



**CENTRO DE INVESTIGACIONES
EN OPTICA, A.C.**

ESTUDIO DE LAS FIBRAS DE CRISTAL FOTÓNICO
PARA LA GENERACIÓN DE SEGUNDO ARMÓNICO

Por

Noé González Baquedano

COMO REQUISITO PARCIAL PARA
OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS (ÓPTICA)

DIVISIÓN DE FOTÓNICA,
CENTRO DE INVESTIGACIONES EN ÓPTICA, A.C.
LEÓN, GUANAJUATO, MÉXICO.

FEBRERO 2009

Supervisores: Dr. Norberto Arzate Plata (CIO)

Dr. Ismael Torres Gómez (CIO)

Sinodales: Dr. Miguel Torres Cisneros (FIMEE)

Dr. Romeo Selvas Aguilar (UANL)

*El temor de Jehová es el principio de la sabiduría
y el conocimiento del Santísimo es la inteligencia.*

Salomón

*A mi madre, hermanos
y a mi padre.*

Contenido

Contenido	iii
Lista de Figuras	v
Resumen	vii
Agradecimientos	ix
1 Introducción	1
1.1 Generación de Segundo Armónico	2
1.2 Objetivo y Alcance del Trabajo de Tesis	9
1.3 Organización de la Tesis	10
2 Generación de Segundo Armónico en Fibras Estándar	13
2.1 Introducción	13
2.2 Técnicas de Poleo	14
2.2.1 Poleo Óptico	14
2.2.2 Poleo Térmico	16
2.2.3 Poleo con Radiación Ultravioleta	17
2.3 Modelo Fenomenológico de GSA en Fibras	18
2.4 Conclusiones	23
3 Fibras de Cristal Fotónico	25
3.1 Introducción	25
3.2 Ecuaciones de Maxwell	27

3.3	Fibras de Cristal Fotónico	30
3.3.1	Modos de Propagación en FCF	33
3.3.2	Dispersión	36
3.3.3	Frecuencia Normalizada en FCF	37
3.4	Conclusiones	40
4	Simulación y Resultados	41
4.1	Estructuras de Estudio	41
4.2	Dispersión Cromática	41
4.3	Resultados	44
4.3.1	Modos de Propagación	44
4.3.2	Índices de Refracción	46
4.3.3	Dispersión	48
4.4	Diseño de la Estructura	50
4.5	Conclusiones	52
5	Conclusiones	55
A	Programa <i>MIT Photonic-Bands</i>	57
A.1	Problema de Eigenvalores	57
A.2	La Base	59
A.3	Consideraciones Adicionales	62
A.3.1	Simetría de Inversión	62
A.3.2	El Tensor Dieléctrico Efectivo	62
A.3.3	Métodos Iterativos	63
B	Métodos Numéricos	65
B.1	Método de Aproximación Numérica	65
B.1.1	Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo	65
B.1.2	Método de Elemento Finito	66
B.1.3	Método de Propagación de Haces	67
B.2	Método de Expansión en Funciones Base	67
B.2.1	Método de Funciones Localizadas	68
	Referencias	70

Lista de Figuras

1.1	Esquema de GSA	5
1.2	Diagrama de niveles de energía de la GSA	6
2.1	Esquema de la técnica de poleo óptico	14
2.2	Potencia promedio de GSA	15
2.3	Esquema de poleo con radiación UV	18
3.1	Esquema de cristales fotónicos	26
3.2	Fibras de Cristal Fotónico	31
3.3	Esquema de una FCF	32
3.4	Curvas de índice efectivo	34
3.5	Modos de Propagación permitidos en una FCF	36
3.6	Dispersión cromática de la guía de onda	38
3.7	Longitud de Corte	39
4.1	Sección transversal de la FCF de estudio	42
4.2	Modo fundamental de una FCF con $D = 0.45$	44
4.3	Modo Fundamental y superiores de una FCF con $D = 0.7$	45

4.4	Curvas del índice de refracción del material	47
4.5	Curvas de dispersión del material de la guía de onda de una FCF .	48
4.6	Curvas de dispersión cromática total para una FCF	49
4.7	Modo Fundamental y superior de una FCF con $D = 0.55$	52
4.8	Esquema de la vista transversal de una FCF con $D = 0.55$	53

Resumen

En el presente trabajo de tesis se realiza un estudio de las características más importantes de las Fibras de Cristal Fotónico (FCF) enfatizándose en sus características que puedan influir en el proceso de Generación de Segundo Armónico (GSA). En otras palabras, el objetivo del presente trabajo de tesis es realizar un estudio teórico que nos permita establecer la metodología a seguir para predecir el comportamiento de una FCF, en particular conocer las características de la FCF para inducir la GSA, así como los parámetros que rigen la forma en que se propaga la luz en las mismas.

Primeramente se describe la generación de segundo armónico y los modelos que lo describen. Se establecen las condiciones necesarias para inducir los procesos mediante los cuales se genera una susceptibilidad de segundo orden, $\chi^{(2)}$, en fibras ópticas convencionales. A continuación se define el concepto de cristales fotónicos y se establecen las ecuaciones que rigen la propagación de luz en ellos. Se trata a las fibras de cristal fotónico como un cristal fónico bidimensional y se listan los parámetros involucrados en la propagación de la luz en la fibra. Posteriormente se describe la metodología empleada para calcular dichos parámetros y se muestran los resultados obtenidos. Por último se realiza el análisis de resultados y, en base

a ellos, se propone una geometría específica para una fibra de cristal fotónico, previamente poleada, que induzca la generación de segundo armónico.

Agradecimientos

Primeramente agradezco a mis asesores *Dr. Norberto Arzate Plata* y *Dr. Ismael Torres Gómez* por su gran ayuda durante el trabajo de tesis. Les agradezco el haber estado siempre dispuestos ayudarme, asesorarme y por motivarme durante la realización de la tesis.

Agradezco al *Dr. Miguel Torres Cisneros (FIMEE)* y al *Dr. Romeo Selvas Aguilar (UANL)* por revisar la tesis y por sus valiosas sugerencias.

Agradezco a *José Luis Cabellos* por su asesoría, paciencia y ayuda en el manejo de LINUX y a *Daniel Ceballos* por sus valiosas asesorías y comentarios.

Agradezco las facilidades y apoyo del *Centro de Investigaciones en Óptica*.

Agradezco el apoyo del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología CONACyT, México.

De manera especial reconozco y agradezco al *Dr. Norberto Arzate Plata* su apoyo, paciencia y asesoría brindada durante el desarrollo de la tesis y por su ayuda en el manejo de LINUX.

De igual forma agradezco el apoyo y motivación brindados por mi *familia*, es gracias a ellos que fué posible la conclusión de mis estudios de postgrado.

Finalmente agradezco a Dios el permitirme alcanzar una meta más en el ámbito profesional.

1 Introducción

La tecnología de las fibras ópticas estándar ha alcanzado su madurez tanto en los procesos de fabricación como en los campos en la que es utilizada. No obstante con la aparición de un nuevo tipo de fibras ópticas conocidas como Fibras de Cristal Fotónico (FCF) se abrió una nueva era dentro del campo de las fibras ópticas. La comunidad científica está dedicando grandes esfuerzos para comprender los procesos físicos que se llevan a cabo en la propagación de ondas electromagnéticas en este nuevo tipo de fibras. Uno de los fenómenos que esta siendo estudiado es la generación de armónicos, en particular la Generación de Segundo Armónico (GSA), cuya importancia radica en poder construir dobladores de frecuencia de bajo costo, fuentes de luz baratas que operen en el rango del visible, etc.

Con la invención del láser [1](**Maiman1960**) se hizo posible el estudio de generación de procesos no lineales, como la GSA, el cual es un proceso de segundo orden que fué observado, por primera vez, por Franken *et al.* y colaboradores [2](**Franken1961**). Ellos observaron generación de luz, en el SA, a 3472 \AA , que se producía en la propagación de un haz láser de ruby, a 6944 \AA , a través de un cristal de cuarzo. Posteriormente Terhune *et al.* observó la generación de luz

en un medio centrosimétrico [3](Terhune1962), en donde la GSA se lleva a cabo por el rompimiento de la simetría en la interface.

Un medio apropiado para la generación de armónicos debe ser relativamente transparente tanto al haz fundamental como al armónico en estudio. Además existen consideraciones de simetría que deben tomarse en cuenta al escoger un medio para la generación de armónicos. Si el medio es centrosimétrico, por ejemplo, no se pueden generar armónicos de orden par, dentro de la aproximación dipolar. Los medios amorfos o vidrios son sistemas centrosimétricos, en los cuales, por lo tanto, no debe ser posible la generación de SA, cuarto armónico, etc. Sin embargo, es un hecho conocido que la GSA en fibras estándar (cuyo material con que se fabrican es vidrio) es posible, debido a que existe el proceso de grabado de un campo eléctrico en el medio (ver Capítulo 2), el cual rompe la centrosimetría. De donde la idea de generar SA en FCF fué un paso natural dentro de la comunidad científica. El presente trabajo de investigación es un esfuerzo para entender, en general, las bases de la propagación de la luz en las FCF y, en particular, de conocer las características necesarias para la GSA.

1.1 Generación de Segundo Armónico

El efecto que se produce cuando un medio se encuentra inmerso dentro de un campo eléctrico es el de inducir una polarización en el medio. Consideremos, entonces, la respuesta de un medio a la aplicación de un campo eléctrico, $\tilde{\mathbf{E}}$, que varía rápidamente en el tiempo. La polarización inducida en el medio, $\tilde{\mathbf{P}}$, o momento dipolar eléctrico por unidad de volumen depende del campo eléctrico en

la forma:

$$\tilde{\mathbf{P}}(\mathbf{r}, t) = \chi \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t), \quad (1.1)$$

donde χ es el tensor de susceptibilidad y la tilde arriba de los campos significa que la cantidad varía rápidamente en el tiempo.

Si la intensidad de la luz es lo suficientemente grande de tal forma que la amplitud del campo eléctrico se aproxima al valor del campo interatómico, $E_{at} \approx 10^7$ statvolt/cm, entonces se induce una respuesta del medio donde la polarización es no lineal. Para la mayoría de los casos $E/E_{at} \ll 1$. Por lo tanto, la polarización puede expandirse en una serie de potencias del vector del campo eléctrico oscilante $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)$ en la forma:

$$\tilde{\mathbf{P}}(\mathbf{r}, t) = \chi^{(1)} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) + \chi^{(2)} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) + \chi^{(3)} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) + \dots, \quad (1.2)$$

donde $\chi^{(n)}$ es la susceptibilidad de n -ésimo orden del medio, el cual es un tensor de rango $n + 1$. El primer término de la ecuación (1.2) describe la respuesta del medio a la polarización lineal y es responsable de los fenómenos ópticos tales como refracción y absorción. La susceptibilidad lineal $\chi^{(1)}$ está relacionada con la permitividad dieléctrica ε y el índice de refracción n en la forma

$$n^2 = \varepsilon = 1 + \chi^{(1)}. \quad (1.3)$$

Por otro lado, el segundo término de la ecuación (1.2) es el primer término no

lineal, correspondiente a la polarización no lineal de segundo orden

$$\tilde{\mathbf{P}}^{(2)}(\mathbf{r}, t) = \chi^{(2)} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t), \quad (1.4)$$

que describe los procesos no lineales de segundo orden, y que es proporcional al campo eléctrico al cuadrado. Consideremos un campo óptico incidente en un medio no lineal que consiste de las componentes siguientes

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r})e^{-i\omega_1 t} + \mathbf{E}_2(\mathbf{r})e^{-i\omega_2 t} + \text{c.c.} \quad (1.5)$$

Sustituyendo la ecuación (1.5) en la ecuación (1.4) y expresando la polarización como una suma de términos dependientes de las diferentes componentes de frecuencia en la forma

$$\tilde{\mathbf{P}}^{(2)} = \sum_n \mathbf{P}(\omega_n) e^{i\omega_n t}, \quad (1.6)$$

donde ω_n puede tomar los valores $2\omega_1, 2\omega_2, \omega_1 + \omega_2, \omega_1 - \omega_2$ y 0; la suma se extiende sobre frecuencias positivas y negativas. De donde se obtienen los siguientes términos

$$\mathbf{P}(2\omega_1) = \chi^{(2)} \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_1, \quad (1.7a)$$

$$\mathbf{P}(2\omega_2) = \chi^{(2)} \mathbf{E}_2 \mathbf{E}_2, \quad (1.7b)$$

$$\mathbf{P}(\omega_1 + \omega_2) = 2\chi^{(2)} \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2, \quad (1.7c)$$

$$\mathbf{P}(\omega_1 - \omega_2) = 2\chi^{(2)} \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2^*, \quad (1.7d)$$



Figura 1.1: Esquema de la generación de segundo armónico. Al hacer incidir una radiación con frecuencia ω en el medio, este responde generando radiación con frecuencia 2ω además de la radiación incidente a la frecuencia ω .

$$P(0) = 2\chi^{(2)}(\mathbf{E}_1\mathbf{E}_1^* + \mathbf{E}_2\mathbf{E}_2^*). \quad (1.7e)$$

Aquí cada uno de los términos describen los procesos de GSA (primeras dos ecuaciones), suma y resta de frecuencias, y rectificación óptica respectivamente [4](AgrawalBoyd1992). En el proceso de segundo armónico se genera un campo óptico al doble de la frecuencia fundamental, como se muestra en el esquema de la Figura 1.1; mientras que en el proceso de suma (resta) de frecuencias se genera un campo con frecuencia igual a la suma (resta) de frecuencias de los dos campos incidentes; y finalmente en el proceso de rectificación óptica se genera un campo eléctrico dc dentro del medio no lineal; durante el proceso no se genera radiación electromagnética.

