ* si el promedio de dispersión desaparece. En valores pequeños en el promedio de dispersión, los pulsos *NRZ* serian mejores a altos niveles de potencia. A 150 km, el sistema *NRZ* trabaja marginalmente a 10 mW del nivel de potencia pico promedio. La modulación *NRZ* puede operar con menores picos de potencia [15].

3.6 Tolerancia a las Variaciones de Dispersión Promedio.

La tolerancia del sistema a la variación de la dispersión promedio se muestra en la Fig.3.6, la cual muestra que la dispersión promedio fue variada por cambios en el valor del régimen de dispersión normal en medio de la sección del mapa de dispersión. Las curvas indican el mayor y menor límite de la dispersión promedio para el formato *NRZ* y para cada fibra utilizada.

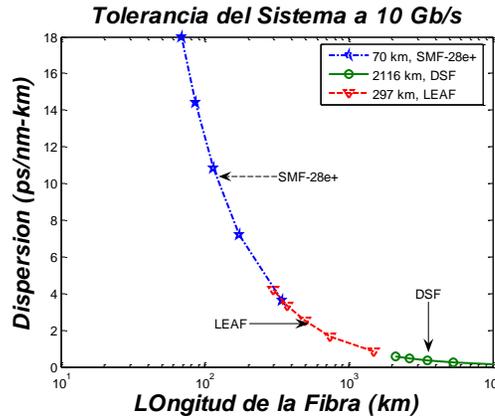


Fig. 3.6. Tolerancia del sistema a 10 Gb/s en la variación del promedio de la dispersión

En la Fig.3.6., se observa que para la fibra SMF-28 la dispersión crea el fenómeno de interferencia ínter-símbolos más rápido que la fibra LEAF y la DSF, el cual limita la distancia en el sistema, así que para enviar una señal a miles de kilómetros a una tasa de transmisión de 10 Gb/s, operando a 1550 nm debemos utilizar técnicas de compensación para reducir los efectos de la dispersión. Nuestro modelo combina el uso de las fibras SMF-28 y DSF o SMF-28 y LEAF, por dar los mejores resultados. Es importante notar que la tolerancia a la dispersión fue computarizada para 10 mW del promedio de potencia en la distancia de la fibra para una modulación de NRZ. Al incrementar la potencia promedio se notó una mejora en los pulsos NRZ, como se muestra en la Fig.3.3.

3.7 Tolerancia a la Dispersión de Polarización (PMD).

El PMD puede causar una degradación significativa en el desarrollo del sistema debido a la dispersión que se genera por la no simetría de los núcleos de las fibras o por tensiones causadas al momento de hacer la instalación o por impurezas en las fibras al momento de fabricarlas. Estas características hacen que los pulsos de luz adquieran modos de polarización diferentes a medida que se propagan en la fibra produciendo retrasos de las componentes de cada pulso transmitido, lo que se refleja en un ensanchamiento de los pulsos. Como una variable aleatoria con una amplia distribución, el valor actual de la D_{PMD} depende de la distribución particular de la variación aleatoria de la birrefringencia a lo largo de la fibra. En nuestra simulación, la diferencia de retardo de grupo en los estados principales de la polarización depende de la frecuencia o de la variable aleatoria usada para construir la birrefringencia en la fibra óptica. Sin embargo la alta tasa de transmisión de datos "bit rate" (10 Gb/s) considerado en este trabajo, hace que el ancho espectral de la señal es demasiado grande (10 GHz) por lo que hay poca

correlación en la polarización del retraso de grupo en una amplia separación de sus componentes espectrales. Por esta razón, se encontraron cambios de manera aleatoria en las fibras que actúan en forma pasiva en las que tienen poco efecto en la distorsión de la señal.

