

Óptica no invasiva en el estudio de tejidos biológicos, usando la técnica de Holografía Digital Interferométrica (HDI).

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias por

M. en C. Silvino Muñoz Solís

Centro de Investigaciones en Óptica A. C.
Metrología Óptica.

Director de Tesis: **Dr. Fernando Mendoza Santoyo**

“Versión final. Incluye cambios sugeridos por revisores”

León Gto. México

Julio 2013

Índice General

<i>Lista de figuras</i>	IV
<i>Lista de Tablas</i>	VII
<i>Nomenclatura</i>	VII
<i>Resumen</i>	IX
Capítulo 1. Introducción	1
Capítulo 2. Conceptos Generales	
2.1 Proceso matemático en la grabación de un holograma	6
2.2 Determinación de fase por el método de la transformada de Fourier	12
Capítulo 3. Consideraciones y Resultados Experimentales	
<i>Parte 1 Prueba en látex</i>	
3.1 Módulo de elasticidad	18
3.2 Sincronización	20
3.3 Medición del módulo de Young bajo presión acústica empleando 3D-HDI	22
3.4 Medición del módulo de Young usando la máxima elongación	29
<i>Parte 2 Prueba en tejidos</i>	
3.5 Estructura del sistema auditivo y la membrana timpánica	32
3.6 Preparación de la muestra	35

3.7 <i>Modos de vibración de la membrana timpánica (MT).</i>	36
3.8 <i>Medición de la forma y deformaciones superficiales de la MT.</i>	42
3.8.1 <i>Forma.</i>	42
3.8.2 <i>Medición de la deformaciones superficiales de la MT.</i>	47
3.9 <i>Caracterización en cuerdas vocales.</i>	53
Capítulo 4. Conclusiones.	56
Publicaciones.	58
Referencias.	59
Apéndice A.	
<i>Moteado (speckle).</i>	64
Apéndice B.	
<i>Vector de sensibilidad y deformaciones.</i>	68
Apéndice C.	
<i>Membrana y placa delgada</i>	73

Lista de Figuras

1.	Arreglo para la grabación de un holograma.	9
2.	Ilustración grafica del espectro de Fourier con frecuencia portadora espacial f_o	13
3.	Espectro trasladado al origen.	14
4.	Etapas del método de la transformada de Fourier, para recuperar la fase contenida en un par de hologramas digitales interferométricos (HDI)	16
5.	Representación de una membrana circular deformada por una carga uniformemente distribuida.	19
6.	Diagrama de sincronización para la captura de los HDIs.	21
7.	Arreglo óptico para medir los micro desplazamientos en 3D. M espejo, Bs1 divisor de haz, Bs2 combinador de haz, L lente, A Apertura, OF fibra óptica mono-modo, AOM modulador acústico-óptico, P1, P2 y P3 direcciones (posiciones) de Iluminación al objeto.	24
8.	Mapas de fases envueltos del primer modo de resonancia en el látex a 1.2kHz.	25
9.	Vectores unitarios de iluminación $\hat{k}_1, \hat{k}_2, \hat{k}_3$; $\alpha \approx 25^\circ, \theta \approx 16^\circ$ y $\beta \approx 21^\circ$ ángulos de las tres posiciones de iluminación con respectó al plano x y, y al eje de la cámara \hat{k}_0 ; P ₁ , P ₂ y P ₃ representan las posiciones de iluminación.	26
10.	Relación stress-strain para el Látex.	28
11.	Mapa de fase desenvuelto de la deformación en dirección z.	32
12.	Esquema del sistema auditivo de un gato.	34
13.	Modelo de la membrana timpánica.	35
14.	Fotografía de la membrana timpánica de un gato.	36

15.	Arreglo óptico para medir los modos de vibración. M espejo, Bs1 divisor de haz, Bs2 combinador de haz, L lente, A Apertura, OF fibra óptica mono-modo, AOM modulador acústico-óptico.	37
16.	Modos de vibración (resonancia) de la MT usando un arreglo interferométrico fuera de plano a 100 dB de intensidad de sonido.	39
17.	Perfiles en diferentes regiones de la superficie de la MT.	40
18.	Máximos desplazamientos en mapas de fase desenvueltos: (A) $z=2\mu\text{m}$ a $f= 6 \text{ KHz}$, (B) $z=5\mu\text{m}$ a $f= 19 \text{ KHz}$	41
19.	Arreglo óptico para medir micro-desplazamientos en 3D. M espejo, Bs1 divisor de haz, Bs2 combinador de haz, L lente, A Apertura, OF fibra óptica mono-modo, AOM modulador acústico-óptico, P1, P2 y P3 direcciones (posiciones) de iluminación.	43
20.	Distribución de fase de la esfera con tilt; (a) Fase envuelta, y (b) Fase desenvuelta.	45
21.	(a) Mapa de fase resultante 3D después de remover el tilt, y (b) Representación de perfil.	45
22.	Contorno de la superficie de la MT encontrado experimentalmente.	47
23.	Arreglo óptico para medir micro-desplazamientos en 3D. M espejo, Bs1 divisor de haz, Bs2 combinador de haz, L lente, A Apertura, OF fibra óptica mono-modo, AOM modulador acústico-óptico, P1, P2 y P3 direcciones (posiciones) de iluminación.	48
24.	Medición de la vibración en la MT a 1,2 kHz. (a), (b) y (c) mapas de fase envueltos correspondientes a las direcciones de iluminación k_1 , k_2 y k_3 respectivamente (véase la fig. 1). Los mapas de fase desenvueltos (A), (B) y (C) se obtuvieron de los mapas de fase anteriores.	49
25.	Desplazamientos de la membrana timpánica a lo largo de las direcciones x , y , y z , (A), (B) y (C) respectivamente. La forma del objeto y los ejes coordenados están en mm.	51

26.	Deformaciones sobrepuestas con el contorno de la MT. (A) dirección normal y (B) tangencial.	52
27.	Anatomía de la Laringe, resaltando la ubicación de las cuerdas vocales.	54
28.	Desplazamiento de las cuerdas vocales: (A) patrón de franjas; (B) mapa de fase envuelta.	55
A1.	Esparcimiento de la luz sobre una superficie.	64
A2.	Patrón de moteado de una superficie iluminada con luz coherente	64
A3.	Formación de moteado al iluminar una superficie rugosa; (A) Formación de moteado objetivo, (B) Formación de moteado subjetivo.	66
A4.	Patrón de franjas formado a partir de la correlación de dos patrones de moteado.	67
B1.	Diagrama para el estudio del vector de sensibilidad	69
B2.	Vector de sensibilidad.	69
B3.	Arreglo fuera de plano.	70
C1.	Geometría de un plano, mostrando el plano medio en sus ejes cartesianos	73
C2.	Limites para distinguir la teoría de placas, en placas delgadas y teoría de membranas en relación a/h	75

Lista de Tablas

1. Valores del módulo de Young (E) obtenido del desplazamiento en la dirección x. 28
2. Valores del módulo de Young usando la máxima elongación que experimenta el material. 31

Nomenclatura

\mathbf{r}	vector
t	tiempo
ϕ	fase
ω	frecuencia angular
ν	frecuencia temporal
i	denota la raíz cuadrada de -1
k	vector de propagación
*	denota el complejo conjugado
f_0	frecuencia espacial
\mathcal{F}	denota la transformada de Fourier
ε	deformación (strain)
σ	esfuerzo (stress)
E	módulo de elasticidad
δ	alargamiento

Agradecimientos

Agradezco a mis padres por su gran apoyo y confianza que depositaron en mí, así como a mis hermanos y familiares que siempre han estado conmigo. A mi compañera que con su amor y paciencia he logrado conseguir este sueño.

No olvido a los amigos que me han impulsado y he tenido que dejar por buscar mis sueños.

A los nuevos amigos, compañeros y profesores del CIO.

Al Dr. Fernando Mendoza Santoyo muy en especial por ser una persona quien admiro y por haberme brindado el honor de ser mi asesor de tesis y de haberme apoyado en todo momento. Gracias por haber creído en mí.

A la Dra. María del Socorro Hernández Montes por su gran apoyo en la realización de esta tesis.

Al Dr. Manuel H. de la Torre Ibarra y Dr. Daniel Donato Aguayo que me encaminaron en esta aventura.

A las instituciones CONACYT y CIO.

Resumen

Una de las inquietudes en el área de la metrología es llevar las técnicas a áreas donde se pueda explotar el potencial y así desarrollar instrumentos capaces de trabajar en condiciones diversas. En este trabajo se aplica la técnica de Holográfica Digital Interferométrica (HDI), para el estudio de tejidos biológicos, tan frágiles como la membrana timpánica. Para producir un ambiente real, la membrana timpánica se sometió a presiones acústicas.

En principio y como objeto de prueba, se realizó un análisis mecánico a un trozo de material elástico (látex), encontrando primero su primer modo de vibración utilizando un arreglo interferométrico fuera de plano, sistema al que se conoce como 1D, para luego determinar su módulo de elasticidad partiendo de la descomposición vectorial de los desplazamientos superficiales utilizando tres fuentes de iluminación, sistema llamado 3D. Este primer análisis nos permitió validar la factibilidad de usar la técnica en muestras biológicas. Usando el método de iluminación de dos posiciones se determinó primero la forma de la membrana timpánica (MT). Y de la misma manera como en el látex, se usó el sistema 1D para encontrar el modo fundamental del tejido y el sistema 3D para medir los valores de la deformación superficial de la membrana timpánica. Como prueba adicional se caracterizaron cuerdas vocales obteniendo patrones de vibración al paso de flujo de aire. Estos resultados fueron obtenidos con HDI de forma dinámica, presentando solo por este hecho una ventaja en comparación con técnicas tradicionales como la interferometría electrónica de patrones de moteado (ESPI).

Introducción

Los eventos fisiológicos producidos en el sistema auditivo han sido objeto de estudio por muchos investigadores como von Békésy [1], siendo un pionero en el estudio de la transmisión del sonido en el sistema auditivo, considerado también como un sistema biomecánico por su complejidad. El estudio del oído medio donde se encuentra la membrana timpánica se ha diagnosticado de manera típica a través de otoscopia, una inspección ocular de la membrana timpánica a través del conducto auditivo. Sin embargo, el desarrollo tecnológico ha facilitado que surjan nuevos métodos y técnicas que han mejorado los diagnósticos clínicos, por ejemplo, la video-otoscopia [2] que es una técnica endoscópica que tiene la posibilidad de grabar el evento para después ser analizada, y la timpanometría [3,4] que es una técnica utilizada para evaluar la movilidad de la membrana timpánica durante la variación de presión de aire.

Estas técnicas de inspección visual siempre han dependido de la experiencia práctica subjetiva y cualitativa para el diagnóstico, en donde factores como: ausencia de visión binocular y manejo inadecuado del instrumento, entre otros, tienen como consecuencia la imprecisión de los diagnósticos. La timpanometría que utiliza un sello hermético entre el instrumento y el conducto auditivo externo para realizar el diagnóstico, también presenta deficiencias ya que requiere una amplia cooperación del paciente. Por tanto, sigue siendo necesario desarrollar y contar con nuevos métodos que nos permitan la visualización en campo completo y la cuantificación de las propiedades fisiológicas de tejidos frágiles como lo es la membrana timpánica (MT), mejorando la precisión de los diagnósticos clínicos. Algunos métodos no-invasivos (o de no-contacto)

reportados son: Interferometría de Moiré [5] el cual se ha utilizado para medir la forma de la MT en gatos y jerbos, técnica que permite analizar la superficie de la muestra a través de patrones de franjas; Vibrometría láser-Doppler (LDV) [6-8] técnica usada para la medición de pequeños movimientos de la membrana timpánica a través de las mediciones del desplazamiento del umbo; holografía de tiempo-promediado [9-14] donde se han estudiado las características vibratorias en membranas timpánicas de humanos, gatos y chinchillas. Más recientemente se reportan métodos como la tomografía computarizada microscópica (micro-CT) usando rayos-x [15] para medir desplazamientos y deformaciones en el oído medio de humanos y jerbos bajo una carga de presión acústica. El trabajo de G. Volandri [16] realiza una breve descripción de la estructura y anatomía de la membrana timpánica, así como un recuento de trabajos de investigación sobre la membrana timpánica.

En este trabajo de tesis se usa la técnica de holografía digital interferométrica (HDI), para estudiar tejidos biológicos a través de las mediciones de los desplazamientos sobre su superficie. Este método de no-contacto y no-destructivo tiene la ventaja de hacer las mediciones en un campo de vista completo. Es decir, las mediciones se realizan sobre toda la superficie del objeto sin modificar sus propiedades mecánicas. Esta técnica es muy utilizada en metrología óptica para medir forma y deformaciones de objetos sólidos [17,18], causadas por fuerzas mecánicas, cambios de temperatura o cambios del medio ambiente, entre otras formas que permiten el análisis de vibraciones [19,20]. Esta técnica ha resultado ser adaptativa para muchas áreas de investigación, empleándose en diversas aplicaciones [21].

La técnica de HDI al igual que la Interferometría Electrónica de Patrones de Speckle (ESPI) [22], hace uso del moteado, que surge al iluminar cualquier objeto rugoso con una fuente de luz coherente, como lo es el láser. Los hologramas registrados por la cámara son el resultado de

hacer interferir el patrón de moteado con un haz de referencia proveniente de la misma fuente de iluminación. El arreglo interferométrico utilizado para determinar los modos de vibración de la muestra se compone de un sistema sensible fuera de plano (sistema 1D) [23], donde el objeto bajo prueba se ilumina y se observa en dirección a la normal a su superficie. La configuración se puede ver en el apéndice B (figura B3), la sensibilidad de este arreglo está determinada y controlada por el ángulo de iluminación y la longitud de onda de la fuente de iluminación. Para medir todas las componentes del desplazamiento de un objeto se deben combinar tres vectores de sensibilidad independientes a fin de obtener las tres componentes d_x , d_y y d_z , (sistema 3D), que tiene la capacidad de separar las componentes del desplazamiento tanto tangenciales como normales de la superficie del objeto [24-26].

En el capítulo dos de este trabajo, se expone la base teórica para la grabación de hologramas, donde se hace un recuento matemático para grabar y reconstruir la amplitud y fase de un frente de onda. Las películas holográficas usadas en la holografía clásica en la década de los años 60s han sido reemplazadas con dispositivos de carga acoplada o CCD (charge-coupled device) y dispositivos CMOS (complementary metal oxide semiconductor), sensores que permiten una mayor flexibilidad y rapidez de grabación. También se describe el método de Fourier para encontrar la fase de un par de hologramas.

En el capítulo tres, se realiza en principio un análisis mecánico para determinar el módulo de elasticidad de un trozo de material elástico partiendo de la descomposición vectorial de los desplazamientos superficiales d_x , d_y y d_z . Se usan dos formas para determinar el módulo de elasticidad de material: la primera, parte de la relación lineal del esfuerzo con la deformación que sufre el material a bajas frecuencias de vibración y se compara con la elongación máxima que sufre el material basada en la teoría de placas delgadas. Este primer estudio con el sistema 3D-

HDI, valida el hecho de poder usar esta técnica en el análisis biomecánico de un tejido tan delicado como lo es la MT.

En la segunda parte, se usa el mismo arreglo para medir los valores de la deformación de la superficie de la membrana timpánica en 3D, que tiene la capacidad de separar las tres componentes del desplazamiento d_x , d_y y d_z . Para poder realizar la descomposición vectorial de los desplazamientos superficiales del tejido se midió primero la forma irregular de la MT usando el método de dos posiciones de iluminación. Con este método se encontró que tiene una forma semi-cónica. Con el sistema 3D-HDI se tiene la capacidad para separar la deformación en las componentes tangenciales y normales a la superficie del objeto mediante tres direcciones de iluminación.

Como prueba adicional, se caracterizaron las cuerdas vocales extraídas de la laringe de un cerdo, obteniendo patrones de vibración al paso de un flujo de aire a través de la tráquea. Para encontrar estos patrones de vibración se utilizó una cámara CCD de alta velocidad.

En el capítulo cuatro se concluye que el sistema HDI es capaz de ser utilizado en aplicaciones dentro del campo biomédico, ya que además de contar con una inspección superficial puede dar un diagnóstico acertado al especialista, éste también tendría la capacidad de analizar cuantitativamente algunos problemas patológicos que pudiera tener el tejido (como por ejemplo: la rigidez del tejido al comparar los resultados entre un tejido sano y uno enfermo). Con este método se obtuvieron algunas de las propiedades mecánicas del material elástico, cuyo resultado se obtuvo de forma dinámica, además de que se obtienen los valores de los desplazamientos con mucha mayor precisión. Lo anterior representa una ventaja en comparación con técnicas

tradicionales como la video otoscopia y timpanometría que tienen la posibilidad de grabar los eventos para luego ser analizados, prácticamente es una inspección ocular.

En la última parte del trabajo se incluyeron tres apéndices con la finalidad de profundizar en los conceptos más relevantes para este trabajo. El primer apéndice trata de la luz esparcida por las superficies rugosas, efecto conocido como moteado, resaltando la manera para encontrar el tamaño de la mota. El segundo apéndice trata de la sensibilidad interferométrica, partiendo de la geometría del sistema óptico. Para un análisis tridimensional se deben combinar tres vectores de sensibilidad con la finalidad de obtener tres vectores de deformación. En el último apéndice se exponen conceptos y expresiones para tratar a un material elástico como membrana o placa delgada, ya que las ecuaciones utilizadas en placas delgadas son también utilizadas en membranas. En este breve análisis se concluye que hay una línea muy delgada que debe considerarse cuando se trata de un material elástico de cierto grosor y longitud para ser tratado como membrana o como placa delgada.

2

Conceptos Generales

La Holografía Interferométrica propuesta desde la década de los 60s, ha sido una técnica que se ha adaptado al desarrollo tecnológico. Las películas holográficas usadas en la holografía clásica fueron reemplazadas con cámaras CCD, las cuales son cada vez más rápidas y de mayor resolución. Sin embargo, los conceptos básicos para la grabación de los hologramas siguen siendo los mismos. Por tanto, en este capítulo se describe el proceso matemático para la grabación de un holograma, y para una evaluación cuantitativa se describe el método de Fourier para encontrar la fase de un par de hologramas.

2.1 Proceso matemático en la grabación de un holograma

La radiación electromagnética puede ser descrita por la dependencia espacial y temporal de los campos eléctricos y magnéticos, que son interrelacionados por las ecuaciones de Maxwell. La grabación holográfica responde principalmente a la intensidad del campo eléctrico, representando las ondas de luz en el proceso holográfico. En la práctica, las ondas son originadas de una fuente monocromática es decir, que tiene una sola frecuencia.

Para simplificar la formulación matemática, las ondas de luz se consideran linealmente polarizadas. En consecuencia, solo una componente del campo eléctrico puede ser considerada. Por lo tanto, una onda de luz se puede representar por una cantidad escalar $u(\mathbf{r},t)$, donde \mathbf{r} es el

vector posición dentro de un sistema coordenado y con origen arbitrario cero. El tiempo es representado por t y tiene un punto de partida arbitrario. La expresión para una onda monocromática puede ser escrita como:

$$u(\mathbf{r}, t) = A(\mathbf{r})\cos \{\phi(\mathbf{r}) - \omega t\} \quad (1)$$

Donde $A(\mathbf{r})$ es la amplitud en un punto (x, y, z) para un sistema cartesiano y $\phi(\mathbf{r})$ es la fase correspondiente. La frecuencia angular ω está relacionada con la frecuencia temporal ν , dada por $\omega = 2\pi\nu$. Otra manera de escribir la ecuación anterior es:

$$u(\mathbf{r}, t) = \text{Re}\{U(\mathbf{r})\exp(-i\omega t)\} \quad (2)$$

Donde $i = \sqrt{-1}$, Re es la parte real y $U(\mathbf{r})$ está dada por:

$$U(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r})\exp\{i\phi(\mathbf{r})\} \quad (3)$$

La función contiene la información completa de la distribución espacial de la amplitud y fase de la onda de luz. La dirección en la cual viaja la onda es representada por el vector de propagación $\mathbf{k}(\mathbf{r})$ conocido como número de onda k . Para una onda plana el vector de propagación $\mathbf{k}(\mathbf{r})$ es una constante $k=2\pi/\lambda$, y en donde la fase $\phi(\mathbf{r}) = \phi_0 + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$, con ϕ_0 de fase en el origen. Consecuentemente una onda plana uniforme es representada por:

$$U(\mathbf{r}) = a \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (4)$$

Donde a es una constante compleja cuyo módulo es $|a|$. Los haces de luz que se forman por medio del esparcimiento de una superficie rugosa (de algún objeto arbitrario), se componen de muchas ondas diferentes, teniendo cada una su propia distribución de amplitud y fase.

No hay ningún sensor, como la retina, películas fotográficas o dispositivos electrónicos, que puedan responder lo suficientemente rápido para seguir las oscilaciones de alta frecuencia del vector del campo eléctrico. Sin embargo en su lugar, todos los foto-detectores son sensibles al flujo de energía de la luz incidente. El tiempo promedio de muchos periodos de este flujo de energía es la irradiancia I que es proporcional a la intensidad y se define como el módulo al cuadrado de la función de onda.

$$I(\mathbf{r}) = |U(\mathbf{r})|^2 = U(\mathbf{r}) \cdot U^*(\mathbf{r}) \quad (5)$$

Con * denotando el complejo conjugado. Como los medios de grabación responden solo a la irradiancia, toda la información de la distribución de la fase se pierde y para evitarlo, la fase debe ser codificada como una modulación espacial de la irradiancia. Esto se realiza mediante la conversión de la información de la fase dentro de un patrón de interferencia. Para esto, un haz objeto se hace interferir con otro que sea coherente consigo mismo, teniendo la misma frecuencia angular ω , llamando a éste haz de referencia. Como se puede ver en la figura 1, en la práctica los haces son derivados de la misma fuente.

