



**CENTRO DE INVESTIGACIONES
EN OPTICA, A.C.**

***ESTUDIO DE LA RESPUESTA MECÁNICA DE TEJIDO
ÓSEO BOVINO USANDO INTERFEROMETRÍA
HOLOGRÁFICA DIGITAL 3D SIMULTÁNEO***

Tesis presentada por:

M. en C. Araceli Sánchez Alvarez

Como requisito para obtener el grado de:

Doctora en Ciencias (Óptica)

Asesor:

Dr. Manuel Humberto De la Torre Ibarra

León, Guanajuato, Agosto de 2014

Resumen

La técnica óptica de Interferometría Holográfica Digital (DHI) ha sido utilizada exitosamente para obtener parámetros mecánicos de materiales de ingeniería. Extender este modelo a materiales biológicos como el hueso nos permite dar un enfoque mecánico en el análisis de estas estructuras lo cual es importante para entender su funcionamiento normal y poder evaluar algún cambio que pueda ocurrir debido a enfermedades, accidentes o después de una cirugía.

Un caso particular, Interferometría Holográfica Digital 3D simultáneo (DHI 3D, por sus siglas en inglés), es una técnica que ha sido aplicada a la medición de deformaciones superficiales y que permite obtener información de las tres componentes ortogonales del desplazamiento u , v y w . Esta técnica consiste en iluminar el objeto bajo estudio simultáneamente en tres direcciones diferentes de iluminación y con tres láseres diferentes y grabar los hologramas con un solo sensor monocromático de alta resolución.

Con este trabajo se realizó un estudio de la respuesta mecánica de tejido óseo bovino con la técnica de Interferometría Holográfica Digital3D. Para poder llevar a cabo esto, primero se realizaron pruebas ópticas en materiales de ingeniería para obtener parámetros mecánicos. Todos los parámetros físicos involucrados son introducidos en un algoritmo de elemento finito para obtener un modelo matemático que reproduzca el experimento mencionado. Finalmente, una comparación cuantitativa es realizada entre los resultados experimentales y las predicciones de la simulación numérica, validando así, el sistema de medición.

Agradecimientos

Doy gracias a mis padres por el apoyo incondicional que me han brindado durante toda mi carrera profesional.

A mis hijos les agradezco su paciencia y disposición para ayudarme. Por entender que tengo metas profesionales y alegrarse con mis triunfos.

Agradezco también a Donato Luna por sus consejos y por facilitarme el camino para mi realización profesional.

Muy especialmente agradezco a mi asesor el Dr. Manuel de la Torre por darme la oportunidad de trabajar con él y con su grupo, por proporcionarme todas las herramientas necesarias para mi desarrollo profesional y sobre todo por la gran disposición que siempre brinda a sus estudiantes. Mi mayor respeto y admiración por su gran capacidad para guiar y formar profesionistas.

Gracias al Dr. Fernando Mendoza por sus aportaciones a este trabajo, así como las facilidades brindadas para participaciones en congresos internacionales.

Gracias a los doctores Tonatiuh Saucedo y Donato Reyes por su valiosa colaboración en este trabajo de investigación.

Agradezco a la doctora María del Socorro Hernández y a los doctores David Moreno y Francisco Cuevas por las revisiones y aportaciones realizadas a esta tesis.

Gracias al CONACYT y al CIO por los financiamientos otorgados para llevar a cabo mi formación doctoral.

Finalmente agradezco a investigadores, técnicos y compañeros que de alguna forma contribuyeron a la realización de este proyecto.

Índice

Capítulo I

Introducción.....	1
-------------------	---

Capítulo II

Marco teórico

2.1 Principios fundamentales de Interferometría Holográfica Digital.....	6
2.2.1 Interferencia de la luz.....	7
2.2.2 Coherencia.....	10
2.2.3 Moteado.....	15
2.2.4 Grabación digital de hologramas.....	19
2.2.5 Medición de desplazamiento.....	21
2.2.6 Interferometría Holográfica Digital en 3D.....	24
2.2 Conceptos básicos de la teoría de elasticidad.....	28
2.2.1 Definición de desplazamiento y deformación.....	28
2.2.2 Relación entre desplazamiento y deformación.....	29
2.3 Método de Elementos Finitos (FEM).....	35
2.3.1 Pasos para el Análisis de Elementos Finitos.....	36
2.3.1.1. Pre-proceso.....	36
2.3.1.2. Solución.....	38
2.3.1.3. Post-proceso.....	39
2.4 Respuesta de tejido óseo sometido a fuerzas.....	40
2.4.1 Composición y estructura del hueso.....	41
2.4.2 Propiedades mecánicas del hueso.....	42
2.4.3 Tipos de cargas en hueso femoral.....	46
2.4.4 Características mecánicas del hueso femoral.....	47
2.4.5 Medición de deformaciones mecánicas en hueso.....	51

Capítulo III

Interferometría holográfica digital 3D simultánea para medición de deformación validada con FEM.

3.1 Arreglo experimental.....	54
3.2 Grabación y procesamiento de las imágenes.....	58
3.3 Simulación por Método de Elemento Finito.....	61
3.4 Resultados.....	64

Capítulo IV

Determinación de deformación en secciones de hueso con Interferometría holográfica digital 3D simultánea.

4.1 Procedimiento experimental.....	67
4.2 Sección longitudinal.....	69
4.2.1. Resultados.....	71
4.3 Sección transversal.....	75
4.3.1 Resultados.....	76

Capítulo V

Conclusiones.....	80
Publicaciones y Congresos.....	83

Referencias.....	84
-------------------------	-----------

Apéndices

Apéndice A. Diagrama de flujo para determinar el desplazamiento.....	92
Apéndice B. Análisis estructural estático de un placa metálica con Ansys.....	93

Lista de figuras

Figura 2.1 Onda plana de luz propagándose en la dirección especificada por el vector de propagación \mathbf{k}	8
Figura 2.2 Efectos de la coherencia temporal producidos por un interferómetro.....	11
Figura 2.3 Representación esquemática de paquetes de onda emitidos sucesivamente por una fuente de luz.....	13
Figura 2.4 Franjas de Young formadas con una fuente de ancho finito w	14
Figura 2.5 Patrón de moteado.....	16
Figura 2.6 Formación del patrón de moteado.....	17
Figura 2.7 Formación del patrón de moteado subjetivo.....	19
Figura 2.8 Cámara CCD pixelfly.....	20
Figura 2.9 Arreglo óptico típico de DHI con una iluminación.....	22
Figura 2.10 Espectro de Fourier para una iluminación con apertura circular.....	24
Figura 2.11 Arreglo óptico típico de DHI con 3 iluminaciones.....	25
Figura 2.12 Espectro de Fourier con 3 iluminaciones.....	27
Figura 2.13 Deformación de un cubo arbitrario en un cuerpo debido un sistema de fuerzas aplicado.....	31
Figura 2.14 Gradientes de desplazamiento asociado con la deformación normal ϵ_{xx}	32
Figura 2.15 Ejemplo de placa modelada con elementos finitos.....	37
Figura 2.16 Ejemplo de una geometría.....	38
Figura 2.17 Ejemplo de modelado.....	38
Figura 2.18 Acercamiento de malla refinada de la placa de figura 2.15.....	39
Figura 2.19 Ejemplo de aplicación de cargas y condiciones de frontera.....	40
Figura 2.20 Ejemplo visualización de solución.....	41
Figura 2.21 Estructura típica de hueso largo.....	43
Figura 2.22 Sección longitudinal del extremo proximal del fémur ilustrando el hueso cortical y trabecular.....	44
Figura 2.23 Diagrama amplificado de la sección de un osteón.....	45
Figura 2.24 Trabéculas en hueso trabecular óseo.....	46
Figura 2.25 Principales cargas axiales de (a) compresión, (b) tensión y (c) cizalla.....	48