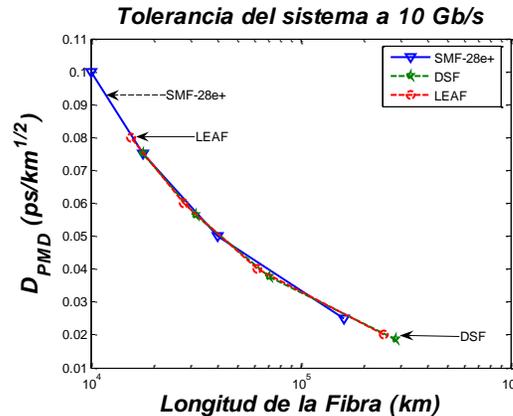


Fig. 3.7. Tolerancia del sistema a 10 Gb/s para la PMD.

La Fig.3.7 muestra los rangos que son permitidos por la PMD para cada una de las tres fibras utilizadas y con formato NRZ a 50, 100, 150 km, se observa que la máxima distancia permitida por la PMD es de 17000 km para la fibra DSF, le sigue la LEAF con 15000 km y por último para la SMF-28 con 10000 km, por lo que en nuestro sistema no es necesario la implementación de técnicas de compensación de la dispersión por polarización (PMD); esto se debe al valor relativamente bajo del parámetro D_{PMD} el cual fue una ayuda para evitar técnicas de compensación de dispersión polarizada (PMD). Esto se observa en la Fig. 3.7, que a medida que la PMD disminuye la distancia permitida aumenta. En la actualidad se consiguen fibras con parámetros menores a $0.05 \text{ ps/km}^{1/2}$, aun así no se necesita de la compensación para la PMD [15]. Se observa que los efectos no-lineales se pueden reducir siempre y cuando estemos en sistemas de múltiples canales donde se trata de evitar esos efectos. Para nuestro caso el efecto no-lineal presente es el de la Automodulación de Fase (SPM) y es necesario tenerla en cuenta debido a que es el fenómeno que está gobernando la propagación de los pulsos en las fibras en compañía de la atenuación de cada fibra. El fenómeno de la dispersión no es significativo en nuestro modelo. Su influencia incide un control en la potencia óptica tal es el caso de la potencia óptica incidente de nuestro sistema de 10 mW. El estudio de la tolerancia de la PMD se usa también para el caso de la potencia promedio introducida en la fibra, para los niveles mencionados en la sección anterior.

3.8 Tolerancia a la Atenuación.

Para la transmisión de datos en forma digital que sean detectados por un BER al menos para un valor típico de 10^{-9} por el cual un número mínimo de fotones por bit de información. Si N_p (típicamente de 1000 para detectores de diodo de avalancha (APD)) es el número de fotones para una tasa de transmisión "bit rate" B , la potencia promedio mínima recibida está dada por.

$$P_r = \frac{N_p B h \nu}{2} \quad (3.5)$$

Donde $h\nu$ es la energía de cada fotón recibido.

Si α representa las atenuaciones para cada fibra, entonces la potencia incidente estará expresada por

$$P_0 = P_i 10^{-\alpha L/10} \quad (3.6)$$

Así la potencia recibida es P_r , por lo cual la máxima longitud permisible se expresa por

$$L_{\max} = \frac{10}{\alpha} \log \left(\frac{2P_i}{N_p B h \nu} \right) \quad (3.7)$$

La diferencia que existe entre esta L_{\max} y la L_{eff} es que la L_{\max} nos indica la longitud a la cual el sistema transmite sin la necesidad de amplificadores o repetidores donde las transmisiones son afectadas por la atenuación, y la L_{eff} nos indica la longitud a la cual la potencia se comporta constante para que los efectos no-lineales sean notorios, en nuestro caso la Automodulación de Fase (SPM). La Fig.3.8 muestra las máximas distancias toleradas por el sistema a 10 Gb/s. De la ecuación anterior se nota que el máximo límite de atenuación permitido disminuye al aumentar el bit rate.