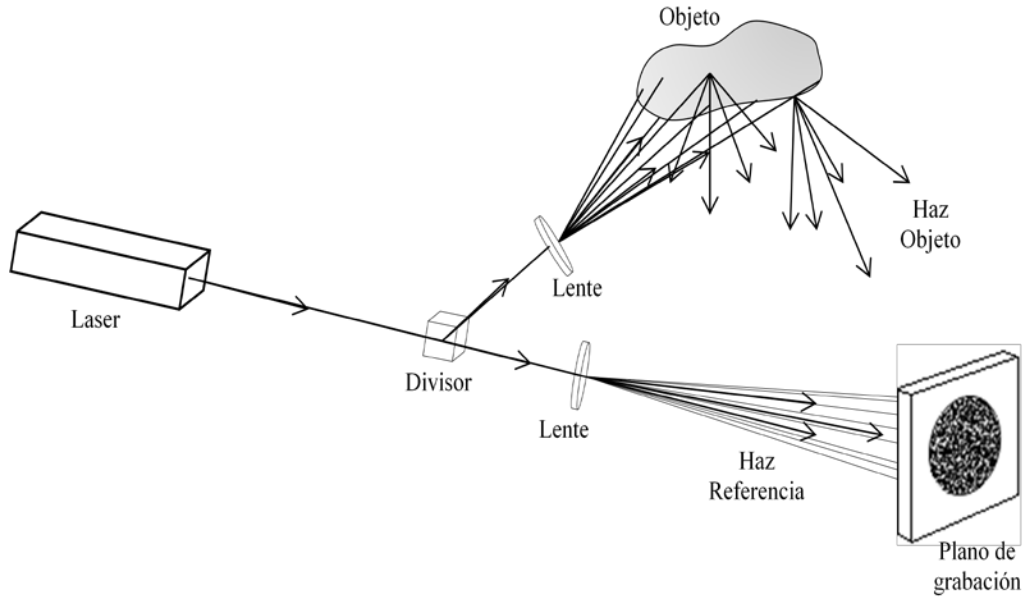


Figura 1. Arreglo para la grabación de un holograma.

Un divisor de haz es utilizado para dividir el haz en dos, uno sirve para iluminar al objeto y el otro actúa como haz de referencia. Ambos haces se hacen divergentes por medio del uso de lentes colocados en sus caminos ópticos. El objeto esparce la luz debido a la rugosidad del objeto.

Si tomamos un vector de posición \mathbf{r}_s de un punto arbitrario sobre la superficie del objeto S , se puede representar una función de onda U_{obj} a partir de puntos inmediatamente adyacentes de la superficie promedio, en relación a la función de iluminación U_{ill} ,

$$U_{obj}(\mathbf{r}_s) = \rho(\mathbf{r}_s)U_{ill}(\mathbf{r}_s) \quad (6)$$

Donde $\rho(\mathbf{r}_s)$ representa la función compleja de esparcimiento (scattering), conocida también como función de reflexión de superficies rugosas. U_{obj} contiene información de la forma del objeto, así como sus características de esparcimiento debidas a la difracción [27].

La intensidad del objeto que se observa en un plano a cierta distancia del objeto, es un patrón aleatorio conocido como moteado o speckle (ver apéndice A). Las motas son causadas por la rugosidad superficial del objeto. La onda objeto está compuesta por muchas ondas coherentes, cada una derivada de un elemento diferente de la superficie del objeto. Dado que estos elementos son aleatorios el resultado de la interferencia forma un patrón de moteado.

La interferencia del haz objeto con el haz de referencia se modula espacialmente, conservando la información de la fase. Las funciones de onda de estos dos haces pueden ser escritas como:

$$U_{ref}(r) = A_{ref}(r)\exp \{i\varphi_{ref}(r)\} \quad (7)$$

y

$$U_{obj}(r) = A_{obj}(r)\exp \{i\varphi_{obj}(r)\} \quad (8)$$

Que al sobreponerse producen interferencia. La intensidad está dada por:

$$\begin{aligned} I(r) &= \{U_{ref}(r) + U_{obj}(r)\}\{U_{ref}(r) + U_{obj}(r)\}^* \\ &= I_{ref}(r) + I_{obj}(r) + 2A_{ref}(r)A_{obj}(r) \cdot \cos \{\varphi_{ref}(r) - \varphi_{obj}(r)\} \end{aligned} \quad (9)$$

Que en un sistema cartesiano bidimensional se puede escribir como:

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos \{\varphi(x, y)\} \quad (10)$$

Donde $a(x, y) = I_{ref}(r) + I_{obj}(r)$ y $b(x, y) = 2\sqrt{I_{ref}(r)I_{obj}(r)}$ representan las variaciones de irradiancia debido a la no uniformidad de los haces esparcidos por el objeto, $\cos\{\varphi(x, y)\}$ describe la formación de franjas de interferencia, que contiene la información deseada: el coseno es una función periódica y uniforme. Así que cada fase calculada de una distribución de

intensidad, de la forma como la ecuación (10) es definida por un múltiplo entero de 2π . En la práctica, las ondas que se suman difieren muy poco en sus longitudes de onda y frecuencias, existiendo solamente un cambio de fase entres los frentes de onda.

Para la evaluación cuantitativa, los interferogramas son registrados por una cámara CCD y almacenados en un formato digital en la computadora. Es decir, que la intensidad es registrada y digitalizada en un arreglo de $M \times N$ pixeles en valores de niveles de gris, conocido como rango dinámico. La distribución de la fase en el interferograma es el objetivo principal en la medición interferométrica contenida dentro de la función coseno, y es común que en las técnicas interferométricas se utilicen corrimientos de fase para su análisis.

En la práctica, un corrimiento de fase o modulación de un interferograma puede ser inducido al mover un espejo, inclinando una placa de vidrio para cambiar la trayectoria óptica de uno de los haces del interferómetro, actuadores como los piezoeléctricos que generan desplazamientos de fracciones de longitud de onda o componentes de polarización que puede producir corrimientos de fase continuos o discretos, entre los haces objeto y de referencia. Estos métodos corren la frecuencia de unos de los haces del interferómetro con respecto al otro para introducir una diferencia de camino óptico (de fase) entre los haces objeto y referencia. Para recuperar la fase contenida en un interferograma, en este trabajo se utiliza el método de la transformada de Fourier [28], que se trata a continuación.

2.2 Determinación de fase por el método de la transformada de Fourier

El método de Fourier, es un análisis espectral cuyo objetivo es recuperar la función de distribución de la fase. La ecuación fundamental que describe un patrón de ondas es como la ecuación (10), solo que con una frecuencia portadora espacial f_0 adicional que se introduce inclinando uno de los haces que interfieren, o sea:

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos \{2\pi f_0 x + \varphi(x, y)\} \quad (11)$$

Donde $a(x, y)$, $b(x, y)$ y $\varphi(x, y)$ varían lentamente en comparación con la variación introducida por la portadora de frecuencia espacial f_0 . De la ecuación (11) y utilizando la relación $\cos\theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$, el patrón de interferencia se puede reescribir de la siguiente forma:

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \{e^{i(2\pi f_0 x + \varphi(x, y))} + e^{-i(2\pi f_0 x + \varphi(x, y))}\} / 2 \quad (12)$$

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \{e^{i(2\pi f_0 x)} e^{i\varphi(x, y)} + e^{-i(2\pi f_0 x)} e^{-i\varphi(x, y)}\} / 2 \quad (13)$$

Haciendo

$$c(x, y) = (1/2)b(x, y)e^{i\varphi(x, y)} \quad (14)$$

Se obtiene

$$I(x, y) = a(x, y) + c(x, y) \exp(i2\pi f_0 x) + c(x, y)^* \exp(-i2\pi f_0 x) \quad (15)$$

Donde * de nota al complejo conjugado de $c(x, y)$. Una manera de obtener la transformada de Fourier de una onda armónica es utilizar el teorema de convolución, que para el caso de una sola componente se expresa como $\mathcal{F}\{f(x)e^{-ik_0 x}\} = F(k - k_0)$. Por tanto, la transformada de Fourier de la ecuación (15) con respecto a x es:

$$\mathbf{I}(f, y) = \mathbf{A}(f, y) + \mathbf{C}(f - f_0, y) + \mathbf{C}^*(f + f_0, y) \quad (16)$$

Donde las letras en negrita indican la transformada de Fourier. Ahora bien, si la frecuencia portadora espacial f_0 es lo suficientemente alta en comparación con las variaciones de $a(x, y)$, $b(x, y)$ y $\varphi(x, y)$, el espectro de Fourier es separado en forma trimodal como se representa en la figura 2.

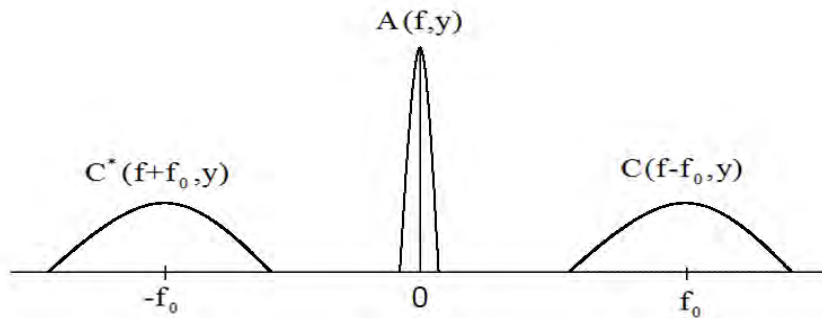


Figura 2. Ilustración grafica del espectro de Fourier con frecuencia portadora espacial f_0 .

El término $\mathbf{A}(f, y)$ es centrado en el origen, ya que representa una señal de baja frecuencia. Los lóbulos simétricos situados alrededor del origen representan el espectro de Fourier del término de interferencia $b(x, y) \cos(2\pi f_0 x + \varphi(x, y))$. Por medio de un filtro pasa banda se puede aislar cualquiera de los dos espectros $\mathbf{C}(f - f_0, y)$ o $\mathbf{C}^*(f + f_0, y)$ términos que corresponden a la visibilidad compleja. La portadora se puede eliminar en el dominio espacial a partir de un valor conocido de f_0 ó en el dominio espectral, desplazando el espectro al origen de frecuencias para quitar la frecuencia portadora antes de calcular la transformada inversa de Fourier. Haciendo uso, por ejemplo de $\mathbf{C}(f - f_0, y)$ y trasladarlo al origen obtenemos $\mathbf{C}(f, y)$, como se muestra en la figura 3.

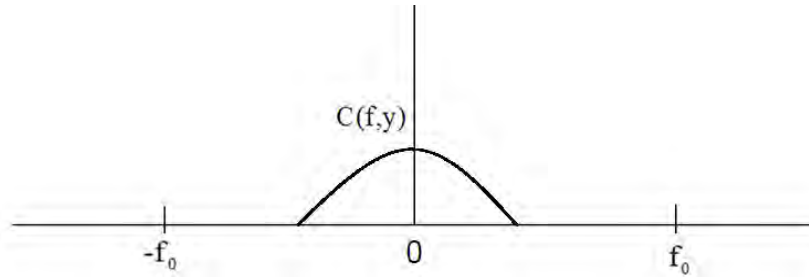


Figura 3. Espectro trasladado al origen

Para recuperar la fase, primero se calcula la transformada inversa de Fourier de $C(f,y)$ con respecto a f y se obtiene $c(x,y)$ número complejo definido por la ecuación (14). Así la fase puede obtenerse como:

$$\varphi(x,y) = \tan^{-1} \left[\frac{\text{Im}\{c(x,y)\}}{\text{Re}\{c(x,y)\}} \right] \quad (17)$$

Un método práctico para encontrar la fase resultante, se basa en la reconstrucción de dos patrones de interferencia (o patrón de franjas) con un cambio de fase entre ellos φ . La evaluación de la distribución de fase se efectúa digitalmente por medio de la substracción de los dos patrones, es decir $\Delta\varphi(x,y) = \varphi(x,y) - \varphi'(x,y)$, siendo $\varphi'(x,y)$ la contribución del segundo patrón.

A partir de dos distribuciones de intensidad,

$$I_1(x,y) = a(x,y) + b(x,y) \cos [\phi(x,y)]$$

$$I_2(x,y) = a(x,y) + b(x,y) \cos [\phi(x,y) + \varphi(x,y)] \quad (18)$$

se realiza un proceso para cada una de las distribuciones de intensidad, como se describe en las ecuaciones (12- 17) y se obtiene:

$$\begin{aligned}
c_1(x, y) &= (1/2)b(x, y)e^{i\phi(x,y)} \\
c_2(x, y) &= (1/2)b(x, y)e^{i\phi(x,y) + i\varphi(x,y)}
\end{aligned} \tag{19}$$

De las ecuaciones (19) el cambio de fase es determinado por:

$$\Delta\varphi(x, y) = \tan^{-1} \frac{Re\{c_1(x, y)\} Im\{c_2(x, y)\} - Re\{c_2(x, y)\} Im\{c_1(x, y)\}}{Im\{c_1(x, y)\} Im\{c_2(x, y)\} + Re\{c_1(x, y)\} Re\{c_2(x, y)\}} \tag{20}$$

Donde *Re* e *Im* son las partes real e imaginaria de $c_1(x, y)$ y $c_2(x, y)$. El resultado neto es que la fase se encuentra “envuelta” por un módulo de 2π debido a la función arco tangente, es decir, que el mapa de fase resultante presenta discontinuidades cada 2π . Para recuperar la forma de la función $\varphi(x, y)$ se deben suprimir las discontinuidades en ambas direcciones, lo que se logra al añadir 2π cada vez que el ángulo de fase pase de $2\pi \rightarrow 0$ o restando 2π si el cambio es de $0 \rightarrow 2\pi$. Así, el resultado es un mapa de fase desenvuelta. Sin embargo el proceso se dificulta cuando los valores de fase son mayores a 2π , generados por ruido o por las discontinuidades en el patrón de franjas, defectos que pueden aparecer como cambios repentinos en el espaciamiento de las franjas, violando así la condición de Nyquist. Existen diversos métodos de desenvolvimiento de fase, a saber el desenvolvimiento de fase usando mínimos cuadrados, en donde se calcula el gradiente de la fase envuelta a lo largo de las direcciones *x*, *y*; el seguidor de curvatura de frecuencia (Tracking Curvature Frequency: FCT); el método de la transformada de Hilbert bidimensional (2D-HT), entre muchos otros [29]. En nuestro caso, los mapas de fase envueltos se procesaron con un software de desenvolvimiento de fase (Phase Vision Ltd. Pv_spua2) desarrollado por el grupo del profesor John Huntley de la universidad de Loughborough en Inglaterra, proporcionándonos los desplazamientos de todo el campo del mapa de fase. Este toolbox para Matlab se procesa de manera habitual. Esta técnica de

desenvolvimiento de fase espacial utiliza el método *minimum-cost-matching* [30], trabaja por medio de recortes de rama que se unen a las fuentes de las discontinuidades y que marcan el comienzo o el final de una discontinuidad de fase de 2π . En la figura 4 se muestran las etapas del método de la transformada de Fourier, para recuperar la fase contenida en un par patrones de interferencia.

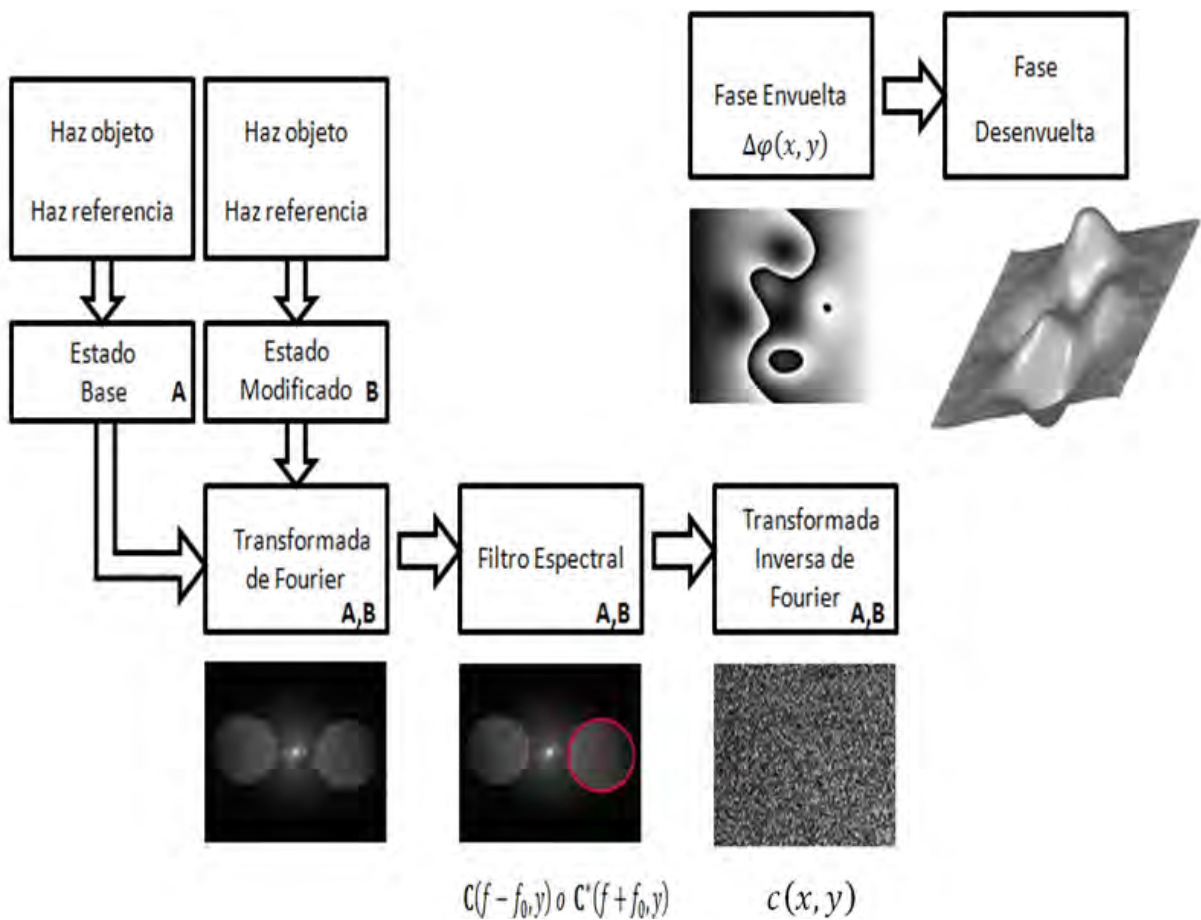


Figura 4. Etapas del método de la transformada de Fourier, para recuperar la fase contenida en un par de hologramas digitales interferométricos (HDI).

3

Consideraciones y Resultados Experimentales

En este capítulo se presenta el desarrollo experimental para el estudio de tejidos biológicos, usando el método de la transformada de Fourier, para recuperar la fase contenida en cada par de Hologramas Digitales Interferométricos (HDIs). Como objeto de prueba de concepto y partiendo de la descomposición vectorial de los desplazamientos superficiales de la muestra, se utilizó una membrana elástica extraída de un trozo de látex (guante). En la primera parte del capítulo se presentan los conceptos para determinar el módulo de elasticidad. Primero utilizando la relación lineal entre el stress-strain a pequeñas cargas de esfuerzo, el cual sirve para caracterizar el material usando la ley de Hooke. Se comparó el resultado obtenido por medio de la teoría de placas delgadas, usando la máxima elongación central que sufre el material. Este primer estudio valida el hecho de usar la técnica de Holografía Digital Interferométrica utilizando tres posiciones de iluminación (3D-HDI). En la segunda parte del capítulo, se cambia el látex por la membrana timpánica (MT), para realizar la descomposición vectorial de los desplazamientos superficiales en la muestra biológica primero se midió la forma irregular de ésta, usando el método de dos posiciones de iluminación. Con la forma como plano de referencia y las deformaciones superficiales se separó la deformación tanto tangencial como normal del objeto después de haber medido los desplazamientos d_x , d_y y d_z . Con la finalidad de que esta técnica también pueda ser empleada en otros tejidos, como prueba adicional se caracterizaron las cuerdas vocales de cerdo, obteniendo patrones de vibración al paso de un flujo de aire a través de la tráquea, estos patrones de vibración se capturaron con una cámara de alta velocidad.

3.1 Módulo de elasticidad

Para conocer las propiedades mecánicas de un material sólido, se utilizan instrumentos llamados extensómetros [31], usando galgas extenso-métricas como transductores para medir las cargas de fuerza aplicada: pudiendo ser mecánicas, eléctricas u ópticas. Hay varios métodos ópticos para determinar los parámetros mecánicos que tienen la ventaja de medir deformaciones sobre toda la superficie del objeto, ideal para materiales frágiles o elásticos [32-34]. En la mecánica de sólidos elásticos la distribución de tensiones es complicada. En el caso más general la deformación necesita ser descrita mediante un tensor de deformaciones ε (strain), mientras que los esfuerzos internos en el material necesitan ser representados por un tensor de tensiones σ (stress). Estos dos tensores están relacionados por ecuaciones lineales conocidas como ecuaciones Lamé-Hooke [35-37], ecuaciones constitutivas que caracterizan el comportamiento de un sólido elástico lineal. En un sólido elástico lineal, homogéneo e isotrópico tiene la forma:

$$\sigma_{ij} = \sum_{k,l} C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (21)$$

Donde C_{ijkl} es el tensor de constantes elásticas y depende de la elección de los ejes coordenados. En el caso de un problema unidimensional donde las deformaciones o tensiones en direcciones perpendiculares a una dirección dada se pueden ignorar, es decir $\sigma = \sigma_{11}$, $\varepsilon = \varepsilon_{11}$ y $C_{11} = E$, reduce la ecuación anterior a:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E \quad (22)$$

El esfuerzo normal bajo una carga axial es $\sigma = P/A$ y la deformación unitaria $\varepsilon = \delta/l$. Esta relación de esfuerzo es proporcional a la deformación, hasta llegar al límite de la elasticidad del material, por lo que la pendiente dentro de este segmento de proporcionalidad es el módulo de

elasticidad representado por E. Por tanto, la ecuación (22) se puede expresar en términos de fuerzas y deformaciones por la ecuación:

$$\delta = Pl/AE \quad (23)$$

Siendo P la fuerza total aplicada, l la longitud de la muestra, δ es el alargamiento o desplazamiento total de la muestra, A es el área de la sección recta de la muestra y E es la constante elástica del material. Es preciso aclarar que al dividir la magnitud P de las fuerzas internas distribuidas entre la sección transversal de área A, esto representa el valor medio del esfuerzo a través de la sección transversal de la muestra. El valor constante de proporcionalidad fue por primera vez calculado por Thomas Young, quien asume que entre mayor sea su valor, mayor será la rigidez del material mientras no exceda el límite elástico del material. Cabe mencionar que el valor del módulo de Young de un material puede cambiar con la temperatura.