Figura 2.26 Cargas combinadas de (a) torsión y (b) flexión.....	48
Figura 2.27 El hueso se considera anisotrópico porque responde de manera diferente cuando las fuerzas se aplican en diferentes direcciones.....	50
Figura 2.28 Viscoelasticidad.....	51
Figura 2.29 Curva de deformación del hueso según una tensión.....	52
Figura 2.30 Curva de deformación mostrando la diferencia de comportamiento entre (A) material flexible, (B) material frágil y (C) hueso.....	53
Figura 2.30. Medición de parámetros en tejidos biológicos con DHI.....	55
Figura 3.1 Vista esquemática del sistema experimental.....	57
Figura 3.2. Eficiencia cuántica del sensor de la cámara Pixelfly que utilizada en el sistema experimental.....	58
Figura 3.3 Dimensiones y campo de visión de la placa metálica de prueba.....	59
Figura 3.4. Condiciones de frontera y de iluminación de la placa metálica de prueba.....	60
Figura 3.5 Espectro de Fourier que muestra las distribuciones espectrales para cada láser en un único holograma.....	61
Figura 3.6 Mapas de fase envuelta.....	62
Figura 3.7 Diagrama de bloques del procesamiento digital de imágenes.....	63
Figura 3.8 Mallado del modelo que muestra una mayor densidad de elementos en la región del FOV.....	64
Figura 3.9 Cargas y condiciones de frontera. Flechas lado izquierdo: carga, flechas lado derecho: soporte fijo.....	65
Figura 3.10 Comparación de los desplazamientos experimentales y numéricos para u (a)(b), v (c)(d) y w (e)(f), respectivamente.....	67
Figura 3.11 Resultados experimentales (columna izquierda) y numéricos (columna derecha) para ϵ_x (a)(b), ϵ_y (c)(d) y γ_{xy} (e)(f) respectivamente.....	69
Figura 4.1 Vista esquemática del sistema experimental.....	71
Figura 4.2 Fémur bovino.....	72
Figura 4.3 (a) Representación esquemática de la carga del hueso, (b) campo de visión indicado en línea punteada y (c) fotografía del hueso montado durante la primera prueba.....	73
Figura 4.4 Mapas de desplazamiento experimentales de la prueba longitudinal: (a, d, g, j, m) para u , (b, e, h, k, n) para v y (c, f, i, l, o) para w , respectivamente.....	75
Figura 4.5 Mapas de deformación experimentales de la prueba longitudinal: (a, d, g, j, m) para ϵ_x , (b, e, h, k, n) para ϵ_y y (c, f, i, l, o) para γ_{xy} , respectivamente.....	77

Figura 4.6 (a) Representación esquemática del hueso donde la línea roja indica la línea de corte. (b) Imagen real del hueso con corte transversal en un extremo.....	78
Figura 4.7 (a) Región transversal ósea con el campo de visión indicado con la línea punteada. (b) Fotografía del hueso montado para la segunda prueba.....	79
Figura 4.8 Mapas de desplazamiento experimental de la prueba transversal: (a, d, g, j, m) para u , (b, e, h, k, n) para v y (c, f, i, l, o) para w , respectivamente.....	80
Figura 4.9 Mapas de deformación experimentales de la prueba transversal: (a, d, g, j, m) para ϵ_x , (b, e, h, k, n) para ϵ_y y (c, f, i, l, o) para γ_{xy} , respectivamente.....	82
Figura B.1 a) Modelo de CAD, b) Modelo geométrico.....	96
Figura B.2 Geometría de elemento SOLID45.....	97
Figura B.3 a) malla de las áreas del modelo y b) modelo sólido.....	98
Figura B.4 Modelo de elemento finito y aplicación de cargas.....	98
Figura B.5 Selección de elementos para visualización de resultados.....	99

Capítulo I

Introducción

Dentro del campo de la metrología, las técnicas ópticas han sido ampliamente usadas por ofrecer alta sensibilidad, resolución y velocidad. Esto último se debe principalmente al uso de la más reciente tecnología en cámaras digitales, cuyas características de resolución y tiempos de exposición son constantemente mejorados, resultando en más pequeños y poderosos sistemas de metrología óptica. Otra ventaja de estas técnicas es que podemos obtener información de campo completo y no punto por punto como en el caso de las galgas extensiométricas [1]. Adicionalmente, estas técnicas son conocidas como Pruebas No Destructivas, también llamadas de no-contacto y no-invasivas, ya que pueden evaluar las propiedades mecánicas de una muestra sin dañar su estructura y composición [2]. La mayoría de las técnicas ópticas no destructivas, tal como Proyección de Franjas, Interferometría de Patrones de Moteado, Shearografía, Interferometría Holográfica Digital, etc. [3-6] están en constante desarrollo. Interferometría Holográfica Digital es una técnica que tiene la ventaja de no necesitar partes móviles dentro del camino óptico del interferómetro, en comparación con, por ejemplo, la técnica de interferometría de patrones de moteado que requiere hardware móvil adicional para la adquisición de fase. Esto último permite que la técnica pueda ser utilizada en eventos que ocurren rápidamente o que no puedan ser repetidos. Otra ventaja de esta técnica, es la facilidad con que se puede adquirir la fase óptica y transformarla en un desplazamiento [7]. La medida de este desplazamiento nos permite realizar el estudio de las propiedades mecánicas de una muestra, lo cual puede lograrse usando una, dos o tres posiciones de iluminación ya sea secuencialmente [8] o simultáneamente [9]. Se ha demostrado la capacidad de la técnica, que iluminando en tres posiciones simultáneamente, es posible obtener información de las tres componentes ortogonales del desplazamiento u , v y w con solo dos imágenes tomadas en dos estados diferentes de la muestra, es decir, antes y después de una deformación [10]. Una variante de esta técnica fue presentada usando tres láseres diferentes con un sensor monocromático

de alta resolución dando la oportunidad de usar láseres con longitudes de coherencia mayores (metros o kilómetros) que permiten medir objetos de grandes áreas [11].

En este trabajo, un nuevo análisis es presentado de tal manera que no sólo se obtiene la información de desplazamiento, sino también los datos de deformación se calculan a partir de ella. El cálculo de esta variable permite evaluar características estructurales de la muestra tales como homogeneidades y fisuras las cuales están directamente relacionadas con el daño de un material, un problema muy común en la industria [12,13]. Otras técnicas han sido utilizadas para obtener información de la deformación [14-18], sin embargo, interferometría holográfica digital tiene ventaja en el procesamiento ya que se necesitan solo dos imágenes para una medición de campo completo, lo que hace posible reportar mediciones rápidas de deformación en tiempo real aun en eventos no repetibles [19,20]. Sin embargo, para que este sistema pueda ser utilizado para inspeccionar diferentes objetos bajo diversos tipos de deformaciones, debe ser comparado con un estándar de medición de exactitud conocida que permita validar la información generada del sistema. Con un método de elemento finito es posible simular un material, las fuerzas y otros parámetros involucrados en un experimento real [21]. La aplicación de un método de elemento finito en trabajos experimentales ha ayudado a validar sistemas con respuestas complejas de deformación [22-24]. Este método ha sido también utilizado en estudios de transferencia de calor [25], flujo [26], tomografía fluorescente [27] y biomecánica [28] entre muchas otras.