La GSA puede visualizarse considerando la interacción en términos de intercambios de fotones entre los componentes del campo de distinta frecuencia. De acuerdo a este planteamiento, que se ilustra en la Figura 1.2, dos fotones de frecuencia ω se destruyen y un fotón de frecuencia 2ω se crea simultáneamente en un

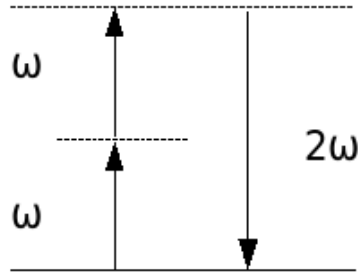


Figura 1.2: Diagram de niveles de energía de la generación de segundo armónico. Dos fotones de frecuencia ω se destruyen y se crea un fotón de frecuencia 2ω . La línea continua representa el estado atómico base y la línea discontinua niveles virtuales.

solo proceso mecánico-cuántico. La línea continua en la Figura 1.2 representa el estado atómico base y las líneas discontinuas representan lo que se conocen como niveles virtuales.

La intensidad de GSA que se genera en un medio transparente está dada por

$$I_{2\omega} \approx L^2 (\chi^{(2)})^2 \left[\frac{\text{sen}(L\Delta k/2)}{\Delta k/2} \right]^2 I_{\omega}^2, \quad (1.8)$$

donde I_{ω} es la intensidad de la radiación óptica incidente, L es el grosor del medio, $\chi^{(2)}$ es la susceptibilidad de segundo orden, Δk es la condición de empatamiento de fase entre los campos fundamental (o de bombeo) y del campo de segundo armónico (SA) dada por

$$\Delta k = k_{2\omega} - 2k_{\omega} = 2\pi/\Lambda. \quad (1.9)$$

Aquí $k_{2\omega}$ y k_ω son los vectores de onda del SA y del bombeo respectivamente, Λ es el periodo espacial de oscilación de SA expresado por

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2} (n_{2\omega} - n_\omega), \quad (1.10)$$

donde λ es la longitud de bombeo y n_ω y $n_{2\omega}$ son los índices de refracción para las ondas de bombeo y de SA respectivamente.

Para obtener una eficiente conversión de SA se deben satisfacer dos condiciones:

1. $\chi^{(2)} \neq 0$, es decir la susceptibilidad no lineal de segundo orden debe ser distinta de cero.
2. $\Delta k = 0$, es decir se debe satisfacer la condición de empatamiento de fase.

De la primera condición, se puede decir que solo los sistemas no centrosimétricos poseen una $\chi^{(2)} \neq 0$. En medios centrosimétricos la susceptibilidad de segundo orden $\chi^{(2)}$ no existe en la aproximación dipolar eléctrica*. La simetría de inversión de un medio puede romperse aplicando un campo electrostático fuerte. En tal caso,

*Para un medio con simetría de inversión (como por ejemplo, un vidrio o cristal cúbico) la operación ($\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$) debe dejar al sistema invariante. Usando el hecho de que ambos campos \mathbf{P} y \mathbf{E} son vectores polares y que χ es invariante, entonces observamos de la primera de las ecuaciones (1.7) (por ejemplo) para la polarización de segundo orden de GSA lo siguiente:

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, 2\omega) = \chi^{(2)} \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega), \quad (1.11)$$

sustituyendo \mathbf{r} por $-\mathbf{r}$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(-\mathbf{r}, 2\omega) &= \chi^{(2)} \mathbf{E}(-\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(-\mathbf{r}, \omega) \\ -\mathbf{P}(\mathbf{r}, 2\omega) &= \chi^{(2)} (-\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)) (-\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)) \\ \mathbf{P}(\mathbf{r}, 2\omega) &= -\chi^{(2)} \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega). \end{aligned} \quad (1.12)$$

todos los momentos dipolares son reorientados en la dirección del campo, por lo que el medio es privado de su centro de inversión, cumpliéndose, entonces, la condición que la susceptibilidad de segundo orden es distinta de cero y permitiendo, así, la GSA.

Los modelos propuestos que explican la GSA se pueden dividir en dos, el modelo orientacional y el modelo de separación de cargas, los cuales explicamos brevemente.

MODELO ORIENTACIONAL: aquí se asume que una asimetría de tipo dipolar eléctrica, al que se asocia la susceptibilidad de segundo orden, existe a nivel microscópico en el medio. El momento dipolar D de una región preparada para la GSA consiste en la suma vectorial de las diferentes contribuciones inducidas de microdipolos, d_i , los cuales pueden consistir de moléculas asimétricas, defectos, etc.

$$D = \sum_i d_i \quad (1.14)$$

En el caso más sencillo la función de la fuerza externa es orientar, a lo largo de una dirección específica, los momentos dipolares presentes en el medio, que inicialmente se encuentran alineados de forma aleatoria.

Comparando la ecuación (1.12) con la ecuación (1.11) se concluye que necesariamente la susceptibilidad de segundo orden debe ser nula, es decir

$$\chi^{(2)} = 0, \quad (1.13)$$

lo que indica que la GSA está prohibida para sistemas centrosimétricos. Caso contrario, para sistemas donde no se tiene (o se rompe) la centrosimetría, la GSA está permitida.

MODELO DE SEPARACIÓN DE CARGAS: aquí la susceptibilidad de segundo orden es inducida por un campo electrostático, asociado con una separación macroscópica de cargas. Esta separación de cargas se entiende como la separación de cargas a distancias comparables con las dimensiones de la región iluminada en el medio; a diferencia de los procesos microscópicos, en el modelo orientacional, en las que las distancias en que ocurren dichos procesos son de la magnitud de los enlaces atómicos o moleculares. Las cargas espaciales están localizadas en regiones macroscópicas y el campo electrostático de estas regiones es el que rige la no linealidad cuadrática dada por

$$\chi^{(2)} = 3\chi^{(3)}E_{dc}. \quad (1.15)$$

A diferencia del modelo orientacional, en el que la luz alinea los dipolos y permite que la susceptibilidad de segundo orden sea distinta de cero únicamente en la zona iluminada, en el modelo de separación de cargas la susceptibilidad puede ser no nula aún en zonas fuera del haz de luz.

1.2 **Objetivo y Alcance del Trabajo de Tesis**

El modelado es importante cuando se pretende diseñar fibras ópticas que sean susceptibles para un fenómeno en particular (segundo armónico, supercontinuo, etc.), además de que permite predecir, teóricamente, el comportamiento que mostrará la fibra óptica. En el caso particular de las fibras de cristal fotónico las herramientas de modelado son muy escasas y aún no alcanzan la madurez de aquellas que se

tienen en fibras convencionales. Por tal motivo se planteó la idea de realizar un estudio de las características más importantes de las Fibras de Cristal Fotónico (FCF) enfatizándose en sus características que puedan influir en el proceso de Generación de Segundo Armónico (GSA). Es decir, el objetivo del presente trabajo de tesis es realizar un estudio teórico que nos permita establecer la metodología a seguir para predecir el comportamiento de una FCF, en particular conocer las características de la FCF para inducir la GSA, así como los parámetros que rigen la forma en que se propaga la luz en las mismas.

Gran parte de la tesis está enfocada a entender y calcular parámetros de propagación importantes como lo son: curvas de índice efectivo, modos de propagación, curvas de dispersión etc. Las curvas de dispersión, en particular, nos dan información de condiciones específicas para la GSA en FCF. Debido a lo anterior es que se hace énfasis en establecer un método que permita estudiar el comportamiento dispersivo en una FCF.

1.3 Organización de la Tesis

La organización de la tesis es de la forma siguiente: En el Capítulo 2 se describen las técnicas de poleo más conocidas y el modelo del SA en fibras estándar. El capítulo 3 presenta el concepto de FCF y la teoría básica para el cálculo de algunos de sus parámetros que la caracterizan, poniendo especial interés en los modos de propagación y en la dispersión cromática. En el Capítulo 4 se describen las estructuras de FCF de estudio; además se presenta el análisis de los resultados obtenidos. Por último en el Capítulo 5 se dan las conclusiones de la investigación

realizada. Se presentan dos Apéndices: en el Apéndice A se explica con mas detalle los conceptos importantes del método usado por el software *MIT photonics bands* y en el Apéndice B se explican brevemente algunos otros métodos numéricos que se han utilizado para describir la propagación de ondas electromagnéticas en FCF.

2 Generación de Segundo Armónico en Fibras Estándar

2.1 Introducción

La generación de segundo armónico (GSA) está prohibida en materiales centrosimétricos, tal y como lo es la sílica. Al ser la sílica el material con el cual se fabrican las fibras ópticas, la GSA en fibras ópticas no está permitida. Sin embargo, con la llegada del láser [1](Maiman1960), el cual concentra una gran cantidad de potencia en un área reducida, se observó que era posible generar el segundo armónico (SA) en materiales centrosimétricos [3](Terhune1962). El motivo por el cual se pudo observar el fenómeno es que la centrosimetría se rompe en el medio, permitiendo que la susceptibilidad de segundo orden $\chi^{(2)}$ tenga un valor finito, haciendo posible el proceso de GSA.

Debido a lo anterior es que surge la idea de someter las fibras a un tratamiento con el que es posible romper la centrosimetría en la fibra óptica, y por lo tanto, poder observar en ellas el segundo armónico; a dicho proceso al que es sometida

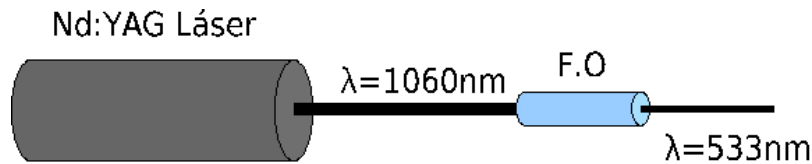


Figura 2.1: Esquema del arreglo experimental de la técnica de poleo óptico en fibras estándar.

la fibra se le conoce como *poling* o *poleo*. En el presente capítulo se describen las técnicas de poleo en fibras ópticas más utilizadas.

2.2 Técnicas de Poleo

Entre las técnicas de poleo tenemos la técnica de poleo óptico, la de poleo térmico y la de poleo con radiación ultravioleta (UV). A continuación se hace una descripción de cada una de estas técnicas, así como de los resultados que se han obtenido al ser aplicadas en fibras estándar.

2.2.1 Poleo Óptico

Una de las primeras técnicas de poleo en implementarse consiste, básicamente, en hacer incidir un haz láser en la fibra (ver Figura 2.1) por un periodo prolongado de tiempo. Österberg y Margulis [5](Osterberg1986), reportaron la observación de GSA en una fibra óptica monomodal. En el experimento se utilizó un laser de Nd:YAG en Q-switch y en amarramiento de modos para producir pulsos de entre

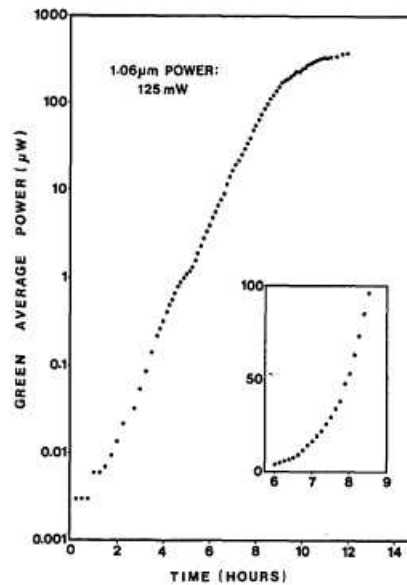


Figura 2.2: Potencia promedio de GSA en en una fibra óptica en función del tiempo. El cuadro interior muestra la razón de crecimiento en una escala lineal. Figura tomada de la referencia 5.

100-130 ps de duración y con potencias pico de hasta 70 kW; se enfocaron los pulsos en la fibra por medio de un objetivo de microscopio logrando acoplar de 30 a 50 % de la luz incidente en el núcleo. Se utilizaron 2 tipos de fibras, ambas con el núcleo dopado con Ge y de distintas longitudes que variaron de menos de 1 a menos de 110 m. En cada una de ellas se observó que la generación de segundo armónico no fue inmediata, sin embargo, después de un periodo aproximado de 2 horas (ver Figura 2.2), se pudo observar luz al doble de la frecuencia fundamental al final de la fibra. Es importante mencionar que a medida que el tiempo de exposición de la fibra a

la luz de bombeo aumentaba, la intensidad del SA también lo hacía, continuando su crecimiento hasta llegar a un punto de saturación en el que la intensidad del SA se mantiene estable (ver Figura 2.2). Debido a que la GSA ocurre en los primeros centímetros de la fibra y que las pérdidas que la fibra presentaba a luz incidente a una longitud de onda de 530 nm eran significativas, la intensidad SA fué mayor para aquellas fibras con menor longitud.

2.2.2 Poleo Térmico

El proceso de poleo térmico consiste en calentar las muestras de sílica a temperaturas aproximadas de 250 a 325⁰C al mismo tiempo que se le aplica un campo eléctrico externo dc de aproximadamente 5×10^4 V/cm. Después de un tiempo aproximado de 15 minutos las muestras se dejan enfriar hasta alcanzar la temperatura ambiente y, entonces, se les retira el campo eléctrico externo dc. La técnica de poleo térmico se aplicó primeramente en sílica de bulto [6](Myers1991), en la que se observó la formación de una susceptibilidad de segundo orden, $\chi^{(2)}$, en la región cercana a la superficie con un valor aproximado de 1 pm/V. Al término del proceso las muestras de sílica presentaron una susceptibilidad de segundo orden estable, lo cual hacía posible la GSA. Uno de los aspectos importantes es el tiempo en el que la susceptibilidad permanece en las muestras. Las muestras tratadas fueron almacenadas sin ningún cuidado especial durante varios meses, al final de los cuales la susceptibilidad aún estaba presente. Otro aspecto a destacar es que la no linealidad es reciclable, es decir, si a la muestra se le aplica calor, hasta una temperatura de aproximadamente 250⁰C, la no linealidad desaparece.

Pero si se somete a la muestra, de nueva cuenta, al proceso de poleo térmico la no linealidad se hace presente.

