



CENTRO DE INVESTIGACIONES EN ÓPTICA A. C.

“SISTEMA DE RECONSTRUCCIÓN 3D MULTICÁMARA”

Tesis profesional presentada por:

ING LUIS FELIPE CAMACHO ROJAS

Como requisito para obtener el título en:

MAESTRO EN OPTOMECASTRÓNICA

Asesor:

DR. J. APOLINAR MUÑOZ RODRÍGUEZ

LEÓN, GUANAJUATO, A 15 DE NOVIEMBRE DE 2013

Versión Definitiva. Incluye Cambios sugeridos por Revisores de Tesis

Contenido

Resumen.....	I
Justificación	II
Objetivos	III
Prologo.....	IV
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN.....	8
1.1 Antecedentes	8
1.1.1 Trabajos previos con sistemas multicámara	11
1.2 Visión artificial.....	13
1.2.1 Visión y reconstrucción 3D	13
1.3 Procesamiento digital de imágenes	14
1.3.1 Representación de imágenes digitales	15
1.3.2 Cámaras CCD.....	16
1.4 Reconocimiento de patrones.....	17
1.4.1 Reconocimiento de patrones en Metrología Óptica	19
1.5 Métodos ópticos para la detección de forma.....	20
1.5.1 Proyección de un haz de luz.....	21
1.5.2 Proyección de una línea de luz	23
1.5.3 Proyección de un patrón de franjas	25
CAPITULO 2 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE VISIÓN MULTICÁMARA.....	29
2.1 Introducción.....	29
2.2 Arreglo óptico para la proyección de una línea láser.....	29
2.2 Análisis de imágenes para medir la posición de una línea de luz.....	35
2.2.1 Aproximación Gaussiana.....	35
2.3 Curvas Bezier.....	36
2.3.1 Redes neuronales de base Bezier	39
2.4 Mínimos cuadrados	41
2.5 Determinación del perfil de un objeto 3D.....	41
2.5.1 Obtención de la posición de la línea de luz	41
2.5.2 Reconstrucción 3D.....	43
2.6 Orientación del sistema multicámara.....	45
2.7 Transformaciones afines en 2D.....	46

2.7.1 Rotaciones vectoriales	47
2.7.2 Traslaciones vectoriales	49
2.8 Reconocimiento de patrones en los perfiles de la línea de luz.....	51
CAPÍTULO 3. SISTEMA DE VISIÓN TRIDIMENSIONAL MULTICÁMARA.....	56
3.1 Cámaras digitales.....	57
3.2 Interfaz gráfica de usuario En MATLAB.....	59
3.3 Determinación de parámetros de visión.....	63
3.3.1 Calibración tradicional.....	64
3.3.2 Calibración implementada	66
3.3.2.1 Relación altura real – desplazamiento en pixeles.....	67
3.3.2.2 Ángulo de inclinación.....	71
3.3.2.3 Tamaño de pixel de la escena	73
3.4 Descripción del algoritmo.....	74
3.4.1. Adquisición de datos	74
3.4.2. Reconstrucción 3D	75
3.4.3. Conexión de formas 3D.....	78
3.4.4. Transformación de pixeles a milímetros.....	79
3.4.5. Ajuste espacial	86
3.5 Sistema electromecánico de posicionamiento.....	90
3.6 Implementación del sistema óptico móvil	94
CAPÍTULO 4. RESULTADOS EXPERIMENTALES	95
4.1 Reconstrucción tridimensional de objetos.	95
4.2 Evaluación de los datos obtenidos por la técnica de línea láser y medición por contacto	95
4.3 Análisis de Repetibilidad, Incertidumbre y Resolución	102
4.4 Reconstrucción de la forma tridimensional de la horma de calzado	100
CONCLUSIONES.....	109
Principales aportaciones	110
Trabajo a futuro	110
Apéndice.....	112
Referencias Bibliográficas	124

Resumen

En este trabajo se describe la implementación de un sistema de visión 3D mediante múltiples cámaras. Se incluye el diseño del sistema óptico para la obtención del mismo, así como el algoritmo implementado para obtener la información.

Para conseguir esto, se utiliza el método de línea de luz láser, la cual es proyectada sobre el objeto a reconstruir. El objeto se coloca sobre una superficie de vidrio de 35 x 14 cm. Posteriormente, el sistema electromecánico se encarga de mover la línea laser para barrer el objeto en toda su longitud. Todas estas proyecciones de la línea de luz sobre el objeto, son capturadas por 3 cámaras que proporcionan 3 vistas de objeto. Con esta información, se ejecuta un algoritmo en una pc, que obtiene la superficie con las medidas reales del objeto bajo estudio. La técnica perfilométrica utilizada está basada en el principio de que la deformación que sufre la línea laser al proyectarse en el objeto depende de la profundidad del mismo. La posición se calcula con una resolución de fracciones de píxel (usando una técnica que se mencionará más adelante), mediante la aproximación de la intensidad de los píxeles a una función continua. Cada cámara obtiene la superficie del objeto desde su perspectiva, y se emplea reconocimiento de patrones para unir las tres superficies, y así reconstruir el objeto en su totalidad.

Al final, se presentan los resultados obtenidos con este sistema.

Justificación

Considerando la importancia de los sistemas de visión dentro de los campos de metrología, automatización, inteligencia artificial, etc. en sectores tan diversos como el industrial, aeroespacial y biomédico entre otros, ofrecer soluciones dentro de este campo resulta relevante ya que pueden ser utilizadas en un amplio espectro de aplicaciones.

Particularmente, los sistemas de visión de múltiples cámaras son ampliamente usados en el ámbito industrial, dentro de sistemas de posicionamiento e inspección. Dentro del campo de la metrología son ampliamente usados para generar sistemas de visión binocular, trinocular y de un número mayor cámaras. Las ventajas que ofrecen con respecto a los sistemas de visión de una sola cámara, es que permiten visualizar diferentes perspectivas de la misma escena al mismo tiempo, lo que proporciona sistemas de visión con una respuesta más rápida y al mismo tiempo eliminar la necesidad de usar partes móviles asociadas al movimiento que realizaría una sola cámara para capturar distintas imágenes de la escena u objeto.

Con el propósito de ofrecer una alternativa a todas estas áreas de oportunidad se presenta el desarrollo de un sistema optomecatrónico (prototipo), capaz de obtener la forma de un sólido 3D completo de un objeto. Esto se obtiene implementando un sistema de visión multicámara (trinocular) utilizando técnicas de visión artificial y metrología óptica, dentro de un sistema electromecánico de movimiento. Se utilizan técnicas ópticas debido a su naturaleza no invasiva, de alta precisión y robustez.

Objetivos

El objetivo general del presente trabajo es desarrollar un sistema de visión 3D mediante múltiples cámaras y Metrología Óptica.

Para lograr esto se requiere cumplir con los siguientes objetivos específicos:

- Desarrollar un sistema de visión móvil de barrido de línea de luz láser.
- Implementar un arreglo de múltiples cámaras.
- Desarrollar algoritmos computacionales de procesamiento de imágenes de luz para reconstrucción tridimensional.
- Desarrollar algoritmos de inteligencia artificial y reconocimiento de patrones con el fin de identificar la superficie del objeto.
- Implementar un sistema para conexión de superficies (para unir la información de las distintas cámaras).
- Determinar el error con respecto a un método de contacto.

Prologo

Este proyecto de tesis de la Maestría en Optomecatrónica es el resultado del trabajo de investigación e implementación del sistema multicámara realizado por el autor del mismo, bajo la asesoría del Dr. J. Apolinar Muñoz Rodríguez, en la División de Óptica, en el área de Metrología Óptica, del Centro de Investigaciones en Óptica, A.C.

Este sistema de visión tridimensional Optomecatrónico propone la implementación de un arreglo óptico de múltiples cámaras, usando metrología láser y algoritmos computacionales. El trabajo está dividido de la siguiente manera:

Capítulo 1: Se describen los conceptos básicos, tales como: visión artificial, procesamiento digital de imágenes, reconocimiento de patrones y métodos ópticos para detección de formas. Estos últimos dos campos de la Metrología Óptica describen la técnica de luz estructurada utilizada: la proyección de una línea de luz láser.

Capítulo 2: Se presenta detalladamente el método de la proyección de una línea de luz láser, el reconocimiento de patrones mediante los momentos invariantes de Hu [16], y técnicas de modelado de la información, tales como Curvas de Bezier y el método de mínimos cuadrados. Todas estas herramientas fundamentales para obtener la información de la superficie 3D.

Capítulo 3: En este capítulo se expone el diseño e implementación del sistema óptico móvil: se describe el algoritmo utilizado, así como la interfaz de usuario desarrollada. También se presenta el sistema electromecánico utilizado.

Capítulo 4: Se presentan los resultados obtenidos, aplicando el sistema de visión a la reconstrucción de un objeto, analizando el error obtenido y comparándolo con el método de contacto.

Capítulo 5: Por último, se resumen las conclusiones de este proyecto de tesis, así como las posibles mejoras al sistema en el futuro.

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

En este primer capítulo se introducen algunos de los conceptos básicos para el entendimiento del proyecto tales como: qué es y para qué sirve la visión artificial, sistemas monocámara y multicámara, los métodos ópticos para reconstrucción 3D, el procesamiento digital de imágenes y el reconocimiento de patrones.

Estos conceptos claves, que han sido ampliamente estudiados y desarrollados dentro de la óptica moderna, permitirán el entendimiento de la técnica óptica utilizada en este prototipo, así como las distintas fases y etapas que integran el algoritmo para reconstruir la superficie en tres dimensiones con sus medidas correspondientes.

1.1 Antecedentes

En el Centro de Investigaciones en Óptica, A. C., se han desarrollado diversos trabajos de visión mediante sistemas ópticos y algoritmos de visión por computadora [1]. Entre estos trabajos se encuentra la visión tridimensional de objetos basada en técnicas de iluminación, redes neuronales, reconocimiento de patrones, procesamiento digital de imágenes y metrología óptica. Existen dos ramas principales dentro de estos sistemas de visión: aquellos que utilizan una sola cámara y los que incluyen dos o más (visión multicámara). Estos métodos se han estudiado arduamente y han sido formalizados mediante diversas publicaciones de carácter internacional [2,3,4]. Cada rama tiene sus ventajas y desventajas, los sistemas de una sola cámara son por lo general más baratos y requieren menor capacidad de procesamiento; sin embargo, los sistemas multicámara suelen ser más rápidos y representan una solución más eficaz a la hora de capturar la información de una escena. Hoy en día, estas técnicas son tan eficientes que se aplican en la industria de manufactura, en la medicina, en la agricultura, en la industria automotriz, en la navegación de vehículos no tripulados, etc. Dentro de nuestra región, León, Guanajuato, es de particular interés la industria del cuero y calzado, siendo relevante el estudio de hormas (pieza de madera que imita las dimensiones y perfil de un pie humano), utilizada para confeccionar la prenda.

En la actualidad, existen numerosos sistemas de visión multicámara para reconstrucción 3D, no obstante, la mayor parte de estos escáneres 3D tienen un alto costo y no son de uso

comercial. Mientras que los sistemas de una sola cámara, a pesar de ser más baratos, no reconstruyen la totalidad del objeto, dejando incompleta la representación real [2].

Utilizando técnicas de metrología óptica, estos inconvenientes pueden ser resueltos. En especial, con el uso de técnicas de luz estructurada o luz láser. La imagen bidimensional con la que se trabaja puede ser un patrón de franjas, una línea o un punto. En cada caso, el patrón de deformación de la imagen contiene la información necesaria para extraer la forma tridimensional del objeto.

Los sistemas multicámara dentro del campo de la metrología consisten en un arreglo ordenado de cámaras observando la misma escena desde distintas perspectivas. Estas perspectivas se combinan para obtener información de la escena, así como una vista completa de lo que se pretende medir y/o reconstruir. Después, un algoritmo se encarga de conectar la información de las distintas cámaras, reconociendo puntos de unión de la información obtenida por éstas. Una vez hecho esto, es posible realizar la reconstrucción de la escena.

La reconstrucción 3D es el proceso mediante el cual, objetos físicos reales, son reproducidos en la memoria de una computadora, manteniendo sus características físicas (dimensiones, volumen y forma). Esta es un área en constante avance e investigación. Debido a los avances tecnológicos en sistemas de computación, y a la disminución progresiva de los precios de hardware y software, los recursos requeridos para llevar a cabo los cálculos, que implican convertir una imagen bidimensional en una forma tridimensional, hoy en día son accesibles por un presupuesto al alcance de casi todos, pues se encuentran disponibles en computadoras de tipo personal. Con esta nueva ventana de oportunidades, se puede satisfacer la necesidad de proveer datos en tres dimensiones para ciertas situaciones que así lo requieran. Dada esta ventaja se puede pensar en la capacidad de ofrecer un medio como este prototipo que permita brindar ayuda a un fin específico.

El trabajo que se desarrolla en esta tesis consiste en el diseño e implementación de un sistema multicámara (prototipo), capaz de obtener la información tridimensional de objetos a partir de metrología láser y algoritmos computacionales.

El proyecto se basa en técnicas de visión multicámara, utilizando el método de metrología óptica de adquisición de datos tridimensionales a través de imágenes, conocido como: “luz estructurada”. Para este prototipo se usó la técnica de proyección de una línea de luz láser. Para realizar este proceso, el prototipo hace uso de un sistema de visión de 3 cámaras (trinocular) que permiten capturar imágenes de la línea de luz, las cuales contienen información de las dimensiones del objeto en estudio. Las dimensiones se obtienen aplicando procesos computacionales a las imágenes. Los algoritmos implementados para procesar estas imágenes, corresponden al modelado matemático de la intensidad y posición de la línea de luz. El patrón de intensidad contiene la información de la forma del objeto en las regiones donde se proyecta la línea de luz. Para este sistema trinocular la línea de luz es proyectada por medio de diodos láser, todo esto, tanto diodos y cámaras, montados sobre una plataforma que se desplaza de manera sumamente precisa por medio de una máquina de desplazamientos de tres ejes.

En esta técnica, el método perfilométrico está basado en la deformación de la línea de luz láser generada por la escena tridimensional, con la cual se modela matemáticamente la información tridimensional del objeto.

Para lograr este propósito, es necesario disponer de elementos fundamentales: cámaras, un sistema de adquisición de imágenes y láseres adecuados de manera que ofrezcan patrones cilíndricos de luz que permitan el escaneo del objeto a reconstruir. Así como un sistema electro-mecánico de posicionamiento. Todo esto para obtener la deformación de la línea de luz, con la cual se realiza el método perfilométrico para contorno 3D de objetos.

Se pretende definir una metodología para el análisis y procesamiento de la técnica metrológica, que permite la reconstrucción y visualización del objeto en estudio de forma tridimensional, con las siguientes características:

- 1.- Deberá ser un sistema que involucre múltiples cámaras.
- 2.- La visualización deberá realizarse en una PC.
- 3.- La reconstrucción deberá ser cubriendo todas las vistas, de 360° (en 3D).
- 4.- Se diseñará un método y optimizará los algoritmos para lograr, de manera interactiva, la adquisición y el control del prototipo para la visualización sin producir tiempos de espera demasiado largos (menos de un minuto) para la generación de la imagen.
- 5.- Para este prototipo se desarrollará el software en MATLAB.

1.1.1 Trabajos previos con sistemas multicámara

En el ámbito de la investigación, los sistemas multicámaras han sido utilizados con múltiples propósitos, a continuación se detallan algunos de ellos.

En el año 1999, Hans-Herd Maas desarrolló un sistema de calibración multicámara basado en una secuencia de imágenes para la observación en 3D de eventos dinámicos [3]. La técnica se basa en cámaras estacionarias con objetivos móviles, haciendo uso de la característica que tienen la mayoría de las cámaras de estado sólido de tomar imágenes de manera secuenciada. En la versión más simple, se utiliza un marcador fácilmente detectable que es seguido por una secuencia de imágenes de cámaras precalibradas, eliminando la necesidad de homologación para establecer las correspondencias de las múltiples vistas. No se requieren conocer las coordenadas 3D del marcador, sin embargo, este método no permite conocer la orientación interna. También existe una versión extendida en la que si se obtiene completa orientación y la calibración de las cámaras usando una barra de referencia conocida, que se mueve a través de espacio, reduciendo el problema de reconocimiento de patrones y establecimiento de correspondencias entre las múltiples vistas al seguimiento de dos objetivos. El método solo puede ser usado con sistemas multicámara y está enfocado a aplicaciones de análisis 3D de movimiento, aunque puede ser adaptado a muchas otras aplicaciones.

En el año 2003, Emilio J. González-Galván y Sergio Ruiz-Améz utilizaron un arreglo multicámara para un sistema robótico de posicionamiento tridimensional, el sistema de

visión se encarga de obtener detalles del sitio del trabajo y del objeto a ser manipulado con el objetivo de facilitar el uso de robots industriales en ambientes no estructurados [4]. Para obtener estos detalles se utiliza una proyección de puntos láser y con ellos se obtiene la información del objeto de trabajo, esta información se usa dentro del mismo algoritmo para asegurar una óptima configuración del robot para manipularlo. Se consiguió una efectividad del sistema de posicionamiento de 1 mm.

En el año 2006, James Black y Tim Ellis utilizaron un sistema multicámara para hacer seguimiento de objetos enfocado a tareas de supervisión [5]. El arreglo de cámaras se emplea principalmente para evitar las posibles oclusiones que se pueden generar al momento de seguir el objeto, el cual debe estar en movimiento, pues se detecta restando imágenes tomadas a lo largo del tiempo. Este seguimiento se hace en 3D usando el filtro de Kalman [6], utilizando 3 cámaras, la correspondencia entre los puntos de vista se establece usando la restricción de homografía con plano de referencia.

En el año 2008, Rita Cucchiara, Andrea Prati y Roberto Vezzani desarrollaron un sistema de supervisión semi automático de seguridad dentro del hogar, enfocado a personas discapacitadas o con autonomía limitada [7]. El objetivo del sistema de visión es detectar personas y reconocer conductas peligrosas o eventos como caídas y desmayos. Una vez que se detecta un evento peligroso como una caída, el sistema envía un SMS a un operador para alertarlo de la situación. Después, se transmite el video en directo hacia el operador con el fin de que el verifique la validez de la alarma recibida. Usaron un escenario de 2 habitaciones para probar el sistema.

En el año 2010 Andrew D. Straw, Kristin Branson, Titus R. Neumann y Michael H. Dickinson implementaron una técnica para seguimiento automático de movimiento de animales voladores [8]. La diferencia de este sistema es que se hace en tiempo real, con un mínimo tiempo de retardo, permitiendo su uso como sensor de retroalimentación. El sistema es capaz de hacer un seguimiento en 3D sobre la posición y orientación de animales, tales como moscas y aves. El sistema opera con menos de 40 ms de retardo y puede seguir a varios animales simultáneamente. Para conseguir esto, se utiliza un

algoritmo de seguimiento simultáneo basado en el filtro extendido de Kalman [9]. Un sistema de 11 cámaras es capaz de seguir 3 insectos simultáneamente, a 60 cuadros por segundo, usando una red de 9 computadoras modelo Pentium 4 y Core Dos Duo. Este sistema fue usado para estudiar el comportamiento neurobiológico de animales voladores.

1.2 Visión artificial

La visión artificial es un campo de la inteligencia artificial, el cual consiste esencialmente en programar una computadora para que "entienda" una escena o las características de una imagen. Los objetivos de la visión artificial incluyen, entre otras cosas, la detección, segmentación, localización y reconocimiento de ciertos patrones dentro de una serie de imágenes [10] (Ver figura 1.1).

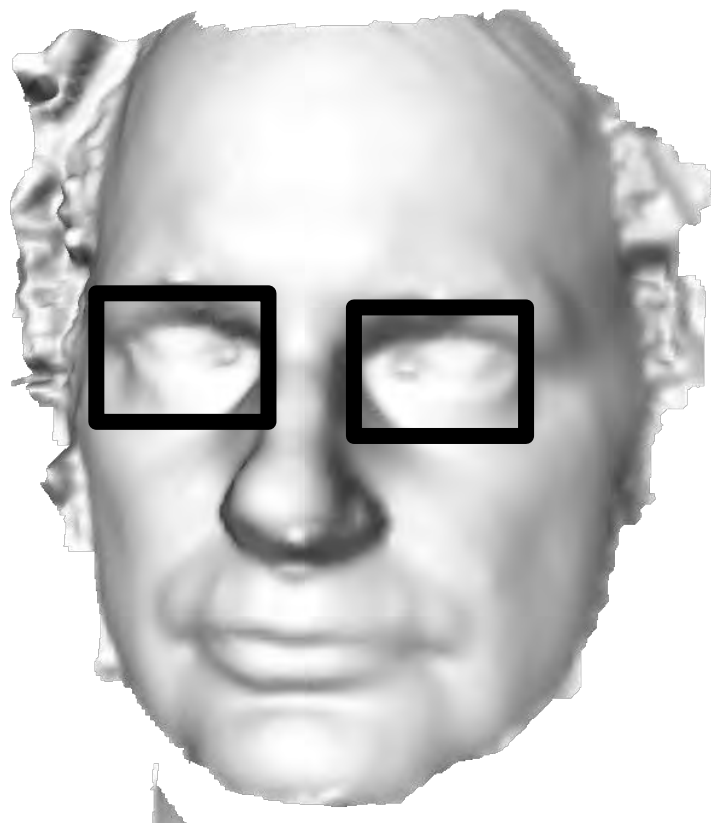


Figura 1.1 La visión artificial implica reconocer patrones que se repiten, en esta imagen se muestra el reconocimiento de los ojos en la superficie 3D.

1.2.1 Visión y reconstrucción 3D

Para que un sistema de visión artificial pueda comprender y manejar los problemas del mundo real, es necesario estudiar la estructura tridimensional del mundo para el análisis automático de los escenarios. Sin embargo, generalmente la información de visión que se obtiene de estos sistemas consiste en imágenes de dos dimensiones. Esto quiere decir que perdemos inevitablemente la información de profundidad. Es decir, en pasar de un mundo tridimensional a una imagen de dos dimensiones. [11]

Muy a menudo, la recuperación de esta información perdida es la que forma el problema central en la visión artificial. En segundo lugar, las imágenes son digitales: representaciones discretas (es decir, ellas tienen valores distintos en los puntos regularmente muestreados) y son representaciones cuantificadas (cada valor es un valor del número entero o con cierto número de decimales).

La visión artificial incluye muchas técnicas que son útiles para el estudio del problema, Ej., el procesamiento de imágenes (que se refiere a la transformación, codificación, y transmisión de las imágenes) y los patrones, de las cuales los patrones visuales son solo una instancia. Más significativamente, sin embargo, la visión artificial incluye técnicas para la descripción útil de la forma y del volumen, para modelos geométricos, y para el llamado proceso cognoscitivo. Así, aunque la visión artificial se refiere ciertamente al procesamiento de imágenes, estas imágenes son solamente la materia prima de una ciencia mucho más amplia, la misma que se esfuerza en última instancia para emular las capacidades perceptivas del hombre y quizás, para verter una luz sobre la manera por la cual él logra su interacción adaptativa y robusta con su ambiente.

1.3 Procesamiento digital de imágenes

El procesamiento digital de imágenes es el conjunto de técnicas que se aplican a las imágenes digitales con el objetivo de mejorar la calidad o facilitar la búsqueda de información. El análisis consiste en la extracción de propiedades y características de las imágenes, así como la clasificación e identificación y el reconocimiento de patrones. [12]

1.3.1 Representación de imágenes digitales



Figura 1.2. Una imagen digital (monocromática) de baja resolución.

Una imagen (monocromática) se puede definir como una función de intensidad de luz bidimensional $f(x, y)$, donde “ x ” e “ y ” indican las coordenadas espaciales y el valor de f en cualquier punto (x, y) es proporcional a la luminosidad (o nivel de gris) de la imagen en dicho punto. [13]

Una imagen digital se puede expresar como una función $f(x, y)$ que ha sido discretizada tanto en coordenadas espaciales como en luminosidad. Una imagen digital puede ser considerada como una matriz cuyos índices de renglón y columna identifican un punto (un lugar en el espacio bidimensional) en la imagen y el correspondiente valor de elemento de matriz determina el nivel de intensidad luminosa en aquel punto. Los elementos de estos arreglos digitales son llamados elementos de imagen o píxeles.

Para las imágenes a color, la definición es prácticamente la misma, la única diferencia es que miden la intensidad a tres longitudes de onda distintas, llamadas colores, resultando tres valores de intensidad distintos para cada “pixel”, esto se interpreta como la intensidad de cada color en este punto, por lo que al sumar las tres intensidades se obtiene el color real

del “pixel”, y de la misma forma se hace para el resto de la imagen. (En este proyecto se trabajó con imágenes en escala de grises, es decir, monocromáticas).

1.3.2 Cámaras CCD.

Una cámara CCD es una cámara fotográfica que, en vez de captar y almacenar imágenes en películas químicas como las cámaras de película fotográfica, aprovecha el proceso de la fotografía digital para generar y almacenar imágenes.

La óptica de las cámaras CCD funciona igual que la de una cámara clásica. Es un sistema de lentes similares a las de la cámara convencional, por lo que los conceptos de distancia focal, de profundidad de campo, aberraciones y demás parámetros son iguales.

Las cámaras CCD representan el sensor principal de los sistemas de adquisición de imágenes, y en general de los sistemas de visión artificial. Estas son las encargadas de obtener la información del mundo real de un sistema de visión, y son generalmente el único medio de interacción entre el sistema y su entorno.



Figura 1.3 Imagen de una cámara CCD típica.

Las cámaras CCD constan principalmente de los siguientes componentes:

1.- Objetivo fotográfico formado por una combinación de lentes convergentes y divergentes. El objetivo puede ser del tipo de distancia focal fija o incorporar un

mecanismo zoom óptico de distancia focal variable, para acercar objetos, paisajes o personas que deseamos fotografiar. Las lentes que integran el objetivo fotográfico pueden ser de plástico (con baja calidad visual), o de cristal (con mayor calidad visual).

2.- Sensor fotográfico CCD (Charge Coupled Device – Dispositivo de carga acoplada), integrado en todas las cámaras digitales compactas y en algunas digitales reflex. Algunas marcas de cámaras digitales reflex emplean también en algunos de sus modelos semiprofesionales y profesionales sensores del tipo CMOS (Complementary Metal Oxide Semiconductor – Semiconductor de Óxido Metálico Complementario), con una superficie mucho mayor que las de un CCD. La función del sensor consiste en capturar los fotones de las imágenes que recibe a través del objetivo de la cámara convirtiéndolos en impulsos eléctricos de corriente alterna (analógicos) en el caso de los CCD o digitalizarlos directamente en el caso del sensor CMOS.

3.- Dispositivo ADC (Analog-to-Digital Converter – Convertidor Analógico-Digital). Convierte en código numérico binario (o digitaliza) los impulsos o variaciones eléctricas analógicas correspondientes a los fotones de las imágenes que captan los sensores CCD.

4.- Dispositivo DSP (Digital Signal Processor – Procesador de Señal Digital). Es el encargado de regular y controlar todo el sistema electrónico de la cámara, así como procesar las imágenes para enviarlas al medio de almacenamiento masivo (la tarjeta de memoria), una vez digitalizadas.

5.- Circuitos electrónicos asociados al funcionamiento de la cámara

6.- Tarjeta de memoria o de medio de almacenamiento masivo empleado para guardar las imágenes que vamos capturando.

7.- Batería de Ión-Litio, que suministra la corriente eléctrica necesaria para el funcionamiento de la cámara.

8.- Visor óptico que incorporan algunas cámaras para encuadrar las imágenes, además de la pantalla LCD. En la actualidad ya ha desaparecido en la mayoría de las cámaras.

1.4 Reconocimiento de patrones.

El reconocimiento de patrones es la técnica que se encarga de la descripción y clasificación (reconocimiento) de objetos, personas, señales, representaciones, etc. Trabaja con base en un conjunto previamente establecido de todos los posibles objetos (patrones) individuales a reconocer. El campo de aplicaciones del reconocimiento de patrones es amplio, sin embargo las más importantes están relacionadas con la visión por parte de una máquina, de forma análoga a los seres humanos. En esta tesis se usa el reconocimiento de patrones para unir la información de las distintas cámaras, de esta forma, se encuentran puntos de unión entre las tomas hechas por éstas.

El esquema de un sistema de reconocimiento de patrones consta de varias etapas relacionadas entre sí (los resultados de una etapa pueden modificar los parámetros de etapas posteriores). La figura 1.4 muestra un esquema general de un sistema de reconocimiento de patrones, en el cual el sensor tiene como propósito proporcionar una representación factible de los elementos del universo a ser clasificados. Es un sub-sistema crucial ya que determina los límites en el rendimiento de todo el sistema. La extracción de características es la etapa que se encarga, a partir del patrón de representación, de extraer la información discriminativa eliminando la información redundante e irrelevante. El clasificador es la etapa de toma de decisiones en el sistema. Su rol es asignar los patrones de clase desconocida a la categoría apropiada.

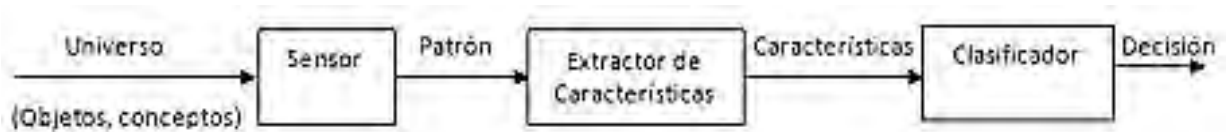


Figura 1.4 Esquema General de un sistema de Reconocimiento de Patrones

El objetivo de estas etapas es ajustar el sistema para que sea capaz de clasificar señales u objetos de entrada en una de las clases predefinidas. Para ello deberá analizar un cierto número de características y para poder clasificar satisfactoriamente señales de entrada, es necesario un proceso de aprendizaje en el cual el sistema crea un modelo de cada una de las clases a partir de una secuencia de entrenamiento o conjunto de vectores de características de cada una de las clases. Generalmente se acepta que la secuencia de muestras de

entrenamiento debe contener para cada una de las clases un mínimo de elementos igual a diez veces la dimensión de los vectores de características. El sistema de reconocimiento de patrones debe tener en cuenta las fuentes de variabilidad como son el ruido, rotaciones, cambio de escala y deformaciones, lo cual se logra incluyendo en la secuencia de entrenamiento patrones que hayan experimentado estas modificaciones.

1.4.1 Reconocimiento de patrones en Metrología Óptica

El reconocimiento de patrones dentro de la metrología óptica es algo muy recurrente ya que es una de las formas principales de extraer información de los datos obtenidos por medio del procesamiento de imágenes. Gracias al reconocimiento y clasificación de la información visual obtenida el sistema puede tomar sus propias decisiones sin una intervención externa, es por ello que ocupa una parte importante en los sistemas autónomos y de inteligencia artificial.

Los sistemas de reconocimiento de patrones tienen diversas aplicaciones. Algunas de las más relevantes y utilizadas dentro de la metrología son:

- Inspección de piezas. Por medio de un sistema de visión se buscan patrones de falla dentro de piezas, tales como grietas, malformaciones, etc.
- Conexión de formas. Utilizado en diversos sistemas de visión, el reconocimiento de patrones permite identificar secciones comunes entre dos o más imágenes, de modo que se pueda relacionar y unir la información de éstas.

Otras aplicaciones comunes del reconocimiento de patrones son:

- Reconocimiento de caracteres escritos a mano o a máquina: es una de las utilidades más populares de los sistemas de reconocimiento de patrones ya que los símbolos de escritura son fácilmente identificables.
- Aplicaciones en medicina: análisis de biorritmos, detección de irregularidades en imágenes de rayos-x, detección de células infectadas, marcas en la piel.

- Reconocimiento de huellas digitales: utilizado y conocido por la gran mayoría, mediante las huellas dactilares todos somos identificables y con programas que detectan y clasifican las coincidencias, resulta sencillo encontrar correspondencias.
- Interpretación de fotografías aéreas y de satélite: gran utilidad para propuestas militares o civiles, como la agricultura, geología, geografía, planificación urbana.
- Reconocimiento de objetos: con importantes aplicaciones para personas con discapacidad visual.

1.5 Métodos ópticos para la detección de forma.

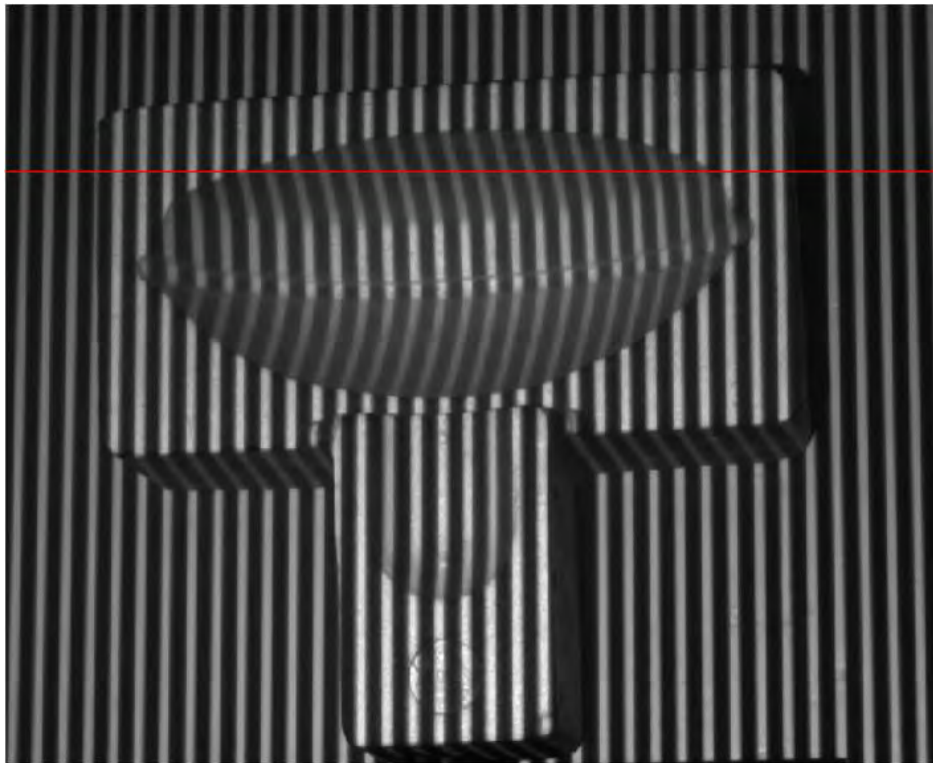


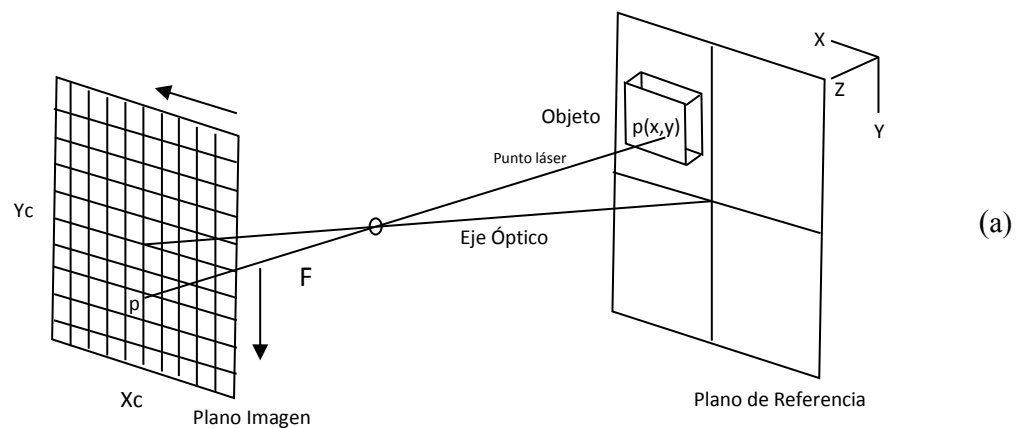
Figura 1.5. Imagen del método óptico de luz estructurada conocido como proyección de franjas.