Un análisis de la deformación puede dar información acerca de las propiedades mecánicas de una muestra, pero la mayoría de estos estudios han sido aplicados a objetos sólidos e inorgánicos. Sin embargo, en un rango de deformación determinado es posible aplicar estos modelos matemáticos en un tipo diferente de muestras tales como compuestos orgánicos.

Como prueba de principio, una muestra orgánica es seleccionada para ser estudiada usando un sistema de Interferometría Holográfica Digital en 3D. El hueso es el elemento estructural principal para el sistema esquelético de cualquier ser vertebrado, que protege los

órganos internos, proporciona vínculos cinemáticos, facilita las acciones musculares y los movimientos del cuerpo [29]. El hueso es un material estructural complejo, es un material no homogéneo el cual está constituido por sustancias orgánicas e inorgánicas con diferentes propiedades mecánicas cada una. Las propiedades mecánicas totales de un hueso pueden variar de un punto a otro a lo largo del mismo, y su respuesta mecánica dependerá de la dirección y la magnitud de la carga aplicada. Estudios mecánicos clásicos utilizan galgas extensiométricas en biomecánica ortopédica para obtener los valores de desplazamiento y deformación [30]. Sin embargo, su limitación en términos de precisión, exactitud y cantidad de datos recuperados es evidente. Por otra parte, hay una amplia gama de técnicas ópticas no destructiva que se han utilizado con éxito en biomecánica [31]. Como ya se mencionó, una condición general observada en estas técnicas ópticas es la forma en que reducen al mínimo el contacto con la muestra en estudio, lo cual adquiere gran importancia cuando se realizan mediciones con muestras orgánicas *in vitro*. La Interferometría Holográfica Digital también se ha empleado en estudios piloto en aplicaciones biomédicas [32], donde se obtiene información cualitativa y cuantitativa. Sin embargo, estos trabajos se centraron principalmente en los desplazamientos observados en la muestra. Estudios en los que se compararon interferogramas para un femoral orgánico y una prótesis femoral con geometrías idénticas [33].

En el capítulo 2 de esta tesis se presenta una breve descripción matemática de la técnica de Interferometría Holográfica Digital en una configuración 3D simultánea para la detección de mapas de deformación superficiales en un objeto metálico que sirva como referencia para el lector. Se muestra la capacidad de este sistema para obtener con solo dos imágenes las tres componentes ortogonales de desplazamiento u , v y w así como el cálculo de los mapas de deformación a partir de estos desplazamientos. También en esta sección se introducen los fundamentos de la teoría de la elasticidad, que es el estudio de sólidos elásticos lineales sometidos a pequeñas deformaciones de tal manera que los desplazamientos y deformaciones sean "lineales". Así mismo, estas deformaciones son relacionadas a las componentes de desplazamiento que pueden ser medidas por Interferometría Holográfica Digital en 3D. También trataremos algunos conceptos básicos de la teoría de elementos finitos. Se presentarán conceptos particularmente referentes a la

aplicación del método en sólidos mecánicos. Finalmente, dentro de este marco teórico se presenta un breve resumen de las propiedades mecánicas en hueso así como la importancia de mediciones de deformación en muestras orgánicas.

Los resultados experimentales obtenidos con el sistema Interferometría Holográfica Digital serán descritos en el capítulo 3. El primer estudio realizado corresponde a esta técnica aplicada a un objeto metálico. El experimento consiste en una placa de aluminio de geometría conocida deformada para crear mapas de deformación durante una compresión mecánica controlada. Los detalles de cómo la muestra es fijada y deformada así como todos los parámetros ópticos del interferómetro serán también incluidos. Todos estos parámetros físicos son introducidos en un algoritmo de elemento finito para obtener un modelo matemático que reproduzca el experimento mencionado. Finalmente, una comparación cuantitativa es realizada entre los resultados experimentales y las predicciones de la simulación numérica, validando así, el método.

El segundo estudio se presenta en el capítulo 4 el cual consiste en demostrar la factibilidad de la técnica de Interferometría Holográfica Digital aplicada a una muestra orgánica para obtener las correspondientes componentes de desplazamientos (u , v y w) así como las componentes principales de deformación (ϵ_x , ϵ_y y γ_{xy}) durante una deformación controlada. La deformación es una micro compresión aplicada en dos diferentes secciones de un hueso femoral bovino. Una secuencia de imágenes para cada sección observada es grabada y procesada para generar una serie de mapas de desplazamiento y deformación.

Finalmente se presenta una discusión y conclusiones donde se detallan las ventajas de utilizar esta técnica para medir mapas de deformación en objetos metálicos tan bien como en muestras orgánicas como el hueso. Los concentradores de deformación resultantes ayudan a comprender la respuesta mecánica de estructuras orgánicas complejas tal como el hueso femoral.

Capítulo II

Marco teórico

En este capítulo se presentan los fundamentos teóricos necesarios para la realización de este trabajo de investigación, donde se abordan los conceptos básicos de Interferometría Holográfica Digital (DHI, por sus siglas en inglés) como una técnica óptica de medición en mecánica experimental así como el proceso de registro y reconstrucción de los hologramas que contienen la información obtenida experimentalmente. El presente trabajo también involucra conceptos de la teoría de la elasticidad elemental para el cálculo de deformaciones en el rango elástico, relacionando así, estas dos áreas de la física.

Por otra parte, en el capítulo 3 se realizan dos métodos principales para emplear el formalismo de la teoría de la elasticidad en medidas de deformación. El primero, una sustitución directa de los desplazamientos obtenidos experimentalmente en las correspondientes expresiones teóricas, y el segundo, una comparación de los datos experimentales con resultados de cálculos basados en un modelo matemático. Para esto último se presenta una introducción a simulaciones numéricas por el Método de Elemento Finito (FEM, por sus siglas en inglés) aplicado al análisis estructural estático, que es el que se concentra en determinar los desplazamientos, deformaciones, esfuerzos, y las fuerzas en las estructuras o componentes causados por cargas que no inducen una inercia significativa y efectos de amortiguación. Las condiciones de carga y de respuesta se consideran estables, es decir, las cargas y la respuesta de la estructura se asumen que varían lentamente con respecto al tiempo.

Finalmente se da una breve descripción de material óseo en términos de su compleja estructura. Conceptos básicos usados en el campo de la mecánica de materiales que han sido definidos y explicados son utilizados para describir las propiedades mecánicas del hueso para su análisis posterior, incluyendo algunas implicaciones clínicas de estas propiedades.

2.1 Principios fundamentales de Interferometría Holográfica Digital.

Dennis Gabor inventó la Holografía en 1948 como un método para grabar y reconstruir ondas de luz [34]. El principio básico es grabar la información del frente de onda proveniente del objeto, a través del registro de su patrón de interferencia con una onda de referencia, dicho patrón se denomina *holograma*; posteriormente, la recuperación del frente de onda mediante la difracción de la onda de referencia en el holograma se lleva a cabo cuando el holograma es iluminado con una réplica exacta de la onda de referencia y un observador verá una imagen virtual la cual es indistinguible del objeto original pues posee toda la información de perspectiva y profundidad de foco.