Para la determinación del módulo de Young se utilizó una muestra circular de látex de radio r y grosor h , extraída de un guante de cirujano, considerando que la muestra es homogénea y que tiene un grosor uniforme. En la figura 5 se representa el perfil de la membrana circular, sujeta por los bordes y deformada por una carga uniformemente distribuida, condición necesaria para poder utilizar la expresión (22), donde la carga debe aplicarse axialmente para tener una distribución uniforme de esfuerzos. δ_z es la máxima elongación central que sufre el material.

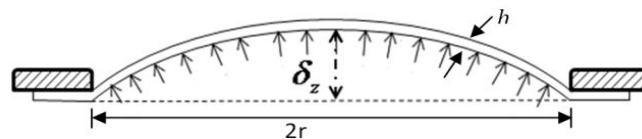


Figura 5. Representación de una membrana circular deformada por una carga uniformemente distribuida

Para generar la carga de fuerza uniforme se utilizaron ondas de presión acústicas donde la energía de las ondas sonoras generan un movimiento ondulatorio en las partículas de aire provocando pequeñas variaciones de presión. En consecuencia, estas variaciones producen áreas donde se concentran las partículas de aire (zona saturada) y zonas donde no ha y mucha concentración. Cuando estas ondas se propagan la presión es la misma, siempre y cuando tengan la misma longitud de onda. Debido a que la sensación sonora varia con la intensidad de modo no lineal (de modo casi-logarítmico), se usa una escala logarítmica para medir la presión acústica efectiva del sonido (L_p) respecto a un valor de referencia [38]. Se mide en decibelios (dB) por medio de la relación:

$$L_p = 20 \log_{10} \frac{P_{rms}}{P_{ref}} \quad (dB) \quad (24)$$

Donde P_{rms} es la presión de sonido (Pa), P_{ref} es la presión de referencia igual a 20 μ Pa, valor considerado como la presión más baja posible de escuchar. El medidor usado para medir la intensidad efectiva de sonido proveniente de la bocina fue el Sound Level Tester modelo 2310SL.

3.2 Sincronización

Como la fuente de luz disponible es continua, se resolvió utilizar un modulador acusto-óptico (AOM) modelo ADM-902AF1, disparado con la emisión de un tren de pulsos proveniente del generador de funciones y puesto en sincronía con la cámara CCD para la captura de las imágenes. Y como medio de excitación, se utilizo presión-acústica generada por una bocina.

Para la grabación de los HDIs tomemos como ejemplo un pulso de control representado por A, figura 6. Este pulso en su flanco de subida activa la cámara poniéndola primero en un retardo interno el cual tiene un tiempo de espera de entre 10 a 20 μs . Después pasa al tiempo de exposición, tiempo en el cual el sensor de la cámara registra la irradiancia durante periodos de entre 5 μs a 65ms (cámara CCD pixelfly modelo 270XD6491). Este parámetro es controlado con el software de la cámara. Una vez terminado este tiempo de exposición la cámara le toma un tiempo de entre 300-700 μs para registrar la imagen. Los registros de los hologramas se hicieron en los picos de la señal acústica (función senoidal), puntos donde se concentra la mayor fuerza de carga. También en estos picos o crestas de la función, se hizo coincidir los pulsos estroboscópicos del láser que ilumina al objeto. Como la técnica requiere que dos HDIs sean capturados, uno en un estado base, es decir que se le puede asignar el valor de fase $\sim 0^\circ$, el cual corresponde cuando la amplitud de la onda sea aproximadamente 0V, y así el otro se capturaría en la máxima amplitud de la onda de sonido, es decir fase $\sim 90^\circ$.

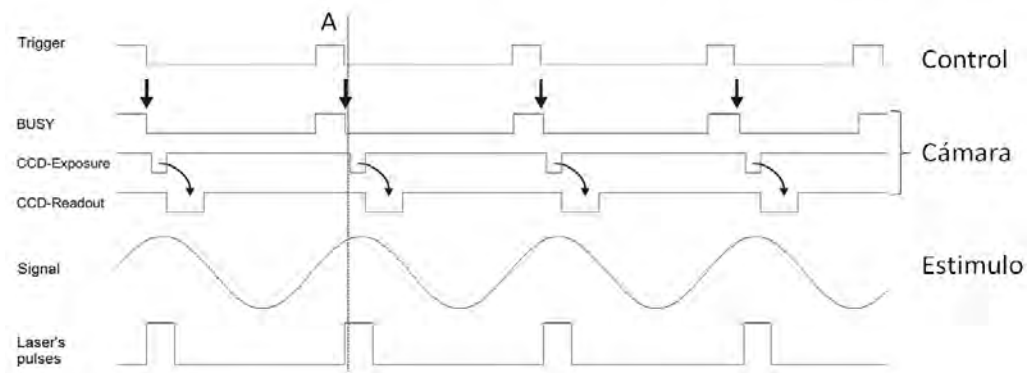


Figura 6. Diagrama de sincronización para la captura de los HDIs.

3.3 Medición del módulo de Young bajo presión acústica empleando 3D-HDI

La figura 7 muestra el arreglo experimental con tres direcciones de iluminación (3D-HDI). El haz de luz proveniente de un láser de estado sólido Nd:YVO₄ con una longitud de onda $\lambda=532\text{nm}$, y con un rango de potencia variable de 10 mW a 6 W, se pasa a través de un modulador acústico-óptico (AOM) que difracta y modula el haz en frecuencia. La luz proveniente del modulador es dividida por un cubo divisor (Bs1) en dos haces. Para tener una mejor versatilidad en la manipulación del arreglo, tanto el haz de referencia como el de iluminación son acoplados dentro de fibras ópticas mono-modo cuya apertura numérica N.A.= 0.12. La parte del sistema donde se sobreponen los frentes de onda (llamada cabeza enterferométrica) está compuesta por una lente L con una longitud focal de 30 mm colocada a 7 cm frente de la cámara, una apertura de diámetro de $\sim 1\text{mm}$ que limita las altas frecuencias espaciales del patrón de moteado que llegan al plano imagen, un cubo combinador (Bs2) donde la luz esparcida por el objeto es combinada con el haz de referencia y una cámara CCD. La cámara registra los HDIs de modo controlado, como se detalló en la sección 3.2.

Esta parte del arreglo se cubrió con cartulina negra para evitar que las reflexiones no deseadas fueran registradas. La muestra de látex de un grosor de 0.085 mm se sujetó con un anillo metálico, el cual tiene un diámetro interior de 10 mm. Se colocó a 11.5 cm del sensor de la cámara, distancia en la que se observa enfocada toda el área circular de la muestra. Para producir la carga en el objeto, se utiliza una bocina colocada en la parte posterior, muy cerca pero sin tocar la muestra, controlada por un generador de funciones para hacer un barrido de frecuencias y controlar la potencia del sonido.

Para medir los micro-desplazamientos con la técnica de holografía digital interferométrica 3D, el haz de referencia está ligeramente inclinado en un ángulo $\sim 1.3^\circ$ con relación al eje central óptico del haz objeto, produciendo la separación de las fases transformadas de iluminación de fondo, es decir, que la inclinación se encuentra fuera de eje del plano imagen que se forma en el sensor de la cámara, separando así el espectro de Fourier del patrón de interferencia, esto es, se introduce una frecuencia portadora. El haz de referencia se combina así con cada uno de los haces provenientes de las tres direcciones de iluminación P1, P2 y P3, que parten de monturas fijas con sus respectivos acopladores para fibra, y orientados por ángulos de iluminación α , β , y θ (ver figura 7), respectivamente.

Los cambios de posición de la fibra del haz objeto se realiza de forma manual, por lo que los pares de HDIs son grabados de forma secuencial, es decir un par de hologramas por cada dirección de iluminación. Cada par de imágenes es procesado por el método de Fourier descrito en la sección 2.2, y repetido para cada una de las tres direcciones de iluminación.

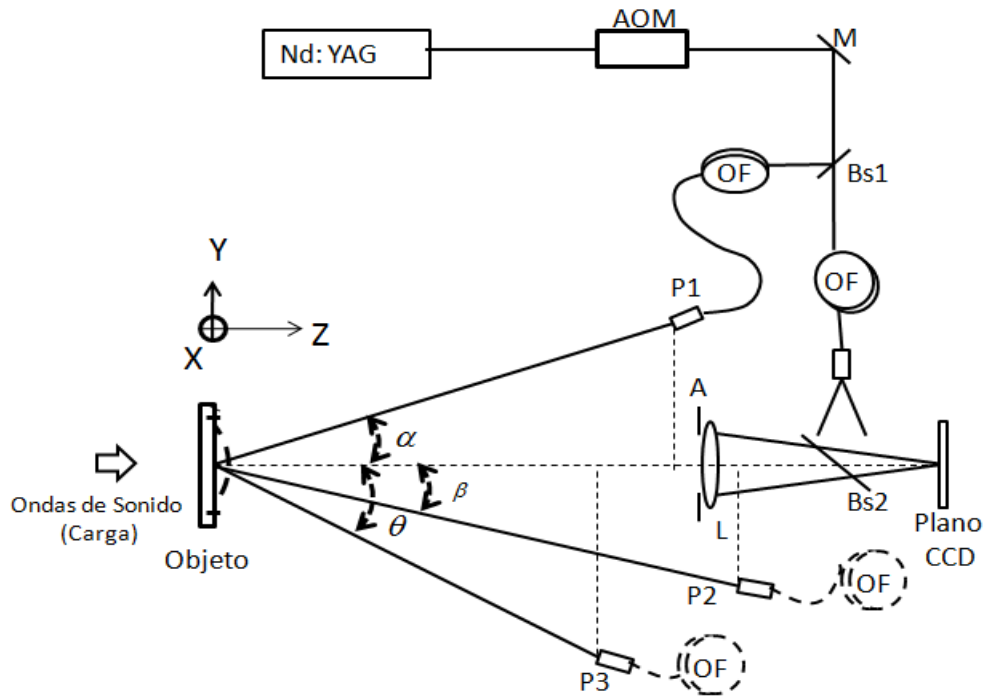


Figura 7. Arreglo óptico para medir los micro desplazamientos en 3D. M espejo, Bs1 divisor de haz, Bs2 combinador de haz, L lente, A Apertura, OF fibra óptica mono-modo, AOM modulador acústico-óptico, P1, P2 y P3 direcciones (posiciones) de iluminación al objeto.

Antes de realizar un análisis del material, se determinó primero la respuesta del material a los cambios de presión acústica. Para esto, se realizó un barrido de frecuencias y de intensidades acústicas, para encontrar la respuesta vibratoria del material en su modo fundamental, es decir, su primer modo de resonancia. En la figura 8, se muestra una secuencia de mapas de fase envueltos correspondientes al primer modo de resonancia del material a 1.2 kHz. Los cambios del desplazamiento pueden ser observados como cambios en el número de franjas. Es decir, que a diferentes amplitudes de la señal de excitación varía la cantidad de franjas debido a la presión acústica. En esta prueba, se obtuvieron interferogramas de mayor número de franjas para comprobar la relación lineal stress-strain al incremento de la carga acústica aplicada. En la figura solo se presentan nueve, las cuales son utilizadas para medir los desplazamientos y así poder

determinar las propiedades mecánicas del material. Los interferogramas con mayor cantidad de franjas se decorrelacionan hasta el grado que son indistinguibles.

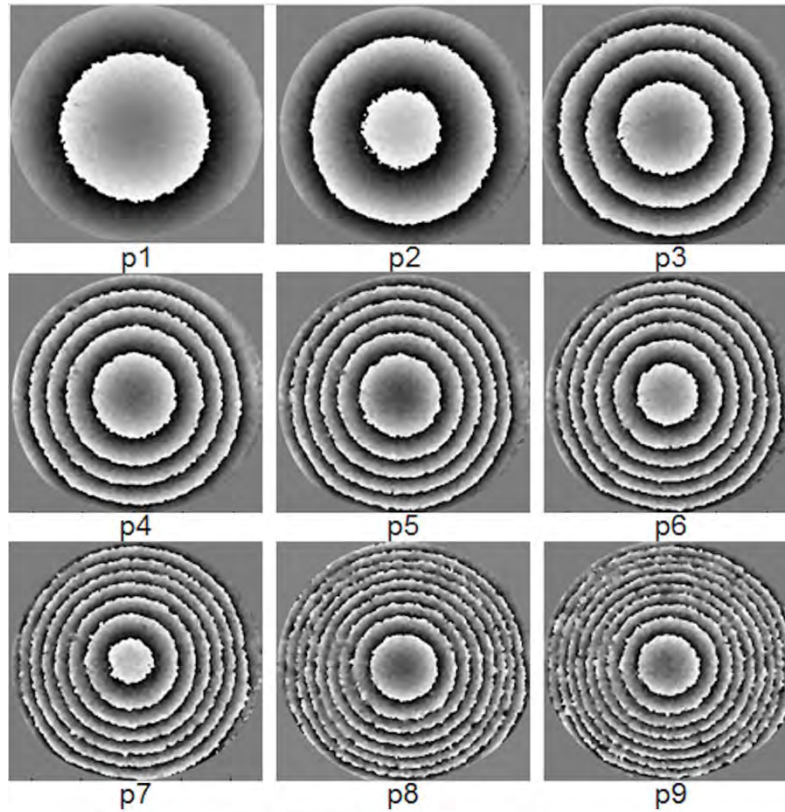


Figura 8. Mapas de fases envueltos del primer modo de resonancia en el látex a 1.2 kHz.

Para medir el módulo de Young usando la relación de esfuerzo-deformación, necesitamos primero conocer los desplazamientos que sufre el material en el plano (x, y) , y debido a la forma simétrica que adquiere el material al ser deformado podemos elegir una u otra dirección para el análisis mecánico. Para la medición de las deformaciones, cuya sensibilidad depende de la geometría (ángulo) de las fuentes de iluminación y observación, es necesario determinar los tres vectores de sensibilidad, representando a cada uno por $\mathbf{s}_n = \hat{k}_n - \hat{k}_o$ $n=1, 2, 3$ donde \hat{k}_n y \hat{k}_o son definidos como vectores unitarios a lo largo de las direcciones de iluminación y observación respectivamente, ver figura 9. Los valores tales como la distancia de cada posición de

iluminación así como los ángulos no-colineales que se forman son medidos experimentalmente con respecto al eje z de la cámara.

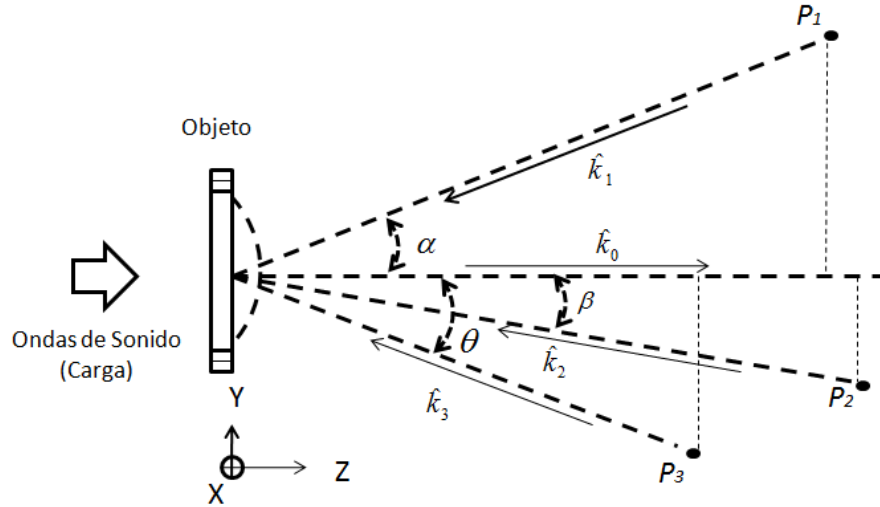


Figura 9. Vectores unitarios de iluminación $\hat{k}_1, \hat{k}_2, \hat{k}_3$; $\alpha \approx 25^\circ, \theta \approx 16^\circ$ y $\beta \approx 21^\circ$ ángulos de las tres posiciones de iluminación con respecto al plano X Y, y al eje de la cámara \hat{k}_0 ; P_1, P_2 y P_3 representan las posiciones de iluminación.

La combinación de los tres vectores de sensibilidad con las fases individuales para cada dirección de iluminación, está relacionado por [23]:

$$\frac{\lambda}{2\pi} \begin{pmatrix} \Delta\varphi_1 \\ \Delta\varphi_2 \\ \Delta\varphi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{1x} & S_{1y} & S_{1z} \\ S_{2x} & S_{2y} & S_{2z} \\ S_{3x} & S_{3y} & S_{3z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \end{pmatrix} \quad (25)$$

Donde d_x , d_y y d_z son las componentes del vector de desplazamiento, $\Delta\varphi_n$ representa el mapa de fase desenvuelto para cada dirección de iluminación $n = 1, 2, 3$. Esta relación se encuentra detallada en el apéndice B. Una vez conocidos los desplazamientos que sufre el material y los parámetros que intervienen, se puede cuantificar el módulo de elasticidad usando la ecuación (23), siempre y cuando los valores de deformación sean pequeños, de modo que no se modifique

las propiedades mecánicas elásticas del material. En la gráfica de la figura 10, se muestra la relación entre la tensión (stress) y deformación (strain) correspondiente al número de franjas (relacionado al aumento en la presión), la cual fue construida a partir de la tabla 1. Para tener una analogía con las pruebas clásicas de esfuerzo, se modificó el gráfico para incluir el origen el cual correspondería a tener cero carga, es decir, que el objeto permanece estático sin que haya ninguna franja en el HDI correspondiente. De la relación stress-strain se aprecia que la muestra exhibe un comportamiento lineal en su deformación a pequeñas cargas de esfuerzo, lo cual sirve para caracterizar el material usando la ley de Hooke. De los mapas de fase envueltos de la figura 8 se puede ver que los patrones de franjas son continuos y concéntricos, no presentan discontinuidades y muestran una relación de carga aplicada proporcional a la densidad de las franjas. Por lo que se puede decir que nos encontramos dentro del límite elástico. Si el material estuviera fuera del límite elástico los patrones de franjas dejarían de ser concéntricos y presentarían discontinuidades. Es decir, que la fuerza aplicada provocaría deformaciones en el material como plasticidad antes de llegar a la rotura. Además, los valores de la deformación crecerían rápidamente sin que haya un incremento correspondiente en el esfuerzo.

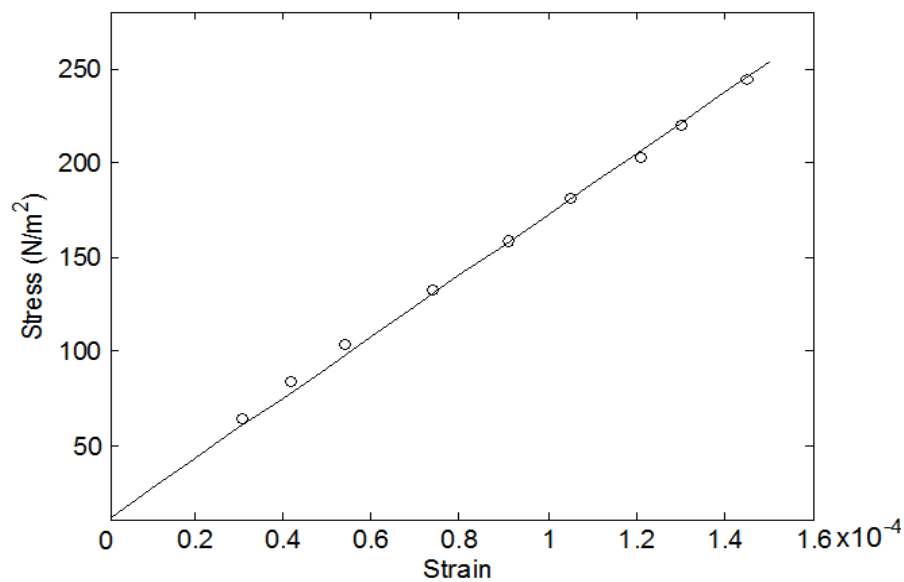


Figura 10. Relación stress-strain para el Látex.

Tabla 1. Valores del módulo de Young (E) obtenido del desplazamiento en la dirección x.