Existen diversos métodos ópticos de luz estructurada para determinar la forma de un objeto dado (figura 1.5), estos han sido ampliamente desarrollados y estudiados [14]. Gracias a la óptica sencilla, estos métodos se han vuelto cada vez más populares como alternativas para

hacer metrología óptica. Dentro de estos métodos existen tres principales: Proyección de un punto láser, proyección de una línea láser y proyección de un patrón de franjas.

1.5.1 Proyección de un haz de luz.

La técnica de proyección de un haz de luz láser para detección 3D de objetos, es muy utilizada en aplicaciones industriales, y ha sido ya usada para la reconstrucción de diversos objetos [15]. En esta técnica, un haz de luz láser se proyecta sobre un objeto, el cual tiene movimiento con la ayuda de un sistema mecánico que se desplaza en las coordenadas x e y . En la zona que ilumina el haz sobre el objeto, se captura una imagen de este por medio de una o varias cámaras CCD. La posición del haz cambia por los desplazamientos en el eje Z , como se muestra en la figura 1.6 b), donde los desplazamientos del punto A al punto B surgen en la imagen cuando este incide sobre el objeto, con respecto al plano de referencia. Con la medición de la posición del haz en la imagen se determina la altura de la superficie del objeto mediante el método de triangulación.



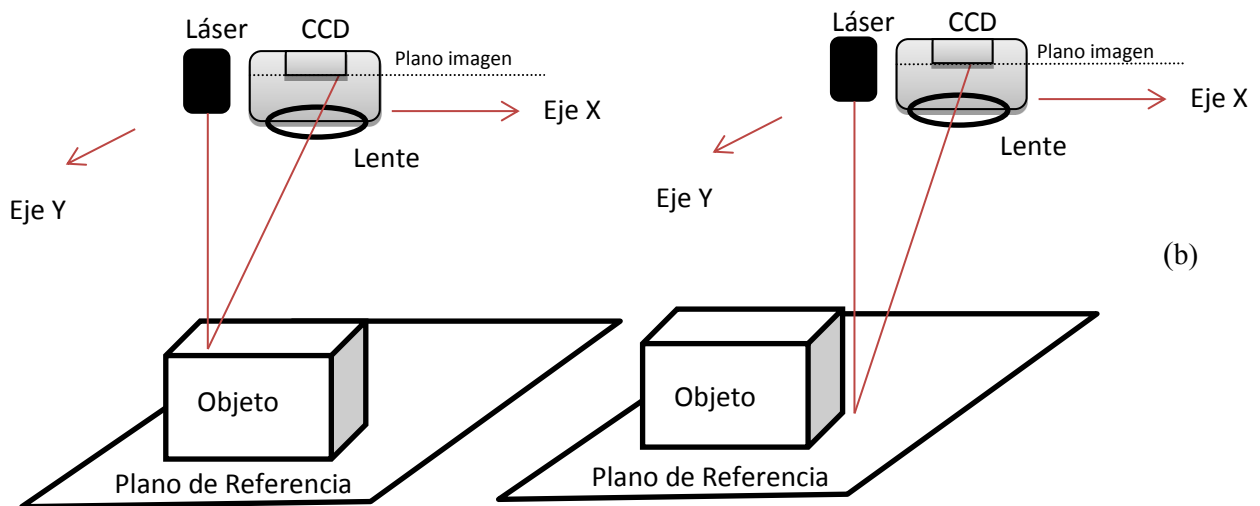
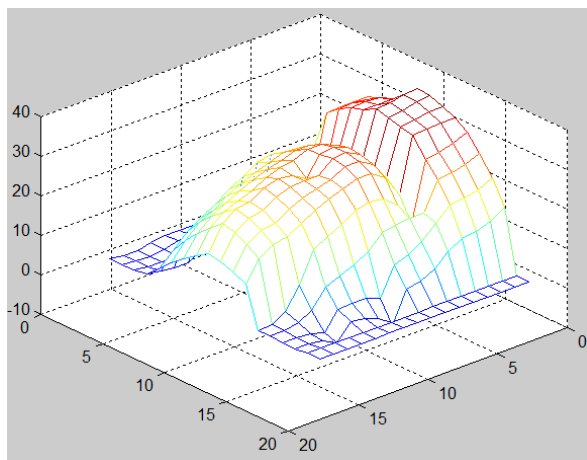


Figura 1.6 a) Geometría del modelo pinhole de la cámara. b) Arreglo óptico de la proyección de haz de luz (para un sistema de una sola cámara). Se puede observar como la reflexión del haz en el CCD cambia de acuerdo a la profundidad del objeto.

Una característica de este método es que se requiere capturar un gran número de imágenes en 2D para reconstruir el objeto en 3D, cada imagen corresponderá un punto del objeto 3D, comprometiendo la calidad y resolución de la superficie obtenida (figura 1.7). Esta desventaja puede subsanarse aumentando la cantidad de imágenes a tomar y procesar, tomando en cuenta que al ser mucha información a procesar, se necesita una gran cantidad de recursos, ocasionando un mayor tiempo de procesamiento.



(a)



(b)

Figura 1.7 a) Objeto a reconstruir (una maceta). b) Reconstrucción con la técnica del haz láser para reconstruir el perfil. Nótese la baja resolución de la reconstrucción debido a la naturaleza de la técnica.

1.5.2 Proyección de una línea de luz

Entre las técnicas de medición 3D, se encuentra la tecnología de luz estructurada conocida como proyección de una línea de luz láser. En esta, la forma del objeto se reconstruye a partir de la proyección de una línea de luz sobre el objeto (figura 1.8 a)). La línea de luz láser se proyecta sobre el objeto a un ángulo θ con respecto al eje óptico de una o varias cámaras CCD. Esto puede variar, dado que las cámaras pueden ser las que tengan el ángulo con respecto al eje óptico que brinde la línea de luz. Para esto se hace uso de una fuente de luz láser, donde su haz de luz pasa a través de una lente cilíndrica que permite la generación de la línea de luz y la proyección de la línea [16].

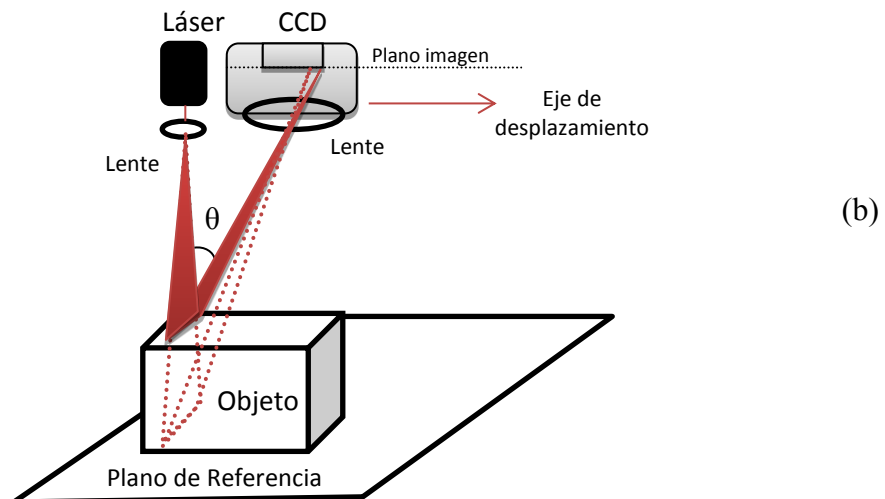
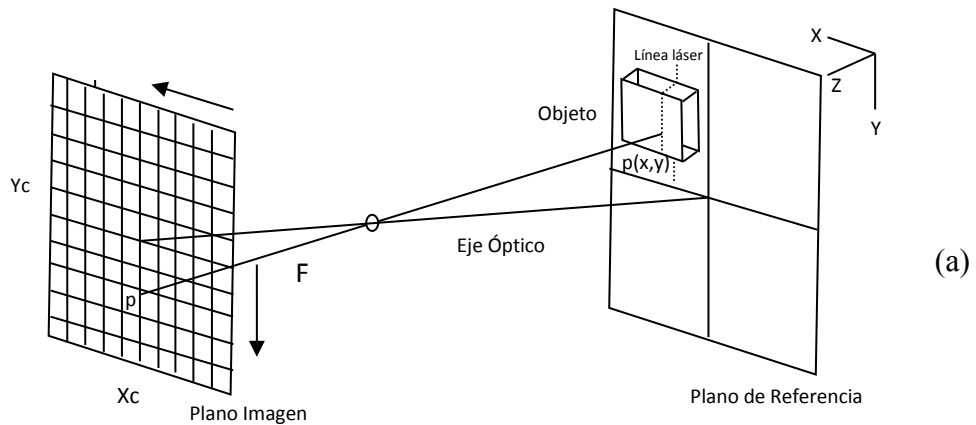


Figura 1.8. a) Geometría del modelo pinhole de la cámara. b) Arreglo óptico de la proyección de una línea de luz (para una cámara).

Cada imagen que se obtiene del objeto al interactuar con la línea láser contiene la información de todas las alturas de la sección transversal de objeto (figura 1.9). De esta forma, se elimina la necesidad de desplazarse en dos ejes, segmentando el objeto en un conjunto de secciones transversales.

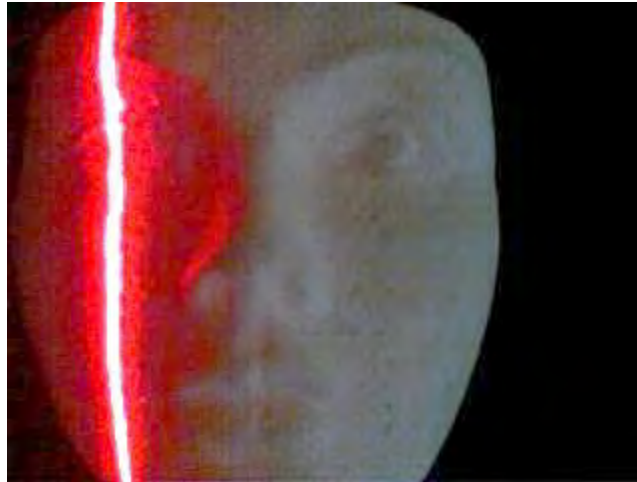
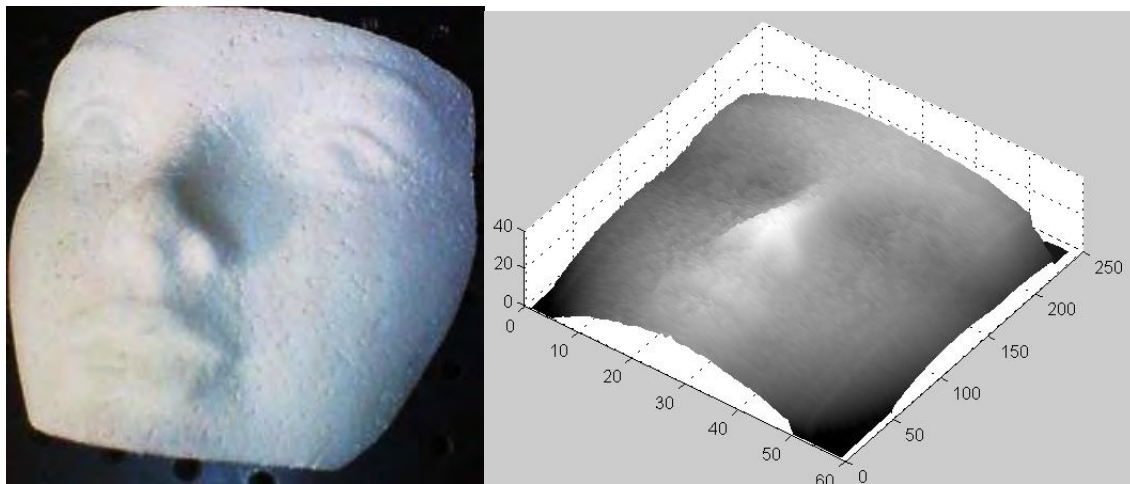


Figura 1.9 Imágenes obtenidas de la línea láser sobre un objeto.

En esta técnica, se utiliza el método de triangulación para calcular las dimensiones de altura de la superficie del objeto [7]. En este proceso, se mide la posición de la línea sobre la superficie del objeto y en un plano de referencia, con esto se obtiene un triángulo donde se conoce la base y un ángulo θ . Con estos parámetros la altura de un punto de la superficie del objeto se calcula resolviendo el triángulo. La topografía se consigue uniendo el perfil obtenido de cada línea (figura 1.9), resultado del proceso individual de las imágenes adquiridas.

Este método de luz estructurada es ampliamente utilizado debido a su alta resolución, robustez y rendimiento. En 2003, J. A. Muñoz Rodríguez implementó un sistema para reconstruir la superficie de objetos mediante esta técnica metrológica [8,17,18]. En este sistema, se realiza la proyección de una línea de luz sobre el objeto, el cual se mueve mediante una máquina de desplazamientos. En cada paso del movimiento se captura una imagen de la línea, con lo que se reconstruye la sección transversal del objeto analizado. El

método para la obtención de la topografía está basado en la deformación de la línea de luz debido a la superficie del objeto y a la posición de la cámara. Cada imagen de la sección transversal es almacenada, con lo que se obtiene la forma completa 3D del objeto. Los resultados obtenidos al reconstruir un rostro presentaron una incertidumbre de 0.09 mm, de acuerdo al análisis teórico [52]. (Figuras 1.10 a) y 1.10 b))



(a)

(b)

Figura 1.10. a) El objeto que se reconstruyó. b) El resultado de la reconstrucción.

Debido a que es común que la topografía del objeto genere oclusiones de información al implementar este método (por ejemplo, una forma muy pronunciada puede tapar parte de la línea de luz deformada que debe detectar la cámara), suelen implementarse sistemas binoculares (de dos cámaras) de modo que la información de ambas cámaras se complementen y reducir drásticamente la posibilidad de tener estas oclusiones.

Para sistemas de 3 o más cámaras, es posible reconstruir objetos en su totalidad, ya que se puede multiplicar el arreglo mostrado en la figura 1.8 de manera que se rodee el objeto y se pueda tener una visión completa de éste.

1.5.3 Proyección de un patrón de franjas

La técnica de iluminación más utilizada para la caracterización de información de las dimensiones de un objeto y su forma tridimensional, es la de proyección de un patrón de franjas o de una rejilla sobre el objeto.

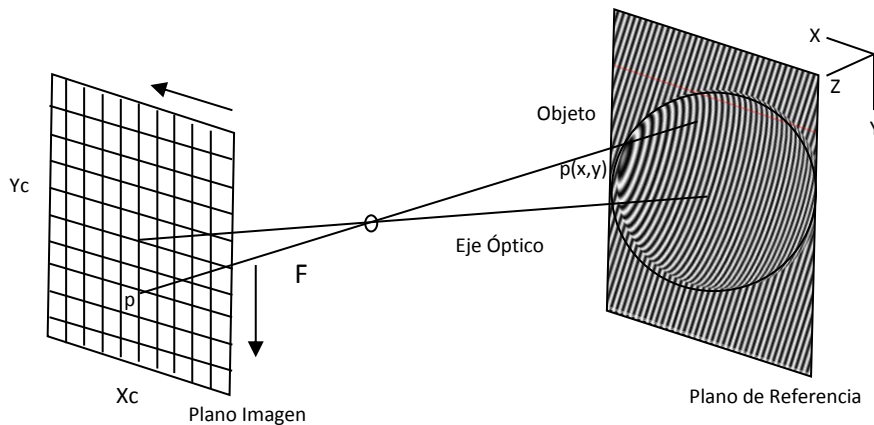


Figura 1.11. Geometría del modelo pinhole de la cámara.

Este método es usualmente utilizado en arreglos con una sola cámara, el patrón de franjas que se proyecta sobre el objeto y su interacción es captada por una cámara CCD. Con la obtención de la imagen de la escena, se puede procesar en una PC, que permite determinar las dimensiones de la superficie del objeto bajo análisis. (figura 1.11)

Cuando una rejilla o un patrón de franjas se proyecta sobre un objeto, las franjas sufren deformaciones de acuerdo a la topografía del objeto, como se puede ver en las figuras 1.11 y 1.12. Donde el patrón de franjas, puede ser descrito por la siguiente expresión [19].

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \varphi(x, y)]$$

Donde $a(x, y)$ y $b(x, y)$ son el nivel de DC y el contraste de la iluminación respectivamente, f_0 es la frecuencia espacial del patrón de franjas, $\varphi(x, y)$ es la fase que representa la deformación del patrón de franjas proyectados sobre el objeto. La fase contiene la información de la topografía del objeto.

Existen varias técnicas que son utilizadas para obtener la fase de un patrón de franjas, como por ejemplo: Método de Fourier [11], Método directo de detección de fase [20], Método de

detección de fase en pasos [21], y Contorneo por Moire [22]. Sin embargo, la imagen adquirida está envuelta en una fase con discontinuidades de 2π . Esta imagen no puede ser utilizada hasta que las discontinuidades sean retiradas. A este proceso de retirar discontinuidades se le conoce como desenvolvimiento de fase y así determinar la fase en forma continua.

Un parámetro importante en la reconstrucción 3D de un objeto, en este método, es la determinación de la frecuencia del patrón de franjas para evitar problemas de desintonía. Esto se presenta cuando la frecuencia que se utiliza para el procesamiento de imágenes no corresponde al valor de la frecuencia del patrón de franjas proyectado en el objeto, debido principalmente al contenido de alta frecuencia en los cambios de fase. Por lo tanto la forma obtenida, en ocasiones, no corresponde a la forma real del objeto.

Por último, cabe señalar que a pesar de ser un método ampliamente utilizado, normalmente se usa en sistemas de una sola cámara, cuando se recurre a la visión binocular suele ser para llenar los huecos de información ya mencionados anteriormente. La aplicación de este método para sistemas de mas de dos cámaras es poco común, por lo complejo que resulta proyectar franjas desde distintas fuentes y evitar que hagan interferencia entre ellas y alteren la medición. Es por ello que para el sistema multícamara descrito en esta tesis no se considero este método el más apropiado.

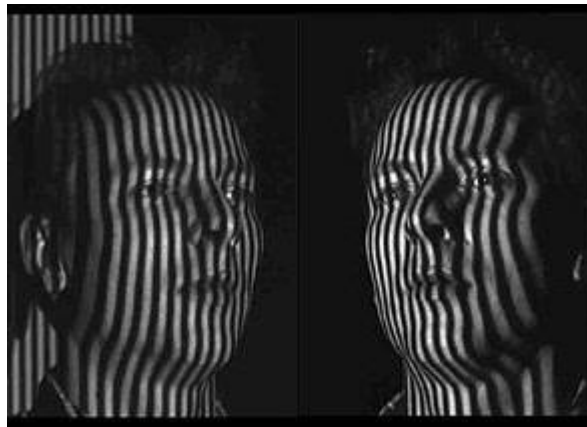


Figura 1.12. Deformaciones de las franjas por un objeto tridimensional.

Analizando las distintas alternativas, se concluyó que la técnica de proyección de una línea de luz era la más adecuada, ya que presentaba una incertidumbre aceptable y era aplicable al sistema de visión multicámara, a diferencia de la proyección de patrón de franjas.

CAPITULO 2 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE VISIÓN MULTICÁMARA

2.1 Introducción

Como se mencionó en el capítulo anterior, la técnica de luz estructurada elegida fue la de proyección de una línea láser. La información topográfica se obtiene en base a la geometría del arreglo óptico mediante objetos patrón que sirvan como apoyo para determinar el modelo tridimensional. El arreglo consiste esencialmente en la proyección de una línea laser sobre el objeto a ser reconstruido. Detectando la deformación de esta línea, la cual es capturada con una cámara CCD.

La información de la forma del objeto se adquiere a partir del desplazamiento de las diferentes posiciones de la línea de luz. Una particularidad de este método es el procesamiento de las imágenes adquiridas durante el movimiento de la escena a capturar. Adquiriendo en su totalidad la forma del objeto durante un lapso corto de tiempo. Cabe señalar que para reconstruir el objeto en su totalidad, será necesario involucrar más de un arreglo láser-cámara, con el fin de cubrir visualmente el objeto en su totalidad. En este capítulo se hablará sobre la proyección de la línea de luz estructurada, de los algoritmos computacionales desarrollados para la detección de esta, el modelado geométrico de la información adquirida en este sistema de visión y el reconocimiento de patrones a través de momentos invariantes de Hu [17], para conectar las secciones transversales de información para la reconstrucción 3D.

2.2 Arreglo óptico para la proyección de una línea láser.

Existen diversos tipos de configuraciones geométricas para detectar la superficie de un objeto. Se pueden implementar arreglos ópticos donde la cámara y el láser sean alineados a cierto ángulo del plano de referencia. Otra posible configuración es que el láser puede ser alineado de manera perpendicular al plano de referencia, con la cámara colocada a cierto ángulo de ambos. De igual manera, cámara y láser pueden estar a diferente ángulo del plano. Por último pueden alinearse los tres componentes, el láser, la cámara y el plano de

referencia, a determinado ángulo entre si. Cabe mencionar que en estas variaciones, es importante tener en cuenta el ángulo de inclinación entre el proyector de la línea y la cámara CCD [23]. Para el desarrollo del prototipo propuesto se hace uso de la geometría donde el diodo láser está ubicado perpendicularmente al plano de referencia y la cámara está alineada a un ángulo. Figura 2.1 (a) y (b).

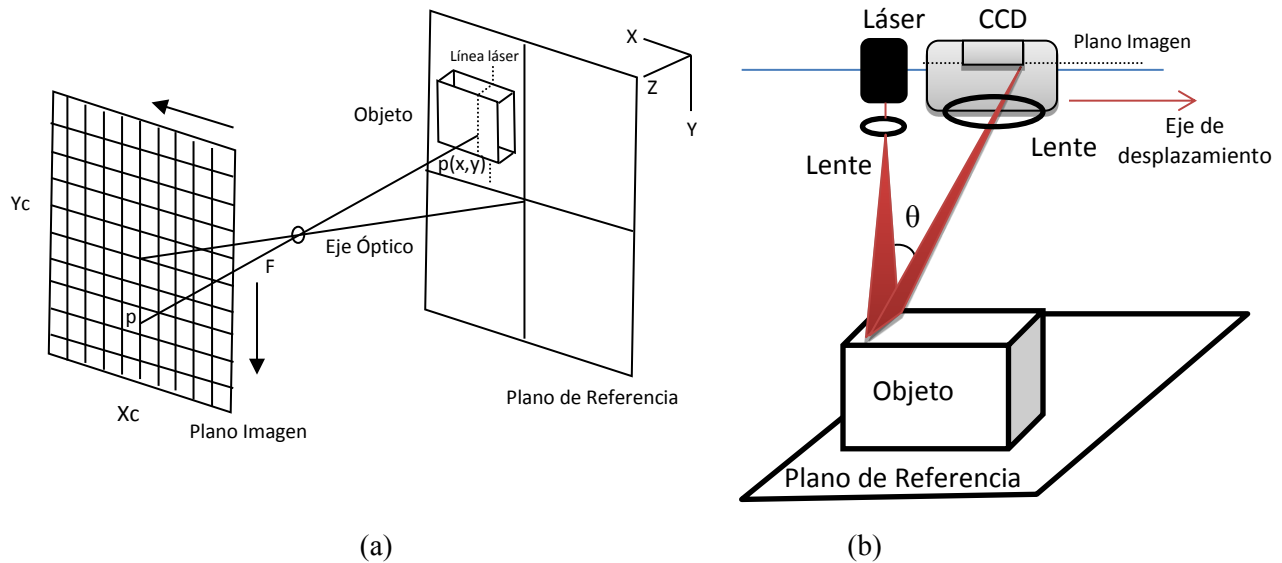


Fig. 2.1 a) Geometría de proyección del arreglo. b) Arreglo óptico implementado.

Para el prototipo desarrollado, el objeto a ser reconstruido se coloca sobre una mesa de vidrio, mientras que el diodo láser y la cámara se encuentran montados sobre una base, acoplada a una máquina de movimiento, encargada de recorrer el objeto sobre el eje X , figura 2.1 (b).

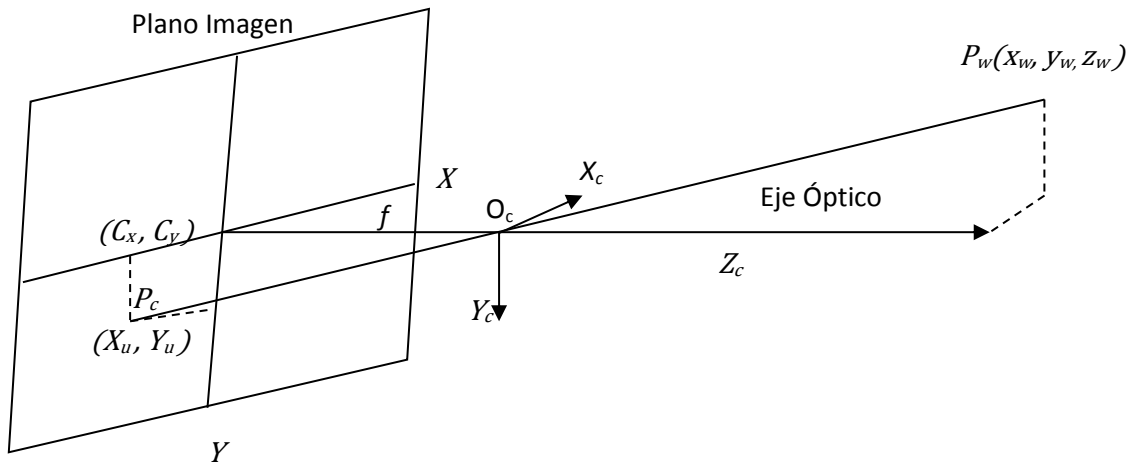
Como ya se mencionó, la línea de luz recorre el objeto y la cámara se encarga de capturar las deformaciones de la línea laser. Estas deformaciones le proporcionan a la cámara información muy precisa sobre la topografía del objeto. Las imágenes obtenidas se procesan de modo que se obtiene la posición de la línea para cada coordenada x de la imagen (asumiendo que la línea se encuentra sobre el eje Y). Esto se explicará con mucho mayor detalle en el siguiente capítulo. Cada imagen nos da una sección transversal del objeto, que corresponde a la parte donde se proyecta la línea láser. Es por ello que es necesario recorrer el objeto para ir obteniendo información de distintas secciones

transversales, para después unir toda esta información y reconstruir el objeto en su totalidad.

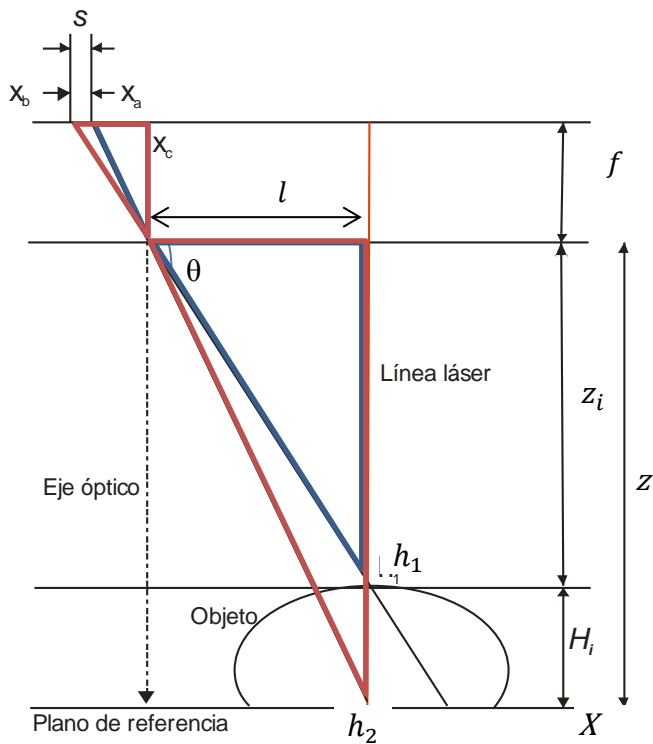
En este proyecto de tesis se hizo el proceso simultáneamente sobre tres regiones del objeto, debido a que un solo arreglo cámara- láser no captura la superficie del objeto en su totalidad, solo de una vista. Esto planteó problemas adicionales como establecer referencias entre las tres cámaras, alinear los láseres entre ellas, etc. La resolución del objeto sobre el eje de desplazamiento depende directamente del diferencial de desplazamiento sobre el objeto entre cada toma de imágenes. Esto quiere decir que entre más fino haya sido el avance, se obtiene una mejor resolución del objeto en este eje, dicho de otra forma, el objeto fue dividido en rebanadas más finas, por lo que se reproduce más fielmente su topografía real.

La relación que existe entre el desplazamiento de la línea de luz y la altura del objeto se puede explicar usando la geometría de proyección de perspectiva, que se muestra en la figura 2.2. (a). De acuerdo a la figura 2.2 (a), un punto $P_w = (x_w, y_w, z_w)$ es transformado a las coordenadas de la cámara $P_c = (x_c, y_c, z_c)$ por $P_c = R P_w + t$ donde R es la matriz de rotación y t el vector de traslación. La transformación de P_c a las a las coordenadas de la imagen (X_u, Y_u) es dada por $X_u = \frac{f x_c}{z_c}$ y $Y_u = \frac{f y_c}{z_c}$. Además, las coordenadas en pixeles son convertidas en coordenadas reales en términos del factor de escala η . Entonces, los parámetros a ser calibrados son la matriz R , el vector t , la distancia focal f , el centro de la imagen C_x, C_y y el factor de escala η .

Para el sistema propuesto, la profundidad de la superficie se obtiene en base a la relación entre la profundidad y la posición de la línea. La geometría de esta relación se muestra en la figura 2.2 (b).



(a)



(b)

Figura 2.2. a) Geometría del modelo por proyección de perspectiva. b) Geometría del arreglo óptico para obtener la profundidad (arreglo monocámara). Se resaltan los triángulos semejantes que sirven de apoyo para plantear las ecuaciones.

En esta geometría, l es la distancia entre la línea láser y el centro de la imagen, f es la longitud focal, x_c es el centro de la imagen, z_i es la distancia entre la lente de la cámara y la superficie del objeto. Los ejes X y Y se encuentran en el plano de referencia. Los puntos h_1 y h_2 corresponden a la línea de luz proyectada en el plano de referencia y la superficie del objeto, siendo la altura del objeto que se indica por h_1 [24].

Cuando se proyecta la línea de luz sobre el objeto esta sufre un desplazamiento del punto h_1 al h_2 , con respecto al plano de referencia. Este desplazamiento puede representarse como:

$$s = x_a - x_b \quad ec(2.1).$$

donde x_a y x_b representan la posición de la línea de luz en la imagen que se obtiene en el arreglo CCD de la cámara, como se muestra en la figura 2.3. En la imagen x_a y x_b corresponden a la posición de la línea que incide sobre el plano de referencia y sobre el objeto respectivamente. La posición x_a y x_b de luz se obtiene con el cálculo de la posición del máximo de intensidad en la imagen de la línea de luz tanto en el plano de referencia y sobre objeto.

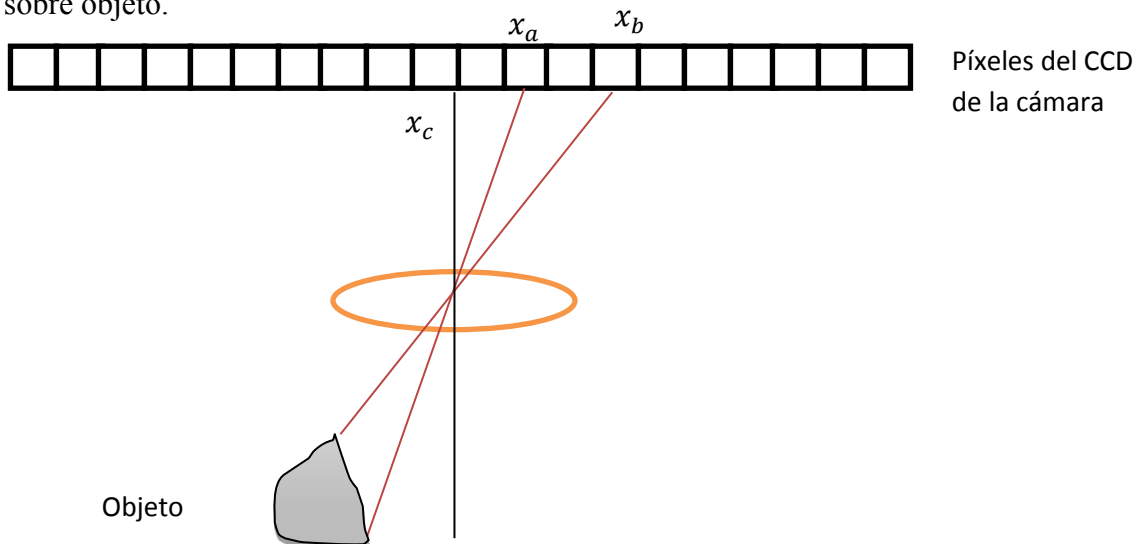


Figura 2.3 Geometría en la cámara CCD

El desplazamiento s de la imagen que está en píxeles es proporcional a la distancia en mm entre el punto h_1 y h_2 , en el plano de referencia. Esto se puede entender más a fondo con el

análisis trigonométrico siguiente [25]: Al proyectar la línea sobre el objeto y medir el desplazamiento correspondiente a la altura de este, se pueden observar los triángulos semejantes que existen en la geometría de la figura 2.2 b). Si se mira con atención se forman dos triángulos por cada reflexión del láser, haciendo relaciones entre ellos se puede deducir trigonométricamente que:

Para h_2 (altura en el plano de referencia, siendo Sx el grosor del pixel)

$$\tan\theta = \frac{z}{l}, \quad \tan\theta = \frac{f}{(x_a - x_c)Sx}$$

entonces $\frac{z}{l} = \frac{f}{(x_a - x_c)Sx}$ ec. (2.2)

Y para h_1 :

$$\tan\theta = \frac{z - h_1}{l}, \quad \tan\theta = \frac{f}{(x_b - x_c)Sx}$$

entonces $\frac{z - h_1}{l} = \frac{f}{(x_b - x_c)Sx}$ ec. (2.3)

Despejando fl de las ecuaciones 2.2 y 2.3 e igualándolas:

$$z(x_a - x_c)Sx = (z - h_1)(x_b - x_c)Sx,$$

entonces $h_1 = \frac{z(x_b - x_a)}{x_b - x_c}$ ec. (2.4)

La ecuación 2.4 es utilizada para el cálculo de la altura real del objeto en cada renglón de la imagen de la línea de luz a partir de la posición de los pixeles de la imagen. Es necesario determinar las distancias z y l del arreglo óptico en mm, la forma de obtenerlos se explica más adelante. Con este proceso se obtiene las dimensiones de un perfil del objeto correspondiente a la región analizada. Para la obtención 3D completa del objeto, el perfil de cada línea de luz se calcula de manera independiente, guardado en memoria de una computadora y uniendo la información posteriormente.