Una de las principales aplicaciones de la holografía es la Interferometría Holográfica (HI, por sus siglas en inglés). HI es una técnica óptica usada principalmente para determinar el desplazamiento, así como para generar mapas de contorno, en la superficie de un cuerpo deformado. La HI consiste en la interferencia de dos campos ópticos coherentes esparcidos por la superficie de un objeto en diferentes estados. El primer registro corresponde a un estado inicial del objeto en análisis y el segundo registro corresponde a un estado deformado del mismo. Una vez obtenidos los dos registros se procede a la reconstrucción y al análisis de la deformación a través de la obtención de las diferencias de fase calculadas por medio de diversas técnicas.

El desarrollo de tecnología informática ha permitido transferir el proceso de grabación y reconstrucción a una computadora. El uso de cámaras con Dispositivos de Cargas Acopladas (CCD, por sus siglas en inglés) para el grabado de interferogramas así como la reconstrucción realizada numéricamente en un computador han evolucionado la Interferometría Holográfica y su nombre ha cambiado a Interferometría Holográfica Digital. La eficiencia de DHI depende fuertemente de la resolución del sensor de la cámara electrónica usada para grabar los hologramas.

Técnicas interferométricas clásicas, tal como el uso del Interferómetro de Michelson, son restringidas a la comparación de frentes de onda de formas geométricas simples, usualmente planas o esféricas. Su aplicación óptica está limitada a medir el desplazamiento normal de superficies pulidas ópticamente. Con DHI es posible mapear los desplazamientos de superficies rugosas de formas complicadas con una precisión de fracciones de micrómetros. Esto se debe a la gran cantidad de información contenida en los hologramas, lo cual hace posible el grabado y reconstrucción, con extrema fidelidad, del frente de onda óptico dispersado por la superficie.

2.1.1 Interferencia de la luz

Una onda electromagnética tal como la luz puede ser descrita especificando la dependencia temporal y espacial de su vector de intensidad eléctrica \mathbf{E} . Una descripción más completa requiere especificación de la intensidad magnética \mathbf{H} , el desplazamiento eléctrico \mathbf{D} , y la inducción magnética \mathbf{B} , los cuales están interrelacionados por las ecuaciones de Maxwell [35]. Analizaremos únicamente \mathbf{E} porque solo nos interesa la forma de la onda más que su física básica.

El tipo más simple de onda electromagnética es la onda plana linealmente polarizada. Si una onda de este tipo es polarizada en la dirección y y propagándose en la dirección z , las tres componentes de \mathbf{E} son:

$$\begin{aligned} E_x &= 0, \\ E_y &= A \cos(\omega t - k z), \\ E_z &= 0. \end{aligned} \tag{2.1}$$

Aquí A es la amplitud de la onda, ω su frecuencia circular, k número de onda y están dados por:

$$\omega = 2\pi\nu \tag{2.2}$$

y

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{2.3}$$

donde ν es la frecuencia temporal y λ es la longitud de onda. La frecuencia de luz visible está en el orden de 10^{15} Hz, y la luz visible tiene longitudes de onda en el rango de $0.38 < \lambda < 0.76 \mu\text{m}$. La onda de luz viaja a su velocidad de fase $v = \omega/k$. Esta velocidad depende del medio en el cual la luz se propaga. Su valor máximo, 3×10^8 m/s, ocurre en el vacío y se denota por c .

La onda descrita por las ecuaciones 2.1 fue denominada una onda plana porque en cualquier instante de tiempo \mathbf{E} tiene el mismo valor en todos los puntos situados en el mismo plano normal a la dirección de propagación ($z = \text{constante}$). Esta fue denominada linealmente polarizada porque \mathbf{E} en cualquier punto siempre es dirigida a lo largo de la misma línea paralela a el eje y . Más generalmente, la dirección en la cual una onda de luz viaja es descrita por su vector de propagación \mathbf{k} , el cual tiene magnitud $k = 2\pi/\lambda$ y apunta en la dirección de propagación. Una onda plana es una onda cuya fase en cualquier instante de tiempo es constante en todos los puntos sobre cualquier plano normal a \mathbf{k} .

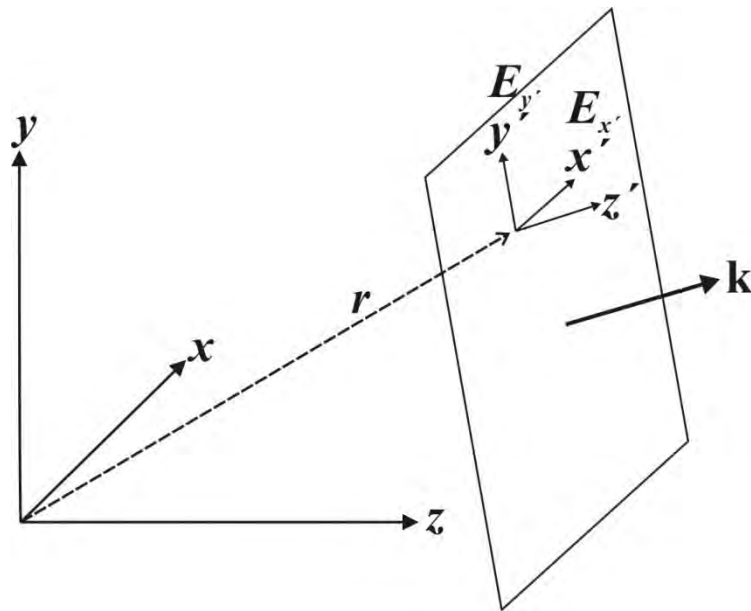


Figura 2.1 Onda plana de luz propagándose en la dirección especificada por el vector de propagación \mathbf{k} .

Si $\mathbf{r} = \hat{\mathbf{i}}x + \hat{\mathbf{j}}y + \hat{\mathbf{k}}z$ es el vector posición de cualquier punto en el espacio, como se muestra en la figura 2.1, la ecuación de una onda plana linealmente polarizada propagándose en la dirección especificada por el vector de propagación \mathbf{k} es:

$$\begin{aligned} E_x &= 0, \\ E_y &= A \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}), \\ E_z &= 0. \end{aligned} \tag{2.4}$$

Una superficie sobre la cual la fase es constante, en este caso el plano $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \text{constante}$, es llamado un frente de onda.

La superposición de dos o más ondas en el espacio se llama *Interferencia*. Como se mencionó anteriormente la frecuencia de la luz es aproximadamente 10^{15} Hz. Detectores prácticos tal como películas fotográficas, fotodiodos o la retina del ojo no son capaces de responder a variaciones tan extremadamente rápidas. Más bien, ellos responden a la *Irradiancia*, la cual es el el flujo de energía de tiempo promedio de la onda de luz. La irradiancia se denota por I . Usando teoría electromagnética, esto puede ser mostrado que:

$$I = \epsilon \nu \langle E^2 \rangle \tag{2.5}$$

donde ϵ es la permitividad eléctrica del medio en el cual viaja la luz y ν es la velocidad de propagación. El punto clave es que I es proporcional al promedio en el tiempo de E^2 , así la constante de proporcionalidad $\epsilon \nu$ en la ecuación 2.5 será despreciada. Para iniciar el análisis de interferencia, se supone que dos ondas de luz diferentes E_1 y E_2 , de la misma frecuencia son superpuestas. Ya que $E = E_1 + E_2$, la irradiancia será:

$$I = \langle E^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle + 2\langle E_1 \cdot E_2 \rangle \tag{2.6}$$

Por simplicidad se supondrá que ambas ondas son polarizadas linealmente en la misma dirección. Entonces tenemos un cálculo escalar simple que involucra:

$$E_1 = A_1 \cos(\omega t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}) \quad (2.7)$$

y

$$E_2 = A_2 \cos(\omega t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \phi) \quad (2.8)$$

donde ϕ es una fase relativa constante entre las dos ondas. Combinando ecuaciones 2.6 a 2.8 y llevando a cabo el promedio, se encuentra que:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \quad (2.9)$$

donde $I_1 = A_1^2, I_2 = A_2^2$, y

$$\delta = \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \phi \quad (2.10)$$

donde δ es la diferencia de fase entre las dos ondas en cualquier ubicación. La irradiancia varía de un valor mínimo $I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$ en puntos donde $\delta = 2N\pi + 1$ a un valor máximo $I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$ en puntos donde $\delta = 2N\pi$, siendo N un entero. El patrón de Irradiancia en cualquier plano puede ser grabado simplemente exponiendo una hoja de película fotográfica a la luz. Esto puede también ser visto sobre una pantalla difusora tal como una placa de vidrio esmerilado. En cualquier caso será observado un patrón que consiste de franjas de luz y oscuridad alternas. Este patrón de franjas permite medir la distribución espacial de la diferencia de fase entre las dos ondas.

