



**CENTRO DE INVESTIGACIONES
EN OPTICA, A.C.**

Tesis

***Simulación Numérica de Láser de
Estado Sólido Conmutado en Q***

como requisito parcial para obtener el grado de:

Maestro en Ciencias (Óptica)

Presenta:

Ing. José Luis Cabellos Quiroz

Asesores:

Dr. Vicente Aboites

Dr. Alexander Kiryanov

León, Gto. México. Agosto 2004



DEDICATORIA

Este trabajo lo dedico a :

DIOS

A mi madre :

Amada Quiroz Ocón

AGRADECIMIENTOS

A mis asesores de tesis Dr. Vicente Aboites y Dr. Alexander Kiryanov por la dirección de este trabajo de tesis y por sus invaluable consejos y apoyos.

A todos los profesores-investigadores que han contribuido en mi formación gracias por compartir sus conocimientos.

A la Dirección de Formación Académica, Lic. Guillermina Muñiz Palancares, Lic. Laura González Ochoa y todos sus directores. A todo el personal de biblioteca laboratorios, talleres que de distintas formas me han ayudado a realizar este trabajo.

A todos mis compañeros estudiantes de mi Generación 2002-2004: Cornelio, Haggeo, Mauricio, Claudio y Daniel.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por otorgarme la beca-crédito con el número de registro 143220, para realizar mis estudios de postgrado, que sin esta no hubiera sido posible, y a todos los trabajadores de México.

Gracias a todos

CONTENIDO

ÍNDICE	III
LISTA DE FIGURAS	VI
LISTA DE TABLAS	IX
INTRODUCCIÓN	X

CAPÍTULO 1

LÁSERES	Página
1.1 Introducción	1
1.2 El láser.....	1
1.3 Interacción radiación materia.....	2
1.4 Coeficientes de Einstein.....	3
1.5 Resonadores ópticos.....	8
1.6 Amplificación óptica.....	9
1.7 Ganancia.....	12
1.8 Condición de oscilación láser.....	14
1.9 Saturación.....	14
1.10 Ecuaciones de razón.....	16
1.11 Normalización de las ecuaciones de razón.....	21
Bibliografía del capítulo.....	24

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTOS DE CONMUTACIÓN Q DE CAVIDAD LÁSER.

2.1 Introducción	25
2.2 Antecedentes	25

2.3 Definición de Q.....	27
2.4 Métodos para producir pulsos cortos	29
2.5 Conmutación pasiva.....	37
2.6 Conmutación activa considerando la variación espacial de la inversión de población y de la densidad de fotones intracavidad	38
2.7 Métodos activos para conmutar el factor Q de la cavidad de un láser	39
2.8 Ecuaciones de energía, potencia y duración del pulso.....	44
2.8.1 Potencia del pulso	48
2.8.2 Energía del pulso.....	50
2.8.3 Duración del pulso	52
Bibliografía del capítulo.	53

CAPÍTULO 3

SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL LÁSER CON BOMBEO PULSADO Y ESTUDIO COMPARATIVO PARA TRES DIFERENTES MEDIOS ACTIVOS LÁSER

Nd:YAG, Nd:YLF y Nd:YVO₄.

3.1 Introducción	56
3.2 El láser en modo continuo(CW)	57
3.3 Comparación con modelos experimentales	58
3.4 Solución numérica al modelo láser conmutado en Q con bombeo continuo.....	62
3.5 Modelo del láser con bombeo pulsado.....	65
3.6 Comparaciones de las simulaciones numéricas con experimentos publicados	73
3.7 Comparaciones entre tres diferentes materiales láser activos: Nd:YAG, Nd:YLF y Nd:YVO ₄	77
Bibliografía del capítulo	81

CAPÍTULO 4

SIMULACIÓN NUMÉRICA DE LA GENERACIÓN DE UN PULSO CUADRADO POR CAMBIOS EN EL FACTOR DE CALIDAD Q DE LA CAVIDAD DE UN LÁSER DE ESTADO SÓLIDO BOMBEADO CONTINUAMENTE CON ACOPLADOR DE REFLECTIVIDAD VARIABLE (Fabry-Perot, F.P.).

4.1 Introducción	83
4.2 Formas del pulso	84
4.3 Modo CW	88
4.4 Comparación con datos experimentales.....	91
4.5 Sistema láser con interferómetro Fabry-Perot(<i>F.P.</i>) como acoplador de salida.....	93
4.6 Potencia de bombeo de umbral	97
4.7 Solución numérica de las ecuaciones con acoplador de transmitancia variable	98
4.8 Ecuación para la generación de un pulso cuadrado en láseres con bombeo pulsado	112
Bibliografía del capítulo	116

CAPÍTULO 5

5.1 Resultados y conclusiones	117
5.3 Trabajo futuro	118
Apéndice A	122
Apéndice B.....	127
Apéndice C.....	134
Apéndice D	135

INTRODUCCIÓN

Principalmente por su forma de operación, los láseres se clasifican en dos categorías: continuo y pulsado. En el modo continuo (*CW*) la potencia de salida del láser permanece constante a través del tiempo. En el régimen pulsado la energía se libera solo en pequeños lapsos de tiempo alcanzando potencias de salida altas.

Las técnicas de modulación para la generación de pulsos cortos usando un sistema láser pueden dividirse en dos categorías, la primera de estas es la modulación externa¹. La segunda se refiere a la modulación interna, donde varía alguna propiedad del láser la que determina su salida, tales propiedades son: la ganancia del medio activo, la longitud óptica de la cavidad láser, y las pérdidas en la cavidad.² Las pérdidas en la cavidad tiene relación con el factor de calidad Q , por lo que la técnica de modulación de las pérdidas, es conocida como conmutación o modulación Q^* .

Muchos trabajos se han realizado en láseres pulsados especialmente en el régimen de conmutación en Q . Entre otros, los trabajos de Degnan³ para la optimización de la energía del pulso a través de la correcta selección del acoplador de salida para un determinado valor de bombeo son importantes, siguiendo el método empleado por Degnan, destaca el trabajo desarrollado por Ping Li,⁴ para la optimización de la potencia pico. Y así como la optimización de las propiedades del pulso con respecto al valor de las pérdidas en la cavidad realizada por Zayhowski⁵. Otras investigaciones incluyen el análisis de la influencia de algunos parámetros de bombeo en los pulsos láser.⁶ Gran cantidad de estos trabajos están relacionados con la optimización de algún parámetro del pulso láser. En algunas aplicaciones donde es necesaria una distribución temporal uniforme en toda la duración del pulso, por ejemplo donde la remoción de materia es importante, el análisis de la forma del pulso así como cuales parámetros afectan a éste es importante. Los pulsos cortos tienen una gran variedad de aplicaciones entre otras, óptica no lineal, radar, medicina, comunicaciones espaciales, etc.

* Q-Switching, del inglés

Varias técnicas han sido desarrolladas para modular o conmutar el factor de calidad Q , estas se pueden dividir en pasivas y activas. Las técnicas pasivas involucran el uso de absorbedores saturables como interruptores ópticos Q . Las técnicas activas usan espejos y prismas rotatorios, interruptores electro ópticos, y magneto ópticos, interruptores acústico-ópticos e interruptores FTIR⁷ (*frustrated total internal reflection*) o espejos con reflectividad variable, los acopladores con reflectividad variable, pueden ser hechos empleando dispersión acústico-óptica,⁸ interruptores electro-ópticos,⁹ o por la modulación de interfaces entre dos cavidades acopladas,¹⁰ etc. en todos los casos el objetivo es modulación de las pérdidas, es decir introducir pérdidas altas en el resonador para evitar retroalimentación en el sistema.

Los modelos matemáticos para láseres de estado sólido conmutados en Q consisten en dos ecuaciones diferenciales acopladas no lineales, una para la tasa de cambio de la densidad de inversión de población y la otra para la densidad de fotones en el resonador, para el caso de conmutación pasiva es necesario incluir una tercera ecuación. Las variables de entrada de estas ecuaciones pueden ser: la tasa de bombeo, características espectroscópicas del medio activo láser y características ópticas del resonador entre otras. De las soluciones numéricas de estas ecuaciones es posible estimar los parámetros que caracterizan al pulso láser. (*energía, duración, potencia y forma del pulso*).

En este trabajo de tesis se trata la conmutación activa y mediante la solución numérica de las ecuaciones se investiga como afectan los cambios de algunos parámetros espectroscópicos del medio activo láser (*sección eficaz de emisión estimulada y tiempo de fluorescencia*) en las características más importantes del pulso láser como son energía, potencia y duración del pulso, con tres diferentes medios activos láser: Nd:YAG, Nd:YLF, Nd:IVO₄, y para un sistema láser con bombeo pulsado. Posteriormente se realiza la simulación numérica de las ecuaciones de razón que modelan a un láser de estado sólido bajo la aproximación de onda plana con modulación interna de las pérdidas en la cavidad láser realizada por un interferómetro Fabry-Perot (*F.P.*) funcionando como un acoplador de salida con reflectividad variable para un sistema láser con bombeo continuo. La reflectividad del acoplador de salida es controlada por la distancia de separación entre los espejos del interferómetro Fabry-

Perot y esta distancia es modulada por medio de un piezoeléctrico. El piezoeléctrico es controlado aplicándole una señal eléctrica. Por consiguiente hay una relación estrecha entre la señal eléctrica aplicada al piezoeléctrico y la densidad de fotones dentro de la cavidad láser. Aplicando una forma de modulación al piezoeléctrico puede influenciar en la forma de pulso láser generado en la cavidad. Generalmente la forma de salida de estos pulsos es Gausiana (o *Hubbert curve*). Una forma ideal del pulso es una forma cuadrada donde los tiempos de subida y de bajada son cero, en realidad todos los láseres trabajando en el régimen pulsado producen pulsos que tienen tiempos de subida y de bajada diferentes de cero y en los mejores casos encontramos pulsos simétricos.

En este trabajo se explora la función de modulación necesaria aplicar al piezoeléctrico, de modo tal que la variación de distancia dentro del Fabry-Perot proporcione las pérdidas dinámicas requeridas para obtener un pulso óptico plano con tiempos de subida y de bajada muy cortos.

Los objetivos que se buscaron el inicio del presente trabajo son: i) Investigar un modelo matemático para un láser de estado sólido en el régimen pulsado e investigar mediante técnicas de simulación numéricas como el cambio en algunos parámetros espectroscópicos en el medio activo láser afectan las características importantes del pulso generado en láseres de estado sólido con bombeo pulsado. ii) Realizar un estudio sobre cómo una forma de modulación (*no establecida*) de las pérdidas de la cavidad pueden afectar la forma del pulso generado, de manera que la densidad de fotones interna multiplicada por la reflectividad del acoplador de salida resulte ser una constante, la pérdida en la cavidad es introducida con un acoplador con reflectividad variable.

El método usado para realizar el trabajo antes descrito es solo mediante técnicas computacionales numéricas lo que permite explorar la variación de valores de algunos parámetros y funciones de modulación que en un experimento son difíciles de manipular.

El contenido de este trabajo de tesis se divide en cinco capítulos divididos de la siguiente forma: en el capítulo uno se trata la teoría básica que describe a un láser de estado sólido usando ecuaciones de razón, en el capítulo dos se revisan los métodos básicos para generar pulsos láser y se deducen las ecuaciones básicas para el cálculo de

energía, potencia y duración del pulso, en el capítulo tres se resuelven las ecuaciones que describen al láser para bombeo pulsado, y se realiza un estudio comparativo para tres diferentes medios activos láser Nd:YAG, Nd:YLF, Nd:IVO₄, en el capítulo cuatro se realiza la simulación numérica usando las ecuaciones de razón de un láser de estado sólido bombeado continuamente y con interferómetro de Fabry-Perot como acoplador de salida aplicando diferentes funciones de modulación con el objetivo de obtener un pulso de salida láser cuadrado y finalmente en el capítulo cinco se presentan las conclusiones y se sugiere trabajo futuro.

BIBLIOGRAFÍA

- [1].- B. E. A. Saleh, M.C. Teich, “Fundamentals of Photonics”, Wiley-Interscience, 1991.
- [2].-K. Gurs and R. Muller, Phys. Letters 5, 179, (1963).
- [3].- John J. Degnan, “Theory of the optimally coupled Q- Switched Laser”., IEEE, J. Quantum Electron, Vol. 25, pp 214- 220, 1989.
- [4].- Ping Li, Qingpu Wang, Da Gao, “Maximum Peak power generation from Q-Switched Lasers”, Optics & Laser Techology 31, 1999 pp. 247-250.
- [5].-Zayhowski JJ, Kelly PL. “Optimization of Q-Switched lasers.” IEEE, Quantum Electron 1991, 27, pp 2220-2225
- [6].-Xingyu Zhang et al, “Modeling of Diode-Pumped Activley Q-Switched Laser”, IEEE, J. Quantum Electron, Vol. 35, No. 12, pp 1912-1918, 12, December 1999
- [7].- F.Konz, M. Frenz, V. Romano, M. Forrer and H. P. Weber “active and pasive Q-switching of a 2.79um Er:Cr:SIG laser”, Opt. Commun 103, 298-304 (1993),
- [8].- D. Maydan, J. Appl. Phys. 41, 1552 (1970).
- [9].- W.H. Séller, Proc. IEEE 54, 1604 (1966).
- [10].- I.W. MacKintosh, Phys. Lett. 28^a, 497 (1969).



CAPÍTULO 1

1 INTRODUCCIÓN

Basado en la teoría de Max Planck, Albert Einstein en 1917 describe el proceso de emisión estimulada, proceso en el que se fundamenta el láser. Básicamente el láser funciona usando transiciones entre niveles de energía en átomos o moléculas. Cuando una de estas transiciones ocurre entre dichos niveles, la energía se intercambia entre la partícula y el medio que la rodea. En 1958, los físicos estadounidenses Arthur Schawlow y Charles Hard Townes describieron los principios de funcionamiento del Láser y en 1960 el físico Theodore Maiman consiguió obtener luz láser con un cristal de estado sólido conocido como rubí. Un año más tarde, Alí Javan construyó un láser de Helio-Neón. En 1966, Peter Sorokin construyó un láser líquido. En este capítulo se revisan las bases de funcionamiento de un láser y los elementos necesarios para que este funcione, se deducen las ecuaciones de razón necesarias para una descripción del sistema láser.

1.2 EL LÁSER

El láser consiste de 3 partes básicas: a).-De un medio, el cual amplifica luz a cierta frecuencia. b).-De un sistema de bombeo, el cual provee la energía necesaria para el proceso de amplificación y c).-De un resonador óptico. Un Láser es un oscilador electromagnético que combina la amplificación de luz con retroalimentación. La palabra LÁSER es un acrónimo de: *Ligh Amplification Stimulated Emisión of Radiation*.

La analogía entre un oscilador electrónico y un oscilador óptico es bastante grande. Para construir un oscilador electrónico a partir de un amplificador electrónico es necesario retroalimentar parte de la señal de salida del amplificador a la entrada del mismo. El láser es un oscilador óptico y parte de la salida de la luz es retroalimentada a la entrada del mismo amplificador óptico. El sistema se analiza como un amplificador óptico por emisión estimulada con retroalimentación introducida por el resonador óptico

y retardo introducido por el tiempo de viaje de la luz. En la figura 1.1, se muestra una comparación entre un oscilador electrónico y un sistema láser.

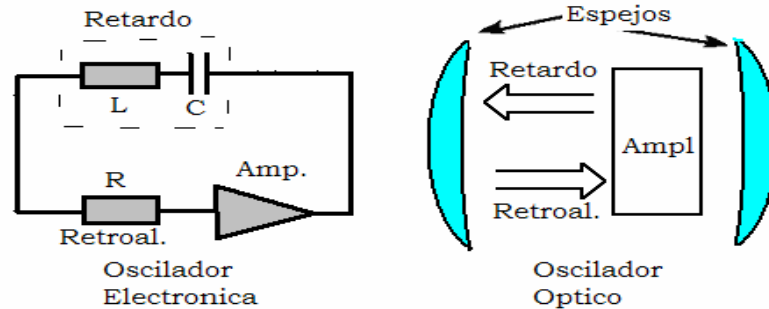


Fig. 1 Comparación entre un oscilador electrónico y un oscilador óptico.

La diferencia más significativa entre un oscilador óptico y un oscilador electrónico, es que este último hace uso de circuitos resonantes, capacitores e inductores, en contraste, un láser utiliza como sintonizador la diferencia entre energías de los propios niveles involucrados, esto funciona como un circuito sintonizador. Para mejor describir y entender un sistema láser es necesario considerar: a) La interacción radiación -materia, 2) El proceso de bombeo, 3) Los resonadores ópticos.

En este capítulo revisamos los conceptos básicos para el funcionamiento de un láser y utilizamos la aproximación de ecuaciones de razón. Las teorías usadas aquí hacen uso de las aproximaciones de las ecuaciones de razón, en esta aproximación las ecuaciones de razón son derivadas por simple balance entre las tasas de cambio de la inversión de población y el número total de fotones intracavidad.

1.3 INTERACCIÓN RADIACIÓN MATERIA.

Todos los láseres son basados en transiciones entre niveles de energía de átomos o moléculas. Los procesos básicos en los cuales sucede la interacción radiación materia desde el punto de vista de la teoría de Einstein son: emisión estimulada, absorción y emisión espontánea. La emisión espontánea implica que los estados excitados no son estables, es decir el sistema excitado decae a su estado base emitiendo la energía excedente en forma de radiación electromagnética, aun en ausencia de campo

electromagnético, a este fenómeno se le llama decaimiento espontáneo. En la descripción de la interacción materia y radiación electromagnética usaremos los coeficientes de Einstein.

1.3 COEFICIENTES DE EINSTEIN

Cuando la luz es absorbida o emitida, una transferencia toma lugar entre los niveles de energía involucrados. Una transición resonante del nivel con energía E_1 a un nivel con la energía E_2 . Puede ocurrir si el fotón de entrada es absorbido con una energía igual a:

$$E = E_2 - E_1 \quad (1.1)$$

En caso contrario un fotón con energía:

$$E = E_2 - E_1 \quad (1.2)$$

es emitido si la transición ocurre de un nivel de energía E_2 a un nivel de energía E_1 . Los dos procesos, de absorción y emisión espontánea difieren en que un campo externo con energía E necesita estar presente para que el proceso de absorción suceda, mientras no se necesita de tal campo para un proceso de emisión espontánea, esta emisión ocurre espontáneamente en el sistema sin ningún campo externo aplicado y puede ser comparado con el decaimiento radiactivo en núcleos excitados. El proceso análogo inverso a absorción, la emisión inducida ocurre bajo la aplicación de campos externos. Como puede observarse en la figura 1.2.

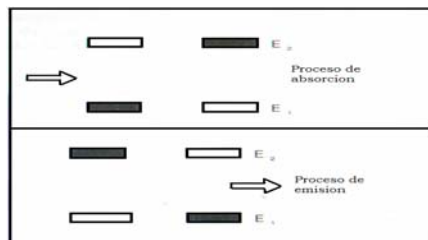


Fig.1.2 Procesos de absorción y emisión.

Para cada proceso y siendo N_1 y N_2 las densidades de átomos en los niveles uno y dos, los cuales absorben o emiten un fotón por unidad de volumen y unidad de tiempo, los tres procesos son expresados por:

$$\frac{dN_1}{dt} = -B_{12} N_1 \rho(W) \quad (1.3)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -B_{21} N_2 \rho(W) \quad (1.4)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21} N_2 \quad (1.5)$$

Donde la ecuación 1.3 representa el proceso de absorción, la ecuación 1.4 describe el proceso de emisión inducida y la diferencia principal entre emisión espontánea y la estimulada es que esta última conserva la fase y la dirección de la onda incidente y la ecuación 1.5 describe la emisión espontánea, los símbolos en las ecuaciones anteriores son: B_{21} , el coeficiente para emisión estimulada, B_{12} coeficiente de absorción, A_{21} el coeficiente de emisión Espontánea y $\rho(W)$ representa la densidad de energía del campo electromagnético aplicado, las constantes, B_{12} y B_{21} son conocidos como coeficientes de Einstein. En equilibrio térmico, el número de transiciones que decaen necesita ser igual al número de transiciones excitadas, a partir de la figura 1.3, se puede deducir la ecuación de balance.

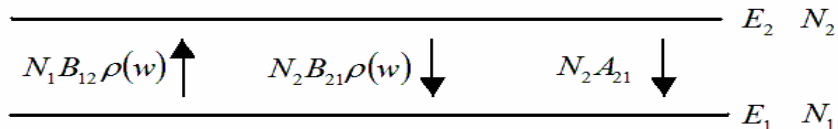


Fig. 1.3 Interacción de dos niveles de energía con una onda electromagnética

La ecuación de balance entre la densidad de átomos en el nivel 1 y 2 la escribimos considerando los procesos de emisión estimulada, emisión espontánea y absorción como:

$$N_1 B_{12} \rho(\omega) = N_2 A_{21} + N_2 B_{21} \rho(\omega) \quad (1.6)$$

Factorizando la densidad de energía del campo electromagnético

$$N_2 A_{21} = (N_1 B_{12} - N_2 B_{21}) \rho(\omega) \quad (1.7)$$

Despejando de la ecuación anterior podemos obtener la densidad de energía del campo electromagnético en función de las poblaciones de los niveles superior e inferior y de los coeficientes de Einstein.

$$\rho(\omega) = \frac{N_2 A_{21}}{(N_1 B_{12} - N_2 B_{21})} \quad (1.8)$$

Si simplificamos la ecuación 1.8 anterior obtenemos la expresión para la densidad de energía, sustituimos la ecuación de Boltzmann y hacemos una comparación entre la ecuación de Planck. Obtenemos que los coeficientes de absorción y de emisión estimulada son iguales, esto es: $B_{21} = B_{12}$, y la relación entre los coeficientes de Einstein para la emisión espontánea y la emisión estimulada son:

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} \quad (1.9)$$

Las probabilidades de emisión estimulada son las mismas por lo tanto:

$$B_{12} = \frac{\pi^2 c^3}{\hbar \omega^3} A_{21} \quad (1.10)$$

La relación entre los coeficientes de Einstein está en función de parámetros conocidos. Si integramos la ecuación 1.5 para emisión espontánea, se obtiene información en la variación de la población en el nivel 2 con respecto al tiempo.

$$N_2(t) = N_2(0)e^{-A_{21}t} \quad (1.11)$$

La probabilidad de decaimiento del tiempo de vida medio es análoga al decaimiento radioactivo. El tiempo de vida media puede ser expresado en función del coeficiente de Einstein para la emisión espontánea, de la siguiente manera:

$$\tau = \frac{1}{A_{21}} \quad (1.12)$$

Y es la cantidad de tiempo necesario en la cual el número de átomos excitados se ha reducido al valor de:

$$\frac{1}{e} \quad (1.13)$$

o el tiempo necesario para que el número de átomos excitados alcance el valor de:

$$N_2(t) = N_2(0)\frac{1}{e} \quad (1.14)$$

Para transiciones ópticas típicas este valor está entre 10^{-8} y 10^{-9} sec.. Este tiempo de vida medio está determinado solo por las transiciones espontáneas y es relevante para el ensanchamiento natural de las líneas espectrales. De acuerdo al principio de incertidumbre de Heisenberg, hay una relación entre el ancho de línea y el tiempo de vida medio dado por:

$$2\pi.d\nu = \frac{1}{\tau} \quad (1.15)$$

Donde $d\nu$ es el ancho de la línea espectral, acorde a los anteriores requerimientos las transiciones solo ocurren si la energía del fotón emitido o absorbido está estrictamente definido por: $E_{ph} = E_2 - E_1$. Se ha observado que fotones con energía ligeramente diferente toman parte en el proceso. La razón de esto es que los niveles de energía se ensanchan debido a varios mecanismos, el ancho de esta transición es dado por el ancho medio de la transición relevante.

La forma de la curva de absorción, figura 1.4, corresponde a una distribución Gausiana, por definición: “ dE es el ancho de la curva en el cual la absorción cae a la mitad de su máximo valor.” Este es conocido por sus siglas en inglés como: **FWHM** (*Full Width at Half Maximum*) y E_0 es la energía en la cual la absorción es la más alta y corresponde al valor de $E_2 - E_1$ si hay otras transiciones estas se pueden superponer produciendo una línea de absorción más ancha. Si tomamos una analogía con un circuito eléctrico RLC la curva de absorción de la potencia versus frecuencia que consume el circuito, es la misma forma que presenta un sistema atómico de absorción de potencia versus frecuencia. En principio un átomo puede tener cualquier número de niveles de energía estos necesitan ser discretos. Las transiciones entre estos niveles individuales de energía ocurren de acuerdo con un criterio de selección. En la figura 1.4 se observa la forma clásica de absorción.

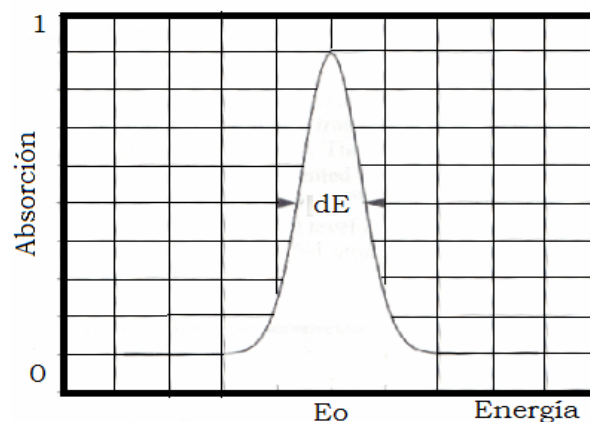


Fig. 1.4 Transición de absorción ensanchada

1.4 RESONADOR ÓPTICO

El propósito principal de un resonador óptico para un sistema láser es proporcionar la retroalimentación óptica necesaria para conseguir oscilación y/o mantener la oscilación, generalmente es un oscilador de lados abiertos, debido a que el número de modos dentro de la cavidad disminuye con los lados abiertos a que si se tuviese una cavidad cerrada. El mas simple resonador óptico, el Fabry Perot consiste en un par de espejos planos localizados uno opuesto al otro. Estos están centrados en un eje óptico común y alineados perpendicularmente al eje óptico.

Hay básicamente tres tipos básicos de resonador: a).-Resonador paralelo plano b).-Resonador hemisférico y c).-Resonador esférico. Figura 1.5.

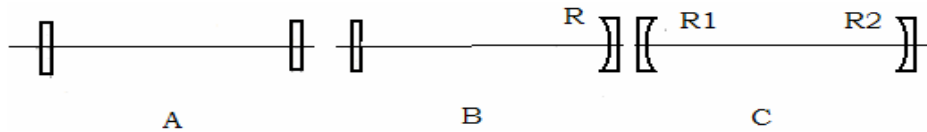


Fig. 1.5 Diferentes tipos de resonador

Para un láser en el rango de baja a mediana potencia (1mW–200W), principalmente es usado el resonador hemisférico, sus características incluyen alta potencia de salida con relativamente fácil alineación. Aparte de otros parámetros la potencia de salida depende de la cantidad de medio activo que sea usada. Los términos volumen de bombeo (*pump volume*) y volumen de modo (*mode volume*) influyen directamente en la potencia de salida del láser. El volumen de bombeo es el volumen de material activo que es iluminado por la radiación de bombeo, en contraste el volumen de modo es el volumen de radiación dentro de la cavidad láser, que cubre parte del medio activo. Seleccionando el foco, la radiación de bombeo y la forma del resonador puede influenciarse en ambas cantidades, en el caso óptimo el volumen de bombeo debería de ser ligeramente más grande que el volumen de modo. El volumen de modo depende de cuales parámetros del haz son seleccionados dentro del resonador láser, del radio de curvatura R y de la separación L entre los espejos. Un resonador es ópticamente estable si después de un número “ n ” de reflexiones, la luz aun permanece dentro del resonador. Para resonadores planos (*inciso a*), se necesita asegurar que ambos espejos sean

ajustados paralelos uno al otro. Este tipo de resonadores es el más difícil de ajustar y mantener en correcta condición de ajuste, la distancia entre los espejos pueden ser disminuida para prevenir este problema, pero si el volumen de modo es reducido se afecta directamente la potencia de salida Láser.

El proceso por medio del cual los átomos son excitados de un nivel de energía bajo a un nivel de energía alto es llamado bombeo. El bombeo óptico puede ser continuo o pulsado y se usan lámparas de alta potencia o diodos láser. La luz es absorbida por el medio activo de tal forma que los átomos son elevados de un nivel de energía inferior a otro nivel de energía superior. Este método es adecuado para láseres de estado sólido o láseres líquidos cuyas bandas de absorción son suficientemente anchas como para absorber energía de la luz incidente.

1.5 AMPLIFICACIÓN ÓPTICA

El principio para lograr amplificación coherente de luz es la amplificación por emisión estimulada de luz coherente. Como ya lo mencionamos, un amplificador retroalimentado se convierte en un oscilador. Un amplificador óptico es un dispositivo que incrementa una señal óptica mientras mantiene su fase, si el campo electromagnético es monocromático la salida será monocromática con la misma frecuencia. Un amplificador es caracterizado por: a).- Ganancia, b).- Ganancia de saturación y c).- Ancho de banda. Con el objeto de tener un mejor entendimiento del proceso de amplificación, escribiremos las expresiones para la ganancia y la ganancia saturada. Para su análisis consideremos la figura 1.6.

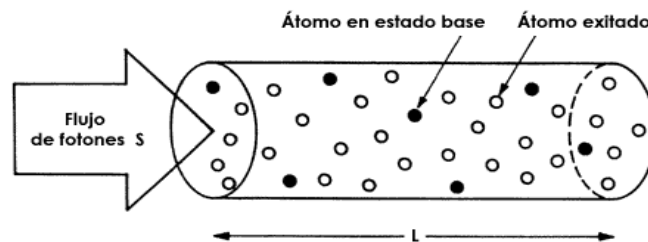


Fig. 1.6 Diagrama esquemático de un amplificador óptico*

* Figura tomada de: Vicente Aboites, "EL LASER", F.C.E, Vol. 105

Supondremos que hay flujo inicial de fotones viajando con dirección del eje z y que por algún mecanismo en el medio activo se ha conseguido una inversión de población y que esta expresada por: $N = N_2 - N_1$, Un diferencial de densidad de flujo es dado por:

$$d\varphi = NW_i dz \quad (1.17)$$

Donde W_i es el coeficiente de emisión estimulada, z la distancia recorrida y N es la inversión de población, W_i en función del flujo de fotones y de la sección eficaz es dado por: $W_i = \varphi\sigma$, substituyendo este valor en la ecuación 1.16 se obtiene:

$$d\varphi = N\varphi\sigma dz \quad (1.18)$$

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = N\sigma dz \quad (1.19)$$

Donde al termino $\gamma(\nu) = N\sigma(\nu)$ se le conoce como ganancia de pequeña señal (*no saturada*). Como φ es una función de z por lo tanto el coeficiente de ganancia de pequeña señal es también función de z , Integrando la ecuación 1.19 se obtiene:

$$\int \frac{d\varphi}{\varphi(z)} = \gamma(\nu) dz \quad (1.20)$$

$$\varphi(z) = \varphi(0)e^{\gamma(\nu)z} \quad (1.21)$$

donde : $\varphi(0)$ = flujo inicial y $\varphi(z)$ = flujo final. Esto implica que el flujo inicial de fotones se atenúa o se amplifica dependiendo del valor de γ , esto se puede observar en la figura 1.7.

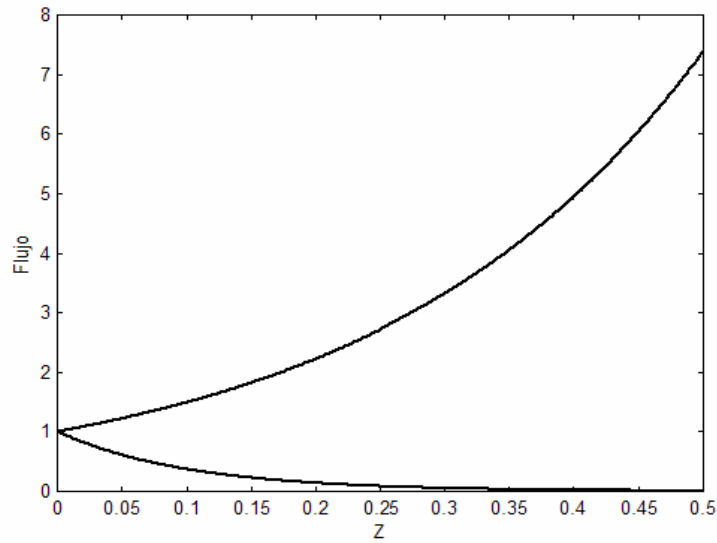


Fig.1.7 Flujo de fotones vs distancia recorrida en el medio

El flujo en función de la distancia z , y del coeficiente de amplificación, si este es positivo el flujo crece exponencialmente, y si es negativo decrece exponencialmente; matemáticamente se puede representar como:

$$\varphi(z) = \varphi(0) e^{[(\gamma(\nu) - \alpha)l_m]} \quad (1.22)$$

donde: $\varphi(z)$ es el flujo de fotones después de haber recorrido una distancia z , $\varphi(0)$ es el flujo de fotones inicial, $\gamma(\nu)$ coeficiente de amplificación, α son las pérdidas, l_m longitud del medio amplificador, gráficamente esto se puede observar en la figura .1.7.

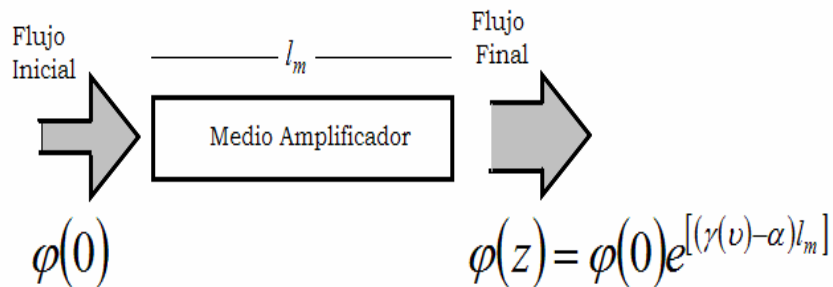


Fig.1.8 Proceso de amplificación.

1.6 GANANCIA

La ganancia viene expresada como: $G = (\text{Flujo Inicial}) / (\text{Flujo Final})$

$$G = \frac{\varphi(0) e^{[(\gamma(\nu) - \alpha)l_m]}}{\varphi(0)} = e^{[(\gamma(\nu) - \alpha)l_m]} \quad (1.23)$$

Si colocamos el medio amplificador dentro de un resonador con espejos de reflectividad R_1 y R_2 como se muestra en la figura 1.9.

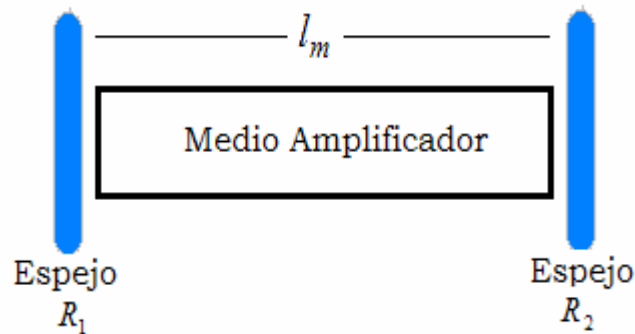


Fig. 1.9 Medio amplificador dentro de un resonador óptico

El coeficiente de ganancia lo deducimos siguiendo el siguiente razonamiento: al salir del medio amplificador, el flujo después de reflejarse en el espejo R_2 se representa como:

$$\varphi(z) = R_2 \varphi(0) e^{[(\gamma(\nu) - \alpha)l_m]} \quad (1.24)$$

y después de pasar otra vez por el medio amplificador y reflejarse en el espejo 1, el flujo es:

$$\varphi(z) = R_2 R_1 \varphi(0) e^{[(\gamma(\nu) - \alpha)2l_m]} \quad (1.25)$$

Si usamos la relación entre transmitancia y reflectividad dada por: $R + T = 1$ podemos expresar el flujo como:

$$\varphi(z) = (1 - T_1)(1 - T_2)\varphi(0)e^{[(\gamma(\nu) - \alpha)2l_m]} \quad (1.26)$$

y el coeficiente de ganancia en términos de la reflectividad puede ser expresado como:

$$G = R_2 R_1 e^{[(\gamma(\nu) - \alpha)2l_m]} \quad (1.27)$$

Este es conocido como coeficiente de ganancia no saturado.

1.7 CONDICIÓN DE OSCILACIÓN

Para que se cumpla que la onda regrese al mismo punto donde partió se necesita que el coeficiente de ganancia cumpla la condición $G=1$

$$1 = R_2 R_1 e^{[(\gamma(\nu) - \alpha)2l_m]} \quad (1.28)$$

Para encontrar la ganancia de umbral de la formula 1.28 despejamos

$$e^{[(\gamma(\nu) - \alpha)2l_m]} = \frac{1}{R_1 R_2} \quad (1.29)$$

La ganancia de umbral requerida para que el sistema entre en oscilación es:

$$G = \alpha + \frac{1}{2l_m} \ln \left| \frac{1}{R_1 R_2} \right| \quad (1.30)$$

1.8 SATURACIÓN

Consideremos dos niveles de energía como se muestra en la figura 1.9, la diferencia de poblaciones entre los niveles uno y dos se representa por: $\Delta N = N_2 - N_1$.

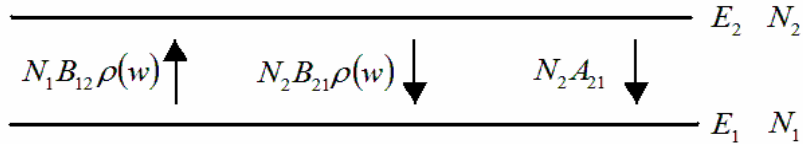


Fig. 1.9 Dos niveles de energía

El número total de centros activos o átomos excitados se representa por: $N_a = N_1 + N_2$, $N_a = N_1 + N_2$ despejando el valor de N_2 se obtiene:

$$N_2 = \frac{1}{2}(N_a - \Delta N) \quad (1.32)$$

La dinámica de la población en el segundo nivel viene dada por:

$$\frac{dN_2}{dt} = -W(N_2 - N_1) - \frac{N_2}{\tau} \quad (1.33)$$

Substituyendo ΔN y N_2 obtenemos:

$$\frac{dN_2}{dt} = W\Delta N - \frac{\frac{1}{2}(N_a - \Delta N)}{\tau} \quad (1.34)$$

Derivando la ecuación 1.32 en ambos miembros se obtiene:

$$\frac{2dN_2}{dt} = -\frac{d\Delta N}{dt} \quad (1.35)$$

Substituyendo la ecuación 1.35 en la ecuación 1.34 obtenemos:

$$\frac{d\Delta N}{dt} = -\left[2W\Delta N + \frac{\Delta N}{\tau}\right] + \frac{N_a}{\tau} \quad (1.36)$$

Si resolvemos la ecuación 1.36 para estado estacionario, obtenemos que la inversión de población depende del tiempo de fluorescencia y del coeficiente de emisión estimulada de Einstein, y este a su vez esta en función de la intensidad y de la sección eficaz de emisión estimulada, de aquí se obtiene la intensidad de saturación y coeficiente de ganancia en pequeña señal debe de modificarse para incluir la inversión saturada que corresponde al coeficiente de ganancia no saturado

$$\Delta N = \frac{N_a}{(1 + 2W\tau)} \quad (1.37)$$

Substituyendo el coeficiente de emisión estimulada de Einstein en la ecuación 1.37 se pueda escribir el coeficiente de ganancia como:

$$\gamma(\nu) = \left(\frac{N_a}{\left(1 + 2\left(\frac{\sigma I}{\hbar\omega}\right)\tau\right)} \right) \sigma(\nu) \quad (1.18)$$

Las ecuaciones de razón se escriben en el régimen de pequeña señal, considerando el coeficiente de ganancia como no saturado. Esto implica que el sistema láser no se opere muy por encima del umbral.