Para el sistema multicámara implementado en esta tesis, se usó la misma geometría monocámara presentada en este apartado, aplicándola para 3 cámaras y colocando cada arreglo láser-cámara a 120 grados uno de otro con respecto al objeto a reconstruir, de modo que cada uno reconstruyera una parte parcial de éste (figura 2.12). Por lo tanto, nos quedan en realidad 3 ecuaciones de altura, una para cada cámara, siendo análogas entre si ya que se deducen de la misma geometría:

$$h_1 = \frac{z_1(x_{b1} - x_{a1})}{x_{b1} - x_{c1}} \quad (\text{cámara 1})$$

$$h_2 = \frac{z_2(x_{b2} - x_{a2})}{x_{b2} - x_{c2}} \quad (\text{cámara 2})$$

$$h_3 = \frac{z_3(x_{b3} - x_{a3})}{x_{b3} - x_{c3}} \quad (\text{cámara 3})$$

2.2 Análisis de imágenes para medir la posición de una línea de luz.

La sección transversal de la superficie del objeto se calcula mediante triangulación usando las características del arreglo óptico, como se mencionó anteriormente. En esta técnica el perfil del objeto se obtiene al detectar el desplazamiento de la línea de luz en la imagen. Para medir el desplazamiento de la línea láser, se obtiene la posición de máxima intensidad de la línea en cada fila de la imagen (asumiendo que la línea de luz se encuentra orientada en el eje de las columnas) (figura 1.9). Para obtener esto, es necesario examinar la intensidad de la línea en la imagen, que al ser láser es una distribución de tipo Gaussiana [26].

2.2.1 Aproximación Gaussiana.

La mejor manera de representar la intensidad de la línea de luz láser, es emplear una función Gaussiana [27][28]. Al analizar una sección transversal de una línea de luz, se obtiene la posición y la intensidad de los pixeles. Los valores de los pixeles se representan por: $(x_0, z_0), (x_1, z_1), (x_2, z_2), (x_3, z_3), \dots, (x_n, z_n)$, donde x_i es la posición y z_i la intensidad del pixel.

Se puede expresar al conjunto de pixeles como una función de intensidad continua $f(x)$, utilizando la ecuación Gaussiana siguiente:

$$f(x) = \frac{Ni}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad ec(2.5).$$

Donde Ni es el área bajo la curva y se puede calcular como

$$Ni = \sum_{i=0}^n x_i l, \quad ec(2.6).$$

Donde, n es el número de pixeles y l la distancia entre cada pixel. La media μ representa el centro de la función Gaussiana y se calcula mediante la expresión:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n z_i x_i}{\sum_{i=1}^n z_i}, \quad ec(2.7).$$

La variable σ es la desviación estándar de la función Gaussiana, que se calcula por:

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n - 1}, \quad ec(2.8).$$

Para determinar la posición de la línea, se hace el cálculo de μ . Esto se realiza con la ecuación (2.7), sustituyendo los valores de x_i , z_i , y n . El valor de μ proporciona la posición del valor máximo de intensidad, el cual será utilizado en la ecuación (2.4) para conocer el desplazamiento s . Este procedimiento se aplica a todos los renglones de la imagen de la línea. Con esto, se extrae el perfil del objeto analizado en la región donde se proyectó la línea de luz láser.

2.3 Curvas Bezier.

Una serie de puntos puede aproximarse a una curva continua por medio de un polinomio de grado n , utilizando para esto el modelado geométrico de Curvas Bezier [29][30]. Figura 2.4

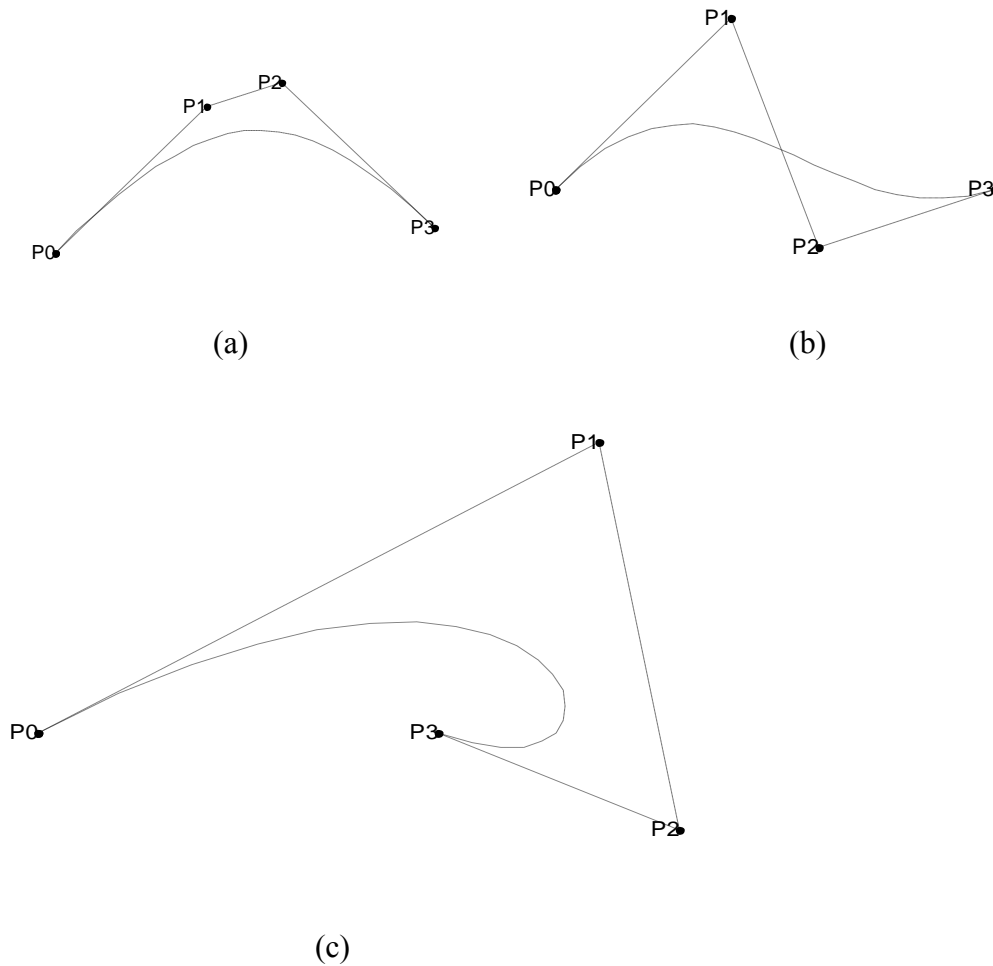


Figura 2.4 Curvas Bezier a partir de 4 puntos arbitrarios.

La expresión para cualquier curva Bezier de grado n es la expresión (Ver apéndice A):

$$P(u) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,n}(u) \quad u \in [0,1] \quad ec(2.9)$$

Donde

$$B_{i,n} = \binom{n}{i} (1-u)^{n-1} u^i, \quad \binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} \cdot ec(2.10)$$

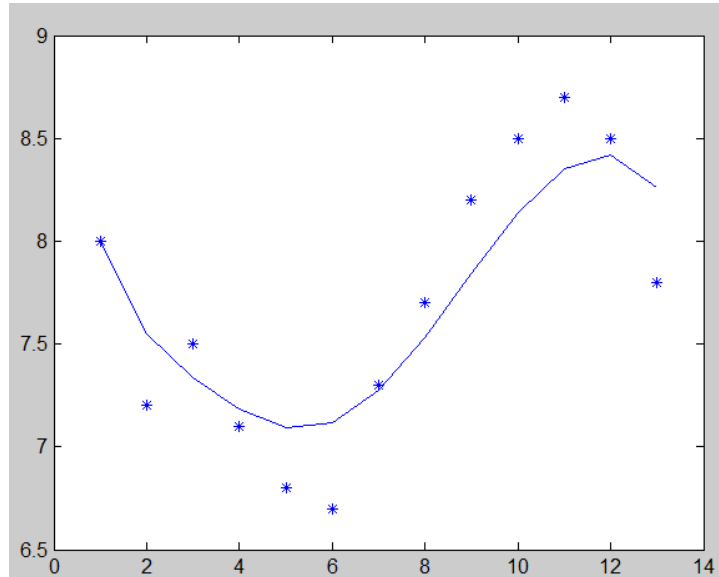


Figura 2.6 Curva de bezier (línea continua) para una serie de puntos dada (representados por asteriscos)

La figura 2.6 muestra una curva Bezier generada para ciertos puntos arbitrarios. Si examinamos la curva continua generada, podemos notar que este método suaviza los cambios bruscos en la pendiente entre los distintos puntos, ocasionando que muchas veces la curva no llegue a tocar los mismos puntos que la generaron.

Esto no resulta crítico para el proyecto, ya que generalmente los cambios bruscos se asocian más bien a errores de medición, sin embargo lo ideal sería encontrar una función que pase obligatoriamente sobre los puntos preestablecidos, y eso se logra introduciendo conceptos de redes neuronales, como se muestra en el siguiente apartado.

2.3.1 Redes neuronales de base Bezier

Con ayuda de redes neuronales es posible mejorar el desempeño de las curvas Bezier [31], la estructura de la red neuronal para logra esto se muestra en la figura 2.7.

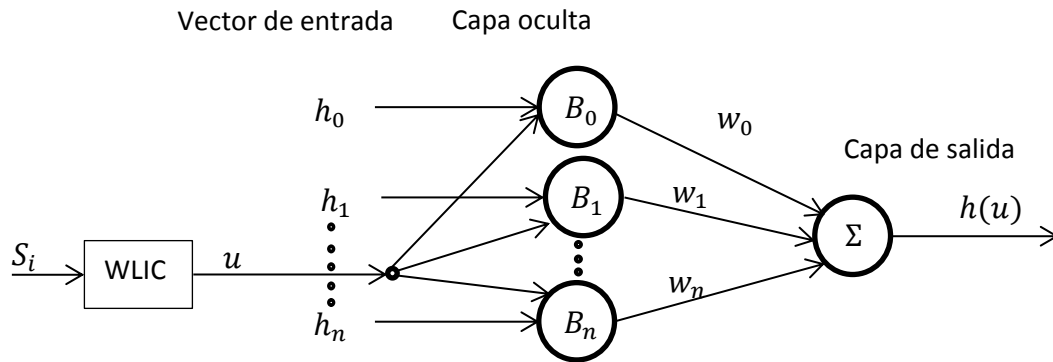


Figura 2.7 Estructura de la red neuronal.

Esta red incluye un vector, una entrada paramétrica, una capa oculta y una capa de salida. La entrada incluye: dimensiones del objeto h_i y su correspondiente desplazamiento S_i . La entrada paramétrica u es un valor proporcional al desplazamiento S_i . Este valor u es obtenido por una combinación lineal de entrada (WLIC) [32]. La capa oculta está construida por una función de base Bezier. La capa de salida está formada por la sumatoria de las neuronas de la capa oculta, que son multiplicadas por un peso.

Recordando que:

$$P(u) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,n}(u) \quad u \in [0,1] \quad ec(2.9)$$

Entonces, bajo la estructura de la figura 2.7, esta ecuación se convierte en:

$$h(u) = \sum_{i=0}^n h_i B_{i,n}(u) w_i \quad u \in [0,1] \quad ec(2.17)$$

Donde w_i son los pesos, h_i los puntos conocidos y B_i es la función de base Bezier. Para obtener los pesos $w_0, w_1, w_2, \dots, w_n$, la red debe ser forzada a producir las salidas correctas $h_0, h_1, h_2, \dots, h_n$. Para conseguirlo, se plantea el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 h_0 &= w_0 B_{00} + w_1 B_{01} + \dots + w_n B_{0n} \\
 h_1 &= w_0 B_{10} + w_1 B_{11} + \dots + w_n B_{1n} \\
 &\vdots \\
 h_n &= w_0 B_{n0} + w_1 B_{n1} + \dots + w_n B_{nn}
 \end{aligned}
 \tag{2.18}$$

Este sistema de ecuaciones se puede reescribir como un producto de matrices:

$$\begin{bmatrix} B_{01} & B_{02} & B_{03} & \dots & B_{0n} \\ B_{11} & B_{12} & B_{13} & \dots & B_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ B_{n1} & B_{n2} & B_{n3} & \dots & B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix}
 \tag{2.19}$$

Este sistema matricial puede ser resuelto por diversos métodos, como el método de Chelovsky [33]. En la figura 2.8 se pueden apreciar los resultados para una serie de puntos arbitraria.

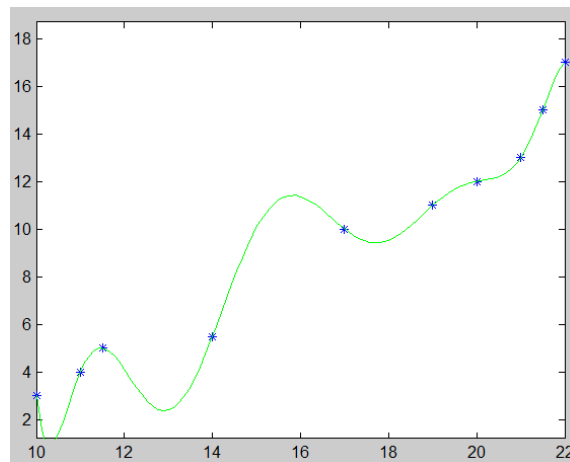


Figura 2.8 Método de redes neuronales de base de Bezier. Se puede apreciar que la curva Bezier ahora si pasa por todos los puntos predeterminados.

Al permitir generar una función que pasa sobre los puntos preestablecidos, este método fue el elegido para ser utilizado en el proyecto.

2.4 Mínimos cuadrados

El método de mínimos cuadrados surgió para representar con un modelo matemático, la relación entre variables de las que se conoce en forma empírica un conjunto de valores. [34]

Para resumir, el algoritmo general es el siguiente (Ver apéndice B):

- A partir de un conjunto de puntos dado, se propone la ecuación que mejor lo describa.
- Se construye la matriz A y los vectores columna \bar{u}, \bar{y} .
- Se resuelve la igualdad $A^T A \bar{u} = A^T \bar{y}$, obteniendo los valores de \bar{u} , los cuales son las constantes de la ecuación propuesta para el conjunto de puntos.

2.5 Determinación del perfil de un objeto 3D.

Como se mencionó anteriormente, el procesamiento digital de imágenes es un área caracterizada por un extenso trabajo experimental para establecer la viabilidad de solucionar propuestas para un problema dado. En este trabajo de tesis se hace uso de este recurso, así como también el uso de los algoritmos matemáticos explicados en los apartados anteriores. Con el fin de obtener la extracción del perfil de un objeto 3D [35].

2.5.1 Obtención de la posición de la línea de luz

De acuerdo al apartado 2.2.1 la posición de la línea de luz en cada fila de la imagen (ver figura 2.9) puede ser obtenida mediante la aproximación gaussiana, debido a que la luz láser presenta un perfil de este tipo, es la mejor opción [36]. De esta forma, se usa la ecuación 2.7 en cada fila de la imagen obtenida de la cámara (la cual captura la línea láser siendo deformada por el perfil tridimensional del objeto a reconstruir). En algunos casos, previo a este paso, se realiza una umbralización en la imagen para eliminar fuentes de iluminación diferentes a la línea láser, en este caso no fue necesario debido a que la

apertura de las cámaras utilizadas era regulable, así que manualmente se ajustó para que solo capturaran la intensidad de la fuente láser.



Figura 2.9. Una imagen obtenida de la una de las cámaras del prototipo

La posición relativa de la línea láser dentro de la imagen, es un valor que depende de los parámetros intrínsecos e extrínsecos de la cámara. Debido a la complejidad del arreglo utilizado y a sus múltiples variables, se optó por usar un objeto patrón de guía, midiendo las posiciones de la gaussiana con diferentes alturas conocidas. De esta forma, se pudo relacionar el valor de los píxeles en cada cámara con determinadas alturas físicas de reales, con estos valores, se utilizó el método de redes neuronales de base Bezier para crear una función que de manera directa relacionara la posición del láser obtenida por la ecuación 2.7 con una altura física real en milímetros.

2.5.2 Reconstrucción 3D

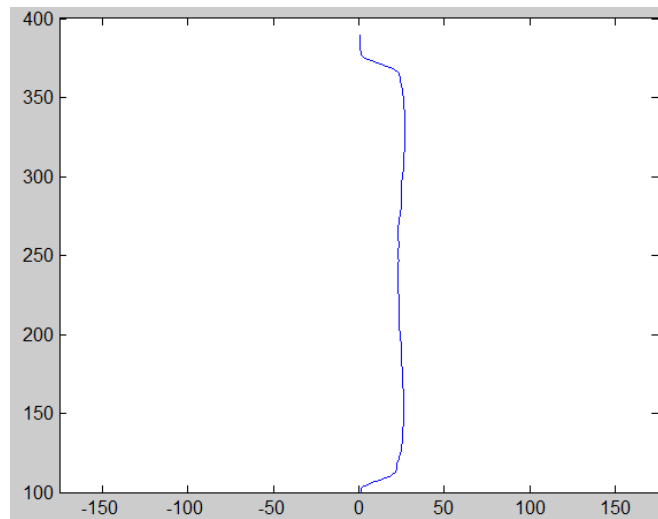
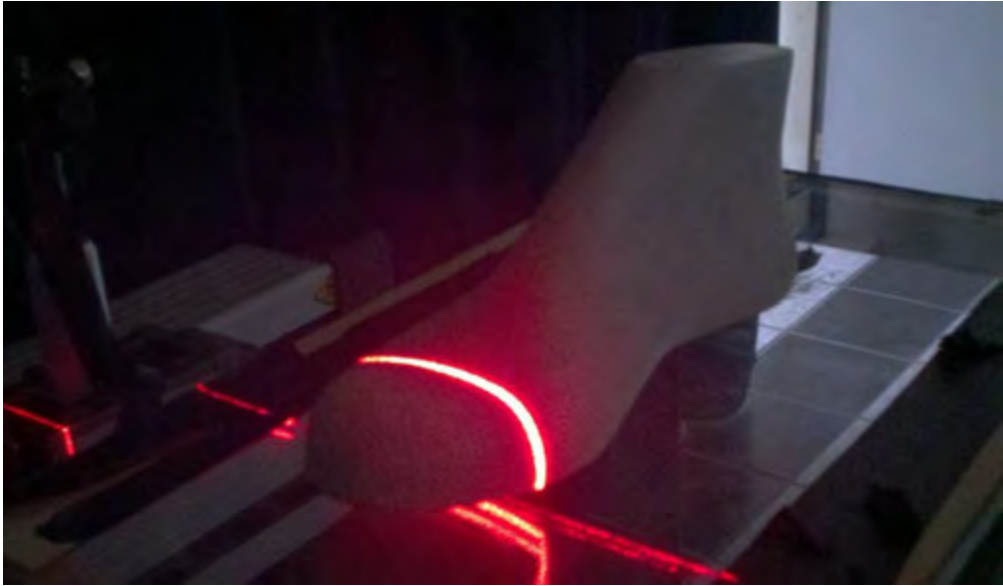
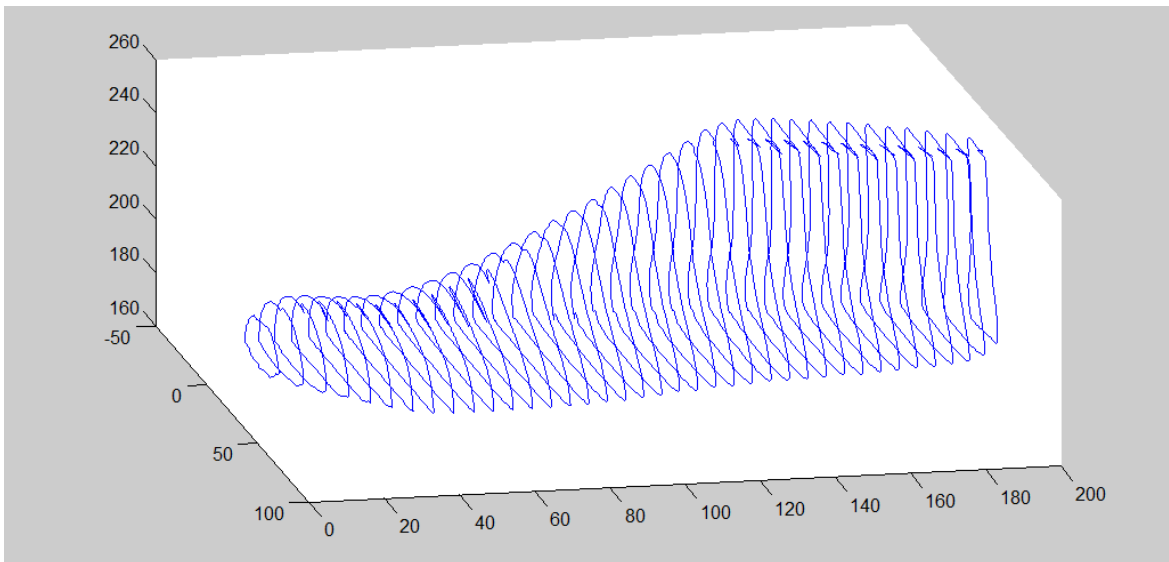


Figura 2.10. Perfil obtenido de la imagen de la figura 2.9 utilizando aproximación gaussiana.

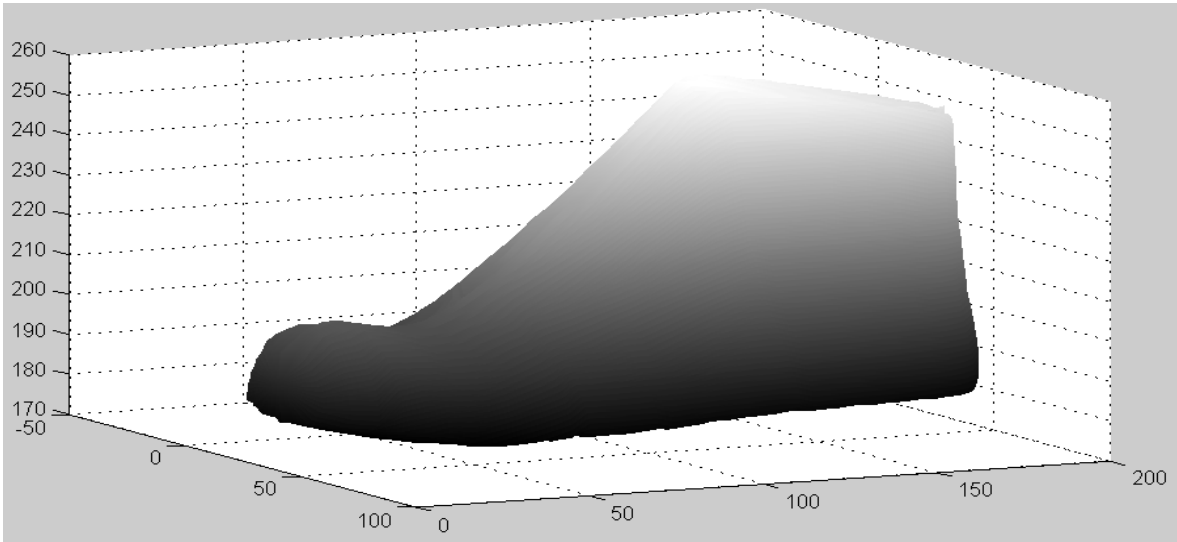
Con el procesamiento de cada línea mediante aproximación gaussiana, se obtiene una sección transversal parcial del objeto (figura 2.10). Los datos de cada sección transversal se guardan en memoria para construir la forma tridimensional de éste. Debido a que se requiere construir el objeto de manera completa, es necesario hacer el barrido de la línea de luz sobre el objeto en tres vistas (cada una aproximadamente a 120° de la otra). Cada sección obtenida debe ser unida con las demás secciones transversales en el mismo orden en el que fueron adquiridas, figura 2.11 b). Esta unión de perfiles o secciones transversales, permite obtener la reconstrucción en 3D de la superficie del objeto (figura 2.11 c)), para acondicionar la información se hace uso de transformaciones en 2D como la rotación y traslación de los vectores de los perfiles laterales obtenidos hasta unirlos con los perfiles de la base.



(a)



(b)

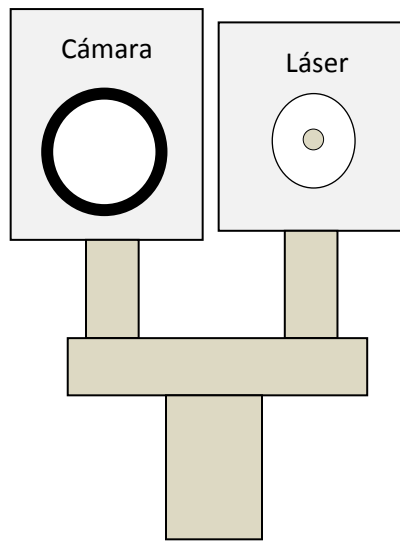


(c)

Figura 2.11 a) Objeto (horma de calzado). b) Secciones transversales obtenidas. (Unidades en milímetros) c) Reconstrucción del objeto. (Unidades en milímetros)

2.6 Orientación del sistema multicámara.

Como se mencionó anteriormente, el sistema multicámara debe estar compuesto de un arreglo óptico que permita observar con las cámaras toda la sección transversal del objeto al mismo tiempo. Para esto, se propuso la configuración de la figura 2.12 (b).



(a)

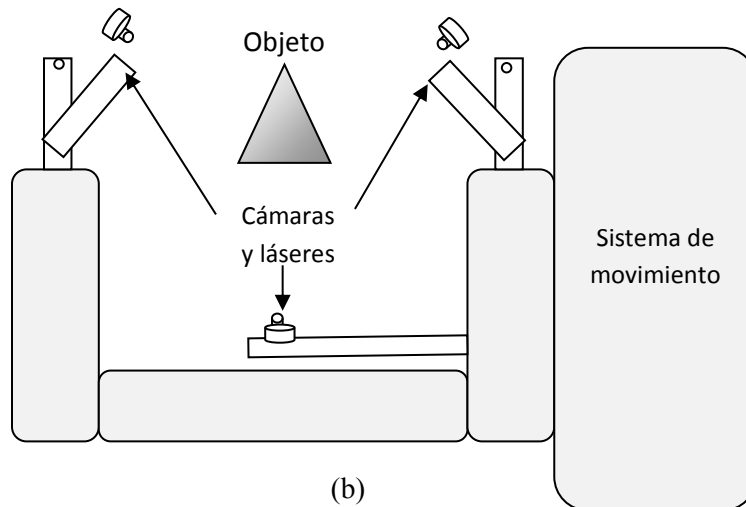


Figura 2.12 a) Arreglo cámara-láser utilizado (vista frontal). b) Configuración del sistema multicámara.

En la figura 2.12 a) se puede observar el arreglo cámara-láser empleado en cada una de las vistas (para ver imágenes reales véase el capítulo 3), para fijar ambas se utilizaron monturas de aluminio diseñadas para este propósito, las cámaras laterales además tenían la libertad de rotar en el eje acimutal de modo que se pudiera ajustar la vista hacia el objeto. La configuración general del arreglo se muestra en la figura 2.12 b). Nótese que se muestra el objeto flotando como una simplificación, ya que en realidad se apoya sobre una mesa de fondo de cristal, colocada justo en medio del brazo que sostiene las cámaras, de tal manera que el objeto se mantiene en la posición indicada, sin afectar la movilidad del sistema, el cual se desplaza en el eje normal al diagrama de la figura.

2.7 Transformaciones afines en 2D.

Una vez reconstruida la superficie del objeto, es necesario realizar modificaciones a las matrices (que resultan de la unión de los perfiles, que son de naturaleza vectorial) de la información de la superficie de cada cámara. Para esto se hace uso de transformaciones afines en 2D como son la rotación y traslación [37]. Estas transformaciones se realizan en 2D dado que existe un eje sobre el cual los valores permanecen intactos, este es el eje de desplazamiento (sobre el cual se mueve el objeto, o lo que es lo mismo, el sistema de visión), esto permitirá la unión de las 3 matrices generadas (una por cada cámara), en un plano espacial tridimensional X, Y, Z del cual se hablará en el capítulo 4.

2.7.1 Rotaciones vectoriales

Como se vio en el apartado anterior, los perfiles de las vistas laterales del objeto son obtenidos con la posición en que están orientadas las cámaras CCD. Esta orientación debe ser transformada para la unión de las secciones transversales que se deben de generar para obtener la topografía del objeto. Para esto, la matriz de cada cámara que contiene la información de posición e intensidad debe ser rotada. En este apartado se explicará cómo se rota uno de los vectores de los cuales está formada la matriz, y se asumirá que se aplica el mismo proceso para toda esta.

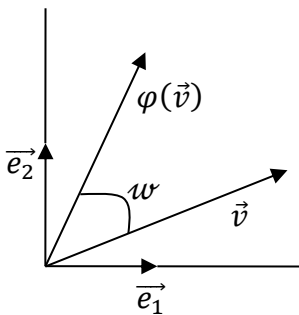
Sea V el espacio vectorial euclídeo de dimensión 2 (donde se contiene esta información), con base ortonormal $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$, que se puede expresar como \mathbb{R}^2 con el producto escalar ordinario y la base canónica. Definiendo en este contexto el concepto de rotación vectorial de ángulo $\omega \in [0, \pi]$ [14].

Teorema 2.1:

Una rotación vectorial R^2 de ángulo $\omega \in [0, \pi]$ es una aplicación lineal $\varphi: V \rightarrow V$ tal que para todo $\vec{v} \neq 0$ se cumple.

- $\|\vec{v}\| = \|\varphi(\vec{v})\|$

- El ángulo que forman \vec{v} , $\varphi(\vec{v})$ es ω .



En el caso de obtener la matriz de rotaciones ya sean positivas o negativas, solo es necesario obtener las imágenes de los vectores de la base: $\varphi(\vec{e}_1), \varphi(\vec{e}_2)$. En el caso de la rotación positiva, y por trigonometría elemental resulta $\varphi(\vec{e}_1) = (\cos\omega, \sin\omega), \varphi(\vec{e}_2) =$

$(-\sin\omega, \cos\omega)$; en el caso de la rotación negativa, se tiene que $\varphi(\vec{e}_1) = (\cos\omega, -\sin\omega), \varphi(\vec{e}_2) = (\sin\omega, \cos\omega)$. Las matrices resultantes son

$$\begin{pmatrix} \cos\omega & -\sin\omega \\ \sin\omega & \cos\omega \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \cos\omega & \sin\omega \\ -\sin\omega & \cos\omega \end{pmatrix}$$

Por consecuencia se tiene el siguiente teorema.

Teorema 2.2:

Dado un sistema cartesiano y un punto $M(x, y)$, si este sistema se rota a un ángulo ω se produce otro sistema cartesiano, en donde el punto $M(x, y)$ queda insertado y se obtiene para él la relación entre las coordenadas del primer sistema (x, y) (minúsculas) y las nuevas (X, Y) (mayúsculas) en la siguiente forma [15]:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\omega & -\sin\omega \\ \sin\omega & \cos\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$$

Efectuando el producto indicado en el teorema 2.2 se tiene:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\omega & -\sin\omega \\ \sin\omega & \cos\omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X\cos\omega - Y\sin\omega \\ X\sin\omega + Y\cos\omega \end{pmatrix}$$

Con lo que quedan definidas en forma de ecuación las transformadas o coordenadas de rotación como:

$$\begin{cases} x = X\cos\omega - Y\sin\omega \\ y = X\sin\omega + Y\cos\omega \end{cases} \quad , \quad ec. (2.20)$$

Al reemplazar en la ecuación (2.20) los valores x y y por los valores obtenidos del perfil de la línea de luz láser x_i y z_i , se obtiene los mismos valores de x_i y z_i en X y Y , coordenadas de los ejes rotados. Esto lo podemos observar en la figura 2.13.

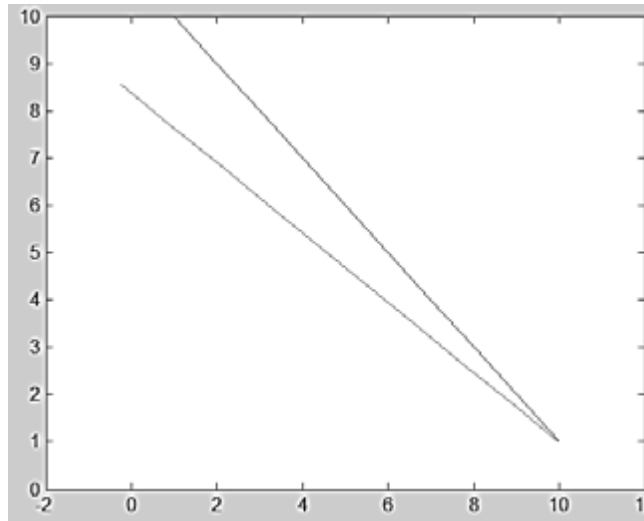


Figura 2.13. Un vector de valores rotado -8.5733° .

2.7.2 Traslaciones vectoriales

Para la obtención de la sección transversal del objeto, de cada desplazamiento realizado para el análisis de los perfiles, es necesario que los vectores de esta información sean unidos. Con la rotación vectorial explicada en el apartado anterior, se logra que los perfiles laterales tengan la orientación correcta de la línea de luz sobre la topografía del objeto, el siguiente paso es lograr que los vectores que contienen la información de posición e intensidad tengan una traslación hasta la posición donde se encontraran los tres perfiles de cada vista. Esto para que pueda realizarse un reconocimiento de patrones que permita la unión correcta de la información, permitiendo obtener estas secciones.

Sumada a la rotación vectorial, la traslación de vectores es una transformación a fin en 2D que permite la unión vectorial de uno o varios vectores, a posiciones donde finaliza un vector e inicia otro.

Dado un vector $\vec{w} = (w_1, \dots, w_n)$, se puede definir la traslación $T_{\vec{w}}$ de vector \vec{w} como una transformación dada por

$$T_{\vec{w}}: E \rightarrow E \quad T_{\vec{w}}(P) = P + \vec{w}$$

Teorema 2.3:

Si P' es el transformado (trasladado) de P por la traslación $T_{\vec{w}}$, si $P = (x_1, \dots, x_n)$ y si $P' = (x'_1, \dots, x'_n)$, en el sistema de coordenadas $S = (O; \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\})$ (ambos en el mismo), entonces las ecuaciones de la traslación son las siguientes [28]:

$$\begin{cases} x'_1 = x_1 + w_1 \\ \dots \\ x'_n = x_n + w_n \end{cases}, \quad \text{ec. (2.21)}$$

En el caso que n -dimensiones, se deriva la expresión en coordenadas de las traslaciones en el plano y en el espacio tridimensional; así se tiene:

$$\begin{cases} x' = x + w_1 \\ y' = y + w_2 \end{cases} \quad \begin{cases} x' = x + w_1 \\ y' = y + w_2 \\ z' = z + w_3 \end{cases} \quad \text{ec. (2.22)}$$

Al utilizar este teorema con los vectores de información de los perfiles, se puede realizar la traslación para la unión de los perfiles para lograr las secciones transversales de topografía. En la figura 2.14 se muestra la traslación de la sección transversal obtenida en la figura 2.10.

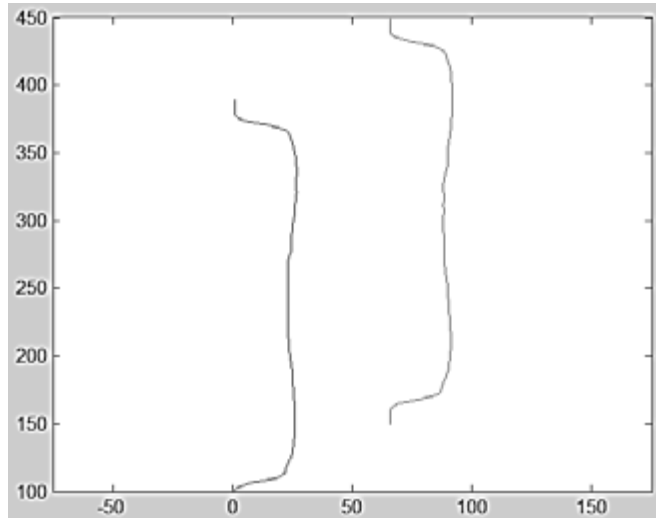


Figura 2.14. Vector de la figura 2.10 antes de la traslación y después.

Teniendo el conocimiento del manejo de la información obtenida de los perfiles de la línea de luz láser, se realiza el mismo proceso para todos los perfiles de cada cámara. Una vez orientadas tanto rotacional como traslacionalmente las matrices (que al ser rotadas se convierten en planos tridimensionales), solo queda unir la información de las tres cámaras. Esto se logra reconociendo en qué punto la vista de dos cámaras coinciden, es decir, encontrar un punto del objeto que aparezca dentro de dos cámaras.