2.1.2 Coherencia

Dos ondas de luz las cuales son capaces de interferir una con la otra se dice que son coherentes. Hasta aquí se asume que la iluminación es derivada de una fuente puntual monocromática. Sin embargo, fuentes reales nunca son perfectamente monocromáticas y estas tienen una extensión espacial finita. La investigación de los efectos de

monocromaticidad imperfecta y extensión de la fuente finita ayudan a comprender el significado de coherencia [36]. Si un interferómetro de Michelson es iluminado por una onda plana derivada de una muy pequeña, pero real, fuente y si la distancia viajada por las dos ondas es igual, las franjas resultante tendrán excelente contraste, como se observa en la figura 2.2(a). Las franjas oscuras formadas por interferencia destructiva serán perfectamente negras. El contraste de franjas es cuantificado por la definición de visibilidad de las franjas V :

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (2.11)$$

Ya que las franjas mostradas en la figura 2.2(a) tienen $I_{\min} = 0$, su visibilidad es la unidad $V = 1$.

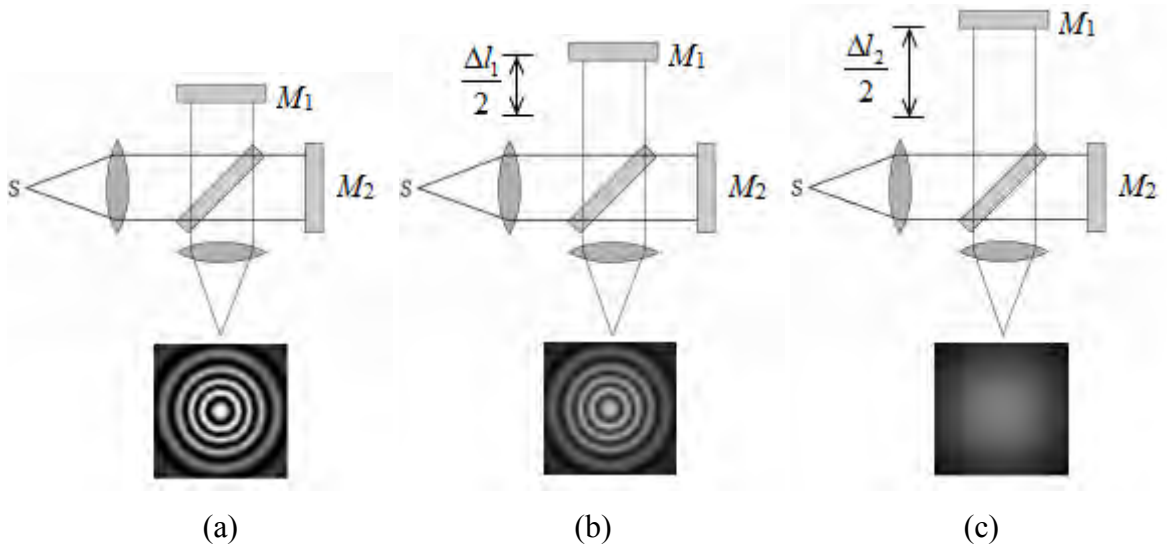


Figura 2.2. Efectos de la coherencia temporal producidos por un interferómetro. (a) Igualando caminos ópticos. (b) Con una diferencia de caminos ópticos Δl_1 . (c) Con una diferencia de caminos ópticos Δl_2

Ahora suponemos que el espejo M_1 es trasladado para extender un brazo del interferómetro por una distancia $\Delta l_1/2$, como se muestra en la figura 2.2 (b). Las franjas resultantes tendrán solamente visibilidad moderada, por ejemplo $V = 0.5$. Si el espejo M_1 es movido

aún más allá a una extensión $\Delta l_2 / 2$, como en la figura 2.2(c), la visibilidad de las franjas se degradará aún más hasta que no se pueden ver franjas, $V \rightarrow 0$. La disminución en la visibilidad de las franjas con el incremento de la diferencia de camino óptico en el interferómetro de Michelson es una medida de la *coherencia temporal* de la fuente de luz. La luz es emitida de fuentes reales en paquetes de ondas discretas (figura 2.3). Un paquete de onda de extensión finita debe estar compuesto de luz de una variedad de longitudes de onda; una onda perfectamente monocromática debe ser de extensión infinita. El concepto puede ser entendido en términos de un simple modelo. Asumiendo que la fuente emite luz de dos longitudes de onda diferentes, λ_1 y λ_2 , las cuales difieren sólo ligeramente de la longitud de onda principal $\lambda_0 = (\lambda_1 + \lambda_2) / 2$, y que la luz de cada longitud de onda contribuye con la mitad de la irradiancia. La luz de cada longitud de onda independientemente formará un patrón de franjas. En cualquier punto en el patrón de franjas la diferencia $\Delta\delta$ en el cambio de fase entre la luz de una longitud de onda y la de la otra será aproximadamente:

$$\begin{aligned} \Delta\delta &= \frac{2\pi\Delta l}{\lambda_2} - \frac{2\pi\Delta l}{\lambda_1} = \frac{2\pi\Delta l(\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_1\lambda_2} \\ &\cong 2\pi\Delta l \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} \right) \end{aligned} \quad (2.12)$$

donde $\Delta l / 2$ es la diferencia en longitud de los dos brazos del interferómetro. Si la visibilidad de las franjas permanece más grande que 0.7, $\Delta\delta$ debe ser menor que $\pi / 2$. Esto produce el criterio:

$$\Delta l \leq \frac{1}{4} \left(\frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} \right) \quad (2.13)$$

Así, si la diferencia de caminos ópticos excede una longitud del orden de $\lambda_0^2 / \Delta\lambda$, la visibilidad de las franjas decaerá a cero. Esta longitud es llamada *longitud de coherencia*,

l_c , de la fuente de luz. La coherencia temporal es en realidad más complicada que lo que está implícito en este ejemplo. Paquetes de ondas son emitidos por fuentes reales en intervalos aleatorios; además, estos tienen aleatoriamente diferentes longitudes y contienen muchas componentes de longitud de onda más allá que solo dos. No obstante, si $\Delta\lambda$ es una medida del ancho espectral de una fuente, su longitud de coherencia será del orden de $\lambda_0^2 / \Delta\lambda$.