La técnica de poleo térmico fue utilizada por Kazansky *et al.* en fibras ópticas [7](Kazansky1994). En primer lugar, se aplicó un tratamiento similar, al descrito anteriormente para la sílica en bulto, a la preforma de las fibras. Enseguido se incidió radiación láser, a una longitud de onda de 1064 nm, a la preforma para observar si la GSA estaba presente. Hecho lo anterior Kazansky y colaboradores procedieron al estiramiento de la fibra y, una vez terminada, de nueva cuenta, se sometió al tratamiento térmico alcanzando temperaturas aproximadas de 250 a 300°C durante 15 minutos. Al término del tratamiento térmico se hizo incidir radiación láser en la fibra. De donde se observó GSA, obteniéndose un valor para la susceptibilidad de segundo orden, $\chi^{(2)}$, de 0.2 pm/V.

2.2.3 Poleo con Radiación Ultravioleta

La radiación ultravioleta (UV) ha sido ampliamente utilizada en el grabado de rejillas en fibras ópticas, principalmente en aquellas dopadas con Germanio, las cuales son más sensibles a este tipo de radiación. De aquí surge la idea de aplicar radiación UV para el poleo de fibras ópticas, ya que, en teoría, se esperan mejores resultados que los reportados con luz visible. Fujiwara aplicó el poleo con radiación UV en una fibra de germanosilicato [8](Fujiwara1995), mediante la cual obtuvo un coeficiente electro-óptico de aproximadamente 6 pm/V. Dando como resultado un valor para la susceptibilidad no lineal de segundo orden de $\chi^{(2)} \approx 12$ pm/V. El proceso de poleo empleado por Fujiwara y colaboradores fue el siguiente: las fibras

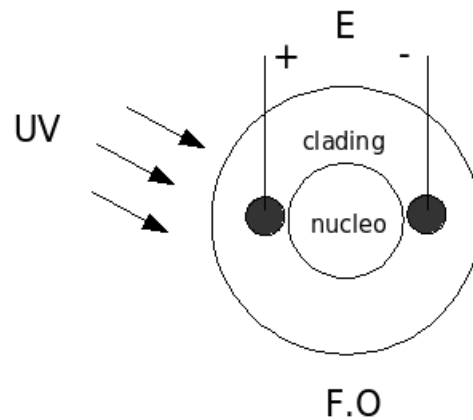


Figura 2.3: Esquema de la técnica de poleo con radiación UV. En el cladding de la fibra se encuentran dos electrodos, entre los cuales se genera un campo eléctrico debido a la aplicación de un voltaje entre los electrodos.

se fabricaron con electrodos en el revestimiento (cladding) y cercanos al núcleo; se aplicó entonces un campo eléctrico entre los electrodos y, al mismo tiempo, la fibra fue irradiada con luz UV (ver Figura 3). En el experimento se utilizó un láser pulsado de ArF, con una longitud de onda de 193 nm. El campo eléctrico aplicado tenía una magnitud de más de 8×10^5 V/cm. El tiempo de exposición a la radiación UV fue de unos cuantos minutos.

2.3 Modelo Fenomenológico de GSA en Fibras

Se ha visto que, en teoría, la GSA no debería ocurrir en fibras ópticas, debido a la centrosimetría de la sílica. Sin embargo resultados experimentales como los

de la Sección 2.2.1 han demostrado que la GSA en fibras ópticas es posible. Se han propuesto diversos mecanismos físicos [9](Dianov1995) que tratan de explicar la GSA en fibras ópticas, la mayoría de los cuales lo explican mediante un ordenamiento periódico de entidades como centros de color o defectos en la fibra, dando como resultado que la condición de empatamiento de fase se satisfaga. Uno de los modelos propone que el ordenamiento ocurre mediante un proceso paramétrico de tercer orden, en el que la luz de bombeo y el de SA se mezclan para crear una polarización dc dada por [10](Stolen1987)

$$P_{dc} = (3\epsilon_0/4)\Re[\chi^{(3)} E_p^* E_p^* E_{SA} e^{(\Delta k_p z)}], \quad (2.1)$$

donde E_p es el campo de bombeo a la frecuencia ω_p , E_{SA} es el campo del SA a $2\omega_p$, y el vector de onda de empatamiento de fase Δk_p está dado por

$$\Delta k_p = [n(2\omega_p) - 2n(\omega_p)]\omega_p/c. \quad (2.2)$$

La polarización P_{dc} induce un campo eléctrico dc, E_{dc} , cuya polaridad cambia periódicamente a lo largo de la fibra con un periodo de empatamiento de fase $2\pi/\Delta k_p$. El campo eléctrico redistribuye las cargas eléctricas y crea un arreglo periódico de dipolos, cuyo momento dipolar finito, rompe la centrosimetría en la fibra. Esto permite que exista un valor para la susceptibilidad no lineal de segundo orden distinta de cero, $\chi^{(2)} \neq 0$. La susceptibilidad de segundo, orden $\chi^{(2)}$, es proporcional a la polarización P_{dc} , en la forma

$$\chi^{(2)} \equiv \alpha_{SA} P_{dc} = (3\alpha_{SA}/4)\varepsilon_0 \chi^{(3)} |E_p|^2 |E_{SA}| \cos(\Delta k_p z + \phi_p), \quad (2.3)$$

donde α_{SA} es una constante, cuya magnitud depende del proceso microscópico responsable de $\chi^{(2)}$ y ϕ_p es un cambio de fase que depende de las fases iniciales de los haces de bombeo y del SA.

Asumiendo que el campo de bombeo, E_1 , incide en la fibra a una frecuencia ω_1 y que E_2 , es el campo que se genera de SA, entonces ambos campos satisfacen las ecuaciones acopladas para la amplitud de los campos en la forma [11](Farries1987)

$$\frac{dA_1}{dz} = i\gamma_1(|A_1|^2 + 2|A_2|^2)A_1 + \frac{i}{2}\gamma_{SA}^* A_2 A_1^* e^{-i\kappa z} \quad (2.4a)$$

$$\frac{dA_2}{dz} = i\gamma_2(|A_2|^2 + 2|A_1|^2)A_2 + i\gamma_{SA} A_1^2 e^{i\kappa z} \quad (2.4b)$$

donde γ_1 y γ_2 son los parámetros no lineales del campo de bombeo y de SA respectivamente. El parámetro no lineal se define como

$$\gamma = \frac{n_2 \omega}{c A_{eff}}, \quad (2.5)$$

donde n_2 es un parámetro de la no linealidad de la fibra. A_{eff} es el área efectiva del núcleo. El parámetro γ_{SA} que aparece en las ecuaciones (2.4) está dado por

$$\gamma_{SA} = \frac{3\omega_1}{4n_1 c} \varepsilon_0^2 \alpha_{SA} f_{112} \chi^{(3)} |E_p|^2 |E_{SA}|, \quad (2.6)$$

donde f_{112} es una integral de traslape dada por

$$f_{112} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |F_1(x, y)|^2 |F_1(x, y)|^2 |F_2(x, y)|^2 dx dy}{\left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |F_1(x, y)|^2 dx dy \right]^2 \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |F_1(x, y)|^2 dx dy \right]} \quad (2.7)$$

donde $F_j(x, y)$ es la distribución del modo de la fibra para el j -ésimo campo ($j = 1, 2$). El parámetro κ es el vector de onda residual de desempatamiento de fase cuando $\omega_1 \neq \omega_2$ que está dado por, $\kappa = \Delta k_p - \Delta k$ y Δk está dada por la ecuación 2.2, sustituyendo ω_p por ω_1 . Si se asume que el campo de bombeo no se ve amortiguado ($|A_2|^2 \ll |A_1|^2$), entonces las ecuaciones (2.4) se reducen a la forma

$$\frac{dA_1}{dz} = i\gamma_1(|A_1|^2)A_1 + \frac{i}{2}\gamma_{SA}^* A_2 A_1^* e^{-i\kappa z} \quad (2.8a)$$

$$\frac{dA_2}{dz} = i\gamma_2(+2|A_1|^2)A_2 + i\gamma_{SA} A_1^2 e^{i\kappa z}. \quad (2.8b)$$

De donde se encuentra que la solución para A_1 es de la forma

$$A_1(z) = \sqrt{P_1} e^{i\gamma_1 P_1 z}, \quad (2.9)$$

donde P_1 es la potencia de bombeo incidente. Expresando la amplitud A_2 en la forma

$$A_2 = B_2 e^{(2i\gamma_1 P_1 z)} \quad (2.10)$$

y sustituyendola en la segunda expresión de las ecuaciones (2.4), se obtiene

$$\frac{dB_2}{dz} = i\gamma_{SA} P_1 e^{i\kappa z} + 2i(\gamma_2 - \gamma_1) P_1 B_2 \quad (2.11)$$

Resolviendo la ecuación 2.11, se puede obtener la potencia del campo de segundo armónico en la forma

$$P_2(L) = |B_2(L)|^2 = |\gamma_{SA} P_1 L|^2 \frac{\text{sen}^2(\kappa' L/2)}{(\kappa' L/2)^2} \quad (2.12)$$

donde $\kappa' = \kappa - 2(\gamma_2 - \gamma_1)P_1$. En la derivación de la ecuación (2.12) se asume que una rejilla de $\chi^{(2)}$ se crea coherentemente a lo largo de la fibra. Esto es posible si el haz de bombeo corresponde a un haz cw con un ancho espectral estrecho. El uso de pulsos cortos afecta la formación de la rejilla en dos formas: primero, el desempatamiento de velocidad de grupo (GVM) entre los pulsos de SA y de bombeo causan su separación a unas cuantas longitudes de la distancia de walk-off L_W ; segundo, el ensanchamiento espectral inducido por self-phase modulation (SPM) reduce la longitud de coherencia, L_{coh} , a la cual la rejilla de $\chi^{(2)}$ puede generar el SA coherentemente. De donde la longitud de coherencia, L_{coh} , define la longitud mínima. Matemáticamente, la ecuación (2.1), para P_{dc} , debe integrarse sobre el rango espectral del campo de bombeo. Considerando haces Gaussianos para los campos de bombeo y de SA, la polarización dc efectiva se reescribe en la forma

$$P_{dc}^{eff} = P_{dc} e^{-(z/L_{coh})^2}, \quad (2.13)$$

siendo

$$L_{coh} = \frac{2}{|d_{12} \delta \omega_p|}, \quad (2.14)$$

donde $d_{12} = \beta_1(\lambda_1) - \beta_1(\lambda_2)$ y $\delta \omega_p$ es el ancho medio espectral. Si la longitud de propagación, L , es mayor que la longitud de coherencia, $L_{coh} < L$, entonces la

ecuación (2.1) debe modificarse. En una primera aproximación [7], en la ecuación (2.14) L se reemplaza por L_{coh} . Esto implica que $P_{dc}^{eff} = P_{dc}$ para $z \leq L_{coh}$ y $P_{dc}^{eff} = 0$ para $z > L_{coh}$. En una segunda aproximación, se multiplica γ_{SA} , en la ecuación (2.12) por el factor exponencial $e^{-(z/L_{coh})^2}$. Entonces, para $L_{coh} \ll L$, se integra la ecuación (2.12) con respecto de z , dando como resultado

$$P_2(\kappa) = \frac{\pi}{4} |\gamma_{SA} P_p L_{coh}|^2 e^{(-\frac{1}{2}\kappa^2 L_{coh}^2)} \quad (2.15)$$

2.4 Conclusiones

Se han descrito las técnicas más utilizadas para romper la centrosimetría en las fibras ópticas, los resultados obtenidos para cada una de ellas y la descripción de la GSA. La evolución en las técnicas de poleo ha dado como resultado el aumento en la eficiencia de GSA. De las 3 técnicas descritas la técnica de poleo térmica y la de UV son las que ofrecen mejores ventajas en: tiempo, facilidad y eficiencia. Sin embargo la investigación y desarrollo de nuevas técnicas de poleo, que permitan obtener mayores eficiencias de GSA se hace necesaria.

3 Fibras de Cristal Fotónico

3.1 Introducción

Un cristal fotónico (CF) es una estructura que presenta periodicidad en su índice de refracción [12, 13]([Joannopoulos1997](#),[Joannopoulos2008](#)); dicha periodicidad puede ser unidimensional (1D), bidimensional (2D) o tridimensional (3D). En la Figura 3.1 se muestra esquemáticamente la forma de un CF. Un ejemplo de un dispositivo óptico ampliamente estudiado y que es considerado un CF 1D es la pila de cuarto de onda, la cual consiste de capas alternadas de material con diferentes índices de refracción. La luz incidente con la correcta longitud de onda, λ , es reflejada completamente en la pila de cuarto de onda. Por otro lado, un CF 2D es periódico en su índice de refracción a lo largo de dos direcciones cartesianas y es homogéneo a lo largo de la tercera dirección cartesiana. Un ejemplo clásico consiste de un arreglo periódico de cilindros dieléctricos, con determinado índice de refracción. Finalmente un CF 3D es aquel que consiste de un arreglo periodico en su índice de refracción en las tres direcciones espaciales. Un ejemplo es el de un arreglo periodico de esferas dieléctricas, con determinado índice de refracción,

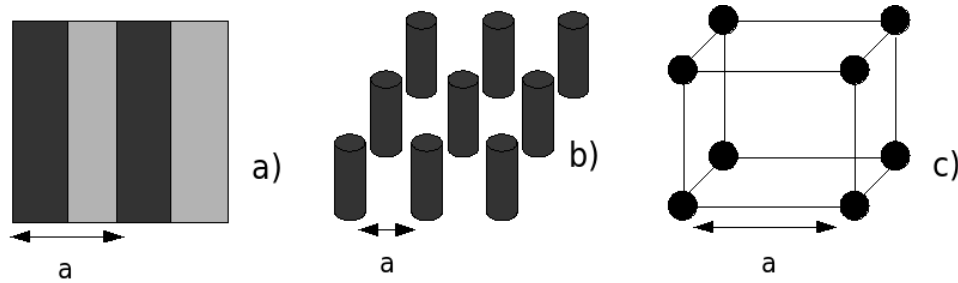


Figura 3.1: Esquema de cristales fotónicos: a) unidimensional, b) bidimensional y c) tridimensional. El parámetro a indica la constante de periodicidad en el índice de refracción del cristal fotónico.

distribuidas en el espacio (ver Figura 3.1).