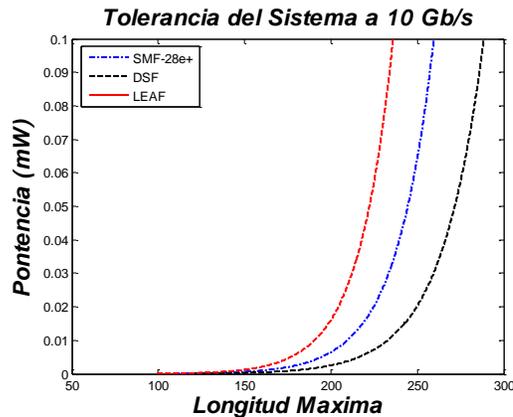


Fig.3.8. Máxima distancia de transmisión sin la ayuda de amplificadores o repetidores

Es interesante saber que para formatos *NRZ* se pueden tolerar pendientes de dispersión mucho más elevados comparados a los resultados obtenidos en la referencia [15]. Esto es probablemente debido al inherente ancho temporal de los pulsos con formato *NRZ*.

Hemos discutido la posibilidad de usar un sistema de comunicaciones con fibras ópticas, que opere a una tasa de transmisión a 10 Gb/s, a una distancia de 150 km. La discusión se basó en la simulación computacional; obtenidos resultados numéricos de la ecuación no-lineal de Schrödinger por el método de paso simetrizado de Fourier (Split Step Fourier), en el cual se incluyen los efectos de la dispersión, atenuación y *SPM*, para formatos de modulación de *NRZ*. Nuestra discusión se enfatizó en los límites de tolerancia impuestos por las fluctuaciones de los picos de potencia y la desviación de los valores del diseño, la dispersión por modo polarizado y la atenuación. Donde los límites de las tolerancias aparecen favorables en el sentido de que no se colocan innecesarias restricciones sobre el diseño de tal sistema. El margen para los tres tipos de fibras y el formato de modulación son rigurosamente equivalentes.

También hemos encontrado que los sistemas que usan fibras de dispersión desplazada junto con fibras convencionales como la SMF-28, tienen el mejor comportamiento en cuanto a la combinación de sus dispersiones y la Automodulación de Fase (*SPM*) es dominante.

De aquí que nuestro trabajo fue ayudado a determinar la distancia límite en la propagación de pulsos en sistemas muy optimizados. No se determinó a qué distancias de los amplificadores la potencia se empieza a atenuarse, sin embargo trabajos preliminares indican que la máxima distancia propagada cae muy rápidamente cuando la distancia de los amplificadores es mayor a 20 km. Este tópico es importante para futuro estudio.

Referencias.

- [1] M. Saruwatari, "High-speed optical signal processing for communications systems", *IEICE Trans. Commun.*, vol. E78-B, No. 5, pp. 635-643, 1995.
- [2] J. R. Sauer, M. N. Islam, and S. P. Djaili, "A soliton ring network," *J. Lightwave Technol.*, vol. 11, pp. 2182-2187, Dec. 1993.
- [3] R. A. Barry, V. W. S. Chan, K. L. Hall, E. S. Kintzer, J. D. Moores, K. A. Rauschenbach, E. A. Swanson, L. E. Adams, C. R. Doerr, S. G. Finn, H. A. Haus, e. P. Ippen, W. S. Wong, and M. Hanner, "All-optical network consortium- Ultra fast TDM networks", *IEEE J. select. Areas Commun.* vol. 14, pp. 999-1013, June 1996.
- [4] J. D. mores, K. L. Hall, S. M. LePage, K. A. Rauschenbach, W. S. Wong, H. A. Haus, and E. P. Ippen, "20 GHz optical storage loop/laser using amplitude modulation, filtering and artificial fast saturable absorption", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 7, pp. 1096-1098, Sep. 1995.
- [5] N. S. Bergano and C. R. Davison, "Wavelength division multiplexing in long-haul transmission systems (Invited Paper)", *J. Lightwave Technol.*, vol. 14, pp. 1299-1308, June 1996..
- [6] V.S. Grigoryan, T. Yu, E. A. Golovechenko, C. R. Menyuk, and A. N. Pilipetskii, "Dispersion-managed dynamics", *Opt. Lett.*, vol. 22, pp. 1609-1611, 1997.
- [7] N. J. Smith, N. J. Doran, W. Forsiak, and F. M. Knox, "Soliton transmission using periodic dispersion compensation", *J. Lightwave Technol.*, vol. 15, pp. 1808-1822, Oct. 1997.
- [8] G. P. Agrawal, *Nonlinear fiber Optics*. San Diego, CA: Academic, 1995, sec. 5.5 and 8.4.
- [9] I. Gabitov, E. G. Shapiro, and S. K. Turitsyn, "Optical pulse dynamics in fiber links with dispersion compensation", *Opt. Commun.*, vol. 134, pp. 317-329, 1997.
- [10] M. Matsumoto and H. A. Haus, "Stretched-pulse optical fiber communications", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 9, pp. 785-787, 1997.
- [11] S. Kumar and A. Hasegawa, "Quasisoliton propagation in dispersion-managed optical fiber", *Opt. Lett.*, vol. 22, pp. 372-374, 1997.
- [12] E.A. Golovechenko, J. M. Jacobs, A. N. Pilipetskii, C. R. Menyuk, and G. M. Carter, "Dispersion-managed solitons in a fiber loop with in-line filtering", *Opt. Lett.*, vol. 22, pp. 289-291, 1997.