1.9 ECUACIONES DE RAZÓN

a).- Aproximación de las ecuaciones de razón.

La aproximación de las ecuaciones de razón es una de las simplificaciones más importantes en análisis de sistemas láser, en esta aproximación los átomos o moléculas son descritos en términos de poblaciones y el campo electromagnético es descrito en términos de densidad fotónica o intensidades. Las interacciones entre luz y átomos de las poblaciones se incrementan o decrementan mientras el número de fotones cambia de tal forma que la energía se conserva. La tasa de cambio de esas poblaciones y densidades es gobernada por un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas no lineales conocidas como ecuaciones de razón. En estas ecuaciones el proceso físico que acopla las inversiones de población y las intensidades son la emisión espontánea, la emisión estimulada y la absorción. Las relaciones entre estas tres cantidades fueron establecidas por A. Einstein en 1917. y fueron revisadas al inicio de este capítulo. Con la invención del láser muchas otras ecuaciones de razón han sido desarrolladas entre ellos están las ecuaciones de razón para osciladores láser escritas por Statz y DeMars. (*Statz y G. DeMars, in Quantum Electronics, A Symposium, edited by C.H. Townes (Columbia University Press, New York, 1960)*). Otras ecuaciones desarrolladas para osciladores láser son las ecuaciones de Rigord.¹

b).-Aproximación semiclásica

En estos modelos el comportamiento atómico está descrito por la ecuación de Schrodinger o Dirac, mientras que los campos electromagnéticos son descritos mediante las ecuaciones de Maxwell en principio tales modelos son capaces de representar las funciones de onda atómicas y electromagnéticas que tengan arbitraria polarización y arbitrarias variaciones en tiempo y espacio.

c).- Electrodinámica cuántica

En este modelo el comportamiento atómico y el campo electromagnético son descritos por la ecuación de Schrodinger o Dirac y el campo electromagnético está cuantizado.

La razón de emplear las ecuaciones de razón en lugar de un modelo más riguroso es la simplificación analítica. El modelo de las ecuaciones de razón tiene menos ecuaciones y variables y los métodos de solución son generalmente más simples. La teoría usada aquí hace uso de las aproximaciones de las ecuaciones de razón con esta aproximación las ecuaciones de razón son derivadas por simple balance entre las tasas de cambio de la inversión de población y el número total de fotones. Para deducir estas ecuaciones usamos un sistema de 3 niveles

1.10 EL SISTEMA LÁSER DE 3 NIVELES

El diagrama de energía para un láser de 3 niveles se muestra en la figura 1.10.

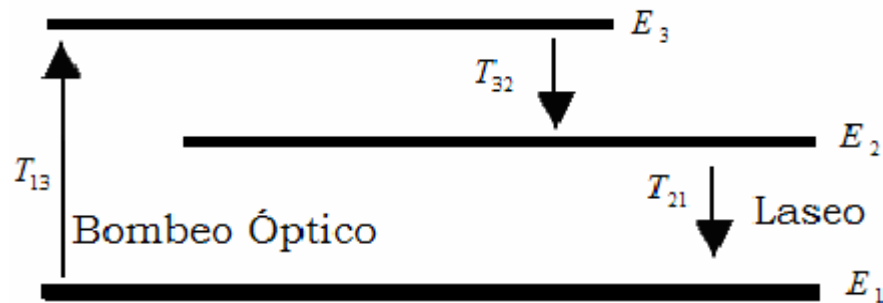


Fig. 1.10 Diagrama de energías para un Láser de 3 niveles

En este tipo de Láser de 3 niveles, el nivel E_1 es el nivel más bajo y el laseo sucede entre los niveles 1 y 2, suponiendo que el bombeo óptico transfiere átomos del nivel 1 al nivel 2 a través del nivel 3 y la relajación del nivel 3 al nivel 2 es muy rápida la mayoría de los átomos en el nivel 3 se relajaran al nivel 2 en vez de al nivel 1. Ya que el nivel 3 no es un nivel Láser, este puede ser un nivel ensanchado y una fuente de luz de banda ancha puede ser empleada como fuente de bombeo. Podemos deducir las ecuaciones de razón a partir de la figura. 1.10 asumiendo las siguientes consideraciones:

- Todos los niveles son no degenerados.
- El bombeo es aplicado a la transición $1 \rightarrow 3$ y lasea en la transición $2 \rightarrow 1$.
- El nivel 2 es metaestable .
- El tiempo de decaimiento $T_{32} \approx 0$. se aproxima a cero.

e).-Las poblaciones en el nivel 2 y 3 se aproximan a $N_3 = N_2$. (esta condición es equivalente a d.)

Las ecuaciones de razón para un sistema láser de 3 niveles se deducen a partir de las ecuaciones 1.19 y 1.20.

$$N_a = N_2 + N_1 \quad (1.19)$$

$$N = N_2 - N_1 \quad (1.20)$$

Donde N_a es la densidad total de centros activos, N_2 es el número de centros activos en el nivel 2, N_1 es el número de centros activos en el nivel 1 y N representa la diferencia de población entre los niveles 1 y 2, Despejando N_1 y N_2 de las ecuaciones 1.19 y 1.20 respectivamente obtenemos:

$$N_2 = \frac{1}{2}(N_a + N) \quad (1.21)$$

derivando la ecuación 1.21 con respecto al tiempo en ambos lados:

$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{dN_a}{dt} + \frac{dN}{dt} \quad (1.22)$$

$$2 \frac{dN_2}{dt} = \frac{dN}{dt} \quad (1.23)$$

En la ecuación 1.22 $\frac{dN_a}{dt} = 0$ debido a que el número total de centros activos, N_a es constante con respecto al tiempo. De igual manera Substituyendo N_2 en la ecuación 1.19 se obtiene

$$2N_1 = N_a - N \quad (1.24)$$

$$N_1 = \frac{1}{2}(N_a - N) \quad (1.25)$$

considerando el diagrama de energía en la ecuación de balance, la variación de N_2 con respecto al tiempo la podemos escribir como:

$$\frac{dN_2}{dt} = W_p N_1 - w(N_2 - N_1) - \frac{N_2}{\tau} \quad (1.26)$$

substituyendo las ecuaciones 1.25 y 1.21 en la ecuación 1.26. Simplificando y multiplicando por 2 obtenemos:

$$2 \frac{dN_2}{dt} = W_p (N_a - N) - 2wN - \frac{(N_a + N)}{\tau} \quad (1.27)$$

usando la ecuación 1.23, la ecuación 1.27 se puede escribir como:

$$\frac{dN}{dt} = W_p (N_a - N) - 2wN - \frac{(N_a + N)}{\tau} \quad (1.28)$$

El coeficiente de emisión estimulada es $w = c\varphi\sigma$

$$\frac{dN}{dt} = W_p (N_a - N) - \gamma c\varphi\sigma N - \frac{(N_a + N)}{\tau} \quad (1.29)$$

$$\frac{dN}{dt} = W_p (N_a - N) - \gamma c\varphi\sigma N - k \frac{N}{\tau} \quad (1.30)$$

Donde: N es la inversión de población, W_p es la razón de bombeo, N_a es la densidad de centros activos total, τ Tiempo de vida medio del nivel láser superior, w es la probabilidad de transición, c es la velocidad de la luz en el vacío, φ es la densidad de fotones dentro de la cavidad láser, σ es la sección eficaz de emisión estimulada, γ es el factor de degeneración k es el factor de emisión espontánea. Si despreciamos la razón de bombeo, $W_p = 0$ y la emisión espontánea $\frac{N}{\tau} = 0$; la ecuación 1.30 la podemos escribir como:

$$\frac{dN}{dt} = -\gamma c \varphi \sigma N \quad (1.31)$$

Para deducir la ecuación de la tasa de cambio de la densidad de fotones dentro de la cavidad, la podemos escribir como la ganancia de la densidad de fotones en un viaje de ida y vuelta completo menos la perdidas. La ecuación que describe la densidad de fotones intracavidad queda escrita como:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\sigma N l \varphi}{t_r} - \frac{\varphi \left(\ln \frac{1}{R_0} + L \right)}{t_r} \quad (1.32)$$

La ecuación 1.32, se puede re-escribir incluyendo el término de emisión espontánea como:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\sigma N l \varphi}{t_r} - \frac{\varphi}{t_c} + k \frac{N}{\tau} \quad (1.36)$$

Donde el término t_c es expresado como:

$$t_c = \frac{t_r}{\left(\ln \frac{1}{R_0} + L \right)} \quad (1.37)$$

Donde el término $t_r = \frac{2l_0}{c}$ es el tiempo de tránsito en el resonador de longitud $l_0 = l_c + l_m(n-1)$ y l_c longitud de la cavidad, l_m longitud del medio activo y n el índice de refracción.

1.11 NORMALIZACIÓN DE LAS ECUACIONES DE RAZÓN

Las ecuaciones de razón que describen al sistema láser son:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{kN}{\tau} - \frac{\varphi}{t_r} \left[2\sigma N l_m \varphi - \left(\ln \left(\frac{1}{R} \right) + L \right) \right] \quad (1.38)$$

$$\frac{dN}{dt} = W_p (N_a - N) - \gamma c \varphi \sigma N - k \frac{N}{\tau} \quad (1.39)$$

Las ecuaciones son acopladas no lineales y para propósitos computacionales se normalizan. Las variables de normalización se eligen como: $\bar{N} = 2\sigma l_m N$, para la inversión de población normalizada, $\bar{\varphi} = c\sigma\tau\varphi$, para la densidad de fotones intracavidad normalizada y el tiempo se escala de la siguiente forma, despejando N , φ y dt obtenemos las variables en función de las variables de normalización:

$$N = \frac{\bar{N}}{2\sigma l_m} \quad (1.40)$$

$$\varphi = \frac{\bar{\varphi}}{c\sigma\tau} \quad (1.41)$$

$$dt = d\bar{T}n\tau \quad (1.42)$$

substituyendo N , φ y dt para la ecuación 1.38 obtenemos

$$\frac{d\bar{\varphi}}{d\bar{T}n\tau} = k \frac{\bar{N}}{\tau} + \frac{\bar{\varphi}}{t_r} (\bar{N} - \alpha_0) \quad (1.43)$$

Simplificando algebraicamente obtenemos la ecuación que describe la densidad de fotones intracavidad normalizada con la sección eficaz de emisión estimulada y la longitud del medio activo.

$$\frac{d\bar{\varphi}}{d\bar{T}} = \frac{kc n \tau \bar{N}}{2 l_m} + \frac{n \tau \bar{\varphi}}{t_r} (\bar{N} - \alpha_0) \quad (1.44)$$

Para normalizar la inversión de población partimos de la ecuación 1.39 haciendo las sustituciones algebraicas obtenemos:

$$\frac{d\bar{N}}{d\bar{T}n} = -c\sigma \left(\frac{\bar{\varphi}}{c\sigma\tau} \right) \left(\frac{\bar{N}}{2\sigma l_m} \right) + R_p N_0 - R_p \left(\frac{\bar{N}}{2\sigma l_m} \right) - \left(\frac{\bar{N}}{2\sigma l_m \tau} \right) \quad (1.45)$$

simplificando la ecuación 1.45

$$\frac{d\bar{N}}{d\bar{T}} = -n\bar{N}\bar{\varphi} + R_p N_0 2\sigma l_m \tau n - R_p \tau n \bar{N} - n\bar{N} \quad (1.46)$$

$$\frac{d\bar{N}}{d\bar{T}} = -n\bar{N}\bar{\varphi} + R_p N_0 2\sigma l_m \tau n - \bar{N}n(R_p \tau + 1) \quad (1.47)$$

Para el uso computacional se han usado las variables definidas como: $A = \frac{kc n \tau}{2l_m}$,

$B = \frac{n\tau}{t_r}$, $\alpha_0 = \ln\left(\frac{1}{R}\right) + L$, $\Omega = R_p \tau$, $\Delta = \Omega Z$, $Z = N_a 2\sigma l_m n$, las ecuaciones las

podemos escribir como:

$$\boxed{\frac{d\bar{\varphi}}{d\bar{T}} = A\bar{N} + B\bar{\varphi}(\bar{N} - \alpha_0)} \quad (1.48)$$

$$\boxed{\frac{d\bar{N}}{d\bar{T}} = \Delta - n\bar{\varphi}\bar{N} - \bar{N}n(\Omega + 1)} \quad (1.49)$$

Las ecuaciones 1.48 y 1.49 describen un sistema láser en las aproximaciones de ecuaciones de razón, de onda plana, y en el régimen de pequeña señal y son las ecuaciones que se usaran en este trabajo.

BIBLIOGRAFÍA CAPÍTULO 1 (*consultada*)

- [1] .-W. Rigrod, J Appl. Phys 34, 2602 (1963).
- [2].-V. Aboites, **Laseres**, Edit. Centro de Investigaciones en Óptica A.C. ,1991
- [3].-A. Yariv, **Quantum electronics**, Wiley, New York, 3er ed. 1989.
- [4].-T. Verdeyen, **Laser Electronics**, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 2nd ed. 1989.
- [5].-O. Svelto, **Principles of laser**, Plenum Press, New York, 3er ed. 1989.
- [6].-V. Aboites, **Handbook of Óptical Engineering**, Edited by D. Malacara and B.J. Thomson, Edit. Marcel-Decker, Cap. 20,(2001)
- [7].-A.E. Siegman, **Lasers**, University Science Books, Mill Valley, CA, 1986.
- [8].- W. Koechner, **Solid-State Laser Engineering**, Fifth ed., Springer-Verlag, Berlin Germany, 1999.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTOS DE LA CONMUTACIÓN DEL FACTOR DE CALIDAD Q DE LA CAVIDAD DE UN LÁSER

2.1 INTRODUCCIÓN

Los pulsos cortos generados mediante la técnica de conmutación del factor de calidad Q tiene muchas aplicaciones en láser y áreas tan diversas como fotografía, holografía, procesamiento de materiales, fusión vaporización, y óptica no lineal donde la aplicación de alta concentración de energía en poco tiempo permite observar fenómenos interesantes. Mediante esta técnica se pueden conseguir potencias del orden de MW y ancho de pulso del orden de Nanosegundos.

El principal objetivo de este capítulo se refiere a la forma de generar los pulsos de gran potencia y que se producen generalmente con láser conmutado en Q. En este capítulo revisamos los métodos para conmutar la cavidad Q y deducimos las ecuaciones básicas que describen en forma matemática la energía, potencia y duración del pulso para láseres de estado sólido conmutado en Q activamente bajo la aproximación de onda plana en el apéndice A se hace una deducción de la ecuación básica de conmutación Q considerando la variación espacial y temporal de la inversión de población y de la densidad de fotones intra cavidad.

2.2 ANTECEDENTES

La historia de la conmutación empieza cuando Hellwarth^{2.1}, en la segunda conferencia de electrónica cuántica sostenida en Berkeley University California, en marzo de 1961 predijo que un láser podría generar pulsos cortos si las pérdidas en un resonador óptico fueran rápidamente conmutadas desde un valor alto hasta un valor bajo. La prueba experimental fue producida un año más tarde.^{2.1} Cuando reportó un láser de

rubí conmutado en Q usando una celda Kerr en noviembre de 1961. Un pulso gigante con una duración de alrededor de 10ns. Subsecuentemente varias teorías para una conmutación rápida (*conmutación instantánea de la pérdida en la cavidad*) han sido establecidas con dos ecuaciones de razón una para la densidad de fotones dentro de la cavidad y la otra para la inversión de población del nivel superior láser^{2.2, 2.3} y para el caso de conmutación Q pasiva con la introducción de una tercera ecuación para el absorbedor saturable, Zayhowski y Kelly^{2.4}, analizaron las ecuaciones de razón para una conmutación rápida de la cavidad haciendo uso de los multiplicadores de Lagrange.

Al mismo tiempo que apareció el primer artículo, F.J. McCloung colaboró con Hellwart para trabajar en la conmutación Q del láser de Rubí de Maiman.

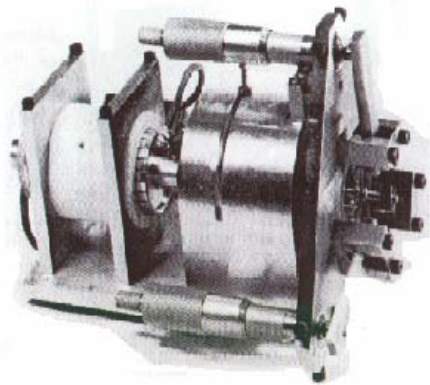


Fig. 2.1 Primer Láser conmutado en Q.

La fotografía del primer láser conmutado en Q, en operación que fue obtenido con un sistema modificado del láser de Rubí de Maiman y se puede observar en la figura 2.1. El interruptor óptico fue una celda Kerr con nitrobencono^{2.1, 2.2}.

Esta misma técnica de conmutación Q fue implementada por Collins y Kisliuk con un disco giratorio y DeMaria, Gagosz y Bernard con un interruptor ultrasonico^{2.6}, espejos y prismas rotatorios también han sido empleados. Celda Pockels y absorbedores saturables han sido utilizados^{2.7}. La disponibilidad de estos pulsos ópticos hizo posible la investigación experimental de fenómenos como: generación armónica óptica^{2.8} esparcimiento estimulado Raman, y Rayleigh (R. Y. Chiao E Garmire and C. H. Townes^{2.9}) Eco de fotones^{2.10} y Amplificación óptica paramétrica^{2.11}.

La característica importante para los láseres conmutados en Q, es la capacidad de almacenamiento de energía del medio activo en combinación con la ganancia y el tiempo de vida medio del fotón dentro de la cavidad, los mejores candidatos para almacenaje de energía son el Nd:YAG, Nd:GLASS, rubí etc. Hay láseres con medios activos en el que el tiempo de vida medio del nivel láser superior tiene un decaimiento muy rápido y su capacidad para almacenar energía es muy baja ejemplo de ellos es el láser de ion. Las aplicaciones para los pulsos láseres pueden ser:

- A).-Cualquier aplicación que use pulsos de luz con potencias picos arriba de MWatts y duración corta.
- b).-Cortado, soldado
- c).-Remoción de material
- d).-Fusión láser
- e).-Radar láser .

2.3 DEFINICIÓN DE Q.

Los mecanismos por los cuales la energía electromagnética es disipada en un resonador óptico son conocidos como pérdidas ópticas, estas son caracterizadas por los siguientes parámetros:

- a).- Tiempo de vida medio del fotón dentro de la cavidad.
- b).- Pérdidas por pasada.
- c).- Factor de calidad Q.

Y los mecanismos por los que ocurren pérdidas son:

- d).- Pérdidas resultantes de una mala reflexión.
- e).- Absorción y esparcimiento en el medio láser activo.
- f).- Pérdidas por difracción.

En un resonador óptico el factor de calidad Q es definido^{2,12} como “*la razón de la energía almacenada en la cavidad láser a la energía perdida por ciclo.*” El factor de

calidad Q para un resonador óptico es una cantidad que se utiliza para medir la capacidad de un resonador para almacenar energía. Un factor Q pequeño significa que la energía permanece en la cavidad óptica, un factor de calidad Q alto significa que la energía contenida en ella es disipada rápidamente. La ecuación que define al factor de calidad Q esta dada por:

$$Q = \frac{2\pi E}{E_{perdida}} \quad (2.1)$$

Donde E es la energía almacenada en la cavidad y $E_{perdida}$, es la energía pérdida por ciclo. La relación que hay entre el factor de calidad Q y la reflectancia o transmitancia de los espejos que conforman el resonador es expresado por:

$$Q = \frac{4\pi l_0}{\lambda(1 - R_1 R_2)} \quad (2.2)$$

Donde λ es la longitud de onda de laseo, l_0 es la longitud óptica del resonador y $R_{1,2}$ es la reflectancia de los espejos uno y dos respectivamente. También Q esta relacionado con el ancho de banda del láser:

$$Q = \frac{\nu}{\Delta\nu} \quad (2.3)$$

donde: $\Delta\nu$ es el ancho de banda del oscilador y ν es la frecuencia central de oscilación y el tiempo de vida medio y el ancho de banda se relaciona con el decaimiento de fotón dado por:

$$\Delta\nu = \frac{1}{2\pi\tau_c} \quad (2.4)$$

donde: τ_c es el tiempo de decaimiento del fotón en el resonador.

2.4.- MÉTODOS PARA PRODUCIR PULSOS CORTOS

Incrementar la potencia pico y la intensidad ha sido uno de los más importantes problemas para la tecnología de los láseres. Desde la invención del láser en 1960, históricamente ha sido una línea de investigación desarrollar nuevos métodos para la generación de pulsos láseres cada vez más cortos. Las técnicas de conmutación del factor de calidad Q y amarre de fase fueron desarrolladas a mediados de 1960 obteniendo potencias de salida del orden de MW y GW estas potencias hicieron posible descubrimientos de efectos en óptica no lineal, generación de segundo armónico esparcimiento Raman no lineal, mezcla de 4 ondas, auto enfocamiento. La razón de esto es que el campo eléctrico de la intensidad láser es comparable al campo eléctrico intraatómico en consecuencia la respuesta de un átomo a la intensidad láser se convierte en no lineal. La figura 2.2 muestra la forma como han ido evolucionando las técnicas para generar pulsos desde su creación del láser en 1960.

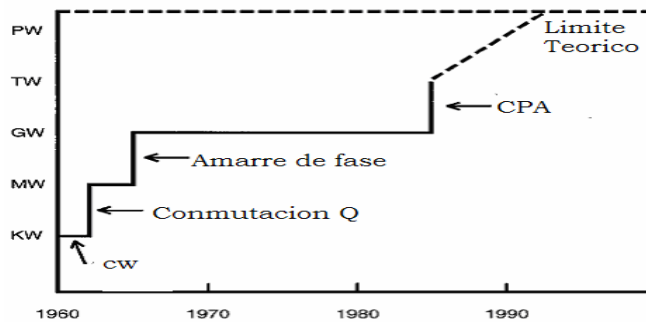


Fig. 2.2 Evolución en el tiempo de las técnicas de generación de pulsos en Láser*

Un sistema láser puede operar en dos formas:

1.- Continuo(CW)

Es el mas simple de los modos, la fuente de bombeo es continua y la salida del láser también es continua o con pequeñas variaciones en el tiempo

2.-Pulsado

Los láseres pulsados pueden ser clasificados a partir de :

* Figura tomada de: G. Mouron, "The ultrahigh-peak-power láser: present and future, Appl, Phys B 65, 205-211(1997).

- a).-La longitud del pulso que producen.
- b).-El métodos para producir los pulsos.

Y estos a su vez pueden ser subclasificados:

- a).- Láseres de pulso único (*bombeo pulsado*).
- b).- Láseres con pulsos repetitivos(*bombeo continuo*).

Las técnicas de modulación aplicadas a láseres para la generación de pulsos cortos o los métodos para producirlos usando láseres pueden dividirse en dos grandes categorías, la primera y la más sencilla es la modulación externa, como se muestra en la Fig. 2.3.

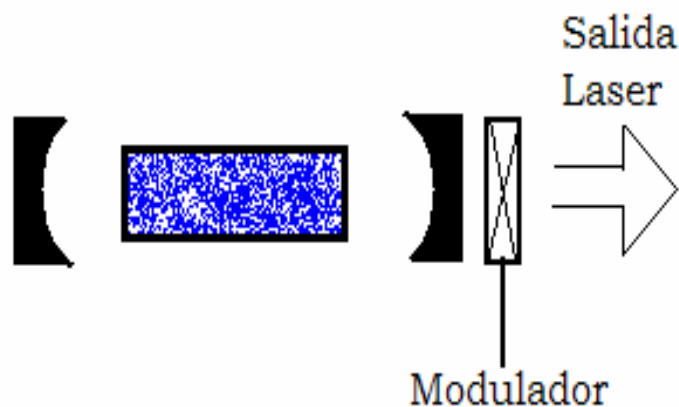


Fig. 2.3 Sistema Láser con modulador externo

Este es el método más directo de obtener un pulso de luz láser y usa un láser trabajando en forma continua (CW), en combinación con un modulador externo que transmite la luz, solo a intervalos determinados de tiempo. Este simple método tiene dos desventajas:

- a).- Bloquea la luz durante el periodo que no transmite.
- b).- La potencia pico no puede exceder el valor estacionario del láser.

La gráfica de la figura 2.4 muestra como varia la potencia pico del tren de pulsos

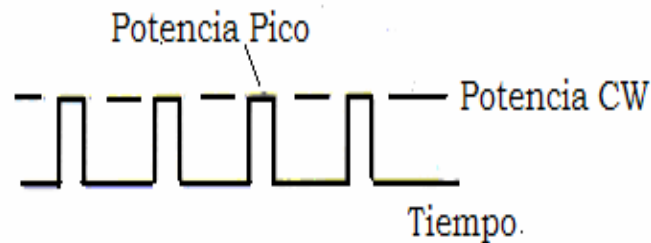


Fig. 2.4 Pulsos potencia pico máxima usando modulador externo.

El segundo tipo se refiere a modulación interna donde se varía alguna propiedad que determina su salida. Esto se muestra en la figura 2.5.

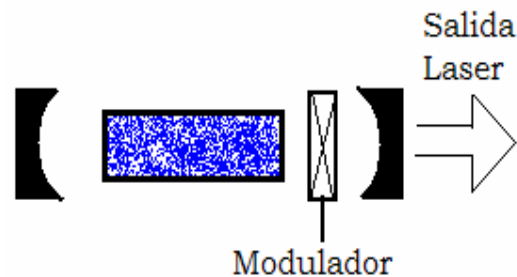


Fig. 2.5 Sistema láser con modulador interno en la cavidad

Las propiedades del sistema láser que se pueden variar son:

- a).- **la ganancia del medio activo.**
- b).- **longitud óptica de la cavidad láser .**
- c).- **pérdidas de la cavidad láser.**

El método de modulación interna es más eficiente y consiste en apagar y prender el láser por medio del proceso de la modulación, de tal manera que la energía es almacenada en el resonador o en el medio activo en forma de inversión de población y esta es liberada periódicamente permitiendo al sistema láser oscilar.

La figura 2.6 muestra el comportamiento de la salida láser en el dominio del tiempo

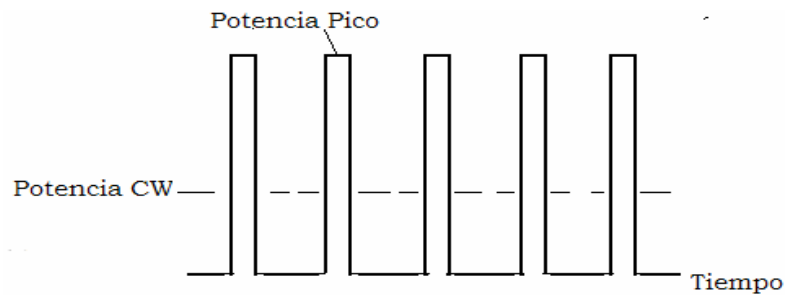


Fig. 2.6 Salida Láser de un tren de pulsos con modulador interno en la cavidad

Los siguientes son los cuatro métodos básicos para producir pulsos cortos,

- 1.- Modulación de ganancia.
- 2.- Modulación del factor Q.
- 3.- Amarre de fase.
- 4.- Amortiguamiento de la cavidad (*del inglés Cavity dumping*).
- 5.- CPA. (*del inglés Chirped Pulse Amplification*)

La modulación de ganancia carece de una modulación interna, pero posee modulación externa de bombeo, CPA no posee ni interna ni externa. Los progresos que se han hecho en el desarrollo de láser de alta potencia en el orden de femtosegundos incluye la técnica de CPA muchas aplicaciones han sido realizadas con “chirped pulse amplificación” (CAP) mas no usa ninguna técnica de modulación.

Una breve descripción de los métodos para generar pulsos mencionados antes se da a continuación.

1).- Modulación de Ganancia

En este método la ganancia es controlada por la modulación del bombeo. Si el bombeo es modulado a la frecuencia de las oscilaciones de relajación. Durante el tiempo de encendido el coeficiente de ganancia excede al coeficiente de pérdidas y se pueden producir pulsos. Los láseres mas frecuentemente conmutados en ganancia son los láseres de semiconductores, esto debido a que el bombeo es realizado por medios eléctricos y es más fácil modular corrientes eléctricas. La figura 2.8 muestra. El comportamiento temporal de la ganancia y las pérdidas, donde se puede observar que la variación en el

tiempo, es de la ganancia mientras las pérdidas permanecen constantes, como se puede apreciar en la figura 2.8. El método carece de un modulador colocado dentro de la cavidad láser. Esto se muestra en la figura 2.7.

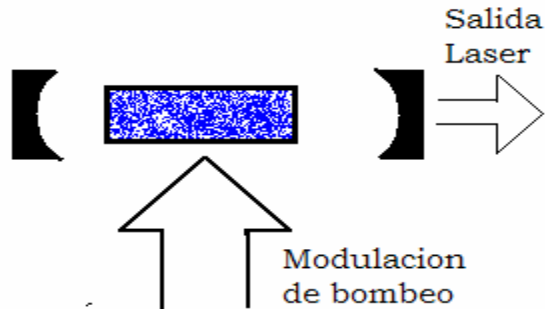


Fig.2.7 Sistema láser con modulación de bombeo

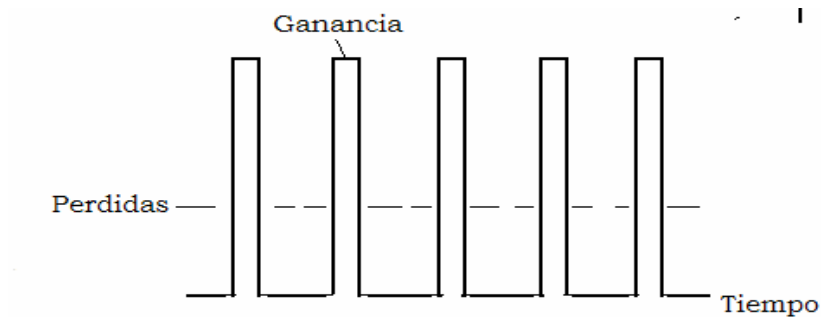


Fig. 2.8 Comportamiento temporal de las pérdidas y ganancias en un láser con modulación del bombeo.

La grafica 2.9 muestra la salida temporal del sistema láser con modulación de bombeo



Fig. 2.9 Salida temporal del láser con modulación de bombeo.

2).-Conmutación Q

La Q es la inicial de “ Quality Factor” y es usado en física, cuando el interruptor en la cavidad está cerrado, no ocurre retroalimentación y el sistema no puede oscilar. Las pérdidas son muy altas y el factor de calidad tiende a cero, cuando el interruptor es abierto la retroalimentación es restituida, las pérdidas son disminuidas y el sistema puede oscilar, la conmutación de cavidad Q es conocida por sus siglas en inglés como “Q-switch” y deriva su nombre Q, del factor de calidad, y el Q- Switch debido a la conmutación de la cavidad. En esta trabajo cuando mencionamos interruptor Q, conmutador Q o Q-switch nos referimos a lo mismo.

Insertando en la cavidad un elemento activo (Q-Switch) que pueda ser rápidamente conmutado para introducir pérdidas intra cavidad, se obtiene pulsos cortos del orden de Nanosegundos. Este método es ampliamente usado en láseres de estado sólido donde el medio activo cristalino tiene tiempos de vida medio del nivel láser superior de alrededor 100us el cual nos permite el bombeo de energía y el almacenaje de energía en el medio activo. Esta técnica genera pulsos de centenas de nanosegundos de duración y potencias pico de hasta 100 kilowatts.

La conmutación Q es importante porque provee la duración óptima necesaria en la duración de pulso para aplicaciones en láseres, óptica no lineal, medicina y otras importantes aplicaciones. En la grafica 2.10 se puede observar la variación temporal de las pérdidas, la salida temporal de la intensidad del láser es parecida a la figura 2.9

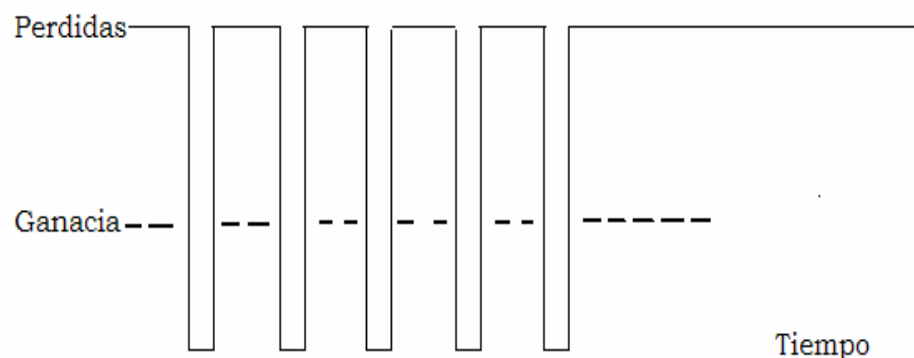


Fig. 2.10 Variación temporal de las pérdidas y ganancia en un láser conmutado en Q.

c).- Amarre de fase

Similar al la modulación Q el amarre de fase requiere un elemento óptico dentro de la cavidad láser, pero en este caso, el interruptor fuerza a los múltiples modos oscilantes del láser a ser amarrados, lo cual resulta en un interferencia constructiva.

Este se puede entender como un pulso corto rebotando en los espejos dentro de la cavidad, generando un pulso de salida cada vez que este rebota en el acoplador de salida. La tasa de repetición del pulso láser esta determinada por el tiempo de viaje de ida y vuelta dentro de la cavidad (*round trip time*) típicamente cercana a 70 Mhz. La tasa de repetición para un láser con amarre de fase puede ser tan alta que esta puede ser usada como una fuente de luz Láser continua. Hay varios tipos de amarre de fase: a). Amarre de fase activo, a).-Modulación en amplitud, b).-Modulación en frecuencia,c).-sincronización de bombeo, 2.-Amarre de fase pasivo. a).-Absorbedores saturables rápidos y lentos.

d).- Amortiguamiento de la cavidad (*del ingles Cavity dumping, CD*).

El Amortiguamiento de la cavidad (*CD*) es un método para obtener salida pulsada de un láser bombeado continuamente. El esquema difiere del conmutado en Q, en que el valor del acoplador de salida varia en el tiempo. Un acoplamiento de salida variable puede ser realizado empleando esparcimiento acústico óptico^{2.13}, Interruptores electro ópticos^{2.14} o por la modulación de interfaces entre cavidades acopladas^{2.15}

Cavity dumping puede ser comparado con la conmutación Q, en un láser bombeado continuamente, en ambos casos la energía es suministrada al láser continuamente por diodo láser o cualquier otro medio de bombeo y se supone que parte de esta energía es liberada en forma de tren de pulsos sin embargo la acumulación y el almacenamiento de energía entre pulsos es en el campo electromagnético para cavity dumping y en la inversión de población para la conmutación Q. Esta técnica básicamente se basa en el almacenamiento de fotones en el resonador durante los tiempos de apagado, y de liberación de energía durante los tiempos de encendido, esta difiere en que las

pérdidas del resonador son moduladas alterando la transmitancia del acoplador de salida figura 2.11

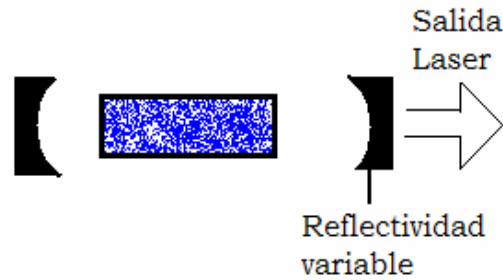


Fig. 2.11 Sistema láser con acoplador de salida con transmitancia variable

En la figura 2.13 se puede observar como varia las pérdidas y la ganancia temporalmente en un sistema donde la transmitancia del acoplador es variable

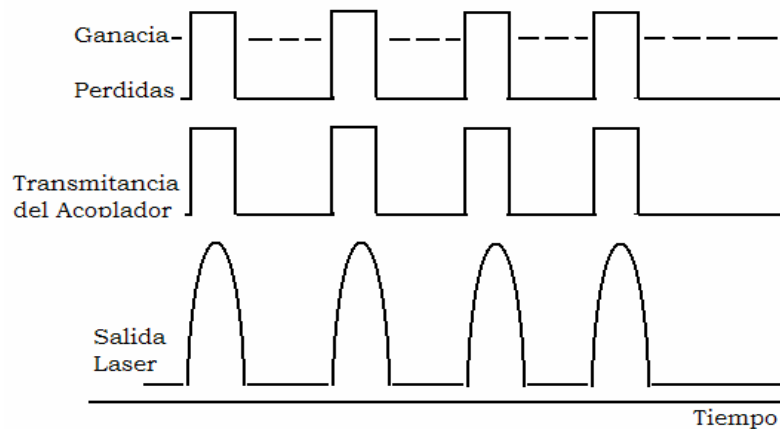


Fig. 2.12 Comportamiento temporal de la transmitancia, pulsos de salida, ganancia y pérdida.

En cavity Dumping no se permite que la luz se escape del resonador, incluyendo la salida útil. Esto da por resultado que las pérdidas en el resonador son despreciables ocasionando que la densidad de fotones intra cavidad se incremente dentro del resonador láser, por consiguiente los fotones son almacenados en el resonador en forma de campo electromagnético. Súbitamente se cambia la transmitancia del acoplador de salida de un bajo a un valor alto, lo que ocasiona que los fotones abandonen la cavidad de una manera rápida esto incrementa las pérdidas en la cavidad y la oscilación láser se suspende. El resultado es un pulso intenso de luz láser.

2.5 CONMUTACIÓN PASIVA

En el láser con absorbedor saturable hay dos celdas de materiales colocados dentro de la cavidad láser. La función que desarrolla cada celda es muy diferente, una funciona como medio activo láser, el cual provee amplificación es decir es bombeado y tiene una inversión de población positiva, la otra funciona como absorbedor es decir tiene una inversión de población negativa. Ambos materiales están separados y la única forma que interactúen es a través del campo electromagnético intracavidad

El diagrama esquemático para un Láser de estado sólido con absorbedor saturable como conmutador (Q-switch) se muestra en la figura. 2.14

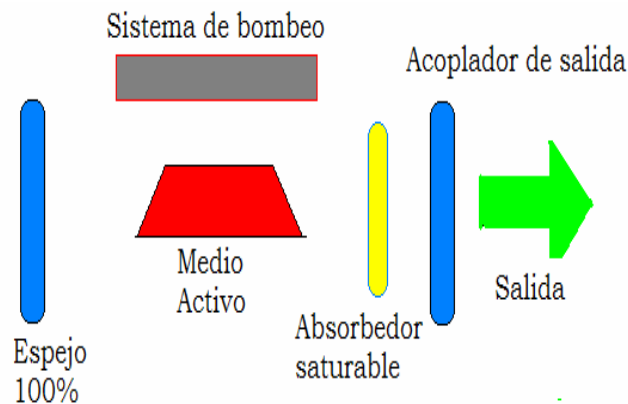


Fig. 2.13 Diagrama esquemático de un láser con absorbedor saturable como interruptor Q.