Patrones	Intensidad de sonido L_p (dBspL)	Presión Max. Prms (Pa)	Deformación dirección x (μm)	Esfuerzo σ (N/m ²)	Deformación ϵ (unitary)	Modulo E (MPa)
	0	0	0	0	0	0
p1	82.6	0.41	0.31	64.2	3.10E-05	2.07
p2	84.9	0.53	0.42	83.7	4.20E-05	1.99
p3	86.8	0.66	0.54	104	5.40E-05	1.93
p4	88.9	0.84	0.74	133	7.40E-05	1.79
p5	90.5	1.00	0.91	159	9.10E-05	1.75
p6	91.6	1.20	1.05	181	1.05E-04	1.72
p7	92.6	1.30	1.21	203	1.21E-04	1.68
p8	93.3	1.40	1.30	220	1.30E-04	1.69
p9	94.2	1.60	1.45	244	1.45E-04	1.68

3.4 Medición del módulo de Young usando la máxima elongación

Una manera de poder corroborar los resultados obtenidos del módulo de elasticidad obtenido por medio de 3D-HDI, es usando el máximo desplazamiento que sufre el material en la parte central en respuesta a una carga aplicada [39,40]. Para este análisis, se utilizó la misma configuración, de la figura 7, donde ahora a la máxima deformación en la dirección z, la llamamos máxima elongación δ_z . También se considera que la carga está uniformemente distribuida, y la muestra está sujeta en los bordes. La consideración de que la muestra pueda ser tratada como una membrana se expone en el apéndice C. La solución analítica se obtiene resolviendo la ecuación de equilibrio general de una placa delgada, que puede encontrarse con detalle en [41,42], y está descrita como:

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\delta}{dr} \right) \right] = -\frac{Q}{D} \quad (26)$$

Donde δ es la elongación de la placa delgada, r el radio de la muestra, Q es la carga transversal y D es la rigidez definida por:

$$D = Eh^3 / [12(1-\nu)] \quad (27)$$

Donde h es el grosor de la membrana, E es el módulo de elasticidad del material y ν es el coeficiente de Poisson. Este último valor se tomó de los resultados de las pruebas mecánicas de laboratorio. La prueba de esfuerzo en el material se llevó a cabo en el laboratorio de pruebas físicas del Centro de Innovación Aplicada en Tecnologías Competitivas (CIATEC) un centro público de investigación del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT). Para determinar la máxima elongación δ que sufre la muestra en la dirección z, bajo una carga uniforme q, se tiene:

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\delta}{dr} \right) \right] = -\frac{qr}{2D} \quad (28)$$

Integrando la ecuación

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{d\delta}{dr} \right) = -\frac{qr^2}{4D} + C_1 \quad (29)$$

Integrando nuevamente

$$\frac{d\delta}{dr} = -\frac{qr^3}{16D} + \frac{r}{2}C_1 + C_2/r \quad (30)$$

Integrando por último, tenemos

$$\delta = -\frac{qr^4}{64D} + \frac{r^2}{4}C_1 + C_2 \log r + C_3 \quad (31)$$

Para encontrar la máxima elongación, se considera que: la pendiente en el centro del plano no puede ser infinita, por tanto $C_2 = 0$; tomando el origen en el centro del plano, donde $\delta = 0$ y $r = 0$, se tiene $C_3 = 0$; como el borde del plano está sujeto $r = r$ y la pendiente en el centro $d\delta/dr = 0$. Así, de la ecuación (30) tenemos:

$$0 = -\frac{qr^3}{16D} + \frac{r}{2}C_1 \quad (32)$$

$$C_1 = \frac{qr^2}{8D}$$

Sustituyendo la ecuación (32) y la ecuación (27) en la ecuación (31) tenemos:

$$\delta = \frac{qr^4}{64} \left[\frac{12(1 - \nu^2)}{Eh^3} \right] \quad (33)$$

Como nosotros queremos evaluar sobre una superficie circular, la fuerza de carga F en toda la superficie está dada por $q \pi r^2 = F$, donde la elongación máxima central en la dirección z sería $\delta = \delta_z$. Una vez conociendo los valores de presión y la medición de las elongaciones centrales máximas, podemos conocer el valor de elasticidad del material. Todas las condiciones y parámetros para medir la máxima deformación fueron las mismas (sección 3.3). La carga aplicada fue incrementándose como se muestra en la tabla 2, para tener un conjunto de desplazamientos máximos centrales en dirección normal al látex, en el primer modo de vibración a 1.2 kHz. La figura 11 muestra el mapa de fase desenvuelto de la superficie del látex bajo una carga acústica uniformemente distribuida, representando la máxima deformación que experimenta el material. El valor promedio estimado para el módulo de Young es 1.54 ± 0.12 Mpa.

Tabla 2. Valores del módulo de Young usando la máxima elongación que experimenta el material.

Intensidad de sonido L_p (dBspL)	Presión Max. Prms (Pa)	Deflección dirección z δz (μm)	Modulo E (MPa)
82.6	0.41	0.49	1.74
84.9	0.53	0.65	1.71
86.8	0.66	0.92	1.5
88.9	0.84	1.13	1.56
90.5	1.00	1.39	1.52
91.6	1.20	1.62	1.48
92.6	1.30	1.89	1.43
93.3	1.40	2.13	1.37
94.2	1.60	2.21	1.47

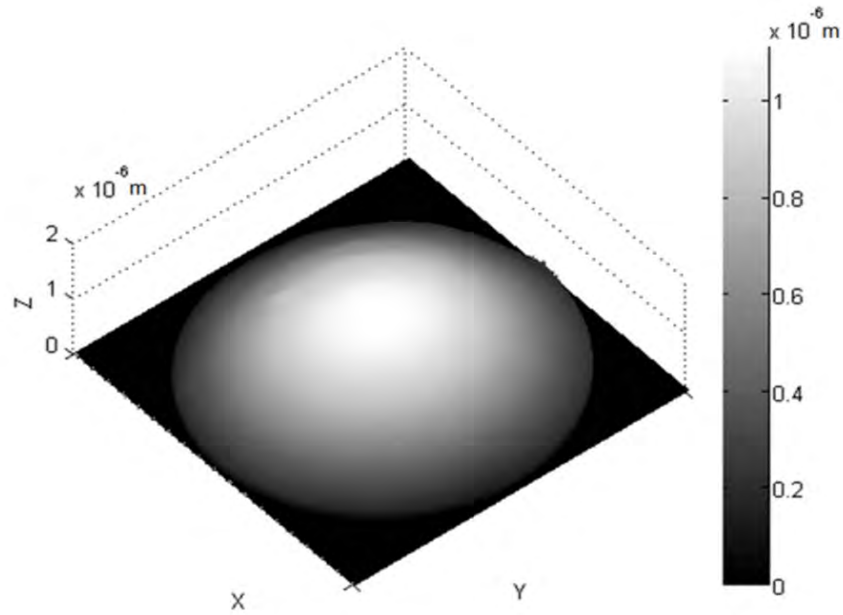


Figura 11. Mapa de fase desenvuelto de la deformación en dirección Z.

Las mediciones obtenidas con 3D-HDI tienen una gran ventaja sobre métodos convencionales, ya que no interfieren en los desplazamientos mecánicos del objeto para realizar la medición de los desplazamientos de forma dinámica y de campo completo. La medición de los desplazamientos máximos en cada nivel de presión sirvió para cuantificar con mayor precisión el módulo de elasticidad del material. El valor promedio encontrado fue de ~ 1.5 Mpa, y tiene una concordancia de 93% con respecto a ~ 1.4 Mpa reportado en trabajos previos con muestras de látex.

3.5 Estructura del sistema auditivo y la membrana timpánica

El interés médico de los Otorrinolaringólogos, y médicos en general, para el restablecimiento de la capacidad auditiva en el oído medio, ha cobrado hoy día gran relevancia debido a las nuevas técnicas de diagnóstico interesadas en el estudio y comprensión del mecanismo de la función

mecánica-acústica, que servirán de fundamento para la mejora del diagnóstico clínico, así como para el desarrollo de las cirugías reconstructivas del oído. Una de éstas, ha sido el uso reciente de técnicas ópticas no-invasivas que permiten hacer mediciones a escala micrométrica y en tiempo cuasi-real. Estos estudios son realizados principalmente en muestras de animales como: chinchillas, conejos, gatos y cerdos, donde los patrones de vibración característicos en respuesta a la presión acústica son complejos, acrecentándose la complejidad a frecuencias altas. Por la complejidad de modos de vibración que presenta el tejido timpánico, se busca que la muestra presentará patrones simples a frecuencias bajas y que fuera relativamente fácil de conseguir. Por lo anterior se trabajó con muestras extraídas de gatos domésticos, animales obtenidos con el consentimiento de sus dueños o bien de alberges de gatos callejeros.

En forma general el sistema auditivo [43,44], lo podemos entender a partir de que las ondas de sonido son atrapadas y conducidas a través del canal auditivo hacia el tímpano. El tímpano es una membrana semitransparente muy delgada que en condiciones normales presenta un color gris perla, situada en el extremo del conducto auditivo externo separando al oído externo del oído medio, figura 12. Las ondas sonoras hacen vibrar a la membrana transmitiéndose de forma mecánica por medio del oído medio, donde se encuentran los huesecillos martillo, yunque, estribo y lenticular. Los movimientos estimulan las células pilosas que se encargan de llevar los impulsos eléctricos al nervio auditivo llevando la información al cerebro, permitiendo la capacidad de oír y reconocer los sonidos. El sistema auditivo es capaz de identificar diferentes frecuencias que van desde 20 Hz hasta 20000Hz en los humanos, entre 50 Hz y 45000 Hz en los perros, y entre 50 y 85000 Hz en los gatos.

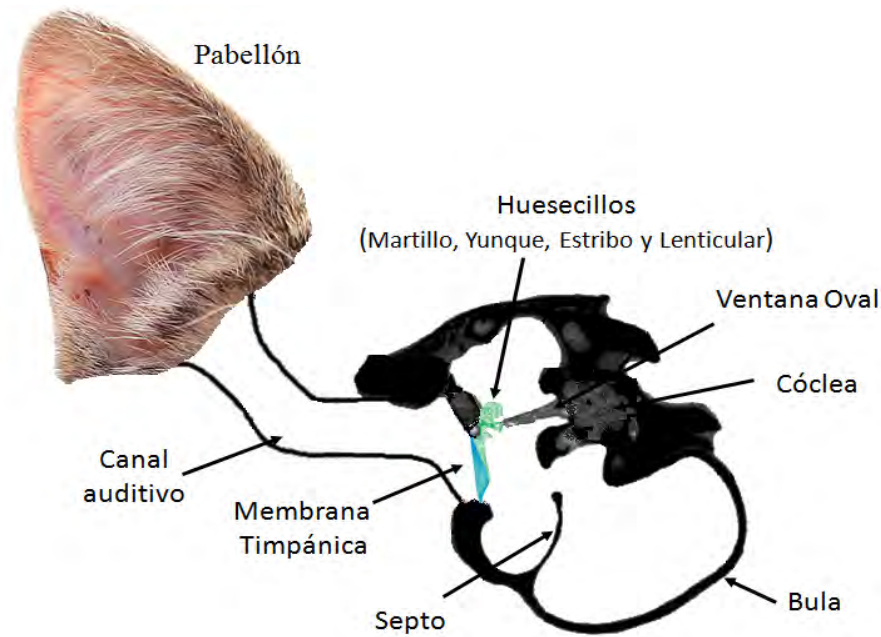


Figura 12. Esquema del sistema auditivo de un gato.

La membrana timpánica humana y la del gato tienen una forma semi-cónica de una profundidad de aproximadamente de 1.5-2 mm y de 8-10 mm de diámetro, figura 13 [45]. Estructuralmente, la membrana timpánica puede ser considerada como una de tres capas. La capa lateral de la membrana es una continuación del canal auditivo externo (squamous epithelium); la capa media, es una capa de células en forma de cubos, con grandes núcleos conocidas como (cuboidal epithelium) y una capa de tejido fibroso, conocida como lámina propia también conocida como mucosa rica en colágeno. El borde exterior de la membrana timpánica o anillo se compone de un tejido fibroso y cartilaginoso, siendo más gruesa y rígida que el resto de la membrana. El grosor de la membrana timpánica varía entre 10 μm en la parte central y 40-80 μm en la parte más gruesa cerca del anillo de la membrana, estos valores varían de una fuente a otra [46]. La región triangular que se forma en la parte superior de la membrana timpánica es una continuación del anillo y es la parte flácida, con un tamaño de alrededor de una novena parte del tamaño total de

la membrana timpánica. La parte tensa de la membrana timpánica cubre las ocho partes restantes de la membrana.

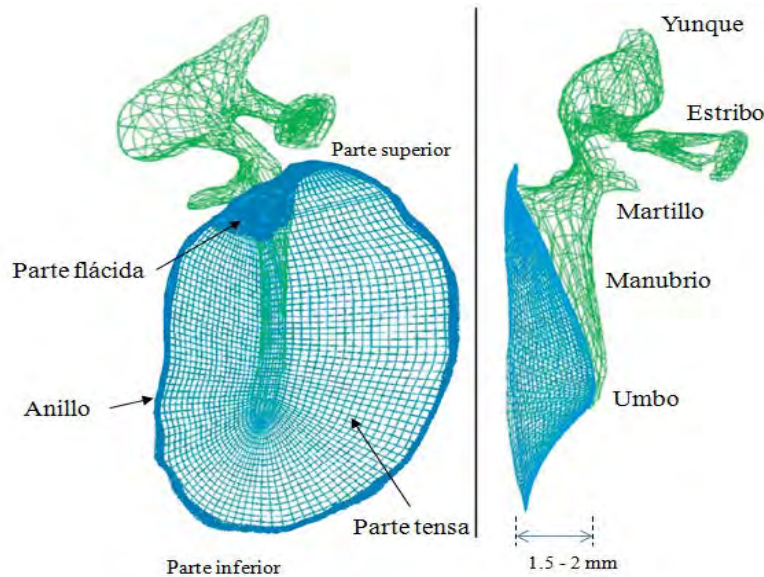


Figura 13. Modelo de la membrana timpánica.

3.6 Preparación de la Muestra

La preparación de la muestra fue con la ayuda de un médico veterinario zootecnista (MVZ) y consistió en la separación de la cabeza inmediatamente después de la muerte asistida y sin dolor del animal, se removió piel y tejido muscular hasta dejar solo el canal auditivo externo. Con mucho cuidado se cortó el canal auditivo hasta descubrir por completo la membrana timpánica dejando intacto todos los huesecillos (como: manubrio, martillo, yunque y estribo) que componen el sistema auditivo, así como los tendones y ligamentos que los soportan. Para su conservación se mantuvo en refrigeración y en solución salina cubriendo la membrana timpánica con algodón y envuelta en gasa. Minutos antes de realizar pruebas experimentales, la membrana timpánica fue ligeramente pintada, la capa ligera de pintura no afecta la vibración de la muestra [13,14]. Las membranas timpánicas utilizadas en este trabajo tienen un área de 7-8 x 4 mm

aproximadamente, teniendo una forma ovalada como se ve en la figura 14, estos valores van a depender de la raza, edad y sexo del gato, así como de alguna patología que pudiera tener el gato.

Las muestras se obtuvieron de gatos domésticos donados por sus dueños, o sin hogar, de aproximadamente dos años de edad. La membrana timpánica puede permanecer relativamente normal (conserva su elasticidad) por largos periodos de tiempo e incluso días después del deceso.

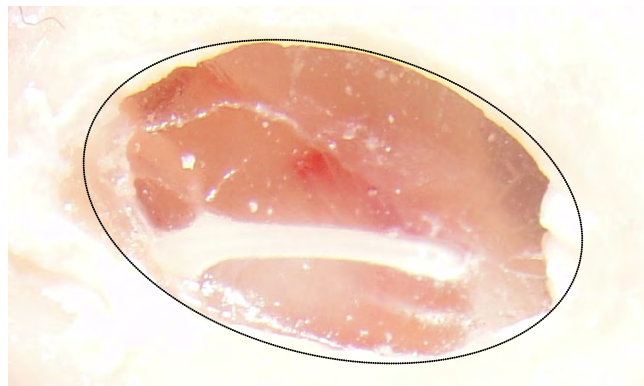


Figura 14. Fotografía de la membrana timpánica de un gato.

3.7 Modos de vibración en la membrana timpánica (MT)

Como prueba de que la técnica de HDI puede ser utilizada para caracterizar muestras biológicas, se realiza un barrido de frecuencias e intensidades acústicas, para identificar los modos de vibración de la MT. Estos patrones de vibración podrían ayudar a diagnosticar de manera más precisa alguna patología del tejido. También, esta prueba nos permite identificar los patrones más simples de vibración, con el objetivo de poder medir las deformaciones superficiales que sufre la membrana timpánica.

Para encontrar los patrones de vibración de la membrana timpánica se usó un arreglo fuera de plano, es decir que el arreglo interferométrico es sensible a desplazamientos a lo largo de la dirección z , donde un cambio de fase entre los interferogramas corresponde a un desplazamiento

en dirección perpendicular al plano de observación, figura 15. Las ondas acústicas son producidas por una bocina conectada a un generador de funciones, escogiendo una función con señal senoidal. El haz de un láser Nd:YVO₄ con una longitud de onda de $\lambda=532\text{nm}$ a 40 mW pasa a través de un modulador acústico-óptico (AOM) con la finalidad de poder modular la iluminación. El sistema de sincronización está descrito en la sección 3.2. El haz es dividido en dos por medio del divisor Bs1. Tanto el haz de referencia como el de iluminación al objeto son acoplados en fibra óptica mono-modo. La luz esparcida por el objeto es colectada por una lente L y combinada con el haz de referencia por medio de Bs2. La cámara CCD utilizada tiene una resolución máxima de 1392x1024 pixeles con 12 bits de rango dinámico y una velocidad de captura de 11.5 fps.

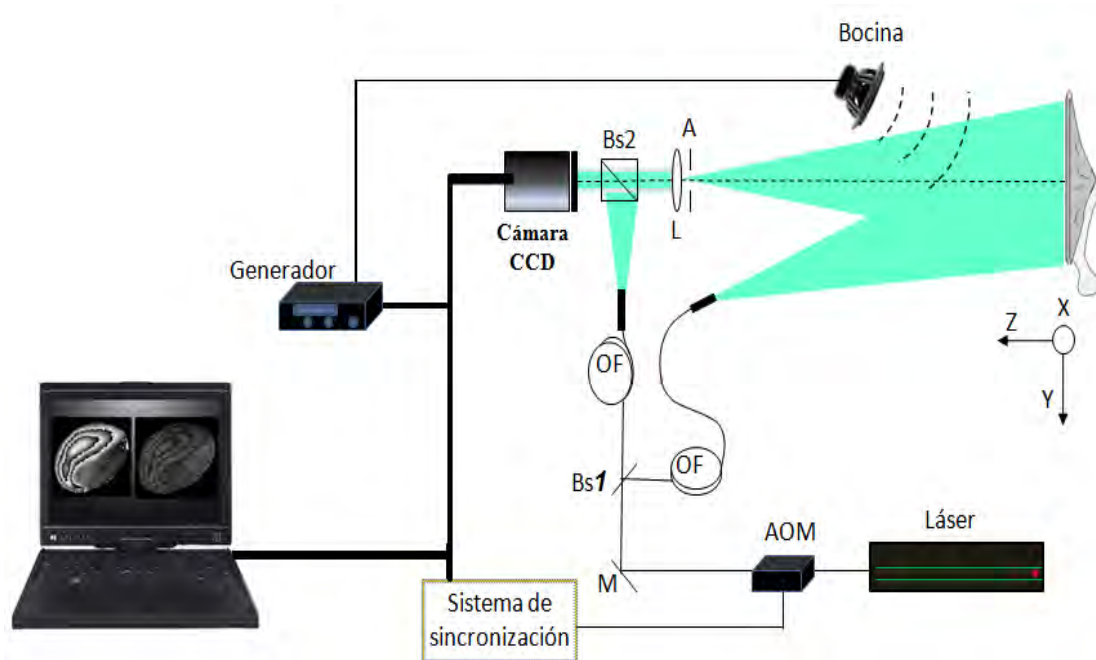


Figura 15. Arreglo óptico para medir los modos de vibración. M espejo, Bs1 divisor de haz, Bs2 combinador de haz, L lente, A Apertura, OF fibra óptica mono-modo, AOM modulador acústico-óptico.

Para el análisis de los modos de vibración, una imagen de referencia es almacenada en la PC, para luego restarle las imágenes subsecuentes. Esta correlación es generada en tiempo casi-real generando patrones de vibración como los que se muestran en la figura 16. Las mediciones fueron realizadas bajo un barrido de frecuencias de 500Hz hasta 22 kHz a una intensidad de sonido de 100 dB. A bajas frecuencias (500 Hz – 4 kHz) se encontraron patrones simples, y conforme la frecuencia va en aumento los patrones se vuelven más complejos hasta observarse un “perlado” en las imágenes de alta frecuencia (6 kHz – 22 kHz). Estos patrones de vibración son similares a los reportados en trabajos como los de Khanna y Tonndorf donde se analizan muestras en gatos. En trabajos recientes estos patrones son repetidos usando técnicas diferentes [47,48]. Los resultados obtenidos con holografía digital interferométrica (HDI) muestran que cuando la amplitud de sonido o la presión acústica es baja los desplazamientos en la superficie también lo son, y de forma contraria a mayor presión hay mayor desplazamiento [49], lo cual es visto al incrementarse la densidad de las franjas. También se observó que los patrones de vibración se mantienen sin cambio una vez alcanzado un valor aproximado de 130 dB.