- [13] C. R. Menyuk, "Nonlinear pulse propagation in birefringence optical fibers", IEEE J. Quantum Electron., vol. 23, pp. 174-176, 1987.
- [14] _____, "Pulse propagation in long single-mode fibers", Electron. Lett. vol. 22, pp. 1029-1030, 1986.
- [15] X. Y. Zou, M. Imran Hayee, S.-M. Hwang, and Alan E. Willner, Senior Member, IEEE, "Limitations in 10 Gb/s WDM Optical-Fiber Transmission When Using a Variety of Fiber Types to Manage Dispersion and Nonlinearities", J. Lightwave Technol., vol. 14, pp. 1144-1152, 1996.

Capítulo 4

CONSIDERACIONES FINALES

4.1 Introducción.

En este trabajo presentamos un estudio teórico del análisis de atenuación, dispersión y Automodulación de Fase en tres diferentes tipos de fibras, a saber SMF-28, DSF, LEAF-E. A través del estudio van fundamentados los conceptos y ciertas características, con énfasis en el fenómeno no-lineal de la Automodulación de Fase (SPM).

A partir de la solución de la ecuación de propagación de un pulso, por medio de métodos numéricos, fue posible validar la acción de la no-linealidad, tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia. Se estudiaron también los efectos lineales de la dispersión de la velocidad de grupo, también el uso de módulos compensadores de dispersión para minimizar los efectos de ensanchamiento de los pulsos. Esas técnicas se basan en el uso de fibras de compensación de dispersión (DCF). Se verifica a través de los anchos espectrales de la SPM, que en el régimen lineal importa la localización física de la DCF.

En el estudio de la dispersión, la SPM y la atenuación, se verifico que en la región de longitud de onda (1550 nm) de operación y para una longitud de la fibra determinada tienen importancia fundamental la forma final, temporal y espectral, del pulso. Este análisis se baso en el concepto matemático de las escalas de longitud de dispersión (L_D), la no-linealidad (L_{NL}).

4.2 Contribuciones de este trabajo.

Este trabajo contribuye para el entendimiento de los fenómenos lineales y no-lineales en fibras ópticas. Dentro de estas contribuciones, se dan a conocer algunas:

- Análisis del comportamiento de las fibras SMF-28, DSF y LEAF ante los efectos de la Atenuación, dispersión cromática y Automodulación de Fase para sistemas de comunicaciones por fibra óptica a 10 Gb/s de único canal.
- Consecuencias al aumentar la tasa de transmisión de 10 a 100 Gb/s, debido a los efectos de la dispersión cromática, dispersión por

polarización, atenuación y la Automodulación de Fase en las fibras SMF-28, DSF, LEAF.