Las Fibras de Cristal Fotónico (FCF) son CF 2D ya que presentan una periodicidad en su índice de refracción en la sección transversal de la fibra, mientras que en el eje de la misma, el índice de refracción se mantiene constante.

Desde su aparición, las FCF han sido objeto de estudio de la comunidad científica, debido a las novedosas características que presentan, dentro de las cuales sobresalen las siguientes: son monomodales para un amplio rango de longitudes de onda, variabilidad de la dispersión y el favorecer los efectos no lineales. Aunado a lo anterior, las FCF pueden ser sometidas a tratamientos de poleo [14,15](**Faccio2001,Faccio2001b**) para romper la centrosimetría de la sílica, lo que las convierte en excelentes candidatas para inducir la GSA [16,17](**Ranka2000,Bache2006**). En el presente capítulo se hará una descripción de las FCF, tipos de guiado, modos de propagación y dispersión.

3.2 Ecuaciones de Maxwell

La propagación de la luz en los cristales fotónicos está regida por las ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3.1a)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0, \quad (3.1b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad (3.1c)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{J}. \quad (3.1d)$$

donde \mathbf{E} y \mathbf{H} son los campos eléctricos y magnéticos respectivamente, \mathbf{D} es el campo de desplazamiento eléctrico, \mathbf{B} es el campo de inducción magnética, ρ es la densidad de carga libre y \mathbf{J} es la densidad de corriente. Si consideramos un medio sin cargas libres y fuentes, entonces: $\rho = 0$ y $\mathbf{J} = 0$. Por otro lado, las componentes del campo de desplazamiento, D_i están relacionadas con las componentes del campo eléctrico, E_i a través de la ecuación constitutiva

$$\frac{D_i}{\varepsilon_0} = \sum_j \varepsilon_{ij} E_j + \sum_{jk} \chi_{ijk} E_j E_k + O(E^3), \quad (3.2)$$

donde ε_0 es la permitividad del vacío. Si limitamos el estudio al régimen lineal y, además, consideramos un medio isotrópico, transparente, sin dispersión en la constante dieléctrica a las frecuencias y $\varepsilon(\mathbf{r})$ es real y positivo, entonces reescribimos la ecuación constitutiva en la forma

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 \varepsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}). \quad (3.3)$$

De manera similar tenemos

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu_0 \mu(\mathbf{r}), \quad (3.4)$$

donde μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío y $\mu(\mathbf{r})$ es la permeabilidad magnética relativa. Para la mayoría de materiales dieléctricos el valor de la permeabilidad magnética relativa $\mu(\mathbf{r})$ es muy cercano a la unidad, por lo que es válido hacer la aproximación

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}. \quad (3.5)$$

Asumiendo lo anterior, las ecuaciones de Maxwell se reescriben como

$$\nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (3.6a)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = 0 \quad (3.6b)$$

$$\nabla \cdot [\varepsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)] = 0 \quad (3.6c)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) - \varepsilon_0 \varepsilon(\mathbf{r}) \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = 0 \quad (3.6d)$$

Dado que las ecuaciones son lineales es posible separar la dependencia espacial de la temporal considerando los campos como modos armónicos en la forma

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} \quad (3.7a)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} \quad (3.7b)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.7) en las ecuaciones (3.6), entonces las ecuaciones de Maxwell se reducen a

$$\nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0, \quad (3.8a)$$

$$\nabla \cdot [\varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r})] = 0 \quad (3.8b)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) - i\omega\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0 \quad (3.8c)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) + i\omega\varepsilon_0\varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0 \quad (3.8d)$$

Las ecuaciones (3.8)a-b tienen el significado físico de que no hay fuentes ni sumideros de carga magnética y eléctrica respectivamente. Además las configuraciones de los campos están construidas de ondas electromagnéticas que son transversales. Tomando el rotacional de la ecuación (3.8)d y haciendo uso de la ecuación (3.8)c se obtiene la siguiente expresión que el campo magnético debe satisfacer

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}), \quad (3.9)$$

donde $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ es la velocidad de la luz. La ecuación (3.9) nos describe la propagación de campos electromagnéticos en medios isotrópicos, transparentes y sin dispersión en la constante dieléctrica. Es posible, entonces, hacer uso de la ecuación (3.9) en la propagación de la luz en cristales fotónicos. Dada una configuración espacial para la constante dieléctrica, $\varepsilon(\mathbf{r})$, se resuelve la ecuación (3.9) para el campo magnético y para sus respectivas frecuencias. El campo eléctrico se obtiene con la ayuda de la ecuación (3.8)c. Esta ecuación junto con la ecuación

de la divergencia del campo eléctrico, ecuación (3.8)b, son las que proporcionan la información de como se propaga la luz en los cristales fotónicos.

3.3 Fibras de Cristal Fotónico

Las Fibras de Cristal Fotónico (FCF) pueden dividirse en dos grupos según la forma en que la luz es confinada en el núcleo de la fibra: fibras que operan bajo un principio similar al de las fibras convencionales, es decir por reflexión total interna (RTI), y las que guían la luz a través del efecto de brechas de energía fotónica [18](Anders2003).

Fibras de guiado por índice: estas fibras son, también, conocidas como fibras huecas. En este tipo de fibras ópticas la estructura periódica se utiliza para formar un revestimiento con un índice efectivo bajo, alrededor del núcleo. Una forma de lograr lo anterior es que la FCF tenga un núcleo sólido. Se subdividen entonces en fibras con apertura numérica grande, es decir fibras con una parte central rodeada por huecos de aire relativamente grandes; fibras con área modal grande o bien fibras de dimensiones relativamente grandes y contraste pequeño en el índice de refracción efectivo; y fibras altamente no lineales, las cuales tienen un núcleo muy pequeño que proveen un gran confinamiento modal. La Figura (3.2)b muestra una vista transversal de las FCF de guiado por índice. En el presente trabajo nos enfocaremos en las FCF cuyo mecanismo de guiado es la RTI.

Fibras de brecha fotónica: estas fibras reciben su nombre debido al fenómeno por el cual la luz es guiada en la fibra; el concepto de brecha fotónica se refiere

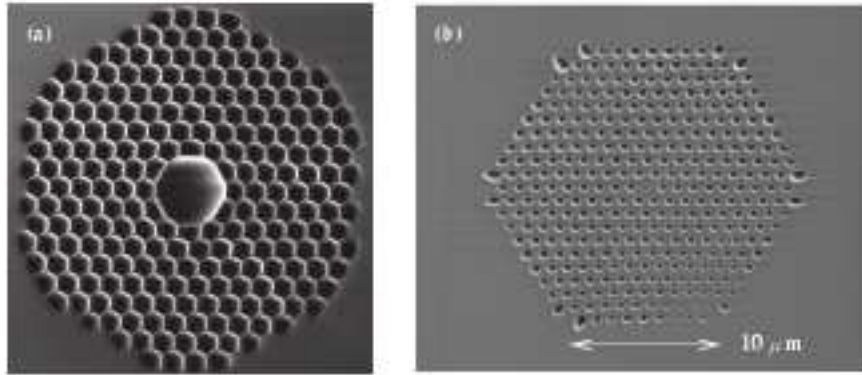


Figura 3.2: Vista transversal de las fibras de cristal fotónico: a) fibra de brecha fotónica con núcleo hueco y b) fibra de guiado por índice.

al rango de frecuencias que esta prohibido para los modos de propagación en la estructura periódica de la fibra óptica. Este tipo de confinamiento resulta atractivo porque permite el guiado de la luz en un núcleo hueco, el cual minimiza los efectos de pérdidas, no linealidades y cualquier otro tipo de propiedades no deseadas, que son propias del material con el cual se fabrica la fibra óptica [19](Knight2002). Dependiendo de las propiedades de la estructura de la fibra pueden subdividirse en fibras con núcleo de índice bajo y fibras con núcleo hueco. La Figura (3.2)a muestra una vista transversal de las FCF de brecha fotónica.

La Figura 3.3 muestra una FCF, donde el revestimiento está compuesto por una red triangular de huecos con núcleo sólido (de sílica). Los parámetros que caracterizan su estructura son: el periodo, Λ , el diámetro de hueco, d , y el tamaño relativo de hueco, $D = d/\Lambda$.

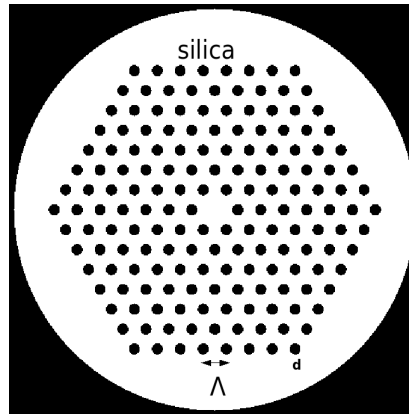


Figura 3.3: Esquema de una fibra de cristal fotónico con núcleo de sílica. El revestimiento está formado por una red triangular de huecos de aire.

Como se mencionaba, en las fibras ópticas convencionales la luz es guiada a través del proceso de reflexión total interna, el cual tiene lugar debido a que el índice de refracción del revestimiento, n_2 , es menor que el índice de refracción del núcleo, n_1 . A diferencia de las fibras ópticas convencionales, en las cuales el revestimiento es un medio con un índice de refracción constante, n_2 , en las FCF se considera al revestimiento un medio conformado por un arreglo periódico de huecos de aire en un medio (sílica) de fondo; entonces, en las FCF con núcleo sólido, el fenómeno físico que permite el confinamiento y guiado de la luz es el mismo, es decir por reflexión total interna, por lo que el índice efectivo del cladding debe ser menor al del núcleo. De lo anterior, es necesario obtener un índice de refracción efectivo, n_{eff} , para el revestimiento. Éste se determina usando la constante de propagación, β , del modo que se propaga en la estructura periódica de CF sin

considerar el núcleo sólido, es decir $n_{eff} = \beta/k_0$, siendo k_0 el número de onda en el espacio libre. A los modos de propagación permitidos en el revestimiento se les llama modos “space-filling” y sus constantes de propagación son dependientes de la longitud de onda de operación. En las FCF, ambos parámetros, el periodo, Λ , y el diámetro de hueco, d , determinan las características modales de la fibra, así como las de dispersión. Esto puede entenderse mejor observando el hecho de que a medida que el diámetro de hueco aumenta (disminuye) se tienen mayores (menores) regiones compuestas de aire que de sílica, es decir la luz se propaga mayormente por regiones de aire (sílica) que de sílica (aire). Por lo tanto, la diferencia entre los índices de refracción del núcleo, n_{nu} , y el índice de refracción efectivo del revestimiento será mayor (menor). En la Figura 3.4, se grafica el índice efectivo como función de la frecuencia normalizada para diferentes valores del tamaño relativo de hueco, D .

3.3.1 Modos de Propagación en FCF

En las fibras ópticas convencionales, a medida que aumentamos la frecuencia de la luz incidente un mayor número de modos se pueden propagar en la fibra; siendo este comportamiento lo que limita las aplicaciones de las mismas. Por el contrario, las FCF permiten una mayor libertad en este sentido, ya que pueden mantenerse monomodales. Para que la luz pueda guiarse en la FCF, debe cumplirse la condición

$$n_{nu} > n_{eff} = \frac{\beta}{k_0} > n_{FSM}, \quad (3.10)$$

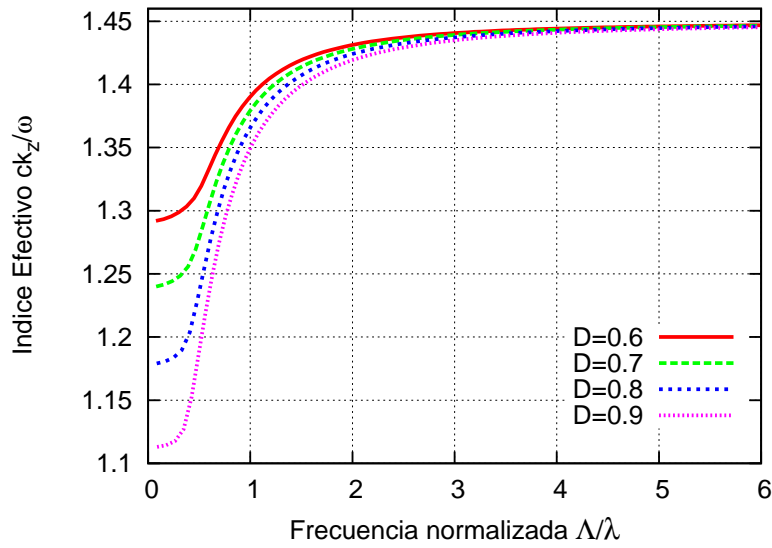


Figura 3.4: Curvas de índice efectivo para diferentes valores del tamaño relativo de hueco, D . Se observa como para valores mayores de D , los valores de índice de refracción disminuyen.

donde n_{nu} es el índice de refracción del núcleo, y n_{FSM} es el índice de refracción efectivo del revestimiento.

Se ha comprobado teóricamente, así como experimentalmente, que para un valor del tamaño relativo de hueco de $D < .5$, la fibra presenta un comportamiento monomodal. Knight *et al.* [20–22] (Knight1996, Knight1997, Birks1997) reportó la fabricación de una fibra que se mantenía monomodal para un rango amplio de longitud de onda [460–1550] nm, lo cual permite tener una mayor libertad de operación para aquellas aplicaciones en las que se requiera tener diferentes

longitudes de onda en la fibra, sin alterar su condición de monomodo. Al bombear luz a diferentes longitudes de onda en el núcleo, se observó que el modo guiado siempre presentaba un solo lóbulo central. De donde Knight *et al.* estableció que la FCF con la correcta elección de diámetro de hueco sería monomodal a todas las longitudes de onda de la luz. A estas fibras unimodales se les dió el nombre, en inglés, de “endlessly single-mode fibers”.