Los materiales más usados como absorbedor saturables son: entre ellos, los líquidos orgánicos que han sido ampliamente utilizados como absorbedor saturable (*el primer Láser uso una celda Kerr con nitrobenzeno*). La conmutación Q con líquidos se realiza colocando una celda transparente llena de líquido en la cavidad Láser. La celda es altamente absorbente a bajas intensidades del haz láser y se hace transparente a altas intensidades del haz Láser, se pueden obtener pulsos cortos de alta potencia con el uso de este tipo de interruptor Q. Sin embargo este tipo de interruptor presenta muy baja estabilidad química e inadecuadas propiedades térmicas

Interruptores Q de estado sólido basado en iones de Cr^{4+} dopados en varios materiales cristalinos también han sido bastante usados. En 1991, Andrauskas and Kennedy reportaron un interruptor Q pasivo para láseres como medio activo $\text{Nd}:\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ ($\text{Nd}:\text{YAG}$) y $\text{Nd}:\text{Glass}$ bombeados por lámparas así como con bombeo por diodo con materiales tales como: $\text{Cr}^{4+}:\text{Gd}_3\text{Sc}_2\text{Al}_3\text{O}_{12}$ ($\text{Cr}^{4+}:\text{GSAG}$) y $\text{Cr}^{4+}:\text{Gd}_3\text{In}_2\text{Ga}_3\text{O}_{12}$ ($\text{Cr}^{4+}:\text{GIGG}$) como absorbedor saturable. El ancho del pulso conmutando en Q esta en el rango de 9 a 50 ns y la energía del pulso se encuentra en el rango de 3 a 190mJ. El resonador láser consiste en un espejo de alta reflectividad cercana al 100 % y un acoplador de salida, el absorbedor saturable puede ser colocado en medio láser y el espejo con reflectividad variable o entre el espejo y el acoplador de salida.

2.6. CONMUTACIÓN ACTIVA CONSIDERANDO LA VARIACIÓN ESPACIAL DE LA INVERSIÓN DE POBLACIÓN Y DE LA DENSIDAD DE FOTONES INTRACAVIDAD.

Un sistema láser puede ser modelado usando las ecuaciones de razón, estas no toman en cuenta la variación espacial del bombeo ni la variación espacial de la densidad fotónica intracavidad, están escritas bajo la aproximación de onda plana, esta dice que la densidad de inversión de población y de la densidad fotónica intracavidad junto con la sección eficaz solo depende del tiempo. Para láseres bombeado por diodo es importante considerar estas variaciones, las deducciones de las ecuaciones básicas considerando la distribución de la densidad fotónica y de la inversión de población Gaussianas, se presentan en el apéndice A.

2.7.-MÉTODOS ACTIVOS PARA CONMUTAR LA CAVIDAD Q DE UN LÁSER.

La conmutación en Q activa ha sido realizada por métodos mecánicos tales como espejos y prismas rotatorios, dispositivos electro ópticos y acústico ópticos por interruptores de reflexión total interna frustrada por sus siglas en inglés (*FTIR*) y son

basados en que el “*gap*” de dos prismas colocados uno cerca del otro varia con la ayuda de un piezoeléctrico. Otra técnica consiste en remplazar el acoplador de salida del sistema láser por un interferómetro de Fabry Perot modulando el espacio del interferómetro de Fabry Perot mediante un piezoeléctrico el sistema se puede comportar como un acoplador de salida con transmisión variable. (*Modulación de interfaces entre cavidades acopladas*^{2,15}).

Dentro de estas técnicas usadas para conmutar la cavidad Q, cada una tiene sus ventajas y desventajas, así como aplicaciones específicas. Las características más importantes de los interruptores ópticos son:

- a).- Pérdidas dinámicas. Son las pérdidas máximas introducidas en la cavidad óptica idealmente las pérdidas dinámicas deberían ser del 100% para asegurar que el laseo ocurra hasta que el interruptor Q sea abierto.
- b).-Pérdidas insertadas. Son las mínimas pérdidas introducidas en la presencia de un interruptor Q, en la condición de abierto, idealmente estas deberían de ser cero pero la mayoría de interruptores ópticos introducen reflexiones y/o esparcimiento.
- c).-Tiempo de apertura del interruptor Q. Es el tiempo necesario para que el interruptor Q se abra. Si las aberturas del interruptor Q son rápidas resultan en pulsos cortos y picos de alta potencia, interruptores Q, lentos resultan en multipulso y pérdidas de energía
- d).-Sincronización. Es una indicación de cuando el interruptor Q debe ser abierto para una sincronización con algún evento externo o conseguir la mejor salida de energía. Pero también se puede incluir un control para láseres conmutados en Q activamente para elegir el mejor valor de inversión de población alcanzado.

2.5.1.- Interruptores mecánicos

El primer interruptor Q mecánico consistió en nada más que un disco con una ranura rotando, este método pronto fue abandonado a favor de espejos rotatorios, figura 2.15 o prismas los cuales permiten tiempos de conmutación más rápidos.

Estos dispositivos se pueden dividir en dos categorías y son:

- a). Disco giratorio con ranuras (*Chopper*).
- a). Espejo giratorio o prisma giratorio. ver figura 2.16.

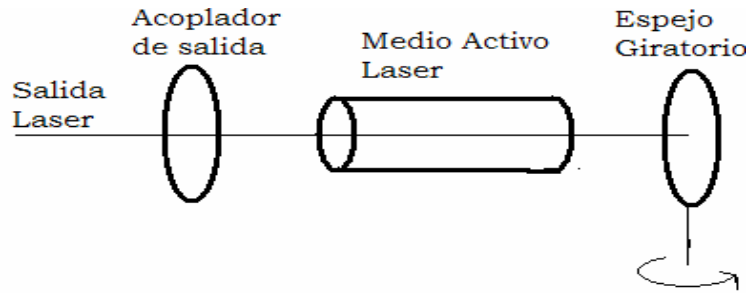


Fig. 2.14 Conmutación Q usando un espejo rotatorio

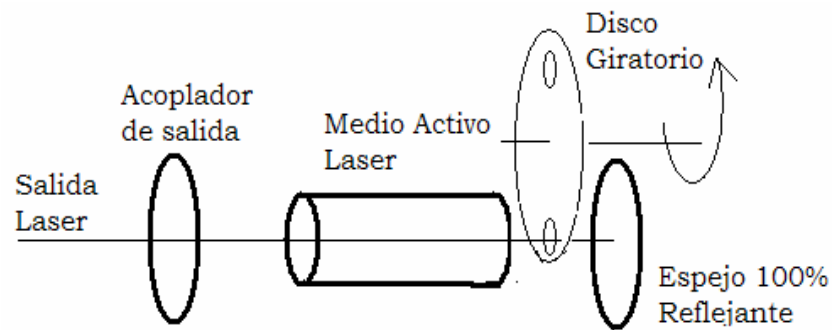


Fig. 2.15 Conmutación Q usando disco giratorio

Un “chopper” es un disco giratorio con agujeritos o una aspa giratoria, y este es insertado en la cavidad óptica entre el láser y el espejo de máxima reflectividad. El sistema suministra 100% de pérdidas dinámicas y 0% de inserción de pérdidas, un “chopper” es lento por esta razón los interruptores Q mecánicos no son prácticos ni efectivos. Los reflectores giratorios son usados frecuentemente en láseres conmutados en Q donde no es necesario la sincronización de la salida con algún evento externo usualmente el espejo de máxima reflectividades el que se rota de tal forma que se genera un desalineamiento. El sistema es conmutado cuando el espejo giratorio se vuelve alinear y el sistema oscila y genera un pulso gigante, el espejo se alinea cada revolución. La conmutación ofrece 100% de pérdidas dinámicas y 0% de pérdidas por inserción, la velocidad del espejo giratorio puede alcanzar 20000 a 60000 rpm. En ambos sistemas:

del “*chopper*” y del espejo giratorio, es necesario sincronizar el bombeo con la posición del espejo giratorio. La sincronización de la salida del pulso es baja para sistemas con espejos giratorios, Los interruptores Q mecánicos pueden ser empleados en bombeo continuo o bombeo pulsado Los interruptores Q mecánicos son esencialmente lentos, lo que ocasiona la generación de pulsos múltiples.

Interruptores Electro ópticos

Conmutadores o interruptores(*fast shutters*) pueden ser hechos usando efectos electro ópticos, en algunos cristales, los cuales se convierten en birrefringentes bajo la aplicación de un campo eléctrico externo, junto con un polarizador dentro de la cavidad láser, el polarizador no es requerido si la radiación láser es polarizada, ejemplo de este es el rubí. Se alcanza un estado bajo Q, aplicando un voltaje al material birrefringente de tal forma que la luz láser polarizada pueda pasar a través de los elementos sin pérdidas. La duración del pulso usando interruptores electroopticos esta entre 10 y 25 ns. Los interruptores electro ópticos son efectivos, pero presentan inconvenientes económicos, además de que este método requiere que la señal eléctrica tenga flancos de subida y bajada muy rápidos.

Interruptores acústico-ópticos

Otro interruptor ampliamente utilizado es el acústico-óptico, en este tipo de interruptor su funcionamiento esta basado en el efecto acústico óptico donde una onda acústica es introducida en el interruptor-Q (*usualmente fused silica*) por un transductor piezoeléctrico. El interruptor Q actúa como una rejilla de difracción cuando la onda acústica esta presente, cuando el haz de luz pasa través del interruptor es difractado por la rejilla de tal forma que el resultado es un factor de calidad bajo y un alto factor de calidad Q se alcanza cuando el interruptor acústico óptico es desexcitado. Comparado el interruptor electro óptico con el acústico óptico este ultimo tiene inserciones bajas en las pérdidas y es conveniente su uso sin embargo es un interruptor relativamente lento. Los

interruptores acústico ópticos activos sean electro ópticos o acústico óptico han sido ampliamente utilizados en aplicaciones industriales, la causa de esto es que operan relativamente bien en un periodo largo de tiempo y pueden ser disparados en cualquier instante de tiempo dentro de un ciclo de bombeo.

La conmutación Q pasiva con absorbedor saturable es económica y simple debido a que esta requiere menos elementos ópticos dentro de la cavidad láser y no requiere circuitos eléctricos adicionales.

Dos de los dispositivos electro ópticos que se usan en aplicación industrial son interruptores basados en los fenómenos Kerr y Pockels. Figura 2.16, Estos interruptores Q, tienen pérdidas dinámicas del 99% y relativamente baja inserción de pérdidas, alrededor del 15%. El tiempo de conmutación es rápido típicamente menor a nanosegundos y la sincronización es muy buena. Los interruptores electro-óptico son apropiados para láseres con bombeo pulsado pero presentan restricciones en Láser bombeados continuamente debido a que las pérdidas por inserción son relativamente altas y no permite la oscilación láser.

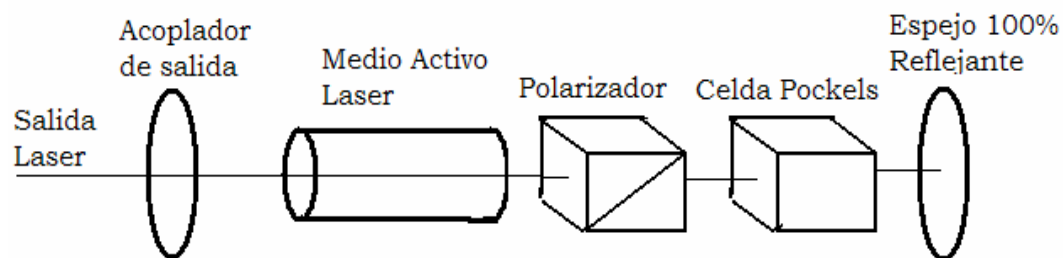


Fig. 2.16 Sistema Láser con celda Pockels usado como interruptor Q

Interruptor acústico-óptico

Esta técnica se muestra en la figura 2.18, e involucra el uso transparente de un elemento colocado entre la cavidad y el espejo de máxima reflectividad, este dispositivo transparente que es excitado con una onda acústica estacionaria, en esas condiciones exhibe un efecto de difracción y difracta parte del haz fuera de la alineación de la cavidad esto resulta en relativamente baja retroalimentación. Cuando la onda acústica es removida el efecto de difracción desaparece entonces la cavidad es alineada y el sistema emite un

intenso pulso. Los interruptores acústico ópticos tienen bajas pérdidas por inserción típicamente, menos que el 1% y pérdidas dinámicas bajas, menos del 50% el tiempo de conmutación es bajo típicamente menor a 100ns o más grande y la sincronización es muy buena.

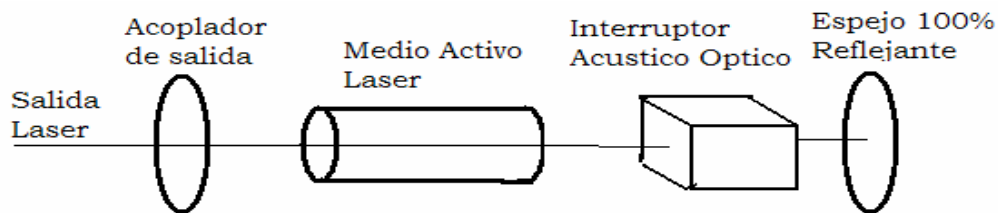


Fig.2.17 Diagrama esquemático de un sistema Láser con interruptor Q acústico-óptico.

Estos dispositivos son apropiados para uso con bombeo continuo o sistemas láseres pulsados con baja ganancia. Estos no son apropiados para cualquier sistema láser pulsado debido a sus bajas pérdidas dinámicas y no previene el laseo.

2.8 ECUACIONES DE ENERGÍA, POTENCIA Y DURACIÓN DEL PULSO

Para la deducción de las ecuaciones de razón para láseres conmutados en Q se parte de las siguientes consideraciones

Hay dos regímenes para láseres pulsados:

- a).-Bombeo Continuo.
- b).-Bombeo Pulsado.

Se usa la aproximación de onda plana donde no se toman en consideración las variaciones espaciales de la inversión de población y de la densidad de fotones intra cavidad

Las siguientes consideraciones tampoco se han considerado para este análisis:

- a).-Tiempo de abertura del interruptor óptico.
- b).-Transferencia de energía y conversión hacia arriba.
- c).-Efectos térmicos.
- d).-Tiempo de vida medio finito en el nivel láser más bajo.

Principalmente los parámetros de interés en pulsos gigantes son: la energía radiada, la potencia pico, y la duración temporal del pulso esta última expresada como FWHM, por sus siglas en inglés (Full Width High Medium).

En seguida son deducidas las relaciones existentes entre inversión inicial, inversión final e inversión de umbral. El problema de la conmutación Q rápida involucra la solución de dos ecuaciones diferenciales no lineales acopladas, una para la densidad de inversión de población y la otra para la densidad de fotones intra cavidad deducidas por Degnan^{2,3}

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\sigma l_m N \varphi}{t_r} - \frac{\varphi}{t_c} \quad (2.5)$$

$$\frac{dN}{dt} = -\gamma\sigma cN \varphi \quad (2.6)$$

El símbolo γ es conocido como “Inversion Reduction Factor” deducido por Degnan^{2,3}, y es típicamente del orden de la unidad y puede adquirir cualquier valor entre casi cero y 2 dependiendo del nivel de degeneración y la velocidad de algunos procesos de relajación relativos al tiempo de vida medio del fotón en el resonador, constantes similares con un significado igual a sido introducido por otros autores tales como: “The degeneracy factor” introducido por Koechner^{3,9} y el parámetro 2^* por Siegman.^{3,5} El significado de las variables es: φ es la densidad de fotones intra cavidad, N es la inversión de población en la presencia de láser, c es la velocidad de la luz, σ es la sección eficaz de emisión estimulada, γ es el factor de reducción, l_m es la longitud del medio, l_0 es la longitud de la cavidad efectiva dada como: $l_0 = l_c + l_m(n-1)$, l_c es la longitud de la cavidad, n es el índice de refracción, R es la reflectividad del espejo de

salida y L son las pérdidas del sistema láser debido a difracción t_c es el tiempo de decaimiento del fotón dentro de la cavidad y viene dada por:

$$t_c = \frac{t_r}{\left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) + L \right]} \quad (2.7)$$

Para encontrar la inversión de umbral hacemos la derivada de la densidad del flujo con respecto al tiempo igual a cero, en la ecuación 2.5 y resolvemos la ecuación resultante:

$$N_{th} = \frac{1}{2\sigma l_m \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) + L \right]} \quad (2.8)$$

y t_r es el tiempo de tránsito en un viaje completo y es dado por:

$$t_r = \frac{2l_0}{c} \quad (2.9)$$

dividiendo las ecuaciones 2.5 y 2.6, anteriores para eliminar la variable temporal esto es:

$$\frac{d\varphi}{dN} = \frac{\left[\frac{2\sigma l_m N \varphi}{t_r} - \frac{\varphi}{t_c} \right]}{-\gamma\sigma c N \varphi} \quad (2.10)$$

desarrollando el álgebra necesaria y usando el valor de la inversión de población de umbral N_{th} y el tiempo de decaimiento τ_c podemos escribir la ecuación 2.10 así:

$$\frac{d\varphi}{dN} = \frac{2\sigma l_m \left(N - \frac{1}{2\sigma l_m \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) + L \right]} \right)}{\gamma\sigma c N t_r} \quad (2.11)$$

simplificando:

$$\frac{d\varphi}{dN} = -\frac{2l_m}{\gamma c t_r} \left[\frac{N - N_{th}}{N} \right] \quad (2.12)$$

substituyendo el valor del tiempo de tránsito ecuación 2.9 en la ecuación 2.1 Obtenemos una expresión para la variación de fotones intra cavidad con respecto a la inversión de población y queda expresada como:

$$\frac{d\varphi}{dN} = -\frac{l_m}{\mathcal{A}_o} \left[1 - \frac{N_{th}}{N} \right] \quad (2.13)$$

Integrando la ecuación 2.13 con límites desde la inversión inicial hasta la inversión final

$$\int_{\varphi_i}^{\varphi_f} d\varphi = -\frac{l_m}{\mathcal{A}_o} \int_{N_i}^{N_f} \left[1 - \frac{N_{th}}{N} \right] dN \quad (2.14)$$

Evaluando la integral con los límites correspondientes obtenemos una expresión para la diferencia de inversión inicial e inversión final:

$$\varphi_f - \varphi_i = -\frac{l_m}{\mathcal{A}_o} (N_i - N_f) - N_{th} \ln[N_i - N_f] \quad (2.15)$$

Que puede re-escribirse como:

$$\varphi_f - \varphi_i = -\frac{l_m}{\mathcal{A}_o} (N_i - N_f) - N_{th} \ln \left[\frac{N_i}{N_f} \right] \quad (2.16)$$

Remplazando las variables $\varphi_f - \varphi_i = \varphi(t)$ y $N_f = N(t)$ en la ecuación 2.16 obtenemos una expresión para la densidad de fotones intracavidad en función de la inversión de población ambas función del tiempo.

$$\varphi(t) = \frac{l_m}{\gamma_o} (N_i - N(t)) - N_{th} \ln \left[\frac{N_i}{N(t)} \right] \quad (2.17)$$

Para encontrar la máxima densidad de fotones sustituimos $\varphi(t) = 0$, en la ecuación 2.17.

$$0 = \frac{l_m}{\gamma_o} [N_i - N(t)] - N_{th} \ln \left[\frac{N_i}{N(t)} \right] \quad (2.18)$$

Esto es:

$$(N_i - N(t)) = N_{th} \ln \left[\frac{N_i}{N(t)} \right] \quad (2.19)$$

Si sustituimos $N(t) = N_f$ obtenemos la ecuación trascendental que relaciona la inversión final, inversión inicial e inversión de umbral, esto es expresado de la siguiente manera:

$$(N_i - N_f) = N_{th} \left[\ln \left(\frac{N_i}{N_f} \right) \right] \quad (2.20)$$

Si la inversión inicial, y la inversión final N_f no están muy lejos de la inversión de umbral N_{th} obtenemos un pulso simétrico. La relación de simetría que existe entre ellas influye fuertemente en la forma del pulso.

2.8.1 POTENCIA DEL PULSO

La potencia del pulsó en función del tiempo viene dada^{3.7} por:

$$P(t) = h \nu A l_o \frac{d\varphi}{dt} \quad (2.21)$$

Usando las ecuaciones 2.7, 2.8 y 2.9, la variación de la densidad de fotones intracavidad la podemos expresar como:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\varphi}{t_r} \left\{ 2\sigma l_m N - \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) + L \right] \right\} \quad (2.22)$$

substituyendo la ecuación 2.22 en la ecuación 2.21 se puede expresar la potencia de la siguiente forma:

$$P(t) = h \nu A l_o \frac{\varphi}{t_r} \left\{ 2\sigma l_m N - \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) + L \right] \right\} \quad (2.23)$$

la única pérdida útil es debido a la reflectividad del espejo por la tanto la potencia útil de salida es expresada, eliminado las pérdidas L , no útiles, solo como:

$$P(t) = h \nu A l_o \frac{\varphi \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) + L \right]}{t_r} \quad (2.24)$$

Donde $h\nu$ es la energía del fotón de láser y Al_o es el volumen del resonador. Para encontrar la potencia máxima usamos la ecuación 2.17.

$$P(t) = \frac{h\nu Al_o}{t_r} \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) + L \right] \left\{ \frac{l_m}{\mathcal{N}_o} (N_i - N(t)) - N_{th} \ln\left[\frac{N_i}{N(t)}\right] \right\} \quad (2.25)$$

Esto es:

$$P(t)_{\max} = \frac{h\nu Al_m}{t_r \gamma} \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) \right] \left\{ (N_i - N(t)) - N_{th} \ln\left[\frac{N_i}{N(t)}\right] \right\} \quad (2.26)$$

La potencia máxima ocurre cuando la inversión alcanza el valor de umbral esto. Substituyendo el valor de la inversión de población como función del tiempo, obtenemos la expresión para la potencia máxima pico.

$$P(t)_{\max} = \frac{h\nu Al_m}{t_r \gamma} \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) \right] \left\{ N_i - N_{th} \left[1 + \ln\left(\frac{N_i}{N_{th}}\right) \right] \right\} \quad (2.27)$$

2.8.2 ENERGÍA DEL PULSO

Para calcular la energía del pulso láser integramos la potencia en todo el intervalo de tiempo, desde 0 hasta infinito.

$$E = \int_0^{\infty} P(t) dt \quad (2.29)$$

substituyendo la expresión para la potencia se obtiene:

$$E = \frac{h\nu Al}{t_r} \int_0^{\infty} \varphi(t) dt \quad (2.30)$$

de la ecuación 2.6 podemos despejar el diferencial del tiempo dt y substituirlo en ecuación 2.30 obtenemos:

$$dt = -\frac{dN}{\gamma\sigma cN\varphi} \quad (2.31)$$

Substituyendo la ecuación 2.31 en 2.30 se expresa la energía de la forma:

$$E = \frac{h\nu Al_0}{t_r} \int_0^\infty \varphi(t) \left[-\frac{dN}{\gamma\sigma cN\varphi} \right] \quad (2.32)$$

Integrando la ecuación anterior en los límites de inversión inicial hasta la inversión final la energía se expresa como:

$$E = -\frac{h\nu Al_0}{t_r} \frac{1}{\gamma\sigma c} \int_{N_i}^{N_f} \left[\frac{dN}{N} \right] \quad (2.33)$$

$$E = -\frac{h\nu Al_0}{t_r \gamma\sigma c} \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) \right] \ln\left(\frac{N_i}{N_f}\right) \quad (2.34)$$

Usando la ecuación 2.9 obtenemos la expresión para calcular la energía de pulsos en función de parámetros conocidos.

$$E = \frac{h\nu Al}{2\sigma\gamma} \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) \right] \ln\left(\frac{N_i}{N_f}\right) \quad (2.35)$$

Esta es la expresión básica para calcular la energía radiada en el pulso para un láser con conmutación Q. Esta misma ecuación se puede expresar en forma diferente. Usando la ecuación de inversión 2.8 de umbral y la ecuación trascendental 2.20, la ecuación 2.20 es expresada como:

$$\ln\left(\frac{N_i}{N_f}\right) = \frac{(N_i - N_f)}{N_{th}} \quad (2.36)$$

Substituyendo la ecuación 2.36 en ecuación 2.35 obtenemos:

$$E = \frac{h\nu Al}{2\sigma\gamma} \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) \right] \frac{(N_i - N_f)}{N_{th}} \quad (2.37)$$

El valor de la inversión de umbral es expresado por la ecuación 2.8 y substituyéndolo en la ecuación 2.37, La energía queda expresada por la ecuación 2.38.

$$E = \frac{1}{\gamma} (V_{mode}) h\nu (N_i - N_f) \frac{\left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) \right]}{\left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) + L \right]} \quad (2.38)$$

Donde V_{mode} es el volumen efectivo del modo

2.8.3 DURACIÓN DEL PULSO

Si se supone que la salida del pulso puede ser aproximada a la figura de un triángulo, la expresión para el ancho del pulso, el FWHM (*Full Width High Médium*) es:

$$t_p = \frac{E}{P_{max}} \quad (2.39)$$

Substituyendo la ecuación 2.38 y la ecuación 2.27 en la ecuación 2.29, obtenemos la duración del pulso

$$t_p = \frac{\left\langle \frac{1}{\gamma} (V_{\text{mode}}) h \nu (N_i - N_f) \frac{\left[\text{In} \left(\frac{1}{R} \right) \right]}{\left[\text{In} \left(\frac{1}{R} \right) + L \right]} \right\rangle}{\left\langle \frac{h \nu A l_m}{t_r \gamma} \left[\text{In} \left(\frac{1}{R} \right) \right] \left\{ N_i - N_{th} \left[1 + \text{In} \left(\frac{N_i}{N_{th}} \right) \right] \right\} \right\rangle} \quad (2.40)$$

simplificando la ecuación 2.40 obtenemos

$$t_p = \frac{l_m t_r (N_i - N_f)}{l_0 \left[\text{In} \left(\frac{1}{R} \right) + L \right] \left\{ N_i - N_{th} \left[1 + \text{In} \left(\frac{N_i}{N_{th}} \right) \right] \right\}} \quad (2.35)$$

El tiempo de vida medio del fotón en la cavidad, la ecuación 2.7 se substituye en la ecuación 2.35 y obtenemos la ecuación final que determina el ancho temporal del pulso

$$t_p = \frac{l_m}{l_0} \frac{t_c (N_i - N_f)}{\left[\text{In} \left(\frac{1}{R} \right) + L \right] \left\{ N_i - N_{th} \left[1 + \text{In} \left(\frac{N_i}{N_{th}} \right) \right] \right\}} \quad (2.36)$$

La ecuación 2.8, para la inversión de umbral, la ecuación 2.27, para el calculo de la potencia máxima, la ecuación 2.38, para el calculo de la energía radiada en el pulso y la

ecuación 2.36, para el cálculo de la duración del pulso son las ecuaciones básicas que describen los parámetros más importantes en láseres conmutados en Q.

BIBLIOGRAFÍA CAPÍTULO 2

- [2.1].- F.J. McLung y R. H. Hellwart, “**Gigant optical pulsations from ruby**”, J. Appl. Phys. 33, pp 828-829, 1962.
- [2.2].- William G. Wagner y Bella A. Lengyel, “**Evolution of the gigant pulse in a laser**”, J. Appl. Phys. 34, pp 2040-46, July 1963.
- [2.3].- Jhon J. Degnan, “**Theory of the optimally coupled Q- Switched Laser**”, IEEE, J. Quantum Electron, Vol. 25, pp 214- 220, 1989.
- [2.4].- Zayhowski JJ, Kelly PL. “**Optimization of Q-Switched lasers.**” IEEE, Quantum Electron 1991, 27, pp 2220-2225.
- [2.5].- R.J. Collins and P. Kisliuk “**Control of population inversión in pulsed optical maser by feedback alimentation**” J. Appl. Phys. Vol. 33 pag. 2009-2011 June 1962.
- [2.6].- A. J. De Maria, R. Gagosz and G. Bernard “**Ultrasonic refraction shutter for optical maser oscillators** J. Appl. Phys. Vol. 34 pag. 453-456 march 1963.
- [2.7].- L.M Franz and J.S. Nodvik “**theory of pulse propagation in a laser amplifier**” J. Appl. Phys. Vol. 34 pag. 2346-2349 August 1963
- [2.8].- P. A. Franken and J. F. Ward “**optical Harmonics and nonlinear phenomena**” Rev. Mod. Phys. New York W.A. Benjamín Inc. 1965.
- [2.9].- “**Raman and Photon masers**” Quantum electronics and coherent light Proc. Inter. School of Physics. Enrico Fermi XXXL P. M. Miles and C. H. Townes Eds. New York Academic Press 1964 pp 326-338.
- [2.10].- I.D. Abella N. A. Kurnit and S. R. Hartmann “**Photon Echos**” Phys. Rev. Vol. 141 pp 391-406 January 1966
- [2.11].-J.A. Giordmaine and R.C. Miller “**Tunable coherent parametric oscillator in LiNbO₃ at optical frequencys** “ Phys. Rev. Letters vol. 14 pp. 973-976 June 1965.
- [2.12].-W. Koechner, **Solid-State Laser Engineering**, Fifth ed., Springer-Verlag, Berlin Germany, 1999
- [2.13].- D. Maydan , J. Appl. Phys. 41, 1552 (1970)
- [2.14].- W. H. Steier, Proc, IEEE, 54, 1604, (1966)

- [2.15].- W. H. Steier, Proc, IEEE, 54, 1604, (1966)
- [2.16].- I.W. MacKintosh, Phys, Phys. Letters 28^a, 497 (1969)
- [2.18].- Wenjie Xie, Yee-Lam, Yuen-Chuen chan “**Flourecence feedback control of an active Q-switched diode pumped Nd:IVO₄ laser**”, Applied Optics Vol. 36 , No.6 20 febreury 2000



CAPÍTULO 3

SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL LÁSER CON BOMBEO PULSADO Y ESTUDIO COMPARATIVO PARA TRES DIFERENTES MEDIOS ACTIVOS LÁSER Nd:YAG, Nd:YLF y Nd:YVO4.

3.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presenta la solución del modelo numérico para un láser de estado sólido en modo continuo y en el modo pulsado, este último tiene dos modalidades bombeado continuo y pulsado. Las ecuaciones deducidas en la sección 2.7 del capítulo 2, para la potencia energía y duración del pulso son validas tanto para bombeo continuo como para pulsado y son empleadas para el cálculo de estos parámetros.

El pulso Láser obtenido con la conmutación del factor de calidad Q , es generalmente de forma Gausiana, en el mejor de los casos puede ser simétrico, la función de modulación de las pérdidas en la cavidad del láser es determinante en la forma del pulso obtenido. Así como el valor inicial de la inversión de población. Los datos experimentales para la solución del modelo en esta tesis en el modo continuo han sido tomados de la referencia^{3.1} y para el bombeo pulsado de la referencia.^{3.2,3.3} Se ha incluido el tiempo de apertura^{3.4} del interruptor Q para una celda Pockels, y la consideración de que el sistema láser es bombeado por un diodo Láser, El bombeo por diodo láser aumenta la eficiencia del sistema además de que el cálculo de parámetros como la inversión inicial de población resulta más precisa.

3.2 EL LÁSER EN MODO CONTINUO. (CW)

La salida temporal del láser se determina con las dos ecuaciones diferenciales no lineales y acopladas una para la densidad de fotones intra cavidad y otra para la inversión de población, estas sin considerar las variaciones no uniformes de la intensidad y de la inversión de población y bajo el régimen de pequeña señal (*small signal regime*).

El uso de diodos láser de potencia en lugar de lámparas para el bombeo de láseres de estado sólido es muy atractivo, las mayores ventajas del bombeo por diodo es la alta eficiencia de absorción, bajos efectos térmicos y tiempos de vida medios largos comparados con lámparas tradicionales. El estudio de diodo láser en el régimen pulsado bombeado por diodo ha sido bastante estudiado debido a la gran diversidad de ventajas que presenta.

El modelo numérico usado es el que se dedujo al final del capítulo uno y que a continuación se presentan en su forma normalizada:

$$\frac{d\bar{\varphi}}{d\bar{t}} = A\bar{N} + B\bar{\varphi}(\bar{N} - \gamma_0) \quad (3.1)$$

$$\frac{d\bar{N}}{d\bar{t}} = -n\bar{\varphi}\bar{N} + \Delta - \bar{N}n(\Omega + 1) \quad (3.2)$$

Las variables normalizadas son definidas como $\bar{N} = 2\sigma l_m N$, $\bar{\varphi} = c\sigma\tau\varphi$ y $\bar{t} = Tn\tau$ y los parámetros normalizados son: $A = \frac{kc n\tau}{2l_m}$, $B = \frac{n\tau}{t_r}$, $\gamma_0 = L - \ln(1-T)$, $\Omega = R_p\tau$, $\Delta = \Omega N_a 2\sigma l_m n$, $Z = N_a 2\sigma l_m$, y $n = 1, 2, 3, \dots$ entero o fraccionario.

3.3 COMPARACIÓN CON MODELOS EXPERIMENTALES CW

Podemos comparar el modelo antes presentado con modelos experimentales. Se ha seleccionado^{3.1} un sistema bombeado por diodo láser con elemento activo Nd:YVO₄. Los datos experimentales usados fueron tomados de la referencia 3.1 y el arreglo experimental se muestra en la figura 3.1.

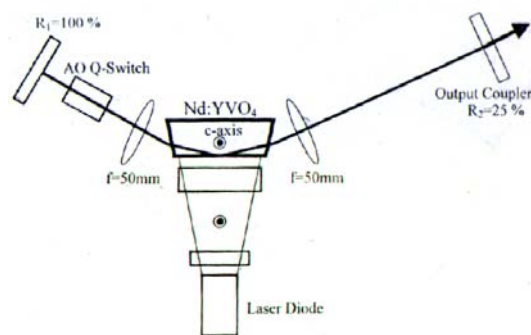


Fig. 3.1 Arreglo experimental. (Referencia 3.1)

Los datos experimentales usados en la simulación, se muestran en tabla 3.1

Parameters	Values	
N_T	Total density of Nd ³⁺ ions	$1.37 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$
σ	Stimulated emission cross-section	$2.5 \times 10^{-18} \text{ cm}^2$
σ_{abs}	Absorption cross-section	$2.7 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$
n	Refractive index	1.95
τ	Spontaneous fluorescence lifetime	98 μs
$\tau_R = 2l/c$	Cavity round-trip time	2.5 ns
$h\nu$	Laser photon energy	$1.86 \times 10^{-19} \text{ J}$
ω_0	Beam waist size	$\sim 70 \times 10^{-4} \text{ cm}$
c	Speed of light	$3 \times 10^{10} \text{ cm/s}$
$h \times w \times l$	Nd:YVO4 crystal size	$2 \times 5 \times 20 \text{ mm}^3$
l	Cavity length	37.5 cm
P	Maximum pump power	30 W
V	Pumped volume	0.31 mm^3
R_2	Reflectivity mirror output	0.25
L	Round-trip dissipative optical losses	0.01
ξ	Stokes parameter (ratio of photon energies)	0.76
k	Spontaneous emission factor	0.01

Tabla 3.1 Valores sistema láser experimental usados para el modelo numérico.

Con los datos experimentales los parámetros de normalización adquieren los valores siguientes: $A = 7.35e-7$, $B = 373.049$, $\gamma_0 = 1.3962$, $n = .010$, $\Delta = 3.1383$, $\Omega = .3671$, el tiempo de vida medio del nivel Láser es $98 \mu s$ para el Nd:IVO₄, considera una reflectividad del espejo de salida de 25.% que corresponde a una transmitancia del 75%

Las ecuaciones 3.1 y 3.2 fueron resueltas usando MATLAB y el método de Runge Kutta de 4° y 5° orden de paso variable con las condiciones iniciales $\bar{N}(0) = 0$. Los resultados obtenidos con la ecuación para la inversión de población y la densidad intra cavidad, se muestran en figuras 3.2, 3.3 y 3.4.

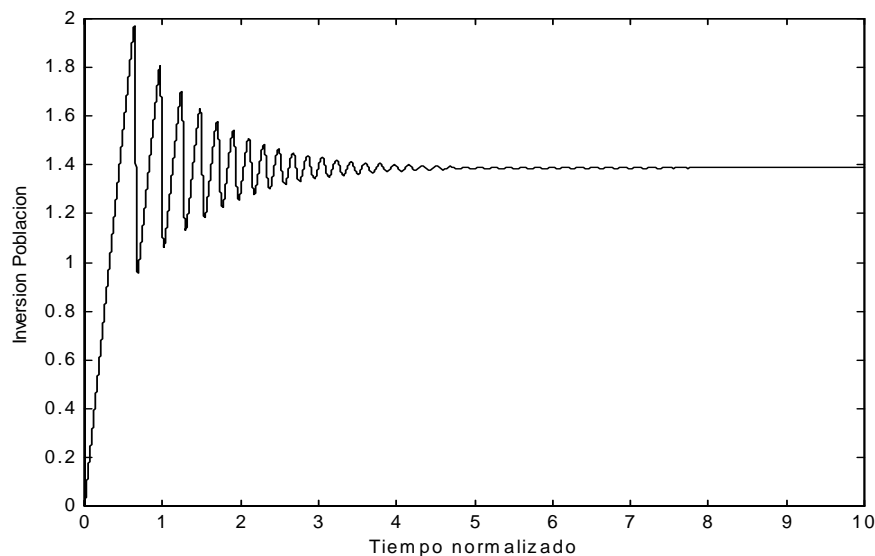


Fig. 3.2 Comportamiento de la inversión de población vs. tiempo en CW.

El factor de escala es $N = \frac{\bar{N}}{2\sigma_m}$ para la inversión de población real, $N = 1.6e17 \bar{N}$

exclusivamente para este caso. El factor de escala para la densidad fotónica esta dado

por: $\varphi = \frac{\bar{\varphi}}{c\sigma\tau}$ numéricamente su valor es: $\varphi = 2.1803e11 \bar{N}$, en la escala del tiempo el

factor de escala es, $t = n(\tau)T$, numéricamente $t = 98e-7(.01)(T)$.

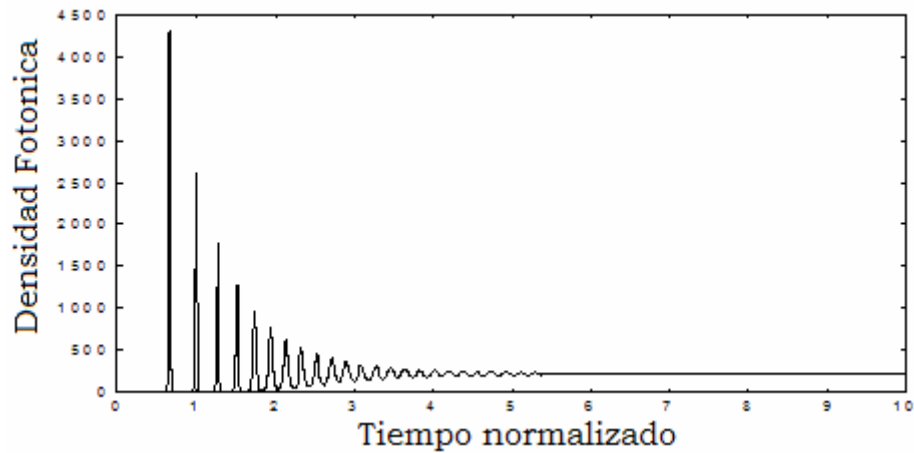


Fig. 3.3 Comportamiento temporal de la densidad de fotones vs. Tiempo en CW.