2.8 Reconocimiento de patrones en los perfiles de la línea de luz.

Cuando la línea de luz es proyectada en tres vistas del objeto (base y laterales), un patrón de la línea de luz sobre éste cambia de posición en cada imagen adquirida de las vistas. Para detectar este patrón común en diferentes imágenes, se usa el método de Momentos Invariantes de Hu [16].

La localización de este patrón es de gran ayuda, para la conexión de las secciones de los perfiles de la línea de luz.

Para realizar este proceso, se inicia con la extracción del perfil de la línea de luz como se explicó en la sección 2.5 de este capítulo. A continuación se aplica del método de momentos invariantes de Hu a lo largo de los últimos valores de cada plano tridimensional de las cámaras, esto para detectar los patrones en común. Con este proceso se extrae la posición de cada patrón en las diferentes imágenes. Esta posición permite la traslación

correcta de los vectores, al punto de unión de los tres perfiles de cada sección de la topografía adquirida del objeto.

Los momentos invariantes de Hu se describen a partir de los momentos centrales y los momentos estadísticos. Los momentos estadísticos se definen como:

$$m_{pq} = \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} x_i^p y_j^q f(x, y), \quad ec. (2.23)$$

Donde $f(x, y)$ es la estructura bajo análisis, en este caso es la intensidad del píxel. Los Momentos Centrales son definidos por:

$$u_{pq} = \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y), \quad ec. (2.24)$$

donde

$$\bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}} \quad y \quad \bar{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}}$$

Los Momentos Centrales Normalizados de orden $(p + q)$ se definen por:

$$\eta_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{\mu_{00}^\gamma}, \quad ec. (2.25)$$

Para $p, q = 0, 1, 2, \dots$, donde

$$\gamma = \frac{p + q}{2} + 1$$

Usando los Momentos Normalizados se generan los siete Momentos Invariantes de Hu, los cuales, como su nombre lo indica, son invariantes a escala, rotación y traslación. Estos momentos invariantes se definen por:

$$\phi_1 = \eta_{20} + \eta_{02}, \quad ec. (2.26)$$

$$\phi_2 = (\eta_{20} + \eta_{02})^2 - 4\eta_{11}^2, \quad ec. (2.27)$$

$$\phi_3 = (\eta_{30} + 3\eta_{12})^2 - (3\eta_{11}^2 - \eta_{03})^2, \quad ec. (2.28)$$

$$\phi_4 = (\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21}^2 - \eta_{03})^2, \quad ec. (2.29)$$

$$\begin{aligned} \phi_5 = & (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] \\ & + (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 \\ & - (\eta_{21} + \eta_{03})^2], \quad ec. (2.30) \end{aligned}$$

$$\phi_6 = (\eta_{20} + \eta_{02})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2] + \eta_{30} + 4\eta_{11}(\eta_{30} + \eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03}), \quad ec. (2.31)$$

$$\phi_7 = (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2] \quad ec. (2.32)$$

Para determinar un patrón de la línea de luz, se selecciona un perfil (una sección del ancho de un pixel, como el de la figura 2.10) de una de las superficies de las cámaras, en este caso de la cámara 1 (figura 3.18), esta sección transversal debe ser ortogonal a los perfiles de luz obtenidos, para asegurar que se tome una muestra de información de todos estos perfiles. Los valores de intensidad y posición de este perfil, y de los dos adyacentes (para aumentar la precisión) se sustituyen en la ecuación (2.23), para calcular los Momentos Estadísticos. Estos momentos se usan para calcular los Momentos Centrales mediante la ecuación (2.24). Después, se calcula γ con $p = q = 0,1,2,3$. Con los Momentos Centrales y γ , se calcula los Momentos Normalizados mediante la ecuación (2.25). Con los Momentos Normalizados se calculan los Momentos Invariantes de Hu, $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5, \phi_6, \phi_7$. Una vez obtenidos los momentos para este conjunto de información, se vuelven a sacar los momentos pero ahora en la superficie de la siguiente cámara (cámara 2), se analizan de 3 en

3 secciones transversales sobre una amplia región de esta cámara donde se sabe debe coincidir en algún punto la superficie de la cámara 1 con la 2.

Así pues se posee la siguiente información: los momentos de hu de una sección transversal de ancho de tres pixeles de la cámara 1, y a su vez los momentos de un conjunto de secciones transversales (del mismo ancho) de la cámara 2. Ahora solo resta compararlos y ver cual sección transversal de la cámara 2 se parece más a la elegida de la cámara 1. Esto se hizo calculando el error euclidiano entre cada uno de los momentos de la sección de la cámara uno con cada una de la cámara 2. Al final, el que presentara el menor error, y por tanto, la mayor compatibilidad entre secciones transversales, será la sección transversal de la cámara 2 que coincide con la sección transversal de la cámara 1.

De esta manera se determina en qué punto se unirán los planos tridimensionales correspondientes de la cámara 1 y la cámara 2. Y se sigue el mismo proceso para calcular la unión de la cámara 2 con la cámara 3. El resultado de la unión de las 3 superficies se puede ver en la figura 3.19. Para unir las secciones simplemente se recorta la información duplicada en cada cámara y se une la información restante, con ayuda de los procesos correspondientes de rotación y traslación mencionados anteriormente, en la figura 2.15 (a) y (b) se puede ver la unión de la información en una de las secciones transversales, con la información ya orientada correctamente.

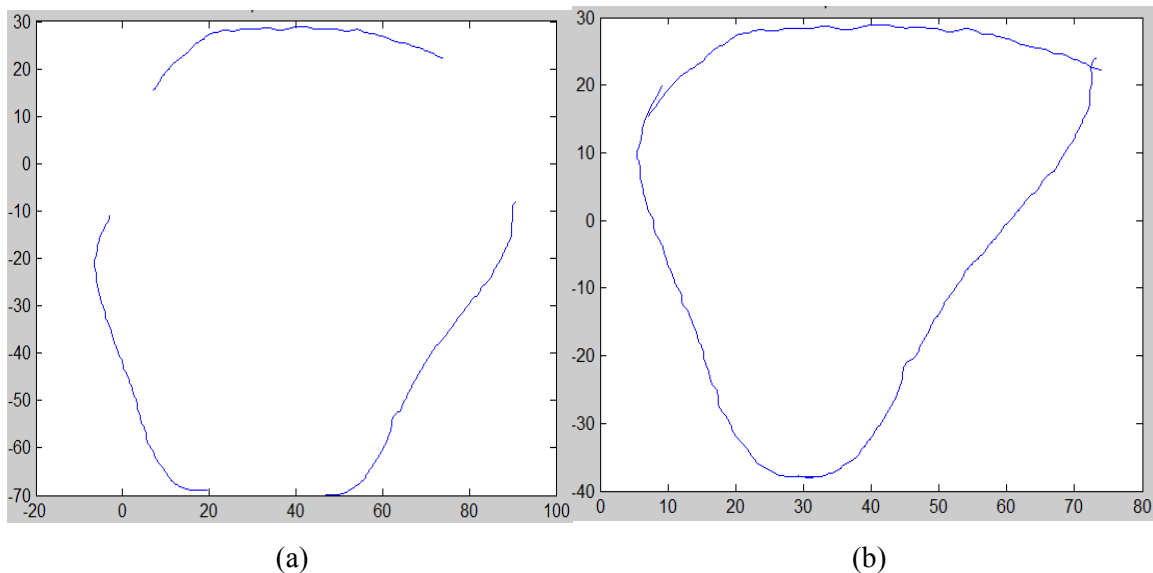


Fig. 2.15(a) Secciones transversales separadas. (b) Secciones transversales unidas.

Con el proceso descrito en este capítulo, y al obtener la sección transversal completa, se logra construir la forma 3D del objeto deseado con la su forma y dimensión real, adquirida con la metrología láser empleada, la visión tridimensional que se obtiene se describe en el capítulo 4.

CAPÍTULO 3. SISTEMA DE VISIÓN TRIDIMENSIONAL MULTICÁMARA

Como se describió en el capítulo 2, la adquisición de las imágenes para la reconstrucción 3D del objeto será en las vistas laterales y la inferior, debido a que se requiere la reconstrucción completa de la superficie del objeto. Para esto se debe de contar con el sistema apropiado que permita la captura de esta información. El sistema utilizado se puede apreciar en la figura 3.1.

En este capítulo se describe el diseño e implementación del sistema trinocular móvil desarrollado con la técnica de proyección de la línea de luz láser. En primer lugar se hará la descripción del control de las cámaras digitales del sistema, así como la calibración del sistema de visión que permite la adquisición de la superficie del objeto a reconstruir.

En segundo lugar se describe el trabajo realizado para el funcionamiento del sistema óptico móvil, el desarrollo de la programación del software de control desde MATLAB (Matrix Laboratory), el control del sistema de movimiento y la descripción del arreglo mecánico utilizado.

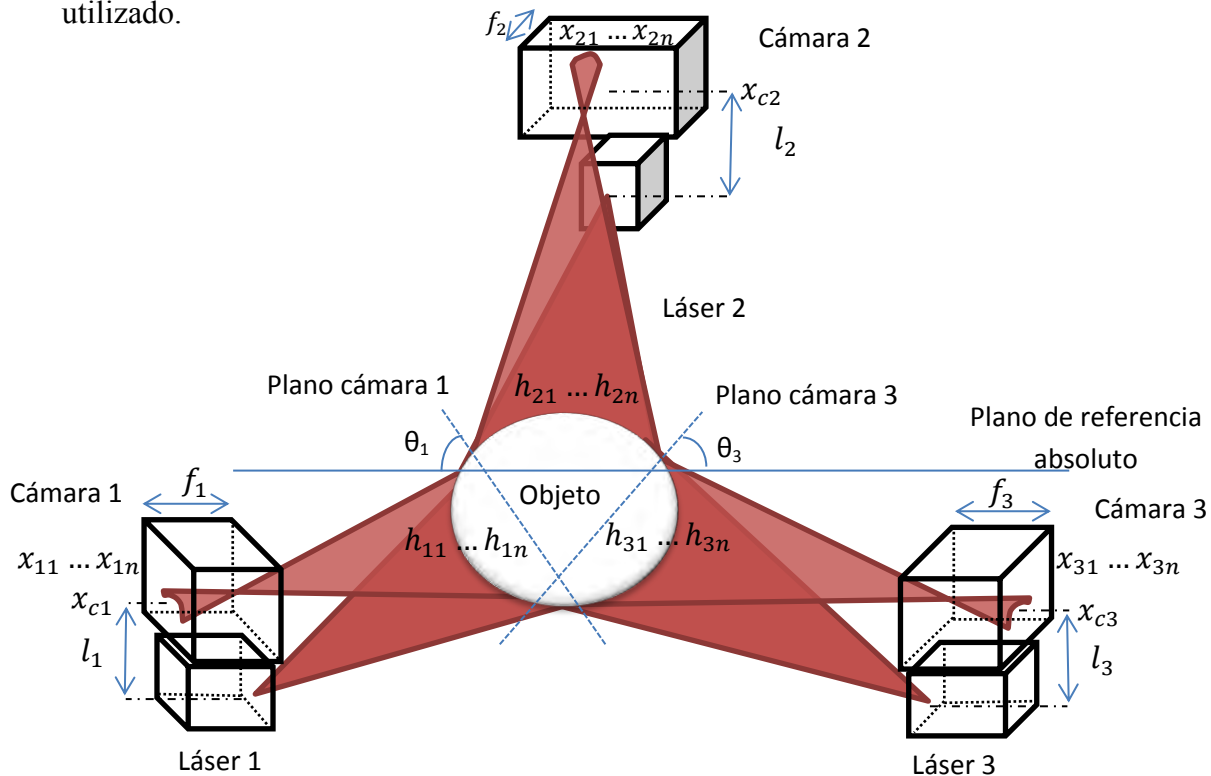


Figura 3.1 Diagrama de la geometría del sistema implementado.

3.1 Cámaras digitales.

Como se mencionó en el capítulo 1 en el intento de dotar a las máquinas de un sistema de visión hace que aparezca el concepto de Visión Artificial [9]. Para que esta Visión Artificial se dé, es necesario de dotar a los sistemas de visión de sensores adecuados que les permitan adquirir la información apropiadamente del mundo exterior. Para este fin, en el prototipo desarrollado en este trabajo de tesis, se utilizaron 3 cámaras CCD marca Epix modelo SV643C, figura 3.2 (a), conectadas a una PC mediante una tarjeta de adquisición PIXCI® SI4 frame grabber también de la marca Epix, figura 3.2 (b). Ambas fueron proporcionadas por el Centro de Investigaciones en Óptica (CIO), lugar donde se desarrolló esta tesis. Su ubicación en el sistema se muestra en la figura 3.1.

Las especificaciones de las cámaras, de acuerdo al fabricante, son las siguientes:

Formato Óptico:	½-inch
Tamaño de la imagen:	6.3mm(H) x 4.7mm(V) 7.8mm Diagonal
Pixeles activos:	640H x 480V
Tamaño del pixel:	9.9µm × 9.9µm
Arreglo de filtro de color:	Monochrome or Color RGB Bayer Pattern
Tipo de disparador:	Disparo electrónico (Global)
Máxima tasa de datos:	70 MPS
Reloj maestro:	70 MHz
Tiempo de exposición:	10 µsec Mínimo @ 70 MHz 112 msec Máximo @ 25 MHz

Tasa de muestreo: 211 fps

Resolución ADC: 10-bit, on-chip

Capacidad de respuesta: 17 Volts/Lux-sec

Rango dinámico: 61dB lineal

Voltaje de alimentación: 5 Volts

Potencia consumida: 190 mWatt

Temperatura de operación: -40°C to +70°C

Dimensiones: 1.91" H x 1.51" W x 0.82" D
48.5mm H x 38.4mm W x 20.8mm D

Peso: 73 Gramos (2.6 Onzas)

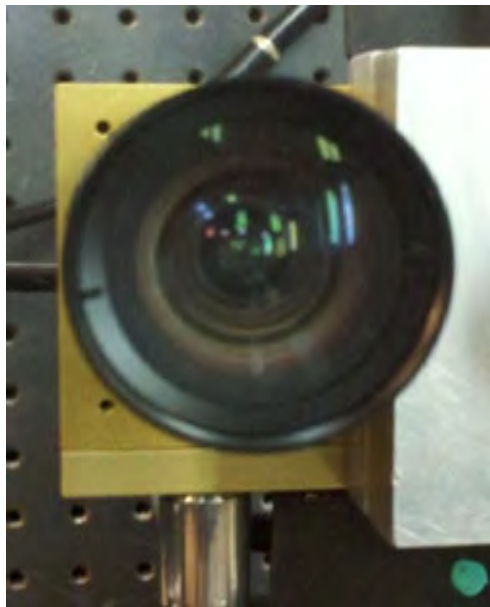


Figura 3.2 (a) imagen de una de las 3 cámaras empleada en este prototipo (son idénticas).



Figura 3.2 (b) imagen de la tarjeta de adquisición de datos conectada a la PC.

Estas cámaras manejan su propio software el cual está instalado en una PC externa, provista de un puerto PCI. Con este software, se obtienen las imágenes de las tres cámaras, mientras el objeto es desplazado. Estas imágenes nos servirán como datos de entrada para el software desarrollado en MATLAB (Matrix Laboratory). Es importante señalar, que el control de las cámaras no pudo ser incluido dentro de esta tesis ya que no fue posible conseguir las librerías de éstas, por lo que tuvo que ser usado el software del fabricante.

3.2 Interfaz gráfica de usuario En MATLAB

El GUIDE (Graphical User Interface Development Environment: Entorno de desarrollo de Interfaz Gráfica de Usuario) es un entorno de programación visual disponible en MATLAB para la creación de GUIs (Graphical User Interface: Interfaz Gráfica de Usuario), esto permite realizar y ejecutar programas de manera visual, amigable para el usuario. Tiene las características básicas de todos los programas visuales como Visual Basic o Visual C++ [38].

Al tener estas herramientas en el software de programación, se desarrolló un GUI con la capacidad de presentar de manera amigable al usuario, un menú que le permita de la manera más simple convertir una serie de imágenes obtenidas del sistema de visión propuesto, a una reconstrucción 3D del objeto ingresado. Este GUI es un conjunto de uno o varios paneles que están provistos de algunos de los siguientes elementos:

- Controles (botones), que permitirán al usuario interactuar con la GUI y elegir la información a ser visualizada.
- Menús.
- Ejes de coordenadas (axes), que permiten dibujar los gráficos de la información que el usuario desee visualizar.

La forma de hacer esto es dentro de MATLAB es mediante el siguiente procedimiento:

- Al abrir el software MATLAB, se teclea en la ventana de comando “guide”, a continuación, aparece una ventana en donde se selecciona crear un nuevo archivo y se eligen el nombre y ubicación de éste.
- Una vez generado el archivo nuevo, aparece una ventana que nos permitirá diseñar el aspecto de nuestra interfaz gráfica, ver figura 3.3.
- En la parte superior vienen distintas opciones que trae el compilador por defecto, mientras que a la izquierda vienen las opciones para la interfaz gráfica. Cada opción genera un objeto diferente: Botones, barras de desplazamiento, gráficas, check box, texto estático, texto editable, grupos de botones, tablas, menús desplegados etc.
- Una vez elegido el objeto que queremos crear, al centro y derecha está el espacio de trabajo, donde aparecerán los botones y demás elementos tal como los posicionemos y dibujemos. Para posicionar el objeto elegido se hace click izquierdo en el sitio deseado y se mantiene presionado mientras se desliza el ratón para determinar el tamaño del objeto.
- Una vez creado el objeto normalmente se le asigna un grupo de instrucciones una vez que es seleccionado o modificado por el usuario (ya que la interfaz usa programación orientada a objetos), para hacer esto se hace click derecho sobre el objeto deseado y se selecciona la opción “view callback” en este submenú elegimos para qué evento sobre el objeto se realizará el grupo de instrucciones. Al elegir la

opción deseada (por ejemplo, al ser presionado si el objeto es un botón) MATLAB nos manda a un archivo de código donde le indicaremos las instrucciones a realizar.

- Se repite el proceso con todas los objetos deseados y de este modo se crea la interfaz gráfica de usuario deseada.

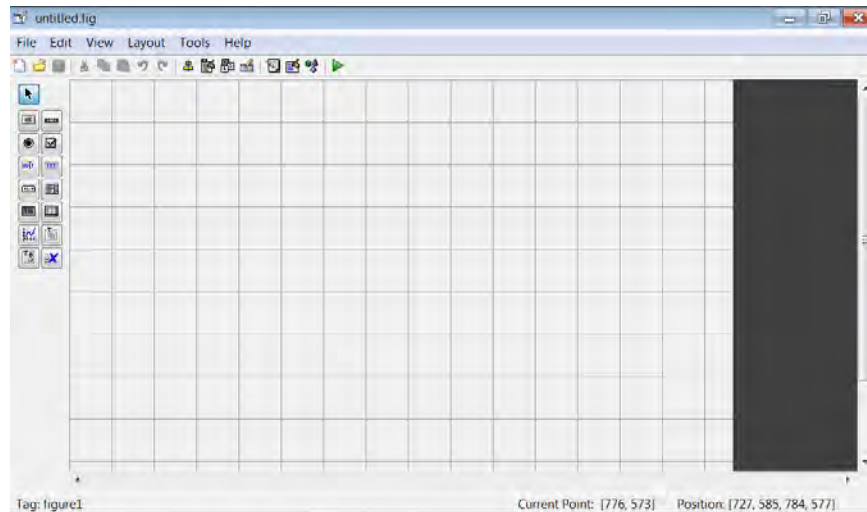


Figura 3.3 Entorno para diseñar la interfaz gráfica.

En la figura 3.4 se puede observar la interfaz de usuario diseñada para el prototipo. Esta cuenta con numerosos botones así como un campo de datos que permite al usuario manipular la información obtenida de la reconstrucción.

Para empezar, en la parte superior derecha posee los dos botones estándar de cualquier sistema operativo Windows: minimizar (izquierda), y cerrar (derecha), el botón de en medio, para maximizar la ventana, se encuentra deshabilitado. Debajo de éstos, se encuentran los primeros controles a utilizar (Figura 3.5) al abrir la interfaz.

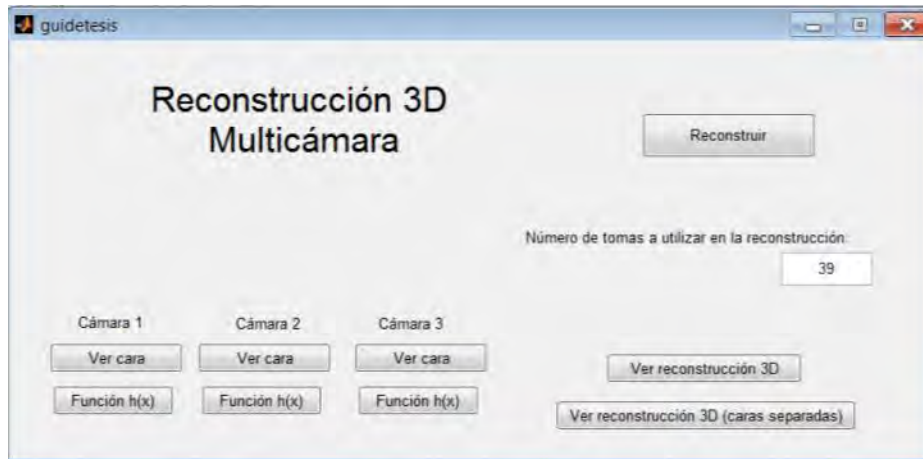


Figura 3.4 Interfaz gráfica de usuario.

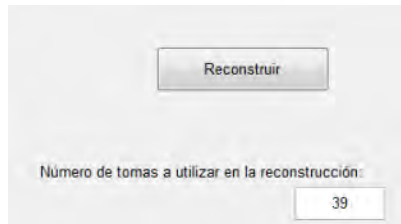


Figura 3.5. Botón “reconstruir” y campo de texto para introducir el número de tomas

El botón reconstruir se encarga de procesar las imágenes (previamente guardadas en una carpeta predeterminada) y ejecutar todo el algoritmo diseñado en esta tesis para la reconstrucción en 3D (algoritmo que será explicado más adelante). El campo de texto editable que aparece en la parte inferior, es para especificar el número de capas (secciones transversales) que se desean visualizar. Esto es en caso de que se desee acceder a solo una parte de la información, lo que ofrece ciertas ventajas, como observar capa a capa como está compuesta la superficie 3D obtenida.

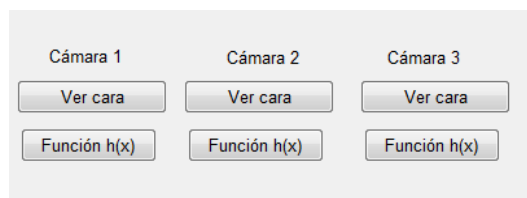


Figura 3.6. Botones para acceder a información particular de cada cámara.

En la parte inferior derecha de la interfaz, se encuentran una serie de botones que permiten acceder a la información de cada cámara (figura 3.6). El botón “ver cara” permite ver

graficada la información obtenida únicamente de la cámara correspondiente, esto se hizo con el fin de que se puedan observar las superficies con mayor detalle, ya que al estar unidas es común que la mayoría de la información solo se pueda observar desde cierta perspectiva. La opción “Función $h(x)$ ” permite observar la ecuación que relaciona el desplazamiento en píxeles con la altura real (en milímetros) para cada cámara.

Finalmente, en la figura 3.7 podemos observar las opciones que involucran a la reconstrucción completa. Una de ellas es “Ver reconstrucción 3D” que permite ver el resultado final, es decir, el objeto reconstruido en su totalidad. También se encuentra la opción “Ver reconstrucción 3D (caras separadas)” Que despliega la misma información, pero con las caras relativamente separadas, esto para apreciar mejor qué información corresponde a cada cámara y donde se une ésta.

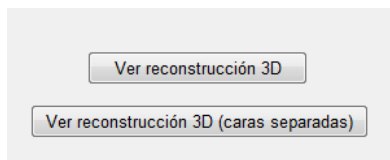


Figura 3.7. Botones “Ver reconstrucción 3D” y “Ver reconstrucción 3D (caras separadas).”

Para explicar el proceso computacional por el que pasa toda la información para ir desde imágenes con línea de láser a una superficie 3D, es necesario entender la óptica del sistema de visión implementado, la cual se explicará en el siguiente apartado.

3.3 Determinación de parámetros de visión.

En sistemas de visión, una medición directa de los parámetros extrínsecos e intrínsecos al orientar una cámara en el espacio de una escena 3D, por lo general es difícil o técnicamente inviable. Por esta razón, los parámetros se calculan indirectamente en la práctica utilizando una técnica de calibración adecuada. El objetivo es lograr la correspondencia óptima entre el modelo de cámara a utilizar (con parámetros observados o calculados) y la adquisición de la escena 3D en las imágenes 2D [39].

Para el prototipo desarrollado, se requiere que sea un sistema de visión en la que su calibración sea automática, dado que este será un equipo de digitalizado 3D. Esto pone

como pauta, que los parámetros extrínsecos e intrínsecos se obtengan automáticamente por el sistema de visión [40] para determinar la profundidad de la superficie.

3.3.1 Calibración tradicional

Partiendo de la configuración del sistema trinocular completo de la figura 3.1, tomaremos la geometría correspondiente a cada cámara por separado para aproximar el sistema a tres arreglos monocámara. Una vez obtenida la geometría de cada arreglo de manera independiente, podemos establecer relaciones entre las 3 cámaras, para finalmente obtener la geometría de todo el sistema trinocular.

El método tradicional de calibración de parámetros para un sistema monocámara, parte del modelo geométrico del arreglo óptico mostrado en el apartado 2.2 de esta tesis. En la figura 3.8 se puede apreciar la geometría implicada entre cámara, láser y objeto, (previamente mostrada en la figura 2.2, pero ahora aplicada al sistema de visión propuesto) solo tomando en cuenta la cámara 1 del sistema trinocular mostrado en la figura 3.1.

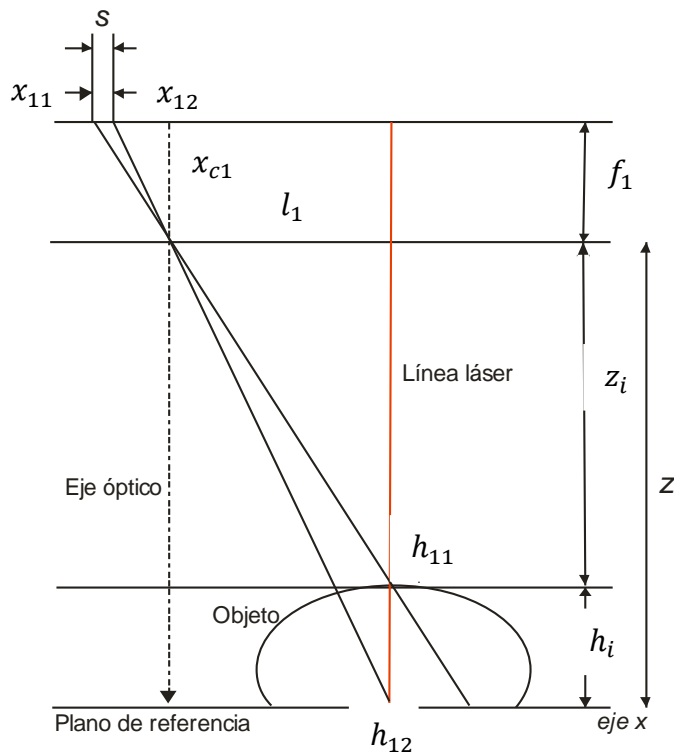


Figura 3.8 Geometría del arreglo óptico de la cámara 1.

Si hacemos una relación de triángulos a partir de la figura 3.8, nos queda la siguiente ecuación:

$$\frac{f}{\eta(x_{c1} - x_{11})} = \frac{z - h_{11}}{l_1} \quad ec \ 3.1$$

Donde η representa el grosor del pixel del CCD de la cámara en unidades de longitud por pixel. Si despejamos la altura, nos queda:

$$h_{11} = z - \frac{fl_1}{\eta(x_{c1} - x_{11})} \quad ec \ 3.2$$

Como se puede observar, para obtener la altura h_{11} adecuada, es necesario establecer los valores z , x_{c1} , f y l_1 . El valor de x_{11} , y en general de toda x_{1n} , corresponde a la posición en pixeles de la línea láser y se obtienen de las imágenes obtenidas con ayuda de la aproximación gaussiana mencionada anteriormente. Para conocer los valores de las demás incógnitas es necesario obtenerlas de manera indirecta con la ayuda de imágenes de calibración. Esto consiste en medir diferentes x_{1n} para imágenes de h_{1n} conocidas. Entonces, de la misma ecuación anterior se pueden despejar los valores de las incógnitas faltantes.

Por tanto, de la ecuación 3.2 se puede despejar la siguiente expresión:

$$fl_1 = (z - h_{11})\eta(x_{c1} - x_{11}) \quad ec \ 3.3$$

Y para x_{12} sería:

$$fl_1 = (z - h_{12})\eta(x_{c1} - x_{12})$$

Igualando ambas expresiones y despejando z , se obtiene:

$$z = \frac{h_{11}(x_{c1} - x_{11}) - h_{12}(x_{c1} - x_{12})}{x_{12} - x_{11}} \quad ec \ 3.4$$

Y con x_{13} sería:

$$z = \frac{h_{11}(x_{c1} - x_{11}) - h_{13}(x_{c1} - x_{13})}{x_{13} - x_{11}}$$

Igualando ambos términos y despejando x_{c1} :

$$x_{c1} = \frac{h_{11}x_{11}(x_{13} - x_{11}) - h_{12}x_{12}(x_{13} - x_{11}) - h_{11}x_{11}(x_{12} - x_{11}) + h_{13}x_{13}(x_{12} - x_{11})}{h_{11}(x_{13} - x_{11}) - h_{12}(x_{13} - x_{11}) - h_{11}(x_{12} - x_{11}) + h_{13}(x_{12} - x_{11})}$$

ec. 3.5

Para sacar f_1 (distancia focal), es necesario regresar a la ecuación 3.3. En este caso se necesita modificar la distancia de la cámara al láser l_1 entre dos tomas de la misma h_{11} . Entonces, la ecuación con la distancia l_1 modificada (que llamaremos l_{10}), quedaría:

$$f_1 l_{10} = (z - h_{11})\eta(x_{c1} - x_{110})$$

Igualando con la ecuación 3.3 se tiene:

$$f_1(l_{10} - l_1) = (z - h_{11})\eta(x_{11} - x_{110})$$

Definiendo $(l_{10} - l_1)$ como Δl , un valor determinado previamente:

$$f_1 = \frac{(z - h_{11})\eta(x_{11} - x_{110})}{\Delta l} \quad \text{ec. 3.6}$$

Y análogamente para la_1

$$l_1 = \frac{(z - h_{11})\eta(x_{c1} - x_{11})}{f_1} \quad \text{ec. 3.7}$$

Ahora ya se conocen todas las incógnitas involucradas en la ecuación 3.2 para conocer las alturas (profundidad) del objeto de la cámara 1. Como aproximamos el sistema a tres arreglos monocámara idénticos, el procedimiento es el mismo y se llega a las mismas fórmulas para las cámaras 2 y 3, solo cambiando los subíndices.

3.3.2 Calibración implementada

Debido a la dificultad para obtener imágenes apropiadas de calibración (ya que no existe un plano de referencia visible en el arreglo para cada cámara), se optó por realizar otro método

de calibración, el cual tenía el mismo objetivo de obtener una función que relacionara las alturas físicas del objeto con el desplazamiento x en píxeles de la línea láser. Además debía resolver otras incógnitas planteadas por el sistema multicámara, tal como la orientación espacial de la superficie obtenida de cada cámara y la escala en el plano XY de la misma.

Por lo tanto, los parámetros de visión que se deben calcular en el sistema multicámara son: la inclinación de la cámara (respecto al plano de referencia absoluto para las 3 cámaras), la relación altura/píxeles $h(x)$, es decir, la relación entre el desplazamiento observado en píxeles y el cambio real de alturas (en milímetros), y finalmente, el tamaño del pixel, que relaciona directamente cuantos milímetros representan un pixel en las fotos tomadas, esto para conocer las medidas del objeto en el eje de la línea de luz.

3.3.2.1 Relación altura real – desplazamiento en píxeles

Como se acaba de mencionar, determinar la relación existente entre la altura del objeto y el desplazamiento en píxeles de la línea de luz detectado por la cámara es crucial para obtener la reconstrucción del objeto en 3D. Como esta relación es un parámetro extrínseco del sistema, se requiere de un proceso externo para su determinación. Para cumplir el objetivo de calibración en cada una de las cámaras que conforman el sistema de visión, se debe realizar el modelo y geometría que se presenta en la figura 3.9, que corresponde a la cámara 1 del sistema trinocular mostrado en la figura 3.1 visto desde otra perspectiva.

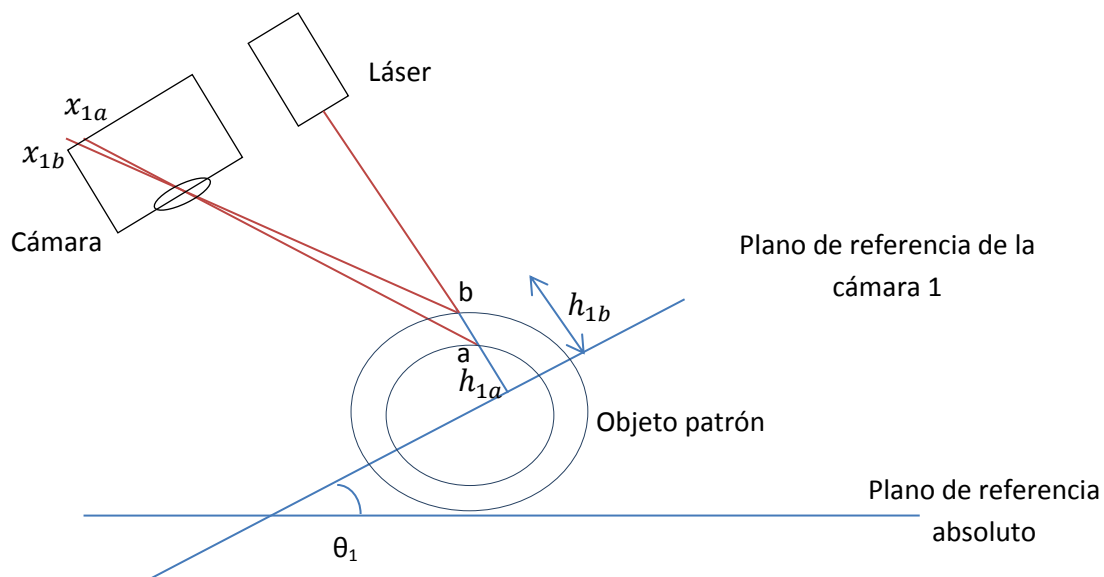
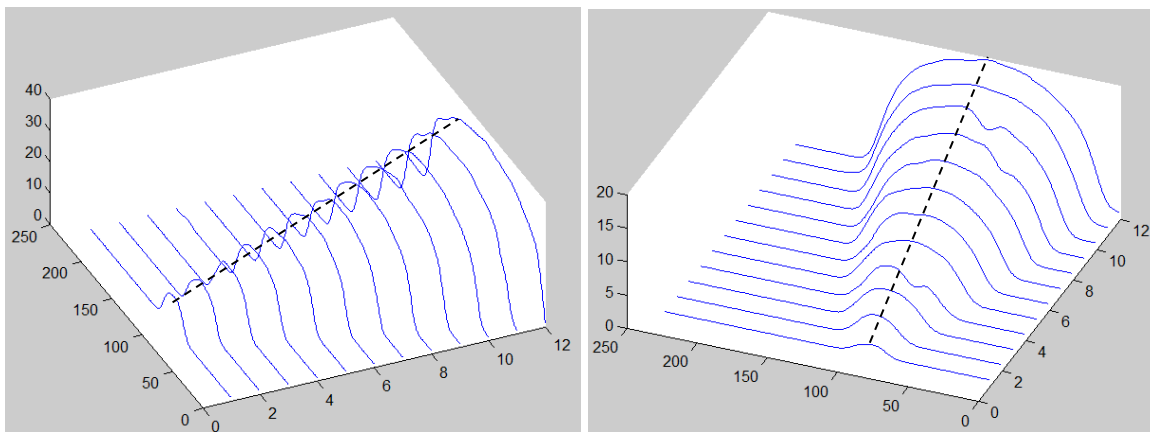


Figura 3.9 Geometría del sistema de visión de la cámara 1.