Una manera de entender este comportamiento unimodal es considerando al arreglo de huecos como un filtro modal. La distribución de campo del modo fundamental se localiza en el núcleo con un sólo lóbulo central cuyo diámetro aproximado es de 2Λ . Los huecos actúan como barreras ante el campo evanescente, por lo que no puede escaparse através de la malla de la red de huecos, ya que los gaps de sílica están muy cercanos. Sin embargo para modos superiores, las dimensiones de los lóbulos son menores de tal forma que pueden deslizarse entre los gaps.

Si el valor del tamaño relativo de hueco, D , se incrementa, entonces los modos superiores sucesivos son permitidos. Esto puede observarse en la Figura 3.5, donde se grafica los modos guiados como función del vector de onda para una FCF con un arreglo triangular de huecos y núcleo sólido. El diámetro relativo de hueco fué de $D = 0.6$ para el panel superior y de $D = .7$ para el panel inferior. En ambos casos, el periodo fué de $\Lambda = 1\mu\text{m}$. En el panel superior (inferior) de la Figura 3.5, se observan uno (tres) modos superiores.

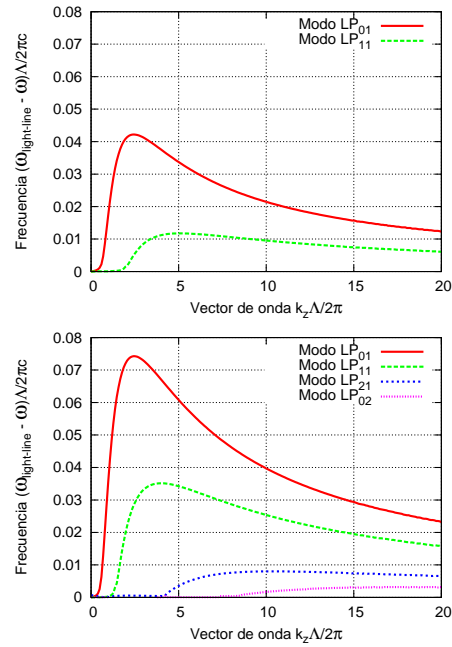


Figura 3.5: Modos de propagación permitidos en una FCF con un arreglo triangular de huecos y con núcleo sólido. En el panel superior (inferior) se muestran los modos para un tamaño relativo de hueco $D = .6$ ($D = .7$).

3.3.2 Dispersión

Cuando un pulso se propaga en una fibra, la dispersión cromática causa que los campos a diferentes longitudes de onda viajen a diferentes velocidades. El efecto es tal que el pulso se ensancha, sin cambiar su amplitud, conforme éste se propaga a lo largo de la fibra. La dispersión se cuantifica a través del parámetro \mathcal{D} que es proporcional a la segunda derivada del índice de refracción efectivo con respecto

a la longitud de onda, en la forma

$$\mathcal{D} = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_{eff}}{d\lambda^2} \quad (3.11)$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío.

Cuando $\mathcal{D} < 0$ se le llama dispersión normal, para $\mathcal{D} > 0$ se le conoce como dispersión anómala y para $\mathcal{D} = 0$ se tiene dispersión cero. Como se mencionó anteriormente las FCF poseen la atractiva característica de que su dispersión cromática es fácilmente controlable. Tal control es de suma importancia en problemas aplicados a sistemas de comunicaciones ópticas, compensación de dispersión y óptica no lineal. La curva de dispersión puede controlarse variando el diámetro de hueco y su periodo.

En la Figura 3.6 se grafica la dispersión cromática como función de la longitud de onda y como función del tamaño relativo de hueco para una FCF con un arreglo hexagonal de huecos.

3.3.3 Frecuencia Normalizada en FCF

El parámetro V o frecuencia normalizada se usa en el diseño de fibras convencionales o de índice escalonado y se define como

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} a_{nu} \sqrt{n_{nu}^2 - n_{cl}^2} \quad (3.12)$$

donde a_{nu} es el radio del núcleo y n_{cl} es el índice de refracción del cladding. Para que las fibras sean monomodales se debe cumplir la condición $V < 2.405$. Al valor

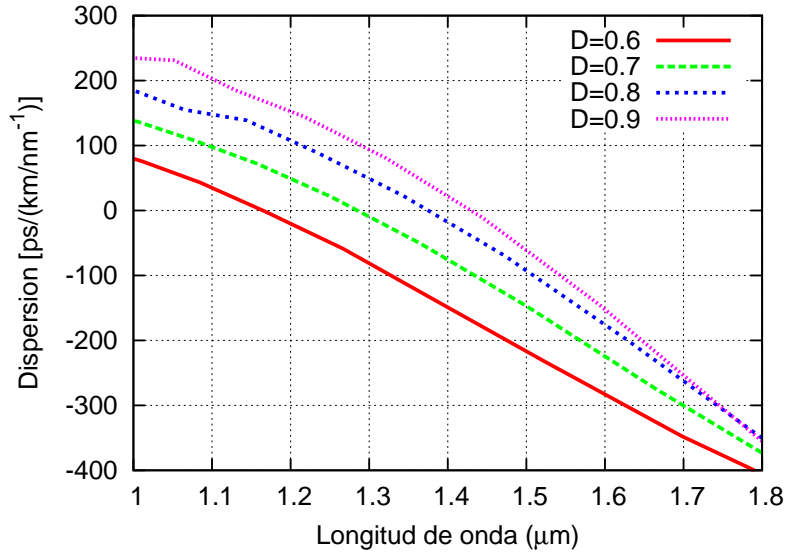


Figura 3.6: Gráfica de dispersión cromática debida a la guía de onda en función del tamaño relativo de hueco.

de 2.405 se le llama valor de corte del parámetro V . Se ha reportado que las propiedades fundamentales de una FCF se pueden conocer definiendo apropiadamente el parámetro V [23](**Knigh1998**). Haciendo una analogía con las fibras de índice escalonado, se puede definir un parámetro efectivo V_{eff} para las FCF en la forma

$$V_{eff} = \frac{2\pi}{\lambda} a_{eff} \sqrt{n_{nu}^2 - n_{FSM}^2} \quad (3.13)$$

donde a_{eff} es el radio efectivo del núcleo. Debido al hecho de que el radio de la FCF no está bien definido, entonces se han propuesto varios valores [24](**Saitoh2005**):

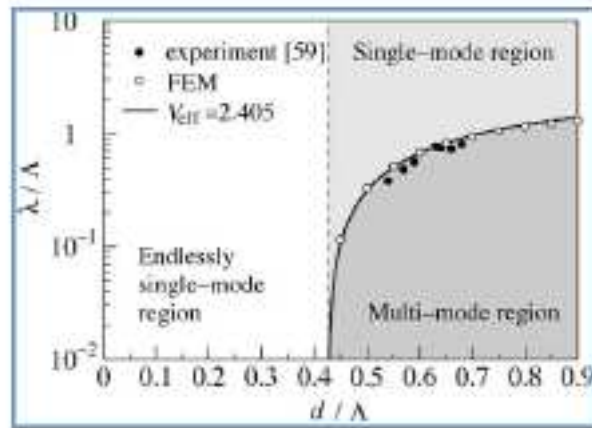


Figura 3.7: Gráfica de la longitud de corte relativa, λ/Λ , como función del tamaño relativo de hueco. Figura tomada de la referencia 24.

por ejemplo $a_{eff} = \Lambda, \frac{\Lambda}{2}$ y $\Lambda - \frac{d}{2}$. Se sabe que para $D < 0.43$ las FCF son “endlessly single-mode”; por lo que para usar la definición del valor de corte para V , Koshiba [24](Saitoh2005) propone el valor de $a_{eff} = \frac{\Lambda}{\sqrt{3}}$, de esta manera se tiene la misma condición de corte para $V_{eff} = 2.405$, como en las fibras convencionales de índice escalonado. Es necesario hacer notar que aún no se conoce un valor exacto de V_{eff} para el cual la FCF sea monomodal, aunque se ha visto que éste tiene un valor muy cercano a 2.4. La Figura 3.7 muestra la longitud de corte relativa λ/Λ como función del tamaño relativo de hueco obtenido para la condición de corte $V_{eff} = 2.405$.

3.4 Conclusiones

En este Capítulo se presentaron los conceptos fundamentales de un cristal (CF) fotónico y de las fibras de cristal fotónico (FCF). Se establecieron las bases matemáticas con las cuales se rige la propagación de luz en los cristales fotónicos. Se expuso la forma de agruparse de las FCF dependiendo del mecanismo con el cual se guía la luz a lo largo de ellas y se menciona la importancia de los parámetros geométricos que caracterizan a la FCF como lo son el diámetro de hueco, d , y el periodo de la red, Λ . Se mostraron, también, los modos de propagación y los parámetros involucrados en la dispersión en las FCF.

4 Simulación y Resultados

4.1 Estructuras de Estudio

Los datos obtenidos se basan en la simulación de una Fibra de Cristal Fotónico (FCF) de sílica, con núcleo sólido y cuyo revestimiento está formado por una red triangular de huecos de aire de diámetro d y de periodo Λ . Se eligió esta configuración, red triangular, porque permiten mayor control de la dispersión [17, 24, 25](Bache2006, Saitoh2003, Saitoh2005). En la Figura 4.1 se muestra la sección transversal de la FCF de estudio, en donde las regiones oscuras representan la sílica y los círculos blancos representan los huecos de aire. Las estructuras de FCF que se estudiaron son aquellas con valores de tamaño de hueco relativo, D , de 0.35, 0.40, 0.45, 0.50, 0.55, 0.60. Se estableció un periodo $\Lambda = 1\mu\text{m}$.

4.2 Dispersión Cromática

Una de las condiciones para la Generación de Segundo Armónico (GSA) es que tanto la frecuencia del haz de bombeo y del campo del armónico cumplan la

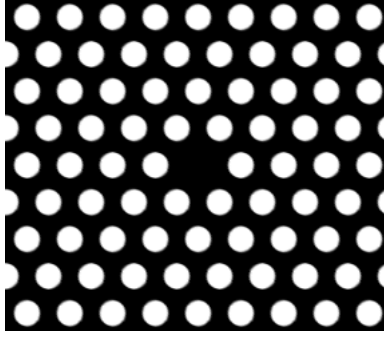


Figura 4.1: Sección transversal de la FCF de estudio, la cual esta formada por una red triangular de huecos de aire y tiene núcleo sólido. Las regiones oscuras representan la sílica y los círculos blancos representan los huecos de aire.

condición de empatamiento de fase. Esta condición puede satisfacerse si en la curva de dispersión correspondiente a una FCF con determinada geometría presenta el mismo valor de dispersión para las longitudes de onda de ambos campos, del de bombeo y del armónico. La dispersión cromática esta definida como:

$$\mathcal{D} = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_{eff}}{d\lambda^2}, \quad (4.1)$$

donde

$$n_{eff}(\lambda) = n_M + n_G, \quad (4.2)$$

siendo n_M y n_G los índices de refracción del material y de la guía de onda respectivamente. Por lo anterior, la dispersión total puede reescribirse como:

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}_M + \mathcal{D}_G. \quad (4.3)$$

Aquí \mathcal{D}_M es la dispersión intrínseca del material y \mathcal{D}_G la dispersión debido a la guía de onda [26, 27](**Ferrando2000,Ferrando2001**).

La dispersión intrínseca del material es aquella que se debe al material del cual está hecha la guía de onda, se define como:

$$\mathcal{D}_M = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_M}{d\lambda^2}. \quad (4.4)$$

El índice de refracción del material, n_M , se encuentra utilizando la conocida ecuación de Sellmeier [28](Malitson1965):

$$n_M(\lambda)^2 = 1 + \sum_{j=1}^3 \frac{a_j \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_j^2}. \quad (4.5)$$

Por otro lado, la dispersión de la guía de onda, como su nombre lo indica, es aquella causada por la geometría específica del medio por donde se propaga y se guía la luz. Evidentemente las características dispersivas de una guía de onda de FCF será influenciada por los parámetros de tamaño de hueco y del periodo. La dispersión de guía de onda puede calcularse mediante la expresión [25, 29](Saitoh2003, Saitoh2006):

$$\mathcal{D}_G = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_G}{d\lambda^2} \quad (4.6)$$

donde n_G es el índice de refracción efectivo del modo fundamental de la guía de onda, el cual, también se define como:

$$n_G = \frac{k\lambda}{2\pi} \quad (4.7)$$

Dada cierta configuración para una FCF es posible obtener la curva de índice efectivo, por medio de la ecuación (4.7), y a partir de ella se obtiene la dispersión de guía de onda.

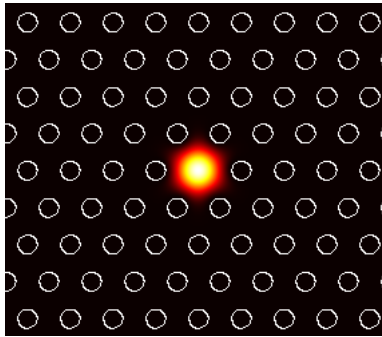


Figura 4.2: Modo fundamental, LP_{01} , de una FCF con un arreglo triangular de huecos y núcleo sólido. El tamaño relativo de hueco es de $D = 0.45$.