El espacio fase de la inversión de población y de la densidad de fotones intracavidad se muestra en la figura 3.4

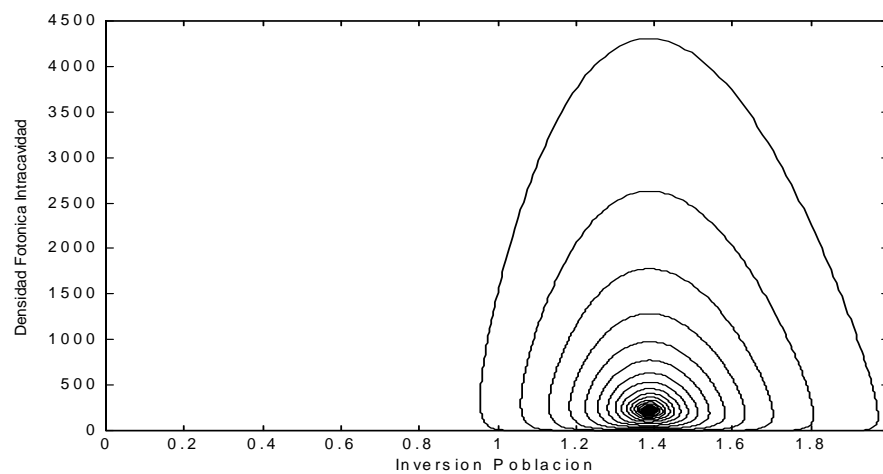


Fig. 3.4 Espacio fase Densidad fotonica, vs. Inversión de población.

Los estados estacionarios se obtienen haciendo la ecuación 3.1 igual a cero para obtener para la inversión de población de umbral:

$$B \bar{\varphi} (\bar{N} - \gamma_0) = 0 \quad (3.3)$$

Despejando \bar{N}_{th} , obtenemos:

$$\bar{N}_{th} = \gamma_0 \quad (3.4)$$

Que corresponde al estado estacionario de la inversión de población, para el estado estacionario de la densidad de fotones intra cavidad hacemos la ecuación 3.2 igual a cero y obtenemos:

$$\varphi_0 = \frac{\Omega Z + \bar{N}_{th}(\Omega + 1)}{\bar{N}_{th}} \quad (3.5)$$

Substituyendo los valores normalizados, Los valores de los estados estacionarios son los siguientes: $\bar{N}_{th}=1.4$ y el valor de $\varphi_0=225$.

Las figuras 3.3 muestran las oscilaciones de relajación, las oscilaciones de relajación son diferentes para cada tipo de láser y generalmente se encuentran en láseres de estado sólido. Para sistemas de tres niveles y en el régimen de pequeña señal (*small signal regime*), las oscilaciones de relajación están dadas por un resultado muy bien conocido.^{3.5}

$$\omega_{relax} = \sqrt{(r-1)\gamma\gamma_2} \quad (3.6)$$

Donde $r = \frac{P}{P_{th}}$ es la potencia de bombeo normalizada, γ es la tasa de decaimiento del fotón y γ_2 es el tiempo de vida medio del nivel láser superior. Esta expresión nos permite distinguir entre un tipo de sistema Láser y otro, analizando las oscilaciones de relajación en pequeña señal.

La potencia de salida la podemos calcular con:

$$P = \frac{h\nu \left[\ln \left(\frac{1}{R} \right) \right]}{t_r} \varphi(t) \quad (3.7)$$

3.4 SOLUCIÓN NUMÉRICA AL MODELO LÁSER CONMUTADO EN Q CON BOMBEO CONTINUO.

Las ecuaciones que describen a un láser con modulación Q fueron derivadas por McClung y Hellwerth^{3,6}, casi cuatro décadas atrás e involucran la solución simultánea de dos ecuaciones diferenciales no lineales acopladas, una para la tasa de cambio de la inversión de población y la otra para la tasa de cambio de densidad de fotones intra cavidad con el parámetro de modulación de pérdidas.

Para investigar el comportamiento dinámico del sistema con modulación de las pérdidas de la cavidad láser, se considera una función de modulación de las pérdidas de la cavidad como una onda cuadrada con variación de frecuencia, profundidad de modulación y altura de modulación, el ciclo de trabajo de la modulación se considera 50-50, pudiendo variarse.

Para una modulación cuadrada de casi cero al a casi 100%, es conveniente que el ciclo de trabajo no alcance cero ni 100%, en ambos casos la modulación desaparece, la función de modulación aplicada expresada en lenguaje de programación MATLAB es: $Lo=(2*(\text{square}(2*t,75)+1))+.5$; El resultado se puede observar en la figura 3.5.

Gran parte de la energía disponible para laseo es contenida en los pequeños pulsos que se observan en la figura 3.5, que aparecen después del pulso conmutado en Q, para la mayoría de las aplicaciones estos pulsos son indeseables. El control de estos pequeños pulsos es más difícil de realizar en láseres bombeados continuamente que en láseres con bombeo pulsado, en láseres con bombeo continuo estos pulsos se pueden eliminar usando una función de modulación de pérdidas con pequeñas ciclos de trabajo, esto es el tiempo que permanece abierto el interruptor Q sea lo más pequeño. En el caso de láseres con bombeo pulsado se incrementa el tiempo de retardo entre la apertura del Interruptor Q y el pulso de bombeo.

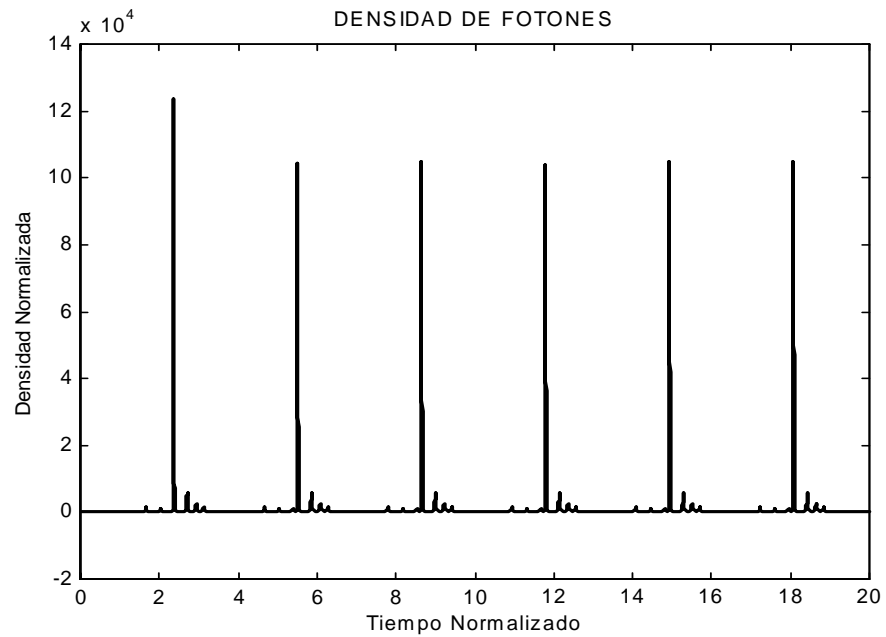


Fig.3.5 Dinámica de la densidad fotónica intracavidad, en el láser con modulación del factor de calidad Q cuadrada.

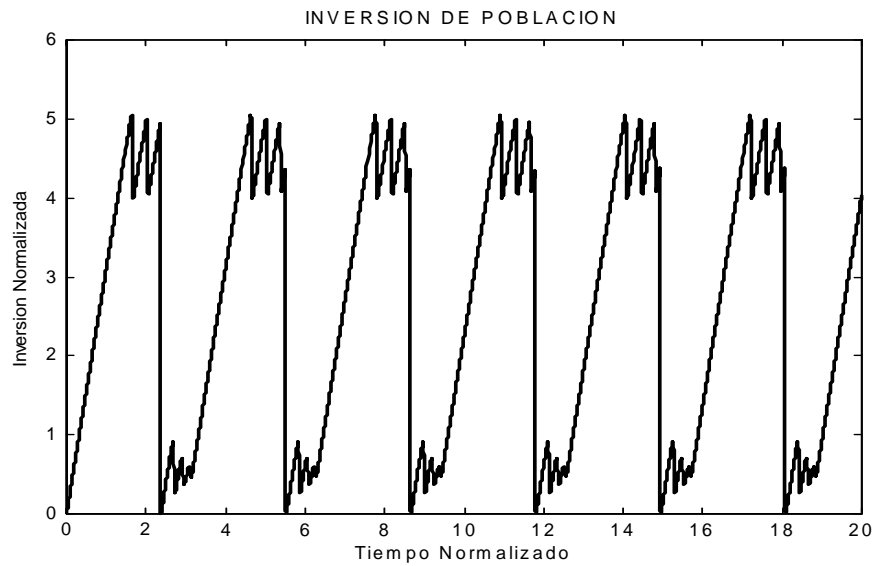


Fig. 3.6 Dinámica de la inversión de población en el nivel superior, en el Láser con modulación del factor de calidad Q cuadrada.

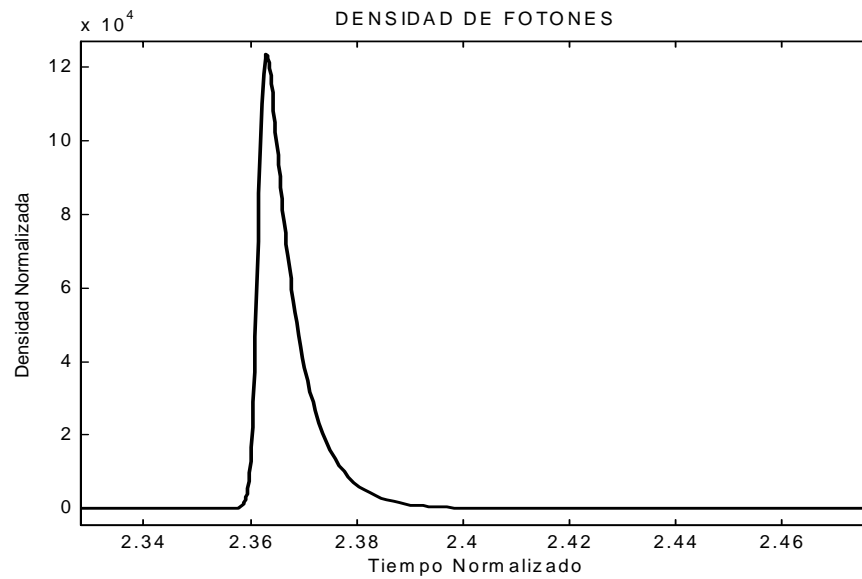


Fig. 3.7 Pulso láser amplificado de la Fig. 3.5

La modulación de las pérdidas en la cavidad se muestra en la figura 3.9, donde los flancos de subida y bajada son cero, esto significa que los cambios de modulación son instantáneos, además implica también que la variación de la inversión de población de umbral este oscilando de la misma manera.

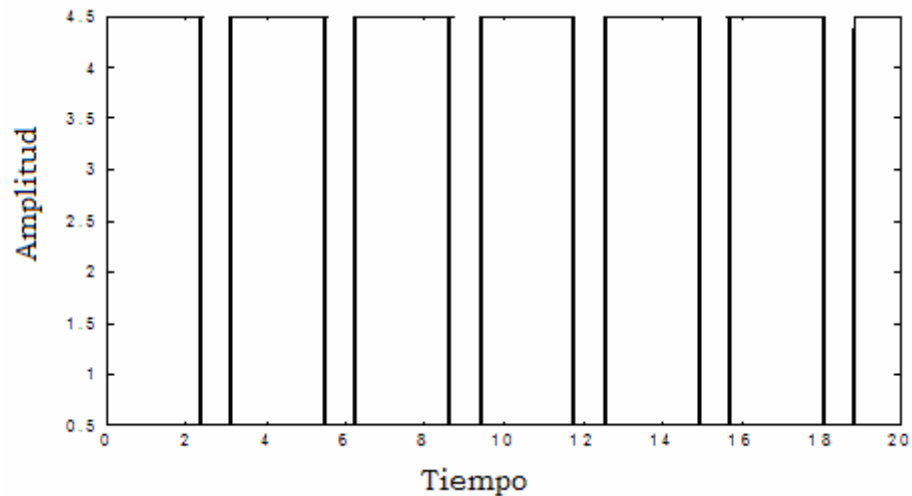


Fig. 3.8 Modulación de las perdidas en la cavidad

Obsérvese en la figura 3.8, que el mínimo de la modulación corresponde a .5 y el máximo a 4.5. Si esta profundidad de la modulación cambia y es suficiente para exceder los límites de linealización fenómenos mas complicados pueden aparecer tales como: respuestas no sinusoidales, “*spiking*”, caos, doble periodo etc. En la figura 3.9, se ha cambiado el ciclo de trabajo y la profundidad de modulación, la función de modulación aplicada se puede observar en figura 3.9.

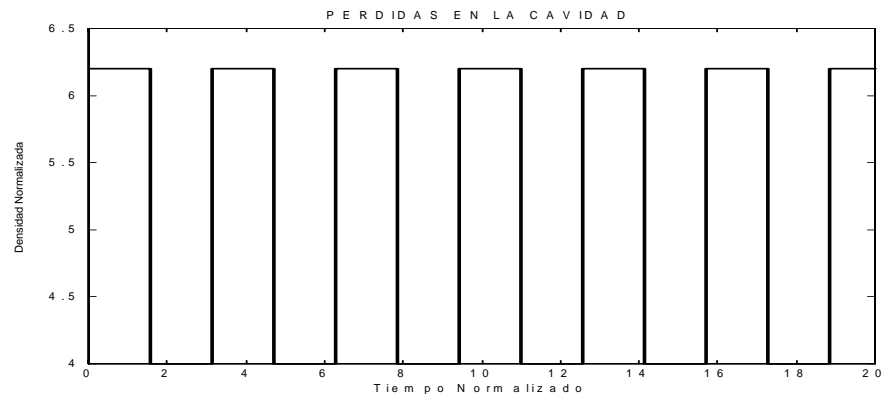


Fig. 3.9 Modulación aplicada con diferente valor de profundidad

El resultado de aplicar esta modulación al modelo del láser, se muestra en la figura 3.10, y en la figura 3.12 aparece una sección ampliada de la misma figura.

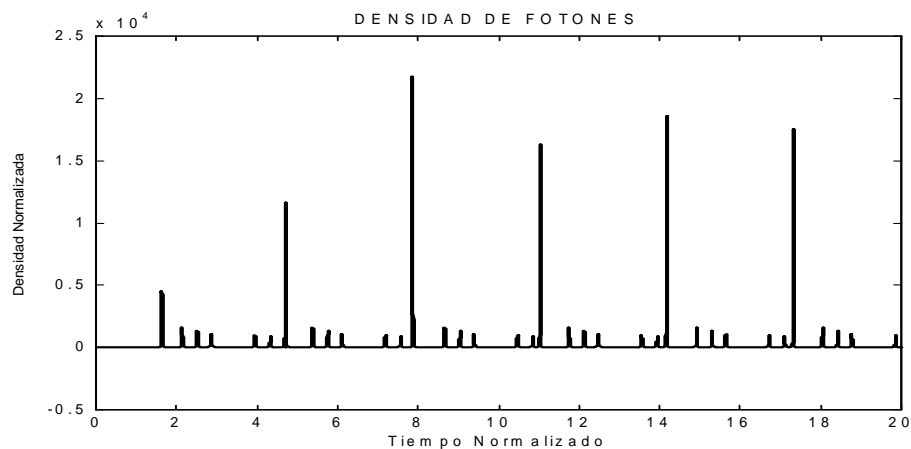


Fig. 3.10 Dinámica de la densidad de fotones intracavidad con diferente profundidad de modulación.

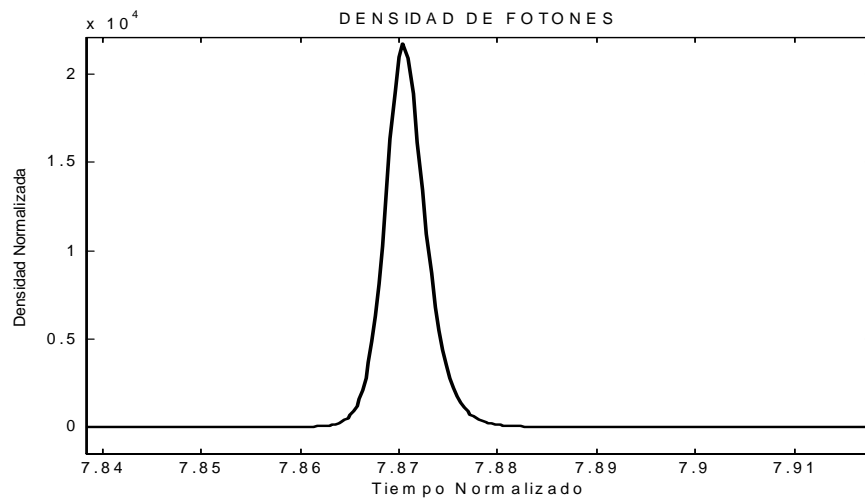


Fig. 3.11 Sección de la grafica en la Fig. 3.10 amplificada.

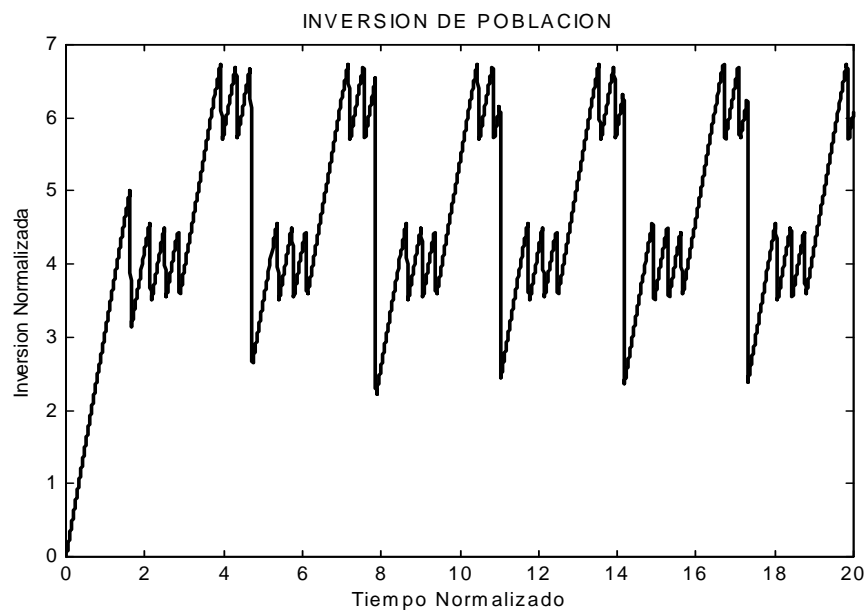


Fig. 3.12 Comportamiento temporal de la inversión de población cambiando la profundidad de modulación de las pérdidas en la cavidad Láser.

En la figura 3.12 se muestra como la mínima inversión de población ha subido de nivel, de aquí precisamente se deduce de una manera lógica como la profundidad de modulación y también la forma de modulación afectan directamente la energía del pulso, potencia del pulso y duración del pulso, considerando que la energía del pulso es directamente proporcional a la diferencia de inversión final e inversión inicial.

3.5 MODELO DEL LÁSER CON BOMBEO PULSADO.

El método más simple para generar pulsos es usar bombeo pulsado, para que el pulso láser producido posea la misma duración que la del bombeo, las oscilaciones de relajación (*tiempo de relajación*) del medio activo láser deben ser menor que la duración del pulso. Si el tiempo de bombeo es del orden del tiempo de relajación se pueden producir pulsos láser con el método de modulación de ganancia. El material Láser es caracterizado por: a).-El numero de iones activos b).-El tiempo de vida medio del nivel láser superior. c).-El coeficiente de absorción. La geometría del láser es caracterizada por: a).-Volumen del material Láser. b).-Dimensiones físicas del material Láser. c).-Distancia óptica entre los dos reflectores. El estado del láser se describe por las dos variables de inversión de población y de densidad fotónica intracavidad. En esta sección usaremos las ecuaciones de razón sin normalizar que describen el estado del láser y trataremos de identificar cual de estos parámetros influyen más en la energía, potencia y duración del pulso. Despreciando el bombeo óptico y la emisor espontánea las ecuaciones que describen al Láser^{3.7} y que por conveniencia aquí rescribimos son:

$$\frac{dN}{dt} = -\gamma\sigma c N \varphi \quad (3.8)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\sigma l_m N \varphi}{t_r} - \frac{\varphi}{t_c} \quad (3.9)$$

La ecuación 3.9 las podemos rescribir substituyendo t_c y t_r ya que t_r es una función de la longitud de la cavidad y del índice de refracción del medio activo, el índice de refracción queda implícitamente incluido en las ecuaciones.

$$\frac{d\varphi}{dt} = \gamma c \sigma \varphi N \left(\frac{l_m}{l_0} \right) - \left(\frac{c \left[\ln \left(\frac{1}{R} \right) + L \right]}{2l_0} \right) \quad (3.10)$$

Donde φ es la densidad de fotones intra cavidad, N es la inversión de población en la presencia de laseó, c es la velocidad de la luz, σ es la sección eficaz de emisión estimulada, γ es el factor de reducción, l_m es la longitud del medio, l_0 es la longitud de la cavidad efectiva dada como: $l_0 = l_c + l_m(n-1)$, l_c es la longitud de la cavidad, n es el índice de refracción, R es la reflectividad del espejo de salida y L son las pérdidas del sistema láser debido a difracción. La ecuación 3.10 la rescribimos de la siguiente manera:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \gamma c \sigma \varphi N \left(\frac{l_m}{l_0} \right) - \frac{c \ln \left(\frac{1}{R} \right)}{2l_0} - \left(\frac{cL}{2l_0} \right) \quad (3.11)$$

El termino $\frac{c \ln \left(\frac{1}{R} \right)}{2l_0}$ representa las pérdidas útiles, y el término $\left(\frac{cL}{2l_0} \right)$ representan las perdidas disipativas o no útiles, para incluir el término del tiempo de apertura del interruptor Q óptico^{3,8}, este se modela con la siguiente expresión:

$$\alpha_Q(t) = -c \ln \left\{ \frac{1}{2} \left[1 + \cos \left[\pi \exp \left(\frac{-t}{t_Q} \right) \right] \right] \right\} \quad (3.12)$$

Donde α_Q representa el coeficiente de perdidas del interruptor óptico^{3,8}, las ecuaciones 3.8, 3.9 y 3.12 modelan al láser conmutado en Q, incluyendo el tiempo de apertura del interruptor Q, para una celda Pockels.

Cualquier grupo de ecuaciones (3.8 y 3.9) o (3.8,3.9 y 3.12) que sea usado como modelo numérico para encontrar el comportamiento temporal de la densidad de fotones intra cavidad y la inversión de población en el nivel láser superior ofrece resultados bastante aceptables, los parámetros críticos de entrada acomodados en orden descendiente que influyen decisivamente en el correcto resultado de las ecuaciones son: La inversión de población inicial, la sección eficaz de emisión estimulada, la longitud del medio activo láser. La densidad de fotones intracavidad inicial no es muy crítico, el efecto del valor inicial es retardar o adelantar el pulso Láser dependiendo de su valor. Con el objeto de calcular la inversión inicial se necesita calcular la energía acumulada en el medio activo láser y esta puede ser calculada^{3,9} usando la formula:

$$E_{acomulada} = (n_c n_a n_q n_f) E \quad (3.13)$$

donde: n_c es la eficiencia de acoplamiento, n_a es la eficiencia de absorción, $n_q = \frac{\lambda_p}{\lambda_l}$ es conocida como eficiencia cuántica, λ_p y λ_l son las longitudes de onda de bombeo y láseo respectivamente, la eficiencia de florescencia viene dada por:

$$n_f = \left(\frac{\tau_f}{T_p} \right) \left(1 - e^{\left(\frac{-T_p}{t_f} \right)} \right) \quad (3.14)$$

La eficiencia de florescencia es el parámetro más importante para láseres conmutados en Q, la causa de ello es que reduce directamente la inversión inicial afectando de manera significativa el pulso láser, una baja eficiencia cuántica se refleja en calentamiento en el material, la eficiencia de acoplamiento viene determinada por la óptica necesaria para realizar el bombeo. En la ecuación 3.14 los símbolos significan: t_f es el tiempo de vida media del láser, T_p es el tiempo de bombeo, $E = t_f P$ es la

energía del pulso de bombeo y P la potencia del diodo de bombeo. La inversión inicial la podemos calcular^{3.9} con:

$$N_i = \frac{E_{almacenada}}{E_p V_p} \quad (3.15)$$

donde: $E_p = \frac{hc}{\lambda_p}$ y $V_p = \pi w_p^2 l_m$, es el volumen de bombeo, este es un parámetro extremadamente crítico y casi nunca es reportado, w_p es el tamaño del diámetro del haz de bombeo y l_m es la longitud del medio activo láser. Otra manera de calcular la inversión inicial es usando la relación^{3.2}

$$N_i = \frac{P t_p \alpha \xi \chi \eta}{V h \nu} \quad (3.16)$$

Donde P es la potencia pico del diodo Láser de bombeo, t_p es el tiempo de duración del pulso cuadrado, ξ es la eficiencia de color o eficiencia cuántica y η es la eficiencia de la transferencia no radiativa al nivel láser de bombeo, χ es la eficiencia de acoplamiento, α es la absorción, V es el volumen de bombeo, y $h\nu$ es la energía del fotón de bombeo

La densidad de flujo inicial la podemos estimar en un número muy pequeño (10^{-9}), ya que la influencia que tiene en la energía del pulso es muy pequeña, para propósitos de computación la consideramos de valor .01.

Las ecuaciones diferenciales 3.8 y 3.9 son resueltas por método de Runge Kutta de cuarto y quinto orden con paso variable con las condiciones iniciales de inversión de población dadas por las ecuaciones 3.15 o 3.16 y en la ecuación 3.17, se ha incluido para considerar el tiempo de apertura del interruptor Q. La densidad de fotones intracavidad inicial es considerada muy pequeño.

El calculo numérico de la energía, potencia y duración del pulso son realizadas con ayuda de las ecuaciones deducidas en la sección 2.7 del capítulo 2 estas son:

La relación que existe entre la inversión inicial N_i inversión final N_f e inversión de umbral N_{th} esta dado por la ecuación trascendental y no tiene solución analítica para el valor de la inversión final N_f se ha resuelto gráficamente a partir de la grafica de:

$$(N_i - N_f) = N_{th} \left[\ln \left(\frac{N_i}{N_f} \right) \right] \quad (3.17)$$

La ecuación 3.17 la podemos expresar como:

$$\frac{(N_i - N_f)}{N_{th}} = \ln \left[\frac{N_i}{N_f} \right] \quad (3.18)$$

eliminando el logaritmo se obtiene:

$$\left(\frac{N_i}{N_f} \right) = \exp \left\{ \frac{(N_i - N_f)}{N_{th}} \right\} \quad (3.19)$$

invirtiendo los signos

$$\left(\frac{N_f}{N_i} \right) = \exp \left\{ \frac{(N_f - N_i)}{N_{th}} \right\} \quad (3.21)$$

Reacomodando los términos de la exponencial

$$\left(\frac{N_f}{N_i} \right) = \exp \left\{ \frac{N_i}{N_{th}} \left[\frac{N_f}{N_i} - 1 \right] \right\} \quad (3.22)$$

si hacemos $X = \frac{N_f}{N_i}$ y $Y = \frac{N_i}{N_{th}}$ escribimos la ecuación como:

$$X = \exp [Y (X - 1)] \quad (3.23)$$

Despejando Y obtenemos:

$$Y = \frac{\ln(X)}{(X - 1)} \quad (3.24)$$

La gráfica de esta ecuación se muestra en la figura 3.13

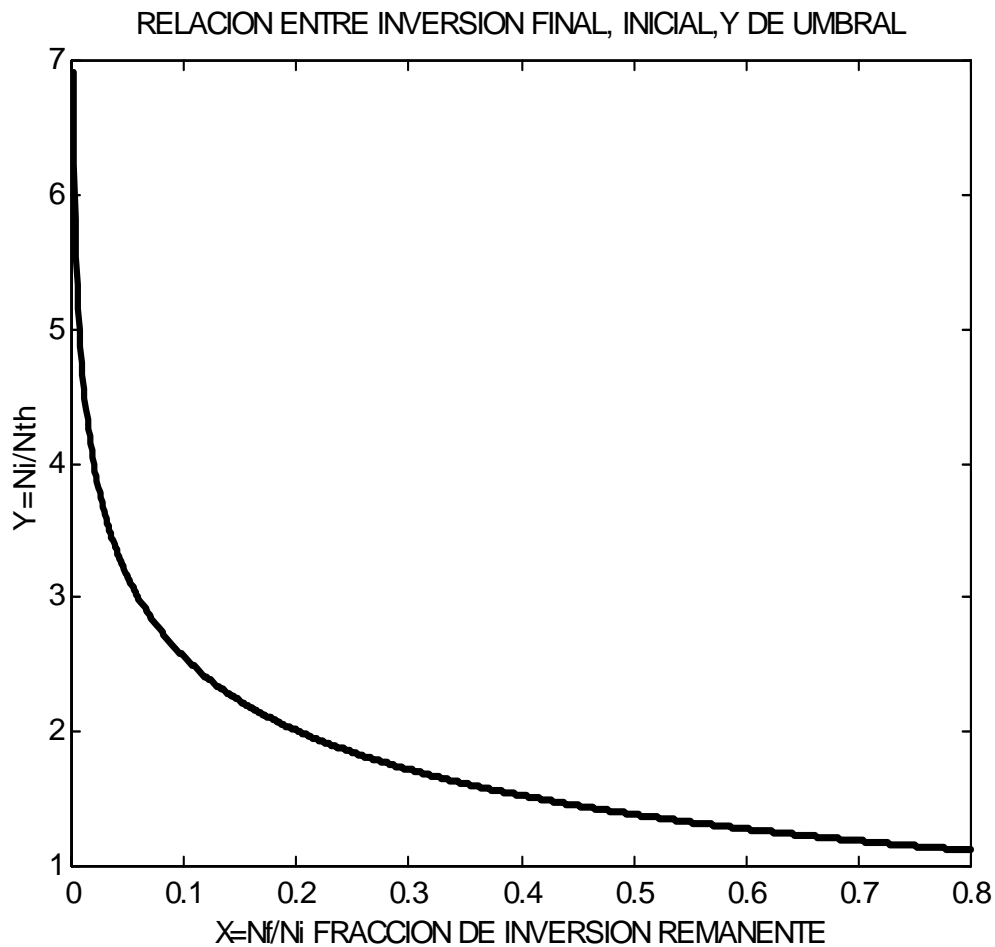


Fig. 3.13 Relación entre inversión inicial, inversión final e inversión de umbral

Esta gráfica en la figura 3.13 nos permite calcular la inversión final a partir de la inversión inicial.

3.6 COMPARACIONES DE LAS SIMULACIONES NUMÉRICAS CON EXPERIMENTALES PUBLICADOS

Las comparaciones de los modelos se realizan con sistemas láser conocidos y publicados, se han seleccionado de entre las publicaciones, láseres con medio activo Nd:YAG por varias razones a) -Nd:YAG es un medio muy bien caracterizado b) -El bombeo por medio de diodo láser permite hacer un cálculo de la inversión inicial más preciso.

Afzal^{3,2} ha reportado un transmisor con un láser conmutado en Q empleado en “Mars Observer Laser Altimeter” el sistema láser esta construido con una barra cortada en zigzag de Nd:YAG bombeada por diodo el láser, el sistema produce un pulso con energía de 41mJ y con una duración de 7.6ns a una frecuencia de 10Hz.

Las pérdidas no útiles, L del sistema láser son aproximadamente .35, la longitud óptica L_o es dada como 37 cm y la reflectividad del acoplador de salida es .40. La barra del medio activo Láser (*slab*) fue cortada con ángulos Brewster y tiene 3.4mm de sección cuadrática por 5.7 de eje mayor y 4.6 de eje menor la inversión inicial fue estimada^{3,2} en $1.06 \times 10^{18} / \text{cm}^3$ éste cálculo es erróneo^{3,10} debido al factor de termalización .41 para el Nd:YAG, la inversión inicial es usada en los cálculos es de $4.1 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$. Los parámetros láser predichos por el modelo son comparados con datos experimentales tomados de la referencia 3.2.

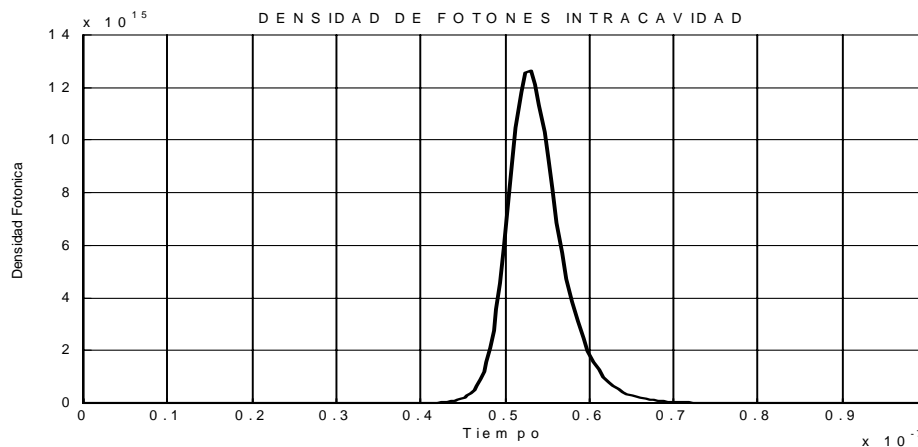


Fig. 3.14 Pulso de salida para los datos experimentales de la referencia 3.2

La densidad de fotones intra cavidad se muestra en la figura 3.14, el ancho del pulso calculado con “Origin” es de $6.37124E-9$ seg.

Los cálculos numéricos, con una inversión inicial de $4.17e17$ cm³(apéndice c) arrojan una potencia pico de salida es de 5.44 MWatts, el ancho del pulso de 7.43ns. La energía del pulso es de 40.46mJ. Los resultados experimentales reportan una energía del pulso de 41mJ y 7.6 ns de ancho de pulso. El modelo muestra la capacidad para predecir los parámetros láser con un rango de precisión aceptable y el valor utilizado de inversión de población es el adecuado. La inversión de población se comporta como se observa en la figura 3.15.

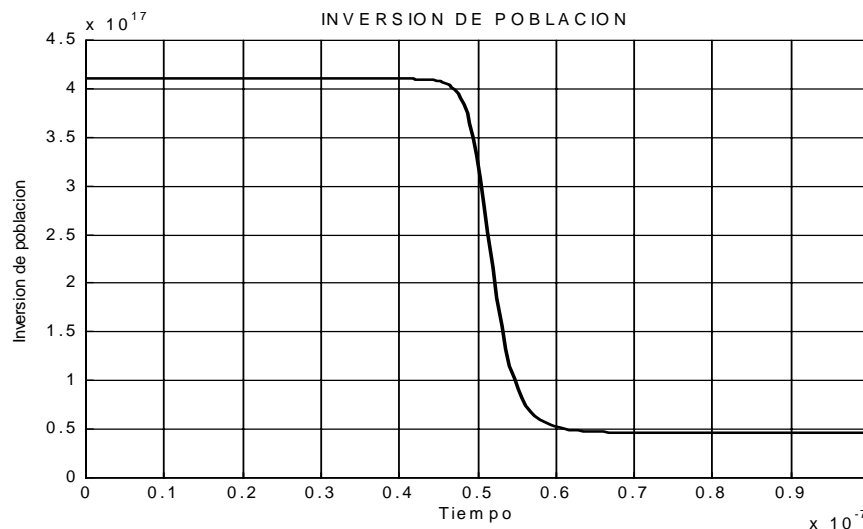


Fig. 3.15 Comportamiento de la inversión de población vs. tiempo

De la superposición de las figuras 3.14 y 3.15, la densidad de fotones máxima, ocurre cuando la inversión población alcanza el valor de umbral para este caso específico corresponde al valor de $1.59e17$. Si la inversión inicial es multiplicada por 2, se obtiene la figura 3.17, donde se observa que el pulso está recorrido sobre el eje del tiempo y a disminuido su máxima densidad de fotones, la duración del pulso es menor, el resultado se muestra en la figura 3.16. En las figuras 3.17, y 3.18, se muestra el resultado para 4 y 8 veces la inversión inicial, en la figura 3.19, se muestran todas las gráficas juntas.

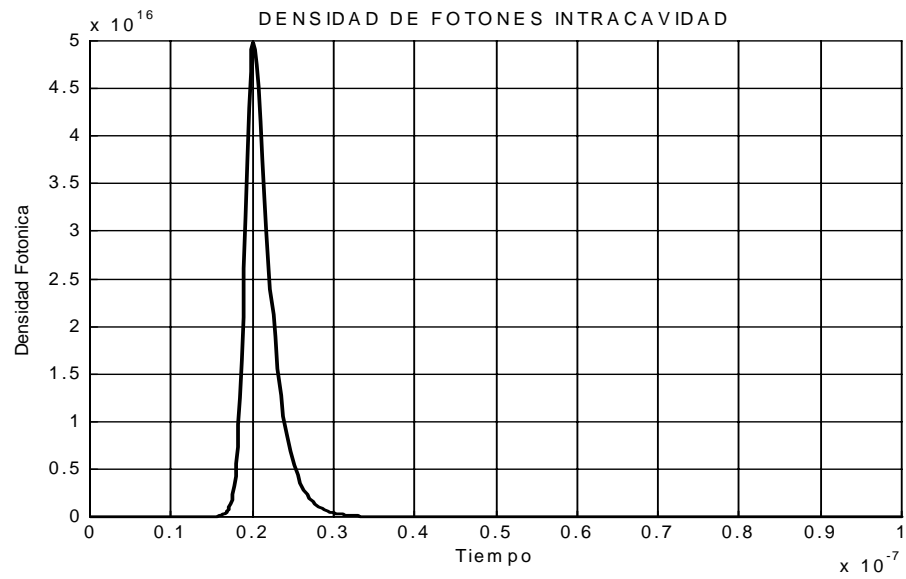


Fig. 3.16 Densidad de fotones intracavidad con el doble de la inversión inicial.

Si la inversión es multiplicada por 4 se observa en la figura 3.17.