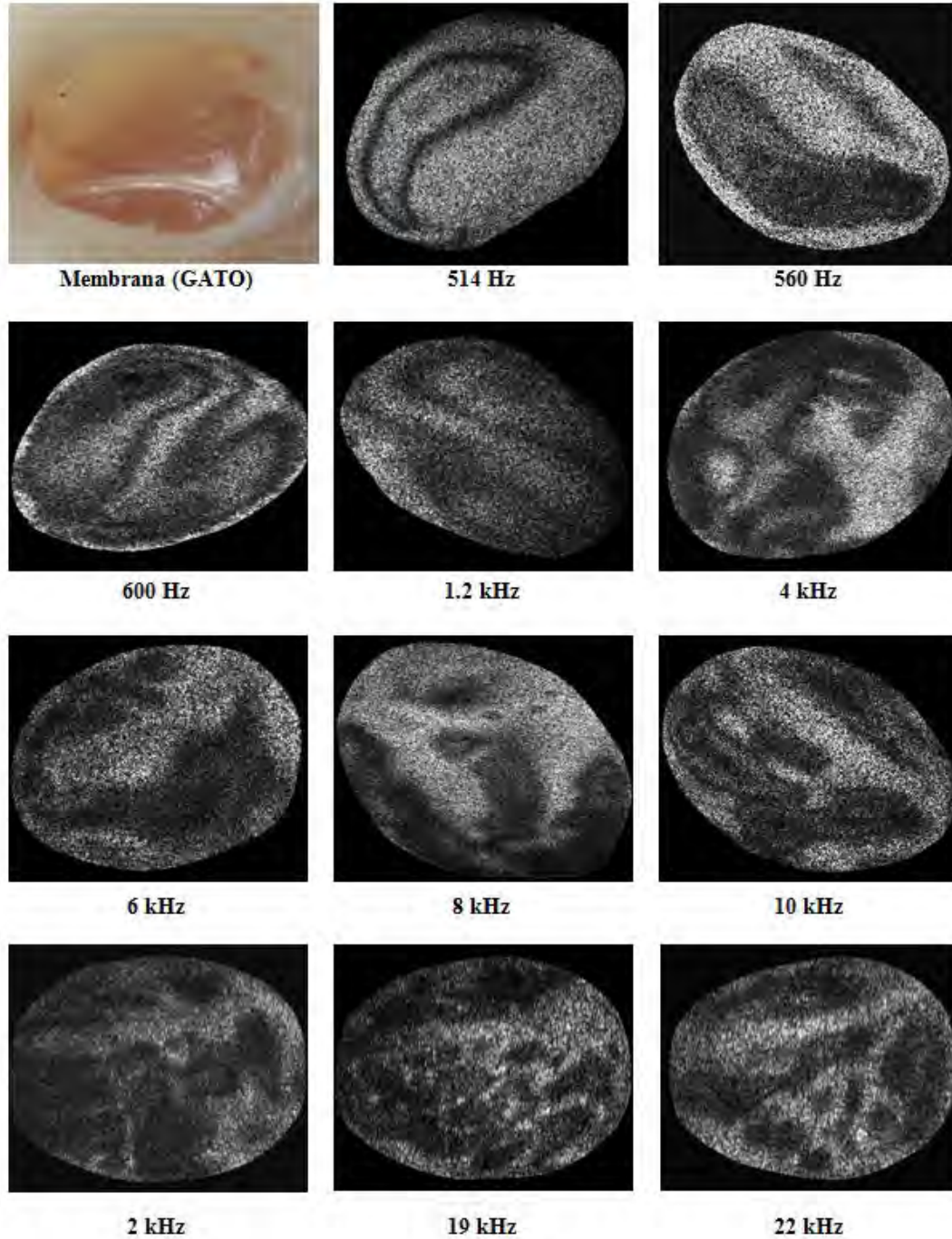


Figura 16. Modos de vibración (resonancia) de la MT usando un arreglo interferométrico fuera de plano a 100 dB de intensidad de sonido.

Una forma más clara de representar el comportamiento del desplazamiento en función del estímulo ejercido por las ondas de sonido se ve en la figura 17, donde se muestran los perfiles del mapa de fase desenvuelto a una frecuencia de 1.2 kHz señalados por las líneas punteadas 1, 2, 3 y 4. El barrido de las líneas puede describir el comportamiento superficial del tejido como la parte tensa y flácida (ver figura 13). Para la obtención de datos cuantitativos, los interferogramas se tomaron de manera síncrona. En la figura 18, se muestran dos mapas de fase desenvuelta de la deformación de la membrana timpánica a frecuencias de resonancia de 6 kHz y 19 kHz.

Los patrones de vibración encontrados de las muestras estudiadas son similares en términos de movimiento. Pero, para encontrar cada una de las frecuencias de resonancia a la cual el tejido responde depende de algunos parámetros fisiológicos de la muestra como son: tamaño, forma, edad del animal, raza y alguna patología que pudiera tener.

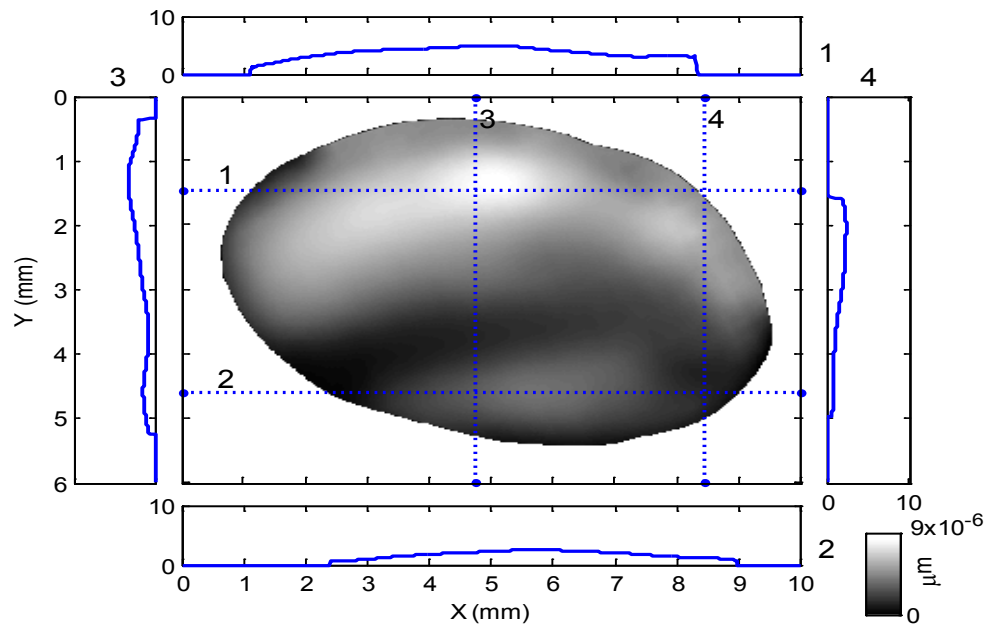
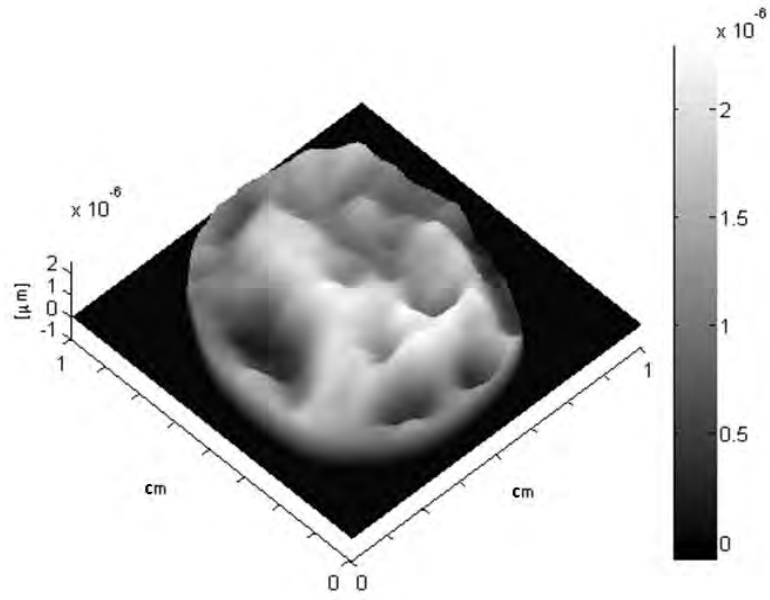
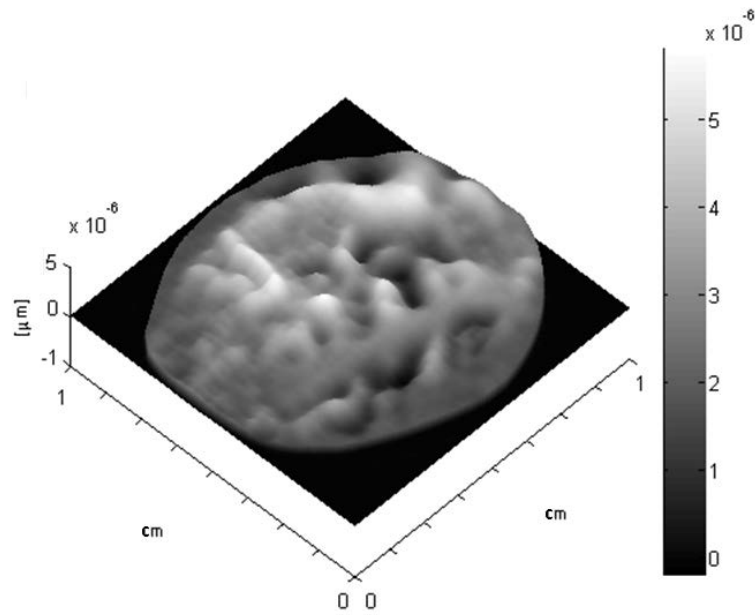


Figura 17. Perfiles en diferentes regiones de la superficie de la MT.



(A)



(B)

Figura 18. Máximos desplazamientos en mapas de fase desenvueltos: (A) $z=2\mu\text{m}$ a $f=6\text{ kHz}$, (B) $z=5\mu\text{m}$ a $f=19\text{ kHz}$

3.8 Medición de la forma y deformaciones superficiales de la MT

Para tener un estudio completo de la deformación en la superficie de cualquier objeto es necesario conocer su forma, indispensable para completar el análisis cuantitativo. Existen diversos métodos en óptica no-invasiva como el de proyección de franjas, luz estructurada para medir la forma de un objeto. Para el caso de la MT utilizamos aquel que requiere dos posiciones de iluminación diferentes, se conocen como el método de doble-iluminación [50,51], midiendo directamente el cambio de fase entre las dos posiciones de la fuente por medio del método digital de la transformada de Fourier [28]. La forma de la MT en conjunto con los valores de los desplazamientos superficiales hacen que se obtenga una descripción completa y correcta de sus deformaciones. Como primera prueba, los experimentos se llevaron a cabo en una esfera de metal, obteniendo los cambios de altura que resulta de la diferencia de las fases reconstruidas. Después de haber probado la viabilidad de la técnica en el objeto sólido, éste se sustituyó por la membrana timpánica. Para medir su profundidad se toma como referencia al umbo de la membrana timpánica. El uso de este método para medir la forma es rápido ya que solo requiere un par de HDIs.

3.8.1 Forma

La forma de un objeto es comúnmente usada en muchas áreas de la industria e investigación, está característica facilita la comprensión y entendimiento del mecanismo de trabajo. La medición de la forma y las deformaciones nos permiten conocer de forma cualitativa y precisa algunos parámetros mecánicos del material.

El arreglo utilizado para la medición de la forma se muestra en la figura 19, que es parte del sistema utilizado para la medición de las deformaciones superficiales de la MT en 3D, solo que en este caso se utiliza una fuente de iluminación. El proceso de grabación de hologramas se describió en el capítulo 2, donde un primer holograma es grabado cuando el haz objeto se encuentra en un punto P_1 , después es ligeramente movido lateralmente a un punto P_2 , para grabar el segundo holograma.

La dirección óptima de iluminación es determinada por un equilibrio entre la máxima sensibilidad y la mínima sombra proyectada en la imagen reconstruida. El ángulo formado θ se mide desde la posición fija de iluminación P_1 , al eje normal del sensor de la cámara representado por el vector k_0 , el desplazamiento angular $\Delta\theta$ se realiza por una ligera translación de la fuente de iluminación utilizando una montura de desplazamiento micrométrica, trasladando la posición P_1 de iluminación al punto P_2 .

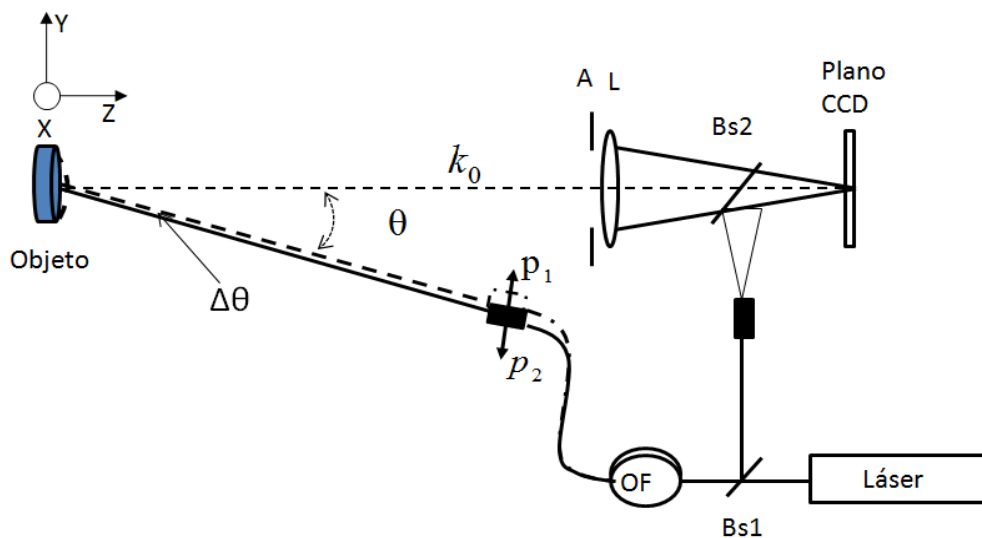


Figura 19. Arreglo óptico para medir forma. Bs1 divisor de haz, Bs2 combinador de haz, L lente, A Apertura, OF fibra óptica mono-modo, P_1 , P_2 direcciones (posiciones) de iluminación.

Para determinar los cambios de altura de la superficie de la muestra $h(z)$, es necesario contar con el cambio de fase $\Delta\varphi$ producida por los cambios de posición, y los ángulos de iluminación θ , $\Delta\theta$. Con estos datos y con la ecuación (34), se puede determinar la altura de la forma reconstruida [52].

$$\Delta\varphi = 2K \sin \frac{\Delta\theta}{2} \left[x \cos \left(\theta + \frac{\Delta\theta}{2} \right) - h(z) \sin \theta + \frac{\Delta\theta}{2} \right] \quad (34)$$

Como primera prueba, se midió la forma de una esfera metálica de 5mm de radio con un ángulo de iluminación $\theta=36^\circ$ con respecto al eje del sensor. El centro de la esfera fue posicionado a una distancia de 15 cm de la cámara. En la figura 20(a) se muestra la distribución de fase envuelta de la esfera. La fase desenvuelta corresponde a una esfera inclinada figura 20(b). La componente de inclinación se removió por sustracción del primer término de la ecuación 34, figura 21. La sensibilidad del sistema es determinada por la longitud de onda y la geometría del arreglo experimental, entonces el cambio del ángulo de iluminación produce diferentes valores de sensibilidad. En nuestras pruebas el ángulo se mantuvo a $\Delta\theta = 0.007^\circ$, si consideramos el error introducido por el tornillo micrométrico a la mitad de su división más pequeña, tendríamos un error en el ángulo de $\pm 0.0017^\circ$.

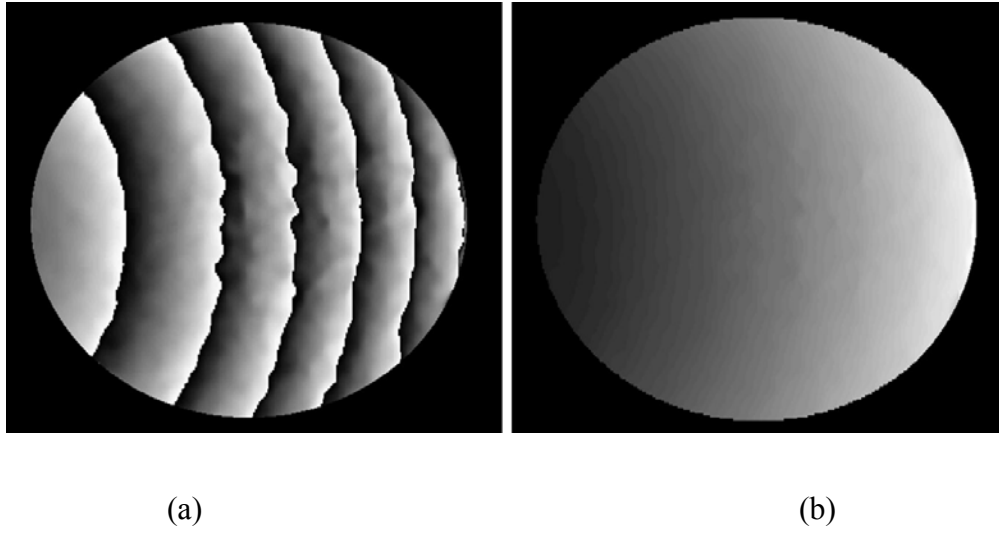


Figura 20. Distribución de fase de la esfera con tilt; (a) Fase envuelta, y (b) Fase desenvuelta.

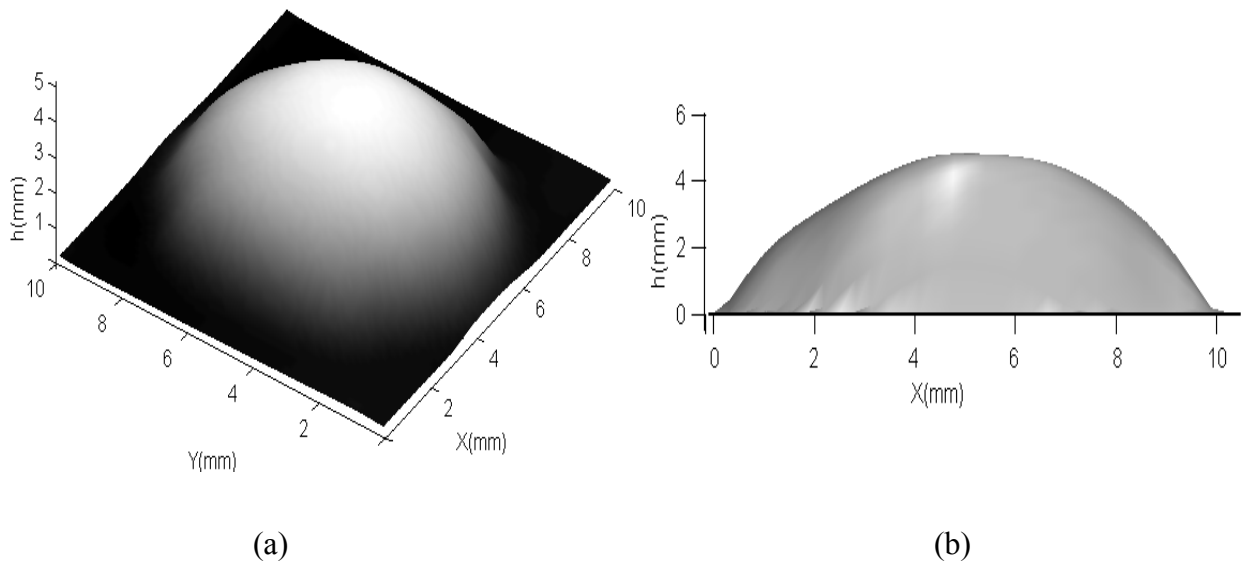


Figura 21. (a) Mapa de fase resultante 3D después de remover el tilt, y (b) Representación de perfil.

Para encontrar la forma de la membrana timpánica, primero se tuvo que preparar antes de ser utilizada (como se describe en la sección 3.6). Como la MT tiene una forma irregular se le colocó frente de la cámara tratando siempre de orientarla de forma particular para reducir las sombras a lo mínimo. La dirección de iluminación óptima se determina normalmente por un equilibrio entre la sensibilidad máxima y el mínimo de sombras en la imagen reconstruida. El tamaño de la MT es diferente de una muestra a otra debido a la raza, edad o alguna patología que pudiera tener el tejido. En la figura 22, se muestra la forma de MT encontrada experimentalmente, en esta figura se muestra también el perfil de una línea central de la membrana timpánica.

Para medir su profundidad, el umbo es considerado como punto de referencia con respecto al plano del anillo de la membrana timpánica. Una profundidad de aproximadamente 2 mm fue encontrada usando la ecuación (34), valor ligeramente superior a los reportados en las referencias [53]. En la figura también podemos observar los residuos de hueso que no pudieron ser retirados en su totalidad pertenecientes a la cavidad timpánica en el borde de la MT, justo encima del anillo timpánico.

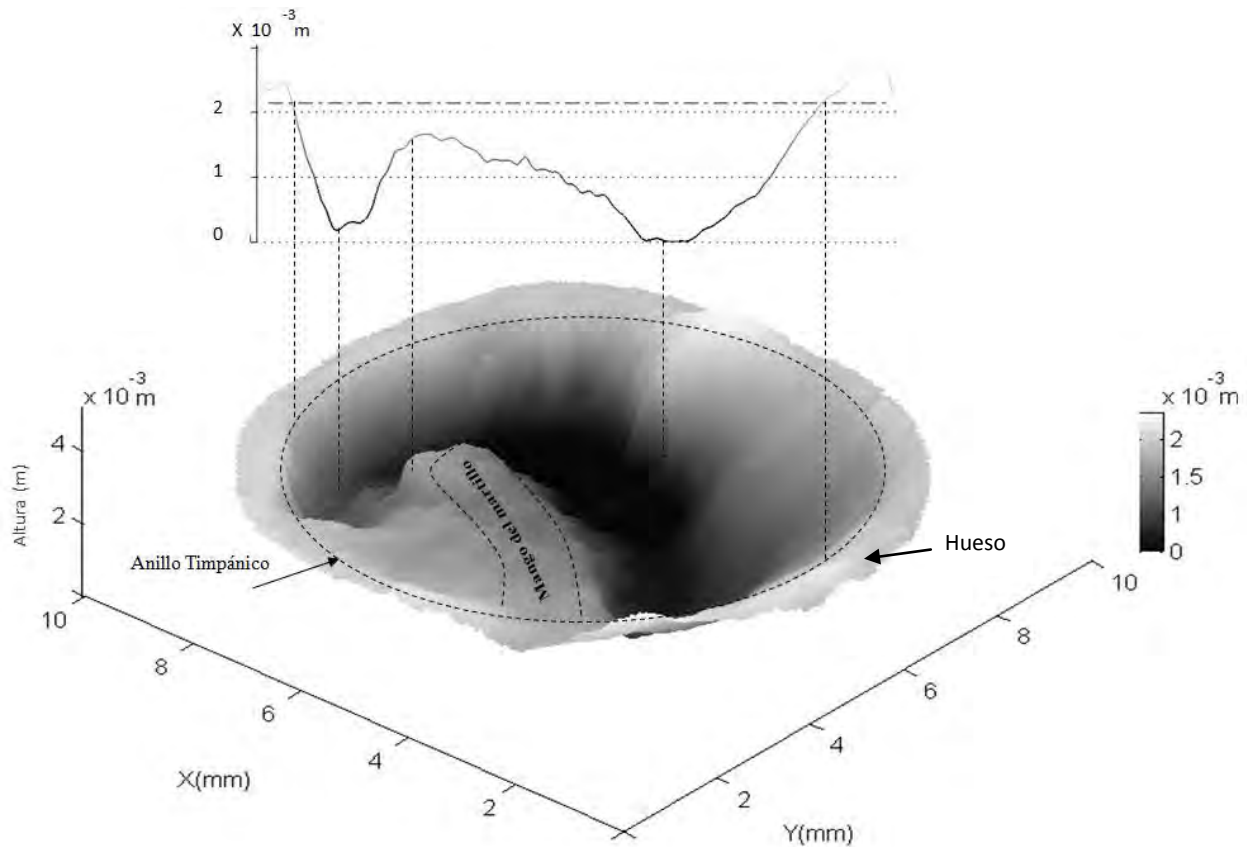


Figura 22. Contorno de la superficie de la MT encontrado experimentalmente.