- El uso de formatos de modulación NRZ, el cual presenta una mayor resistencia al ensanchamiento por dispersión cromática y a la Automodulación de Fase, y de las técnicas de compensación de dispersión, a través de fibras de compensación y mapas de dispersión.
- El efecto de la SPM para la compresión de pulsos.

4.3 Trabajo a Futuro

Verificar la importancia de los efectos no-lineales en fibras, el estudio realizado en este trabajo sirve como base teórica para el estudio avanzado de sistemas de comunicaciones que manejan altas tasas de transmisión de datos y múltiples canales con técnicas tales como la multiplexación por longitud de onda (WDM). En esta sección se presentan algunas sugerencias para posibles trabajos futuros:

- Estudio de sistemas WDM, haciendo un análisis de la influencia de los efectos no-lineales en la implementación de estos sistemas de comunicaciones. Una vez conocidas las características temporales y espectrales de los pulsos en la salida de la fibra, se puede evaluar los parámetros: penalidades de potencia, relación señal/ruido, tasa de error de Bit. Este estudio puede ser hecho comparando el desempeño de fibras de diferentes tipos como fibras estándar (ST), de dispersión desplazada (DSF) y dispersión desplazada no nula (NZDS).
- Estudio sistemático de amplificadores ópticos, siendo estos ampliamente usados en sistemas de transmisor para longitudes de grandes distancias. El estudio deberá mostrar la interferencia que estos dispositivos imponen en los sistemas. Este estudio debe incluir el modelado del ruido que viene del uso de estos dispositivos (ruido de emisión espontánea).
- El efecto de la FWM abordado en este estudio, se debe enfatizar y se debe analizar en profundidad las consecuencias de las penalizaciones de potencia en los sistemas de comunicaciones ópticas. También se deben estudiar dispositivos ópticos basados en este efecto, tal como los conversores de longitud de onda.
- Una profundización del estudio de los efectos de esparcimiento estimulado de Raman y Brillouin, incluidos los amplificadores basados en el efecto Raman.

Anexo. A

SIMULACION NUMERICA DE LA DISPERSION CROMATICA.

Para la simulacion de los efectos de la dispersion cromatica se utilizo la ecuacion (3.2) del capitulo 3, en ella se observa que el termino que involucra la longitud no-lineal se desprecia. Al graficar el efecto de la dispersion cromatica se observa un ensanchamiento temporal de los pulsos, esto es debido a la dependencia de la frecuencia ω . En funcion de esta dependencia, se tiene la dispersion cromatica.

Una relacion muy utilizada es la que se muestra en la ecuacion (A.1), que nos indica que el efecto que gobierna la propagacion de los pulsos dentro de la fibra es la dispersion por medio de la velocidad de dispersion de grupo (GVD). Los efectos no-lineales desempeñan un papel no muy importante y de este modo, se pueden despreciar.

$$\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \ll 1 \quad (\text{A.1})$$

De esta relacion se obtienen la figura (1.2). La relacion entre la longitud de dispersion y la longitud no-lineal, ecuacion (A.1), se verifica usando valores de potencia de 1 W en pulsos que presentan un ancho aproximadamente de 1 ps, utilizando valores tipicos para los parametros de la fibra γ y β_2 , en la ventana de los 1550 nm (1 rad/W/km y -20 ps²/km, respectivamente).

Anexo B.

SIMULACION NUMERICA DE LA AUTOMODULACIÓN DE FASE (SPM).

Tomando las transformaciones de la ecuacion (1.18) del capitulo 1, y haciendo $S(\omega) = \left| \tilde{U}(z, \omega) \right|^2$, se obtiene la solucion en el dominio del tiempo, para un pulso después de que se propaga por una fibra óptica a una distancia L de la fibra:

$$S(\omega) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} U(0, T) e^{j\phi_{NL}(L, T) + j(\omega - \omega_0)T} dT \right|^2. \quad (B.1)$$

La anterior ecuación corresponde a la solución de la ecuación (1.18), se puede resolver analíticamente, entretanto en este trabajo se presenta una solución numérica basada en la plataforma computacional de MATLAB.