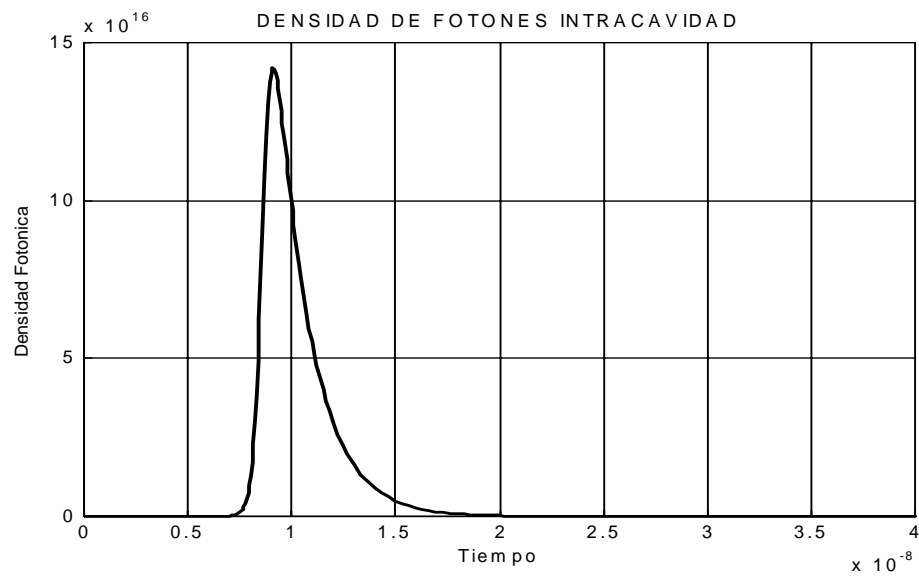


Fig. 3.17 Densidad de fotones intracavidad con cuatro veces la inversión inicial

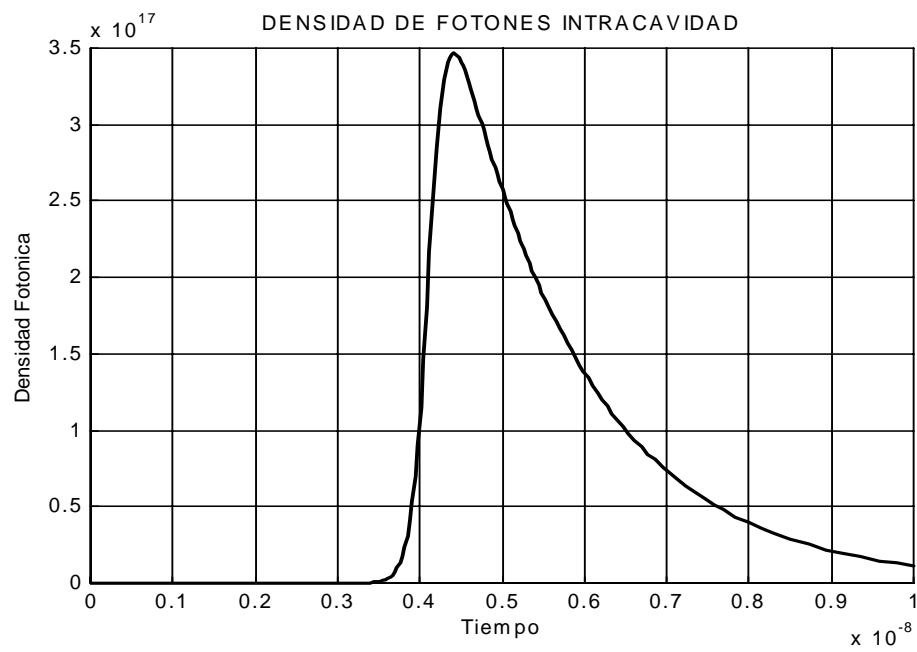


Fig. 3.18 Densidad de fotones intracavidad con ocho veces la inversión inicial

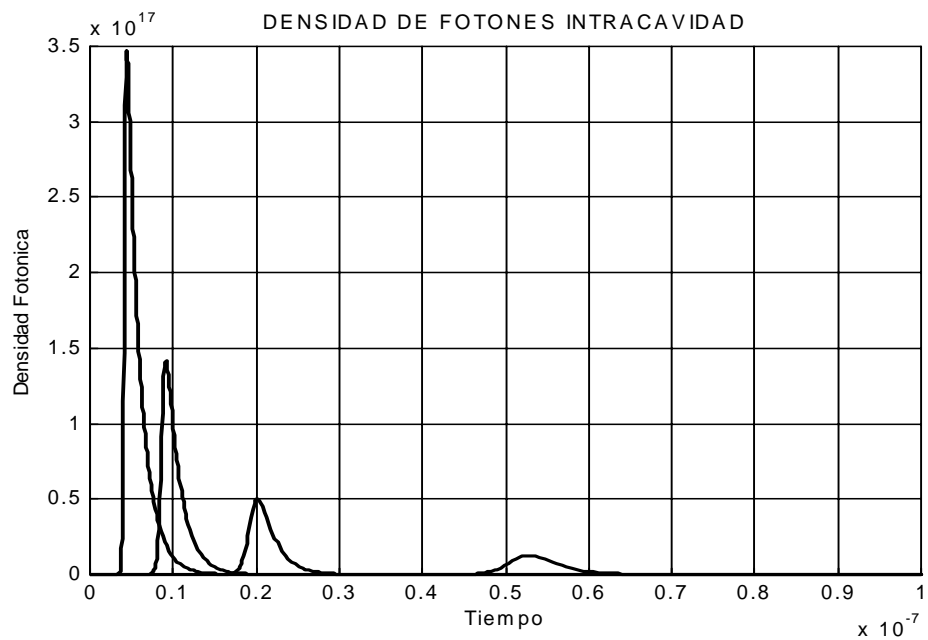


Fig. 3.19 Densidad de fotones intracavidad con todas las graficas

3.7 COMPARACIÓN ENTRE TRES DIFERENTES MATERIALES LÁSER, Nd:YLF, Nd:YAG y Nd:IVO₄

Los diferentes valores del tiempo de vida medio de fluorescencia y de la sección eficaz de emisión estimulada del medio activo láser producen cambios en los parámetros láser tales como; energía potencia pico y duración del pulso. Sin excluir el efecto de la termalización^{3.10} en el nivel láser superior y el efecto del “factor de reducción de inversión” γ que afectan considerablemente los parámetros láser, la inclusión completa de estos parámetros implica escribir las ecuaciones incluyendo fenómenos de relajación^{3.10}.

Las características espectroscópicas para tres medios activos láser Nd:YAG, Nd:YLF se presentan en el apéndice C. Para el Nd:IVO₄ se presentan en la tabla 3.2.

Nombre Neodymium yttrium Orthovanadate	<i>Nd : IVO₄</i>
Longitud de onda de Laseo	914nm, 1064nm, 1342
Índice de refracción	Uniaxial positivo, $n_o=n_a=n_b$ $n_e=n_c$ $n_o=1.9573$, $n_e=2.1652$, @ 1064nm $n_o=1.9721$, $n_e=2.1858$, @ 808nm $n_o=2.0210$, $n_e=2.2560$, @ 532nm
Sección Eficaz de Emisión Estimulada	$25.0 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$, @ 1064 nm
Tiempo de vida medio fluorescencia	90 ms @ 808 nm
Eficiencia óptica con bombeo Por diodo Láser	>60%

Tabla 3.2 Datos espectroscópicos para el Nd:IVO₄

Los parámetros de todo el sistema láser han sido mantenidos en la simulación, como la potencia de bombeo de 1760W, tiempo de bombeo 450us, el 1.1%, la concentración de dopaje, así como la configuración de la dimensión física del medio activo, 37 cm de la longitud de la cavidad Óptica. Los únicos parámetros que se han cambiado son: el tiempo de vida medio del nivel de laseo y la sección eficaz estimulada. El resultado de las simulaciones numéricas se muestra en las figuras 3.20, 3.21 y 3.22, para los tres diferentes medios activos Nd:YAG, Nd:YLF y Nd:IVO₄ esto nos permite hacer una comparación de cómo afecta el tiempo de vida medio y la sección eficaz estimulada.

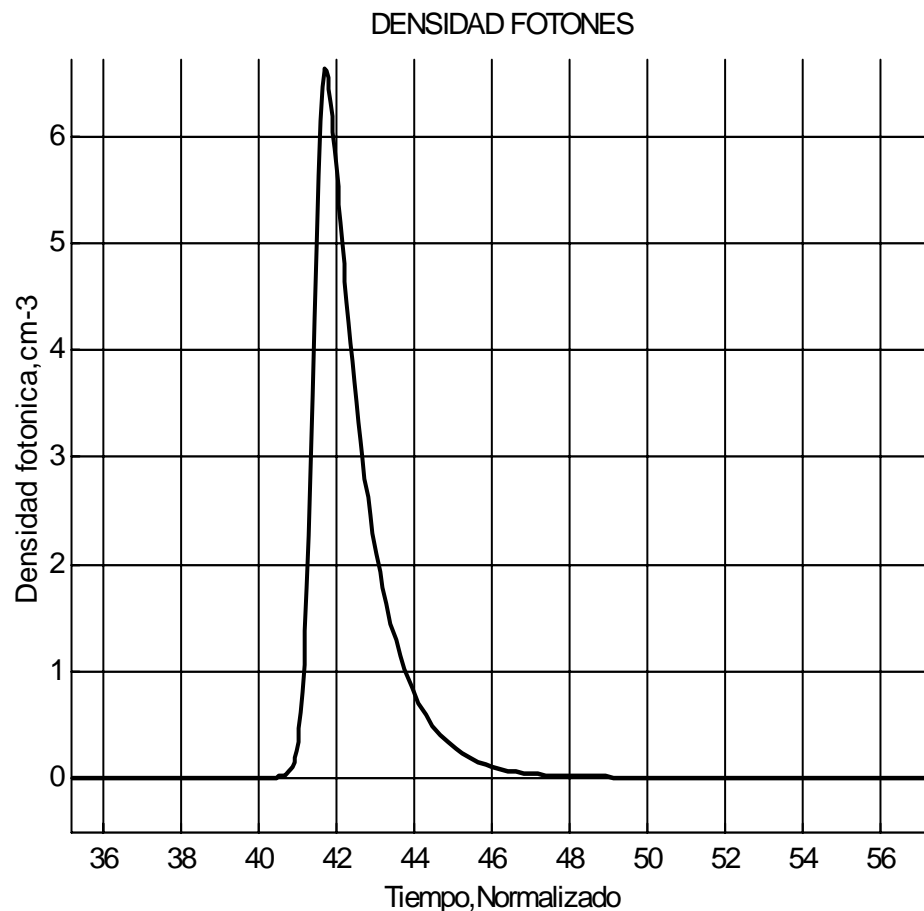


Fig. 3.20 El pulso obtenido usando como medio activo Nd:IVO₄ bombeado por 450 μ s

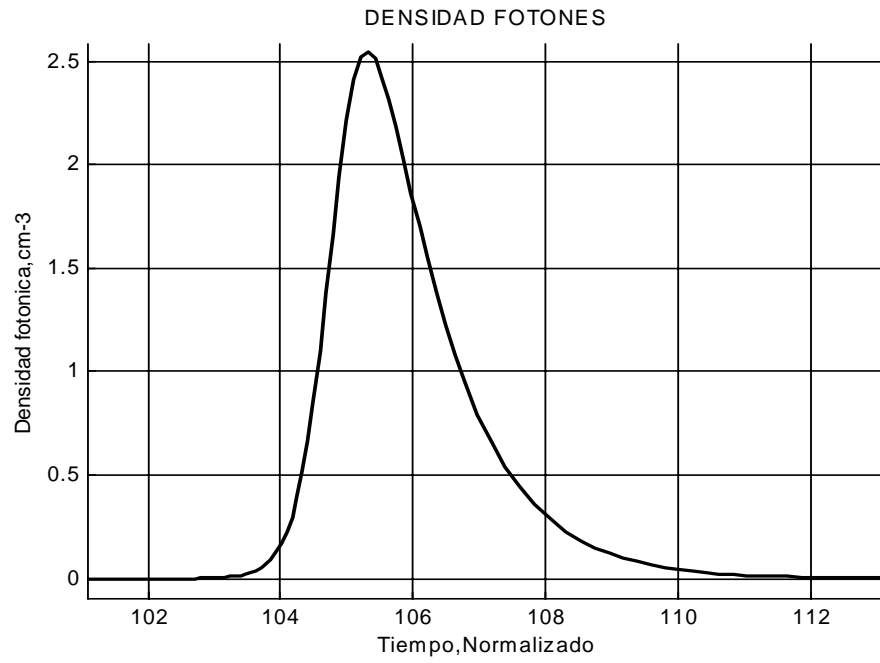


Fig. 3.21 El pulso obtenido usando como medio activo Nd:YAG, bombeado por $450 \mu s$

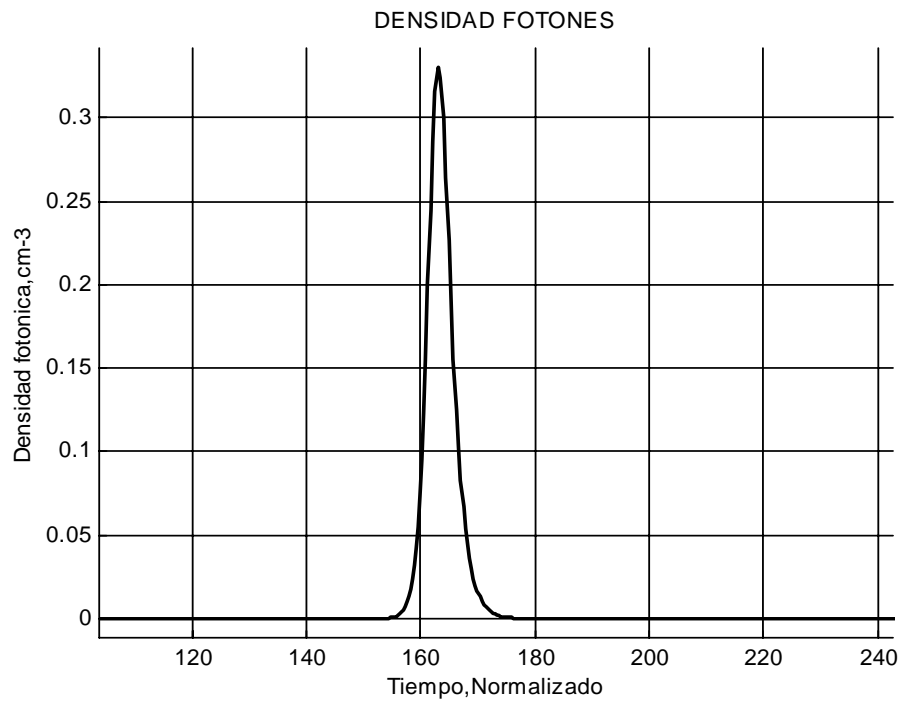


Fig. 3.22 El pulso obtenido usando como medio activo Nd:YLF, bombeado por $450 \mu s$

Las variaciones numéricas del tiempo de vida medio y de la sección eficaz de emisión estimulada del medio activo afectan el ancho del pulso, la energía y la potencia pico, estos cambian. A mayor tiempo de vida media y mayor sección eficaz del medio activo mayor es la energía y potencia del pulso, a menor tiempo de vida media del medio activo la energía del pulso es menor, sin duda uno de los parámetros que influyen determinantemente en la energía y potencia del pulso es la capacidad del medio activo para almacenar energía y esta es función del tiempo de vida media. En la tabla 3.3 se puede observar los parámetros del láser, obtenidos para los tres diferentes medios activos.

	Energía	Potencia Pico	FWHM	Tiempo Bombeo
	Joules	Watts	segundos	segundos
<i>Nd : IVO₄</i>	0.0401	5.7648e006	6.9616e-009	450e-6
<i>Nd : YAG</i>	0.0824	1.1590e007	7.1125e-009	450e-6
<i>Nd : YLF</i>	0.0969	1.2815e+007	7.5640e-009	450e-6

Tabla 3.3 Valores obtenidos para energía, potencia pico y ancho del pulso

En la tabla 3.4, se muestra los valores numéricos para los cuales las ecuaciones 3.8 y 3.9 fueron solucionadas.

	Energía Alm.	Inversión Inicial	Tiempo de Fluorescencia	Sección eficaz Emisión Estimulada	Eficiencia de Almacenamiento Fluorecente
	Joules	cm ⁻³	μ Segundos	cm ²	Adimensional
<i>Nd : IVO₄</i>	0.1335	3.7730e+017	98	25e-9	0.2156
<i>Nd : YAG</i>	0.2717	7.6813e+017	230	6.5e-19	0.4389
<i>Nd : YLF</i>	0.4017	1.1358e+018	480	1.8e-19	0.6490

Tabla 3.4 Valores numéricos de los parámetros láser y las condiciones iniciales.

Los valores numéricos de la tabla 3.4, representan las condiciones iniciales y están son obtenidas de acuerdo con la configuración del sistema láser, Los parámetros mas críticos son la inversión de población que depende del volumen del medio activo bombeado por el diodo láser y la energía almacenada en el medio activo.

El modelo numérico para el láser de estado sólido conmutados en Q y con bombeo por diodo láser predice con muy buena exactitud los parámetros láser, Este modelo se ha usado para observar como afecta a los parámetros de salida del láser el cambiar los parámetros espectroscópicos del material láser como son el tiempo de vida media del nivel láser y la sección eficaz de emisión estimulada, uno de los factores importantes que afecta la energía y potencia pico es la capacidad para almacenar energía del medio activo y esta es función del tiempo de vida medio, reflejada en la eficiencia de fluorescencia, a mayor eficiencia de fluorescencia mayor energía y potencia de pulso, la mínima duración del pulso esta limitada por el tiempo de transito t_r y se afecta también por la energía almacenada. Energía, duración y potencia del pulso son muy sensibles a pequeños cambios de la sección eficaz y el valor de la inversión inicial es determinante en los valores de energía duración y duración del pulso.

BIBLIOGRAFÍA CAPÍTULO 3.

- [3.1].- J.H. Garcia Lopez, V. Aboites, A.V.Kiryanov, M.J. Damzen, A. Minassian, **“High repetition rate Q-Switching of high power Nd:YVO₄ slab laser”**, Optics Communications 218, 2003 pp 155-160.
- [3.2].-Robert S. Afzal, **“ Mars Observer Laser Altimeter”**., Applied Optics , Vol. 33, No. 15. 1995, pp 3184-3188.
- [3.3].-Robert S. Afzal y Mark D. Selker., **“ Simple high-efficiency TEM₀₀ diode-laser-pumped Q-Switched Laser”**., Optics Letters, Vol. 20, 1995, pp 465-467.
- [3.4].-D. B. Coyle, D. V. Guerra y R. B. Kay, **“An interactive numerical model of diode pumped, Q-Switched/cavity dumped lasers”**, J. Phys. D, Appl. Phys. 28, pp 452-462, 1995.
- [3.5].-A.E. Siegman, **Lasers**, University Science Books, Mill Valley, CA, 1986.

- [3.6].- F.J. McLung y R. H. Hellwart, “**Gigant optical pulsations from ruby**”, J. Appl. Phys. 33, pp 828-829, 1962.
- [3.7].- Jhon J. Degnan, “**Theory of the optimally coupled Q- Switched Laser**”, IEEE, J. Quantum Electron, Vol. 25, pp 214- 220, 1989.
- [3.8].-W. Koechner, **Solid-State Laser Engineering**, Fifth ed., Springer-Verlag, Berlin Germany, 1999.
- [3.9].-John J. Degnan, D. Barry Coyle y Richard B. Kay, “**Effects of Thermalization on Q-Switched Laser Propierties**”, IEEE, J. Quantum Electron, Vol. 34, No. 5, pp 887-899, May. 1998

CAPÍTULO 4

SIMULACIÓN NUMÉRICA DE LA GENERACIÓN DE UN PULSO CUADRADO POR MEDIO DE CAMBIOS EN EL FACTOR DE CALIDAD Q DE LA CAVIDAD DE UN LÁSER DE ESTADO SÓLIDO BOMBEADO CONTINUAMENTE CON ACOPLADOR DE REFLECTIVIDAD VARIABLE. (*FABRY-PEROT, F.P.*).

4.1 INTRODUCCIÓN

Una de las características más importantes de cualquier láser es la distribución temporal en su salida. El láser trabajando en forma continua produce un haz estable y esencialmente una potencia de salida constante con una distribución espacial en su intensidad Gausiana (*Hubbert*). Los láseres pulsados emiten su energía en pequeños pulsos y también generalmente presentan una distribución Gausiana espacial y/o temporal. Típicamente tienen duraciones que pueden ir de varios milisegundos al orden de femtosegundos dependiendo de los métodos usados para controlar la forma y duración del pulso.

En este capítulo presentamos el modelo numérico estudiado en el capítulo tres para un láser de estado sólido bombeado continuamente con una salida de distribución temporal de la energía diferente a la Gausiana en casi toda la duración del pulso, es decir la forma del pulso de la densidad de fotones interna tiende a ser cuadrada, con tiempos de caída y de subida muy cortos comparados con los obtenidos en el capítulo 3, donde la forma del pulso es fuertemente influenciada por la inversión de población inicial antes de iniciar el laseo. El modelo se basa en las ecuaciones de razón, bajo la aproximación de onda plana que describe a un sistema láser, sin tomar en cuenta la variación espacial, solo la variación temporal de la inversión de población y de la densidad de fotones intracavidad.

En un sistema típico láser, la reflectividad del acoplador de salida permanece constante y las pérdidas dentro de la cavidad son establecidas por las pérdidas introducidas debidas al espejo o acoplador de salida (*pérdidas útiles*), que posee una reflectividad y/o transmisión constante y por las pérdidas debido a difracción y absorción (*pérdidas no útiles*). En el sistema láser típico se ha cambiado el acoplador de salida con reflectividad constante por un sistema de acoplador con reflectividad variable compuesto por una celda Pockels y un prisma, (*sistema con bombeo pulsado*) de esta forma podemos cambiar la polarización de la luz dentro de la cavidad e influenciar en las pérdidas del luz dentro de la cavidad. Hay un segundo método donde el acoplador con transmitancia variable (*sistema con bombeo continuo*) puede ser también substituido por un interferómetro Fabry-Perot^{4.1} y de forma parecida el sistema se comporta como un acoplador de salida con transmitancia variable (*cambiando la distancia interna del FP con un piezoeléctrico*). Controlando el valor de la transmitancia de este acoplador, por medio de la forma de onda de voltaje aplicada a la celda Pockels, para el primer sistema Pockels-Prisma y aplicando la correcta forma de onda de voltaje a un piezoeléctrico, que varia la distancia interna del interferómetro, se puede variar la reflectividad e introducir las pérdidas dinámicas en la cavidad influenciando la forma del pulso de salida láser. Encontrar esta forma de onda de voltaje que se necesita aplicar a la celda Pockels para que el conjunto celda Pockels-Prisma se comporte como un acoplador de reflectividad variable, en el sistema con bombeo pulsado y la forma de onda de voltaje que se necesita aplicar a el piezoeléctrico para el bombeo continuo son los objetivos de este capítulo.

4.2-FORMAS DE PULSO

En un sistema láser típico funcionando en el modo TEM₀₀, la distribución de la energía es Gausiana en el dominio temporal y también en su distribución de intensidad radial, esto se debe a que la función Gausiana es una invariante para el sistema láser y no es alterada excepto por un factor multiplicativo. Este factor es conocido como “*eigenvalor*” y corresponde al factor de atenuación o amplificación del modo oscilante,

la o las funciones son una “*eigenfuncion*” del sistema láser y se le conocen como modos láser.

Los pulsos láser de alrededor de 10^{-9} seg. son obtenidos conmutando la cavidad láser, las características de este pulso: energía, duración y potencia pico así como el tiempo de formación del pulso son influenciados por la rapidez del conmutador Q y la ganancia del sistema. El ancho del pulso es función de la inversión de población, de el tiempo de ida y vuelta en la cavidad (*round trip time*) y rapidez del interruptor Q, el decaimiento del pulso es fuertemente influenciado por las pérdidas en la cavidad, ajustando estos parámetros podemos modificar la forma temporal del pulso.

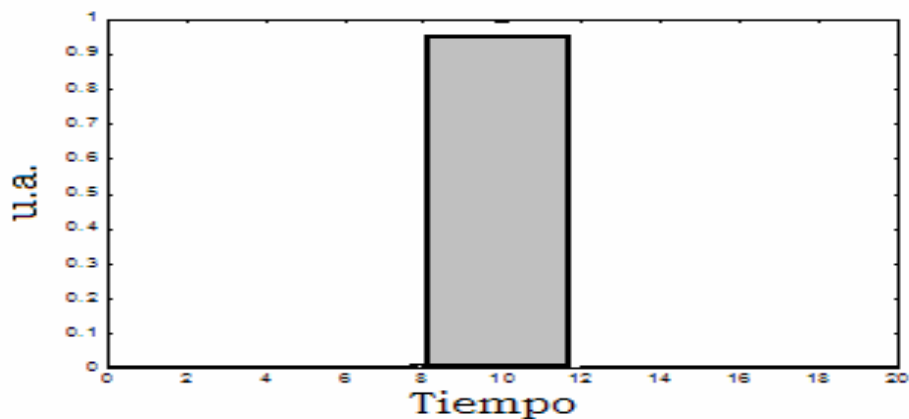


Fig. 4.1 Forma del pulso Láser ideal

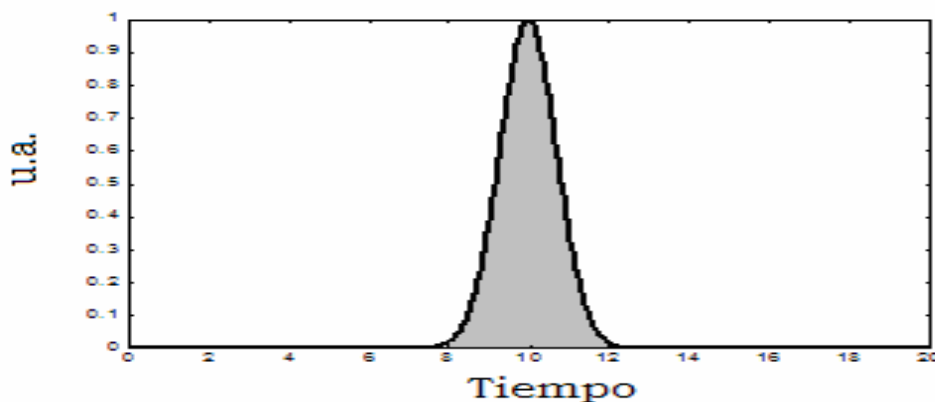


Fig. 4.2 Pulso Láser simétrico

La forma de un pulso ideal aquí buscado sería un pulso cuadrado como se observa en la figura 4.1, donde los tiempos de subida y bajada son cero y la distribución de energía en toda la duración del pulso es uniforme o el valor numérico de la energía en toda la duración del pulso es una constante.

En realidad todos los pulsos Láser poseen tiempos de subida y tiempos de bajada, en el mejor de los casos se obtiene una forma Gausiana simétrica, Fig. 4.2, como las obtenidas en el capítulo 3, cuando la inversión de población inicial tiene el mismo valor que la inversión de población final a la inversión de umbral.

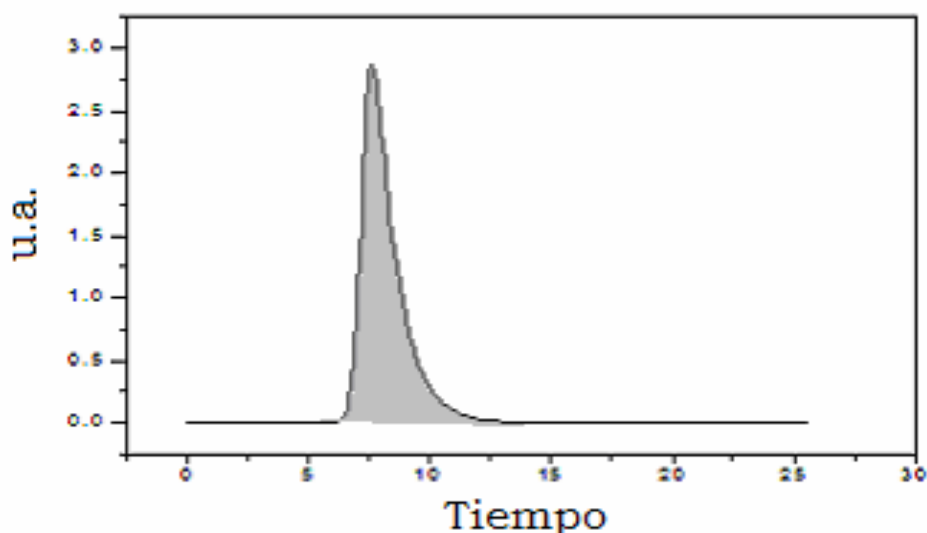


Fig. 4.3 Pulso clásico de un Láser de estado sólido conmutado en Q.

En aplicaciones donde la interacción del pulso con la materia es función de la densidad de energía, en el caso del pulso ideal, la densidad de energía es uniforme y no afecta la materia, para el caso Gausiano, la variación de energía en la subida y bajada del pulso no alcanza a remover la materia, el resultado es que la energía del pulso en lugar de usarse para remover materia es disipada como calor dentro de la materia.

En la figura 4.3 se observa el pulso más común en láseres conmutados en Q, donde la subida y la bajada no son simétricas y la cola del pulso afecta la remoción de la materia.

Esto se puede interpretar de la siguiente forma se supone que los pulsos mostrados en la figuras 4.1, 4.2 y 4.3, tienen igual área bajo su curva, esto significa que los tres pulsos tendrán igual energía pero el pulso “ideal” tendrá una fracción más usable de energía que las otras formas del pulso. En el pulso cuadrado es fácil identificar la duración temporal del pulso como el ancho del rectángulo. En la figura 4.4, se muestran las formas de pulso más comunes y la relación de la duración del pulso con el ancho de banda .

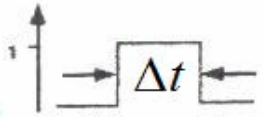
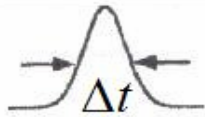


Forma del Pulso	$\Delta t \cdot \Delta \nu$
Pulso Cuadrado $0 \leq t \leq \Delta t$ 	0.886
Gaussiana $\exp\left[-\frac{(4\ln 2)t^2}{\Delta t^2}\right]$ 	0.441
Secante Hiperbolica Cuadrada $\sec h^2\left[\frac{1.76t^2}{\Delta t}\right]$ 	0.315
Exponencial $\exp\left[-\frac{(\ln 2)t}{\Delta t}\right]$ 	0.11

Fig. 4.4 Formas de pulsos.

Como ya se ha mencionado la conmutación de las pérdidas en la cavidad Láser genera pulsos de luz cortos, estos tiene la distribución Gaussiana en intensidad, esencialmente, se pueden modelar con una curva muy bien conocida como Hubbert (*Hubbert curve*), su función matemática es expresada por la siguiente ecuación.

$$f(t) = \frac{e^{-t}}{(1 + e^{-t})^2} \quad (4.1)$$

4.3 MODO CW

Empezamos la discusión con las ecuaciones diferenciales ordinarias acopladas que describen la dinámica del láser, bajo la aproximación de onda plana, una ecuación para la densidad de fotones intra cavidad y la otra para la inversión de población en el nivel láser superior deducidas por Degnan^{4.2}. Estas ecuaciones fueron analizadas en los capítulo 2 y 3, pero por claridad las rescribiremos aquí incluyendo la reflectividad del segundo espejo. Este sistema de ecuaciones puede predecir la dinámica de un láser solo en ciertos límites y no puede describir fenómenos más complejos como un análisis completo de estabilidad. Estas ecuaciones son^{4.2}

$$\frac{dN}{dt} = -\gamma\sigma cN\varphi \quad (4.2)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\sigma l_m N\varphi}{t_r} - \frac{\varphi}{t_c} \quad (4.3)$$

Este es un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas no lineales; 4.2 y 4.3, donde: N es la inversión de población, φ es el la densidad de fotones intracavidad cavidad en la presencia de laseo, γ es el factor de reducción, σ es la sección eficaz de emisión estimulada, c es la velocidad de la luz, l_m la longitud del medio activo láser, $t_r = \frac{2l_0}{c}$ es el tiempo de tránsito de un viaje de ida y vuelta en la cavidad, l_0 es la

longitud óptica de la cavidad y es dada por: $l_0 = l_c + l_m(n-1)$, n es el índice de refracción del medio activo, l_c es la longitud de la cavidad, t_c es el tiempo de

decaimiento del fotón en el resonador y es dado por: $t_c = \frac{t_r}{\text{In}\left(\frac{1}{R_2 R_1}\right) + L}$, $R_{1,2}$ es la

reflectividad de los espejos y L son las pérdidas no útiles en la cavidad debido a

absorción y esparcimiento. Si incluimos la emisión espontánea y el bombeo óptico las ecuaciones 4.2 y 4.3 se expresan de la siguiente forma:^{4.3}

$$\frac{dN}{dt} = W_p (N_a - N) - \gamma c \varphi \sigma N - k \frac{N}{\tau} \quad (4.4)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\sigma N l \varphi}{t_r} - \frac{\varphi}{t_c} + k \frac{N}{\tau} \quad (4.5)$$

Donde:

$$t_c = \frac{t_r}{\xi} \quad (4.6)$$

y;

$$\xi = \ln \left(\frac{1}{R_2 R_1} \right) + L \quad (4.7)$$

W_p es la razón de bombeo, N_a es la densidad de iones activos, k es el factor de emisión espontánea.

El sistema de ecuaciones 4.4 y 4.5 describe la dinámica del láser para un sistema de 4 niveles, muchos trabajos se han realizado con estas ecuaciones. Podemos escribir la ecuación 4.7 en función de la transmitancia del acoplador de salida, que esta relacionada con la reflectividad por:

$$R_2 = 1 - T_2 \quad (4.8)$$

Si expresamos la ecuación 4.7 como una función explicita del tiempo esta puede escribirse como:

$$\xi(t) = L - \ln [R_1 (1 - T_2(t))] \quad (4.9)$$

donde L , representa las pérdidas no útiles y el termino $- \ln[R_1(1 - T_2(t))]$ representa la salida de potencia útil del sistema Láser, para una forma particular de $\xi(t)$ podemos resolver el sistema de ecuaciones 4.4 y 4.5.

Para propósitos computacionales se utilizan las ecuaciones normalizadas antes descritas en el capítulo 1.

Definiendo los parámetros como:

$$A = \frac{kc n \tau}{2l_m}, \quad B = \frac{n \tau}{t_r}, \quad \alpha_o = L - \ln[R_1(1 - T_2(t))], \quad \Omega = R_p \tau$$

$$, \Delta = \Omega N_a 2 \sigma l_m n \quad Z = N_a 2 \sigma l_m.$$

Las ecuaciones 4.4 y 4.5 pueden ser rescritas como:

$$\frac{d\bar{\varphi}}{dt} = A\bar{N} + B\bar{\varphi}(\bar{N} - \alpha_o) \quad (4.10)$$

$$\frac{d\bar{N}}{dt} = \Delta - n\bar{\varphi}\bar{N} - \bar{N}n(\Omega + 1) \quad (4.11)$$

En la ecuación α_o puede ser una función independiente o dependiente del tiempo para el caso de que la transmitancia sea un función independiente del tiempo podemos calcular la inversión de umbral haciendo: $\frac{d\bar{\varphi}}{dt} = 0$ en la ecuación 4.10, y en el caso en que α_o sea dependiente del tiempo, $\bar{N}_{th} = \alpha_o$, esto implica que la transmitancia del acoplador de salida es función del tiempo, la inversión de población en umbral viene dada como:

$$\bar{N}_{th} = L - \ln[R_1(1 - T_2(t))] \quad (4.12)$$

Haciendo $\frac{d\bar{N}}{dt} = 0$, $N = \bar{N}_{th}$ y $\bar{\varphi} = 0$ podemos encontrar una expresión para el umbral de la tasa de bombeo, esta expresión es:

$$R_{Pth} = \frac{\alpha_o}{(Z - \alpha_0)\tau} \quad (4.13)$$

Donde el término R_{Pth} es la tasa de bombeo y el nuevo parámetro Z esta dado por $Z = N_a 2\sigma_l_m$. Se puede usar^{4.3} para relacionar la potencia y la razón de bombeo, $R_p = \frac{P}{N_a h\nu_p V \eta}$, donde P es la potencia de bombeo del diodo láser, N_a es la densidad de centros activos total, $h\nu_p$ es la energía del fotón de bombeo, V es el volumen bombeado y η es el parámetro de Stokes, la potencia de umbral de bombeo es:

$$P_{th} = \frac{N_a h\nu_p V \eta [L - (In(R_1(1 - T_2(t))))]}{(Z - L + In[R_1(1 - T_2(t))])\tau} \quad (4.14)$$

Esta función de umbral determina la potencia máxima al cual el sistema puede mantenerse sin oscilar o cuales valores de transmitancia el sistema oscilara.

4.4 COMPARACIÓN CON DATOS EXPERIMENTALES.

Se pueden comparar los resultados del modelo con sistemas láser conocidos, se ha seleccionado a un Láser^{4.3} de Nd:IVO₄ con incidencia razante con los datos experimentales del modelo de la tabla 3.1, los parámetros de normalización adquieren los valores de $A = 7.35e-7$, $B = 373.049$, $\gamma_0 = 1.3962$, $n = .010$, $\Delta = 3.1383$, $\Omega = 1.3671$, el tiempo de vida medio del nivel Láser es $98 \mu s$, se considera una reflectividad del espejo de salida de 25% y una reflectividad de 100% en el espejo 2.

Las ecuaciones 4.10 y 4.11 son resueltas usando (MATLAB), Runge Kutta de 4° y 5° orden de paso variable con las condiciones iniciales $\bar{N}(0) = 0$ y $\varphi(0) = 0$. Los resultados obtenidos con nuestra simulación para la inversión de población y la densidad intracavidad, se muestran en figuras 4.5, 4.6 y 4.7.

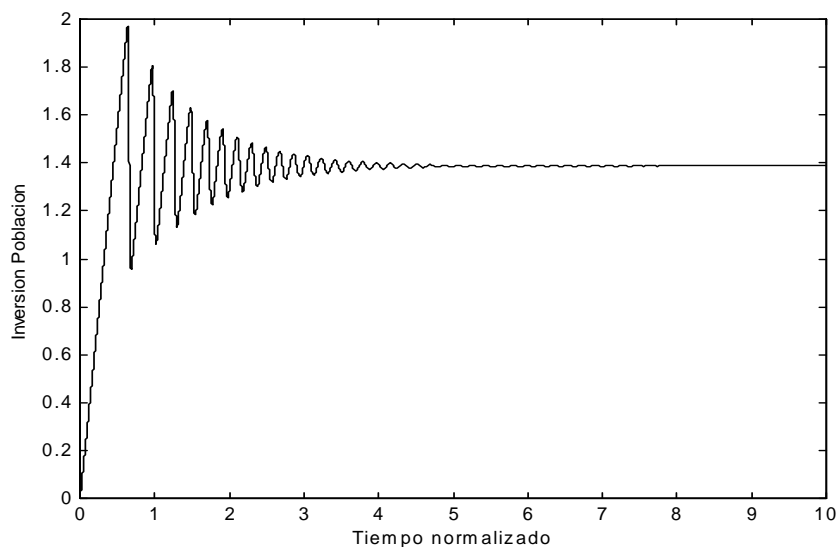


Fig. 4.5 Inversión de población vs Tiempo normalizados en CW.