3.8.2 Medición de las deformaciones superficiales de la MT

Para la medición de las deformaciones de la MT, se usa el mismo arreglo interferométrico descrito en la sección 3.3, con tres fuentes de iluminación como se representa en la figura 23, cuya diferencia con la figura 7, es la representación de translación de una de las posiciones de iluminación P3 (pudo haber sido cualquiera), que sirvió para medir la forma de la MT.

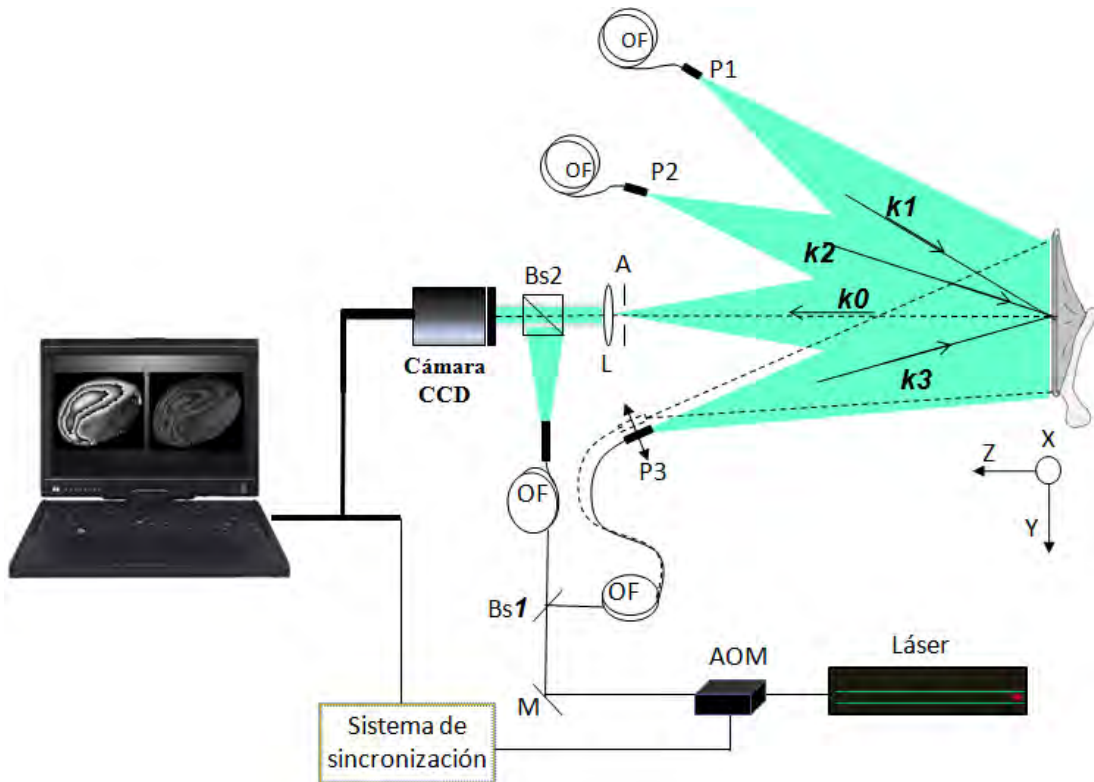


Figura 23. Arreglo óptico para medir micro-desplazamientos en 3D. M espejo, Bs1 divisor de haz, Bs2 combinador de haz, L lente, A Apertura, OF fibra óptica mono-modo, AOM modulador acústico-óptico, P1, P2 y P3 direcciones (posiciones) de iluminación.

Los mapas de fase desenvueltos a lo largo de los tres vectores de sensibilidad se muestran en la figura 24 (A,B,C), y son utilizados para evaluar los desplazamientos de la superficie de la muestra en las direcciones (x, y, z) usando la ecuación (25).

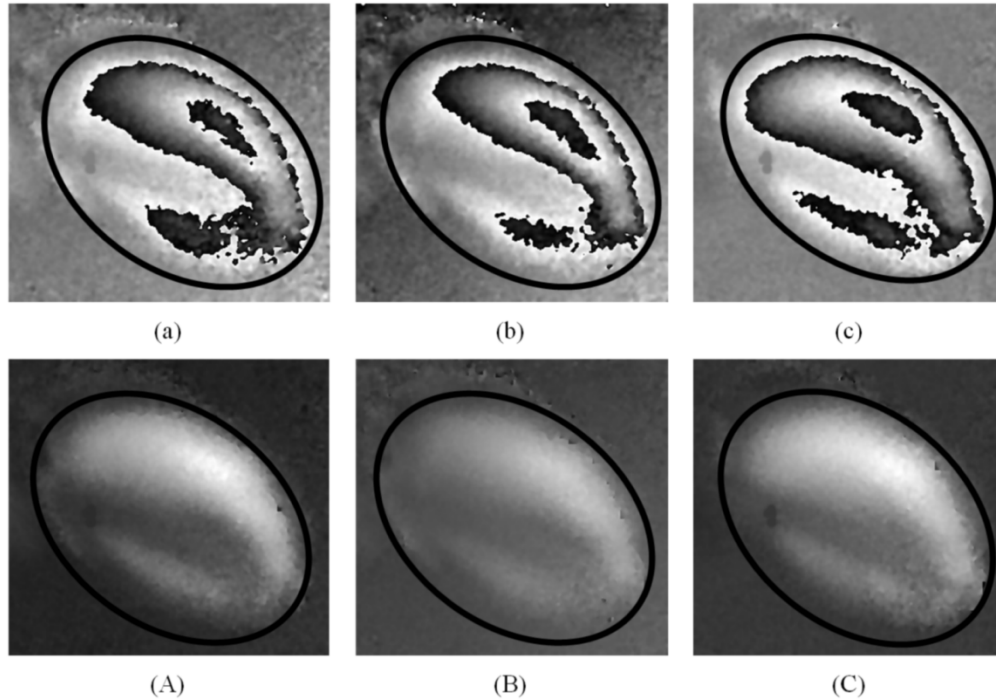
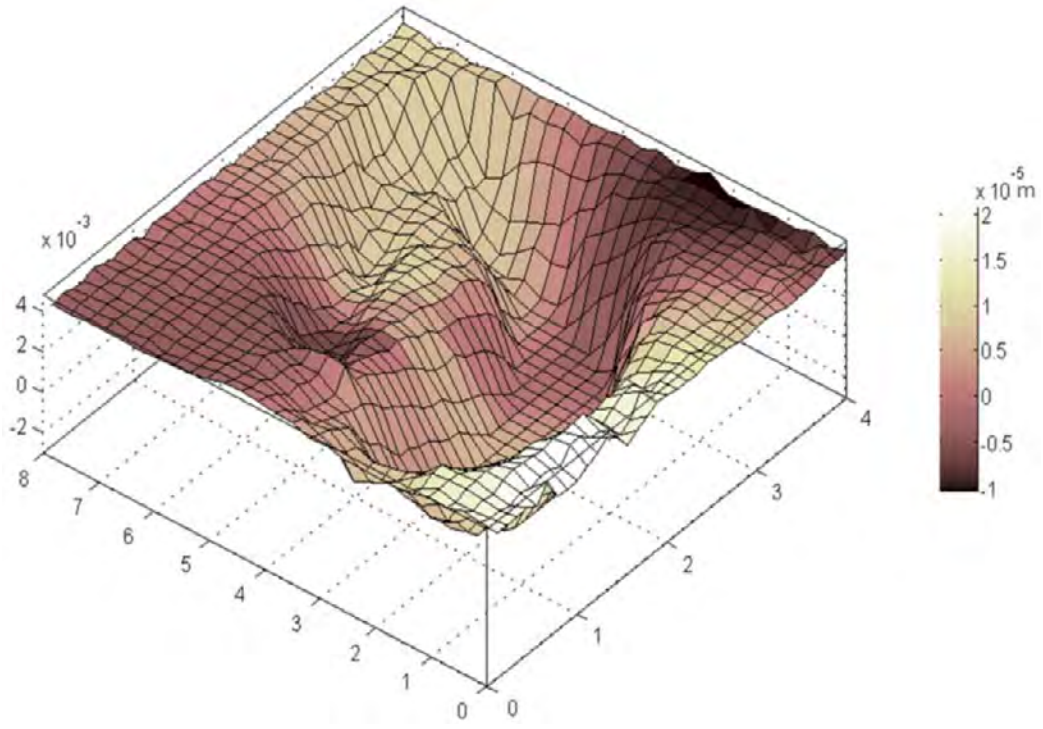
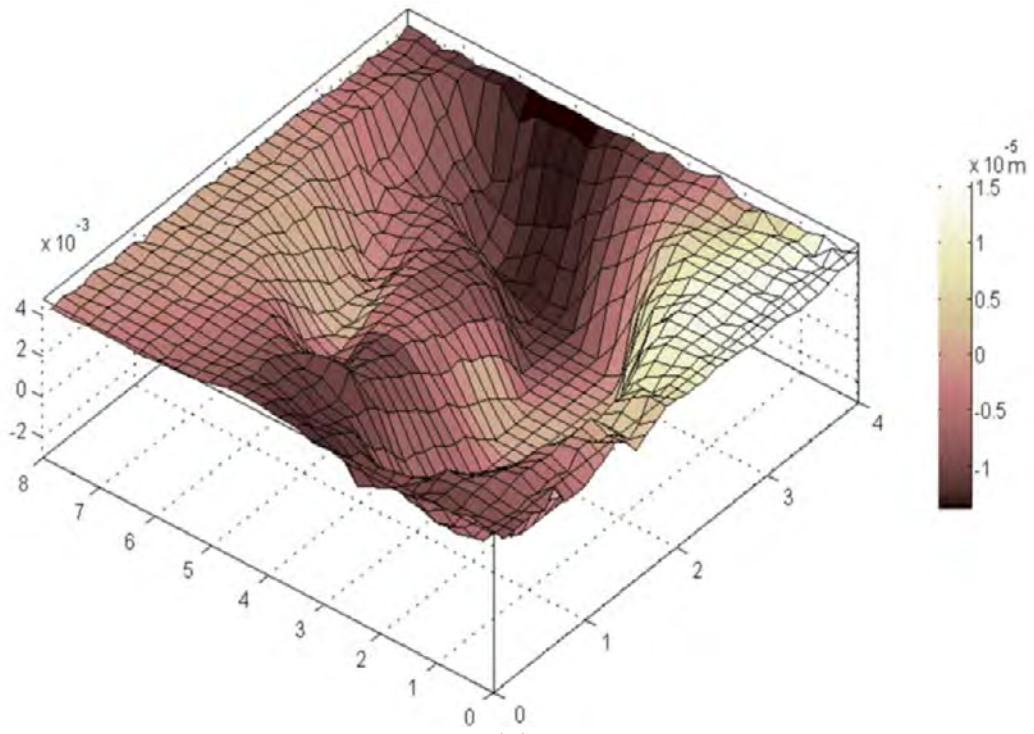


Figura 24. Medición de la vibración en la MT a 1,2 kHz. (a), (b) y (c) mapas de fase envueltos correspondientes a las direcciones de iluminación k_1 , k_2 y k_3 respectivamente (véase fig. 23). Los mapas de fase desenvueltos (A), (B) y (C) se obtuvieron de los mapas de fase anteriores.

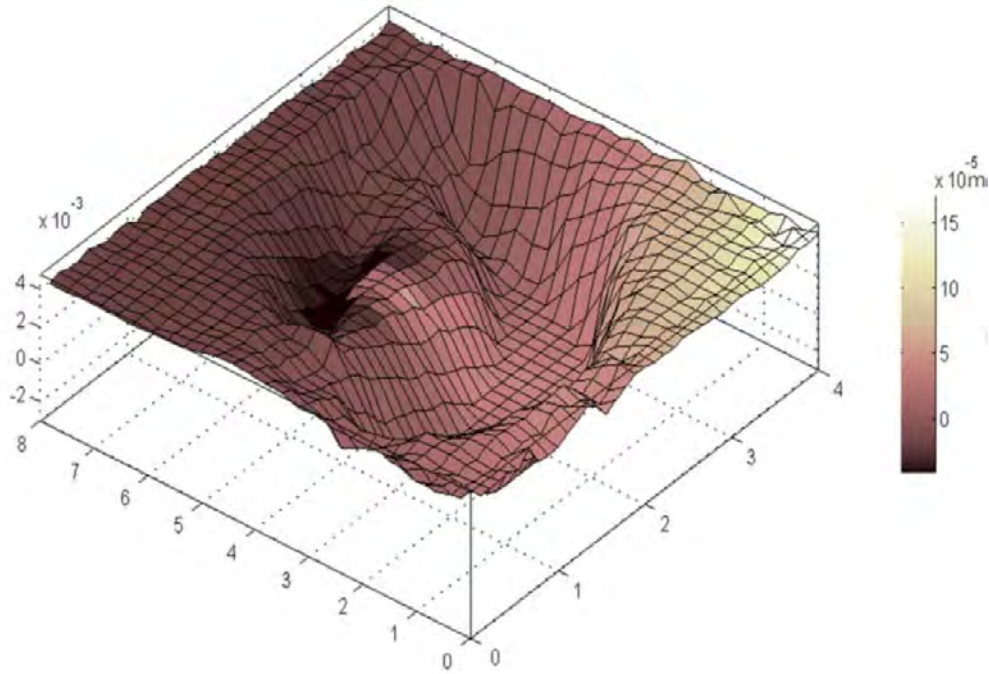
En la figura 25, se muestran los resultados de las deformaciones encontradas en las direcciones (x, y, z), cada una superpuesta con el contorno superficial de la membrana timpánica. Como era de esperarse, la mayor amplitud de vibración en los desplazamientos se encontró en la dirección z, debido a que la presión acústica viaja predominantemente a lo largo de esa dirección. Las amplitudes de las deformaciones en las otras dos direcciones (x, y) son menores y contribuyen a generar los mapas de las deformaciones de la MT en sus componentes normales y tangenciales. En estas representaciones, las diferencias de escala en la barras de color representan la amplitud de vibración de los desplazamientos en m.



(A)



(B)



(C)

Figura 25. Desplazamientos de la membrana timpánica a lo largo de las direcciones x y z , (A), (B) y (C) respectivamente. La forma del objeto y los ejes coordenados están en mm.

En la figura 26, se muestran los resultados para la componente normal y tangencial, siendo esta última resultado de la combinación de las componentes x y y , dibujadas vectorialmente sobre el contorno de la MT. En esta figura, los vectores tangenciales parecen tener un sentido circular en algunas regiones de la superficie en la MT, una característica que puede cumplir en lo particular a la conservación de energía en el modo de resonancia. Aparte del hecho de que los valores de las componentes x y y , son pequeños en comparación con los desplazamientos la dirección z . Las magnitudes de los vectores tangenciales representados son unitarias, a pesar de sus perspectivas pueden parecer mayores en algunas aéreas.

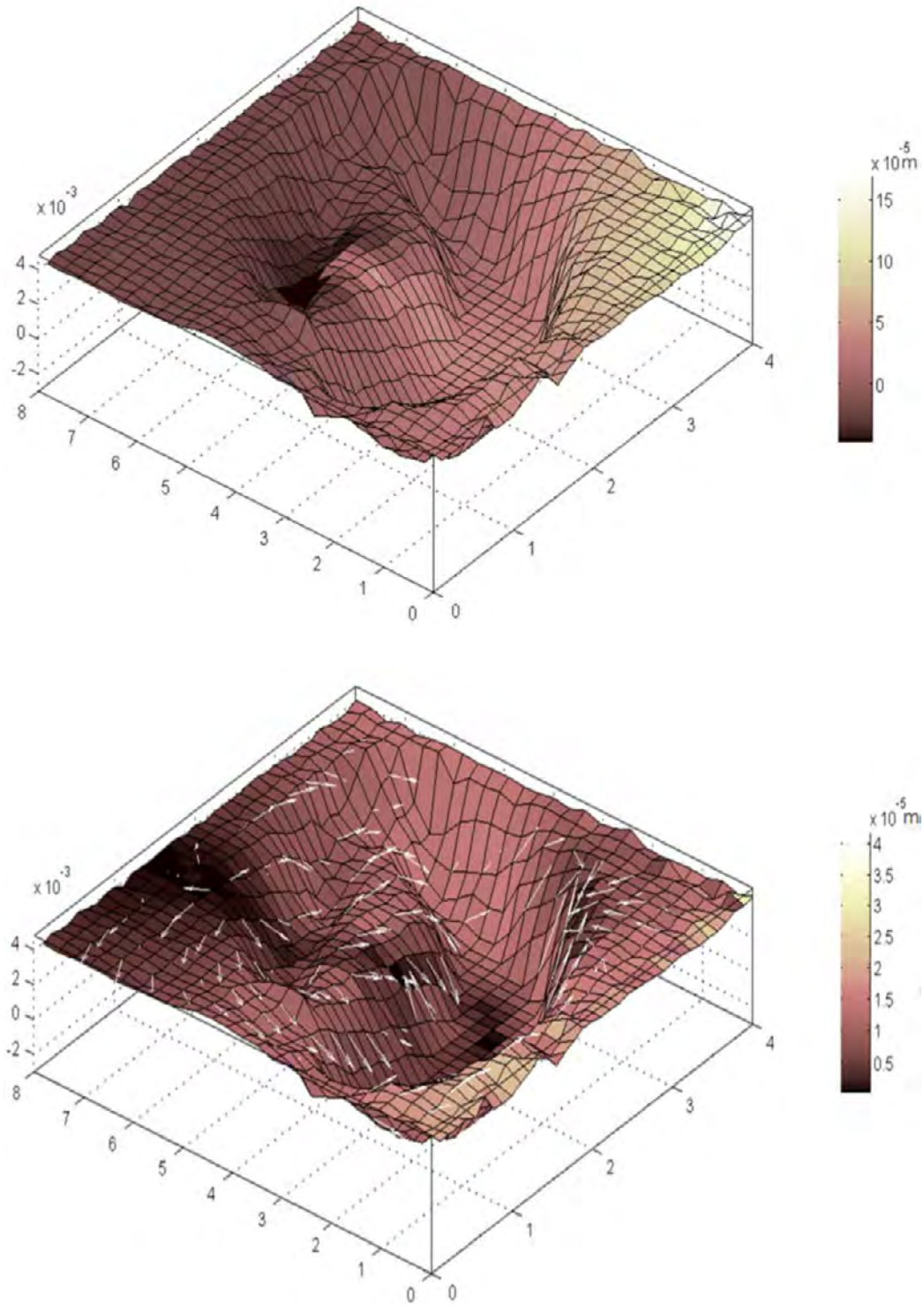


Figura 26. Deformaciones sobrepuestas con el contorno de la MT, normal (en color) y tangencial (con vectores).

3.9 Caracterización en cuerdas vocales

Como prueba adicional se caracterizó un par de pliegues vocales (membranas) comúnmente llamados cuerdas vocales, con el objetivo de que la HDI pueda ser utilizada en mayor número de tejidos biológicos y que pueda ser empleada en un futuro como una herramienta de diagnóstico clínico en seres humanos. En estas pruebas preliminares elegimos al cerdo por su gran similitud de ese órgano con su similar en el ser humano, así como la accesibilidad que tenemos para conseguir las muestras. En la figura 27, se representa la anatomía de la laringe, resaltando la posición de las cuerdas vocales. Estos tejidos como sabemos pertenecen al sistema fonador y son directamente responsables de la producción de la voz. Los tejidos anatómicamente hablando son planos de color gris perla y de forma triangular. Su estructura cuenta con diferentes capas, la primera es el epitelio, la segunda y más importante es la lamina propia, después se encuentra el ligamento vocal y por último el musculo vocal. Su tamaño varía de 12 mm hasta 25 mm dependiendo del sexo, edad, estatura, masa corporal, entre otras características.

La preparación recomendada por parte del MVZ de la muestra consistió en: separación de la laringe del animal recién sacrificado, y para llegar hasta las cuerdas vocales se realizó un corte transversal en el cartílago del tiroides unos milímetros arriba de las cuerdas vocales. Para su conservación, se envolvió en gasa empapada con solución salina y puesto en refrigeración.