Como se observa, la cámara está orientada a cierto ángulo θ del plano de referencia absoluto, común para las tres cámaras. Sin embargo, podemos definir un plano de referencia específico para la cámara, situado a cierta distancia de ésta, con orientación paralela al plano de la cámara y el láser. Esto nos sirve para simplificar el cálculo de alturas, pues permite aproximarlas al modelo geométrico más simple (mencionado en el apartado 1.5.2 y 2.2 de esta misma tesis). Usando este modelo, y con la intención de simplificar el problema aumentando al mismo tiempo la robustez del sistema, se decidió por usar un objeto patrón, para obtener experimentalmente la relación entre las alturas h 's (en milímetros) y los desplazamientos de la línea en la cámara x 's (en pixeles), para así obtener la función $h(x)$, sin tener que determinar previamente los parámetros x_{c1} , f_1 , l_1 , etc.

Cabe señalar que el patrón a utilizar tenía que ser esférico, o mejor dicho, debía tener un perfil redondo, ya que es la única forma que permite medirla desde cualquier ángulo de perspectiva sin modificarse, pues hay que recordar que en este punto aún no se conoce el ángulo θ , de esta forma se ahorraron muchos cálculos y transformaciones vectoriales y matriciales.

Una vez obtenidos los desplazamientos de línea sobre el patrón (en pixeles) con la ayuda de la aproximación Gaussiana (apartado 2.2.1), se procedió a compararlos con las alturas (en milímetros) previamente medidas. El resultado para cada cámara puede verse en la figura 3.10.



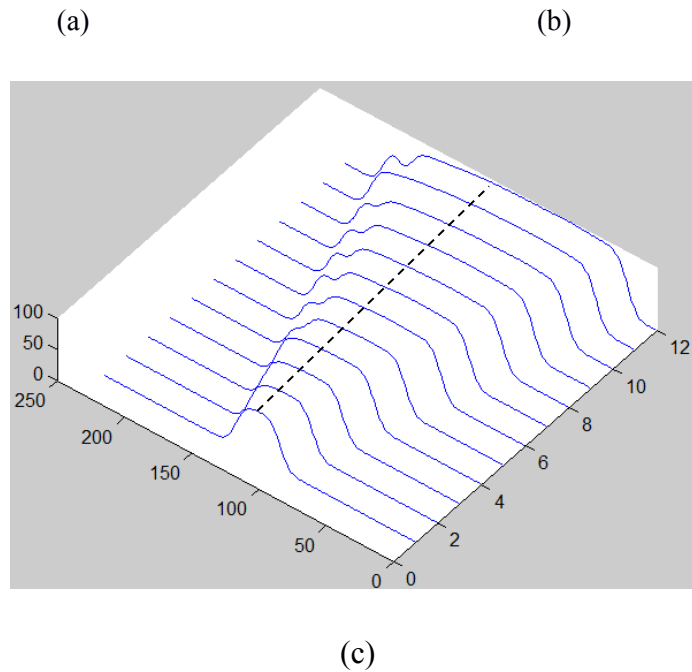
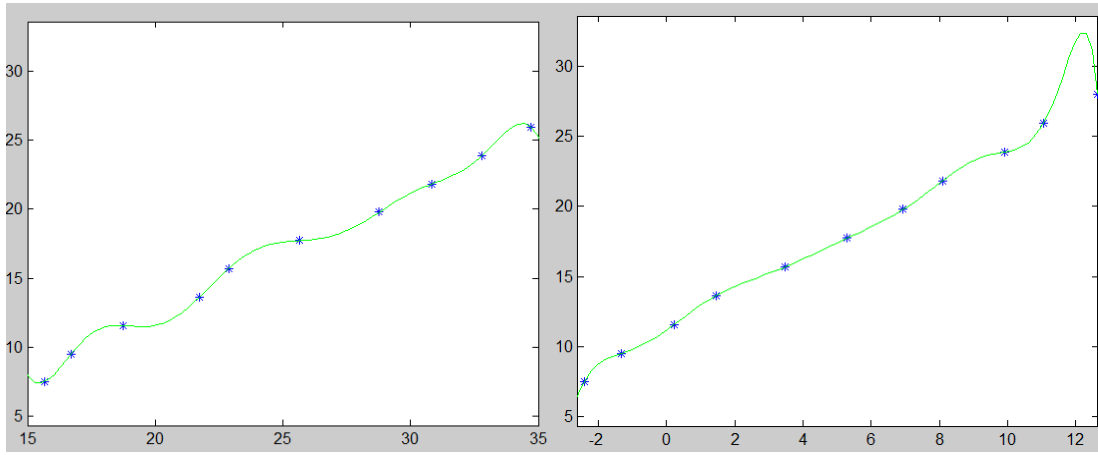
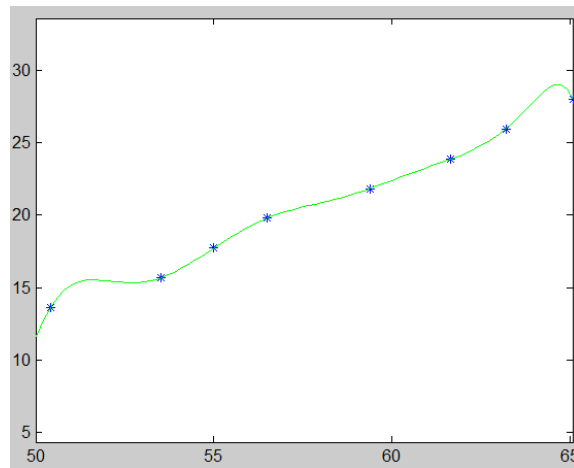


Figura 3.10. Superficie reconstruida del patrón, de tipo cónico, por la cámara 1 (a), 2 (b) y 3 (c). Las alturas conocidas para el patrón corresponden a los máximos de cada perfil de éste, por lo que estos máximos fueron extraídos para construir la función $h(x)$, estos máximos pueden verse señalados por una línea punteada en la figura 3.10. Una vez reunidos los desplazamientos en pixeles con las alturas reales, se obtuvo la función $h(x)$ continua. Para obtener esto al principio se trabajó con el método de curvas de bezier (apartado 2.3), más adelante el de mínimos cuadrados (apartado 2.4), pero fue con el método de redes neuronales de base Bezier (apartado 2.3.1) donde se obtuvieron los mejores resultados, pues con este método se garantiza que la curva pase por los puntos preestablecidos. En la figura 3.11 se pueden ver los perfiles de las superficies de la figura 3.10, con la línea continua generada por las redes de base Bezier.



(a)

(b)



(c)

Figura 3.11. En asteriscos los puntos obtenidos experimentalmente, la línea representa la función generada con redes de base Bezier (más adelante se le llamará función $h(x)$), para las cámaras 1 (a), 2 (b) y 3 (c).

Estas curvas generadas se aplicaron a cada pixel obtenido en la reconstrucción de cada una de las cámaras, convirtiendo las medidas originales de desplazamiento en pixeles a su correspondiente medida en milímetros, el resultado de la cámara 1 se puede apreciar en la figura 3.12

Una vez obtenida la función $h(x)$ solo se necesita conocer la inclinación θ del plano relativo a cada cámara, para poder unir adecuadamente la información de cada toma.

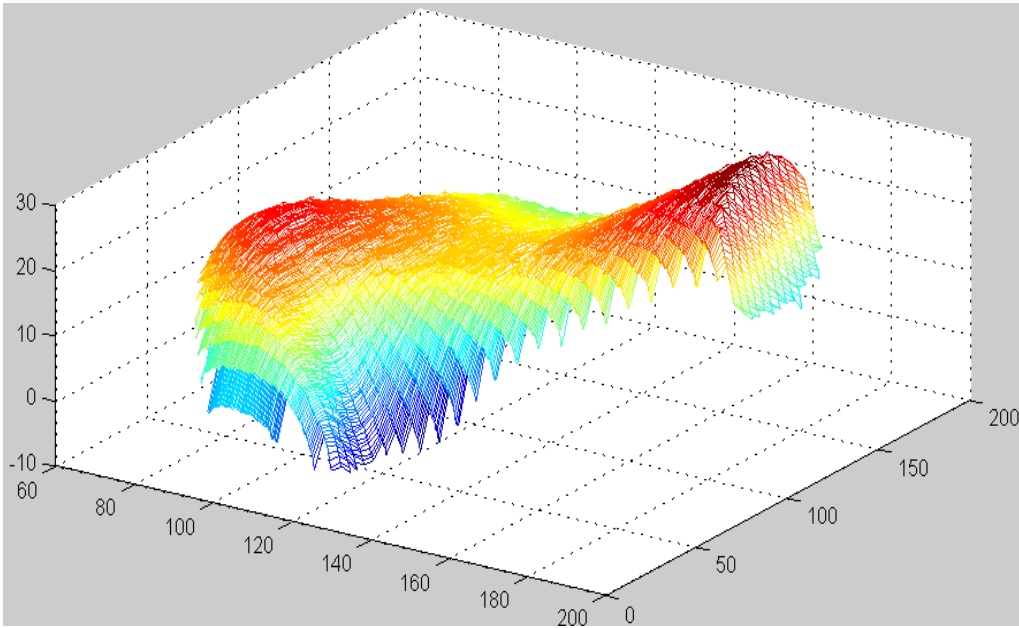


Figura 3.12 Reconstrucción del plano tridimensional de la cámara 1 con medidas reales.

3.3.2.2 Ángulo de inclinación

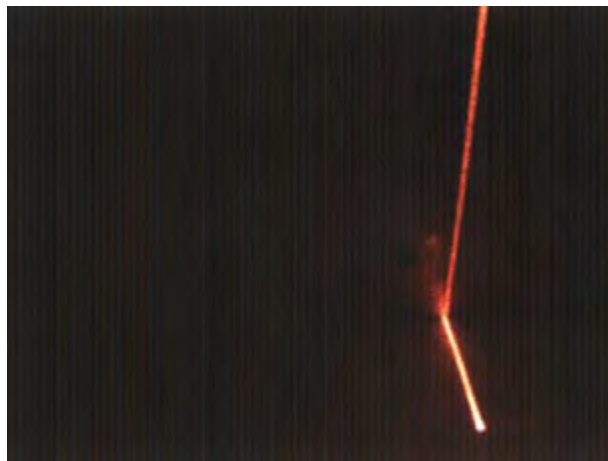


Figura 3.13 Imagen del plano ortogonal al plano de referencia absoluto (cámara 1).

Para encontrar el ángulo de inclinación de las cámaras, y por tanto, de los planos reconstruidos, se usó como recurso una imagen (figura 3.13) de la línea láser proyectada sobre un plano ortogonal al plano de referencia absoluto (la mesa de vidrio, figura 3.27), justo donde se desvía la línea luminosa es donde se encuentra el plano ortogonal apoyado sobre el plano de referencia. La geometría se explica en la figura 3.14.

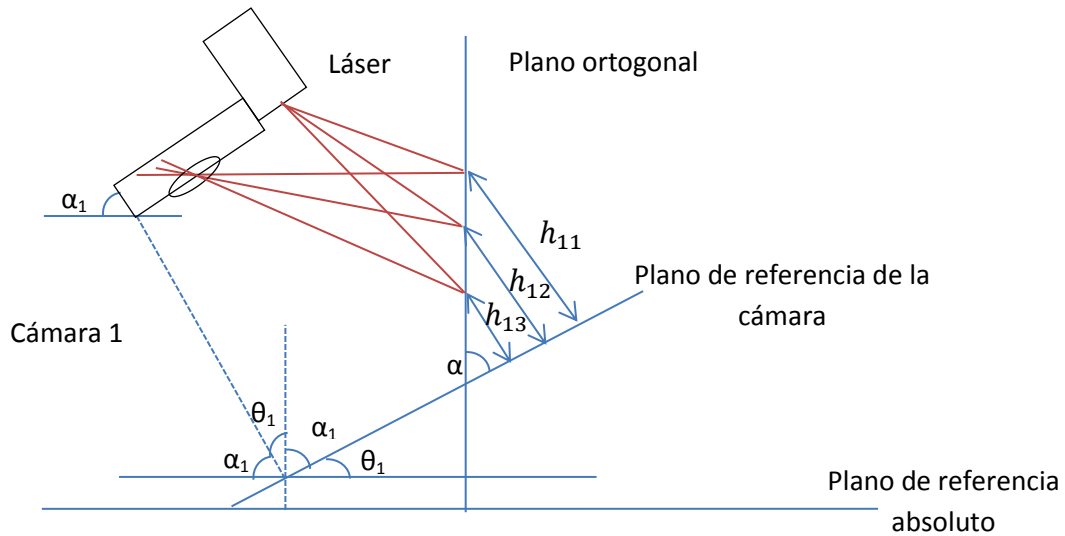


Figura 3.14. Geometría para el ángulo de inclinación.

Como se puede observar, el plano ortogonal al plano de referencia absoluto produce un plano inclinado debido a la orientación de la cámara, esta inclinación se observa en la imagen generada (figura 3.13). Al medir esta inclinación en la imagen, se puede saber, con ayuda de la función $h(x)$ de la cámara, la distancia h_i entre cualquier punto del plano de referencia de la cámara al plano ortogonal fotografiado. De aquí se puede obtener el ángulo que se desee (nótese que $\alpha_1 + \theta_1 = 90^\circ$), para esta tesis se eligió sacar el ángulo α_1 . Para conocer este valor, se escoge cualquier punto del plano inclinado obtenido, y la geometría se simplifica a lo que se muestra en la figura 3.15. El ángulo α puede ser determinado conociendo el valor de al menos 2 de los lados del triángulo rectángulo formado entre el plano de referencia de la cámara, el plano ortogonal, y la altura h . En este caso ya conocemos la altura h en este punto, gracias a la función $h(x)$, además podemos encontrar el valor del punto elegido sobre el plano de referencia, esto nos lo da la imagen obtenida (en píxeles), y conociendo el tamaño del píxel (que se detallará como se obtiene en el siguiente apartado) obtenemos el valor en milímetros. Teniendo ambas distancias, basta con aplicar la siguiente ecuación para obtener el ángulo α .

$$\alpha_1 = \tan^{-1} \frac{h_1(p)}{x_1(p)} \quad \text{ec. (3.8)}$$

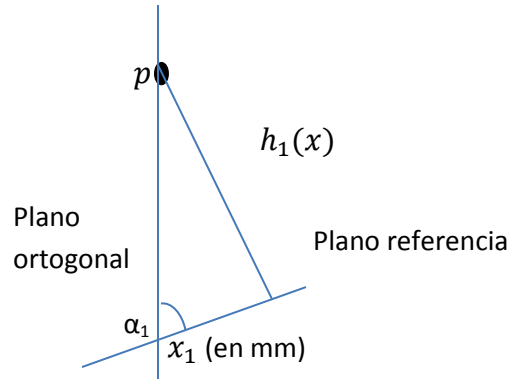


Figura 3.15 Geometría simplificada

Para el caso de la cámara 1, el ángulo α_1 resultante fue de $\alpha_1 = 59.0928^\circ$. La información de la cámara 1 se puede ver correctamente orientada en la figura 3.16.

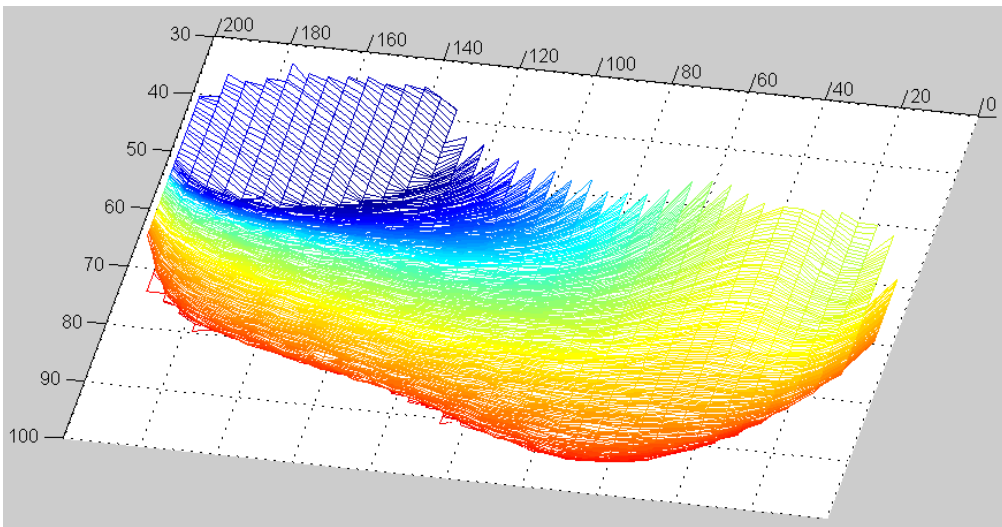


Figura 3.16. Información de la cámara 1 (figura 3.12) correctamente orientada.

La misma geometría aplica para la cámara 3, mientras que para la cámara 2, al ser su plano de referencia el mismo que el plano absoluto, el ángulo será $\alpha_2 = 0^\circ$.

3.3.2.3 Tamaño de pixel de la escena

El tamaño de pixel de la escena se refiere a cuantos milímetros representa cada pixel de la escena que estamos tomando, es un parámetro que será necesario a la hora de convertir las medidas de la reconstrucción de pixeles a milímetros. Este parámetro depende del arreglo

óptico, como la distancia de la cámara al objeto, la orientación y otros factores extrínsecos, por lo que debe ser determinado externamente.

Para determinar este parámetro, usamos como recurso la información obtenida del patrón (figura 3.10). Simplemente midiendo la longitud en pixeles d_p de la circunferencia del perfil más grande en la imagen y sabiendo el diámetro en milímetros d_{mm} de la misma se puede establecer una relación de milímetros por pixel para el eje de la línea de luz:

$$\text{tamaño de pixel} = \frac{d_{mm}}{d_p} \quad \text{ec. (3.9)}$$

Esto nos entrega la relación de milímetros por cada pixel de la línea de luz, lo cual es crucial para reconstruir el objeto en sus medidas originales.

Es así, como la calibración del sistema de visión se realiza, permitiendo la medición milimétrica de un objeto dado. El arreglo geométrico descrito hasta el momento, cámara y línea de luz, se emplea en las tres vistas de adquisición del sistema. Todo esto se logra con la utilización de monturas diseñadas para los diodos láser y las cámaras, esto va montado sobre un sistema mecánico de posicionamiento que permite el movimiento de las cámaras sobre un solo eje (al que llamaremos eje y o eje de desplazamiento).

3.4 Descripción del algoritmo.

A continuación se explicará de manera detallada cómo funciona el algoritmo implementado para el sistema de visión de esta tesis. El algoritmo consta de 5 partes fundamentales: Adquisición de datos, reconstrucción individual de cada cámara, unión de la información, conversión a las medidas reales, y ajuste espacial. En la figura 3.17 se puede ver el diagrama funcional del algoritmo.

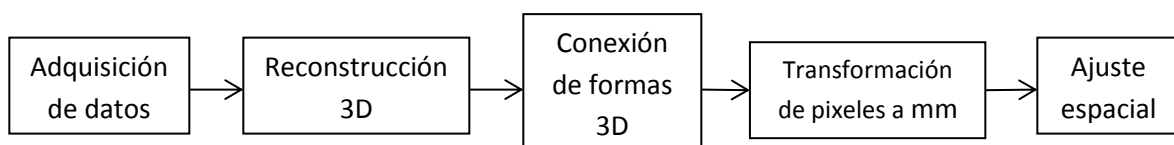


Figura 3.17. Diagrama funcional del algoritmo.

3.4.1. Adquisición de datos

Como se explicó anteriormente, la toma de las imágenes se realiza por medio de un software externo, por lo que éstas entran al sistema por medio de un directorio, en este caso se usó “Mis Documentos/ io/quinto”. Dentro del programa desarrollado en Matlab, se creó una función llamada “adquirir” para leer estas imágenes, acomodando cada serie en una clase para cada cámara. Las imágenes deben ser guardadas con una sintaxis bien definida: Con el número secuencial en el orden que fueron tomadas, y para distinguir de cámara a cámara, a la función se le indica a partir de qué número empiezan las de la siguiente cámara, y de igual forma con la tercera. El código se muestra a continuación:

```
clc; close all; clear all
nfotos=39; %Número de tomas realizadas para cada cámara
y1=adquirir(101,nfotos); % primera camara
y2=adquirir(201,nfotos); % segunda camara
y3=adquirir(301,nfotos); % segunda camara
```

La función adquirir se detalla a continuación:

```
function y=adquirir(inicio,num)
clc;
for i=1:num
    id=inicio+i-1;
    nombre=num2str(id);
    y{i}=imread(nombre, 'bmp');
end
```

3.4.2. Reconstrucción 3D

Una vez guardada la información adquirida por las cámaras, el siguiente paso consiste en convertir esas imágenes en superficies tridimensionales, midiendo el desplazamiento de línea, usando la técnica de aproximación gaussiana (apartado 2.2.1). El código usado para conseguir esto se muestra a continuación:

```
miu1=reconstruir3cam2c(y1,nfotos,0,462,0,35,50);
miu2=reconstruir3cam2c(y2,nfotos,1,162,0,16,100);
miu3=reconstruir3cam2c(y3,nfotos,1,210+50,0,90+50,50);
surf(miu1(:,90:480));shading interp;
```

Función reconstruir3cam2c

```
%% se invoca usando
recon(arreglodeimagenes,numdeimagenes,sentidodelatoma,niveldelareferencia
) sentido de la toma: 0=alturas positivas 1=alturasnegativas, Picoi= pico
inferior minimo, picos= pico superior maximo
```

```

function
recon=reconstruir3cam2c(y,num,sentido,a,picoi,picos,intensidadluz)

[filas columnas dimen] = size(y{1});

bandera=0;
for i=1:num %num %número de imágenes
    imagencolor=y{i};
    imagengray=rgb2gray(imagencolor);
    for j=1:filas
        if sentido==0
            [mayor indice] = max(imagengray(j,a:columnas));
            indice=indice+a;
        else
            [mayor indice] = max(imagengray(j,1:a));
        end
        numera=0;
        denomina=0;
        miu(i,j)=0;
        if mayor>0 && columnas-8>indice && indice>8
            for k=indice-8:indice+8
                if imagengray(j,k)>intensidadluz
                    numera=numera+double(imagengray(j,k))*k;
                    denomina=denomina+double(imagengray(j,k));
                end
            end

            end
            if mayor<picoi%mover para quitar picos
                bandera=1;
            end
            end
            if bandera==1
                miu(i,j)= miu(1,1);%modificado
                bandera=0;
            else
                miu(i,j)= numera/denomina;
            end
        end
    end
end
%corrección de errores:
for i=1:num
    for j=1:filas
        recon(i,j)=miu(i,j)-a; %de acuerdo a la fotose escoge la
referencia
        if sentido==0
            if recon(i,j)<0
                recon(i,j)=0;
            end
        else
            if recon(i,j)>0
                recon(i,j)=0;
            end
        end
    end
end
end
% corrección de sentido

```

```

if sentido==1
recon=abs(recon);
end
% cambio de 0's y nan (para que sea una funcion de probabilidad)
for i=1:num
    for j=1:filas
        if recon(i,j)<picos

            else
                recon(i,j)=0;
            end
        end
    end
end
%correccion de pico superior
for i=1:num
    for j=1:filas
        if recon(i,j)>picos

            recon(i,j)=0;
        end
    end
end
recon=recon+1;

```

Hay que señalar que casi la mitad del código de esta función es para corregir errores que resultan al aplicar la aproximación gaussiana, los cuales en su mayoría fueron ocasionados por reflejos indeseables en el vidrio, reflejando en ocasiones el láser sobre el objeto, o en superficies externas al sistema de visión.

Los valores obtenidos de la aproximación gaussiana (seguidos de líneas de código para eliminar errores) es la información es la que se utilizará para lograr la reconstrucción 3D del objeto. Los resultados para la cámara 1 se pueden observar en la figura 3.18.

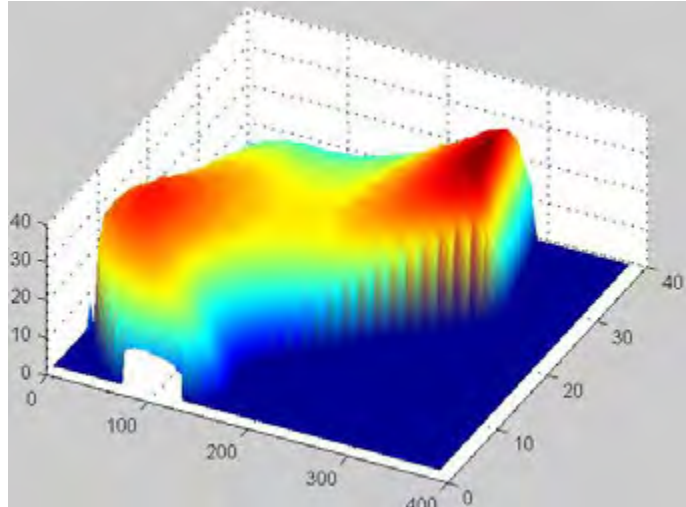


Figura 3.18 Resultado de aplicar la aproximación gaussiana para la cámara 1.

3.4.3. Conexión de formas 3D

En esta parte del algoritmo se aplicó el reconocimiento de patrones (apartado 1.4) con el objetivo de unir la información de las tres cámaras en un solo mapa de información. Como ya se mencionó (apartado 2.6), se usaron los momentos invariantes de hu para esta tarea. El código para la unión de la cámara 3 con la 2 es el siguiente:

```
[fil col dim]=size(miu3); %Se sacan las dimensiones de la matriz que
tiene la info de la cámara 3
m3=0; m2=zeros(col,7); e=zeros(1,col);
rebdeunion=389; % aqui se escoge el numero de la rebanada de la primera
toma para identificarla en la segunda
p3= densidad1(miu3(:,rebdeunion));
m3=momhu(p3); % se sacan los momentos de hu de dicha sección transversal

for i=2:col-1
p2(i,:)= densidad1(miu2(:,i)); %Convirtiendo en densidad de probabilidad
m2(i,:)=momhu(p2(i,:)); %los momentos de todas las rebanadas de la
segunda cam
end
% sacando error entre los momentos de de la cam 3 con la cam 2, el menor
error entre dos rebanadas será donde se una la info de ambas cámaras
for i=2:col-1
    for j=1:7
        e(i)=e(i)+(m2(i,j)-m3(j))^2;
    end
    e(i)=sqrt(e(i));
end
[menor indice]=min(e); %la variable índice guarda el número de sección
transversal (columna) de la cam 2 donde se unirá con la rebanada
seleccionada de la cámara 3.
```

De esta forma, se elige el perfil con mayor coincidencia de la cámara 3 en la cámara 2 (menor error), y se identifica como la sección transversal donde se une la información de ambas cámaras. El mapa con la información unida puede observarse en la figura 3.19

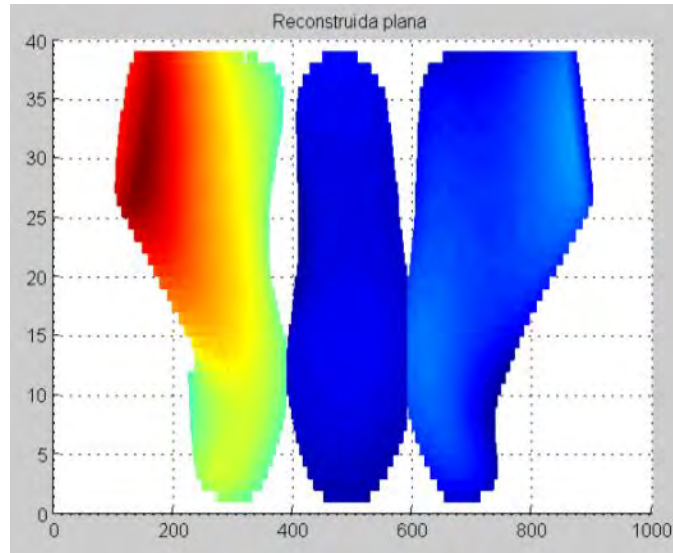


Figura 3.19 Gráfica de las 3 tomas unidas, con un paso de 5 mm de por parte de la máquina de desplazamiento.

3.4.4. Transformación de píxeles a milímetros

Esta fue la parte más compleja de todo el algoritmo, debido a que había que obtener 2 parámetros de visión (función $h(x)$ y tamaño de pixel) para cada cámara. El proceso que se llevó a cabo se muestra en el diagrama funcional de la figura 3.20.

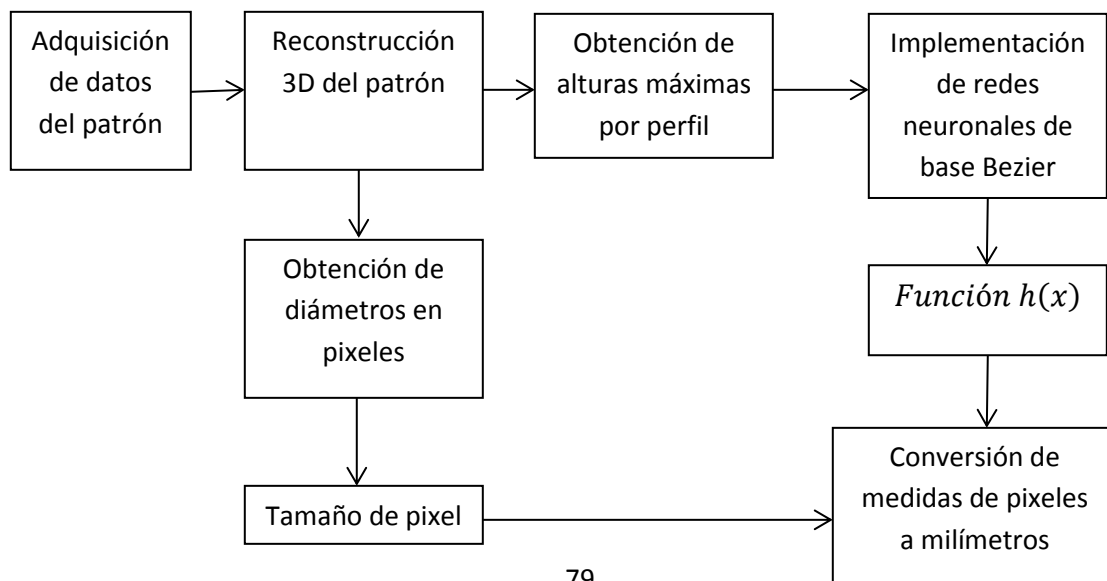


Figura 3.20. Diagrama funcional de la etapa de conversión de medidas.

Para las subetapas “Adquisición de datos del patrón” y “reconstrucción 3D del patrón” se utilizo el mismo código que para las etapas “Adquisición de datos” y “reconstrucción 3D” descritas anteriormente. El código implementado para las otras subetapas se muestra a continuación:

Obtención de diámetros en pixeles y Tamaño de pixel

El siguiente código se aplica sobre las superficies obtenidas del patrón: `patron1`, `patron2` y `patron3` se muestran graficadas en la figura 3.10. El resultado son 3 constantes: `ctex1`, `ctex2` y `ctex3`, que representan el tamaño del pixel para cada cámara.

```
%sacando las medidas del patrón en pixeles
close all;

[filp colp] =size(patron1); %obteniendo medidas de la matriz del patrón
para la cámara 1.
flagu=0;flagd=0;pu=0;pd=0;
for i=1:colp-1
    if (patron1(filp,i)>1) && (patron1(filp,i-1)<2) && (flagu==0)
        flagu=1;
        pu=i;
    end
    if (patron1(filp,i)>1) && (patron1(filp,i+1)<2) && (flagu==1)&&
flagd==0 && i>pu+10
        flagd=1;
        pd=i;
    end
end
hpx1=abs(pd-pu);
flagu=0;flagd=0;pu=0;pd=0;
% Cámara 2
for i=138:colp-1
    if (patron2(filp,i)>1) && (patron2(filp,i-1)<2) && (flagu==0)
        flagu=1;
        pu=i;
    end
    if (patron2(filp,i)>1) && (patron2(filp,i+1)<2) && (flagu==1)&&
flagd==0 && i>pu+10
        flagd=1;
        pd=i;
    end
end
hpx2=abs(pd-pu);
flagu=0;flagd=0;pu=0;pd=0;
```



```

patron3corr=inclinar(patron3corr,-angulo,1);
for i=1:colp-1
    if (patron3corr(filp,i)>2) && (patron3corr(filp,i-1)<3) &&
(flagu==0)
        flagu=1;
        pu=i;
    end
% cámara 3
    if (patron3corr(filp,i)>2) && (patron3corr(filp,i+1)<3) &&
(flagu==1)&& flagd==0 && i>pu+10
        flagd=1;
        pd=i;
    end
end
hpx3=abs(mapapatron3rot{1}(nfotos3,pd)-
mapapatron3rot{1}(nfotos3,pu));%porque es un mapa 3d
% Sacando la cte de proporcionalidad en x (aqui si es lineal)
close all
hpx=hp(nfotos3)*2; %Los diámetros son el doble de la altura h (que es el
radio)

ctex1=hpx/hpx1; % Tamaño de pixel de la cámara 1
ctex2=hpx/hpx2; % Tamaño de pixel de la cámara 2
ctex3=hpx/hpx3; % Tamaño de pixel de la cámara 3

```

Los valores obtenidos fueron: $ctex1 = 0.3060$; $ctex2 = 0.3545$; $ctex3 = 0.3077$

Al ser un patrón de tipo cónico, cada sección transversal reconstruida, o lo que es lo mismo, cada fila de la matrix patron de cada cámara, corresponde a la mitad de una circunferencia. Lo que buscan las instrucciones if es detectar en que pixel se encuentra el flanco de subida (donde la curva de la media circunferencia empieza) y en que pixel se encuentra el flanco de bajada (donde la curva de la media circunferencia termina). Con estos valores se determina el ancho en pixeles de dicha sección transversal, y conociéndose su ancho en milímetros, basta una simple división para obtener el tamaño de pixel.

Obtención de alturas máximas por perfil

```

[filp colp]=size(patron1);

for j=1:nfotos3 %N fotos 3 es el número de secciones transversales
tomadas del cono
    x1(j)=max(patron1(j,:)); % Saca el máximo de cada sección transversal
    x2(j)=max(patron2(j,:));
    x3(j)=max(patron3corr(j,:));
end

```

Esta parte se logra con un simple comando, el cual obtiene el valor máximo de la matriz, que para el patrón utilizado será igual al radio de la curva de la sección transversal.