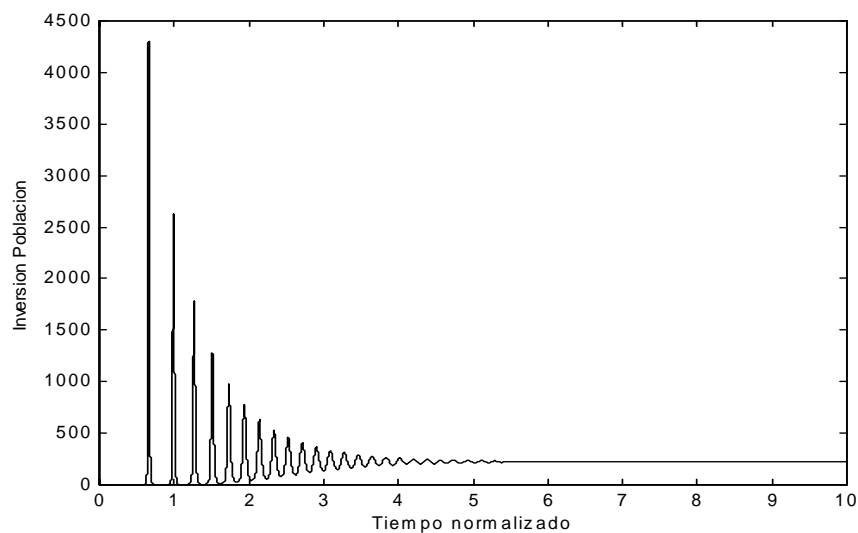


Fig. 4.6 Densidad de Fotones Intracavidad vs Tiempo normalizado en CW

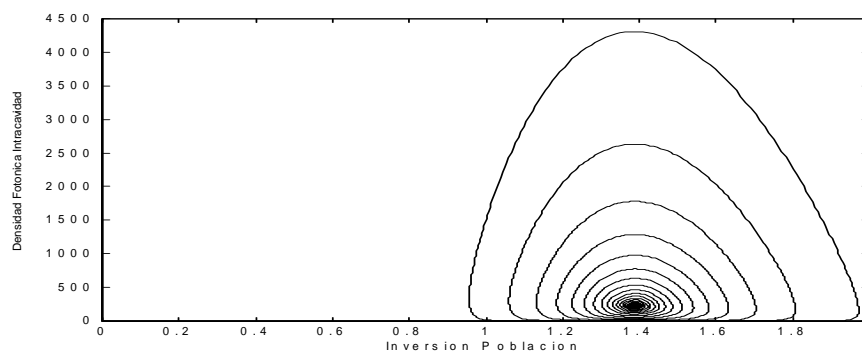
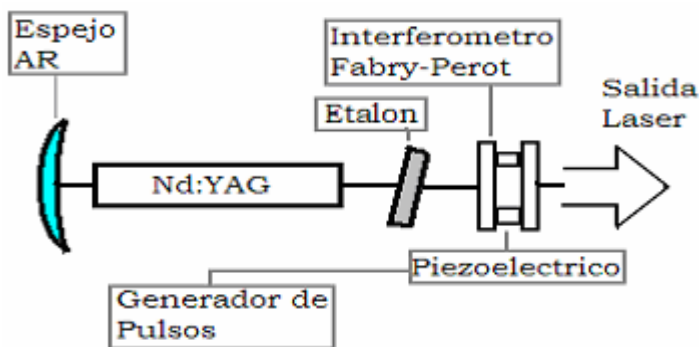


Fig. 4.7 Espacio Fase, Densidad Fotones vs Inversión de Población

4.5 SISTEMA LÁSER CON INTERFERÓMETRO FABRY-PEROT(F.P) COMO ACOPLADOR DE SALIDA.

Un sistema con un acoplador de salida variable se muestra en la figura 4.8. Este es un método en el cual un interferómetro Fabry-Perot reemplaza al acoplador de salida de un resonador Láser. El interferómetro Fabry-Perot se comporta como un acoplador de salida con reflectividad variable, las pérdidas en la cavidad se pueden modular variando el espaciamiento entre los espejos del interferómetro de Fabry-Perot (*acoplador de salida*) por medio de un piezoeléctrico,^{4,1} el trabajo del etalon que se encuentra entre la barra láser y el acoplador de salida (*Fabry-perot con reflectancia variable*) es seleccionar una sola frecuencia. La función de reflectividad del acoplador de salida (*Fabry-perot con reflectancia variable*) esta dada por la función matemática :

Fig. 4.8 Esquema de un Láser con acoplador de salida variable¹

$$R = \left\{ \left[1 + \left(\frac{(1-R_2)^2}{4R_2} \right) \right] \cos^2 [2\pi.n.e\bar{\nu}] \right\}^{-1} \quad (4.15)$$

Donde n es el índice de refracción, e , es distancia entre los dos espejos del interferómetro Fabry Perot, $\bar{\nu}$ es el número de onda, R la reflectividad total del interferómetro, R_2 es la reflectividad de los espejos del interferómetro.

Usando la relación entre transmitancia y reflectancia podemos escribir la función para la transmitancia del acoplador de salida^{4.1}

$$T = 1 - \left\{ \left[1 + \left(\frac{(1-R)^2}{4R} \right) \right] \cos^2 [2\pi.n.e\bar{\nu}] \right\}^{-1} \quad (4.16)$$

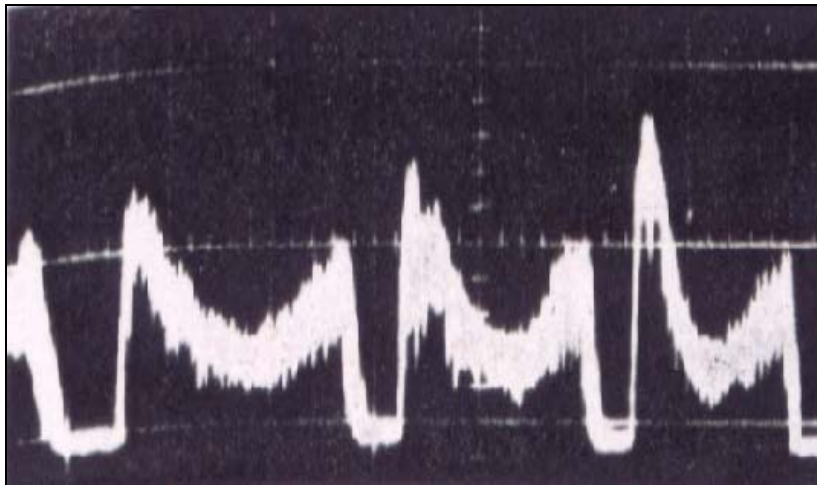


Fig. 4.9 Trazo en el osciloscopio de la salida del Láser aplicando un voltaje de diente de sierra al transductor de etalon.^{4.1}

En la referencia 4.1, se demuestra experimentalmente que es posible conmutar al Q de la de un Láser de estado sólido continuamente bombeado usando un interferómetro de Fabry-Perot como acoplador de salida. En la figura 4.6 se observa la salida del sistema Láser conmutado en Q usando como acoplador de salida un interferómetro Fabry-Perot.

En la figura 4.10 se muestra la modificación del sistema experimental láser, con la inclusión de un acoplador de transmisión variable compuesto por un interferómetro Fabry-Perot. Los datos experimentales se han tomado de la referencia 3.1 y se ha supuesto que el sistema se puede modificar cambiando el acoplador de salida por el interferómetro Fabry-Perot.

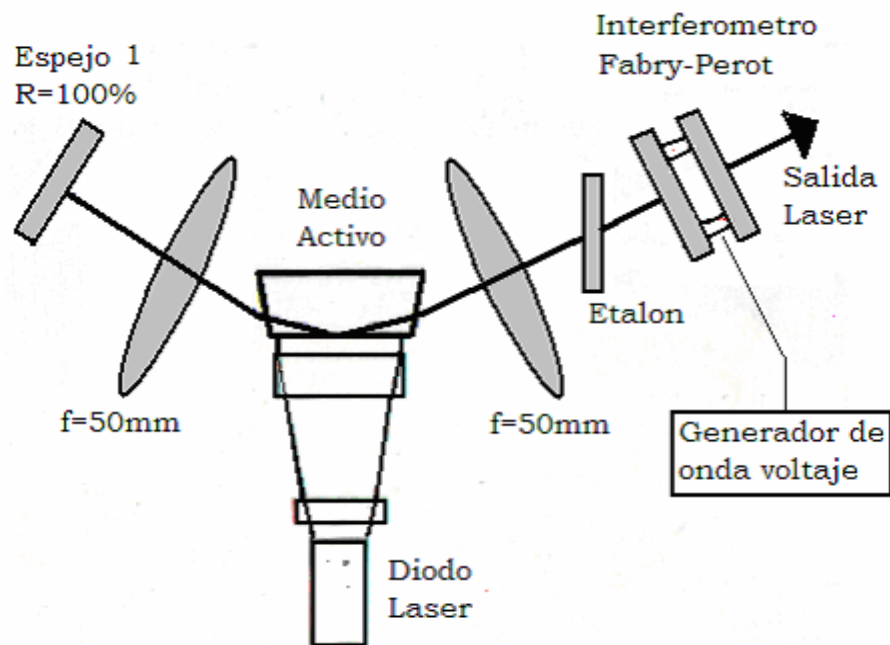


Fig. 4.10 Sistema Láser modificado con F.P como acoplador de salida

La reflectividad del espejo en el lado izquierdo del arreglo en la figura 4.10 es cien por ciento y el sistema del interferómetro Fabry-Perot reemplazan el acoplador de salida del resonador, el comportamiento es el de un acoplador con transmisión variable, el block ilustrado en la figura 4.10 como “*generador de onda de voltaje*”, es una parte muy importante del sistema y es el que genera y aplica la señal eléctrica a los piezoeléctricos, un voltaje constante aplicado a los piezoeléctricos corresponde a una reflectividad y/o transmitividad constante.

En las ecuaciones 4.10 y 4.11 incluimos el término de la transmitancia como función del tiempo y el término de reflectividad de uno de los espejos y las ecuaciones se escriben en términos de los parámetros normalizados y con la transmitancia como función del tiempo:

$$\frac{d\bar{\varphi}}{d\bar{t}} = A\bar{N} + B\bar{\varphi}[\bar{N} + (\ln(R_1(1 - T_2(t)))) - L] \quad (4.17)$$

$$\frac{d\bar{N}}{d\bar{t}} = \Delta - n\bar{\varphi}\bar{N} - \bar{N}n(\Omega + 1) \quad (4.18)$$

Sabemos que un cambio en la densidad de fotones intracavidad depende de un cambio de las pérdidas en la cavidad y un cambio en las pérdidas en la cavidad depende de la reflectividad del acoplador de salida y esta reflectividad depende de la distancia que separa a los dos espejos, esta distancia es modificable por medio de un piezoeléctrico y a su vez el piezoeléctrico puede ser controlado por una forma de onda de voltaje aplicado a dicho piezoeléctrico, de aquí se concluye que hay o que pudiera haber una relación entre los cambios de densidad de fotones intracavidad y el voltaje aplicado a el piezoeléctrico. La transmitancia para un Fabry-Perot también puede ser expresada como:

$$T = \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} \quad (4.19)$$

Donde R es la reflectividad de los espejos, la diferencia de fase esta dada por:

$$\delta = \frac{4\pi n d \cos \theta}{\lambda} \quad (4.20)$$

donde: n es el índice de refracción entre los dos espejos del Fabry-Perot, d es la distancia que los separa, θ es el ángulo incidente de la onda y λ es la longitud de onda ($1.064 \times 10^{-4} \text{ cm}$ para $Nd:IVO_4$ corresponde a un numero de onda $9.39 \times 10^3 \text{ cm}^{-1}$) esta misma ecuación 4.19, se puede rescribir considerando el índice de refracción igual a uno, usando el número de onda $\bar{\nu}$, la ecuación 4.19, se puede rescribir como.

$$T = \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2(2\pi d \bar{\nu} \cos \theta)} \quad (4.21)$$

Obtenemos la ecuación que relaciona la distancia de separación de los espejos del acoplador de salida con la transmitancia y esta a su vez con la densidad de fotones intracavidad, es claro que para una transmitancia igual a 100%, el sistema no oscilara debido a que no hay retroalimentación. La ecuación la podemos describir incluyendo la ecuación de transmitancia como:

$$\frac{d\bar{\phi}}{dt} = A\bar{N} + B\bar{\phi} \left\{ \bar{N} + \left[\ln \left(R_1 \left(1 - \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2(2\pi d(t)\bar{\nu} \cos \theta)} \right) \right) \right] - L \right\} \quad (4.22)$$

La única modificación es la distancia de separación de los espejos, es una función del tiempo, para una distancia constante obtenemos una transmitancia constante y el sistema funcionara en forma continua (CW), para una función de distancia que este variando en el tiempo obtenemos una transmitancia variable en el tiempo y el sistema, para determinados valores de distancia se le permitirá oscilar o mantenerse sin oscilar.

4.6 POTENCIA DE BOMBEO DE UMBRAL.

En la ecuación 4.14 de potencia de umbral se puede incluir la transmitancia del acoplador de salida (*interferometro Fabry-Perot*) y expresarla de la siguiente manera:

$$P_{th} = \frac{N_a h \nu_p V \eta \left[L - \left(\ln \left(R_1 \left(1 - \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2(2\pi d \bar{\nu} \cos \theta)} \right) \right) \right) \right]}{\left(Z - L + \ln \left[R_1 \left(1 - \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2(2\pi d \bar{\nu} \cos \theta)} \right) \right] \right) \tau} \quad (4.23)$$

Los símbolos en esta ecuación son conocidos y no es necesario repetirlos aquí.

La ecuación 4.18, 4.22 y la 4.23 describen al sistema láser y se puede resolver con las condiciones iniciales adecuadas de inversión de población cero y densidad de fotones intracavidad cero, la ecuación 4.23 se puede ver como una función de la distancia que separa los espejos de reflectividad variable esto es : $P_{th}(d)$ de tal forma que esta pueda ser una función variable en el tiempo y cuando esta no alcanza el valor de la potencia de bombeo el sistema no podrá oscilar. Eventualmente la potencia de umbral se puede comportar como se muestra en la figura 4.11. y se menciona eventualmente por que es función de la distancia de separación entre los dos espejos del Fabry-Perot.

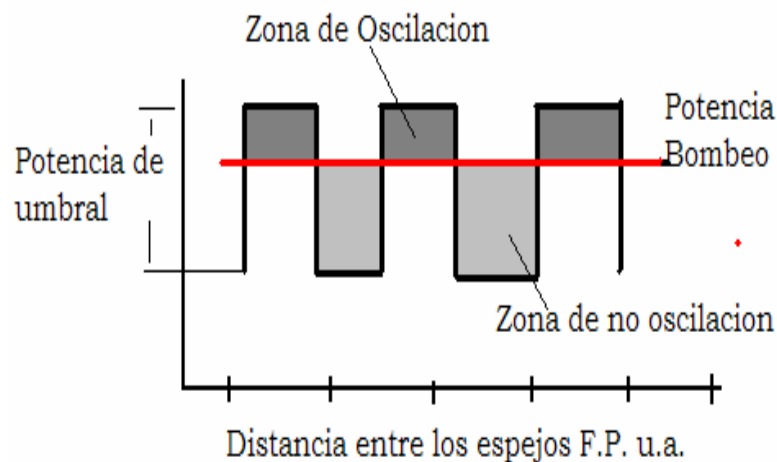


Fig. 4.11 Comportamiento de la potencia de umbral en función de la distancia que separa a los espejos del Fabry-Perot

4.7 SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LAS ECUACIONES CON ACOPLADOR DE TRANSMITANCIA VARIABLE.

Para modificar la salida del pulso láser de su tradicional forma Gaussiana (o *Hubbert*) a una forma cuadrada es necesario resolver las ecuaciones 4.22 y 4.18 con la correcta función de distancia variable en el tiempo, como no se encontró método alguno para encontrar la función de transmitancia, la función de transmitancia que se propone (*anzat*) es:

$$T(t) = 1 - e^{\left(A_3 L - \left(\frac{A_1 1 e^{-t}}{(1 + e^{-A_2 t})^{A_4 2}} \right) \right)} \quad (4.24)$$

Donde L son las pérdidas no útiles, y t es tiempo, $A_{1,2,3,4}$ son constantes que dependen de la frecuencia y profundidad de la modulación. La solución de las ecuaciones 4.22 y 4.18 para la densidad de fotones intracavidad y para la inversión de población en el medio activo se muestran en la figura 4.11 y considerando el diagrama de la figura 4.10. y aplicando la función de modulación de la ecuación 4.24.

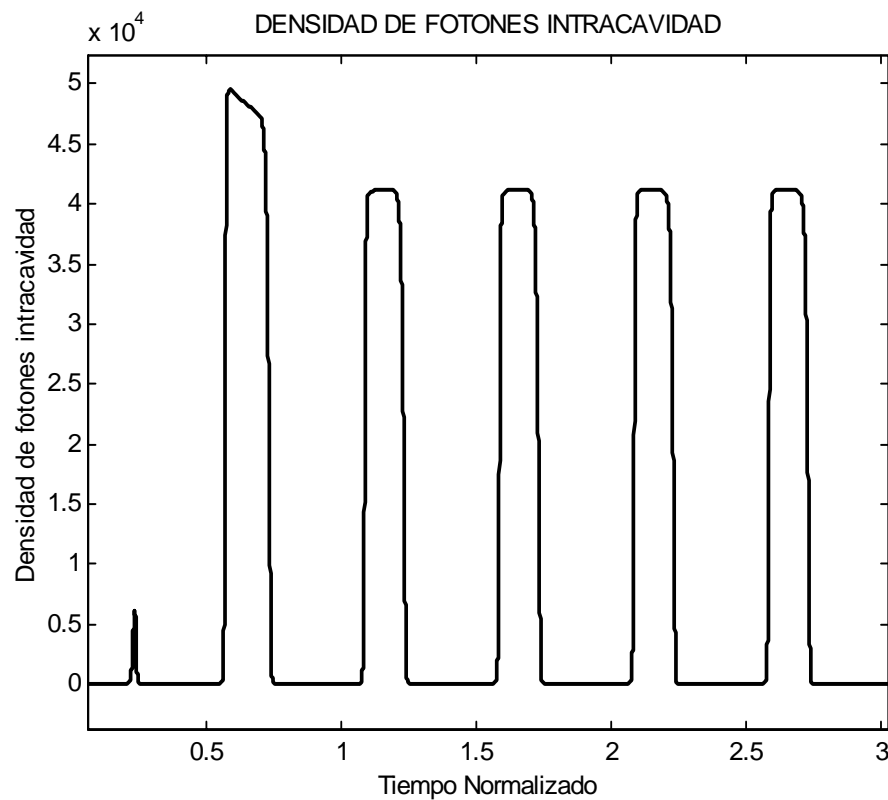


Fig. 4.12 Densidad de fotones intra cavidad aplicando con la modulación de la ecuación. 4.24

El eje del tiempo están normalizado, con el tiempo de fluorescencia del medio activo τ (ver capítulo 1). En la figura 4.11 se observa cómo la gráfica presenta una parte

plana en donde tradicionalmente es una forma Gausiana. El lado izquierdo del los pulsos se comporta como una curva S.

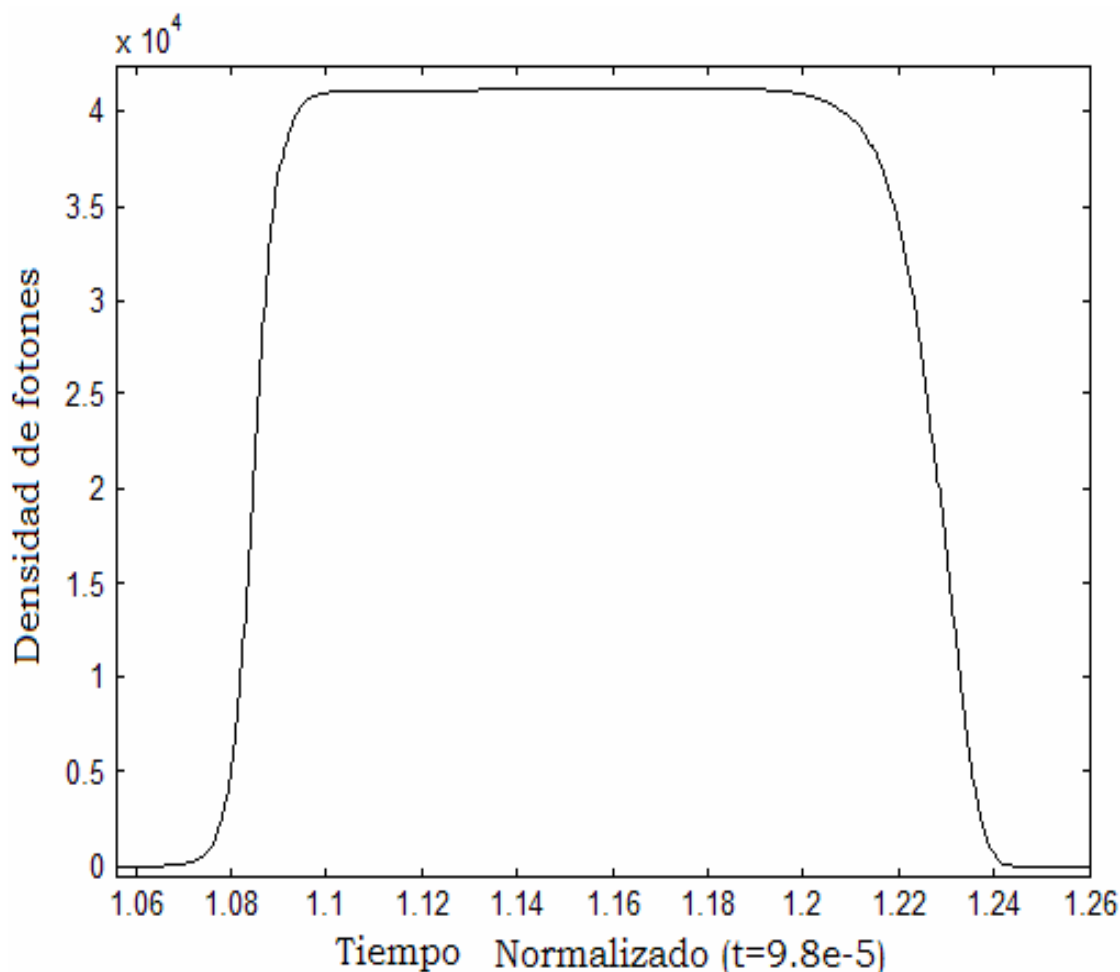


Fig.4.13 Sección amplificada de la figura 4.12.

El flanco derecho se parece a una curva Gompertz, como se observa en la figura 4.13. la inversión de población tiene un comportamiento temporal como se muestra en la figura 4.14. donde se puede observar como la inversión de población presenta una parte plana en la parte inferior, considerando diagrama de la figura 4.10 y y la figura 4.12, la densidad fotónica se comporta como un tren de pulsos periódico, pero esta densidad de fotones es la interna, no la externa, con el objeto de obtener la densidad de fotones exterior se necesita multiplicar la densidad de fotones interna por la transmitancia del acoplador.

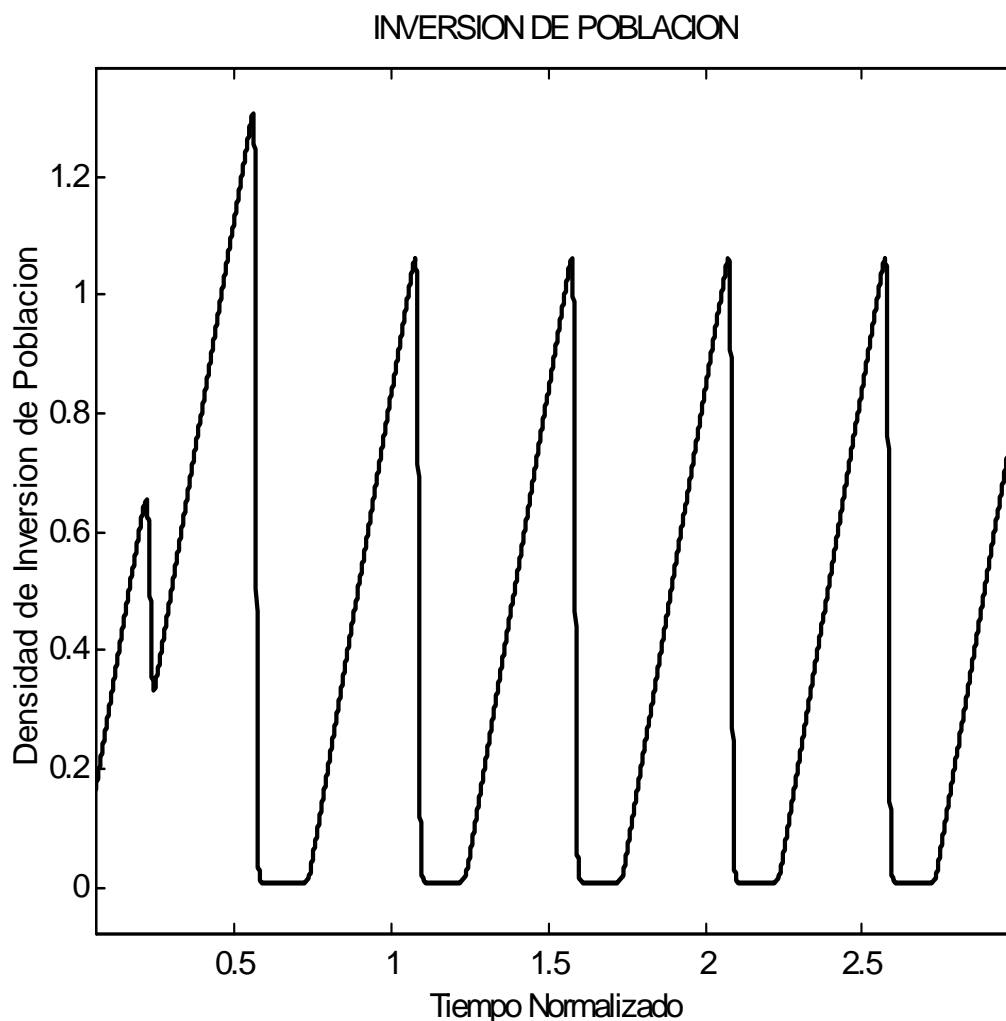


Fig. 4.14 Dinámica de la inversión de población

de salida conformado por el interferómetro Fabry-Perot, esta transmitancia es una función del tiempo y esta dada por la ecuación 4.24. La densidad de fotones externa tiene un comportamiento temporal como se ilustra en la figura 4.15. Como se observa, los pulsos de salida no son planos como se esperaba, siguen presentando su forma Gausiana, (*Hubbert*), excepto por la parte inicial donde se presenta una parte plana en su parte inicial, esta salida es el resultado de multiplicar la densidad de fotones intacavidad por la transmisión del acoplador de salida. La función de transmisión se puede apreciar en la figura 4.16

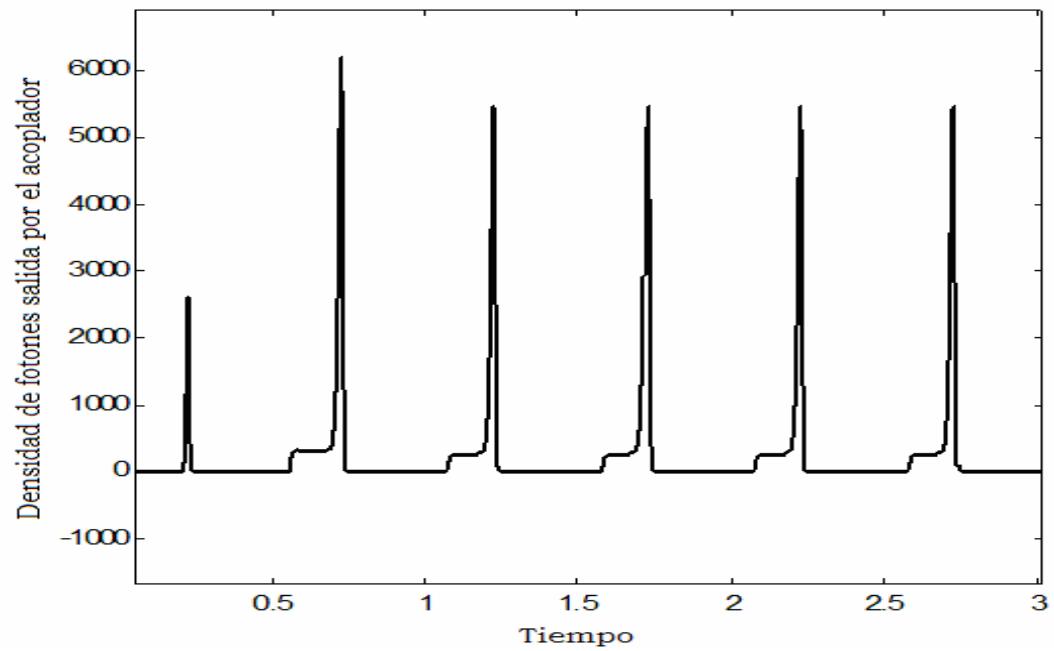


Fig. 4.15 Comportamiento temporal de la densidad de fotones externa

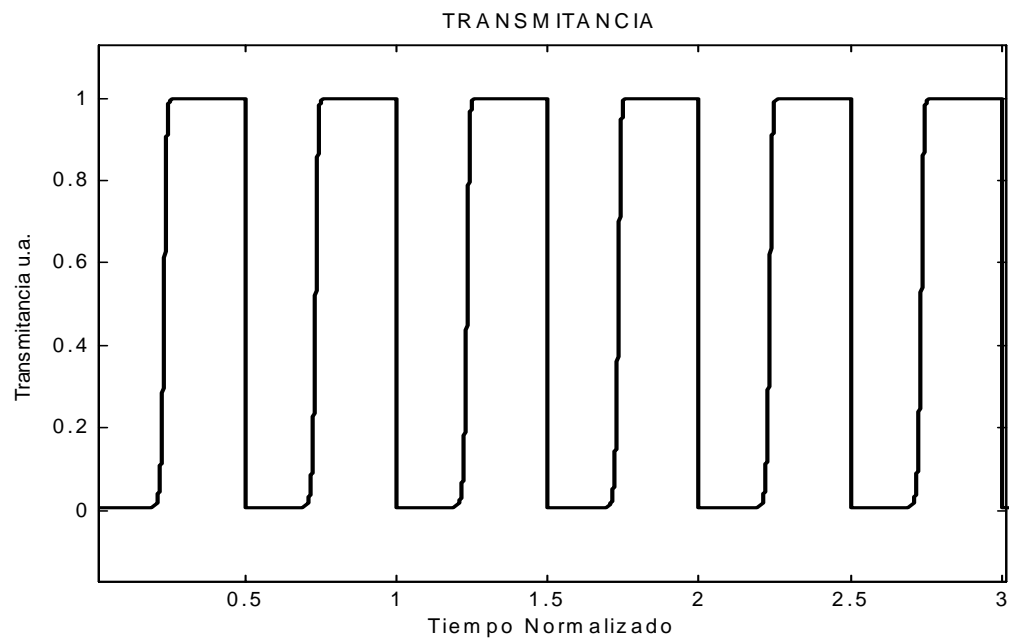


Fig. 4.16 Comportamiento de la transmitancia vs tiempo

El comportamiento de la función de transmitancia es una curva Hubbert truncada, Si colocamos todas las gráficas solapadas en un ciclo completo obtenemos la figura 4.17.

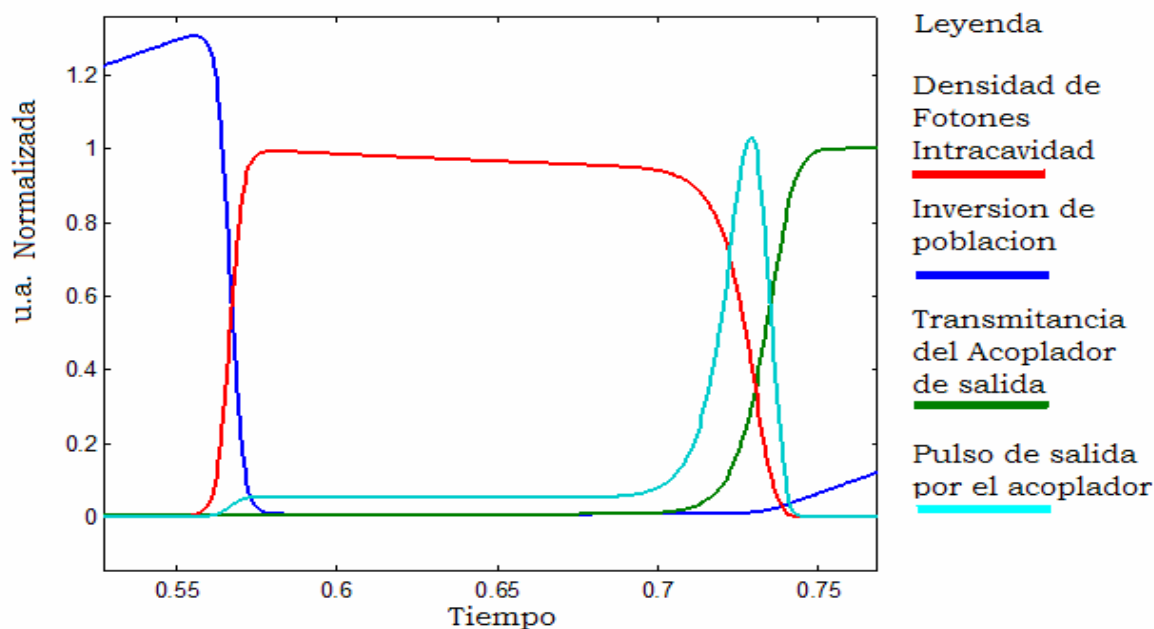


Fig. 4.17 Comportamiento de todas las funciones en un ciclo completo amplificado.

Como se observa en la figura 4.15 y 4.17, el pulso de salida por el acoplador es una forma Gausiana con una cola inicial larga, mientras que la densidad de fotones intracavidad permanece plana en su parte superior casi formando un pulso cuadrado. Si la forma de modulación aplicada ecuación 4.24 se cambia solo en el valor de las constantes $A_{1,2,3,4}$ con el objeto de obtener un pulso de salida cuadrado por el acoplador de reflectividad variable (*interferómetro Fabry-Perot*). Resulta que las simulaciones numéricas de las ecuaciones 4.22 y 4.18 arrojan las gráficas que se muestran en la figura 4.18.

El sistema se puede concebir como un sistema mecánico conmutado con un espejo giratorio, cuando la transmisión del acoplador de salida tiende a la unidad no hay retroalimentación y es equivalente a que no hubiese espejo reflejante, por consiguiente parte de la energía de bombeo es almacenada en el medio activo como inversión de población, una vez que la transmisión del acoplador tiende a cero, aumenta la

reflectividad del acoplador de salida, entonces se restituye la retroalimentación y el sistema puede oscilar.

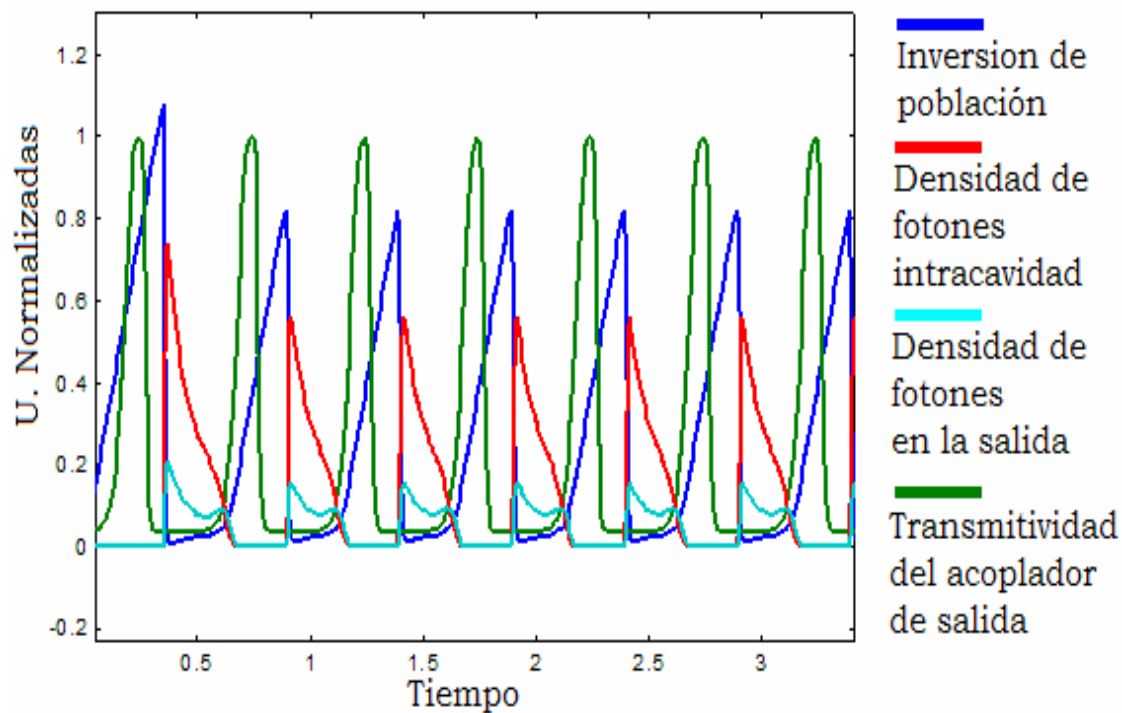


Fig. 4.18 Comportamiento temporal de Inversión de población, Densidad de fotones intracavidad, densidad de fotones de salida y transmitividad del acoplador de salida.

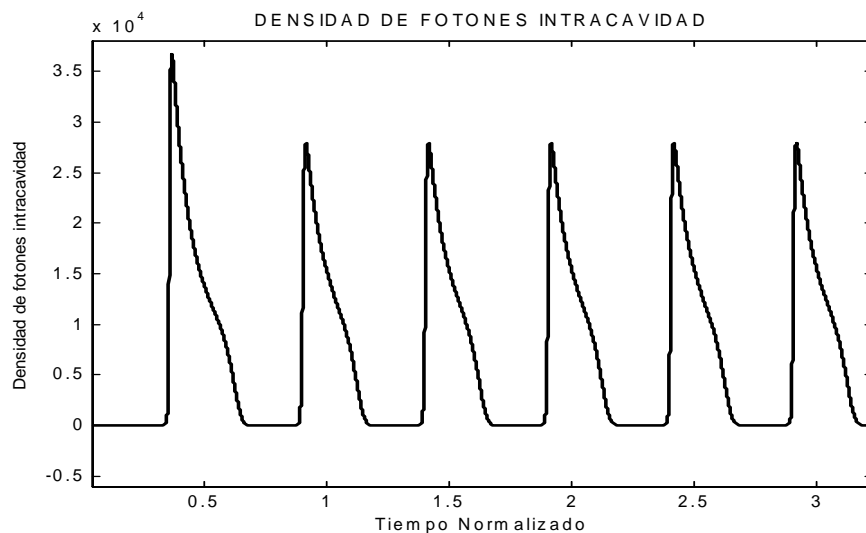


Fig. 4.19 Densidad de fotones intracavidad

En la figura 4.18 se muestra el comportamiento temporal de la densidad de fotones dentro de la cavidad Láser, para obtener la densidad de fotones externo es necesario multiplicar la transmisión del acoplador de salida por la densidad de fotones intracavidad o interna, el resultado de dicha multiplicación se muestra en la figura 4.20.