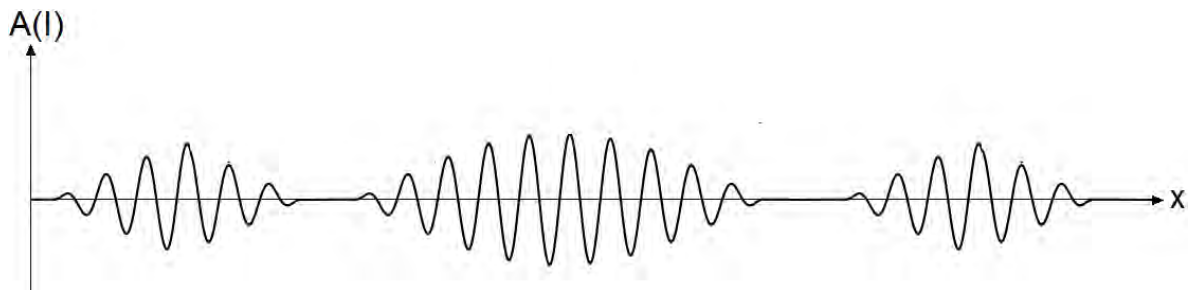


Figura 2.3. Representación esquemática de paquetes de onda emitidos sucesivamente por una fuente de luz.

Longitudes de coherencia largas son altamente deseables para interferometría en general, y para interferometría holográfica en particular. Una onda continua ordinaria de láseres He-Ne tiene longitudes de coherencia del orden de 20 cm.

La *coherencia espacial* está asociada con el tamaño de la fuente finita. Este concepto también se puede entender en términos de un modelo simple. Suponiendo que se realiza el experimento de Young usando una fuente ideal que es monocromática pero finita en extensión, como muestra la figura 2.4. Cada punto de la fuente emite luz independientemente. Aunque toda la luz tiene longitud de onda λ , existe una variación de fase aleatoria de punto a punto en la fuente. En este modelo se asume que la luz de cada punto es incoherente con la de los demás. La luz de cada punto forma independientemente un patrón de interferencia en la pantalla de observación. El patrón de franjas que se observa es la superposición de todos esos patrones. La irradiancia en cualquier punto y en la pantalla de observación debido a la luz emitida por una fuente puntual en y_s está dado por:

$$I = I_0 \cos^2 \left[\frac{\pi b}{\lambda} \left(\frac{y}{l_0} + \frac{y_s}{l_s} \right) \right] \quad (2.14)$$

La irradiancia total en cualquier punto y en la pantalla de observación es encontrada mediante la integración de la ecuación 2.14 sobre el ancho de la fuente:

$$I = \frac{1}{w} \int_{-w/2}^{w/2} I_0 \cos^2 \left[\frac{\pi b}{\lambda} \left(\frac{y}{l_0} + \frac{y_s}{l_s} \right) \right] dy_s \quad (2.15)$$

El cálculo de esta integral produce:

$$I = \frac{1}{2} I_0 \left[1 + \frac{\text{sen}(\pi b w / \lambda l_s)}{\pi b w / \lambda l_s} \cos \left(\frac{2 \pi b y}{\lambda l_0} \right) \right] \quad (2.16)$$

Donde I_0 es la irradiancia máxima en el plano de observación. La visibilidad de estas franjas es:

$$v = \left| \frac{\text{sen}(\pi b w / \lambda l_s)}{\pi b w / \lambda l_s} \right| \quad (2.17)$$

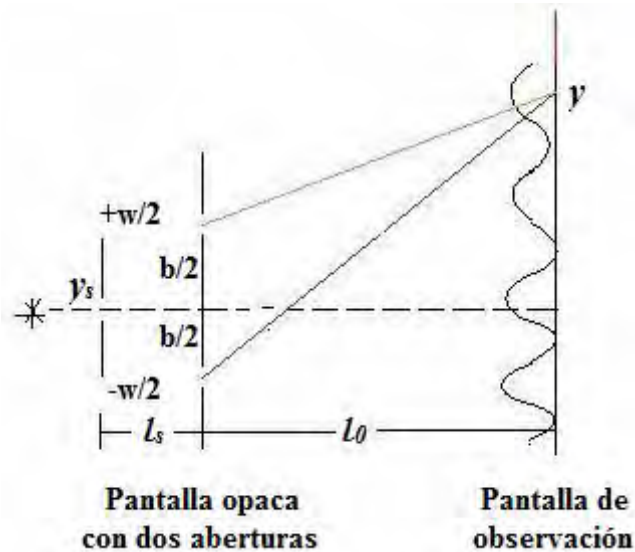


Figura 2.4. Franjas de Young formadas con una fuente de ancho finito w .

Las franjas se aproximan a visibilidad completa, $\nu = 1$, solamente cuando el ancho de la fuente se aproxima a cero. Cuando el ancho de la fuente aumenta, la visibilidad disminuye a cero. Si el ancho se incrementa aún más, la visibilidad periódicamente aumenta lentamente pero nunca excede 0.217. La coherencia espacial de fuentes termales y de descarga de gas es asociada principalmente con la extensión espacial de la fuente, como en el modelo idealizado. La coherencia espacial de láseres, por otra parte, es asociado con la estructura de modo transversal de la cavidad de resonancia. La mayoría de los láseres de onda continua son capaces de resonar en el modo TEM_{00} , en el cual todos los puntos en el frente de onda tienen esencialmente la misma fase y por lo tanto ellos tienen coherencia espacial [36].

2.1.3 Moteado

Si un objeto con una superficie de reflexión difusa es iluminado con luz láser, todos los puntos del objeto iluminado emiten ondas esféricas. Debido a su alta coherencia, la luz láser dispersada por un punto del objeto interfiere con la luz dispersada por cada uno de los demás puntos del objeto. Cuando un detector tal como un sensor CCD o la retina del ojo es colocado en el campo óptico, este observará un patrón aleatorio causado por la superficie rugosa ya que la fase de luz dispersada variará de punto a punto en proporción a la altura de la superficie local. El campo de onda resultante en el espacio es llamado campo de moteado o patrón de moteado (figura 2.5). Este patrón es estacionario en el tiempo pero altamente fluctuante de punto a punto. Su apariencia es casi independiente de las características del objeto pero fuertemente dependiente de las propiedades ópticas del sistema de visualización [37].

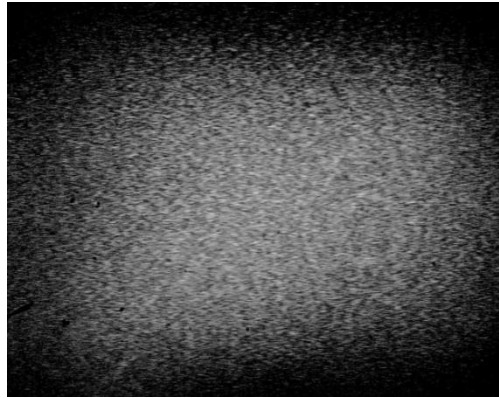


Figura 2.5. Patrón de moteado.

En el contexto de interferometría holográfica es de mayor interés el tamaño promedio de las motas individuales que podemos observar. El tamaño de la mota debe ser relacionado al tamaño del pixel del sensor CCD que registraron los patrones y determinará la resolución de los métodos de medición.

Cuando se interpone un sistema óptico entre el área iluminada y el plano de observación, al patrón de moteado se le denomina subjetivo mientras que si no lo tiene se le llama moteado objetivo [38].