Implementación de redes neuronales de base Bezier y función $h(x)$

El resultado del siguiente código (la función $h(x)$ para cada cámara) se puede apreciar en la figura 3.11:

```
x10=min(x1);yn=max (hp); %Hp son las alturas en milímetros del patron
x1n=max(x1);y0=min (hp);y30=min (hp);
x20=min(x2);x2n=max(x2);
x30=min(x3);x3n=max(x3); %x1,x2 y x3 son las alturas en pixeles del mismo
s1=bezieruniredneurec(x1,hp); %ecuación h(x) para s1
s2=bezieruniredneurec(x2,hp); %ecuación h(x) para s2
s3=bezieruniredneurec(x3,hp); %ecuación h(x) para s3
plot(x1,hp,'*');hold on
plot(ejex1, s1, 'g'); hold off;
axis([15 35 y0*.8 yn*1.2]);
figure();
plot(x2,hp,'*');hold on
plot(ejex2, s2, 'g'); hold off;
axis([-2.6 x2n y0*.8 yn*1.2]);
figure();
plot(x3a,hp3,'*');hold on
plot(ejex3, s3, 'g'); hold off;
axis([50 x3n y0*.8 yn*1.2]);
```

Función bezieruniredneurec:

```
function y=bezieruniredneurec(b,a) %b= eje x a= eje y

%numdiv=100;
[n m]= size(a);
u=0;
u=sym('u'); %creando la variable paramétrica
Bi=0;
    %haciendo bezier
for i=1:m

    Bi=Bi+ facto2(i-1,(m-1))*(1-u)^((m-1)-(i-1))*u^(i-1)*a(i);
    Bs(i)=facto2(i-1,(m-1))*(1-u)^((m-1)-(i-1))*u^(i-1)*a(i); %obteniendo
ecuación sin pesos w
end

xn=max(b);
x0=min(b);
% Ahora resolviendo para los pesos
us=(b-x0)/(xn-x0); %transformación WLIC de x a u
%metiendo en una matriz las B's de bezier
for i=1:m
    u=us(i);
```

```

        for j=1:m
            Al(i,j)=eval(Bs(j));
        end
    end
Bal=a;% h's
w=GaussianElimination(Al,Bal); %obteniendo pesos w
s=0;
    for j=1:m
        s=s+Bs(j)*w(j); %obteniendo la ecuación paramétrica
    end
y=s;

```

Como se puede observar, primero se construye la ecuación de Bezier y después se le agregan los pesos, determinados por el método de eliminación Gaussiana.

Transformación de pixeles a milímetros

El resultado del siguiente código se muestra en la figura 3.21:

```

%% Convirtiendo en mapa 3d
ymm=5.07492;
clear recon3d
recon3d=mapa3dmm(recon,rebdeunion-1,rebdeunion2-indice+rebdeunion-
1,ctex3,ctex2,ctex1,ymm,s3,s2,s1); %Todos los parámetros que se han ido
sacando se introducen en la función, y esta devuelve todo en un mapa 3d.
mesh(recon3d{7},recon3d{8},recon3d{9}); title('puntos en 3d'); hold on;
mesh(recon3d{4},recon3d{5},recon3d{6});
mesh(recon3d{1},recon3d{2},recon3d{3});

```

Función mapa3dmm:

```

function y=mapa3dmm(recon,arista1,arista2,x1,x2,x3,ymm,s1,s2,s3)
%descomponiendo en 3 y convirtiendo en mapas de coordenadas
[fil col dim] =size(recon);
b=recon(:,1:arista1);
a=recon(:,arista1+1:arista2);
c=recon(:,arista2+1:col);
[filc colc dim] =size(c);
[filb colb dim] =size(b);
ax(i,:)= [1:colc];
ay(:,i)= [1:filc];
bx(i,:)= [1:colb];
by(:,i)= [1:filb];

```

```

bz=b;
for i=1:filc
    cx(i,:)=[1:colc];
end
for i=1:colc
    cy(:,i)=[1:filc];
end
cz=c;

% Escalando a mm cada eje de cada matriz de cámara
    bx=bx*x1; %eje x
    by=by*ymm; % eje y
    bz0=min(bz);bzn=max(bz);
    for i=1:filb
    for j=1:colb
u=(bz(i,j)-bz0)/(bzn-bz0);
bz(i,j)=(eval(s2)); %eje z
end
end

    ax=ax*x2; %eje x
    ay=ay*yym; %eje y
    az0=min(az);azn=max(az);
    for i=1:fila
    for j=1:cola
u=(az(i,j)-az0)/(azn-az0);
az(i,j)=(eval(s1)); %eje z
end
end

    cx=cx*x3; %eje x
    cy=cy*yym; %eje y
    cz0=min(cz);czn=max(cz);
    for i=1:filc
    for j=1:colc
u=(cz(i,j)-cz0)/(czn-cz0);
bz(i,j)=(eval(s3)); %eje z
end
end

%alineando las caras
% para b:
bx=bx-colb*x1+1;
%para c
cx=cx+cola*x2;

y={bx,by,bz,ax,ay,az,cx,cy,cz};
%mesh(ax,ay,az);title('puntos en 3d'); hold on;
%mesh(bx,by,bz);
%mesh(cx,cy,cz);
hold off
%colormap(lines); %shading interp

```

Cabe señalar que en esta etapa (y en la de reconstrucción individual) se aplica un procedimiento adicional a la información adquirida de la cámara 3, esto debido a la orientación especial de esta cámara y su láser: el láser fue montado a un ángulo con respecto a la cámara, por lo que si solo se aplica el procedimiento descrito se reconstruye la superficie con mayor profundidad de la correcta. Por esta razón, la fase de reconstrucción de esta cámara es en realidad un poco más compleja que para la otras dos. Esta incluye un reconocimiento de redondez a la hora de reconstruir el patrón, que esencialmente, reconoce que tan redondo es el perfil adquirido, ya que la cámara 3 no pasa esta prueba, por cómo está orientada físicamente, (mientras que las otras cámaras si lo hicieron), pasa por una rutina en donde se calcula el ángulo de inclinación del láser, con este ángulo se hacen rotaciones en 2D, vistas anteriormente, para corregir la información adquirida, no solo del patrón, sino también del objeto a reconstruir. Se prefirió corregir el ángulo de la cámara dentro del algoritmo a corregir físicamente la alineación del láser por dos razones, primeramente, tomando en cuenta la dificultad para mantener completamente alineados los láseres entre si, y al mismo tiempo, cada laser con su cámara; y además, todo con el plano de referencia absoluto. La segunda razón fue porque se decidió que era más conveniente asumir las imperfecciones inherentes al sistema y generar un algoritmo que por si solo pudiera dar solución a estos problemas. El resto del algoritmo se explica en el mismo diagrama, y los resultados hasta esta etapa se pueden observar en la figura 3.21.

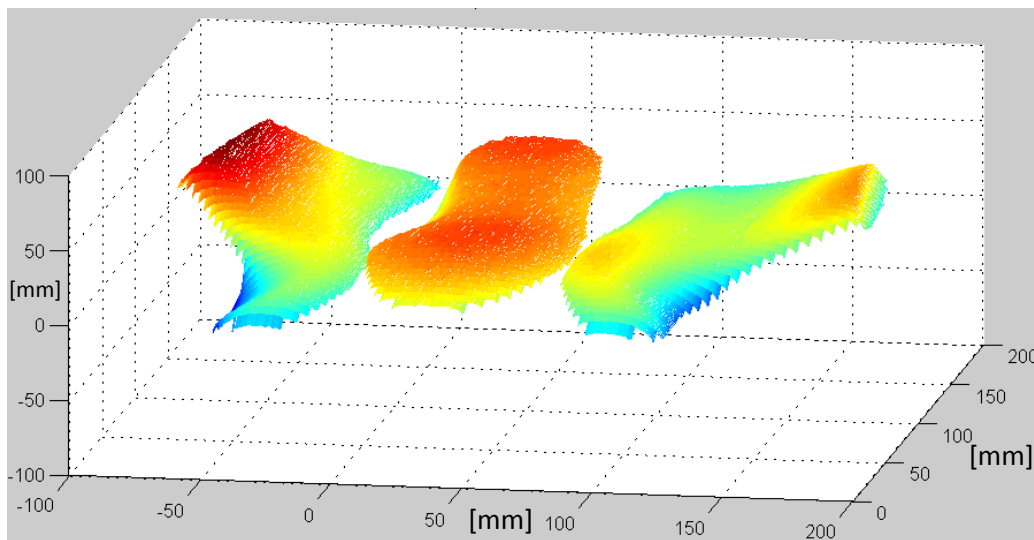


Figura 3.21. Reconstrucción con las medidas reales (en milímetros).

Una vez establecidas las medidas reales del objeto, solo queda orientar las caras de manera adecuada, eso se realizará en la siguiente y última etapa.

3.4.5. Ajuste espacial

En esta etapa la información de las 3 cámaras, ya unidas y con las medidas adecuadas, es orientada correctamente tanto rotacional como traslacionalmente. El diagrama funcional de esta etapa se muestra en la figura 3.22.

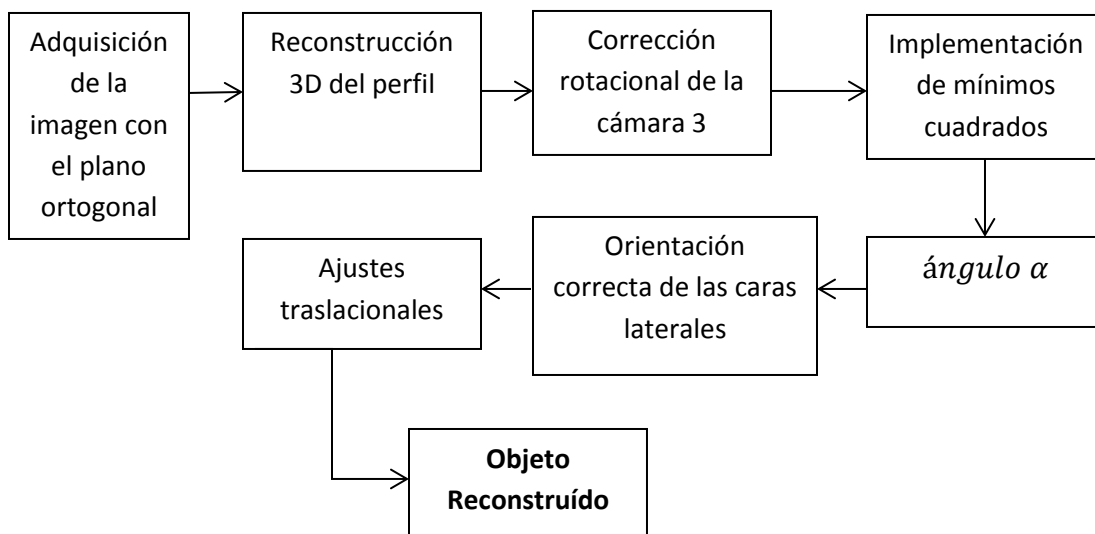


Figura 3.22. Diagrama funcional de la etapa 5.

La “adquisición de la imagen con plano ortogonal” y “reconstrucción 3D del perfil” se hacen de la misma forma que en anteriores etapas. Las partes más importantes del código de las siguientes subetapas se muestran a continuación:

Corrección rotacional de la cámara 3

```

angulo=encuentrangulo(patron3); % Saca el ángulo de inclinación basándose
en las características conocidas del patrón
mapapatron3=matrix2map3d(patron3); %Convierte la matriz en mapa de
puntos
mapapatron3rot=rotary(mapapatron3,-angulo); % Rota para enderezar
  
```

```

mapamiu3=matrix2map3d(miu3s); % Lo mismo ahora para la matriz
mapamiu3rot=rotary(mapamiu3,-angulo);
miu3corrs=mapamiu3rot{3}; % Regresa el mapa a una matriz
patron3corr=mapapatron3rot{3};

mapapatron3t=matrix2map3d(patron3t); %Patron 3t es el patron ortogonal
mapapatron3trot=rotary(mapapatron3t,-angulo); %Corrige el patron
ortogonal
surf(miu3s); shading interp; colormap(gray); axis([0 400 0 40 0 140]);
figure();
surf(miu3corrs);
shading interp; colormap(gray);axis([0 400 0 40 0 140]);

```

El resultado de la corrección se muestra en la figura 3.23

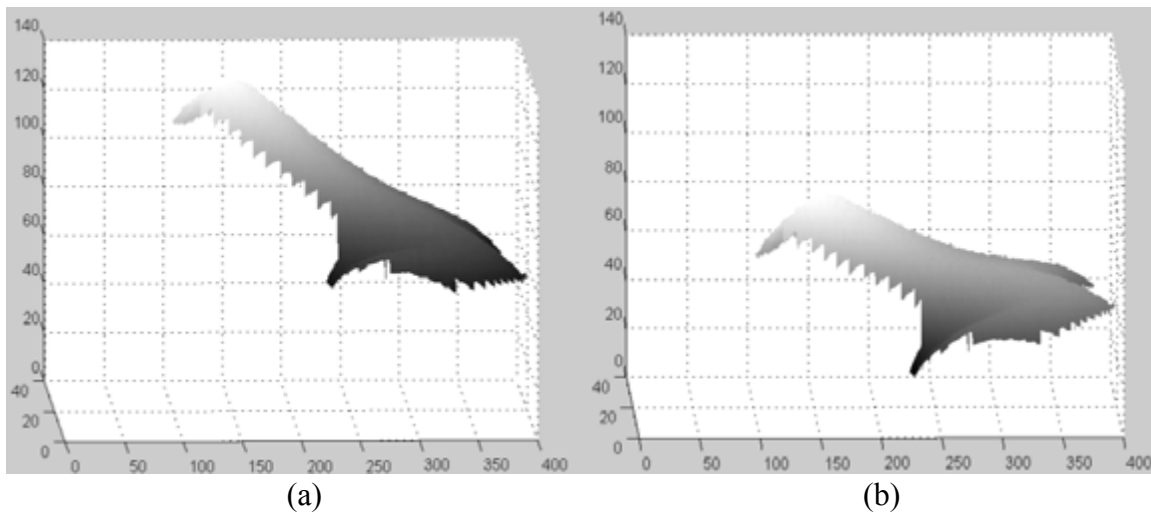


Figura 3.23 Superficie de la cámara 3 antes de la rotación (a) y después (b).

Implementación de mínimos cuadrados y ángulo α

```

minlin1=minlin(12:290,patron1t);
minlin3=minlin(mapapatron3trot{1},mapapatron3trot{3});
deltay1=(cuad1(1)*altmm1a(460)^2+cuad1(2)*altmm1a(460)+cuad1(3));%-(
cuad1(1)*altmm1a(1)^2+cuad1(2)*altmm1a(1)+cuad1(3));
deltax1=xxx(460);%se escoge un punto en el eje x de la recta
angulo1=atand((deltay1)/(deltax1*ctex1)); %ángulo de inclinación de la
cámara 1
%para la cam 3 es un problema un poco mas complejo:
deltay3=(cuad3(1)*altmm3a(460)^2+cuad3(2)*altmm3a(460)+cuad3(3));%-(
cuad3(1)*altmm3acorr(1)^2+cuad3(2)*altmm3acorr(1)+cuad3(3));
deltax3=xxx(460);% se escoge un punto en el eje x de la recta
angulo3=atand((deltay3)/(deltax3*ctex3))-angulo; %angulo de inclinación
de la cámara 3

```

Los ángulos α resultantes fueron de: $angulo1 = 59.0928$, $angulo3 = 58.3872$

La función “minlin” genera la ecuación de una recta, tomando en cuenta que eso es lo que buscamos pues el patrón para conocer la inclinación es un plano ortogonal. Entonces, una vez obtenida la ecuación de la recta que ve la cámara del plano ortogonal, es posible obtener el ángulo de inclinación de la cámara.

Orientación correcta de las caras laterales y ajustes traslacionales

El resultado de esta última subetapa se puede ver en la figura 3.24 (partiendo de la figura 3.21).

```
recon3d2=rotar(recon3d,angulo3-180,angulo1-180);
%%
% desfases
%desfases en cara b
recon3d3{1}=recon3d2{1}+12;
recon3d3{3}=recon3d2{3}+31;
%desfase en cara c
recon3d3{7}=recon3d2{7}-17.5;
recon3d3{9}=recon3d2{9}+32;

mesh(recon3d3{7},recon3d2{8},recon3d3{9}); title('puntos en 3d'); hold
on;
mesh(recon3d2{4},recon3d2{5},recon3d2{6});
mesh(recon3d3{1},recon3d2{2},recon3d3{3});
```

Función rotar

```
function y=rotar(mapa,gradosb,gradosc)
[filc cola dim] =size(mapa{4});[filb colb dim] =size(mapa{1});[filc colc
dim] =size(mapa{7});
%para b
rot=gradosb;% rotacion en grados
x1=min(min(mapa{1}));
bx=mapa{1}-x1;%se mueve a 0
x12=max(max(bx));
bx=x12-bx;%para tomar las x desde donde estara ubicado el eje de rotacion
bz=mapa{3};
for i=1:filb
    for j=1:colb
        bl(i,j)=sqrt(bx(i,j)^2+(bz(i,j))^2);
        tetab(i,j)=atand(bz(i,j)/bx(i,j));
    end
end
tetab=tetab+rot;
for i=1:filb
    for j=1:colb
        bx(i,j)=bl(i,j)*cosd(tetab(i,j));
        bz(i,j)=bl(i,j)*sind(tetab(i,j));
    end
end
end
bx=x12-bx;
```



```

mapa{1}=bx+x1;
mapa{3}=bz;
%para c
rot=gradosc;% rotacion en grados
x3=min(min(mapa{7}));
cx=mapa{7}-x3;
cz=mapa{9};
for i=1:filc
    for j=1:colc
        cl(i,j)=sqrt(cx(i,j)^2+(cz(i,j))^2);
        tetac(i,j)=atand(cz(i,j)/cx(i,j));
    end
end
tetac=tetac+rot;
for i=1:filc
    for j=1:colc
        cx(i,j)=cl(i,j)*cosd(tetac(i,j));
        cz(i,j)=cl(i,j)*sind(tetac(i,j));
    end
end
mapa{7}=cx+x3;mapa{9}=cz;
%%graficando
y=mapa;

```

Los ajustes traslacionales se hacen para dejar alineados los planos y la función rotar orienta las caras correctamente.

Cabe señalar que toda etapa solo se realiza para las caras de las cámaras 1 y 3, ya que la 2 esta paralela al plano de referencia absoluto y se toma como base para de ahí unir las otras dos. Se hace uso mínimos cuadrados con el fin de convertir la serie de puntos obtenidos de la imagen en una recta donde sea fácilmente determinable el ángulo α . El resultado de esta etapa, y por tanto, el resultado final, se muestra en la figura 3.24.

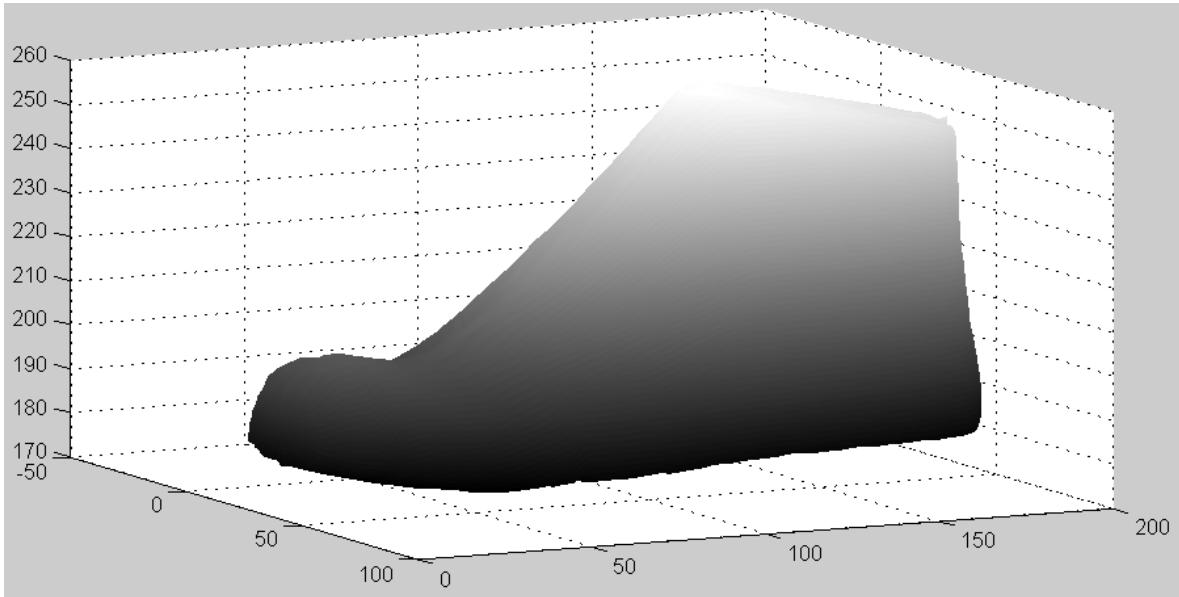


Figura 3.24. Resultado final del proceso de reconstrucción (unidades en milímetros).

Este resultado será analizado con mayor detalle en el siguiente capítulo.

3.5 Sistema electromecánico de posicionamiento.

Como ya se mencionó, el inicio de este trabajo de tesis es el diseño e implementación de un sistema óptico móvil (prototipo), con la capacidad de obtener la visión tridimensional de un objeto a partir de metrología láser y algoritmos computacionales.

La idea básica del diseño era implementar un arreglo móvil en el cual el sistema de visión estuviera montado. Esto para que el desplazamiento requerido sobre un solo eje (y) (o eje de desplazamiento), se realizará a partir de movimientos en fracciones de pulgada lo que permitirá un resultado satisfactorio.

Para obtener este desplazamiento, se utilizó una máquina de posicionamiento [41-42], de 3 ejes de la marca *Techno Inc* (figura 3.25). Esta máquina de desplazamientos es controlada desde una computadora, bajo el sistema operativo MS-DOS, la cual cuenta con una tarjeta de control que comunica el computador con el sistema de servomotores.



Figura 3.25. Máquina de posicionamiento de 3 ejes de la marca TECHNO.

Este sistema de electro-mecánico tiene las siguientes características, de acuerdo al fabricante:

Viaje		Tamaño de la tabla	Repetibilidad	Resolución	Max. Velocidad	Viaje en el eje Z	Peso
X	Y						
19.7	21.3	29.5" X 33.9"	.0004"	.0005"	400"/min	6.8"	450lbs

La programación de control del sistema mecánico, se realiza a través una interfaz de usuario que permite realiza la programación del movimiento; para esto se requiere utilizar la interfaz propia de la máquina, la cual se muestra en la figura 3.26.



Figura 3.26. Interfaz máquina de posicionamiento de 3 ejes de la marca TECHNO.

El control de esta máquina se puede realizar de forma manual y/o automatizada. Para el sistema óptico móvil desarrollado, se realizó de forma programada la distancia a recorrer por el vástago de desplazamiento con el que cuenta este instrumento. Las instrucciones para programar el movimiento automático son:

Sobre la pantalla de la figura 3.26, se presiona la tecla F6 “Distance to travel”, al hacerlo, en la pantalla el sistema pide que se le indique el eje en el que se realizará el desplazamiento (x , y o z), después se pide introducir la distancia en pulgadas para realizar el desplazamiento, tomando en cuenta que si el desplazamiento es negativo se moverá hacia la izquierda, mientras que si es positivo, a la derecha. Una vez seleccionada la distancia a viajar, el sistema se espera a que el usuario presione la tecla “Enter” para realizar el recorrido. También se puede cambiar la velocidad de desplazamiento antes de iniciar el recorrido presionando la tecla F3 para aumentar la velocidad y la tecla F4 para disminuirla, como se observa en la figura 3.26. Una vez que realiza el desplazamiento el sistema regresa a la pantalla de la figura a la espera de una nueva instrucción.

Sobre el vástago de desplazamiento se armó el sistema mecánico que sostiene y desplaza a las cámaras CCDs y los diodos láser. (Figura 3.27)

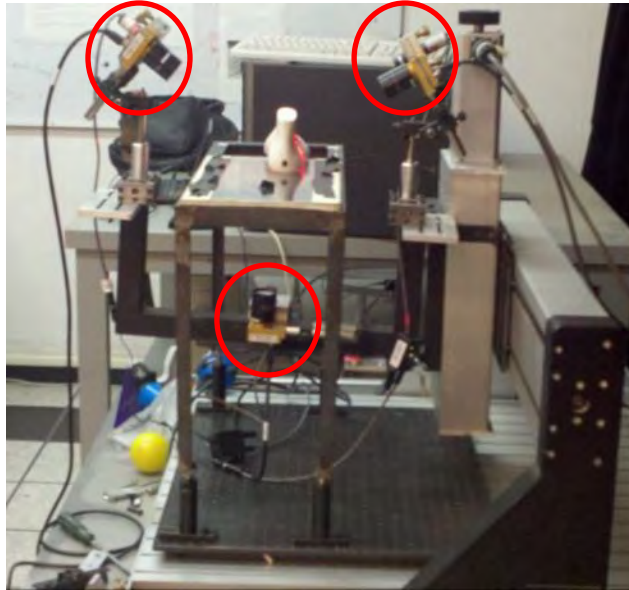


Figura 3.27 Sistema mecánico del prototipo. Encerradas en círculo las posiciones de las cámaras.

El montaje de las cámara CCDs y los diodos láser se realizó sobre un chasis construido de tubular de 1 pulgada, con medidas de 21 cm de altura por 47 cm de ancho. Este chasis se diseñó en base a las distancias aproximadas de campo de visión que poseen las cámaras empleadas.

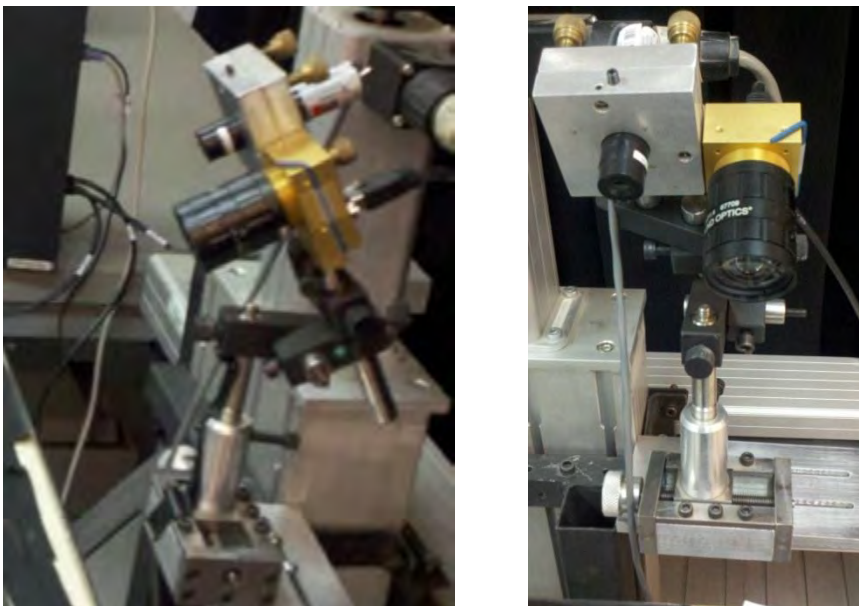


Figura 3.28. Arreglo Cámara-láser para una de las cámaras laterales (cámara 1).

Cada arreglo cámara-láser descritos anteriormente, se implementó en monturas diseñadas con movilidad en el eje y (eje de desplazamiento) y movimientos acimutales que permiten la alineación de los diodos láser. Estas monturas fueron armadas con ayuda del material disponible en el laboratorio. Figura 3.28

3.6 Implementación del sistema óptico móvil

Con los conocimientos de diseño y especificaciones necesarias del prototipo, se implementó el sistema de tal manera que se lograra la adquisición de la información deseada. Para cubrir en su totalidad la superficie del objeto a analizar, se utilizó una base con una superficie de vidrio, de este modo se aseguró que la parte inferior del objeto (la base) pudiera ser capturada por una cámara colocada debajo del vidrio (figura 3.29). Siendo fundamental que el tiempo de procesamiento del prototipo no produjera una espera muy prolongada.



Figura 3.29 Cámara inferior midiendo a través del vidrio

CAPÍTULO 4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

En este capítulo se describen los resultados obtenidos con la técnica de metrología óptica utilizada en este trabajo de tesis. Aquí se presenta la visión tridimensional de una horma de calzado con la técnica de la línea de luz láser. Todo esto realizado con el prototipo implementado y descrito en el capítulo anterior.

4.1 Reconstrucción tridimensional de objetos.

La metrología óptica es la rama de la óptica que tiene como propósito efectuar mediciones de muy alta precisión [43]. En la actualidad, se utiliza proyección láser para efectuar medición 3D de objetos. Dado que un láser es un amplificador de luz por emisión estimulada de radiación [44], se puede hacer incidir una concentración de luz en el área a analizar y esto permite aplicar técnicas no invasivas en objetos que se desean medir. Este es el caso del trabajo de tesis que se ha presentado, donde la obtención de la superficie de la horma de calzado es realizada mediante proyección de luz láser.

Es por esta importancia, que la medición tridimensional de objetos se ayuda en la metrología dimensional. En el caso particular de esta tesis, se usó una técnica de medición por contacto como referencia para determinar la precisión del método de luz estructurada con el que trabaja y se justifica este trabajo.

4.2 Evaluación de los datos obtenidos por la técnica de línea láser y medición por contacto

El procedimiento para conocer el error de las mediciones que se realizaron con la técnica de la proyección de línea, fue medir una región conocida del objeto reconstruido, pero ahora utilizando el método de contacto (palpador). Se realizó la medición de un total de 21 puntos concretos en la horma con el método mencionado (suficientes para obtener un nivel de

confianza del 95%, como se demostrará más adelante), para realizar esta comparación y obtener el error del prototipo.

El error se calcula mediante la fórmula de valor rms (root mean squared) [45-46]:

$$rms = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (h_0 - h_c)^2}, \quad ec. (4.1)$$

Donde h_0 es la altura del objeto medido con el método de contacto, h_c es la altura del objeto calculada por el prototipo, y n es el número de datos. En las figuras 4.1 y 4.2 se pueden observar las regiones comparadas.

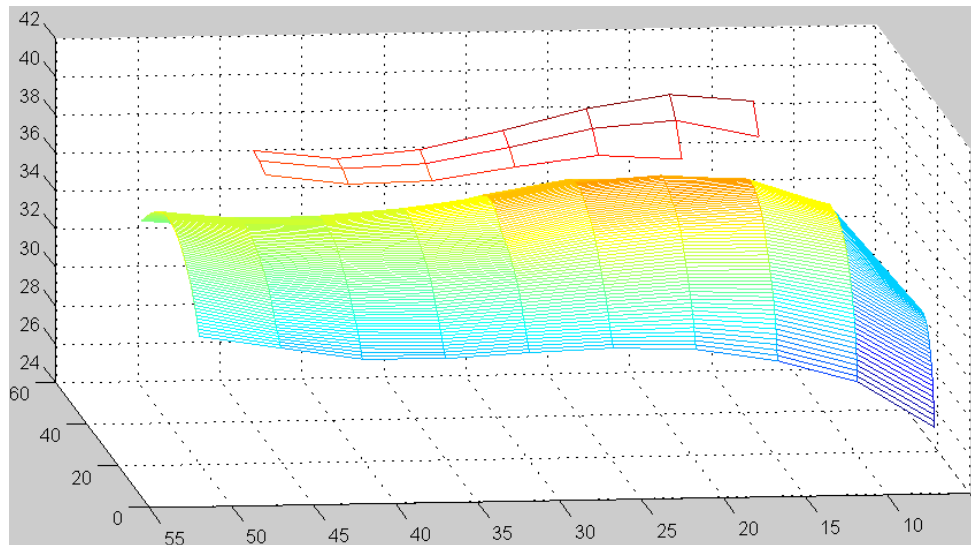


Figura 4.1 En la parte superior, la región medida con el método de contacto, en la parte inferior, la reconstrucción con la línea de luz. Se graficaron distanciadas en el eje z para poder apreciar las dos superficies.

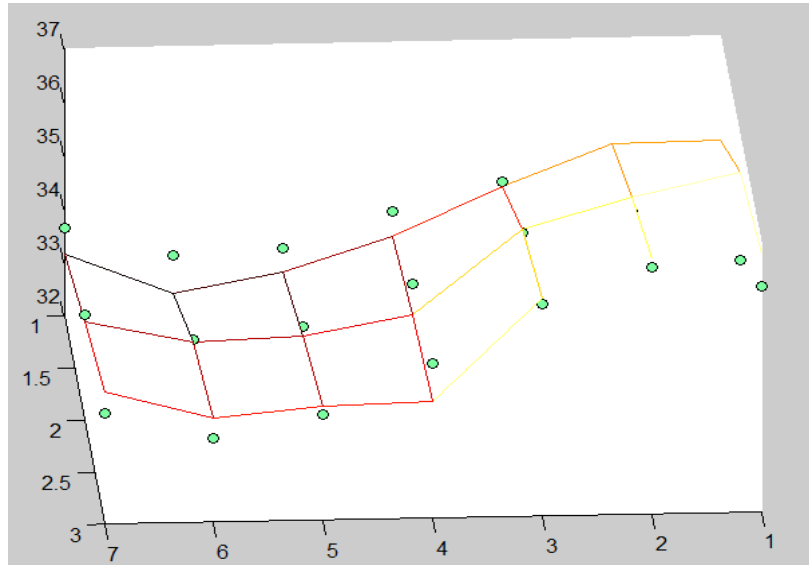


Figura 4.2 Diferencia de medidas en la misma región por los dos métodos.

En la figura 4.2 se aprecian las discrepancias entre los datos de ambos métodos de medición. Usando la ecuación 4.1 se obtiene el error rms del prototipo, el cual es $rms = 0.1271 \text{ mm}$. Con base en las dimensiones promedio: $\text{dimensión promedio} = 34.5134 \text{ mm}$ el valor rms se puede expresar en términos de porcentaje: $\% \text{ error} = 0.3683\%$. El valor típico del número de datos n para calcular el valor rms , depende de las dimensiones de la superficie del objeto [47]. Para determinar si el valor n es de acuerdo a la precisión del error deseado, se calcula el nivel de confianza [48]. El número de datos muestreados basados en el nivel de confianza se puede describir mediante la relación:

$$n = \left(z_{\alpha} \frac{\sigma_x}{e} \right)^2, \quad \text{ec. (4.2)}$$

Donde z_{α} es la confianza deseada, e es el error expresado en porcentaje y σ_x es la desviación estándar [49]. Por lo cual, el nivel de confianza de acuerdo al número de datos muestreados n se expresa como:

$$z_{\alpha} = \frac{e}{\sigma_x} \sqrt{n} \quad \text{ec. (4.3)}$$

Para obtener un nivel de confianza de 95%, se necesita una $z_\alpha = 1.96$ de acuerdo a la tabla de confianza [47]. Teniendo un error de 0.3683% y una desviación estándar de 5.873 mm da como resultado una muestra de al menos $n = 9.7672$, y con esto se logra un nivel de confianza de 95%. Se puede notar que el número de muestras es suficiente ya que fueron un total de 21. Entonces, podemos concluir que el sistema posee un error de apenas 0.1271 mm, el cual es bastante bajo y demuestra la precisión de la técnica empleada.

4.3 Análisis de Repetibilidad, Incertidumbre y Resolución

La repetibilidad se puede obtener a partir de la desviación estándar evaluada en condiciones de repetibilidad [49]. Se tomaron una serie de 20 imágenes de la línea de luz para cada cámara, obteniendo 3 desviaciones estándar: $\sigma_1 = 0.52$; $\sigma_2 = 0.42$; $\sigma_3 = 0.43$, una para cada cámara (unidades en pixeles). A partir de estos valores se obtiene el porcentaje de repetibilidad de acuerdo a la ecuación 4.4

$$\% \text{ repetibilidad}_n = \frac{X_{prom_n} - \sigma_n}{X_{prom_n}} * 100 \quad ec. (4.4)$$

Donde X_{prom_n} es el valor promedio en pixeles para cada cámara. Los valores obtenidos son:

$$\% \text{ repetibilidad}_1 = 97.93\%; \quad \% \text{ repetibilidad}_2 = 98.04\%; \quad \% \text{ repetibilidad}_3 = 98.37\%$$

Como se obtienen 3 valores distintos, se escoge el menor: $\text{repetibilidad} = 97.93\%$ como la repetibilidad del sistema. Para saber si el número de muestras es suficiente se aplica nuevamente la ecuación 4.3, para un intervalo de confianza de 95% y con el mismo error obtenido anteriormente, da como resultado una $n = 7.6583$ por lo que los resultados poseen una confiabilidad mayor al 95%. Cabe señalar que el valor obtenido es alto y está a la altura de muchos procesos industriales.