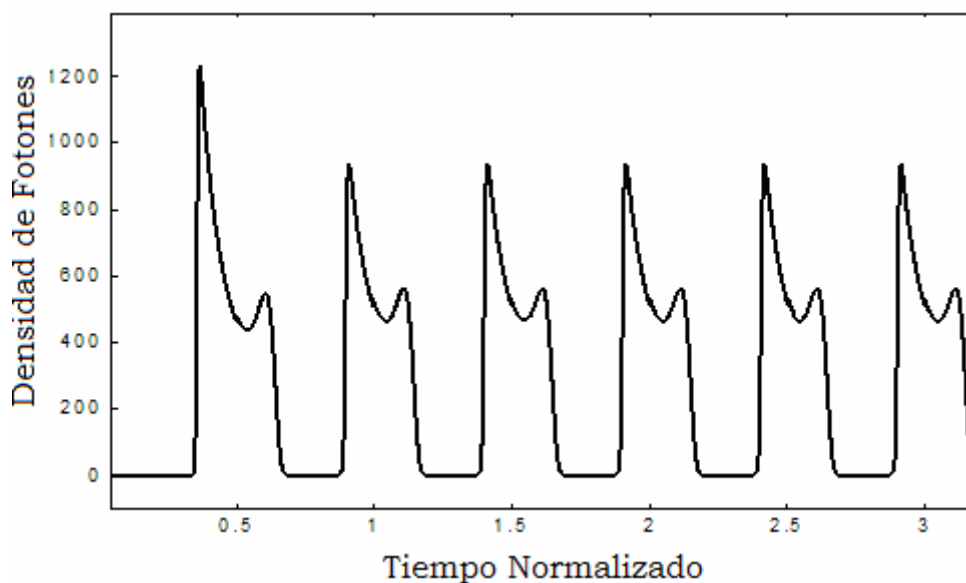


Fig. 4.20 Dinámica de la densidad de fotones a la salida del acoplador

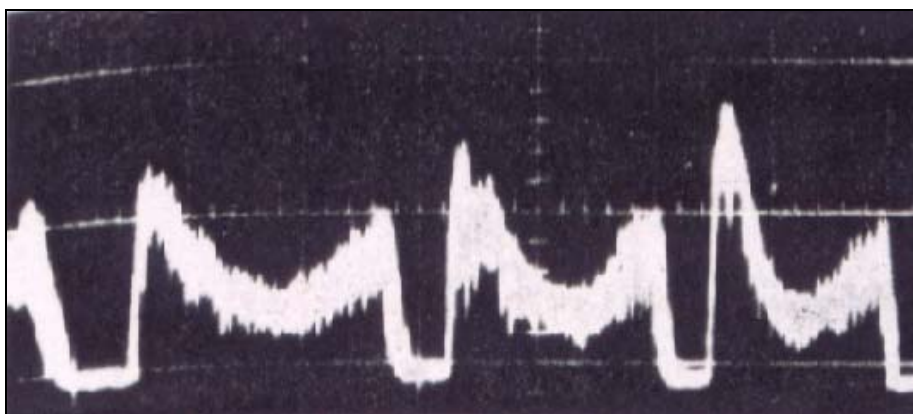


Fig. 4.21 . Experimento de Mackintosh

En la figura 4.21, tomada de Mackintosh,^{4.1} el acoplador de salida es un interferómetro Fabry Perot de reflectividad variable, se usa una forma de onda de

voltaje aplicado al transductor de diente de sierra o rampa, en la figura 4.20, se muestra la misma forma de salida aplicando la forma de modulación de la ecuación 4.24, obsérvese que corresponde a la transmisión del interferómetro Fabry-Perot y no a la forma de onda de voltaje aplicado a los piezoeléctricos.

La dinámica de la transmisión del acoplador de salida con transmisión variable se observa en la figura 4.20, la forma parece que corresponde a una curva Hubbert con una caída mas pronunciada del lado derecho. En la figura 4.22, se muestra la grafica de un ciclo completo donde se puede observar de manera amplificada como se comportan todas las variables, los colores corresponden al mismo significado que en la figura 4.18.

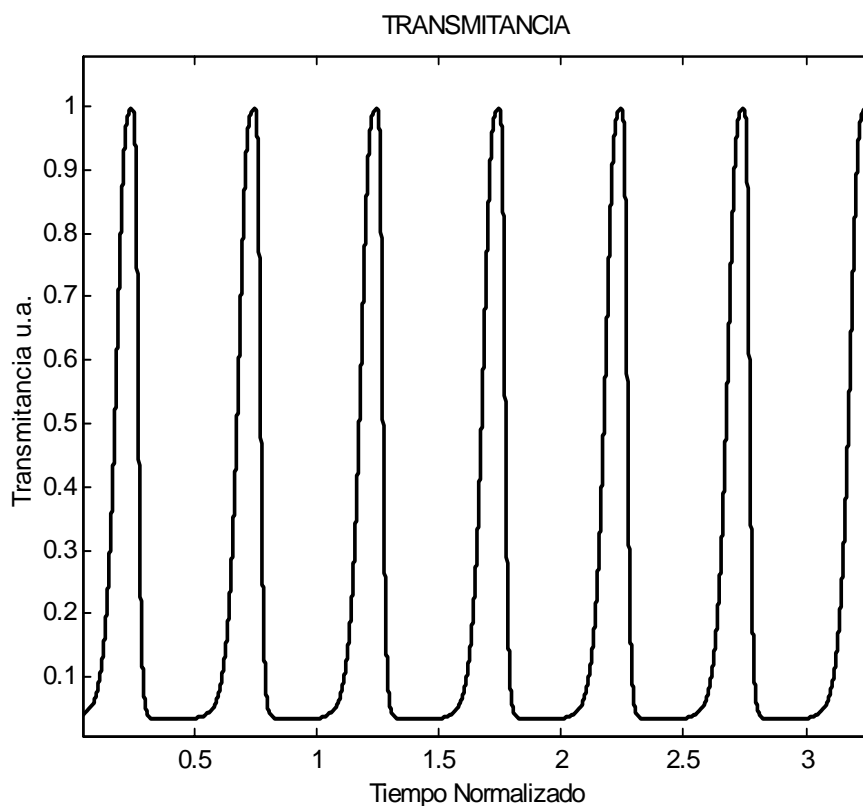


Fig. 4.22 Dinámica de la transmisión del acoplador de salida

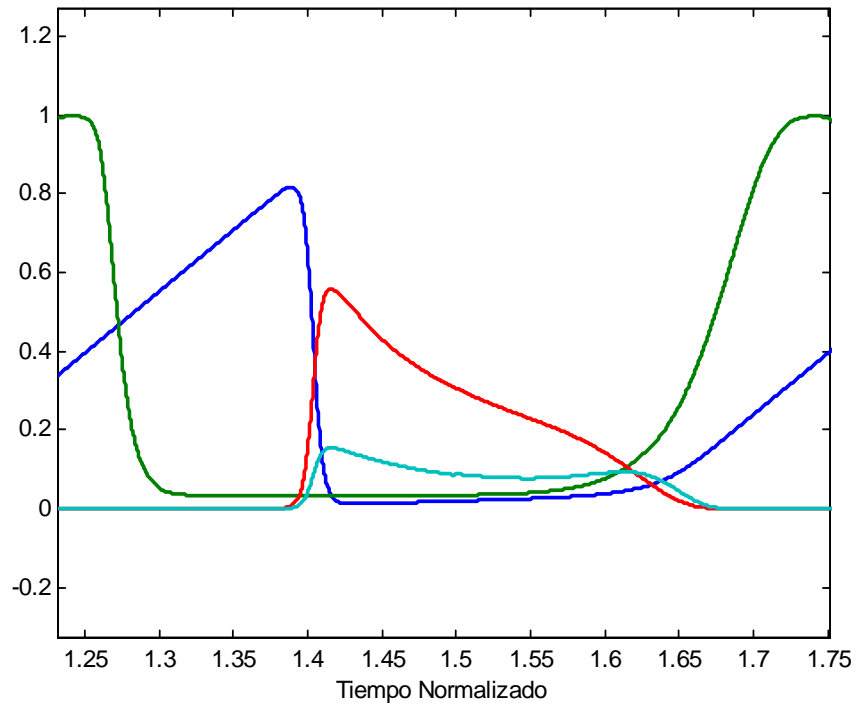


Fig. 4.23 Amplificación de un ciclo completo de la figura 4.18.

La onda cuadrada de densidad fotonica no es obtenible con este tipo de modulación. Con el objeto de obtener la forma de onda deseada en el problema se tiene que considerar a las ecuaciones como que si estas fueran un bloque, donde la entrada es la función de modulación de la transmitancia y la salida es la densidad fotonica interna, de tal forma que la multiplicación de estas dos funciones resulte en una constante.

Con el objeto de obtener como varia la distancia entre los espejos del interferómetro necesitamos igualar la función de transmitancia aplicada a las ecuaciones 4.24.

$$T(t) = 1 - e^{\left(A_3 L - \left(\frac{A_1 1 e^{-t}}{(1 + e^{-A_2 t})^{A_4 2}} \right) \right)} \quad (4.25)$$

e igualarla a la transmitancia del interferómetro Fabry Perot, despejando el seno obtenemos:

$$\sin^2(2\pi d\bar{\nu} \cos \theta) = \frac{1}{4R} \frac{(1-R)^2}{\left[1 - e^{\left(A_3 L - \left(\frac{A_1 1e^{-t}}{(1+e^{-A_2 t})^{A_4 2}} \right) \right)} \right]} - (1-R)^2 \quad (4.26)$$

despejando la distancia de separación de los espejos, del argumento del seno, obtenemos que la distancia de separación entre los dos espejos del Fabry Perot se comporta de acuerdo con la siguiente ecuación.

$$d(t) = \frac{1}{2\pi\bar{\nu} \cos \theta} \operatorname{arcsen} \left\{ \frac{1}{4R} \frac{(1-R)^2}{\left[1 - e^{\left(A_3 L - \left(\frac{A_1 1e^{-t}}{(1+e^{-A_2 t})^{A_4 2}} \right) \right)} \right]} - (1-R)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4.27)$$

La forma de variación de la distancia de los espejos del Fabry-Perot se muestra en la grafica de la figura 4.24.

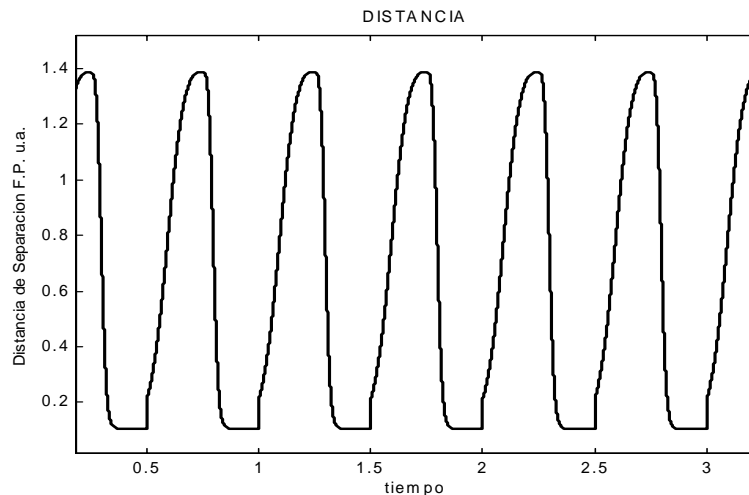


Fig. 4.24 Variación de la distancia entre los dos espejos del Fabry-Perot vs tiempo

Para obtener una forma cuadrada es necesario cambiar la forma de modulación de la transmitancia del acoplador de salida o cambiar la transmitancia de uno de los

espejos con el fin de obtener el mismo comportamiento temporal de la densidad de fotones externa que la interna, las simulaciones se hacen con un espejo de reflectividad constante de valor 90% y con la modulación de transmitancia producida por el acoplador de salida con reflectividad variable de la ecuación 4.24. La densidad fotónica a la salida del acoplador con reflectividad variable se muestra en la figura 4.25.

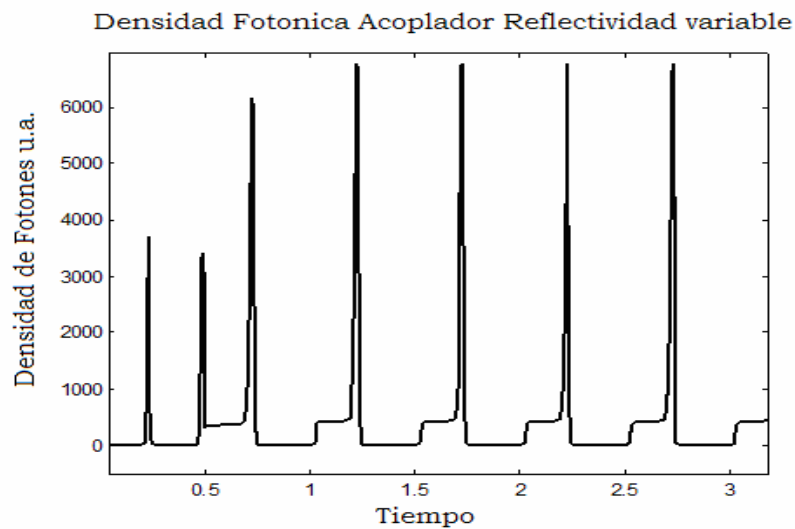


Fig. 4.25 Salida del acoplador con reflectividad variable(*interferómetro Fabry-Perot*)

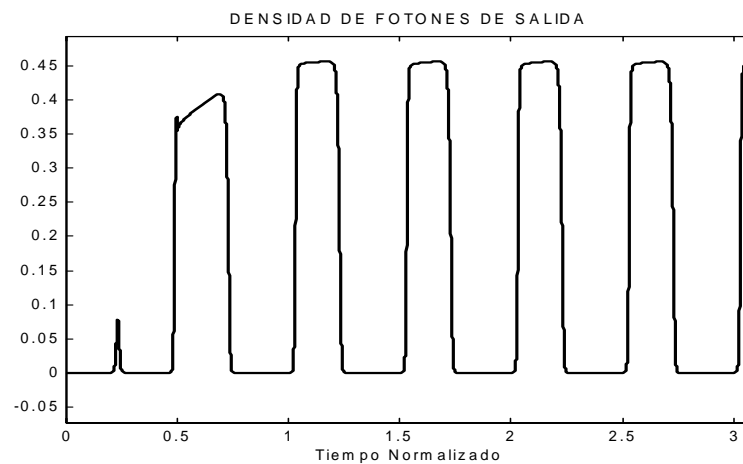


Fig. 4.26 Densidad de fotones interna

La salida de la densidad de fotones por el espejo de reflectividad constante, conserva la misma forma que la densidad de fotones interna y eventualmente tendremos un sistema láser con dos salidas una por el acoplador de reflectividad variable figura 4.25 y otra

salida por el espejo de reflectividad constante, figura 4.26, de tal forma que esta conserve la misma forma que la densidad de fotones interna.

En la figura se observa como varia la transmitancia del acoplador de salida que a diferencia de la figura 4.23, no alcanza el valor de 100%, debido a las pérdidas introducidas por el otro espejo con reflectividad constante.

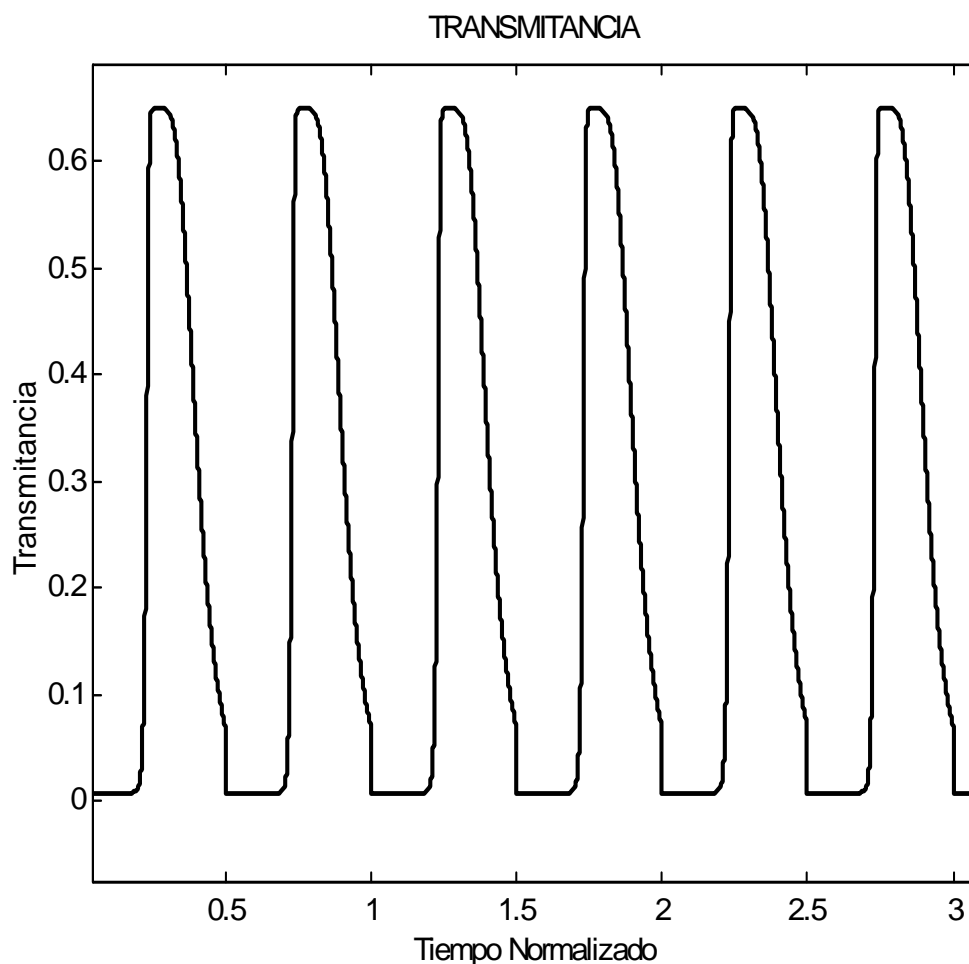


Fig. 4.27 Dinámica de la transmitancia para el acoplador con reflectividad variable

En las figura 4.28 se observa el comportamiento de todas las variables, inversión de población, densidad de fotones de salida por el acoplador con transmisión constante, y la salida por el espejo con reflectividad constante.

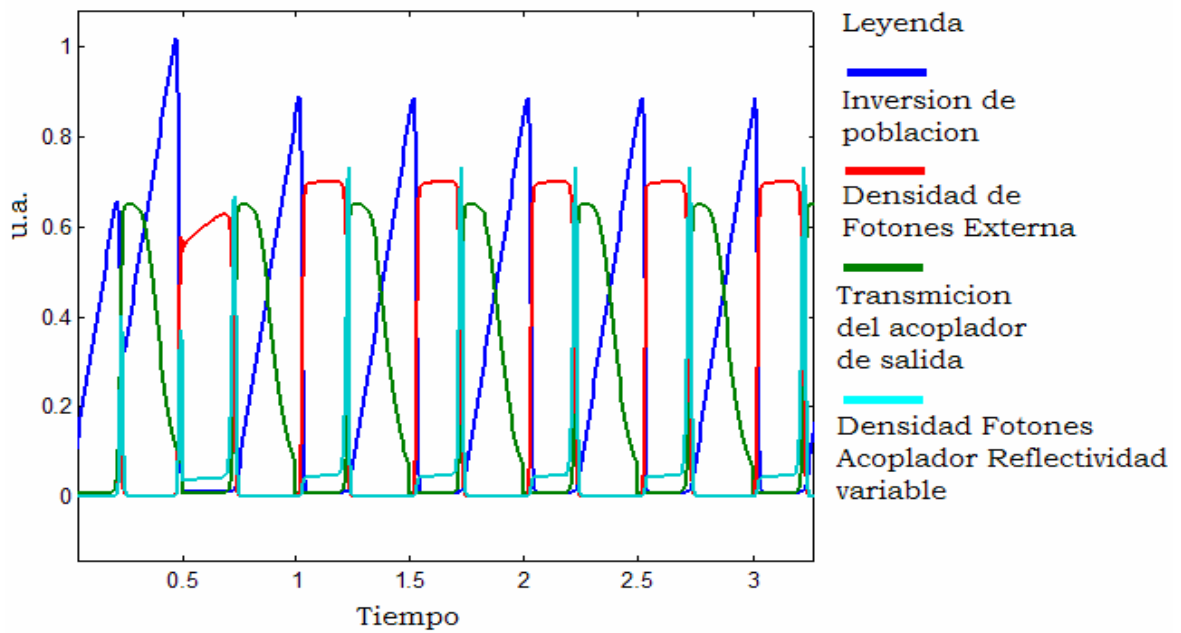


Fig. 4.28 Evolución temporal de las variables mostadas.

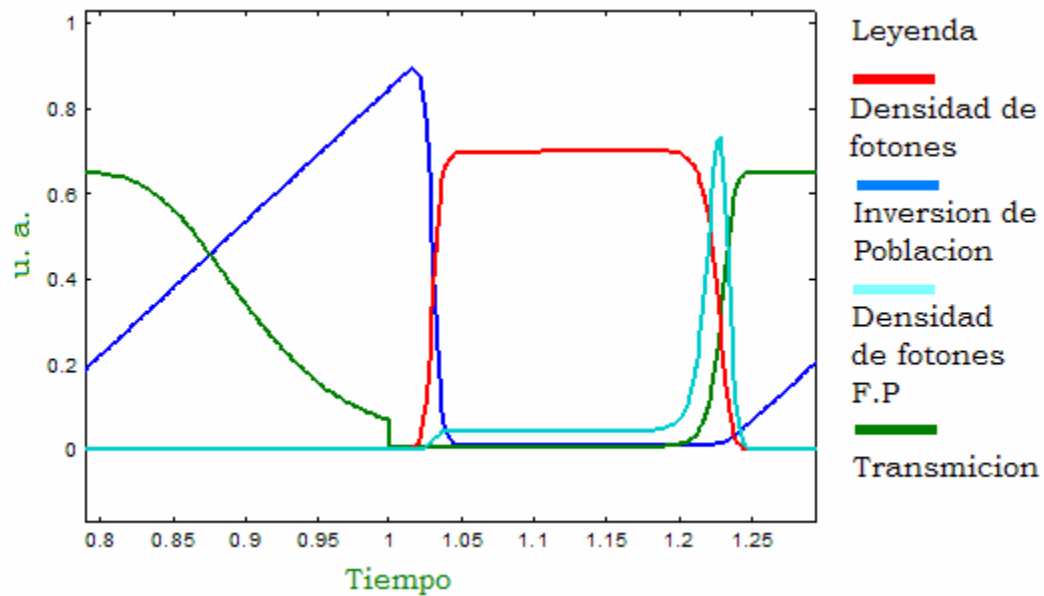


Fig.4.29 Sección ampliada en un ciclo en la figura 4.28

En la figura 4.29, se observa la amplificación de una sección de la figura 4.28. Usando la ecuación $Q = \frac{4\pi L}{\lambda T}$ podemos expresar la variación del factor de calidad Q de la cavidad como:

$$Q = \frac{4\pi L_c}{\left[1 - e^{-\left(L - \frac{e^{-t}}{(1+e^{-2t})^2} \right)} \right]} \quad (4.28)$$

La figura 4.30, muestra el comportamiento del factor de calidad Q

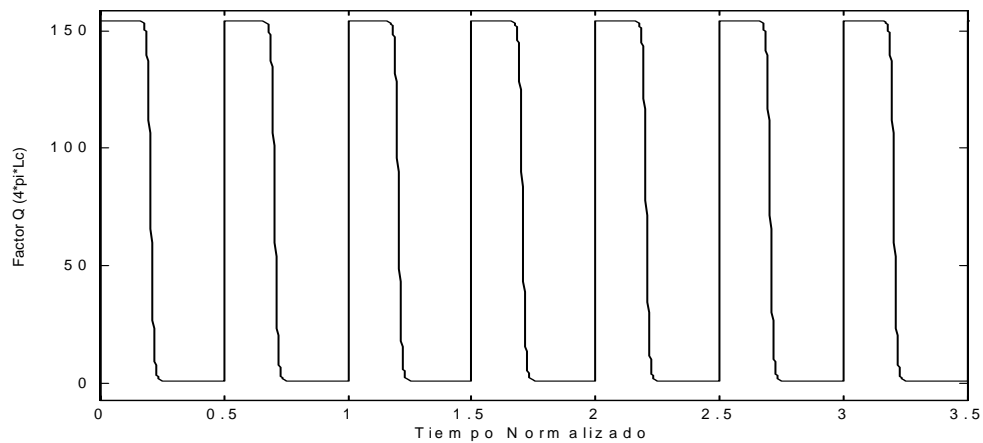


Fig. 4.30 Variación del factor de Q versus tiempo

4.8 ECUACIÓN PARA LA GENERACIÓN DE PULSO CUADRADO EN UN LÁSER CON BOMBEO PULSADO.

Comparado con el pulso Gaussiano, el pulso cuadrado tiene algunas ventajas en la forma de onda, polarización e uniformidad en la distribución de la energía. Las ecuaciones 4.2 y 4.3, las podemos escribir de diferente forma. Despejando de la ecuación 4.2, la inversión de población N queda como:

$$\frac{dN}{N} = -\gamma\sigma c \varphi dt \quad (4.29)$$

Integrando la ecuación 4.29, con límites de inversión inicial a inversión final

$$\int_{N_i}^{N_f} \frac{dN}{N} = -\gamma\sigma c \int_0^t \varphi dt \quad (4.30)$$

Desarrollando el álgebra necesaria se obtiene

$$\left[\frac{N_f}{N_i} \right] = e^{-\gamma\sigma c \int_0^t \varphi dt} \quad (4.31)$$

La inversión de población es descrita por la ecuación queda expresada como:

$$N(t) = N_i \cdot e^{-\gamma\sigma c \int_0^t \varphi dt} \quad (4.32)$$

Definiendo a E como

$$E = \gamma\sigma c \int_0^t \varphi dt \quad (4.33)$$

La ecuación 4.32, la rescribimos usando la variable E

$$N(t) = N_i \cdot e^{-E} \quad (4.34)$$

La ecuación 4.34 debería tener relación con la energía, y la derivada de la ecuación 4.34, debería ser un término que sea proporcional a la potencia, substituyendo $N(t)$ en la ecuación 4.3 y haciendo la transmitancia T función del tiempo obtenemos:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{c\sigma l_m N_i \cdot e^{-E} \varphi}{l_o} - \frac{c[L - \ln(1 - T(t))]\varphi}{2l_o} \quad (4.35)$$

$$\frac{dE}{dt} = \gamma\sigma c \varphi \quad (4.36)$$

La densidad de fotones de salida se puede escribir como

$$\varphi_{salida} = \varphi T(t) \quad (4.37)$$

substituyendo la ecuación 4.37 se obtiene

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{c\sigma l_m N_i \cdot e^{-E} \varphi}{l_o} - \frac{c \left[L - \ln \left(1 - \frac{\varphi_{salida}}{\varphi} \right) \right] \varphi}{2l_o} \quad (4.38)$$

Resolvemos esta ecuación 4.38, junto con la ecuación 4.36, con la condición de: $\varphi_{salida} \leq \varphi$, lo que implica que la densidad de fotones externa siempre será menor que la densidad de fotones interna, el caso contrario no puede ser debido a que la densidad de fotones extraída de la cavidad no puede ser mayor que la producida dentro de la cavidad, La otra condición es de la inversión inicial N_i es determinada por la energía de bombeo y la consideración de que la densidad de fotones inicial interna es muy pequeña. Las ecuaciones 4.38 y 4.34 describen al sistema láser para la generación de un pulso cuadrado. En la figura 4.31, se muestra la modificación del sistema láser con la inclusión de un interruptor Q de transmisión variable compuesto por una celda Pockels y un prisma Gland Tylor.

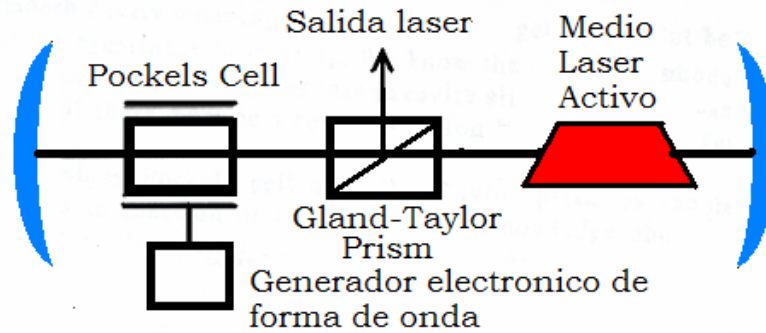


Fig. 4.31 Sistema Láser con acoplador de transmisión variable , bombeo pulsado.

Donde la reflectividad de los espejos es cien por ciento y el sistema de la celda Pockels, junto con el prisma remplazan el espejo de salida del resonador, el comportamiento es de un espejo con transmisión variable, el block ilustrado en la figura 4.31 como “*generador electrónico de forma de onda*”, es una parte muy importante del sistema y es el que genera y aplica la señal eléctrica a la celda Pockels. Si consideramos la celda Pockels y el prisma como una lente cuya transmisión es función del voltaje en dominio temporal aplicado a la celda Pockels, la relación entre transmitancia y voltaje viene dado por^{4.4}:

$$T(t) = \text{Sin}^2(2\alpha) \text{Sin}^2\left(\frac{n_0^3 \gamma_{63} V(t)}{\lambda_0}\right) \quad (4.39)$$

donde: $V(t)$, es el voltaje aplicado a la celda Pockels, $T(t)$ es el coeficiente de transmisión para la lente Pockels –Glan, λ_0 es la longitud de la luz láser y n_0^3 , γ_{63} , constantes del cristal. La obtención de la función de transmisión no ha sido obtenida. Usando 4.39 podemos encontrar la función de en el dominio temporal de $V(t)$ que dependa de $T(t)$.

$$V(t) = \left(\frac{\lambda_0}{n_0^3 \gamma_{63}}\right) \arcsin\left[\frac{\sqrt{T(t)}}{\text{sin}(2\alpha)}\right] \quad (4.40)$$

La ecuación 4.38 la podemos describir de la siguiente manera :

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{c\sigma_l N_i e^{-E} \varphi}{l_o} - \frac{c \left[L - \ln \left(1 - \sin^2(2\alpha) \sin^2 \left(\frac{n_0^3 \gamma_{63} V(t)}{\lambda_0} \right) \right) \right] \varphi}{2l_o} \quad (4.41)$$

$$\frac{dE}{dt} = \gamma \sigma c \varphi \quad (4.42)$$

la ecuación 4.41 relaciona el voltaje aplicado a la celda Pockels y la densidad de fotones intracavidad y junto con la ecuación 4.42, conforma un sistema de ecuaciones no lineales acopladas y para cualquier forma de funcional de voltaje aplicado encontraremos la forma que adquiere la densidad de fotones intracavidad.

BIBLIOGRAFÍA CAPÍTULO 4

- [4.1] I. W. Mackintosh , “**Double etalon Q-Switching of a Continuously Pumped Nd/YAG Laser**”, APPLIED OPTICS, Vol. 8, No. 10.
- [4.2].- Jhon J. Degnan, “**Theory of the optimally coupled Q- Switched Laser**”., IEEE, J. Quantum Electron, Vol. 25, pp 214- 220, 1989
- [4.3] J.H. Garcia Lopez, V. Aboites, A.V.Kiryanov, M.J. Damzen, A. Minassian, “**High repetition rate Q-Switching of high power Nd:YVO₄ slab laser**”, Optics Communications 218 ,2003 pp 155-160.
- [4.4] M. C. Teich, B. E. A. Saleh, “**Fundamentals of Photonics**”, Wiley Interscience, capítulo 18, 1991

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

5.1 CONCLUSIONES

Los objetivos que se buscaron al inicio del presente trabajo fueron: i) Desarrollar o investigar un modelo matemático para un láser de estado sólido en el régimen pulsado e investigar mediante técnicas de simulación numéricas, como el cambio en algunos parámetros espectroscópicos en el medio activo láser afectan las características importantes del pulso generado en láseres de estado sólido con bombeo pulsado. ii) Realizar un estudio sobre cómo una forma de modulación (*no establecida y arbitraria*) de las pérdidas de la cavidad puede afectar la forma del pulso generado, de manera que la densidad de fotones interna multiplicada por la reflectividad del acoplador de salida resulte una constante, la pérdida en la cavidad es introducida con un acoplador con reflectividad variable.

Como conclusiones de este trabajo se mencionan que la simulación numérica nos permiten estudiar un sistema láser y experimentar con determinados parámetros, que en un experimento real son difíciles de manipular. La validación del modelo matemático del sistema láser con datos experimentales reales publicados es algo difícil de realizar debido a que no todos los parámetros son publicados (*tales como longitud del medio activo, volumen de bombeo etc*). Además de que hay parámetros espectroscópicos en materiales láseres que no son conocidos con mucha precisión y tiene un efecto significativo en la operación de un láser en el régimen pulsado, por ejemplo la sección eficaz de emisión estimulada en 1.064 μm en Nd:YAG que tiene una variación de alrededor de un orden de magnitud. Otro parámetro que afecta considerablemente el pulso láser son las constantes de ocupación de población de Boltzman (*fa, fb*) y que se consideran parámetros muy importantes. Otro factor que influye es la eficiencia de fluorescencia, este es un parámetro clave, ya que es directamente proporcional a la energía que el medio activo láser puede almacenar.

Entre mayor eficiencia de fluorescencia posea el medio activo mejor candidato es para trabajar en el régimen de conmutación Q. El modelo es bastante sensible a la sección eficaz de emisión estimulada que es empleada, al el factor de ocupación de población de Boltzman, y al factor de reducción de inversión (*Reduction inversion factor*) que puede variar entre cero y dos. La mezcla de estos tres factores ocasiona disparidad entre resultados experimentales y resultados simulados numéricamente principalmente en la energía y duración del pulso. Otro de estos parámetros que afecta considerablemente es la inversión inicial, el error en el valor del calculo de la inversión inicial, ocasiona errores en cálculo de los parámetros. La incertidumbre en los parámetros espectroscópicos del medio activo y en general del sistema láser completo hace difícil que el modelo numérico láser funcione adecuadamente. A pesar de estos inconvenientes consideramos que la simulación numérica predice con buena aproximación los parámetros del pulso láser para los diferentes medios activos láser. Se considera que la mejor forma para evitar o disminuir incertidumbres en los parámetros de entrada a las ecuaciones, es la realización de un experimento de laboratorio que paralelamente sea desarrollado con el trabajo numérico.

La conclusión para la simulación numérica del láser con bombeo continuo y acoplador con reflectividad variable es que la conmutación de Q (Q-switching), de un láser de estado sólido usando el interferómetro Fabry Perot. es posible, en el caso de que se use un interruptor Q interno para realizar la conmutación, se puede optimizar la energía de salida, cambiando la reflectividad del acoplador de salida, esta optimización se puede realizar incluso en un láser en régimen continuo.

La forma de modulación de la reflectividad de este acoplador es una parte importante y como ya se vio afecta considerablemente la forma del pulso. La forma de modulación de las perdidas en la cavidad para generar el pulso cuadrado en el láser fue encontrada, el pulso cuadrado interno si se generó y esto vislumbra la posibilidad de seguir trabajando en esa dirección. Además de que se comprobó como la densidad de fotones interna es muy sensible a los cambios dinámicos de la reflectividad en el acoplador de salida.

5.2 TRABAJO FUTURO

Durante el desarrollo del trabajo surgen cuestiones que implican, antes que todo la realización de un experimento de laboratorio con el fin de corroborar físicamente el comportamiento temporal de algunas variables del sistema láser, de esta forma se ayudara a contestar las interrogantes que en la simulación numérica no son tangibles o que surgieron durante el desarrollo de este trabajo. Acerca de las simulaciones numéricas todavía hay mucho trabajo por realizar; como el desarrollo de una interfaz gráfica (*C++ software completo, para láseres de estado sólido*) que permita la interacción del usuario de una manera eficaz y también la exploración de cambios de constantes en el modelo matemático que representa al sistema láser.

Sobre el modelo matemático usado para la descripción del sistema láser bajo la aproximación de las ecuaciones de razón. Se pueden incluir las variaciones de las densidades espacio-temporales del bombeo y de la inversión de población especialmente si estos sistemas son bombeados por diodo láser esto permitirá realizar un estudio de cómo afectan el volumen de modo y el volumen de bombeo, a los parámetros láser. Y también incluir los efectos del tiempo de vida medio finito del nivel láser inferior conocido como: “bottlenecking” o eficiencia de extracción, ya que este es ignorado y siempre se considera infinitamente rápido y como puede esto afectar a los parámetros láser. El Efecto térmico (*lente térmica*) y la transferencia de energía hacia arriba, ETU (*Energy transfer up conversión*). Son otros factores que pueden incluirse.

En el sistema láser con acoplador de reflectividad variable, el primer trabajo a futuro es la solución de las ecuaciones 4.41 y 4.42, donde el acoplador de salida lo compone una celda Pockels y un prisma, y es para un sistema con bombeo pulsado, la solución a esta ecuación es con las condiciones impuestas se espera en que la solución entregué por resultado como debe de variar el voltaje aplicado a la celda Pockels para obtener un pulso cuadrado a su salida y la investigación; de sí la energía es almacenada en el medio activo, en forma de inversión de población o si esta es almacenada en la cavidad en forma de onda estacionaria (*campo electromagnético*). Por supuesto la

investigación más profunda con el acoplador de reflectividad variable Fabry-Perot sobre la posibilidad de generación de pulsos con una distribución de energía uniforme en toda la duración del pulso, es decir constante en un determinado lapso de tiempo, y por que no usar absorbedor saturable o combinación de ambos para la posibilidad de modificación de la forma del pulso (*el absorbedor se hace transparente siguiendo una curva S, la idea es modificar esta curva S*).

La posibilidad de incluir otro interruptor Q (*q-switch*) adicional interno o externo, al interruptor Q, con el objetivo de cortar el crecimiento exponencial y el decaimiento del pulso con el objeto de generar un pulso con distribución de energía uniforme en toda su duración es otro concepto que se puede explorar numéricamente. La cuestión es ¿De qué parámetros depende mas la forma del pulso?, Por ejemplo lo que es conocido en ingles como “*build up time*” y en español lo llamamos “tiempo de formación del pulso” y que tiene un crecimiento exponencial, es influenciado por el valor inicial de la densidad fotónica de la cavidad, la tasa de decaimiento del pulso láser (*cola*) es fuertemente influenciada por las perdidas en la cavidad láser, el ancho del pulso es proporcional a la longitud de la cavidad láser y también es afectado por la velocidad del interruptor Q. La posibilidad de la forma de modulación de las perdidas en la cavidad puede influenciar la forma del pulso, ¿Que forma deberá tener esta modulación y bajo que condiciones se puede aplicar para evitar la formación de pulsos adyacentes y modificar la forma del pulso a una forma plana?. El estudio de estos sistemas es posible resolviendo numéricamente el modelo.

Al fin el láser es un oscilador óptico y tiene analogía con un oscilador electrónico. El proceso de absorción de luz en la materia tiene una analogía con la potencia absorbida en un circuito RLC con alimentación de corriente alterna. Es un hecho que ambos presentan una curva Gausiana que describe como se comporta la absorción versus la frecuencia (*son iguales*). La conmutación Q en láseres tiene su analogía electrónica con el sistema de radar para generar pulso en radio frecuencia. Como podemos ver ambos sistemas están plagados de similitudes. Feynman dijo que “*la forma de las ecuaciones es la misma, los fenómenos que describen son diferentes*”. Es muy bien conocido que un oscilador electrónico puede generar una gran cantidad de formas de

onda en corriente y voltaje, y ¿un oscilador óptico?, ¿Cuáles pueden ser sus limitantes para generar diferentes formas de pulsos?, Por supuesto la intensidad máxima que se puede generar tiene un límite teórico y la demanda de un ancho de banda es mayor en el medio activo si se quieren generar pulsos más cortos pero también hay un límite. Y ¿la forma del pulso?, ¿No habrá otra analogía con un oscilador electrónico?.

1 Apéndice A

En este apéndice se deducen las ecuaciones de conmutación Q activa considerando las variaciones espacio-temporales de la densidad de fotones intracavidad y de la inversion de población. Partimos de las ecuaciones de Degnan:¹

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\sigma l_m N \varphi}{t_r} - \frac{\varphi}{t_c} \quad (1)$$

$$\frac{dN}{dt} = -\gamma c \sigma N \varphi \quad (2)$$

Donde: σ es la sección eficaz de emisión estimulada, l_m la longitud del medio activo, N es la inversion de población en el nivel láser superior, φ es la densidad de fotones intracavidad, t_r es el tiempo de transito del foton en el resonador, t_c es el tiempo de vida del foton en el resonador.