4.3 Resultados

4.3.1 Modos de Propagación

Los modos permitidos de propagación en una FCF determina si la fibra es útil para una aplicación específica. Estos modos se encuentran al resolver las ecuaciones de Maxwell. En particular en el presente trabajo de investigación se utilizó el programa MPB [30](MPB) para dicha tarea; en el Apéndice A se describe la metodología que utiliza dicho programa. A continuación se muestran algunos resultados de los modos de propagación de las FCF de estudio. En la Figura 4.2 se muestran las distribuciones de energía del modo fundamental de una FCF con un arreglo triangular de huecos y de núcleo sólido, y con un valor de tamaño de hueco relativo de $D = 0.45$. Así mismo la Figura 4.3, muestra la correspondiente distribución de energía para una FCF con un valor de $D = 0.7$. A medida que

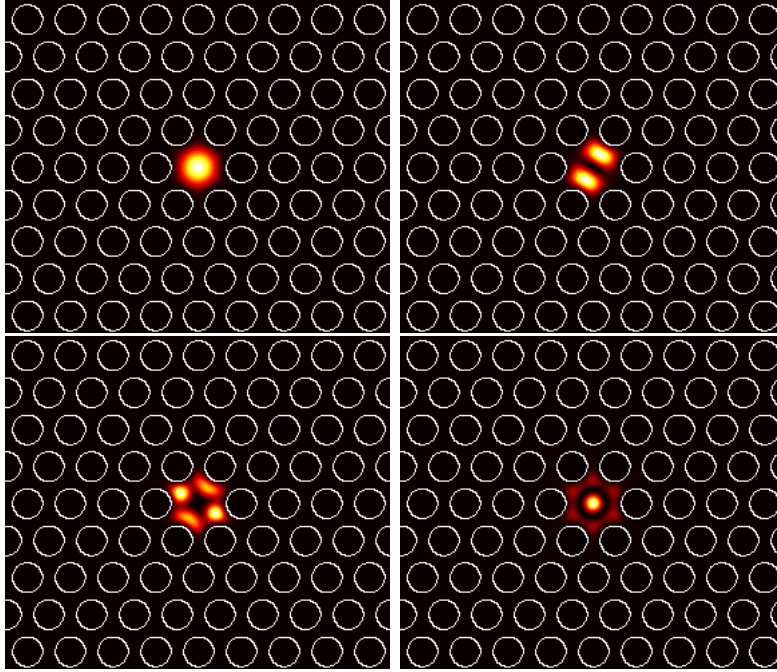


Figura 4.3: Modo LP_{01} , LP_{11} , LP_{21} y LP_{31} de una FCF con un arreglo triangular de huecos y núcleo sólido. El tamaño relativo de hueco es de $D = 0.7$.

el tamaño relativo de hueco se hace mayor que el valor de 0.45, la FCF se vuelve multimodal. Al analizar la distribución de energía de los modos en las Figuras 4.2 y 4.3 observamos la similitud que presentan con los modos en las fibras convencionales, es por esta razón que pueden ser clasificados de la misma forma. De manera particular en la Figura 4.3 observamos la aparición de los modos superiores LP_{11} , LP_{21} y LP_{31} .

4.3.2 Índices de Refracción

La metodología para encontrar la dispersión cromática se dividió en tres pasos: primero obtener los índices de refracción del material, es decir de la sílica y de la guía de onda; enseguida obtener su correspondiente dispersión del material y de la guía de onda y, finalmente, calcular la dispersión cromática total de la FCF. En el primer paso, el índice de refracción del material se obtuvo utilizando la ecuación de Sellmeier, ecuación (4.5), cuyos parámetros para la sílica están dados por [28](Malitson1965): $a_1 = 0.6961663$, $a_2 = 0.4079426$, $a_3 = 0.8974794$, $\lambda_1 = 0.0684043$, $\lambda_2 = 0.1164414$, $\lambda_3 = 9.896161$. Para calcular el índice de refracción de guía de onda se resolvieron las ecuaciones de Maxwell, para la geometría de la FCF. Posteriormente se utilizó la ecuación (4.6) para el cálculo de la dispersión de la guía de onda.

La Figura 4.4 muestra las curvas correspondientes para los índices de refracción del material (sílica) y de la guía de onda como función de la longitud de onda y del tamaño relativo de hueco. Se observa de la Figura 4.4 que el índice de refracción material (del núcleo de sílica) es siempre mayor, en todo el rango de longitud de onda, que el índice de refracción de la guía. Este hecho permite a la FCF guiar la luz por medio del fenómeno de la reflexión total interna, tal y como sucede en las fibras ópticas convencionales, donde el índice de refracción del núcleo es menor que el índice de refracción del cladding.

Otro aspecto importante que puede observarse de las curvas de índice de refracción es el hecho de que a medida que el diámetro de hueco aumenta, los

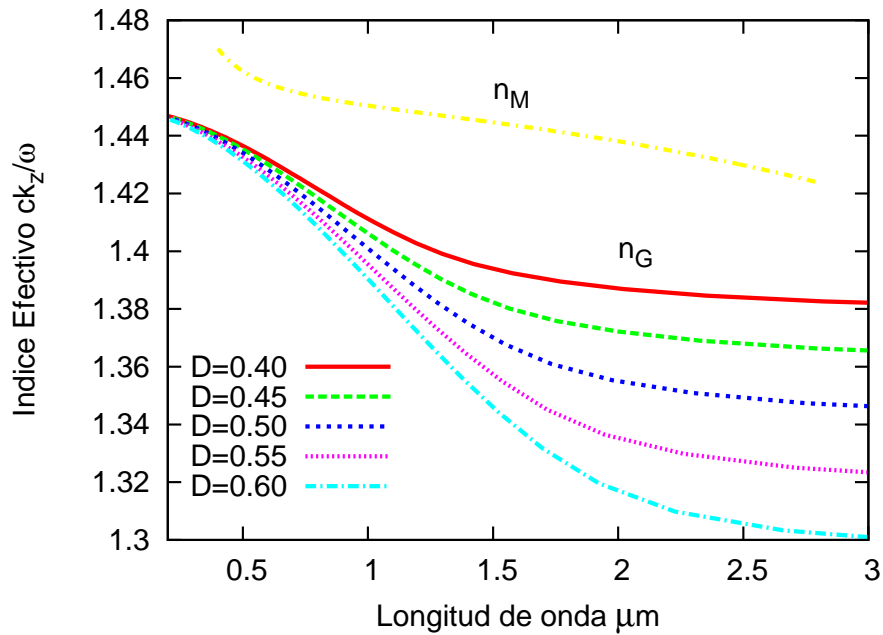


Figura 4.4: Curvas del índice de refracción debida al material (sílica) y a la guía de onda como función de la longitud de onda y del tamaño relativo de hueco

índices de refracción de la guía de onda disminuyen para longitudes de onda mayores. Como consecuencia de lo anterior se observa una relación directa entre la diferencia entre los índices de refracción del material y de la guía, y el número de modos que se propagan en la FCF; es decir a medida que la diferencia entre índices es mayor (menor) la FCF adquiere la capacidad de soportar más (menos) modos en el núcleo. Una vez obtenidas las curvas de índices de refracción tanto del material como de la guía, se calculó la dispersión cromática total de la FCF, a través de las ecuaciones (4.3), (4.4) y (4.6).

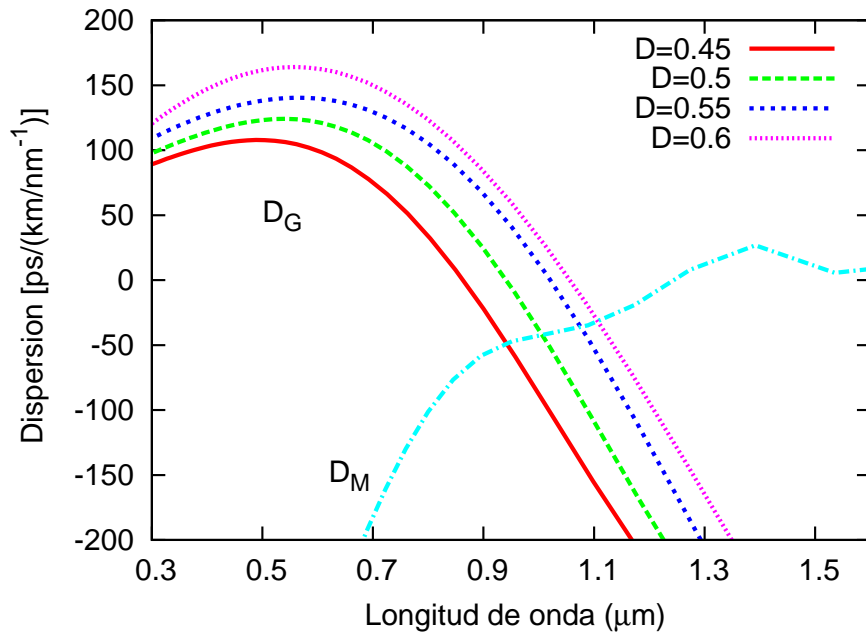


Figura 4.5: Curvas de dispersión del material (sílica), D_M y de la guía de onda de una FCF como función de la longitud de onda y del tamaño relativo de hueco.

4.3.3 Dispersión

En la Figura 4.5 se muestran las curvas de dispersión del material (sílica), D_M y de la guía de onda de una FCF como función de la longitud de onda y del tamaño relativo de hueco. De la Figura 4.5 se observa que las curvas de dispersión de la guía presentan dos tipos de comportamiento en función del rango de longitudes de onda en la que se encuentren. Para longitudes de onda pequeñas de 0.3 a 0.5 μm aproximadamente, el valor de la dispersión aumenta de manera lenta,

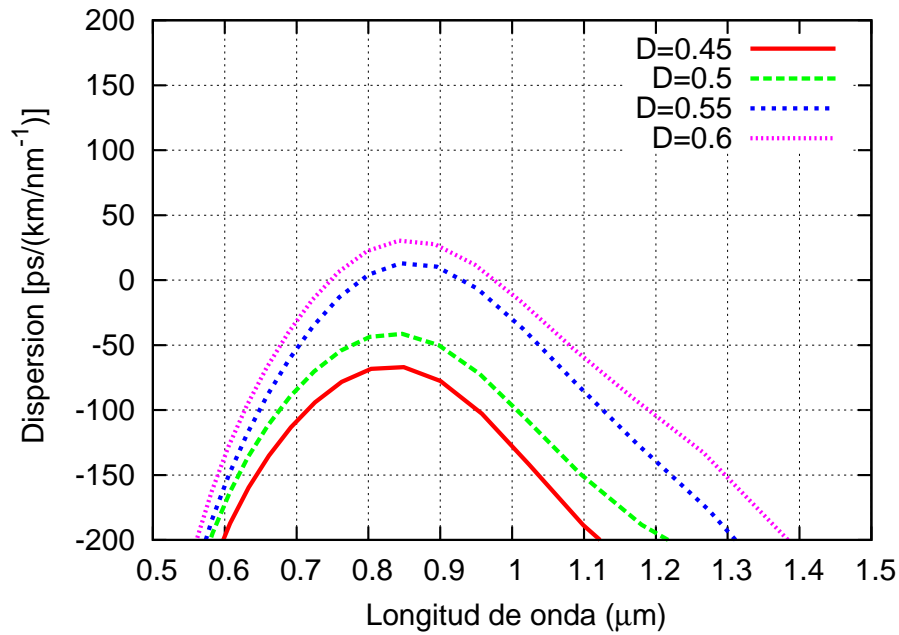


Figura 4.6: Curvas de dispersión cromática total para una FCF con un arreglo hexagonal de huecos y núcleo sólido, como función de la longitud de onda y del tamaño relativo de hueco.

mientras que para longitudes de onda mayores que $0.5 \mu\text{m}$ los valores de dispersión disminuyen rápidamente hasta alcanzar valores negativos. También se observa que a medida que el tamaño relativo de hueco aumenta también lo hace el valor de la dispersión. En lo que respecta a la dispersión material, se observa que presenta valores negativos en el rango de longitudes de onda de 0.7 a 1.2μ . Para valores mayores, la dispersión permanece cercana al valor de cero dispersión. En general la curva de dispersión presenta una línea creciente en la mayor parte del rango de

frecuencias que se presenta en la Figura 4.5.

En la Figura 4.6 se muestran las curvas de dispersión cromática total para una FCF con un arreglo hexagonal de huecos y núcleo sólido, como función de la longitud de onda y del tamaño relativo de hueco. De la Figura 4.6 se observa que la dispersión aumenta hasta llegar a un máximo, aproximadamente en $0.85 \mu\text{m}$, a partir del cual disminuye. De igual forma se observa que los valores de dispersión, para distintos tamaños relativos de hueco, tiende a juntarse una con la otra para longitudes de onda menores que para longitudes de onda más grandes. Es precisamente el comportamiento tan peculiar de la dispersión total lo que permite predecir los valores necesarios para cumplir la condición de empatamiento de fase entre la longitud de onda de bombeo y la del segundo armónico. Las curvas de dispersión total obtenidas en la Figura 4.6 son muy comparables con las reportadas por Saito y Koshiba [24](**Saitoh2005**). En general se obtiene la misma forma de línea y comportamiento de las curvas de dispersión, teniendo el máximo de dispersión a aproximadamente la misma longitud de onda.

4.4 Diseño de la Estructura

Para la generación de segundo armónico en fibras ópticas son necesarias dos condiciones: que exista una susceptibilidad de segundo orden $\chi^{(2)}$ y que se cumpla la condición de empatamiento de fase, entre el haz de bombeo y el de SA. La primera condición puede satisfacerse sometiendo a la fibra óptica al proceso de poleo. El proceso de poleo térmico ya fue demostrado en una fibra de cristal fotónico por Faccio *et al.* [14, 15](**Faccio2001,Faccio2001b**) obteniendo una $\chi^{(2)} \sim 0.04\text{pm/V}$,

de tal forma que la primera condición se satisface; por otra parte, haciendo uso de la capacidad de la FCF para controlar la dispersión, es posible diseñar una fibra óptica que cumpla la segunda condición, es decir, que tanto el haz de bombeo como el del SA tengan el mismo valor de dispersión.