Para calcular la incertidumbre se utiliza la ecuación 4.5 [50], donde a cada derivada parcial se le llama coeficiente de sensibilidad.

$$U_y^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1} * Ux_1\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} * Ux_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_n} * Ux_n\right)^2 \quad ec. (4.5)$$

Donde U_y es la incertidumbre del sistema y x_1, x_2, \dots, x_n son las variables independientes del mismo. Ya que en todo el procesamiento el único valor extrínseco medible es el de x_i y por medio de él se obtiene toda la reconstrucción de manera interna, la incertidumbre del sistema se obtiene utilizando la función $h(x)$:

$$U_h = \frac{\partial h}{\partial x} * Ux$$

Ya que la función $h(x)$ se obtiene a partir de una red de base bezier cuya variable independiente es u , se tiene que tomar en cuenta la transformación de x a u . Quedando como sigue:

$$U_h = \frac{\partial h}{\partial u} * Uu \quad ec. (4.6)$$

$$U_u = \frac{\partial u}{\partial x} * Ux \quad ec. (4.7)$$

Y el valor de Ux , siendo x una variable extrínseca y medible está determinado por [51]:

$$Ux = \sqrt{\left(\frac{\Sigma(x_1 - x_{prom})^2}{n - 1}\right)} \quad ec. (4.8)$$

La cual es la misma fórmula utilizada para sacar σ_n , por lo que $Ux = 0.52$, que es el valor de mayor de desviación obtenido, y por tanto, mayor incertidumbre.

Sustituyendo los valores para la ecuación 4.7, se obtiene la incertidumbre de u :

$$U_u = \left(\frac{1}{x_{max} - x_{min}}\right) * 0.52 = 0.0305$$

Los valores $x_{max} = 12.64$ y $x_{min} = -4.40$ son constantes determinadas en el proceso de reconstrucción. Sustituyendo U_u en la ecuación 4.6, se obtiene el valor de la incertidumbre del sistema:

$$U_h = \frac{\partial h}{\partial u} * 0.0305 = 0.3253 \text{ mm}$$

Cabe señalar que se obtuvo un valor de incertidumbre distinto para cada cámara, el resultado que aquí se expone corresponde al valor mayor, que se toma como la incertidumbre total del sistema. Como se puede apreciar, la incertidumbre es de menos de medio milímetro, por lo que el sistema es altamente confiable.

Finalmente, la resolución se obtiene de manera experimental. Ya que el concepto de resolución se refiere al cambio mínimo apreciable [51], se capturaron varias imágenes de la línea de luz con incrementos en la altura de fracciones de milímetro, de esta forma, el mínimo incremento detectado por el sistema, y por tanto la resolución mínima de éste, fue de: $resolucion_{min} = 0.27 \text{ mm}$. Sin embargo, debido a la naturaleza de la configuración, también existe un límite máximo detectable, este límite puede entenderse viendo la figura 4.3, la cual muestra la línea de luz desplazada hacia la derecha al ser proyectada sobre un objeto; si el tamaño del objeto fuera mayor, el desplazamiento hacia la derecha se incrementaría, por lo que llegado a un punto, si la horma fuera demasiado grande, el desplazamiento de la línea se recorrería hacia la derecha tanto que ya no sería capturada por la cámara. Justo en este punto, donde la línea de luz todavía alcanza a ser detectada por la cámara, le llamaremos resolución máxima y será un valor diferente para cada cámara. Como la línea desaparece primero en la cámara 3 a este valor le llamaremos resolución máxima del sistema y es de: $resolucion_{max} = 171 \text{ mm}$ (desde el plano de referencia). Nótese que esta restricción es sobre el plano común que forman las 3 cámaras, mientras que en el eje de desplazamiento de la máquina, el tamaño máximo se determina por la longitud utilizable de la plataforma de vidrio (650 mm).

4.4 Reconstrucción de la forma tridimensional de la horma de calzado

A continuación se presentan los resultados de la adquisición de la reconstrucción 3D de la horma de calzado. El método desarrollado, como ya se mencionó consiste esencialmente en la extracción de secciones transversales del objeto por medio de una línea de luz láser, usando la aproximación Gaussiana (apartado 2.2.1) sobre cada fila de cada imagen obtenida por cada cámara (Ver figura 4.3). Una vez determinada la posición de la línea en cada fila

de la imagen, esta es almacenada en una base de datos, pues esta información (en pixeles) describe la forma de la sección transversal del objeto justo donde es proyectada la línea láser. Es por ello que se requiere tomar imágenes de la línea láser proyectada sobre todo el objeto, para poder recibir la información de todas las secciones transversales que lo conforman. Cada sección transversal se va guardando en un arreglo de memoria, que al final, reconstruye el objeto uniendo todas estas secciones. Las imágenes obtenidas por cada una de las cámaras poseen una resolución de 640x480 pixeles y son de tipo RGB. La línea de luz láser que barre el objeto es un frente de onda cilíndrico compuesto por 3 diodos láser no polarizados.

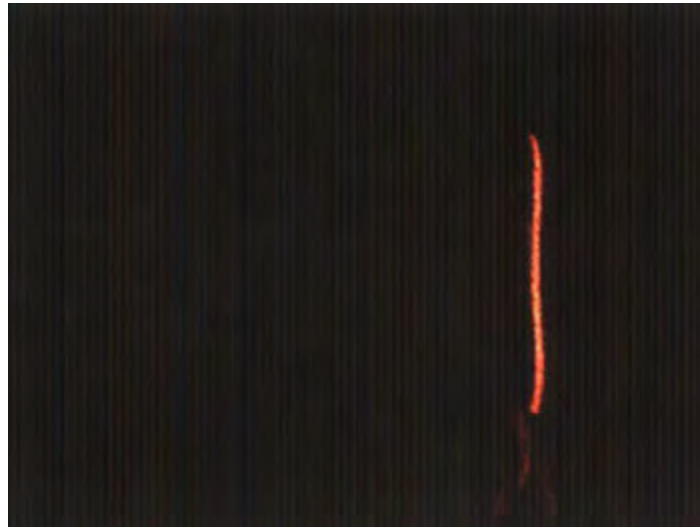


Figura 4.3 Una de las imágenes obtenidas de las cámaras

La información obtenida de la forma es discreta, es decir, es una nube de puntos, para obtener el contorno continuo es necesario usar una red neuronal de base Bezier (como se explicó en el apartado 2.3 y 2.3.1), sin embargo en este caso tendría que ser bidimensional, pues es una superficie. La estructura de la red bidimensional [52] se muestra en la figura 4.4

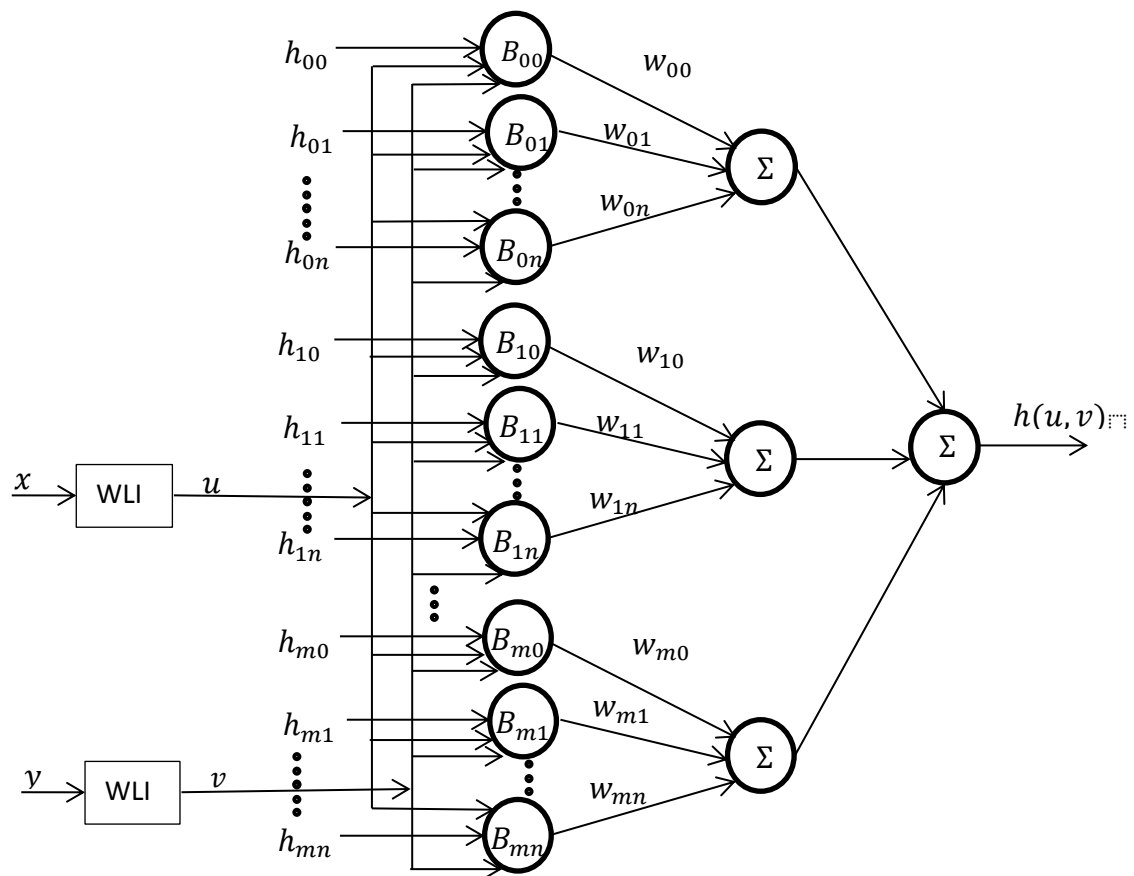


Figura 4.4 Estructura de red neuronal base Bezier para 2 dimensiones.

Esta red permite obtener una función de superficie $h(u, v)$, que representa el contorno del objeto reconstruido, en este caso una horma de calzado.

El algoritmo que lleva a cabo la reconstrucción 3D fue desarrollado en el programa Matlab (Matrix Laboratory) versión 7.12. Este programa se ejecuta en una Netbook modelo Aspire One D257 (figura 4.5), con un procesador Intel Atom N570 de doble núcleo y una memoria ram de 1 GB. Cabe mencionar que este equipo es de los más básicos que existen, cuya potencia actualmente es rebasada incluso por la mayoría de los celulares de gama alta.

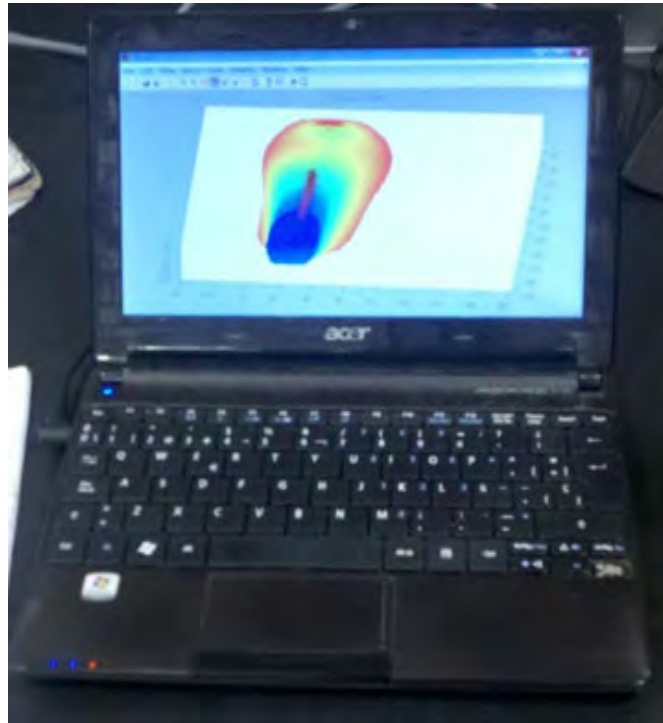


Figura 4.5 PC utilizada para implementar el algoritmo en Matlab.

El tiempo total requerido por la PC para ejecutar el algoritmo y obtener la reconstrucción es de 25.4 segundos, evaluado para la laptop mencionada y medido desde que se presionó el botón “reconstruir” de la interfaz de usuario (figura 3.2), hasta que aparece la gráfica con la reconstrucción 3D. Como se mencionó en el apartado anterior, el error obtenido fue de $rms = 0.1271 \text{ mm}$ ó 0.3683% . La horma de calzado que fue reconstruida se puede apreciar en la figura 4.6. La información obtenida se puede observar en las figuras 4.7, 4.8, 4.9 y 4.10.

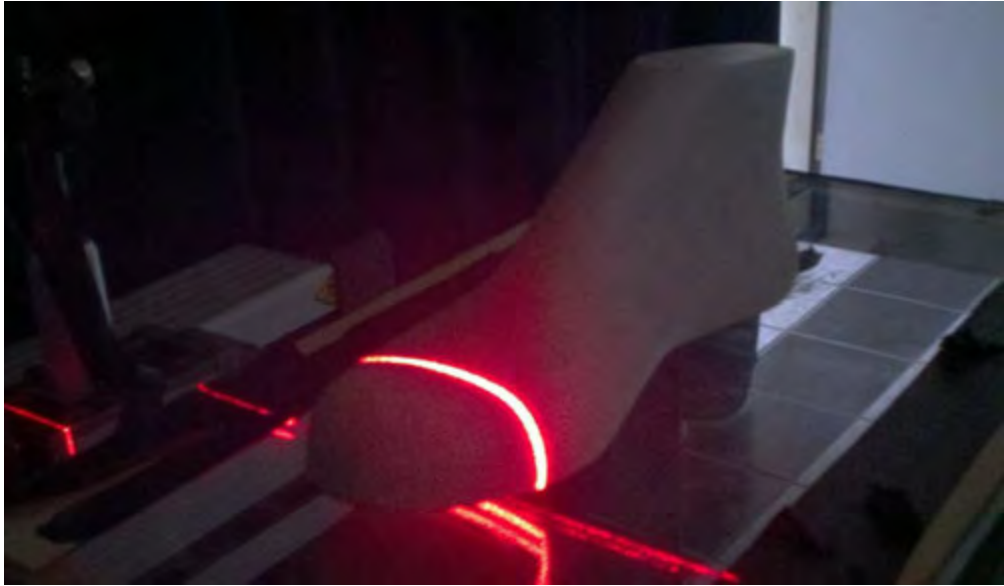
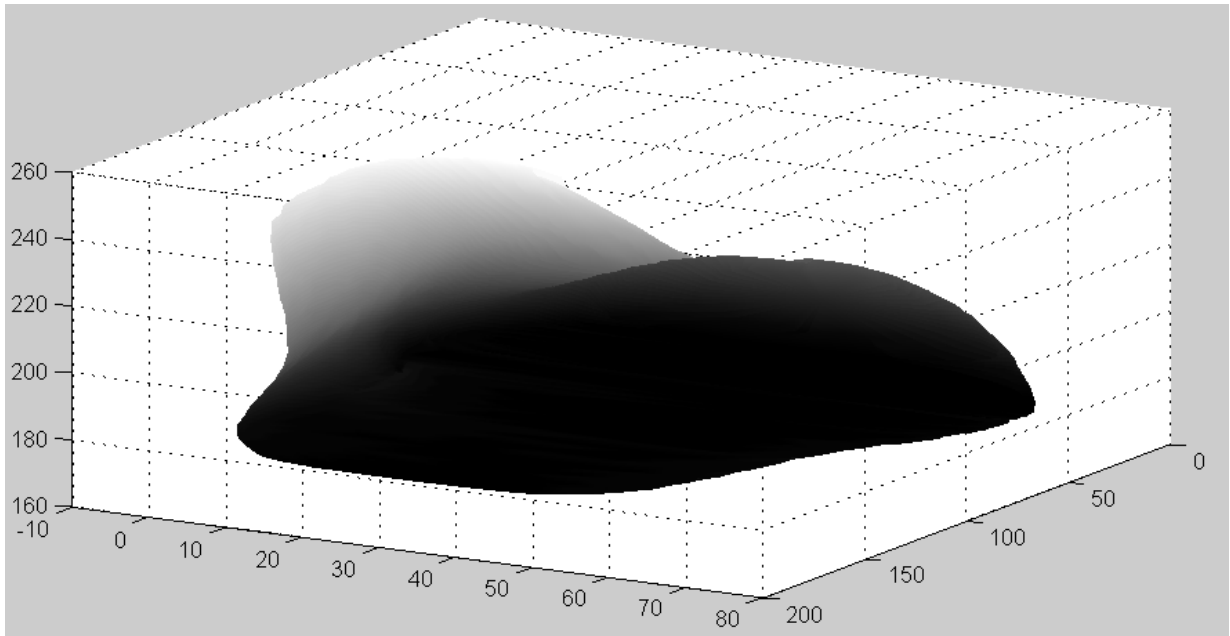
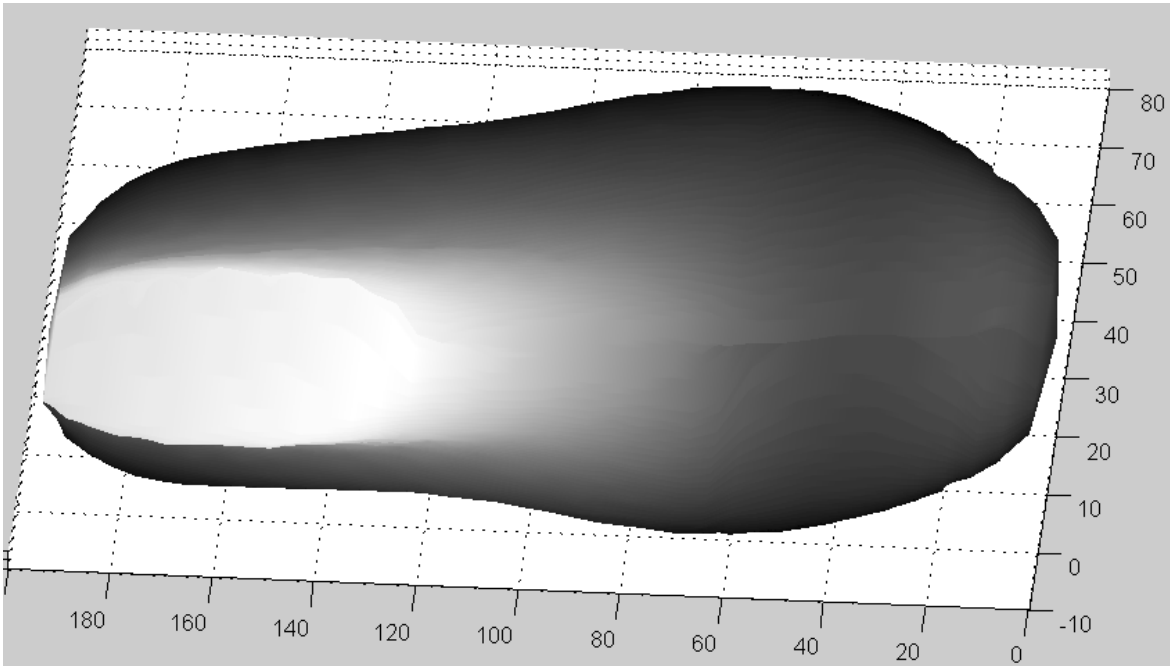


Figura 4.6 Horma de calzado reconstruida.

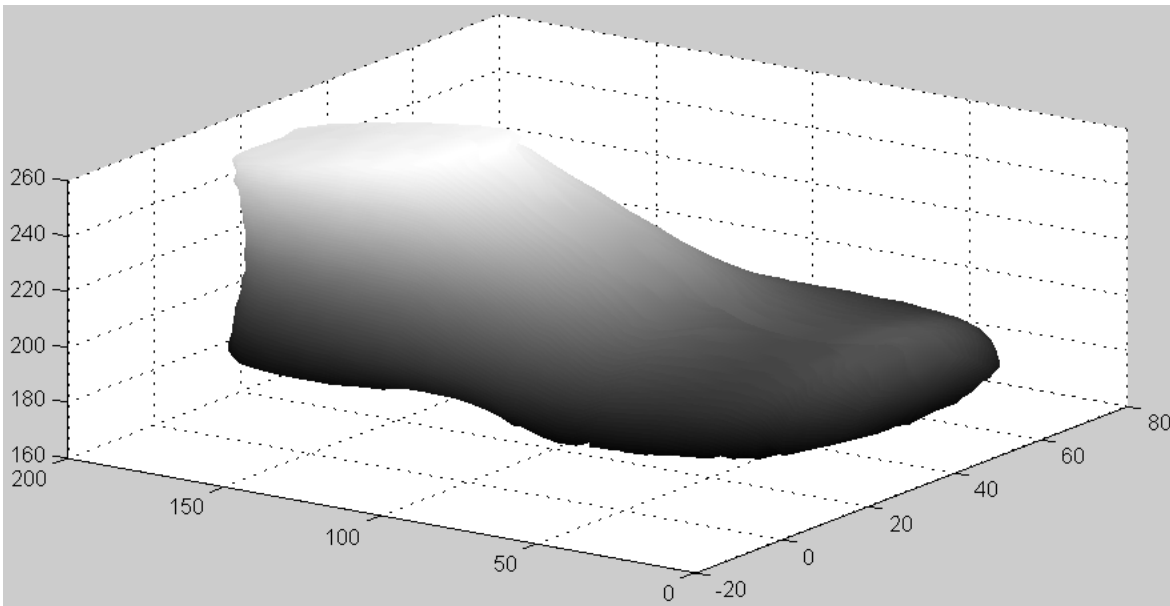


(a)

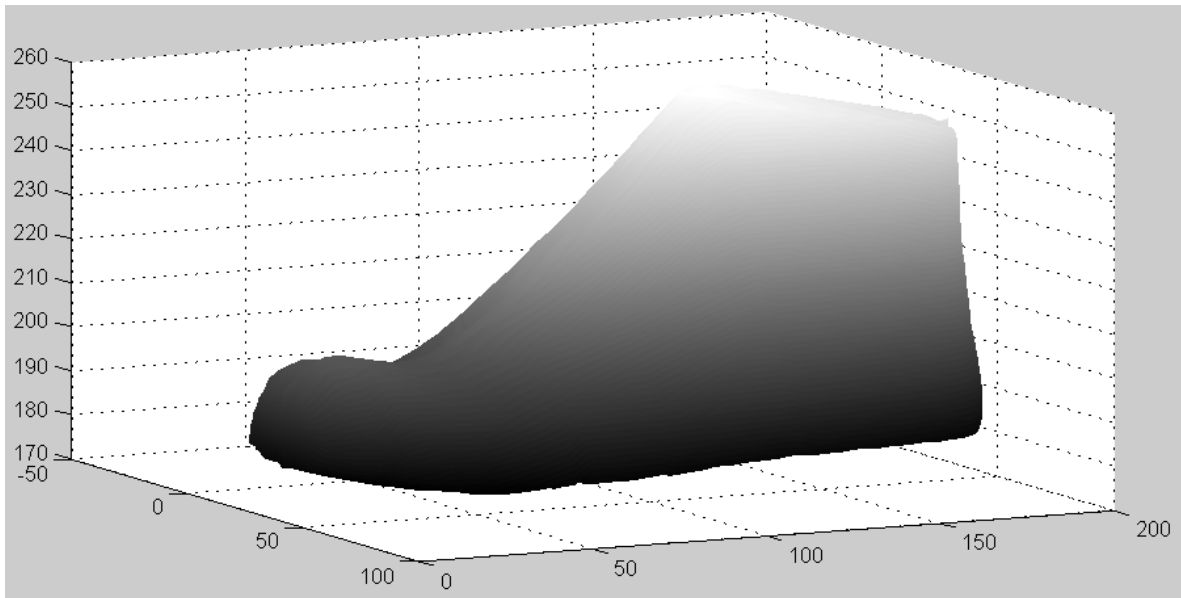


(b)

Figura 4.7 (a) Vista inferior de la reconstrucción (Unidades en milímetros). (b) Vista superior de la reconstrucción (Unidades en milímetros).

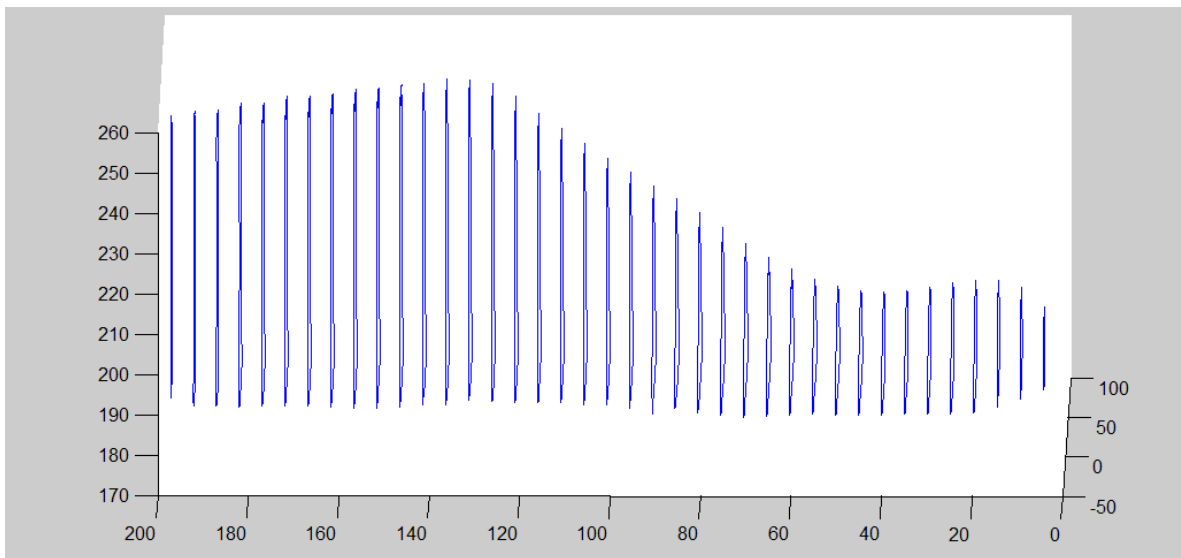


(a)

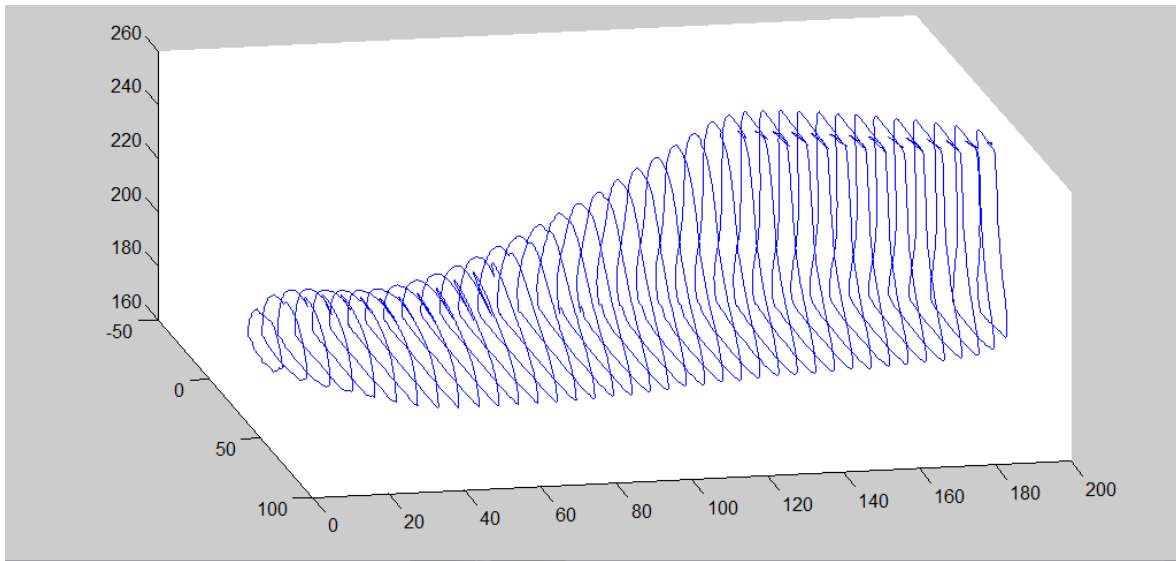


(b)

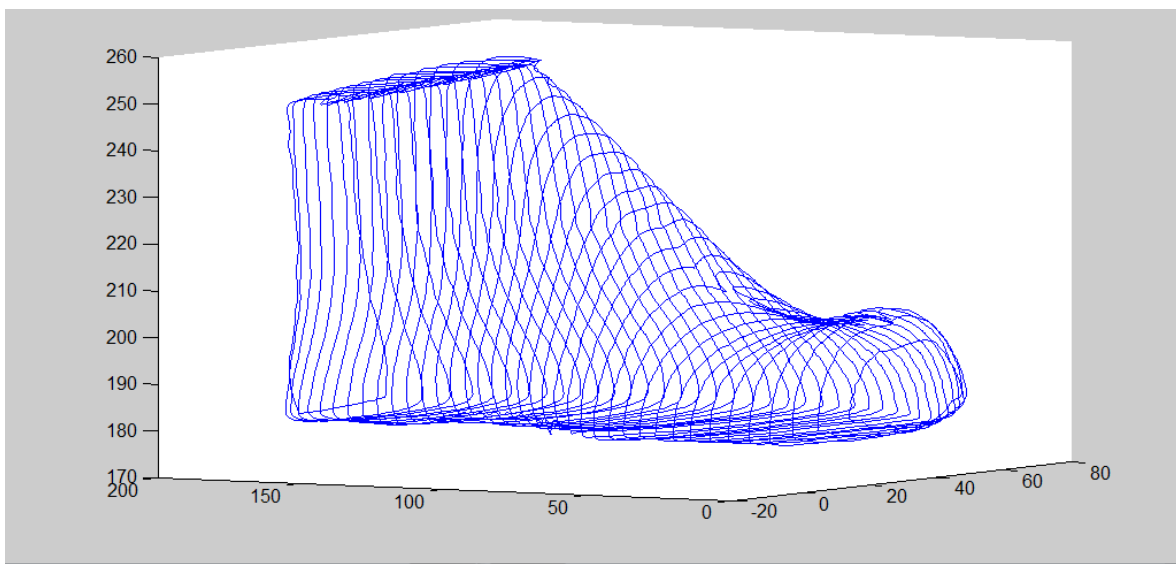
Figura 4.8 (a) Vista del perfil izquierdo de la horma de calzado. (b) Vista del perfil derecho de la horma de calzado. (Unidades en milímetros)



(a)

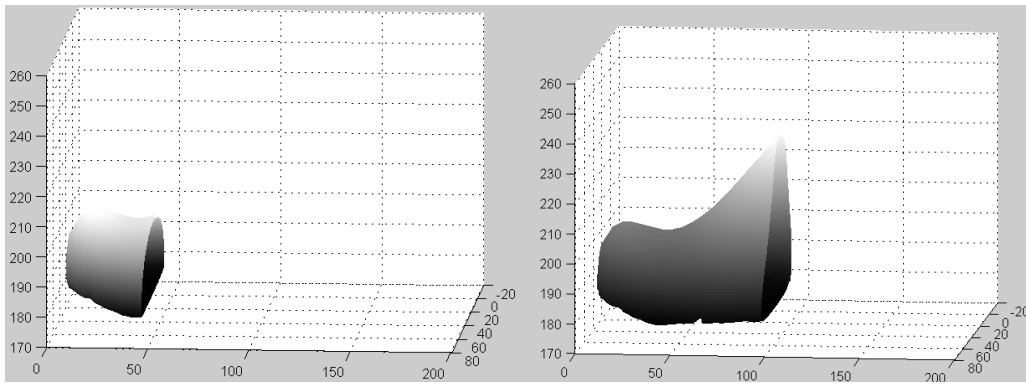


(b)



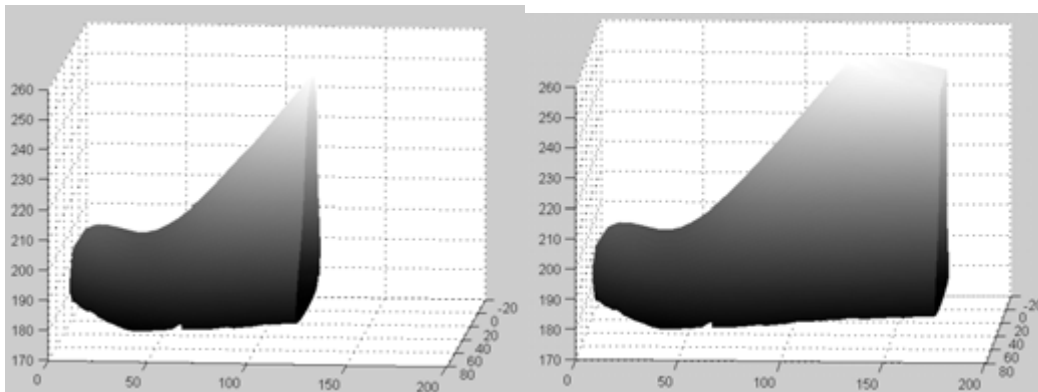
(c)

Figura 4.9 (a), (b) y (c) La reconstrucción vista a partir de sus secciones transversales.
(Unidades en milímetros)



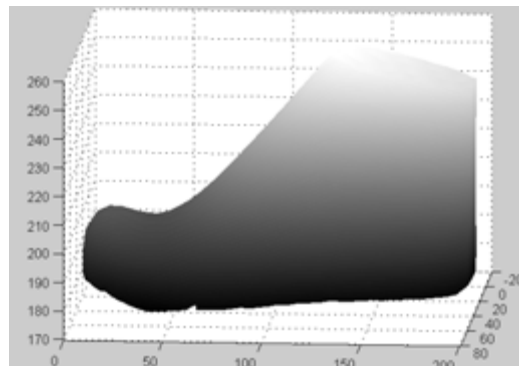
(a)

(b)



(c)

(d)



(e)

Figura 4.10. (a), (b), (c), (d) y (e) Reconstrucción de la horma de acuerdo al recorrido de la máquina de desplazamiento. (Unidades en milímetros)

CONCLUSIONES

En este proyecto de tesis se realizó un sistema de reconstrucción de objetos en 3D, el cual fue utilizado para obtener la superficie de una horma de calzado. Se implementó la técnica de línea de luz láser, obteniendo la topografía mediante Aproximación Gaussiana.

Este tipo de sistemas son cada vez más usados en la industria, siendo el prototipo desarrollado particularmente útil para cuando se requiera reconstruir la superficie total de un objeto. Sus aplicaciones pueden ser muy diversas, desde el diseño de calzado personalizado hasta la detección de errores en piezas de propósito industrial.

Sin duda, los avances en visión artificial y particularmente en el ámbito de la metrología con luz estructurada, son muy útiles para automatizar procesos tradicionalmente manuales, y al mismo tiempo, estandarizar su calidad. Esto permite un aumento en la eficiencia de estos procesos, así como en su fiabilidad.