La densidad fotónica viene dada por:

$$\varphi(r, t) = \varphi(0, t) e^{-\left(\frac{2r^2}{w^2 L}\right)} \quad (3)$$

Substituyendo ec. 3 en ec. 1 se obtiene la densidad fotonica intracavidad

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varphi(r, t)}{dt} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi(r, t)}{t_r} \left[\left\{ 2\sigma l_m N(r, t) - \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) + L \right] \right\} 2\pi r dr \right] \quad (4)$$

La ec. 2 la escribimos con la inversion y la densidad como funciones espacio-temporales

$$\frac{dN}{dt} = -\gamma \sigma c \varphi(r, t) N(r, t) \quad (5)$$

Separando la ec 5 obtenemos:

$$\frac{dN}{N(r, t)} = -\gamma \sigma c \varphi(r, t) dt \quad (6)$$

Integrando 6 obtenemos:

$$\int \frac{dN}{N(r, t)} = -\gamma \sigma c \int \varphi(r, t) dt + cons \quad (7)$$

$$\ln |N(r, t)| = -\gamma \sigma c \int^t \varphi(r, t) dt + cons \quad (8)$$

Aplicando exponencial a ambos lados de la ecuación 8 obtenemos:

$$N(r, t) = e^{[-\gamma \sigma c \int^t \varphi(r, t) dt + cons]}$$

$$N(r, t) = ke^{[-\gamma\sigma c \int^t \varphi(r, t) dt]} \quad (9)$$

Con $t=0$ en 9

$$N(r, 0) = k \quad (10)$$

usando la definicion de

$$N(r, 0) = N(0, 0) e^{-\left(\frac{2r^2}{w^2 P}\right)} \quad (11)$$

substituyendo 11 en 10 obtenemos el valor de k y este lo substituímos en 9 para obtener:

$$N(r, t) = N(0, 0) e^{-\left(\frac{2r^2}{w^2 P}\right)} e^{[-\gamma\sigma c \int^t \varphi(r, t) dt]} \quad (12)$$

Substituyendo la ecuación 12 en 4 se consigue la expresion

$$\int^{\infty} \frac{d\varphi(0, t)}{dt} = \int^{\infty} \frac{\varphi(0, t)}{t_r} \left[2\sigma l_m \left\{ \left[N(0, 0) e^{-\left(\frac{2r^2}{w^2 P}\right)} e^{[-\gamma\sigma c \int^t \varphi(r, t) dt]} \right] - \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) + L \right] \right\} 2\pi r dr \right] \quad (13)$$

Tomamos la ecuación 3 y la substituímos en 13 para obtener:

$$\begin{aligned} \int^{\infty} \frac{d\varphi(0, t)}{dt} e^{-\left(\frac{2r^2}{w^2 L}\right)} 2\pi r dr &= \int^{\infty} \frac{\varphi(0, t)}{t_r} e^{-\left(\frac{2r^2}{w^2 L}\right)} \left\{ 2\sigma l_m N(0, 0) e^{-\left(\frac{2r^2}{w^2 P}\right)} e^{-\gamma\sigma c \int^t \varphi(0, t) dt} e^{-\left(\frac{2r^2}{w^2 L}\right)} 2\pi r dr \right. \\ &\quad \left. \dots - \int^{\infty} \frac{\varphi(0, t)}{t_r} e^{-\left(\frac{2r^2}{w^2 L}\right)} \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) + L \right] 2\pi r dr \right\} \end{aligned}$$

Sacando los terminos que no son integrables:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi(0, t)}{dt} \int^{\infty} e^{-\left(\frac{2r^2}{w^2 L}\right)} 2\pi r dr &= \frac{2\sigma l_m N(0, 0) \varphi(0, t)}{t_r} \int^{\infty} e^{-\left(\frac{2r^2}{w^2 L} + \frac{2r^2}{w^2 P}\right)} \left\{ e^{-\gamma\sigma c \int^t \varphi(0, t) dt} e^{-\left(\frac{2r^2}{w^2 L}\right)} 2\pi r dr \right\} \\ &\quad \dots - \frac{\varphi(0, t)}{t_r} \int^{\infty} e^{-\left(\frac{2r^2}{w^2 L}\right)} 2\pi r dr \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) + L \right] \end{aligned}$$

Evaluando la integral :

$$\int^{\infty} e^{-\left(\frac{2r^2}{w^2 L}\right)} 2\pi r dr = \frac{\pi w^2 L}{2} \quad (16)$$

Substituyendo el valor de la ecuacion 16 en la ecuacion 15 obtenemos:

$$\left[\frac{\pi w_L^2}{2} \right] \frac{d\varphi(0,t)}{dt} = \frac{2\sigma l_m \pi N(0,0) \varphi(0,t)}{t_r} \int^\infty e^{-\left(\frac{2r^2}{w_L^2} + \frac{2r^2}{w_P^2}\right)} \left\{ e^{-\gamma \sigma c \int^t \varphi(o,t) dt} e^{\left(-\frac{2r^2}{w_L^2}\right)} 2r dr \right\} \quad (17)$$

$$\dots \frac{\varphi(0,t)}{t_r} \left[\frac{\pi w_L^2}{2} \right] \cdot \left[\ln \left(\frac{1}{R} \right) + L \right]$$

Despejando solo variacion de fotones intracavidad tenemos la ecuacion basica que describe la densidad de fotones intracavidad

$$\frac{d\varphi(0,t)}{dt} = \frac{4\sigma l_m N(0,0) \varphi(0,t)}{t_r w_L^2} \int^\infty e^{-\left(\frac{2r^2}{w_L^2} + \frac{2r^2}{w_P^2}\right)} \left\{ e^{-\gamma \sigma c \int^t \varphi(o,t) dt} e^{\left(-\frac{2r^2}{w_L^2}\right)} 2r dr \right\} \quad (18)$$

$$\dots \frac{\varphi(0,t)}{t_r} \cdot \left[\ln \left(\frac{1}{R} \right) + L \right]$$

Si ponemos el primer miembro de la ecuacion 18 igual a cero y t=0

$$0 = \frac{4\sigma l_m N(0,0) \varphi(0,t)}{t_r w_L^2} \int^\infty e^{-\left(\frac{2r^2}{w_L^2} + \frac{2r^2}{w_P^2}\right)} \left\{ e^{-\gamma \sigma c \int^t \varphi(o,t) dt} e^{\left(-\frac{2r^2}{w_L^2}\right)} 2r dr \right\} \quad (19)$$

$$\dots \frac{\varphi(0,t)}{t_r} \cdot \left[\ln \left(\frac{1}{R} \right) + L \right]$$

$$0 = \frac{4\sigma l_m N(0,0) \varphi(0,t)}{t_r} \int^\infty e^{-2r^2 \left(\frac{1}{w_L^2} + \frac{1}{w_P^2} \right)} \{2r dr\} - \dots \quad (20)$$

$$\dots \frac{\varphi(0,t)}{t_r} \cdot \left[\ln \left(\frac{1}{R} \right) + L \right]$$

$$N(0,0) \int^\infty e^{-2r^2 \left(\frac{1}{w_L^2} + \frac{1}{w_P^2} \right)} \{2r dr\} = \frac{w_L^2}{4\sigma l_m} \left[\ln \left(\frac{1}{R} \right) + L \right] \quad (21)$$

Evaluando la integral

$$\int^\infty e^{-2r^2 \left(\frac{1}{w_L^2} + \frac{1}{w_P^2} \right)} \{2r dr\} = \quad (22)$$

$$U = e^{-2r^2 \left(\frac{1}{w_L^2} + \frac{1}{w_P^2} \right)} \quad (23)$$

$$dU = - \left(\frac{1}{w_L^2} + \frac{1}{w_P^2} \right) 4r \cdot dr \quad (24)$$

$$\int_0^\infty e^{-2r^2 \left(\frac{1}{w_L^2} + \frac{1}{w_P^2} \right)} \{2r dr\} = \left[\frac{e^{-2r^2 \left(\frac{1}{w_L^2} + \frac{1}{w_P^2} \right)}}{-2 \left(\frac{1}{w_L^2} + \frac{1}{w_P^2} \right)} \right]_0^\infty \quad (25)$$

$$\int_0^\infty e^{-2r^2 \left(\frac{1}{w_L^2} + \frac{1}{w_P^2} \right)} \{2r dr\} = \frac{1}{2 \left(\frac{1}{w_L^2} + \frac{1}{w_P^2} \right)} \quad (26)$$

Substituyendo el valor de la ecuacion 26 en 21 obtenemos:

$$N(0,0) \left[\frac{1}{2 \left(\frac{1}{w_L^2} + \frac{1}{w_P^2} \right)} \right] = \frac{w_L^2}{4\sigma l_m} \left[\ln \left(\frac{1}{R} \right) + L \right] \quad (27)$$

$$N(0,0) = \frac{2 \left(\frac{1}{w_L^2} + \frac{1}{w_P^2} \right) w_L^2}{4\sigma l_m} \left[\ln \left(\frac{1}{R} \right) + L \right] \quad (28)$$

La inversion de poblacion en el umbral se expresa como:

$$N(0,0)_{threshold} = \frac{\left(1 + \frac{w_L^2}{w_P^2} \right) \left[\ln \left(\frac{1}{R} \right) + L \right]}{2\sigma l_m} \quad (29)$$

Si se introducen tiempo normalizado τ , densidad de fotones normalizado $\Phi(r, \tau)$ y la densidad de inversion de poblacion normalizado $\Pi(r, \tau)$ de la siguiente manera:

$$\tau = \frac{t}{t_r} \left[\ln \left(\frac{1}{R} \right) + L \right] \quad (30)$$

$$\Phi(r, \tau) = \frac{\varphi(0, t)}{\frac{\left[\ln \left(\frac{1}{R} \right) + L \right]}{2\gamma\sigma l}} \quad (31)$$

$$\Pi(r, \tau) = \frac{N(r, t)}{N(r, t)_{threshold}} \quad (32)$$

Substituyendo ecuaciones 30 y 32 en 18obtenemos la ecuacion diferencial que describe la densidad de fotones normalizado con el tiempo normalizado expresada en la ecuaciones 33, 34 y 35

$$\frac{d\Phi(r, \tau)}{d\tau} = \Phi(r, \tau) \Pi(r, \tau) \int_0^1 e^{\{-\int^\tau \Phi(r, \tau) d\tau \cdot y^\beta\}} dy - \Phi(0, \tau) \quad (33)$$

donde

$$y = \left[-2r^2 \left(\frac{1}{w_L^2} + \frac{1}{w_P^2} \right) \right] \quad (34)$$

$$\beta = \frac{1}{\left(1 + \frac{w_L^2}{w_P^2}\right)} \quad (35)$$

En el caso de $w_L^2 \gg w_P^2$ la ecuación 33 se puede expresar como:

$$\frac{d\Phi(r, \tau)}{d\tau} = \Phi(r, \tau) \Pi(r, \tau) e^{-A} - \Phi(0, \tau) \quad (36)$$

En el caso de $w_L^2 \ll w_P^2$ la ecuación 33 s e puede expresar como:

$$\frac{d\Phi(r, \tau)}{d\tau} = \Phi(r, \tau) \Pi(r, \tau) \frac{2}{A} \left[\frac{1 - e^{-A}}{A} - e^{-A} \right] - \Phi(0, \tau) \quad (37)$$

El caso de $w_L^2 = w_P^2$ la ecuación 33 s e puede expresar como:

$$\frac{d\Phi(r, \tau)}{d\tau} = \Phi(r, \tau) \Pi(r, \tau) \frac{2}{A} \left[\frac{1 - e^{-A}}{A} \right] - \Phi(0, \tau) \quad (38)$$

Donde :

$$A = \int^{\tau} \Phi(r, \tau) d\tau \quad (39)$$

El conjunto de ecuaciones² 36, 37, 38, y 39, describen al láser considerando las variación de densidades de inversion de poblacion en el nivel láser superior y densidad fotónica dentro de la caviidad láser.

Bibliografía:

- [1] Xiang Zhiang, et al "Modeling of Diode Pumped Activley Q-Switched Laser" IEEE Dec. 1999, pag. 1912
- [2] John J. Degnan, "Theory of the optimally coupled Q- Switched Laser"., IEEE, J. Quantum Electron, Vol. 25, pp 214- 220, 1989.

APÉNDICE B

PROGRAMAS REALIZADOS EN MATLAB PARA LÁSER DE ESTADO SÓLIDO

```
clear all;
close all;
clear global;
clc
%-----
%-----CONSTANTES -----
%-----
c=3e10;          %velocidad de luz..... cm/s
h=6.62e-34;     %constante de planck..... J.s

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Xp=8.08e-5      %longitud de onda bombeo.....cm
Xl=1.064e-4    %longitud de onda lase.....cm
LENGTH_MEDIUM=2 %longitud del medio activo.....cm
HIGH_MEDIUM=.1 %altura del medio activo.....cm
TAU=98e-6      %tiempo de vida media del laseo.....s
TOTAL_DENSITY_IONES=1.37e20 %total numero de iones activos.iones/cm^3
INDEX_REFRACTION=1.95 %indice de refraccion.....Adi
LENGTH_CAVITY=37.5 %longitud de la cavidad.....cm
SECS=1.56E-18;%25e-19;%1.56E-18 %Stimulated emission cross section...cm^2
SEAS=2.7E-19   %Stimulated absortion cross section.cm^2
POWER_PUMP=30  %potencia de bombeo.....Watts
L=.01         %perdidas por difraccion.....
MIRROR_REFLECTIVITY=.25 %Reflectividad del espejo salida....Adim
WPUMP=100E-4
SPONTANEOUS_EMISION_FACTOR=1e-10 %

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
ROUND_TRIP_TIME=[ 2*(LENGTH_CAVITY+LENGTH_MEDIUM*(INDEX_REFRACTION-1))]/c
LASER_PHOTON_ENERGY=(h*c)/Xl
PUMP_PHOTON_ENERGY=(h*c)/Xp
QUANTUM_EFICIENCY=Xp/Xl
SPUMP=pi*[(WPUMP^2)/2]
VOLUME_PUMPED=SPUMP*LENGTH_MEDIUM
RATE_PUMPING=POWER_PUMP/(TOTAL_DENSITY_IONES*PUMP_PHOTON_ENERGY...
    *VOLUME_PUMPED*QUANTUM_EFICIENCY)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
PARAMETROS DE NORMALIZACION %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
n=.01 % entero numero real no negativo
A=[ (SPONTANEOUS_EMISION_FACTOR)*c*TAU]/(2*LENGTH_MEDIUM)]*n
B=[ (TAU)/ROUND_TRIP_TIME]*n
Lo=L+log(1/MIRROR_REFLECTIVITY)
OMEGA=(RATE_PUMPING)*TAU
Z=[ 2*(TOTAL_DENSITY_IONES)*(SECS)*(LENGTH_MEDIUM)]*n
Zo=[ 2*(TOTAL_DENSITY_IONES)*(SECS)*(LENGTH_MEDIUM)]
DELTA=OMEGA*Z
INVERTION_THRESOLD_NORMALIZED=Lo
```



```
RATE_PUMP_THRESOLD=INVERTION_THRESOLD_NORMALIZED/[ (Zo-  
INVERTION_THRESOLD_NORMALIZED)*TAU]  
PUMP_POWER_THRESOLD=(RATE_PUMP_THRESOLD)*(TOTAL_DENSITY_IONES)*(PUMP_PHOTON_ENE  
RGY)...  
*(VOLUME_PUMPED)*(QUANTUM_EFICIENCY)  
Qo=((OMEGA*Zo)+INVERTION_THRESOLD_NORMALIZED*(OMEGA+1))/INVERTION_THRESOLD_NORM  
ALIZED  
No=Lo  
POWER_PUMP  
MAX=POWER_PUMP/PUMP_POWER_THRESOLD  
  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
tic;  
%options = odeset('InitialStep',1e-9,'Stats','on','AbsTol',1e-  
12,'Refine',4,'MaxStep',1e-3)  
  
[t,y]=ode45('Ecdndt1',[0 20],[0 0],[],n,A,B,Lo,OMEGA,Z,DELTA);  
  
des=input('normalized=1 not normalized=0');  
if des==1  
figure  
plot(t,y(:,1));  
title('Inversion')  
zoom on  
figure  
plot(t,y(:,2));  
%-title('Densidad fotones')  
zoom on  
figure  
plot(y(:,1),y(:,2));  
title('Inversion vs Fotones')  
else  
%-----  
%NOT NORMALIZED  
figure  
NN=1.6025e17.*(y(:,1));  
FF=2.1803e11.*(y(:,2));  
plot(t,NN);  
title('Inversion')  
zoom on  
figure  
plot(t,FF);  
title('Densidad fotones')  
zoom on  
figure  
plot(NN,FF);  
title('Inversion vs Fotones')  
end  
R=.25  
trr=2.62e-9  
POTENCIA_DE_SALIDA=[(2.1803e11)*[(6.62e-34)*(3e10)/(1.064e-4)]*log(1/R)]/trr  
time_taken=toc  
  
function dy=Ecdndt(t,y,flag,n,A,B,Lo,OMEGA,Z,DELTA);  
dy=zeros(2,1);  
reflectividad=.25;  
L=log(1/reflectividad)+.001;
```



```
ll=10*sawtooth(4*pi*t);
L=7.5e-3+(10*(exp(-.01*ll)/(1+exp(-2*ll)^2)));
L=1.3963;
Lo=(2*(square(2*t)+1))+1.4;
dy(1)=DELTA-[n*(y(1)*y(2))]-[(y(1))*n*(OMEGA+1)];

dy(2)=(A*y(1))+(B*y(2)*(y(1)-Lo));
```

PROGRAMA PARA BOMBEO PULSADO

```
%-----%
%-----BOMBEO PULSADO-----%
%-----%

clear all

%CENTRO DE INVESTIGACIONES EN OPTICA A.C.
%PROGRAMA PARA LASERES DE ESTADO SOLIDO Q-SWITCHED BOMBEO PULSADO
%$ Jose Luis Cabellos Quiroz
%LASERES
%version 1.0
%-----En las Graficas-----%
GROSOR_LINE=2.5
%-----%

%YAG 6.5e-19, 230e-6
%YLF 1.8e-19, 480e-6
%IVO 25e-19, 98e-6
time_inte=1800e-9
SECS=6.5e-19 %25e-19 %6.5e-19
Tspn=230e-6%98e-6%230e-6
Tp=150e-6

VEL_LUZ=3e10 %VELOCIDAD DE LA LUZ
PLANCK=6.62e-34 %CONSTANTE DE PLANCK

%-----%PARAMETROS DE ENTRADA-----%
AREA=.34^2
REFLECTIVIDAD=.40 %REFLECTIVIDAD DEL ACOPLADOR DE SALIDA
LOSS=9 %PERDIDAS NO UTILES
LONG_MEDIO=6.1 %LONGITUD DEL MEDIO ACTIVO
%INVERSION_INICIAL=4.1e17
LONG_FISICA_CAVIDAD=42.185 %LONGITUD FISICA DE LA CAVIDAAD
INDICE=1.85 %INDICE DE REFRACION DEL MEDIO ACTIVO
LONG_OPTICA_CAVIDAD=LONG_FISICA_CAVIDAD-LONG_MEDIO*(INDICE-1)% LONG...
%OPTICA DE LA CAVIDAD
%SECS=1.8e-19 %25e-19 %6.5e-19 %SECCION EFICAZ DE EMISION
ESTIMULADA(CRITICO)
LONG_BOMBEO=8.08e-5 %LONG. BOMBEO
LONG_LASEO=1.064e-4 %LONG. LASEO

%-----VARIABLES-----
FRECUENCIA_LASEO=VEL_LUZ/LONG_LASEO %FRECUENCIA DE LASEO
FRECUENCIA_BOMBEO=VEL_LUZ/LONG_BOMBEO %FRECUENCIA DE BOMBEO
tr=(2*(LONG_OPTICA_CAVIDAD))/(VEL_LUZ)%TIEMPO DE TRANSITO
```

```

Nth=[log(1/REFLECTIVIDAD)+LOSS]/(2*SECS*LONG_MEDIO) %INVERSION UMBRAL
tc=tr/[log(1/REFLECTIVIDAD)+LOSS] %TIEMPO FOTON DENTRO
%CAVIDAD
P_NORMALIZA_DENSITY=(1/(VEL_LUZ*SECS*tc)) %CONS. NORMALIZACION
P_NORMALIZA_INVERSION=(1/(2*SECS*LONG_MEDIO)) %CONS. NORMALIZACION
QUANTUM_EFICIENCY=LONG_BOMBEO/LONG_LASEO %EFICIENCIA CUANTICA
%-----CALCULO DE LA ENERGIA ALMACENADO-----%
%Tspon=480e-6%98e-6%230e-6 %TIEMPO FLOURECENCIA NIVEL LASER SPERIOR ND:YAG
P=1760 %POTENCIA DE BOMBEO DE LA MATRIZ DE DIODOS LASER
%Tp=250e-6 %TIEMPO DE BOMBEO
E=P*Tp %ENERGIA DE BOMBEO
ABSORCION_EFICIENCY=.9; %COEFICIENTE DE ABSORCION
OPTICAL_COUPLING_EFICIENCY=.9; %EFICIENCIA DE ACOPLAMIENTO OPTICO
VOLUME_PUMPED=.59 %VOLUMNE BOMBEADO (muy critico)
QUANTUM_EFICIENCY=0.965
fa=.41 %FACTOR DE TERMALIZACION (DEGNAN)
IRF=.88 %INVERSE REDUCTION FACTOR(DEGNAN)
%-----TIEMPO DE INTEGRACION-----%
time_int=350e-9
%-----%

FLORECENCIA_EFICIENCIA=(Tspon/Tp)*(1-exp(-(Tp/Tspon))) %(IMPORTANTE)
E_SOTRED=E*(ABSORCION_EFICIENCY)*(OPTICAL_COUPLING_EFICIENCY)...
*(QUANTUM_EFICIENCY)*(FLORECENCIA_EFICIENCIA) % ENERGIA ALMACENADA EN EL
%MEDIO
INVERSION_INICIAL=fa*...
(E_SOTRED/(PLANCK*FRECUENCIA_BOMBEO*VOLUME_PUMPED))%INVERSION INICIAL (MUY
%CRITICO)
DI=1e-20 %1e-15 % DENSIDAD FOTONICA INICIAL
lm=LONG_MEDIO
[t,y]=ode45('Afzaldi',[0 time_inte],[INVERSION_INICIAL
DI],[],lm,SECS,IRF,LOSS,tr,REFLECTIVIDAD);

%-----DENSIDAD_NORMALIZADA-----%
F=(y(:,2))./(P_NORMALIZA_DENSITY);
T=t./(tc);
hold on
grid on
g2=plot(T,F,'k');
set(g2,'Linewidth',[GROSOR_LINE]);
title('DENSIDAD FOTONES')
xlabel('Tiempo,Normalizado')
ylabel('Densidad fotonica,cm-3')
zoom on
%-----INVERSION DE POBLACION-----%
FD=(y(:,1))./(P_NORMALIZA_INVERSION);
figure
hold on
grid on
g3=plot(T,FD,'k');
set(g3,'Linewidth',[GROSOR_LINE]);
title('INVERSION DE POBLACION')
xlabel('Tiempo,Normalizado')
ylabel('Inversion de poblacion')
zoom on
%*****CALCULO DE LA ENERGIA DEL PULSO*****
    
```



```
AREA_UNDER_CURVE=trapz(T,F)      %AREA BAJO LA CURVA
ENERGIA=(AREA_UNDER_CURVE)*[(PLANCK*FRECUENCIA_LASEO)/(2*SECS)]*(AREA)*log(1/REFLECTIVIDAD);
ENERGIA_PULSO=ENERGIA
FACTOR=(log(1/REFLECTIVIDAD))*(INVERSION_INICIAL-
Nth*(1+log(Nth/INVERSION_INICIAL)));
POTENCIA_PICO((((PLANCK)*(FRECUENCIA_LASEO))*(LONG_MEDIO)*(AREA))/(.87*tr))*2
4*FACTOR
% USAR .28 COMO FACTOR PARA VALOR DE ANCHO DE LA GRAFICA
ANCHO_PULSO=ENERGIA/POTENCIA_PICO
INVERSION_INICIAL
E_SOTRED
FLORECENCIA_EFICIENCIA
%-----SALVAR PARA ABRIR CON ORIGIN-----
save C:\PULSE\A.txt T -ascii save C:\PULSE\B.txt F -ascii

%-----%
%-----FIN DE BOMBEO PULSADO-----%
%-----%

clear all
%Programa Q-Switched solid state laser
% CENTRO DE INVESTIGACIONES EN OPTICA
% AGOSTO 2004
% Jose Luis Cabellos Quiroz
% Version 1.1
tic;          %tomar tiempo
PPOWER=30;
E_PHOTON_PUMP=2.45e-19;
TOTAL_IONES=1.37e20;
Rp=PPOWER/(TOTAL_IONES*E_PHOTON_PUMP*2.38e-4)

options = odeset('InitialStep',1e-9,'Stats','on','AbsTol'...
,1e-12,'Refine',4,'MaxStep',1e-3)
[t,y]=ode45('Ecdndt1',[0 20],[0 0],options);
figure
SSS=y(:,2);
%%%%%%%%%%%%%%
plot(t,y(:,1),'k');
title('INVERSION DE POBLACION')
xlabel('Tiempo Normalizado')
ylabel('Densidad de Inversion de Poblacion')
%set(G1,'Linewidth',[2])
zoom on
%%%%%%%%%%%%%%
figure
plot(t,y(:,2),'k');
title('DENSIDAD DE FOTONES INTRACAVIDAD')
xlabel('Tiempo Normalizado')
ylabel('Densidad de fotones intracavidad')
%set(G2,'Linewidth',[2])
zoom on
%%%%%%%%%%%%%%
figure
plot(y(:,1),y(:,2),'k');
```

```
title('Inversion vs Fotones')
%set(G3,'Linewidth',[2])
%-----%
R=.65
perdidas_difraccion=.001;
%-----%
MO=10*sawtooth(4*pi.*t);
%L=7.5e-3+(10.*(exp(-.01*MO)./(1+exp(-2*MO).^2)));
%L=.65-.65*exp(perdidas_difraccion-13e-3-(15.*(exp(-.5.*MO)./(1+exp(-
2.2*MO).^2)));%PARA PULSO
%CUADRADO INTRACAVIDAD
L=1-1*exp(perdidas_difraccion-3.5e-2-(10.*(exp(-3.1.*MO)./(1+exp(-
2*MO).^2)));%PARA...
%PULSO POR EL PRISMA
LL=acos((sqrt(1./L))./5.5);
figure
G7=plot(t,LL,'k')
set(G7,'Linewidth',[2])
title('DISTANCIA')
xlabel('tiempo')
ylabel('Distancia de Separacion F.P. u.a.')
zoom on

LONGITUD_L=length(L)
LONGSSS=length(SSS)

PULSILLO=L.*SSS;
figure
plot(t,PULSILLO,'k')
title('FORMA DEL PULSO SALIDA PRISMA')
xlabel('Tiempo Normalizado')
ylabel('Densidad fotonica Salida Prisma')
%set(G4,'Linewidth',[2])
zoom on

figure
plot(t,L,'k')
title('TRANSMITANCIA')
xlabel('Tiempo Normalizado')
ylabel('Transmitancia')
%set(G5,'Linewidth',[2])
zoom on
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
FO=y(:,2)./5e4;
PU=PULSILLO./6000;
figure
plot(t,y(:,1),t,L,t,FO,t,PU) xlabel('Tiempo Normalizado')
%set(G6,'Linewidth',[2])
zoom on

FA=(.65).*y(:,2)./5e4;
figure
plot(t,FA,'k')
title('DENSIDAD DE FOTONES DE SALIDA')
xlabel('Tiempo Normalizado')
%set(G7,'Linewidth',[2])
zoom on
```




```
figure
tt=t.*98e-6*.01;
plot(tt,y(:,2))
zoom on
time_taken=toc
longt=length(t)

% pulso cuadrado
function dy=Ecdndt(t,y);
L=1.39;
dy=zeros(2,1);
R=.65; %Reflectividad del acoplador de salida
perdidas_difraccion=.001;
%L=log(1/reflectividad)+perdidas_difraccion; %USANDO REFLECTIVIDAD
%L=perdidas_difraccion-log(1-transmitancia); %USANDO TRANSMITANCIA
%y(2) Es la densidad de fotones %DENSIDAD DE FOTONES
INTRACAVIDAD
%y(1) Es la inversion de poblacion %INVERSION DE POBLACION
M=10*sawtooth(4*pi*t);
%transmitancia=R-R*exp(perdidas_difraccion-13e-3-...
%(15*(exp(-.5*M)/(1+exp(-2.2*M)^2)))));
transmitancia=1-exp(perdidas_difraccion-3.5e-2-...
(10*(exp(-3.1*M)/(1+exp(-2*M)^2))))); %Pulso cuadrado en prisma
%-----%
%-----ECUACIONES DIFERENCIALES NORMALIZADAS-----%
%-----%
dy(1)=3.128560-.010*(y(1)*y(2))-(.013660*y(1));
dy(2)=(7.35e-7*y(1))+(3.7310e2*y(2)*(y(1)-...
[perdidas_difraccion-log(1-transmitancia)]));
%dy(2)=(7.35e-7*y(1))+(3.7310e2*y(2)*(y(1)-L));%Modo Continuo
%-----%
%-----%
```

APÉNDICE C

VALORES ESPECTROSCÓPICOS USADOS EN EL MEDIO ACTIVO LÁSER

Longitud de onda de Laseo	914nm, 1064nm, 1342
Índice de refracción	Uniaxial positivo, $n_o=n_a=n_b$ $n_e=n_c$ $n_o=1.9573$, $n_e=2.1652$, @ 1064nm $n_o=1.9721$, $n_e=2.1858$, @ 808nm $n_o=2.0210$, $n_e=2.2560$, @ 532nm
Sección Eficaz de Emisión Estimulada	$25.0 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$, @ 1064 nm
Tiempo de vida medio florucencia	90 ms @ 808 nm
Eficiencia óptica con bombeo Por diodo Láser	>60%

 Tabla C1 Valores para el medio activo láser Nd:IVO₄.

Sección eficaz de emisión estimulada	$1.8 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$ (E c) at 1.047 μm $1.2 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$ (E \perp c) at 1.053 μm																		
Tiempo de vida espontáneo	485 μs for 1% Nd doping																		
Índice de refracción	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Wavelength (nm)</th> <th>n_e</th> <th>n_e</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>262</td> <td>1.485</td> <td>1.511</td> </tr> <tr> <td>350</td> <td>1.473</td> <td>1.491</td> </tr> <tr> <td>525</td> <td>1.456</td> <td>1.479</td> </tr> <tr> <td>1050</td> <td>1.448</td> <td>1.470</td> </tr> <tr> <td>2065</td> <td>1.442</td> <td>1.464</td> </tr> </tbody> </table>	Wavelength (nm)	n_e	n_e	262	1.485	1.511	350	1.473	1.491	525	1.456	1.479	1050	1.448	1.470	2065	1.442	1.464
Wavelength (nm)	n_e	n_e																	
262	1.485	1.511																	
350	1.473	1.491																	
525	1.456	1.479																	
1050	1.448	1.470																	
2065	1.442	1.464																	

Tabla C2 Valores para el medio activo láser Nd:YLF.

Longitud de onda de Laseo	1064 nm
Sección eficaz emisión estimulada	$6.5 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$
Long. De onda de bombeo	807.7nm

Tabla C3 Valores para el medio activo láser Nd:YAG.

APÉNDICE D

COMPARACIÓN ENTRE TEORIA CON RESULTADOS EXPERIMENTALES PUBLICADOS.

Se han seleccionado un láser con barra de Nd:YAG bombeado por diodo láser por las siguientes razones:

- a).-Nd:YAG es medio activo láser muy bien conocido.
- b).-El bombeo por diodo permite un calculo más exacto de la energía almacenada en el medio y por consiguiente un calculo de la inversión inicial más preciso este parámetro es fundamental para el calculo de energía potencia y tiempo de duración del pulso.

El Nd:YAG tiene una energía de fotón , $h\nu = 1.86e-19$ Jouis

Los datos experimentales fueron tomados de la referencia:

Robert S. Afzal, "Mars Observer Laser Altimeter" APPLIED OPTICS/Vol. 33 No. 15/20 May 1994

El sistema reportado por Afzal se observa en la figura 1D es:

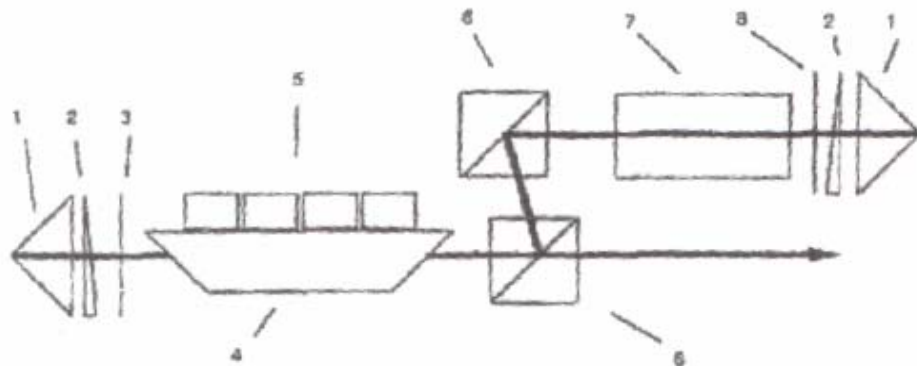


Fig. 1. Schematic of the MOLA laser: The numbers indicate 1 the Porro prism, 2 the Risley wedge, 3 the $1/4\lambda$ plate, 4 the Cr:Nd:YAG slab, 5 the stacks of diode lasers, 6 the polarizers, 7 the lithium niobate Q switch, and 8 the 0.57λ plate.

Fig. 1D. Sistema láser de Afzal

Este es una barra de Nd:YAG en zigzag bombeado pulsado por diodo láser en 808nm el sistema produce pulsos láser con 41mJ en engría con una duración de 41 ns a 10Hz la barra láser de medio activo tiene un dopaje de 1% de Nd:YAG y codopada con .05%, las dimensiones de la barra son: 3.4mm x 3.4mm de seccion efectiva, 5.7 x 4.6 de ejes mayor y menor respectivamente, la potencia pico del arreglo de diodos láser de bombeo fue de 1760 Watts, la duración del bombeo con diodo fue de $150 \mu s$, la eficiencia de acoplamiento, $\chi=.9$, la eficiencia cuantica $\xi=.965$ y $\alpha=.9$ es el coeficiente de absorción, el volumen bombeado $V = 0.59 \text{cm}^3$.

La inversión inicial es calculada usando:

$$N_i = \frac{Pt_p \alpha \xi \chi \eta}{V h \nu} \quad (1)$$

Los valores numéricos de las constantes utilizadas son:

Potencia	Tiempo	Perd.	Eficiencia quántica	Acop. óptico	Eficiencia Florescencia	Volumen Bombeado	Const. Planck	Frec. Bombeo
Watts	μs	Adim.	Adim	Adim	Adim	Cm^3	J.s	Hz
P	t_p	α	ξ	χ	η	V	h	ν_{BOMBEO}
1760	150	.9	.965	.9	.737	.59	6.62e- 34	3.71e14

Tabla 1D Valores numéricos para el calculo de la inversión

La inversión calculada es:

$$N_i = \frac{(1760)(150e-6)(.9)(.965)(.737)}{(.59)(6.62e-34)(3.7e14)}$$

$$N_i = 1.056e18 \text{ cm}^{-3}$$

Long. Medio activo	Long. de la cavidad	Reflectividad acoplador salida	Sección eficaz de emisión estimulada	Perdidas
Cm	Cm	Adim.	cm ⁻³	Adim.
l_m	l_0	R	σ	L
6.1	37	.69	6.5e-19	.35

La inversión de umbral es calculada con:

$$N_{th} = \frac{\ln\left(\frac{1}{R}\right) + L}{2\sigma l_m} \quad (2)$$

Substituyendo los valores

$$N_{th} = \frac{\ln\left(\frac{1}{.69}\right) + .35}{2(6.5e-19)(6.1)} = 1.59e17 \text{ cm}^{-3}$$

Para el calculo de la inversión final usamos la ecuación trascendental graficada:

$$(N_i - N_f) = N_{th} \left[\ln\left(\frac{N_i}{N_f}\right) \right] \quad (3)$$

$$Y = \frac{N_i}{N_{th}}$$

$$Y = \frac{4.1e17}{1.59e17} = 2.5786$$

Buscando este valor de Y en la grafica corresponde X=.06

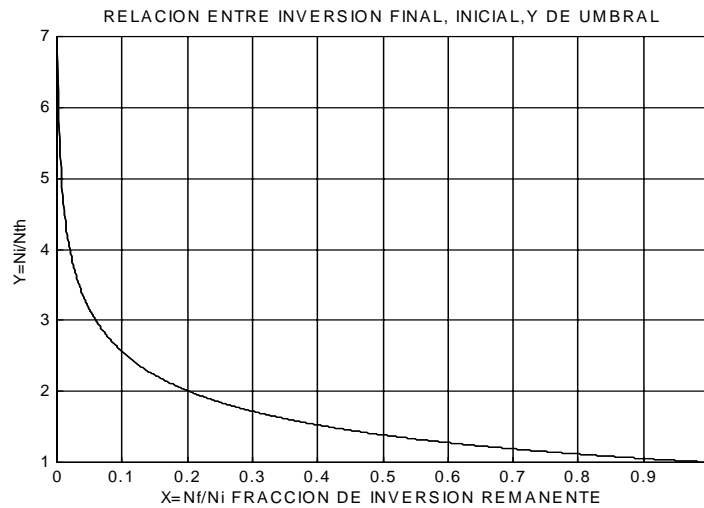


Fig. Y vs. X.

El código en MATLAB para generar la grafica es:

```
clear all
x=.001:.001:(1-eps);
y=log(x)/(x-1);
hold on
grid on
p=plot(x,y,'k')
title('RELACION ENTRE INVERSION FINAL, INICIAL, Y DE UMBRAL')
xlabel('X=Nf/Ni FRACCION DE INVERSION REMANENTE')
ylabel('Y=Ni/Nth')
%set(p,'Linewidth',[3])
[r,g]=ginput(1)
```

La inversión final es calculada como:

$$N_f = .06(4.1e17)$$

$$N_f = 2.86e16$$

La energía del pulso es calculada con:

$$E = \frac{h \nu A}{2 \sigma \gamma} \left[\ln \left(\frac{1}{R} \right) \right] \ln \left(\frac{N_i}{N_f} \right) \quad (4)$$

$$E = \frac{(1.86e-19)(.34^2)}{2(6.5e-19)} \left[\ln \left(\frac{1}{.69} \right) \right] \ln \left(\frac{4.1e17}{2.86e16} \right)$$

$$E = 40.46 \text{ mj}$$

Para el calculo de la potencia se uso:

$$P(t)_{\max} = \frac{h \nu A I_m}{t_r \gamma} \left[\ln \left(\frac{1}{R} \right) \right] \left\{ N_i - N_{th} \left[1 + \ln \left(\frac{N_i}{N_{th}} \right) \right] \right\} \quad (5)$$

Substituyendo valores:

$$P(t)_{\max} = \frac{(1.86e-19)(.34^2)(6.1)}{(2.47e-9).9} \left[\ln \left(\frac{1}{.69} \right) \right] \left\{ 4.1e17 - 1.59e17 \left[1 + \ln \left(\frac{4.1e17}{1.59e17} \right) \right] \right\}$$

$$P_{\max} = 5.44 \text{ MWatts}$$

Para la duración del pulso:

$$t_p = \frac{40.46e-3 \text{ J}}{5.44 \text{ MW}} = 7.43e-9 \text{ segundos}$$