De la figura 4.6 se observa que esto último se cumple, aproximadamente, para la dispersión de una FCF con tamaño relativo de hueco entre 0.5 y 0.6. Notemos que para tales valores de tamaño relativo de hueco, la fibra óptica permite modos superiores al fundamental; sin embargo, tales modos superiores, no impiden la generación de segundo armónico, ya que los datos obtenidos están basados en el modo fundamental de la FCF. Dicho de otra manera los modos superiores no cumplen con la condición de emparejamiento de fase, por lo que no impiden la GSA. La curva de dispersión correspondiente a un tamaño relativo de hueco de 0.55, en la Figura 4.6, es la curva que presenta un comportamiento más próximo al deseado; es decir, la dispersión a la longitud de onda de $1.2 \mu\text{m}$ (asumiendo que fuese la longitud de onda del haz fundamental) es aproximadamente igual al valor de dispersión a la longitud de onda de $0.6 \mu\text{m}$ (que correspondería a la longitud de onda del SA). Para dicho valor de tamaño relativo de hueco la fibra de cristal fotónico permite el modo LP_{01} y el modo LP_{11} , tal y como lo muestra la Figura 4.7. El modo LP_{11} puede ser eliminado experimentalmente si el haz láser de bombeo está correctamente alineado con el eje de la fibra óptica por lo que no representa un inconveniente importante.

Por lo anterior se espera que una FCF con un arreglo hexagonal (con un tamaño relativo de hueco de 0.55 y periodo de $1\mu\text{m}$) y de núcleo sólido, y que sea

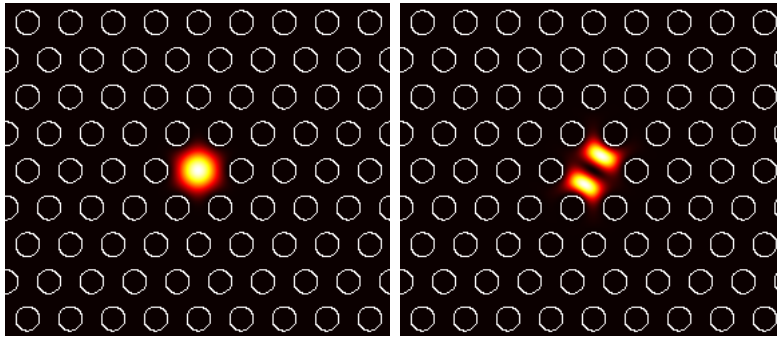


Figura 4.7: Modo LP_{01} y modo LP_{11} de una FCF con un arreglo triangular de huecos y núcleo sólido. El tamaño relativo de hueco es de $D = 0.55$.

sometida al proceso de poleo térmico sea más óptima para inducir la GSA que en una fibra convencional. La Figura 4.8 muestra un esquema de la FCF, que se propone, con los parámetros de diseño mencionados anteriormente. Los círculos dentro del primer anillo de huecos, representan a los electrodos mediante los cuales se pretende aplicar el campo eléctrico externo durante el proceso de poleo térmico.

4.5 Conclusiones

En el presente capítulo se describieron las características de FCF con un arreglo hexagonal de huecos y de núcleo sólido como función del tamaño relativo de hueco. Se presentaron resultados para las curvas de índice de refracción así como la dispersión total de las FCF de estudio. Se realizó un análisis de los resultados obtenidos y en base a ellos se propone una FCF, que se espera promueva la GSA, con las siguientes características: núcleo sólido, revestimiento formado por una

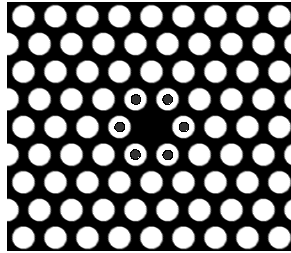


Figura 4.8: Esquema de la vista transversal de una FCF con $D = 0.55$. Los círculos dentro del primer anillo de huecos representan los electrodos mediante los cuales se les aplicaría el campo eléctrico externo, durante el proceso de poleo térmico. $\Lambda = 1\mu m$.

red triangular de huecos de aire, periodo de $1\mu m$, tamaño relativo de hueco de 0.55 y que sea sometida al proceso de poleo térmico.

5 Conclusiones

En el presente trabajo de investigación se estudió el comportamiento de una FCF con núcleo sólido y cuyo revestimiento está formado por huecos de aire en una red triangular. Se expusieron las condiciones y la forma de satisfacer dichas condiciones para que una FCF sea susceptible de la generación de segundo armónico. Se investigó y se estableció la metodología necesaria para encontrar: los modos de propagación, las curvas de índice efectivo, la dispersión de guía y de material y la dispersión total. De manera particular, en base a los datos obtenidos, se proponen los parámetros de diseño con los cuales fabricar una FCF de núcleo sólido y con arreglo triangular, que promueva la generación de segundo armónico. Una de las contribuciones de la tesis es que permitirá modelar FCF, lo cual ayuda a predecir su comportamiento y da la posibilidad de proponer geometrías que ayuden a inducir ciertos fenómenos físicos que se deseen estudiar. Como resultado del trabajo de tesis, se tiene un método eficaz que permite estudiar la forma en que la geometría de la fibra afecta las características dispersivas de la FCF.

A Programa *MIT Photonic-Bands*

El programa *MIT Photonics-Bands* (MPB) es un software libre [30](MPB) desarrollado por Johnson del Instituto de Tecnología de Massachusetts (MIT) y el grupo de *ab initio* de Joannopoulos, el cual permite calcular los modos electromagnéticos y relaciones de dispersión (o estructuras de bandas) de estructuras dieléctricas que presentan periodicidad en su índice de refracción. Usando métodos completamente vectoriales y tridimensionales, el programa MPB calcula eigenestados de las ecuaciones de Maxwell a una frecuencia dada y para vectores de onda arbitrarios. A continuación se describe brevemente la metodología utilizada por el paquete MPB, [31](Johnson2001).

A.1 Problema de Eigenvalores

El software considera a las ecuaciones de Maxwell como un problema de eigenvalores, el cual resuelve a través de un método iterativo. Se empieza expresando las ecuaciones de Maxwell como un problema de eigenvalores lineal. Se emplea la notación de Dirac sobre los operadores \hat{A} y estados $| \mathbf{H} \rangle$. Las ecuaciones de

Maxwell sin fuentes para un dieléctrico lineal, con $\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{x})$, puede escribirse a través del campo magnético $|\mathbf{H}\rangle$ en la forma:

$$\nabla \times \frac{1}{\varepsilon} \nabla |\mathbf{H}\rangle = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} |\mathbf{H}\rangle \quad (\text{A.1a})$$

$$\nabla \cdot |\mathbf{H}\rangle = 0 \quad (\text{A.1b})$$

Se consideran únicamente estados con frecuencias definidas y se supone que el sistema es periódico. En ese caso el teorema de Bloch para un problema de eigenvalores periódico dice que los estados pueden elegirse de la forma

$$|\mathbf{H}\rangle = e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)} |\mathbf{H}_{\mathbf{k}}\rangle \quad (\text{A.2})$$

donde \mathbf{k} es el vector de onda de Bloch y $|\mathbf{H}_{\mathbf{k}}\rangle$ es un campo periódico (definido completamente por sus valores en la celda unitaria). De tal manera que la ecuación (A.1a) se convierte en un problema de eigenvalores, es decir

$$\hat{\mathbf{A}}_{\mathbf{k}} |\mathbf{H}_{\mathbf{k}}\rangle = (\omega/c)^2 |\mathbf{H}_{\mathbf{k}}\rangle \quad (\text{A.3})$$

donde $\hat{\mathbf{A}}_{\mathbf{k}}$ es el operador Hermitiano positivo definido por

$$\hat{\mathbf{A}}_{\mathbf{k}} = (\nabla + i\mathbf{k}) \times \frac{1}{\varepsilon} (\nabla + i\mathbf{k}) \times . \quad (\text{A.4})$$

Las soluciones a la ecuación (A.3) nos da un conjunto discreto de eigenfrecuencias, $\omega_n(\mathbf{k})$ que forman una estructura de bandas continuas como función del vector de onda, \mathbf{k} . Este conjunto de bandas discretas, o modos como función del vector de onda, forman un conjunto completo de todos los posibles estados electromagnéticos del sistema. Además, los modos para un valor de vector de onda \mathbf{k} pueden elegirse

de tal manera que sean ortonormales, es decir

$$\langle \mathbf{H}_{\mathbf{k}}^{(n)} | \mathbf{H}_{\mathbf{k}}^{(m)} \rangle = \delta_{n,m} \quad (\text{A.5})$$

donde $\delta_{n,m}$ es la delta de Kronecker.

A.2 La Base

Los campos solución o estados de la ecuación de eigenvalores, ecuación (A.3), pueden representarse en términos de una base completa, es decir en un número infinito de funciones base. Para propósitos de resolver la ecuación de eigenvalores numéricamente, el problema se puede transformar en un problema finito, expandiendo los estados en una base truncada o finita de estados $|b_m\rangle$, es decir

$$| \mathbf{H}_{\mathbf{k}} \rangle \cong \sum_{m=1}^N h_m | b_m \rangle. \quad (\text{A.6})$$

Sustituyendo la ecuación (A.6) en (A.3) y multiplicando por el bra $\langle b_l |$ se obtiene el problema generalizado de eigenvalores siguiente

$$A_{lm} h_m = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 B_{lm} h_m, \quad (\text{A.7})$$

donde A_{lm} y B_{lm} son elementos de las matrices $(N \times N)$ A y B respectivamente, es decir

$$A_{lm} = \langle b_l | \hat{\mathbf{A}}_{\mathbf{k}} | b_m \rangle, \quad (\text{A.8a})$$

$$B_{lm} = \langle b_l | b_m \rangle = \delta_{lm}. \quad (\text{A.8b})$$

La elección de una base, $|b_n\rangle$, se determina considerando tres factores: a) la base debe representarse por un número N finito de funciones, de tal manera que

se tengan resultados con una muy buena aproximación, b) se debe contar con un método eficiente para calcular $A_{lm}h_m$ y $B_{lm}h_m$, y c) la base debe ser transversal o satisfacer la condición de la ecuación (A.1b).

Se utiliza una base de ondas planas en la forma

$$|b_m\rangle = e^{i\mathbf{G}_m \cdot \mathbf{x}} \quad (\text{A.9})$$

donde \mathbf{G}_m son vectores de la red recíproca. La base $|b_m\rangle$ se trunca eligiendo un valor máximo de corte para la magnitud del vector de la red recíproca \mathbf{G}_m , dando como resultado un volúmen esférico de vectores \mathbf{G} . Sin embargo, los vectores \mathbf{G} se expanden dentro de un volúmen de un paralelepípedo, de tal forma que la transformación entre la representación de onda plana y de la representación espacial tome la forma de una Transformada Discreta de Fourier (TDF). Esto es: si los vectores primitivos de la red real son $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3$ y los vectores primitivos de la red recíproca son $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \mathbf{G}_3$, definidos por la condición $\mathbf{R}_i \cdot \mathbf{G}_j = 2\pi\delta_{ij}$, entonces las funciones base toman la forma

$$|b_{m_1, m_2, m_3}\rangle = e^{i\sum_j m_j \mathbf{G}_j \cdot \mathbf{x}} \quad (\text{A.10})$$

con $m_j = 0, 1, \dots, N_j - 1$ y $N = N_1 N_2 N_3$. Por lo tanto reescribimos la ecuación (A.6) para el campo en la forma

$$\mathbf{H}_{\mathbf{k}} \left(\sum_k n_k \mathbf{R}_k / N_k \right) = \sum_{\{m_j\}} \mathbf{h}_{\{m_j\}} e^{i\sum_{j,k} m_j \mathbf{G}_j \cdot n_k \mathbf{R}_k / N_k} = \sum_{\{m_j\}} \mathbf{h}_{\{m_j\}} e^{2\pi i \sum_j m_j n_j / N_j} \quad (\text{A.11})$$

donde $n_k = 0, \dots, N_k - 1$ describen coordenadas espaciales sobre una malla de $N_1 \times N_2 \times N_3$, sobre las tres direcciones de la red. La ecuación (A.11) es precisamente

una TDF, la cual puede calcularse a través del algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier (FFT) en el tiempo $O(N \log N)$.

Habiéndose escogido la base, ya es posible resolver la ecuación generalizada de eigenvalores, ecuación (A.7), para los coeficientes h_m . Para ello se requiere calcular los elementos de matriz, A_{lm} . La matriz B es la matriz identidad (ver ecuación (A.8b)). Para calcular A_{lm} , se sustituye la forma del operador $\hat{\mathbf{A}}$, ecuación (A.4), y la base, ecuación (A.10), en la ecuación (A.8a), y se sigue el procedimiento siguiente: Se toma el rotacional en espacio recíproco (tomando el producto cruz con $\mathbf{k} + \mathbf{G}_m$), se realiza la FFT, se multiplica por el inverso de la tensor dieléctrico, $\widetilde{\epsilon^{-1}}$, se realiza la FFT inversa y se toma el rotacional nuevamente, es decir

$$A_{lm} = (\mathbf{k} + \mathbf{G}_l) \times \cdots \text{IFFT} \cdots \widetilde{\epsilon^{-1}} \cdots \text{FFT} \cdots (\mathbf{k} + \mathbf{G}_m) \times . \quad (\text{A.12})$$

De donde con el uso de la ecuación (A.12) se resuelve la ecuación generalizada de eigenvalores, ecuación (A.7), para los coeficientes h_m , a través de los cuales, a su vez, nos dan los estados $|\mathbf{H}_\mathbf{k}\rangle$ (ver ecuación (A.6)).

Una de las ventajas del uso de ondas planas se ve reflejada en en el echo de que el campo debe satisfacer la condición de transversalidad, ecuación (A.1b), es decir, en este caso, la ecuación (A.1b) se transforma

$$\mathbf{h}_m \cdot (\mathbf{k} + \mathbf{G}_m) = 0. \quad (\text{A.13})$$

Para cada vector recíproco \mathbf{G}_m , se puede elegir un par de vectores unitarios ortonormales \hat{u}_m, \hat{v}_m que sean perpendiculares a $\mathbf{k} + \mathbf{G}_m$. Se define, entonces, $\mathbf{h}_m = h_m^{(1)} \hat{u}_m = h_m^{(2)} \hat{v}_m$. De esta manera, la base es intrínsecamente transversal, y la (A.7) resulta ser un problema de eigenvalores ordinario de rango $n = 2N$.