Analizando los resultados obtenidos, un error de 0.3683%, *repetibilidad* = 97.93%, incertidumbre $U = 0.3253 \text{ mm}$ y resolución de 0.27 mm , se puede comprobar que esta es una técnica de alta resolución, robustez y rendimiento, y se ha desarrollado un sistema de visión robusto, eficiente y no invasivo. Comparándolo con otros sistemas existentes de escaneo 3D, el sistema Matterform [53], enfocado al ámbito doméstico, cuyo costo es de \$579, posee una incertidumbre de 0.43 mm y una resolución de 0.25 mm. Por otra parte el sistema Creaform [54], posee resolución de 1 mm y una precisión de hasta 0.5 mm, y está enfocado a aplicaciones de uso médico. Comparando los 3 sistemas se puede notar que el funcionamiento del sistema propuesto compite con estas dos opciones disponibles en el mercado, no obstante no sería un producto para vender ya que los costos superarían a la competencia existente (tan solo la máquina de desplazamientos cuesta más que los \$579 d el primer sistema. En cambio, es viable usar el sistema para ofrecer el servicio de escaneo 3D, ya que funcionalmente el sistema es competitivo.

En cuanto a las dimensiones máximas del objeto a medir, para este sistema es de 171x650 mm, similar a las otras dos opciones mostradas, que son de 380x380 y 250x180 mm

respectivamente, por lo que podemos concluir que las dimensiones admitidas son razonables para el ámbito doméstico y comercial.

La técnica de metrología láser implementada también puede ser usada a nivel industrial, como herramienta de inspección e ingeniería inversa en procesos poco críticos, sin embargo para su uso en procesos en serie se vería limitada por el tiempo de procesamiento que es de 25.4 segundos.

El sistema y los componentes que lo integran poseen una gran tolerancia a diversas condiciones del medio, siendo esencialmente inmunes a cambios de temperatura y humedad (dentro de límites razonables). Debido a esto es que se recomienda para su uso en la industria, teniendo siempre cuidado en las condiciones de vibración e iluminación.

Principales aportaciones

Todo estudio dentro del área de Metrología Láser aunado a la Visión Artificial y Algoritmos Computacionales, supone un avance a la vez que una novedad en su literatura. Esto permite centrar y aunar esfuerzos, pues en la actualidad, cada auto desarrolla sistemas de forma experimental y guiado a las necesidades que se requiera solucionar. En este caso se propone un sistema robusto que ofrece una alternativa a problemas más allá del laboratorio, permite solucionar problemas del mundo real.

Se ha presentado un sistema sencillo, eficiente, robusto, confiable y económico con relación a sistemas equivalentes que se encuentran actualmente en el mercado, dentro del ámbito del sector calzado y biomédico.

Además, cabe resaltar que es un método no invasivo, lo cual representa muchas ventajas en relación a sistemas invasivos: menor desgaste, mayor repetitibilidad, mayor robustez, el objeto analizado no sufre ninguna modificación por acción del sistema.

Trabajo a futuro

El estudio de la metrología dentro de la óptica es un sector en constante avance, por lo que frecuentemente se presentan nuevas áreas de oportunidad que sin duda permiten mejorar

sistemas existentes, como el desarrollado en este trabajo de tesis. Entre las mejoras posibles al sistema implementado se encuentran:

- La optimización de los algoritmos de modo que resulten más rápidos, robustos y eficaces.
- Tener el control total sobre todos los componentes del sistema desde una sola PC, esto para permitir la medición de áreas específicas de manera dinámica, y ofrecer mayores herramientas y libertad al usuario.
- Desarrollo de una estructura mecánica más ligera, que permita ahorrar energía y utilizar un sistema de movimiento menos costoso.
- El uso de herramientas de modelado tridimensional que permitan completar los huecos de información de la superficie obtenida.

Apéndice

A. Bezier

Este método de curvas Bezier es llamado así en honor al ingeniero Francés P. Bezier , quien desarrolló el modelo de curvas para el diseño de piezas de carrocerías de la Renault Automovile om pany a principios de los años 60's.

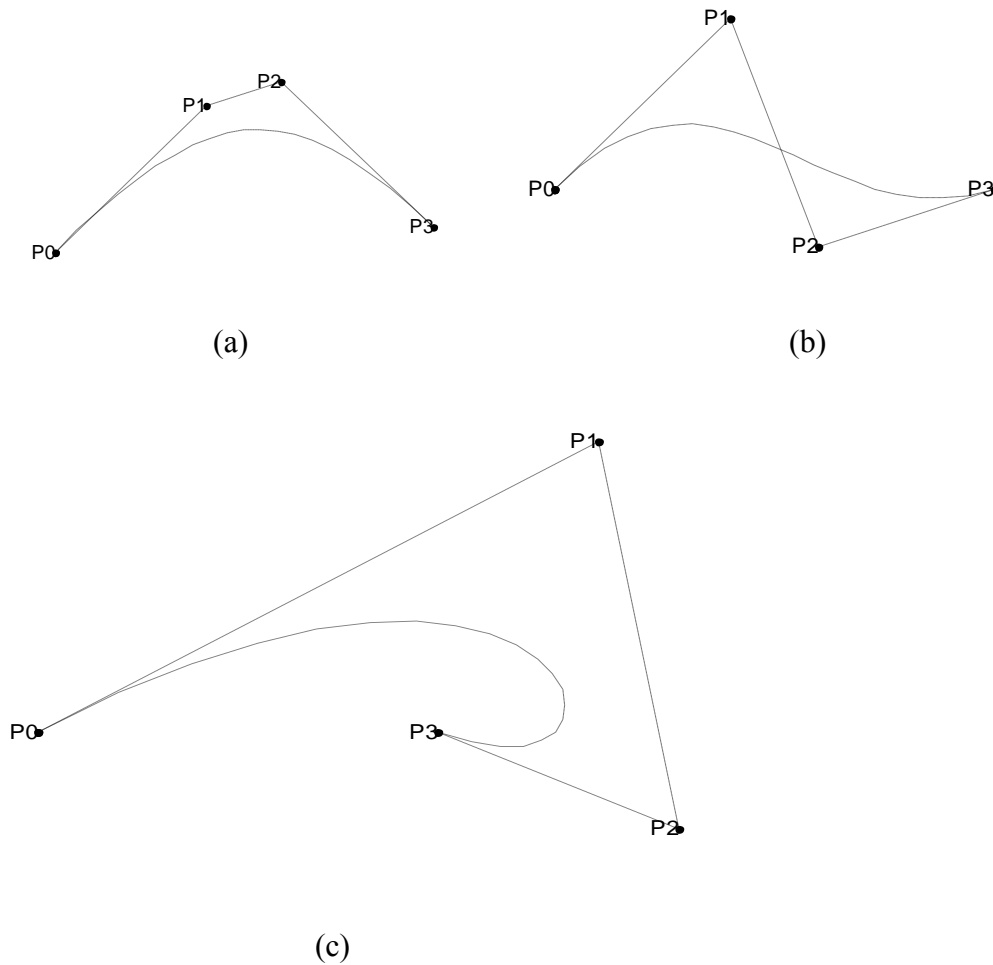
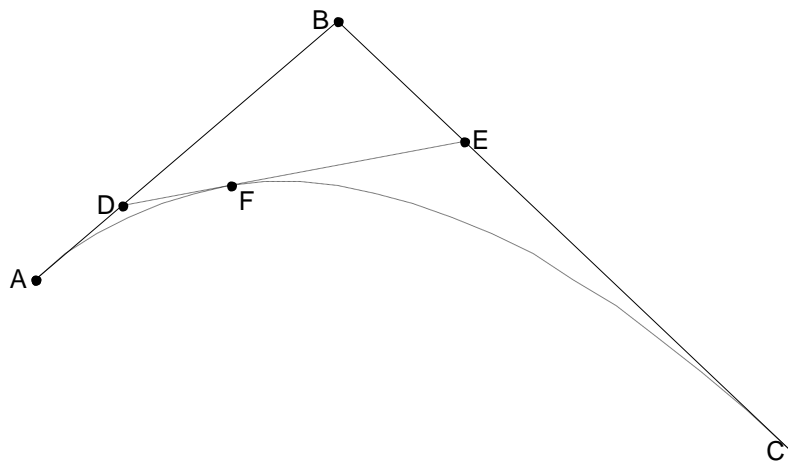


Figura A.1 (a), (b) y (c) Curvas Bezier a partir de 4 puntos arbitrarios.

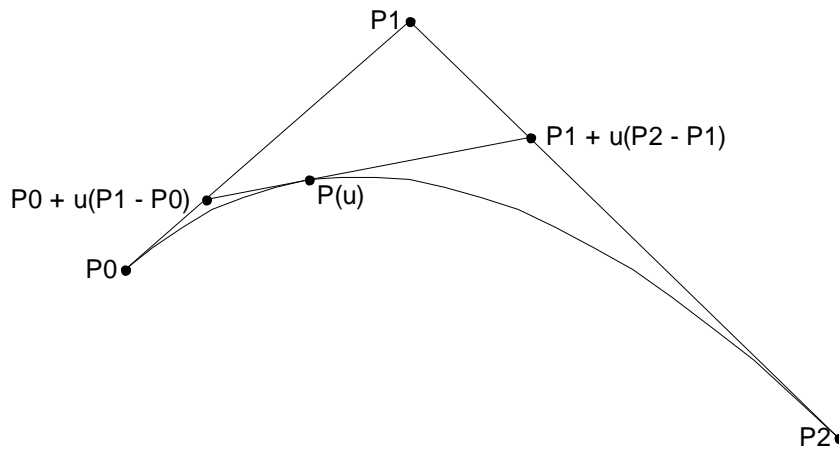
Bezier inició con el principio de que cualquier punto sobre un segmento de curva puede ser representado por una función paramétrica de la forma:

$$P(u) = \sum_{i=0}^n P_i f_i(u) \quad u \in [0,1] \quad ec(A.1).$$

Donde el vector P_i representa los $n + 1$ vértices de un polígono característico. Estos vértices son los puntos de control (figura A.1).



(a)



(b)

Figura A.2 (a) Construcción geométrica de una curva Bezier: $n = 2$ (para 2 puntos). (b) Descripción vectorial.

El proceso para diseñar una Curva Bezier puede ser descrito vectorialmente como se muestra en la figura A.2. Iniciando de un punto de origen A asignándose como vector P_0 , a otro punto B se le asigna el vector P_1 y un punto final C el vector P_2 . El vector que va del punto A al punto B se calcula con la resta vectorial $P_1 - P_0$. El vector que va del punto A al punto D es el mismo vector que va del punto A al punto B, pero multiplicado por un escalar u , donde $u = AD/AB = BE/BC$; de esta forma que el vector se puede expresar como $u(P_1 - P_0)$. Entonces, el vector que va desde el origen hasta el punto D se determina con la suma vectorial del vector que va del origen al punto A que es P_0 y el vector del punto A al punto D, con lo cual se calcula este vector como $P_0 + u(P_1 - P_0)$. Seguido a esto, se obtiene el vector que va del punto B al punto C, mediante la resta vectorial de $P_2 - P_1$. Del punto B al punto E, el vector es el mismo como el que va del punto C al punto B pero multiplicado por un escalar u , por lo que éste vector se expresa como $u(P_2 - P_1)$. El vector que va del origen al punto e se obtiene con la suma vectorial entre el vector P_1 que va del origen al punto B y el vector que va del punto C al punto E, por lo tanto este vector puede ser calculado como $P_1 + u(P_2 - P_1)$. El vector trazado del punto D al punto E se calcula como la resta vectorial del vector que va del origen al punto D y el vector que va del origen al punto E, con lo que se obtiene $P_1 + u(P_2 - P_1) - P_0 - u(P_1 - P_0)$. El vector que va del punto D al punto F es el mismo vector que va del punto D al punto E, pero multiplicado por un escalar: $u[P_1 + u(P_2 - P_1) - P_0 - u(P_1 - P_0)]$. Finalmente el vector $P(u)$ que inicia del origen al punto F, se calcula como una suma vectorial entre el vector del origen al punto D y el vector que inicia del punto D al punto F, con lo que se expresa de la siguiente manera:

$$P(u) = P_0 + u(P_1 - P_0) + u[P_1 + u(P_2 - P_1) - P_0 - u(P_1 - P_0)], \quad ec(A.2)$$

Reduciendo términos

$$P(u) = P_0 + uP_1 - uP_0 + uP_1 + u^2P_2 - u^2P_1 - uP_0 - u^2P_1 + u^2P_0$$

$$P(u) = (1 - 2u + u^2)P_0 + u(2 - 2u)P_1 + u^2P_2$$

$$P(u) = (1 - u)^2P_0 + 2u(1 - u)P_1 + u^2P_2, \quad ec(A.3).$$

De manera similar este proceso puede ser aplicado para construir una curva de cualquier grado. Formalizándose al utilizar la expresión para cualquier curva Bezier de grado n con la expresión:

$$P(u) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,n}(u) \quad u \in [0,1] \quad ec(A.4)$$

Donde

$$B_{i,n} = \binom{n}{i} (1 - u)^{n-1} u^i, \quad \binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$$

En la ecuación (A.4) P_i son las coordenadas de cada punto donde se genera una curva. Utilizando la construcción de curvas Bezier como herramienta, la distribución de intensidad de una línea de luz puede aproximarse a una curva continua por medio de un polinomio de grado n . La función Bezier del polinomio de n -ésimo grado es determinado por $n + 1$ puntos [55][56]. En este caso el número de puntos es el número de píxeles, los cuales se representan por: $(x_0, z_0), (x_1, z_1), (x_2, z_2), (x_3, z_3), \dots, (x_n, z_n)$. Las coordenadas de cada punto de la imagen adquirida es representado como un vector de dos componentes:

$$P_i = \begin{pmatrix} x_i \\ z_i \end{pmatrix}$$

Donde x_i y z_i son la posición y la intensidad respectivamente. Esto representa en forma paramétrica la aproximación de estos píxeles a una función $z = f(x)$. La forma paramétrica es la relación entre x_i y z_i por otras dos ecuaciones, $x = F_1(u)$, $z = F_2(u)$, con u como parámetro. Al conjunto de píxeles en forma paramétrica se expresa como:

$$P_i = \begin{pmatrix} x(u) \\ z(u) \end{pmatrix} \quad 0 \leq u \leq 1.$$

La función para generar un polinomio de n -ésimo grado por el método de Curvas Bezier ésta dado por:

$$P(u) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (1-u)^{n-i} u^i P_i, \quad 0 \leq u \leq 1, \quad ec(A.5).$$

Donde

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$$

Aplicando la ecuación general de Bezier (A.5) para el conjunto de píxeles de la figura 3, la ecuación es de grado 12:

$$\begin{aligned} P(u) = & 13P_0(u-1)^{12} + 13P_{13}u^{12} - 13P_{12}u^{11}(12u-12) + 858P_3u^2(u-1)^{10} \\ & - 2860P_4u^3(u-1)^9 + 6435P_5u^4(u-1)^8 - 10296P_6u^5(u-1)^7 \\ & + 12012P_7u^6(u-1)^6 - 10296P_8u^7(u-1)^5 + 6435P_9u^8(u-1)^4 \\ & - 2860P_{10}u^9(u-1)^3 + 858P_{11}u^{10}(u-1)^2 - 156P_2u(u-1)^{11} \\ & 0 \leq u \leq 1, \quad ec(A.6). \end{aligned}$$

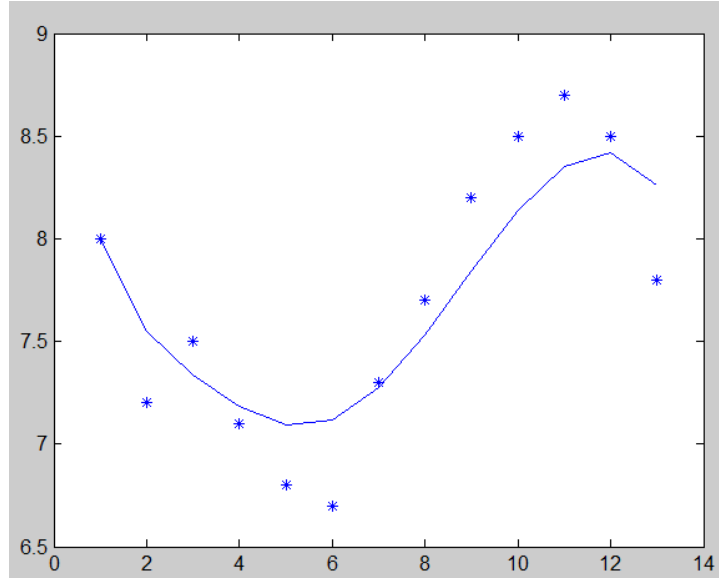


Figura A.3 Curva de bezier (línea continua) para una serie de puntos dada (representados por asteriscos)

La ecuación (A.6) representa dos ecuaciones, una para x y otra para z :

$$\begin{aligned}
 x(u) = & 13x_0(u - 1)^{12} + 13x_{13}u^{12} - 13x_{12}u^{11}(12u - 12) + 858x_3u^2(u - 1)^{10} \\
 & - 2860x_4u^3(u - 1)^9 + 6435x_5u^4(u - 1)^8 - 10296x_6u^5(u - 1)^7 \\
 & + 12012x_7u^6(u - 1)^6 - 10296x_8u^7(u - 1)^5 + 6435x_9u^8(u - 1)^4 \\
 & - 2860x_{10}u^9(u - 1)^3 + 858x_{11}u^{10}(u - 1)^2 - 156x_2u(u - 1)^{11} \\
 & 0 \leq u \leq 1, \qquad \qquad \qquad ec. (A.7).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z(u) = & 13z_0(u - 1)^{12} + 13z_{13}u^{12} - 13z_{12}u^{11}(12u - 12) + 858z_3u^2(u - 1)^{10} \\
 & - 2860z_4u^3(u - 1)^9 + 6435z_5u^4(u - 1)^8 - 10296z_6u^5(u - 1)^7 \\
 & + 12012z_7u^6(u - 1)^6 - 10296z_8u^7(u - 1)^5 + 6435z_9u^8(u - 1)^4 \\
 & - 2860z_{10}u^9(u - 1)^3 + 858z_{11}u^{10}(u - 1)^2 - 156z_2u(u - 1)^{11} \\
 & 0 \leq u \leq 1, \qquad \qquad \qquad ec. (A.8).
 \end{aligned}$$

Para formar la curva Bezier a estos pixeles, la posición de los pixeles $x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_{13}$ se sustituye en la ecuación (A.7), la intensidad de los pixeles $z_0, z_1, z_2, z_3, \dots, z_{13}$, se sustituye en la ecuación (A.8). Este par de ecuaciones son evaluadas de 0 a 1 para la obtención de la curva continua. Como se observa, esta función se calcula de manera simple, aunque si el grado de la curva y el número de puntos es grande, el tiempo de procesamiento puede resultar un problema.

B. Mínimos cuadrados

El método de mínimos cuadrados surgió para representar con un modelo matemático, la relación entre variables de las que se conoce en forma empírica un conjunto de valores.

Por ejemplo, si se ha obtenido de manera experimental el conjunto de valores de x y y , siendo $y = f(x)$ dado con la tabla 1, y por conocimientos relacionados con el experimento podemos suponer que la relación entre estas variables es lineal, la recta que “mejor se ajusta” con este método es la de ecuación:

$$y = mx + b \quad \text{ec. (B.1).}$$

Tal que m y b se obtienen minimizando la suma de los cuadrados de las diferencias $y - y_i$ correspondientes a los valores de x_i del conjunto (los experimentales menos los de la ecuación), ver figura B.1.

x	-1	0	1	3	4	6
y	5	4	6	1	3	-1

Tabla B.1. Serie de datos experimentales obtenidos.

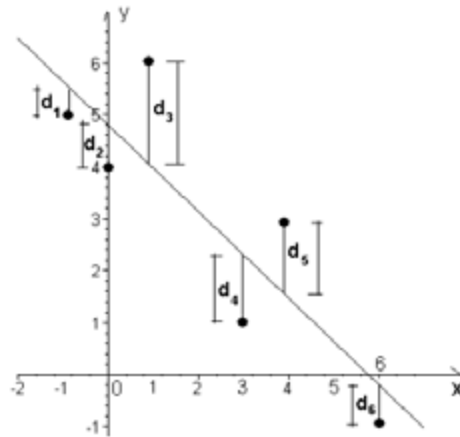


Figura B.1. Diferencias entre la recta planteada y la información real.

Esto es:

$$S = \sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - mx_i - b)^2$$

Para minimizar a la función S , $\frac{\partial s}{\partial m} = 0$ $\frac{\partial s}{\partial b} = 0$ *ec. (B. 2)*

De (2.20) $m \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i$ *ec. (B. 3)*

De (2.21) $m \sum_{i=1}^n x_i + bn = \sum_{i=1}^n y_i$ *ec. (B. 4)*

Sustituyendo para el ejemplo: $63m + 13b = 10$ *ec. (B. 5)*

$13m + 6b = 18$ *ec. (B. 6)*

Por tanto: $m \approx -0.8325$; $b \approx 4.8038$

Ahora relacionemos este método con conceptos de álgebra lineal. En el ejemplo tratamos de obtener la solución (m, b) del sistema de seis ecuaciones y dos incógnitas formado con los datos empíricos:

$$-m + b = 5; \quad 0m + b = 4; \quad m + b = 6;$$

$$3m + b = 1; \quad 4m + b = 3; \quad 6m + b = -1$$

Este sistema se expresa matricialmente como:

$$\bar{A} \bar{u} = \bar{Y}$$

Donde:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}; \quad u = \begin{bmatrix} m \\ b \end{bmatrix}; \quad y \quad Y = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 6 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

El primer miembro $A\bar{u}$ es la multiplicación:

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m + b \\ 0m + b \\ m + b \\ 3m + b \\ 4m + b \\ 6m + b \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix};$$

Osea, $A\bar{u}$ es una combinación lineal de las columnas de la matriz A . Debido a esto, el sistema sólo tiene solución si el vector de términos independientes pertenece al espacio columna de la matriz A .

El espacio W generado por las columnas de A es, en nuestro ejemplo, un subespacio del espacio R^6 (en general de R^n , donde n es el número de parejas de valores empíricos).

Buscamos un vector $\bar{y}_1 \in W$ tal que, la suma de los cuadrados de las diferencias de y (empíricas) menos y_1 (solución del sistema $y_1 = A\bar{u}$ sea mínima; es decir, el $y_1 \in W$ más cercano a y respecto al producto interno usual en R^6 (producto punto); esto es, el mínimo de $\|y - y_1\|^2$; y_1 , por el teorema de proyección, es la proyección de y sobre W (espacio generado por las columnas de A). Además, y puede expresarse como la suma de un vector de W (en este caso y_1) más otro (que aquí llamaremos vector g) del complemento ortogonal W^\perp de $W \therefore y = y_1 + g$. Por ser g elemento de W^\perp , debe ser ortogonal a todos los elementos de W , lo que se satisface si es ortogonal (con el producto interno considerado) a las columnas de A ; así,

$$\bar{g} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ g_4 \\ g_5 \\ g_6 \end{bmatrix} \text{ debe ser ortogonal tanto a } (\bar{c}_1)_A = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \\ a_{41} \\ a_{51} \\ a_{61} \end{bmatrix} \text{ como a } (\bar{c}_2)_A = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ a_{32} \\ a_{42} \\ a_{52} \\ a_{62} \end{bmatrix}$$

Entonces: $(\bar{c}_1)_A \cdot \bar{g} = 0$; $(\bar{c}_2)_A \cdot \bar{g} = 0$, es decir :

$$a_{11}g_1 + a_{21}g_2 + a_{31}g_3 + a_{41}g_4 + a_{51}g_5 + a_{61}g_6 = 0$$

$$a_{12}g_1 + a_{22}g_2 + a_{32}g_3 + a_{42}g_4 + a_{52}g_5 + a_{62}g_6 = 0$$

Este sistema expresado en forma matricial es:

$$A^T \bar{g} = \bar{0} \Rightarrow \begin{bmatrix} a_{11}g_1 + a_{21}g_2 + a_{31}g_3 + a_{41}g_4 + a_{51}g_5 + a_{61}g_6 \\ a_{12}g_1 + a_{22}g_2 + a_{32}g_3 + a_{42}g_4 + a_{52}g_5 + a_{62}g_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ g_4 \\ g_5 \\ g_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Al sustituir \bar{g} por $\bar{y} - \bar{y}_1$, y a \bar{y}_1 por $A\bar{u}$, resulta:

$$A^T(\bar{y} - A\bar{u}) = \bar{0} \Rightarrow A^T\bar{y} - A^T A\bar{u} = \bar{0} \Rightarrow A^T A\bar{u} = A^T\bar{y} \quad \text{para nuestro ejemplo}$$

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} m \\ b \end{bmatrix};$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 63 & 13 \\ 13 & 6 \end{bmatrix}; \quad A^T \bar{y} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 6 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 18 \end{bmatrix}$$

y por lo tanto: $\begin{bmatrix} 63 & 13 \\ 13 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 18 \end{bmatrix};$

Que es el mismo sistema al que llegamos al inicio de esta explicación, pero ahora se obtuvo de manera más directa, utilizando algebra lineal y matrices que pueden ser resueltas con una computadora.

Modelo cuadrático

Aplicamos lo anterior a otro conjunto de valores empíricos (tabla B.2) cuya gráfica (figura 2) nos sugiere buscar un polinomio de segundo grado $p(x) = ax^2 + bx + c$.

X	-3	-2	-1	1	3	5
Y	-1	1	2	3	1	0

Tabla B.2 Conjunto de valores conseguidos empíricamente.

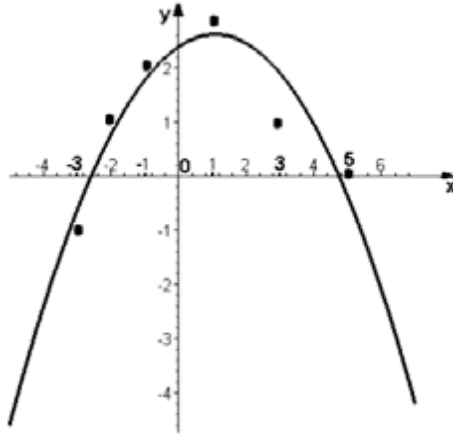


Figura B.2 Gráfica de valores empíricos a aproximar

$$A = \begin{bmatrix} 9 & -3 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \end{bmatrix}; \quad \bar{u} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}; \quad \bar{y} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix};$$

Los elementos de la primera columna de A , son los coeficientes de la incógnita a (cuadrado de los valores empíricos de x); los de la segunda columna son los coeficientes de b (valores de x); y los de la tercera los coeficientes de la incógnita c .

$$A^T A = \begin{bmatrix} 9 & 4 & 1 & 1 & 9 & 25 \\ -3 & -2 & -1 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & -3 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 805 & 117 & 49 \\ 117 & 49 & 3 \\ 49 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A^T \bar{y} = \begin{bmatrix} 9 & 4 & 1 & 1 & 9 & 25 \\ -3 & -2 & -1 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 805 & 117 & 49 \\ 117 & 49 & 3 \\ 49 & 3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema: $a \approx -0.1953$; $b \approx 0.4225$; $c \approx 2.3841$

Quedando la ecuación como: $p(x) \approx -0.1953x^2 + 0.4225x + 2.3841$

Referencias Bibliográficas

- [1] J. Apolina Muñoz Rodríguez, **Recent Advances in Optical Metrology**, Research Signpost, 2007.
- [2] M. Kouchi and M. Mochimaru, **Development of a low cost foot-scanner for a custom shoe making system**, 5th ISB Footwear Biomechanics, 58-59., Zurich, Switzerland, 2001.
- [3] Hans-Herd Maas, **Image sequence based automatic multi-camera system calibration techniques**, ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, Volume 54, Issues 5–6, Pages 352–359, December 1999.
- [4] Emilio J. González-Galván and Sergio Ruiz-Amézquita, **An efficient multi-camera, multi-target scheme for the three-dimensional control of robots using uncalibrated vision**, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Volume 19, Issue 5, Pages 387–400, October 2003.
- [5] James Black and Tim Ellis, **Multi camera image tracking**, Image and Vision Computing, Volume 24, Issue 11, Pages 1256–1267, 1 November 2006.
- [6] Greg Welch and Gary Bishop, **An introduction to the Kalman Filter**, University of North Carolina, July 2006.
- [7] Rita Cucchiara and Andrea Prati, **A multi-camera vision system for fall detection and alarm generation**, Expert Systems, Volume 24, Issue 5, Pages 334–345, November 2007.
- [8] Andrew D. Straw, Kristin Branson, Titus R. Neumann and Michael H. Dickinson, **Multi-camera real-time three-dimensional tracking of multiple flying animals**, The Royal Society, 2010.
- [9] Tine Lefebvre and Herman Bruyninckx, **Kalman Filters for Nonlinear Systems: A Comparison of Performance**. 2001.

-
- [10] G. Pajares and J M de la Cruz García, **Visión por computador**, Alfaomega Ra-Ma. 1-3. 2002.
- [11] K.S. FU, R.C. Gonzalez and C.S.G. Lee, **Robotics: control, sensing, vision and intelligence**, Mc Graw Hill, 1987.
- [12] A. Rosenfeld and A. C. Kak, **Digital Picture Processing**. Academic Press, 1982.
- [13] R. C. Gonzalez y R. E. Woods. **Tratamiento digital de imágenes**. Addison-Wesley/Díaz de Santos. 6-7.1996.
- [14] T. Aoi, H. Nagahashi and T. Agui, **Three-dimensional modeling using surface regions from industrial sketches**, SPIE Vol. 2501, 455-462 (1995).
- [15] M. F. M. Costa, **Surface inspección by optical triangulation method**, Opt Eng, Vol. 35 2743-2747 (1996).
- [16] A. Asundi and W. Zhou, **Mapping algorithm for 360-deg profilometry with time delay integration imaging**, Opt. Eng. Vol 38 No. 2, 339-344 (1999).
- [17] J.A. Muñoz-Rodríguez and R. Rodríguez-Vera, **Evaluation of the light line displacement location for object shape detection**, Journal of Modern Optics, Vol 50 No. 1, 137-154, (2003).
- [18] J.A. Muñoz-Rodríguez and R. Rodríguez-Vera and M. Servin, **Direct object shape detection base on skeleton extraction of a light line**, Opt. Eng. Vol. 39 No. 9, 2463-2471 (2000).
- [19] Y. Ichioka and M. Inuiya, **Direct phase detecting system**, Appl. Opt, Vol 11, No.7, 1507-1514 (1972).

[20] Z. Huang, **Finge skeleton extraction using adaptive refining**, *Optics and Laser in Engineering*. Vol 18, 281-295, (1993).

[21] M. Servin and R. Rodríguez-Vera, **Two-dimensional phase locked loop demodulation of interferograms**, *Journal of Modern Optics* Vol. 40 No. 3, 2087-2094, (1993).

[22] Ch. Doignon and D. Knittel, **A structured light vision system for out-of-plane vibration frequencies location of a moving web**, *Machine Vision and Applications*, Vol 16 No. 5, 289-297, (2005).

[23] M. Rosales, **Sistema de calibración automática para un equipo digitalizador 3D**, (2009).

[24] J.A. Muñoz-Rodríguez, A. Asundi and R. Rodríguez-Vera, **Recognition of a light pattern by Hu moments for 3-D reconstruction of a rotated object**, *Science direct, Optics & Laser Technology*, Vol 37., 131-138, 2005.

[25] J.A. Muñoz-Rodríguez and R. Rodríguez-Vera, **Evaluation of the light line displacement location for object shape detection**, *Journal of Modern Optics*, Vol 50 No. 1, 137-154, (2003).

[26] W. D. Herzog, M. S. Unlu, B. B. Goldberg, and G. H. Rhodes, **Beam divergence and waist measurement of laser diodes by near field scanning optical microscopy**, *Appl. Phys. Lett.* Vol. 70 No. 6, 688-690, (1997).

[27] J. A. Cox, **Evaluation of peak location algorithms with subpixel accuracy for mosaic focal planes**, *SPIE* Vol. 292, 288-99 (1981).

[28] R. J. Valkenburg, A. M. McIvor and P. W. Power, **An evaluation of subpixel feature localization methods for precision measurement**, *SPIE* Vol. 2350, 229-238 (1994).

-
- [29] J. A. Muñoz-Rodríguez, R. Rodríguez-Vera, and M. Servin, **Direct object shape detection base on skeleton extraction of a light line**, Opt. Eng. Vol 39 No. 9, 2463-2471 (2000).
- [30] J. A. Muñoz-Rodríguez, and R. Rodríguez-Vera, **Shape detection based on topography extraction from the width of the light line**. Optik. Vol. 111 No. 10, 435-442 (2000).
- [31] J. Apolina Muñoz Rodriguez, **Recent Advances in Optical Metrology**, Research Signpost, 2007.
- [32] Robert J. Schalkoff, **Artificial Neural Networks**, Applied numerical analysis, Addison Wesley, U.S.A. 1992.
- [33] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, **Numerical Recipes en C**, Cambridge Press, 1993.
- [34] Leda Speziale San Vicente, **Matemáticas y Cultura**, UNAM, Boletín No. 254. (2008).
- [35] J. R. Parker and C. Jennings, **Defining the digital Skeleton**, SPIE Vol. 1832, 224-234 (1992).
- [36] Q. Yu and K. Andresen, **Fringe Orientation maps and fringe skeleton extraction by the two-dimensional derivative sing binary-fringe method**, Applied Optics Vol.33 No. 9, 6873- 6878, (1994).
- [37] J. Trias Pairó, **Geometría para la informática gráfica y CAD**, AlfaOmega grupo editor, 293-316,(2005).
- [38] D. Hanselman and B. Littlefield, **Mastering MATLAB 7**, Pearson/Prentice Hall.. 2005.

-
- [39] R. Klette, K. Schluns and A. Koschanm, **Computer vision: Three dimensional data from images**, Springer. 53-55. Singapore, 1998.
- [40] M. Rosales, **Sistema de calibración automática para un equipo digitalizador 3D**, (2009).
- [41] T. Busch, **Fundamentals of Dimensional Metrology**, Delmar Publisher Inc. USA (1989).
- [42] M. David, N. Keith and L. Daeyong, “**Calibration of a laser range-finding coordinate-measuring machine**”, *Optical Engineering* Vol. 33, No. 10, 3372-3380 (1994).
- [43] K. J. Gasvik, **Optical Metrology**, John Wiley & Sons Ltd, 1-5, Great Britain (1987).
- [44] D. Malacara-Hernández, **Óptica Básica**, Fondo de Cultura Económica, 479, Segunda edición. México (2004).
- [45] T. Masters, “**Practical Neural Networks Recipients in C++**”, Academic Press, USA (1993).
- [46] D. C. Montgomery and G. C. Runger, “**Applied statistic and probality for engineers**”, Mc Graw Hill, USA. (2001).
- [47] J. A. Muñoz Rodríguez, “**Binocular Imaging of a Laser Stripe and Approximation Networks for Shape Detection**”, *Int J Imaging Syst Technol*, 17, 62-74 (2007).
- [48] J.E. Freund, “**Modern Elementary Statistics**”, Prentice Hall, USA. 1979.
- [49] Luis Enrique Llamosa, **Estudio de repetibilidad y reproducibilidad utilizando el método de promedios y rangos para el aseguramiento de la calidad de los resultados de calibración de acuerdo con la norma técnica ntciso/iec**, *Scientia et Technica* Año XIII, No 35, Agosto de 2007.
- [50] Wolfgang A. Schmid y Rubén J. Lazos Martínez, **Guía para estimar la incertidumbre de la medición**, Centro Nacional de Metrología, El marqués, Qro., México, mayo de 2000.

[51] Ruben Dario Cárdenas Espinoza, **Metrología e Instrumentación**, editorial Grin, México, 2009.

[52] J. Apolina Muñoz Rodriguez, **Recent Advances in Optical Metrology**, Research Signpost, 2007.

[53] <http://www.matterform.net/scanner>

[54] <http://www.creaform3d.com/es/soluciones-de-atencion-medica/productos/escaner-3d-de-atencion-medica/especificaciones-tecnicas>

[55] M. E. Mortenson, **Geometric Modeling**, Willey, Second edition, USA (1997).

[56] P. C. Gasson, **Geometric of Spatial Forms**, Wiley, New York (1989).