Primero se considera la propagación en el espacio libre de la luz dispersada sin un sistema de imágenes (moteado objetivo), figura 2.6. Por simplicidad, se considerará solamente la dependencia de la irradiancia en el eje y . El patrón de moteado formado en plano localizado un distancia z del difusor es una superposición de los patrones de interferencia formados por luz dispersada por cada par de puntos en el difusor. Cualesquiera dos puntos separados por una distancia l da lugar a franjas de frecuencia $f = l / (\lambda z)$, como puede observarse en la ecuación 2.14. Las franjas más finas posibles, esto es, las de frecuencia espacial más alta, serán formadas por los dos puntos extremos y tendrán frecuencia $f_{\max} = L / (\lambda z)$. Para separaciones más pequeñas que l , habrá un gran número de pares de puntos dando lugar a franjas de la frecuencia correspondiente. Específicamente, el número de pares de puntos separados por l es proporcional a $(L - l)$. Las distintas franjas tendrán fase aleatoria con respecto una de la otra; sin embargo, cuando se forma el promedio del

conjunto de irradiancias, la contribución de franjas de cada frecuencia será proporcional al número de pares correspondiente de puntos de dispersión. Ya que este número es proporcional a $(L - l)$, el cual a su vez es proporcional a $(f_{\max} - f)$, la distribución de irradiancia sobre la frecuencia de franja es lineal. La frecuencia promedio de franja será:

$$\langle f \rangle = f_{\max} = \left(\frac{L}{\lambda z} \right) \quad (2.18)$$

por lo tanto la distribución de irradiancia a través de una mota típica será:

$$I(y) = 1 + \cos \left[2\pi \left(\frac{L_y}{\lambda z} \right) \right] \quad (2.19)$$

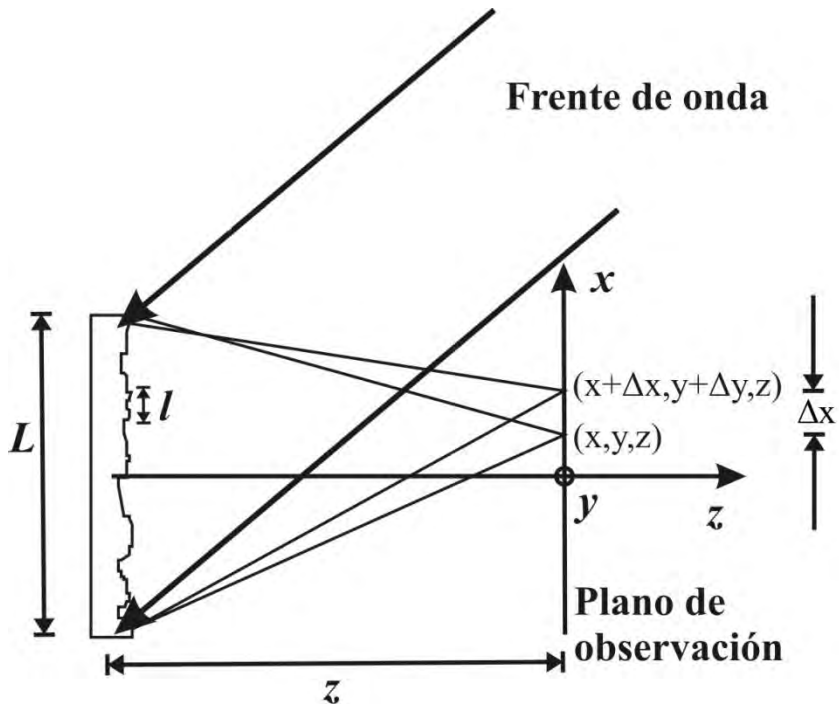


Figura 2.6. Formación del patrón de moteado.

El tamaño de esta mota puede ser descrito como la distancia entre puntos donde I cae a la mitad de su máximo valor. Así, el tamaño típico de una mota objetiva es:

$$\Delta x_o = 1.5 \frac{\lambda z}{L} \quad (2.20)$$

El mismo resultado podría ser derivado tomando los dos puntos extremos a una distancia L entre sí como las dos aberturas en el interferómetro de Young (ec. 2.14).

El tamaño de mota en una distancia fija z de la superficie de esparcimiento se incrementa cuando el tamaño del área iluminada disminuye. Debido a que el tamaño de estas motas solo depende de la superficie de dispersión y del plano donde es vista, pero no de cualquier sistema de formación de imágenes, ellas son llamadas motas objetivas.

En el moteado subjetivo, las características del sistema óptico influyen en el cálculo del tamaño de la mota (figura 2.7). Para estimar el tamaño de la mota en este caso, sólo se tiene que tratar el disco encerrado por la pupila de la lente como una superficie difusa uniformemente iluminada. Si el diámetro de la pupila de la lente es D y la imagen es formada a una distancia z de la lente, el tamaño de la mota subjetiva puede ser considerado como:

$$\Delta x_s = \frac{\lambda z}{D} \quad (2.21)$$

Si el sistema de imágenes está enfocado sobre un plano relativamente distante, $z \cong f =$ distancia focal de la lente, entonces

$$\Delta x_s = \lambda \left(\frac{f}{D} \right) \quad (2.22)$$

donde f / D es el número f de la lente.

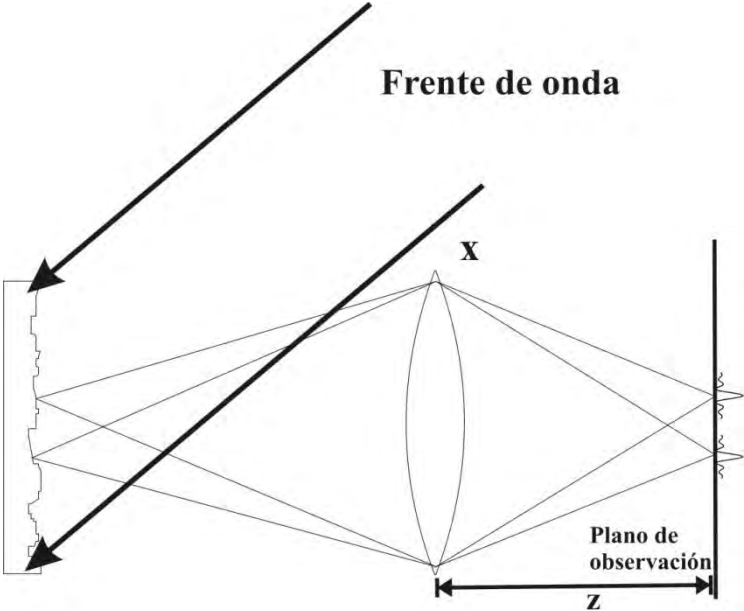


Figura 2.7. Formación del patrón de moteado subjetivo.

El tamaño de las motas del plano imagen en consecuencia depende del sistema óptico. Si la abertura de la lente de visión se reduce, el tamaño de la mota aumentará. El moteado objetivo existe teóricamente, ya que siempre se tiene un sistema de imágenes al menos en nuestros ojos.

La frecuencia máxima espacial f_{max} en el patrón de moteado está dado por el tamaño de la abertura de la lente y la distancia de la lente al plano de observación por [39]

$$\frac{1}{f} = \frac{\lambda z}{D} \tag{2.23}$$

2.1.4 Grabación digital de hologramas.

En DHI la grabación de hologramas se realiza digitalmente por medio de sensores CCD o CMOS. Dichos hologramas son almacenados para su evaluación cuantitativa en una

computadora. El método para la determinación cuantitativa de la fase se realiza por medio del método de evaluación de la transformada de Fourier.