A.3 Consideraciones Adicionales

Para poder hacer algunas simplificaciones al problema de eigenvalores de la ecuación (A.7), se pueden hacer algunas consideraciones adicionales que tratamos en las subsecciones siguientes.

A.3.1 Simetría de Inversión

Los coeficientes h_m de la base son cantidades complejas y pueden elegirse de tal forma que sean cantidad reales para el caso siguiente: Si el sistema de estudio es un sistema que tiene simetría de inversión, entonces se cumple que $\varepsilon(-\mathbf{x}) = \varepsilon(\mathbf{x})$. Por otro lado, se tiene que la Transformada de Fourier (FT) de una función real y par es otra función real y par; por lo que la representación en ondas planas del operador $\hat{\mathbf{A}}_{\mathbf{k}}$, ecuación (A.4), es entonces una matriz real y simétrica. Lo que significa que se pueden escoger a los coeficientes h_m que sean cantidades puramente reales. Esto se refleja en un ahorro de recursos de almacenamiento y de un factor de 2 en el tiempo de procesamiento.

A.3.2 El Tensor Dieléctrico Efectivo

Cuando se realiza la operación $\hat{\mathbf{A}}|H_{\mathbf{k}}$ en una base de ondas planas, la multiplicación por el inverso del tensor dieléctrico $\widetilde{\varepsilon}^{-1}$ se realiza en espacio real, después de realizar la transformada de Fourier, entonces se puede usar el valor de la constante dieléctrica en el punto en cuestión. Desafortunadamente, ésto conlleva a una falta de convergencia de las frecuencias como función del número, N , de las funciones

base, debido a problemas de discontinuidad de la base. Para evitar este problema se usa un tensor dieléctrico efectivo y suave cerca de las interfaces dieléctricas. En particular cerca de la interfase se puede promediar el tensor dieléctrico.

A.3.3 Métodos Iterativos

Los métodos iterativos son métodos rápidos para calcular los primeros p eigenvalores y eigenvectores, con $p \ll n$, de un problema de eigenvalores, $n \times n$, generalizado $Ay = \lambda By$. El método da, inicialmente una solución aproximada para los eigenvectores e , iterativamente, va dando una mejor aproximación hasta alcanzar la convergencia. Por lo tanto, los métodos iterativo son ideales para encontrar los primeros eigenestados de las ecuaciones de Maxwell. Se han propuesto varios métodos iterativos. Los métodos iterativos en los que principalmente se enfoca el software de MPb son: el método de cociente de Rayleigh y el método de Davidson, los cuales pueden revisarse en la referencia 31. Un factor importante en el desempeño de un método iterativo es la elección de un operador precondicional, el cual requiere que se haga una aproximación a la matriz inversa \mathbf{A}^{-1} de tal forma que el producto $\mathbf{A}^{-1}h$ pueda calcularse rápidamente.

B Métodos Numéricos

Los métodos que se cuentan para resolver el problema de propagación de ondas electromagnéticas en fibras de cristal fotónico (FCF) se clasifican en dos grupos: los que utilizan una aproximación numérica y los que utilizan una expansión en funciones base. A continuación se describe muy brevemente, la metodología empleada en algunos de ellos [18, 32](**Marcin2006, Anders2003**).

B.1 Método de Aproximación Numérica

Entre los métodos que utilizan una aproximación numérica tenemos: el método de elemento finito, el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo y el método de propagación de haces.

B.1.1 Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo

El Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (FDTD) ha sido utilizado en cristales fotónicos para calcular estructuras de bandas, modos de

propagación en defectos, modos de guía de onda y modos de superficie. En fibras de cristal fotónico la propagación de ondas se calcula mediante la integración directa, en el dominio del tiempo, de las ecuaciones de Maxwell, en forma discreta. La discretización temporal y espacial se representa en una malla regular. El comportamiento de los campos magnético y eléctrico se calcula en una celda Yee. El método permite calcular coeficientes de transmisión y reflexión, así como el vector de Poynting. El método es sencillo pero requiere de gran cantidad de memoria y tiempo de cálculo.

B.1.2 Método de Elemento Finito

El Método de Elemento Finito (FEM) es un método completamente vectorial, el cual se basa en un método híbrido de elemento finito para calcular la constante de propagación y la distribución del campo eléctrico de los modos guiados, mediante la resolución del eigenproblema generalizado dado por:

$$\begin{bmatrix} \nabla_{\perp} \times \nabla_{\perp} \times -k_0^2 n^2(\mathbf{r}) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{\perp} \\ E_z \end{bmatrix} = -\beta^2 \begin{bmatrix} 1 & \nabla_{\perp} \\ \nabla_{\perp} & \Delta + k_0^2 n^2(\mathbf{r}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{\perp} \\ E_z \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

El eigenvector es el vector de campo eléctrico en la sección transversal de la FCF, $\mathbf{E} = [\mathbf{E}_{\perp}, E_z]$. El eigenvalor es la constante de propagación del modo, β , y $k_0 = \omega/c$ es el número de onda.

B.1.3 Método de Propagación de Haces

El método de propagación de haces consiste en propagar un campo con perfil dentro de una guía de onda. La propagación del campo, a lo largo de la dirección z , a través de una guía transversal está dada por:

$$E(x, y, z) = \sum_i \alpha_i E_i(x, y) e^{-j\beta_i z} \quad (\text{B.2})$$

donde para cada modo i , $E_i(x, y)$ es el perfil modal transversal, α_i es la amplitud de cada modo, y $\beta_i = 2kn_i$ es el vector de onda en la dirección de propagación z . La función de correlación que calcula el perfil inicial del campo, y el perfil del campo en cada valor de z está dado por:

$$P(z) = \int E(x, y, z) E^*(x, y, z) dx dy \quad (\text{B.3})$$

El perfil longitudinal $P(z)$ se determina para una función de índice de refracción dado y las constantes de acoplamiento necesarias para un análisis de modo acoplado pueden, entonces, derivarse.

B.2 Método de Expansión en Funciones Base

Entre los métodos que utilizan una expansión en funciones base tenemos: el método de ondas planas (PWE), el cual es descrito en el Apéndice A y el método de funciones localizadas (LFM).

B.2.1 Método de Funciones Localizadas

El método de funciones localizadas se basa en la solución directa de las ecuaciones de Maxwell [32](Marcin2006); aquí se asume que los modos guiados de la FCF están localizados en el área cercana alrededor del defecto y que los modos pueden describirse como una suma de funciones de Hermite-Gauss localizadas en la vecindad del núcleo. Se considera un medio traslacionalmente invariante a lo largo del eje z , y las ecuaciones de Maxwell se reescriben como ecuaciones de onda para campos magnéticos transversales en la forma

$$(\nabla_{\perp}^2)h_{\perp} + (\nabla_{\perp} \ln(\varepsilon)) \times (\nabla_{\perp} + h_{\perp}) = \beta^2 h_{\perp}, \quad (\text{B.4})$$

donde ∇_{\perp} es el gradiente en el plano transversal y h_{\perp} son las componentes transversales del campo magnético H_i

$$H_j = h_j e^{i(\beta z - ckt)} \quad (\text{B.5})$$

donde $j = x, y$. Los modos, entonces, se escriben a través de funciones construidas por un conjunto de funciones Hermite-Gauss en la forma:

$$\phi_{mn} = e^{\left(-\frac{x^2+y^2}{2\Lambda^2}\right)} H_m\left(\frac{x}{\Lambda}\right) H_n\left(\frac{y}{\Lambda}\right), \quad (\text{B.6})$$

donde H_m es el polinomio de Hermite de orden m y Λ es el periodo de red. Las funciones ϕ_{mn} son ortogonales y crean un sistema completo de la base. La ecuación de onda (B.4) puede reescribirse como un problema de eigenvalores de la siguiente forma

$$\sum_{kl} L_{k,l}^{m,n} h_{\perp}^{k,l} = \beta^2 h_{\perp}^{m,n}, \quad (\text{B.7})$$

donde $L_{k,l}^{m,n}$ es la matriz de coeficientes del operador sobre la parte izquierda de la ecuación de onda (B.4). Al resolver la ecuación (B.7) pueden obtenerse la constante de propagación y la distribución de los campos.

Referencias

- [1] T. Maiman, *Stimulated optical radiation in ruby*, Nature **187**, 493 (1960).
- [2] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters, and G. Weinreich, *Generation of optical harmonics*, Phys. Rev. Lett. **7**(4), 118 (1961).
- [3] R. W. Terhune, P. D. Maker, and C. M. Savage, *Optical harmonic generation in calcite*, Phys. Rev. Lett. **8**(10), 404 (1962).
- [4] G. P. Agrawal and R. W. Boyd, *Contemporary Nonlinear Optics* (Academic Press Inc., 1992).
- [5] U. Österberg and W. Margulis, *Dye laser pumped by nd:yag laser pulses frequency doubled in a glass optical fiber*, Optics Lett. **11**(8), 516 (1986).
- [6] R. A. Myers, N. Mukherjee, and S. R. J. Brueck, *Large second-order nonlinearity in poled fused silica*, Optics Lett. **16**(22), 1732 (1991).
- [7] P. Kazansky, L. Dong, and P. S. J. Russel, *High second-order nonlinearities in poled silicate fibers*, Optics Lett. **19**(10), 701 (1994).
- [8] T. Fujiwara, *Electro-optic modulation in germanosilicate fibre with uv-excited poling*, Electronic Letters **31**(7), 573 (1995).

- [9] E. M. Dianov and D. S. Starodubov, *Photoinduced generation of the second harmonic in centrosymmetric media*, J. of Lightwave Technol. **25**(5), 395 (1995).
- [10] R. H. Stolen and H. W. K. Tom, *Self-organized phase-matched harmonic generation in optical fibers*, Optics Lett. **12**(8), 585 (1987).
- [11] M. C. Farries, P. St J. Russell, M. E. Ferman, and D. N. Payne, *Second-harmonic generation in an optical fibre by self-written $\chi^{(2)}$ grating*, Electronics Letters **23**, 322 (1987).
- [12] J. Joannopoulos, P. R. Villeneuve, and S. Fan, *Photonic crystals: putting a new twist on light*, Nature **386**, 143 (1997).
- [13] J. Joannopoulos, S. Johnson, J. Winn, and R. Meade, *Photonic crystals. Molding the flow of light* (Princeton Univ. Press, 2008), 2nd ed.
- [14] D. Faccio, *Experimental study of thermal poling in holey fibres*, Nonlinear Guided Waves and Their Applications. (2001).
- [15] D. Faccio, A. Busacca, W. Belardi, V. Pruneri, P. G. Kazansky, T. M. Monro, and D. Richardson, *Demonstration of thermal poling in holey fibres*, Electronics Letters **37**(2) (2001).
- [16] J. K. Ranka, R. S. Windeler, and A. J. Stentz, *Optical properties of high-delta air-silica microstructure optical fibers*, Optics Lett. **25**(11), 796 (2000).

- [17] M. Bache, H. Nielsen, J. Lægsgaard, and O. Bang, *Tuning quadratic nonlinear photonic crystal fibers for zero group-velocity mismatch*, Optics Lett. **31**(11), 1612 (2006).
- [18] A. Bjarklev, J. Broeng, and A. S. Bjarklev, *Photonic Crystal Fibres* (Springer, 2003), first edition ed.
- [19] J. Knight, T. Birks, and B. M. and P. St J. Russell, *Photonic crystal fibers new solutions in fiber optics*, Optics and Photonics News pp. 26–30 (2002).
- [20] J. Knight, T. Birks, P. St J. Russell, and D. Atkin, *All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding*, Optics Lett. **21**(19), 1547 (1996).
- [21] J. Knight, T. Birks, P. St J. Russell, and D. Atkin, *All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding: errata*, Optics Lett. **22**(7), 484 (1997).
- [22] T. Birks, J. Knight, and P. St. J. Russell, *Endlessly single-mode photonic crystal fiber*, Optics Lett. **22**(13), 961 (1997).
- [23] J. Knight, T. Birks, P. St J. Russell, and J. P. de Sandro, *Properties of photonic crystal fiber and the effective index model*, J. Opt. Soc. Am. A **15**(3), 748 (1998).
- [24] K. Saitoh, *Numerical modeling of photonic crystal fibers*, J. of Lightwave Technol. **23**(11), 3580 (2005).

- [25] K. Saitoh and M. Koshiba, *Chromatic dispersion control in photonic crystal fibers: application to ultra-flattened dispersion*, Optics Express **11**(8), 843 (2003).
- [26] A. Ferrando, E. Silvestre, J. Miret, and P. Andrés, *Nearly zero ultraflattened dispersion in photonic crystal fibers*, Optics Lett. **25**(11), 790 (2000).
- [27] A. Ferrando, *Designing the properties of dispersion-flattened photonic crystal fibers*, Optics Express **9**(13), 687 (2001).
- [28] I. Malitson, *Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica*, J. Opt. Soc. A. **55**(10), 1205 (1965).
- [29] K. Saitoh, M. Koshiba, and N. A. Mortensen, *Nonlinear photonic crystal fibers: pushing the zero-dispersion towards the visible*, New J. Phys. **8** (2006).
- [30] S.G. Johnson and J.D. Joannopoulos, The MIT Photonic-Bands Package, home page: <http://ab-initio.mit.edu/mpb/>.
- [31] S. Johnson and J. Joannopoulos, *Block-iterative frequency-domain methods for Maxwell's equations in a planewave basis*, Optics Express **8**(3), 173 (2001).
- [32] M. Szupulak and W. Urbanczyk, *Comparison of different methods for rigorous modeling of photonic crystal fibers*, Optics Express **14**(12), 5699 (2006).