Las figuras (3.2) y (3.3) muestran la forma del pulso el dominio de la frecuencia, para las diversas longitudes de la fibra considerando la ecuacion siguiente:

$$\phi_{\max} = \frac{L_{\text{eff}}}{L_{NL}} = \gamma P_0 L_{\text{eff}}. \quad (B.2)$$

Algunas características importantes se muestran en la simulacion. El primero de ellos es que el espectro del pulso se ensancha con la longitud para una fibra o sea el pulso al propagarse origina nuevas componentes espectrales. Esta longitud es usada por la SPM. Otra característica es que si se mantiene la longitud y se aumenta la potencia el ensanchamiento espectral tambien aumenta, esto se observa en la ecuacion (B.2). Mejor dicho si se mantiene la longitud de la fibra y la potencia incidente, el ensanchamiento espectral aumenta si se aumenta el parametro no-lineal de la fibra γ , o sea cuando se usan fibras que son mas susceptibles a no-linealidades. Se observa que para una longitud dada de fibra, ϕ_{\max} crece linealmente con la potencia pico a la entrada de la fibra P_0 de acuerdo a la ecuacion (B.2).

Una característica notable de las figuras (3.2) y (3.3) es que el ensanchamiento espectral inducido por la SPM está acompañado por una estructura oscilatoria que cubre toda la gama de frecuencias, siendo este espectro ensanchado simétricamente, por lo tanto el número de picos de la estructura oscilatoria que muestran las figuras (3.2) y (3.3) se relaciona con el parámetro ϕ_{\max} por medio de la siguiente ecuación:

$$\phi_{\max} = \left(M - \frac{1}{2} \right) \pi, \quad (\text{B.3})$$

que de acuerdo con las figuras (3.2) y (3.3) aumenta considerablemente el ancho espectral inicial del pulso incidente en la fibra óptica.

LISTA DE FIGURAS.

Figura 1.1: Amplitud de un pulsos gaussiano con factor de chirp $k = -3$.

Figura 1.2: Dispersión de un pulso gaussiano sin chirp.

Figura 1.3: Variación de la intensidad del campo debido a la SPM.

Figura 1.4: Desfase, frecuencia angular y factor de chirp para un pulso gaussiano.

Figura 1.5: Ganancia Raman para una fibra de sílice.

Figura 2.1: variación de β_2 con la longitud de onda, para una fibra SMF-28.

Figura 2.2: representación del método de la SSF.

Figura 3.1: secuencia alternada de 1's y 0's, que corresponde a la máxima tasa de cambio en NRZ, mientras que una serie de 1 da el más rápido cambio en RZ.

Figura 3.2: Ensanchamiento debido a la SPM, el cual se juzga aceptable. El ancho de banda es de 20 GHz.

Figura 3.3: Ensanchamiento debido a la SPM, el cual se juzga excelente. El ancho de banda es de 30 GHz.

Figura 3.4: Tolerancia del sistema a 10 Gb/s.

Figura 3.5: Diagrama esquemático de un sistema de único canal. Un dispositivo transmisor (Tx), transmite el canal. Este se transmite a una cadena de segmentos de fibra (SMF-28, DSF y LEAF, generalmente) seguidos por amplificadores ópticos

EDFAs. En el detalle se muestra la estructura de una EDFA: dos etapas amplificadoras y un modulo de compensación de la dispersión (DCM). Los puntos amplificadores de la señal se llaman repetidores. El canal es enviado a sendos receptores. La tasa de error debe ser mejor a 10^{-16} para sistema de última generación. Tx y RX transmisor y receptor, respectivamente. VER "bit-error-rate (tasa de error).

Figura 3.6: Tolerancia del sistema a 10 Gb/s en la variación del promedio de la dispersión.

Figura 3.7: Tolerancia del sistema a 10 Gb/s para la PMD.

Figura 3.8: Máxima distancia de transmisión sin la ayuda de amplificadores o repetidores.