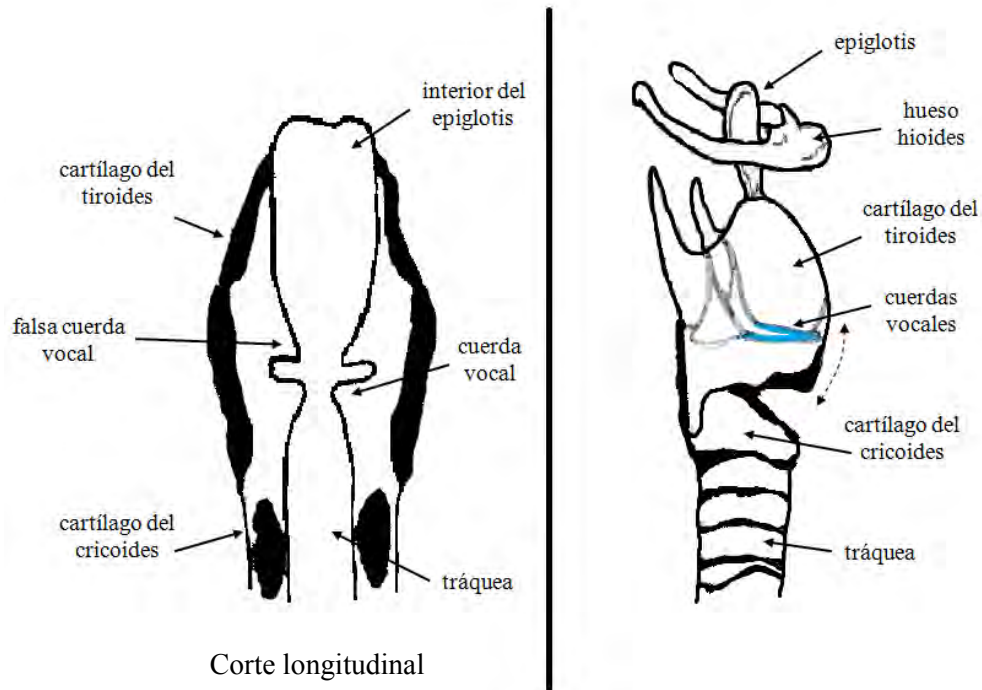


Figura 27. Anatomía de la Laringe, resaltando la ubicación de las cuerdas vocales.

Para encontrar los patrones de vibración en las cuerdas vocales se usó el mismo arreglo de la figura 15, que es un arreglo interferométrico fuera de plano sensible a desplazamientos en la dirección perpendicular al plano de observación, con un par de cambios para la captura de los HDIs. El primer cambio fue reemplazar la cámara CCD por una de mayor velocidad de captura, utilizando la cámara (NAC GX-1) con una resolución de 1204x1280 píxeles. El segundo cambio fue quitar los componentes de sincronización, ya que el medio de excitación consistió de un flujo de aire que se hizo pasar a través de la tráquea y no se tuvo control del mismo. El resto de los componentes del arreglo se mantuvieron sin cambio. En la figura 28, se muestra las imágenes resultantes del movimiento de las cuerdas vocales al paso de un flujo de aire. Estos patrones de vibración fueron capturados a 2000 cuadros/segundo.

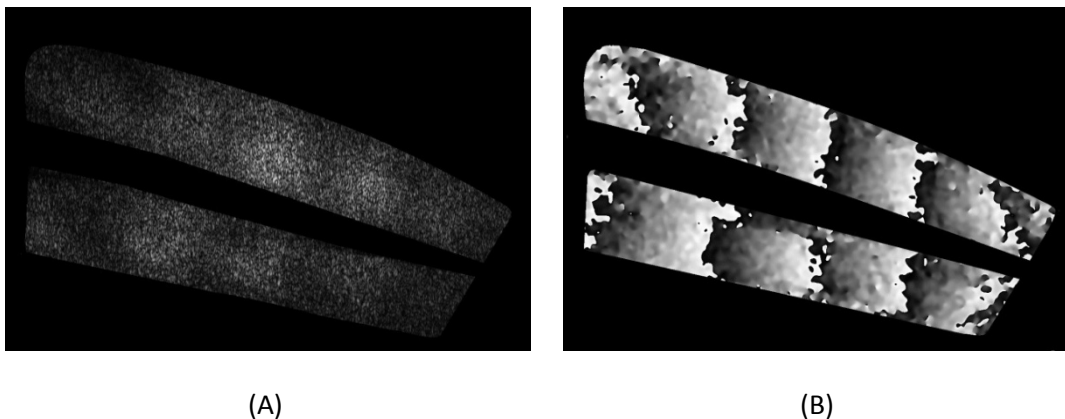


Figura 28. Desplazamiento de las cuerdas vocales: (A) patrón de franjas; (B) mapa de fase envuelta.

En esta prueba solo se tomaron imágenes con un flujo continuo a una presión constante, permitiéndonos ver solo estos patrones de franjas. En un trabajo futuro se esperaría obtener al menos un ciclo completo de fonación para detectar cambios, al menos entre los bordes de las cuerdas vocales. Así también, el poder medir la deformación superficial de los pliegues vocales usando un arreglo similar 3D-HDI para un análisis cualitativo. Este trabajo requerirá además de conocer su funcionamiento fisiológico del sistema fonatorio, un sistema de control para producir la resonancia en las cuerdas vocales o bien, de instrumental para realizarlo en vivo.

Conclusiones

En este trabajo se ha mostrado la factibilidad de que la técnica de holografía digital interferométrica (HDI) puede ser utilizada en el campo biomédico. Con la ventaja de que además de poder realizar una inspección superficial de las muestras biológicas en campo completo, se puede cuantificar los desplazamientos que sufre la superficie de la muestra al ser deformada con gran precisión, usando la misma técnica pero con tres fuentes de iluminación. Este sistema 3D, también nos ofrece la capacidad de realizar el análisis de los desplazamientos de forma dinámica y en tiempo real.

Se midieron las deformaciones de una muestra circular de látex, bajo una presión de sonido representando una carga uniformemente distribuida. La ventaja de usar la técnica 3D sobre los métodos convencionales no ópticos, es que se pueden separar los desplazamientos dx , dy y dz , además de que se realiza de manera dinámica, es decir que el objeto se encuentra en movimiento. La obtención del valor máximo de cada desplazamiento en cada nivel de presión nos sirvió para obtener con mayor precisión el valor del módulo de elasticidad del material, es decir con menos errores de medición experimental. Por tanto, esta técnica puede ser utilizada para evaluar las propiedades mecánicas de materiales elásticos.

En este trabajo se compararon los resultados obtenidos del módulo de elasticidad, obteniendo una concordancia del 95% entre la relación lineal esfuerzo- deformación contra la elongación máxima que sufre el material bajo las mismas condiciones. Por el hecho de que la técnica nos

permite descomponer el vector de desplazamiento con muy buena precisión podemos utilizar este método no invasivo para medir el módulo de elasticidad de forma más precisa que las pruebas mecánicas convencionales.

Con la misma técnica de DHI, se encontró la forma de la membrana timpánica, confirmando de manera experimental que tiene forma semi-cónica, además de cuantificar la profundidad de la MT que se estimó en 2 mm con respecto al umbo, valor ligeramente superior cerca de un 9%, a los trabajos reportados usando técnicas diferentes. Este valor posiblemente sea debido a las variaciones fisiológicas que se suelen encontrar entre las muestras.

La ventaja de usar la técnica 3D-HDI, en comparación con el esquema tradicional de una sola fuente de iluminación 1D es la separación de las componentes del vector de desplazamiento, obteniendo de forma individual los mapas de desplazamientos para las tres direcciones superpuestas con la forma del objeto. Con la separación de las componentes se encontraron los desplazamientos tanto tangencial como normal a la superficie de la membrana timpánica. Lo anterior es un nuevo aporte de la HDI en biomecánica, y una ventaja con relación a métodos convencionales.

La técnica 3D-HDI es capaz de describir cualitativa y cuantitativamente las componentes de desplazamiento en la superficie de la membrana timpánica con una resolución micrométrica. La configuración óptica utilizada tiene una gran versatilidad en su manipulación con el uso de fibras ópticas y por tanto, el arreglo interferométrico puede ser reconfigurado e implementado en un sistema más compacto para que sea fácil de transportar. Pudiendo ser usado en la investigación médica para así poder estudiar y examinar la MT en animales vivos y en humanos, bajo diversas condiciones.

Los resultados de los desplazamientos en combinación con la forma de la membrana timpánica, conlleva a una mejor comprensión y entendimiento del movimiento superficial de la membrana timpánica. Hecho que sin duda contribuirá a mejorar el conocimiento y a clarificar la función compleja de este tejido.

De los resultados obtenidos podemos decir con seguridad que los patrones de interferencia que se encontraron son repetitivos, independientemente de si la medición de la membrana se llevo a cabo en muestras frescas o días después del deceso del animal.

El rango de medición de la técnica va desde unas fracciones de micrómetros hasta decenas de micrómetros, siendo muy precisa en la medición de desplazamientos. Uno de los principales factores que limitan el rango de medición es el ruido contenido en los mapas de fase. En nuestro caso el ruido es reducido al emplear el método de Fourier para la obtención de la fase.

Lo siguiente es una lista de publicaciones, producto del trabajo de investigación que dio como resultado este trabajo doctoral.

Publicaciones

- Silvino Muñoz S, M. del Socorro and F. Mendoza Santoyo, **Tympanic membrane contour measurement with two source position in digital holographic Interferometry**. BIOMEDICAL OPTICS EXPRESS, Vol. 3, No. 12, pp. 3203-3210 (2012).
- Silvino Muñoz S, Fernando Mendoza Santoyo and M. del Socorro, **3D displacement measurements of the tympanic membrane with digital holographic Interferometry**, OPTICS EXPRESS Vol. 50 No. 5, pp. 5613-5621 (2012).
- S. Muñoz Solís, M. del Socorro and F. Mendoza Santoyo , **Measurement of Young's modulus in an elastic material using 3D digital holographic interferometry**, Applied Optics, Vol. 50 No.20, pp. 3383-3388 (2011).
- M. del Socorro, F. Mendoza, C. Pérez, S. Muñoz and J. Esquivel, **Digital holographic interferometry applied to the study of tympanic membrane displacements**. Optics and Laser in Engineering Vol. 49, 2011, Pages 698-702.

Referencias

- [1] Floyd Ratliff, Biographical Memoir, National Academy of Sciences, Washington D. C. (1976).
- [2] Woodson S. J., “ Video otoscopy: Bringing otoscopy out of the black box”, *Int. J. pediatr. Otorhinolaryngol.*, **70**, 1875-1883 (2006).
- [3] Margolis RH, Saly GL, Keefe DH. “Wideband reflectance tympanometry in normal adults.” *J Acoust Soc Am*, 106(1), 265–80 (1999).
- [4] Wada H, Kobayashi T, Suetake M, Tachizaki H. “Dynamic behavior of the middle ear based on sweep frequency tympanometry.” *Int J Audiol*, 28, 127–34 (1989).
- [5] Decraemer W, Dirckx J, Funnell R. Shape and derived geometrical parameters of adult, human tympanic membrane measured with a phase-shift moiré interferometer. *Hear Res*, **51**(1) 107–22 (1991).
- [6] Hans-Jochen F., Christian H., Matthias B. and Silke F., “Measuring the motions in the human middle ear by laser doppler vibrometry”, *Opt. Lasers Eng.* **25**, 289-301 (1996).
- [7] Buunen TJF, Vlaming MSMG, “Laser-Doppler velocity meter applied to tympanic membrane vibrations in cat.”, *J Acoust Soc Am*, 69, 744–50 (1981).
- [8] J. J. Rosowski, H. Nakajima and S. N. Merchant, “Clinical utility of laser-doppler vibrometer measurements in live normal and pathologic human ears”. *Hear. Res.* 29(1) (2008).
- [9] Khanna SM, Tonndorf J. “Tympanic membrane vibrations in cats studied by time-averaged holography,” *J. Acoust. Soc. Am*, **51**(6),1904–1920 (1972).
- [10] J. Tonndorf and S. M. Khanna, “Tympanic-membrane vibrations in human cadaver ears studied by time-averaged holography,” *J. Acoust. Soc. Am.* **52**(4B), 1221–1233 (1972).
- [11] Hernandez-Montes M. del S, Furlong C, Rosowski JJ, Hulli N, Harrington E, Cheng JT, Mendoza Santoyo F. “Optoelectronic holographic otoscope for measurement of nano-displacements in tympanic membranes.” *J Biomed Opt.*,14, 1-1–9 (2009).
- [12] Rosowski JJ, Cheng JT, Ravicz ME, Hulli N, Hernandez-Montes M, Harrington E, Furlong C. , “Computer-assisted time-averaged holograms of the motion of the surface of

- the mammalian tympanic membrane with sound stimuli of 0.4–25 kHz.” *Hear Res*, 253,83–96 (2009).
- [13] C. Furlong, J. J. Rosowski, N. Hulli, and M. E. Ravicz, “Preliminary analyses of tympanic-membrane motion from holographic measurements,” *Strain* **45**(3), 301–309 (2009).
- [14] J. J. Rosowski, J. T. Cheng, M. E. Ravicz, N. Hulli, M. Hernandez-Montes, E. Harrington, and C. Furlong, “Computer assisted time-average holograms of the motion of the surface of the mammalian tympanic membrane with sound stimuli of 0.4 to 25 kHz,” *Hear. Res.* **253**, 83-86 (2009).
- [15] Gea SLR, Decraemer WF, Funnell RWJ, Dirckx JJJ, Maier H., “Tympanic membrane boundary deformations derived from static displacements observed with computerized tomography in human and gerbil.” *J. Assoc. Res. Otolaryngol.*, **11**, 1-17 (2010).
- [16] G. Vollandri, F. DiPuccio, P. Forte and C. Carmignani, “Biomechanics of the tympanic membrane,” *J. Biomech.* **44**, 1219–1236 (2011).
- [17] G. Pedrini, Ph. Froening, H. J. Tiziani, and M. E. Gusev, “Pulsed digital holography for high-speed contouring that uses a two-wavelength method,” *Appl. Opt.* **38**, 3460–3467 (1999).
- [18] G. Pedrini, P. Froning, H. J. Tiziani, and F. Mendoza-Santoyo, “Shape measurement of microscopic structures using digital holograms,” *Opt.Commun.* **164**, 257–268 (1999).
- [19] G. Pedrini, W. Osten, and M. E. Gusev, “High-speed digital holographic interferometry for vibration measurement,” *Appl. Opt.* **45**, 3456–3462 (2006).
- [20] Y. Fu, G. Pedrini, and W. Osten, “Vibration measurement by temporal Fourier analyses of a digital hologram sequence,” *Appl. Opt.* **46**, 5719– 5727 (2007).
- [21] X. Sang, C. Yu, M. Yu and D. Hsu, “Applications of digital holography to measurements and optical characterization”, *Opt. Eng.* **50**(9), (2011).
- [22] Pramod k. Rastogui, *Digital Speckle Pattern Interferometry And Related Techniques*, Ed. Wiley (2001).
- [23] N. Alcalá Ochoa, R. Rodríguez-Vera y B. Barrientos, “Técnica de moteado para medición de fracturas en estructuras metálicas,” *Rev. Mex. Fis.*, **46**(5), 468-477 (200).
- [24] S. Schedin, G. Pedrini, H. J. Tiziani, and F. M. Santoyo, “Simultaneous three-dimensional dynamic deformation measurements with pulsed digital holography,” *Appl. Opt.* **38**(34), 7056–7062 (1999).

- [25] F. M. Santoyo, G. Pedrini, S. Schedin, and H. J. Tiziani, "3D displacement measurements of vibrating objects with multi-pulse digital holography," *Meas. Sci. Technol.* **10**(12), 1305–1308 (1999).
- [26] G. Pedrini, S. Schedin, and H. J. Tiziani, "Pulsed digital holography combined with laser vibrometry for 3D measurements of vibrating objects," *Opt. Lasers Eng.* **38**, 117–129 (2002).
- [27] Rudolf Francois Cornelis Kriens, *Quantitative Holographic Interferometry: measurement of solid object deformations*. Technische Universiteit Delft, 1988.
- [28] M. Takeda, H. Ina, and S. Kobayashi, "Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry," *J. Opt. Soc. Am.* **72**, 156–160 (1982).
- [29] Daniel Malacara , Manuel Servín , and Zacarias Malacara, *Interferogram Analysis For Optical Testing*, Second Edition.
- [30] J. R. Buckland, J. M. Huntley, and S. R. E. Turner, "Unwrapping noisy phase maps by use of a minimum-cost-matching algorithm," *Applied Optics*, Vol. 34, Issue 23, pp. 5100–5108 (1995).
- [31] Esther R., Lucas C., Daniel I., *Resistencia de materiales: determinación de tensiones y deformaciones*, Ed. Vision Net (2006).
- [32] W. N. Sharp, Jr., B. Yuan, R. Vaidyanathan, and R. L. Edwards, "New test structures and techniques for measurement of mechanical properties of MEMS materials," *Proc. SPIE* **2880**, 78–91 (1996).
- [33] J. G. Chakravorty, "Bending of symmetrically loaded circular plate of variable thickness," *Indian J. Pure Appl. Math.* **11**, 258–276 (1980).
- [34] D. T. Read, "Young's modulus of thin films by speckle interferometry," *Meas. Sci. Technol.* **9**, 676–685 (1998).
- [35] E. J. Hearn, *Mechanics of Materials 2: An Introduction to the Mechanics of Elastic and Plastic Deformation of Solids and Structural Components*, 2nd ed. (Butterworth-Heinemann, 1985).
- [36] E. Ventsel and T. Krauthammer, *Thin Plates and Shells: Theory, Analysis, and Applications*, Marcel Dekker, Inc.
- [37] R. R. Craig, Jr., *Mechanics of Materials* (Wiley, 1996).

- [38] S. C. Bhatnagar, *Neuroscience for the Study of Communicative Disorders*, 2nd ed. (LippincottWilliams &Wilkins, 2002).
- [39] S. Hwa and L. Kuo-Kang, “Characterization of the mechanical properties of microscale elastomeric membranes,” *Meas. Sci. Technol.* 16, 653–658 (2005).
- [40] E. S. Drexler and A. J. Slifka, “An experimental method for measuring mechanical properties of rat pulmonary arteries verified with latex,” *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.* 108, 183–191 (2003).
- [41] S. P. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger, *Theory of Plates and Shells*, 2nd ed. (McGraw-Hill, 1959).
- [42] W. C. Young and R. G. Budynas, *Roark’s Formulas for Stress and Strain*, 7th ed. (McGraw-Hill, 2001).
- [43] Palastanga N, Field D, Soames R. *Anatomía y movimiento humano estructura y funcionamiento*. Paidotribo; 2007 pp.42–4 [chapter2].
- [44] W. F. Decraemer and W.R.J. Funnell, “Anatomical and mechanical properties of the tympanic membrane,” In: B. Ars, editor. *Chronic otitis media. Pathogenesis-oriented therapeutic Management*. The Hague: Kugler, 51-84 (2008).
- [45] Koike T, Wada H, Kobayashi T. Modeling of the human middle ear using the finite-element method. *J Acoust Soc Am* 2002;111(3):1306–17.
- [46] Liesbeth C., W. F. decraemer, J. dirckx, and Timmermans, “Thickness distribution of fresh eardrums of cat obtained with confocal microscopy,” *J.A.R.O.* 6, 223-233 (2005).
- [47] Rosowski J J, Cheng J T, Ravicz M E, Hulli N, Hernández-Montes M, Harrington E, Furlong C. “Computer-assisted time-averaged holograms of the motion of the surface of the mammalian tympanic membrane with sound stimuli of 0.4–25 kHz,” *Hear Res*, 253,83–96 (2009).
- [48] Cheng JT, Aarnisalo AA, Harrington E, Hernandez-Montes M. del S, Furlong C, Merchant SN, Rosowski JJ. “Motion of the surface of the human tympanic membrane measured with stroboscopic holography”. *Hear Res.* 263(1–2), 66–77 (2010).
- [49] Hernandez-Montes M. del S., F. M. Santoyo, C. P. Lopez, S. M. Solis and J. Esquivel, “Digital holographic interferometry applied to the study of tympanic membrane displacements”, *Opt. Lasers Eng.* 49, 698-702 (2011).
- [50] C. Quan, W. Chen, and C. J. Tay, “Shape measurement by multi-illumination method in digital holographic Interferometry,” *Opt. Commun.* 281(15-16), 3957–3964 (2008).

- [51] U. Schnars and W. Jueptner, *Digital Holography: Digital Hologram Recording Numerical Reconstruction, and Related Techniques* (Springer, 2005).
- [52] I. Yamaguchi, S. Ohta, and J.-I. Kato, “Surface contouring by phase-shifting digital holography,” *Opt. Lasers Eng.* **36**(5), 417–428 (2001).
- [53] W. F. Decraemer and W. R. J. Funnell, “Anatomical and mechanical properties of the tympanic membrane,” In: B. Ars, editor. *Chronic otitis media. Pathogenesis-oriented therapeutic Management*. The Hague: Kugler, 51–84 (2008).
- [54] S. Grossman, *Algebra Lineal*, 6ta ed. (McGraw-Hill, 2008).

Apéndice A

Moteado

Las motas son causadas por las rugosidades microscópicas del objeto. Cuando los rayos de luz coherentes inciden sobre una superficie rugosa S cuyas variaciones de altura son mayores a la longitud de onda λ , los rayos de luz son dispersados en todas direcciones como se muestra en la figura A1. La luz dispersada aleatoriamente causa interferencia entre muchos de los frentes de onda, formando un patrón de interferencia que contiene puntos brillantes y oscuros, comúnmente llamado patrón de moteado o speckle, figura A2.

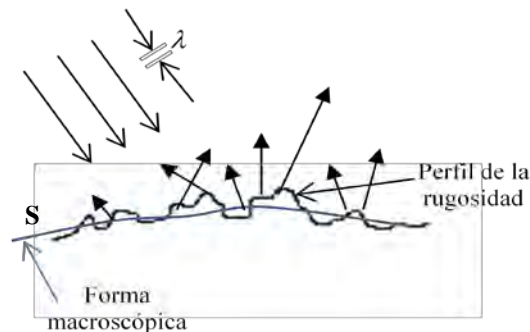


Figura A1. Esparcimiento de la luz sobre una superficie.