LISTA DE SIGLAS

DCF	Dispersion Compensating Fibre (fibra de compensación de dispersión).
EDFA	Erbium Doped Fibre Amplifier (Amplificador con fibra dopada con erbio).
FWHM	Full Width at Half Maximum (Ancho total en medio máximo).
GVD	Group Velocity Dispersion (Dispersión de velocidad de grupo).
LEAF	Large Effective Area Fibre (Fibra con gran área efectiva).
NLS	Nonlinear Schrödinger equation (Ecuación no-lineal de Schrödinger).
SBS	Stimulated Brillouin Scattering (Esparcimiento estimulado de Brillouin).
SPM	Self-Phase Modulation (Automodulación de Fase).
SRS	Stimulated Raman Scattering (Esparcimiento estimulado de Raman).
SSF	Split-Step Fourier.
ST	Standard Fibre.
WDM	Wavelength Division multiplexing (Múltiplexación por división de longitud de onda).

LISTA DE SIMBOLOS.

- A_{eff} Área efectiva de la fibra óptica.
- b/s Bits por segundo.
- $\tilde{\alpha}$ Coeficiente de atenuación.
- α Coeficiente de atenuación lineal.
- α_2 Coeficiente de atenuación no-lineal
- L_D Longitud de dispersión.
- L_{NL} Longitud no-lineal.
- L_{eff} Longitud efectiva de la fibra.
- ε Constante dieléctrica.
- ε_L Constante dieléctrica lineal.
- ε_{NL} Constante dieléctrica no-lineal.
- k_0 Constante de propagación en el vacío.
- β Constante de propagación en la frecuencia ω , en el régimen lineal.
- β_0 Constante de propagación en la frecuencia ω_0 , en el régimen lineal.
- $\tilde{\beta}$ Constante de propagación en le régimen no-lineal.
- $\delta\omega(T)$ Desplazamiento de frecuencia – Chirp.

D_W	Dispersión cromática de la guía de onda.
D_M	Dispersión cromática del material.
D	Dispersión cromática total.
\tilde{A}	Distribución axial del campo eléctrico.
$F(x, y)$	Distribución transversal del campo eléctrico.
k	Factor de chirp.
γ	Parámetro de no-linealidad.
ω_0	Frecuencia de la portadora óptica.
$\tilde{n}(\omega)$	Índice de refracción.
n_c	Índice de refracción del revestimiento.
n_L	Índice de refracción lineal.
n_2	Índice de refracción no-lineal.
σ	Ancho temporal rms del pulso óptico.
σ_0	Ancho temporal rms inicial del pulso óptico.
T_{FWHM}	Ancho temporal entre los puntos de más potencia.
T_0	Ancho temporal del pulso para el punto de intensidad de 1/e.
β_2	Parámetro de dispersión de primer orden.
β_{2M}	Parámetro de dispersión de primer orden del material.
μ_0	Permeabilidad magnética en el vacío.

ϵ_0	Permisividad eléctrica en le vacío.
P_0	Potencia pico del pulso.
$\Delta\phi$	Variación de fase.
$\Delta\phi_{NL}$	Variación de fase no-lineal.
ϕ_{\max}	Variación de fase máxima.
v_g	Velocidad de grupo.
\vec{P}_L	Vector de polarización eléctrica lineal.
\vec{P}_{NL}	Vector de polarización eléctrica no-lineal.
\vec{D}	Vector de densidad de flujo eléctrico.
\vec{B}	Vector de densidad de flujo magnético.
\vec{E}	Vector de intensidad de campo eléctrico.
\vec{H}	Vector de intensidad de campo magnético.
\vec{P}	Vector de polarización eléctrica.
\vec{r}	Vector de posición en coordenadas espaciales genéricas (x, y, z).

LISTA DE TABLAS.

Tabla 3.1: Parámetros utilizados en la simulación para un sistema a 10 Gb/s.

Tabla 3.2: Parámetros utilizados para realizar el enlace.

Tabla 3.3: Potencias presupuestadas para los tres tipos de Fibra.