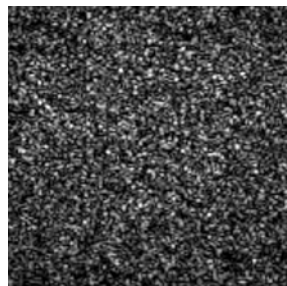


Figura A2. Patrón de moteado de una superficie iluminada con luz coherente.

El tamaño de las manchas brillantes y oscuras, varía aleatoriamente, y para encontrar un valor que represente el tamaño de la mota existen dos formas. La primera es cuando una superficie rugosa es iluminada con una longitud de onda λ y observada en una pantalla colocada a una distancia z , conocido como moteado objetivo, figura A3 (A), donde cada punto de la superficie iluminada contribuye a iluminar sobre la pantalla en un punto arbitrario P, suponiendo que el patrón de moteado en el punto P es la superposición de los patrones de franjas por la luz dispersada de todos los pares de puntos de la superficie. Cualquier par de puntos están separados por una distancia l con la cual se puede calcular una frecuencia de franjas $f = l/\lambda z$. El periodo de este patrón es una medida para determinar el tamaño de la mota σ_o , que se puede aproximar como: $\sigma_o = \lambda z/D$, donde D es un área de sección transversal. La segunda forma es conocida como moteado subjetivo, figura A3 (B), en donde se coloca una lente para formar la imagen de la primera superficie, la imagen de cada punto P es una imagen de difracción. La interferencia de las imágenes de difracción produce la aparición de moteado y la manera para determinar el tamaño de la mota se realiza de forma análoga al caso objetivo. En este caso el área de sección transversal de iluminación es limitada por las lentes que forman la imagen. El tamaño de la mota está dada por $\sigma_s = \lambda b/D$, donde b es la distancia imagen. Para sistemas con cámara, resulta más práctico relacionar el número $F^\#$ y la magnificación $m = (b - f)/f$, por lo que la ecuación para determinar el tamaño de la mota subjetiva se puede escribir como:

$$\sigma_s = (1 + m)\lambda F^\# \quad (A1)$$

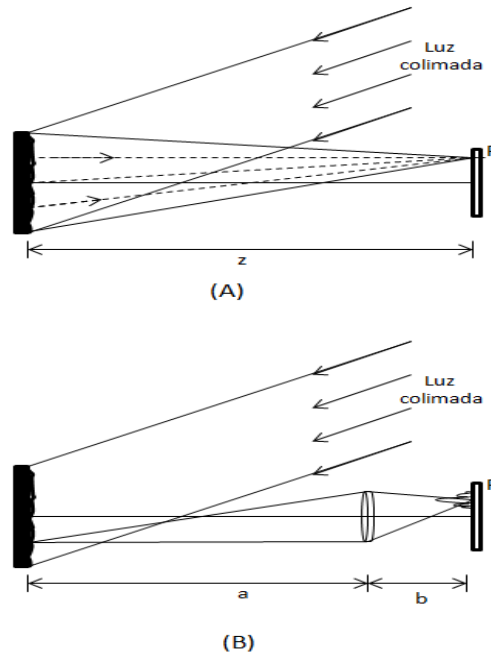


Figura A3. Formación de moteado al iluminar una superficie rugosa; (A) Formación de moteado objetivo, (B) Formación de moteado subjetivo.

El patrón de moteado depende tanto de la rugosidad y de la forma de la superficie iluminada, como de la distribución de la fase (forma del frente de onda). Por lo que, se puede decir que cualquier cambio en la superficie del objeto, así como, un cambio en la distribución de fase, hace que el patrón de moteado también cambie. Ahora bien, si se registra un patrón de moteado antes y después de un cambio de forma en la superficie del objeto, se obtendrán dos patrones de moteado con estructuras diferentes, que al superponerlas se formara un patrón de franjas, como se ve en la figura A4. Lo anterior bajo ciertas condiciones específicas, entre los que se haya el que los dos patrones de moteado estén interferométricamente correlacionados.

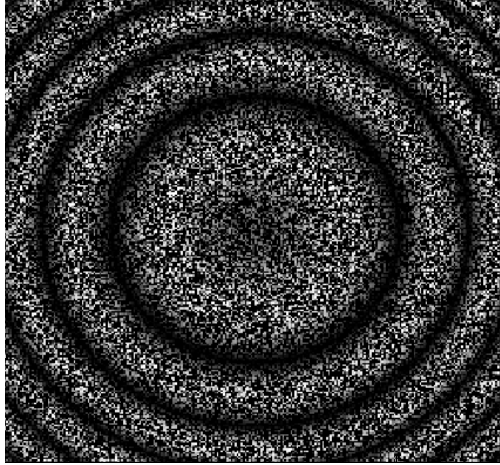


Figura A4. Patrón de franjas formado a partir de la correlación de dos patrones de moteado.

Apéndice B

Vector de sensibilidad y deformaciones

La distribución aleatoria de intensidad que presentan los patrones de interferencia es muy sensible a los cambios de desplazamiento del objeto, variación que se mide tomando en cuenta la geometría del sistema óptico. Existen varias teorías que demuestran la relación entre las geometrías de los arreglos ópticos y los movimientos, mostrando los cambios de fase debido al cambio de posición entre dos interferogramas y su relación con el vector de sensibilidad.

En la figura B1, el objeto se ilumina por una fuente puntual S_i . La luz dispersada desde un punto P se dirige hasta un punto de observación S_0 . Para grabar un interferograma de doble exposición, el punto P se desplaza una distancia d al punto P' . Al desplazarse el punto P hace que se produzca un corrimiento de fase φ que se compone de la fase inicial de la fuente más los desfases que va experimentando la luz cuando se propaga desde la fuente hasta el punto de observación.

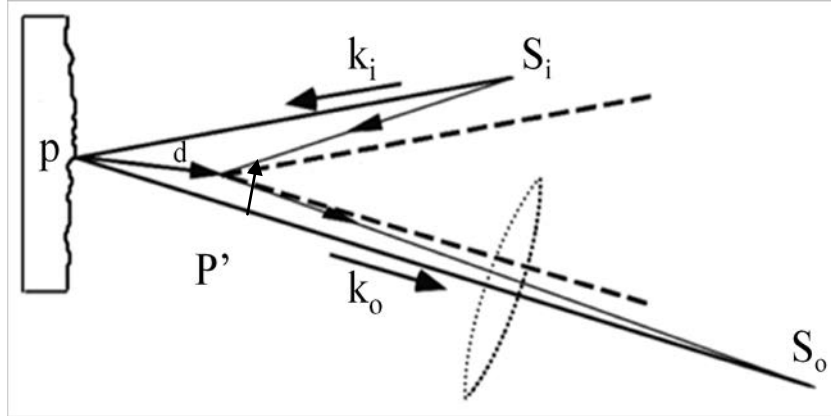


Figura B1. Diagrama para el estudio del vector de sensibilidad.

De la figura anterior

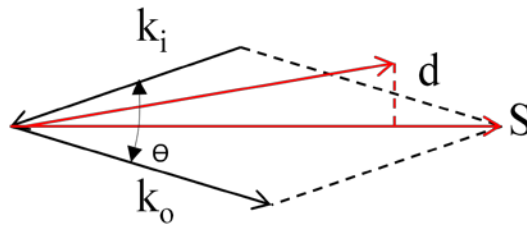


Figura B2. Vector de sensibilidad.

En sistemas reales las magnitudes de \mathbf{k}_i y \mathbf{k}_o son mucho mayores que el vector de sensibilidad $\mathbf{S} = (\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_o)$. Que para propósitos prácticos la sensibilidad de la fase al desplazamiento del difusor está en función del vector de sensibilidad.

$$\Delta\varphi = 2\pi(\mathbf{S} \cdot \Delta\mathbf{d})/\lambda \quad (\text{B.1})$$

Siendo θ el ángulo entre las dos direcciones de iluminación y observación. Esta ecuación forma la base de la interpretación cuantitativa del patrón de interferencia, como por ejemplo: Para el caso particular de un arreglo fuera de plano donde es sensible a desplazamientos a lo largo del eje de la cámara como se ve en la figura B3.

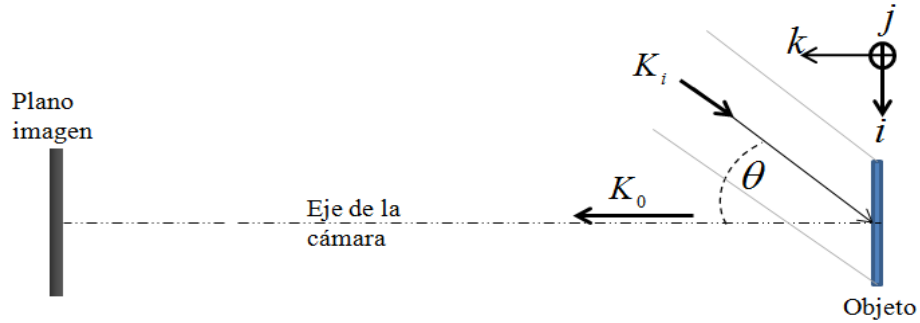


Figura B3. Arreglo fuera de plano.

Podemos conocer los desplazamientos en la dirección d_z a partir del vector de sensibilidad. De la figura B3, la fuente de iluminación representada por el vector $\mathbf{k}_i = i \sin\theta + j \cdot 0 - k \cos\theta$, y la luz reflejada representada por el vector de observación $\mathbf{k}_o = \mathbf{k}$, vectores que componen al vector de sensibilidad. Sustituyendo \mathbf{S} dentro de la ecuación (B.1) tenemos.

$$\Delta\varphi = 2\pi/\lambda(1 + \cos\theta)d_z \quad (\text{B.2})$$

Donde la sensibilidad del arreglo es determinado y controlado por el ángulo θ . Para medir todas las componentes de la deformación de un objeto, se deben combinar tres vectores de sensibilidad independientes a fin de obtener las tres componentes de la deformación d_x , d_y y d_z . Por lo que, se debe reescribir la ecuación (B.1) de forma general, viz.

$$\Delta\varphi_i = 2\pi/\lambda(\mathbf{S}_i \cdot \Delta\mathbf{d}) \quad i=1,2,3 \quad (\text{B.3})$$

Para el análisis tridimensional, es decir en 3D [24], es necesario determinar las tres componentes del vector de deformación, midiendo la fase para los tres vectores de sensibilidad \mathbf{s}_1 , \mathbf{s}_2 y \mathbf{s}_3 . Así como la forma del objeto.

Para incluir la forma del objeto dentro de la expresión (B.3), partimos de los vectores de iluminación y de observación en función de sus vectores unitarios, quedando el vector de sensibilidad como $\mathbf{S} = \hat{\mathbf{K}}_i - \hat{\mathbf{K}}_o$, estos vectores se definen como:

$$\hat{\mathbf{K}}_i = \mathbf{P} - \mathbf{s}_i \quad (\text{B.4})$$

$$\hat{\mathbf{K}}_o = \mathbf{C} - \mathbf{P} \quad (\text{B.5})$$

Donde \mathbf{P} representa las coordenadas de un punto en el objeto, \mathbf{s}_i son las coordenadas de las fuentes de iluminación y \mathbf{C} representa el punto de observación, que en términos prácticos estaría representando las coordenadas del centro del sensor de la cámara de observación. Por lo que, al sustituir B.4 y B.5 en la expresión del vector de sensibilidad, resulta:

$$\mathbf{S} = 2\mathbf{P} - \mathbf{C} - \mathbf{s}_i \quad (\text{B.6})$$

Ecuación que tendría solo cambios en las direcciones de iluminación si se mantiene fijo el punto de observación. Es decir, que solo habría cambios a partir de la posiciones de las fuentes de iluminación. Una forma más clara de representar los vectores de sensibilidad para el análisis tridimensional, es descomponiéndolos en sus componentes ortogonales x , y y z . Por ejemplo, si tomamos un conjunto de puntos con origen en el objeto como referencia al sistema cartesiano, tenemos: $\mathbf{s}_1 = (s_{1x}, s_{1y}, s_{1z})$, $\mathbf{s}_2 = (s_{2x}, s_{2y}, s_{2z})$, $\mathbf{s}_3 = (s_{3x}, s_{3y}, s_{3z})$, y $\mathbf{d} = (d_x, d_y, d_z)$. Reescribiendo la relación entre la fase, el vector de sensibilidad y el vector de deformación en forma matricial.

$$\frac{\lambda}{2\pi} \begin{pmatrix} \Delta\varphi_1 \\ \Delta\varphi_2 \\ \Delta\varphi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{1x} & S_{1y} & S_{1z} \\ S_{2x} & S_{2y} & S_{2z} \\ S_{3x} & S_{3y} & S_{3z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \end{pmatrix} \quad (\text{B.7})$$

Relación matricial que contiene los cambios de fase de cada dirección de iluminación, designados por $\Delta\varphi_1$, $\Delta\varphi_2$, $\Delta\varphi_3$ y los vectores de sensibilidad \mathbf{s}_1 , \mathbf{s}_2 y \mathbf{s}_3 . Este sistema es soluble cuando se tiene los mapas de fase desenvueltos correspondientes a las posiciones de iluminación. La solución de la ecuación anterior para determinar los desplazamientos d_x , d_y , d_z por Cramer [54] son:

$$\frac{d_z}{\lambda} = \frac{[S_{2x}(\varphi_3/2\pi) - S_{3x}(\varphi_2/2\pi)][S_{1x}S_{2y} - S_{1y}S_{2x}] - [S_{1x}(\varphi_2/2\pi) - S_{2x}(\varphi_1/2\pi)][S_{2x}S_{3y} - S_{2y}S_{3x}]}{[S_{1x}S_{2y} - S_{1y}S_{2x}][S_{2x}S_{3z} - S_{2z}S_{3x}] - [S_{2x}S_{3y} - S_{2y}S_{3x}][S_{1x}S_{2z} - S_{1z}S_{2x}]}$$

(B.8)

$$\frac{d_y}{\lambda} = \frac{1}{[S_{1x}S_{2y} - S_{1y}S_{2x}]} \left[[S_{1x}(\varphi_2/2\pi) - S_{2x}(\varphi_1/2\pi)] - [S_{1x}S_{2z} - S_{1z}S_{2x}] \frac{d_z}{\lambda} \right]$$

(B.9)

$$\frac{d_x}{\lambda} = -\frac{S_{1y}}{S_{1x}} \frac{d_y}{\lambda} - \frac{S_{1z}}{S_{1x}} \frac{d_z}{\lambda} + \frac{\varphi_1/2\pi}{S_{1x}}$$

(B.10)

Apéndice C

Membrana y placa delgada

Consideremos una placa de espesor h , dividida a la mitad por un plano (plano medio) paralelo a sus caras como se ve en la figura C1, que al someterse a una carga transversal, el plano medio se deformará adquiriendo una forma curva.

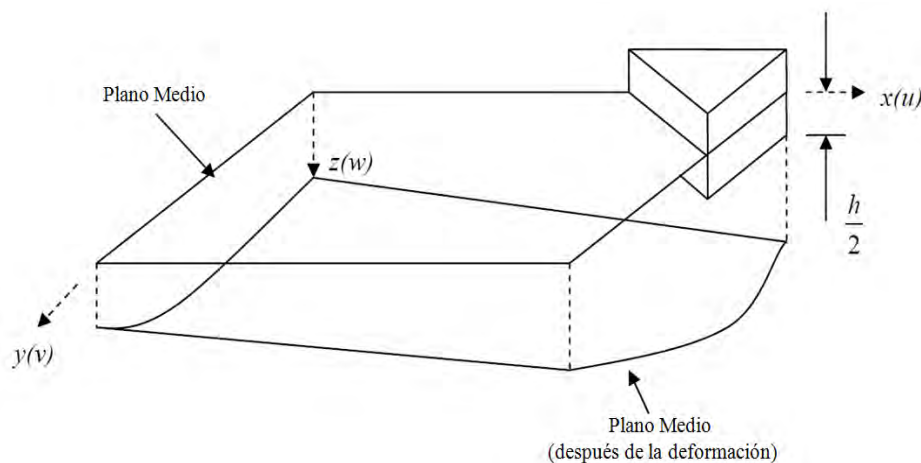


Figura C1. Geometría de un plano, mostrando el plano medio en sus ejes cartesianos.

De acuerdo a las hipótesis de Kirchhoff las cuales son fundamentales en el desarrollo lineal, elástico, en la teoría de pequeñas deflexiones en placas delgadas, donde Ventsel y Krauthammer reafirman [36], que una placa resiste a cargas transversales por flexión y dependerá en gran medida de su grosor, por lo que se pueden clasificar en tres grupos de acuerdo a la relación a/h donde a es la longitud de la placa en un plano y h el grosor.

El primer grupo se presenta por placas gruesas teniendo una relación de $a/h \leq 8 \dots 10$. El análisis incluye todos los componentes de tensiones, deformaciones y desplazamientos.

El segundo grupo se refiere a platos con una relación de $a/h \leq 80 \dots 100$. Las placas suelen referirse como membranas y que están desprovistos de la rigidez de la flexión. Las membranas soportan cargas laterales por la fuerzas de tracción axial que actúan en la superficie de la placa-media.

El grupo más amplio son las llamadas placas delgadas con $8 \dots 10 \leq a/h \leq 80 \dots 100$. Dependiendo de la relación w/h , la relación entre la máxima deflexión de la placa a su espesor, la parte de las fuerzas de flexión de la membrana pueden ser diferentes, porque este grupo se puede dividir:

- a) Placas rígidas. Una placa se puede clasificar como un placa rígida si $w/h \leq 0.2$. Las placas rígidas son placas delgadas flexibles. Llevando la carga en dos dimensiones, en su mayoría por flexión interna y momentos de torsión, y por fuerzas de corte transversal. Las deformaciones en el plano medio y las fuerzas de membrana son insignificantes. En la práctica el término placa se entiende como una placa rígida.
- b) Placas flexibles. Si las deflexiones de la placa están más allá de un cierto nivel $w/h \geq 0.3$, entonces las deflexiones laterales podrían estar acompañados por el estiramiento de la superficie media, refiriéndose a placas lo más flexible. Estas placas representan una combinación de placas rígidas y membranas y llevan cargas externas por la acción combinada de los momentos internos, fuerza de corte y fuerzas de membrana (axial). Dichas placas, debido a su favorable relación peso-carga son ampliamente utilizados en la industria. Cuando la magnitud de la deflexión máxima

es considerablemente mayor que el espesor de la placa, la acción de la membrana predomina. Por lo tanto, si $w/h > 5$, la tensión de la flexión se puede despreciar en comparación con el estrés de la membrana. En consecuencia, el mecanismo de carga de las placas se convierten en algún tipo de membrana. Es decir, la presión se distribuye sobre todo el espesor de la placa.

Una manera de diferenciar entre las placas y las membranas se puede encontrar en la ecuación de la rigidez a la flexión de una placa.

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (C.1)$$

Donde E es el módulo de elasticidad del material, h es el espesor del material y ν es el coeficiente de Poisson. En la ecuación se ve que cuando el espesor h se acerca al plano medio, la rigidez tiende a cero, y viceversa. En la figura C2, se muestran los límites que representan de manera visual la transición de un elemento estructural de una delgada placa a una membrana.

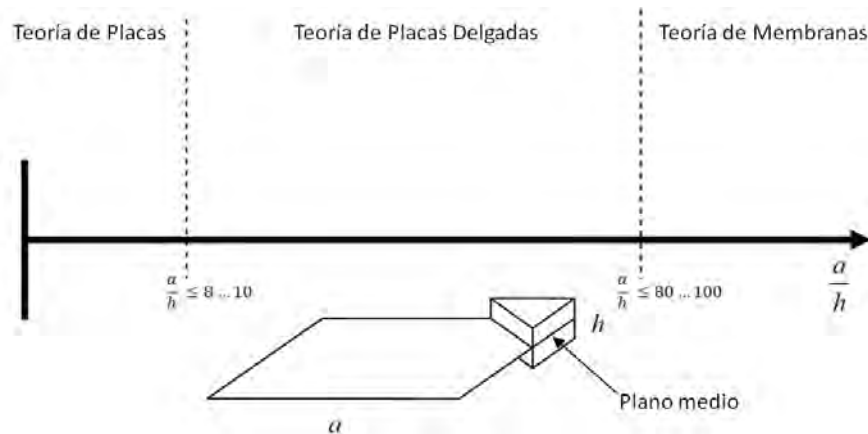


Figura C2. Límites para distinguir la teoría de placas, en placas delgadas y teoría de membranas, en relación a/h .

En nuestro caso, la longitud y el grosor de la muestra utilizada se encuentran cerca del límite entre la teoría de placas delgadas y la teoría de membranas. Considerándola membrana sin olvidar la relación a/h , y que en la práctica dependerá de que tan tensada ó estirada se encuentre la muestra. Por tanto, para el análisis cuantitativo del material elástico se utiliza la ecuación de equilibrio general de una placa delgada [39-40], escrita como:

$$\frac{d}{dr} \left\{ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\delta}{dr} \right) \right\} = -\frac{Q}{D} \quad (C.2)$$

Expresión donde usa el máximo desplazamiento δ que sufre el material en la parte central en respuesta a una carga aplicada distribuida uniformemente y con los bordes sujetos (ver sección 3.4). Para determinar el módulo de elasticidad sobre una superficie circular, la fuerza de carga dentro del área de prueba está dada por $q \times \pi r^2 = F$. Por lo que, una vez resuelta la ecuación (C.2) y considerando las condiciones de frontera, se tiene la expresión para determinar el módulo de elasticidad del material dada como:

$$E = \frac{qr^4}{64} \left\{ \frac{12(1 - \nu^2)}{\delta h^3} \right\} \quad (C.3)$$