Los dispositivos de carga acoplada, CCD's por sus siglas en ingles (Charged Coupled Devices), fueron inventados en los años sesentas por investigadores en los laboratorios Bell. Una cámara CCD es un dispositivo eléctrico que es usado para crear imágenes de objetos, almacenar información o transferir carga eléctrica. La aplicación más popular hoy en día es la grabación de imágenes. Ellos están disponibles como dispositivos de escaneo de línea, que consiste de una sola línea de detectores de luz, y como dispositivos de escaneo de área, que consiste de una matriz rectangular de detectores de luz. Para holografía digital solo la última arquitectura es de interés. La imagen de la cámara pixelfly utilizada en este trabajo se muestra en la figura 2.8.



Figura 2.8. Cámara CCD pixelfly.

Un CCD usado para grabar hologramas debe resolver el patrón de interferencia resultante de la superposición de la onda de referencia con las ondas dispersadas de los diferentes puntos del objeto [40]. La frecuencia espacial máxima por resolver es determinada por el ángulo $\theta_{máx}$ entre estas ondas de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$f_{máx} = \frac{2}{\lambda} \text{sen} \frac{\theta_{máx}}{2} \quad (2.24)$$

Esta frecuencia también puede ser calculada en términos de la distancia entre pixeles vecinos Δx como sigue:

$$f_{máx} = \frac{1}{2\Delta x} \quad (2.25)$$

Combinando las ecuaciones 2.24 y 2.25 obtenemos:

$$\theta_{m\acute{a}x} = 2\arcsen\left(\frac{\lambda}{4\Delta x}\right) \approx \frac{\lambda}{2\Delta x} \quad (2.26)$$

donde la aproximación es válida para ángulos pequeños. La distancia entre pixeles vecinos es por lo tanto la cantidad que limita el ángulo máximo entre la onda referencia y objeto.

El rango espectral de cámaras CCD es típicamente de 400nm a 1000nm, basado en silicio como material de chip. El rango dinámico típico se encuentra en 8 bit (256 escala de grises) o más alto. Este es comparable al rango dinámico de materiales fotográficos y totalmente suficiente para el grabado de hologramas. Incluso objetos con variaciones de brillo superior al rango dinámico del medio de grabación puede ser almacenado y reconstruido, ya que la información del objeto es codificada como un patrón de interferencia (holograma).

2.1.5 Medición de desplazamiento.

En la figura 2.9 se muestra una configuración típica usada en DHI donde un láser es dividido en dos haces, el haz objeto y el haz referencia, por medio de un divisor de haz. El objeto es entonces iluminado por el haz objeto y la luz dispersada procedente del objeto es recolectada por una lente que tiene una abertura (A) enfrente de ella. Cada par de haces es dirigido por un cubo combinador tal que se superpongan y se registren en el sensor CCD de la cámara. Esta información contenida en un holograma de imagen es almacenada para su posterior procesamiento.

Es necesario un sistema óptico estable ya que cualquier cambio en la diferencia de camino óptico entre los haces que interfieren resultará en un movimiento de las franjas y reducción del contraste de los hologramas. En la práctica, estas variaciones de camino óptico no

deben exceder $1/4$ de la longitud de onda o mejor aún $1/10$ durante la exposición del holograma. Por lo tanto es recomendable montar el sistema óptico sobre una mesa aislada de vibraciones (mesa holográfica). En contraste a la holografía convencional, en DHI las perturbaciones debidas a vibraciones son visibles aún en el proceso de grabación.

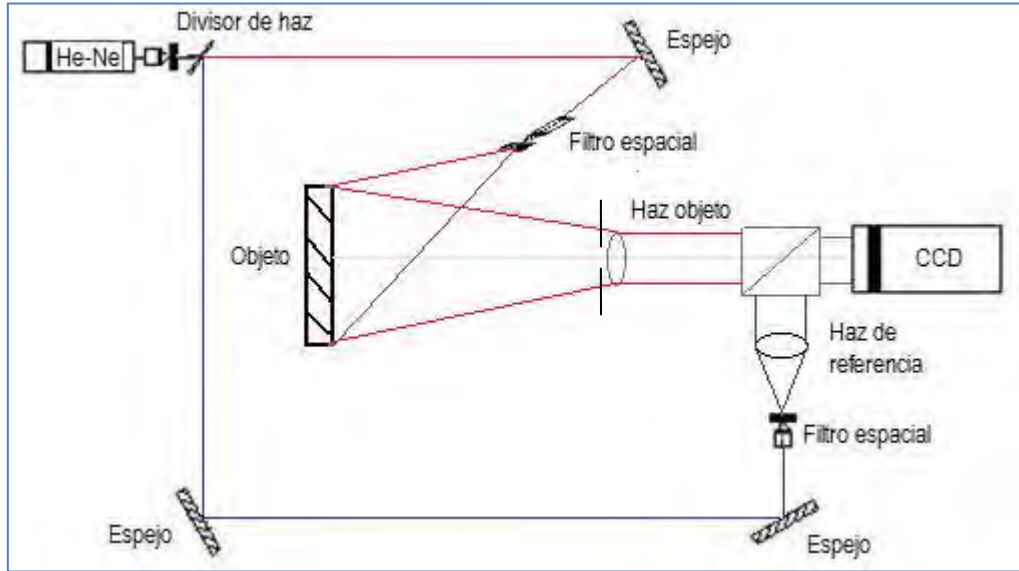


Figura 2.9. Arreglo óptico típico de DHI con una iluminación

La técnica convencional en DHI es el método de doble exposición con el cual se obtienen patrones de franjas que pueden ser interpretados como desplazamientos cuantitativos en la superficie de un cuerpo deformado. El método consiste básicamente en tomar dos imágenes consecutivas (hologramas) de un objeto en diferentes estados, un estado original y otro estado modificado, es decir, antes y después de una carga aplicada a dicho objeto. Cada holograma grabado incluye la superposición óptica de un haz referencia y un haz objeto en el sensor de la cámara [37], el cual registra una intensidad total expresada por:

$$I(x, y) = |R(x, y) + O(x, y)|^2 \quad (2.27)$$

donde R es el haz de referencia y O es el haz objeto, respectivamente

$$O(x, y) = o(x, y) \exp[i\varphi(x, y)] \quad (2.28)$$

$$R(x, y) = r(x, y) \exp[-2\pi i(f_x x + f_y y)] \quad (2.29)$$

O y R representan amplitudes complejas. La variable f es la frecuencia espacial de la onda de referencia en la dirección x y y , mientras φ es la fase óptica que representa la luz dispersada por la superficie del objeto.

La ecuación 2.27 puede ser reescrita substituyendo las ecuaciones 2.28 y 2.29 como sigue:

$$I(x, y) = a(x, y) + c(x, y) \exp[2\pi i(f_x x + f_y y)] + c^*(x, y) \exp[-2\pi i(f_x x + f_y y)] \quad (2.30)$$

donde $*$ denota el complejo conjugado y a y c son:

$$a(x, y) = o^2(x, y) + r^2(x, y) \quad (2.31)$$

$$c(x, y) = o(x, y)r(x, y)\exp[i\varphi(x, y)] \quad (2.32)$$

Con el fin de encontrar el cambio de fase óptica relativa debido a la deformación del objeto, la transformada de Fourier se aplica a la ecuación 2.30 por medio de un algoritmo de transformada rápida de Fourier (*fft*) [41], lo cual resulta en:

$$FT\{I\} = A(f_x, f_y) + C(f_x - f_{0x}, f_y - f_{0y}) + C^*(f_x - f_{0x}, f_y - f_{0y}) \quad (2.33)$$

donde el término A representa el término indeseable de DC presente en el sistema. Los términos C y C^* denotan los lóbulos laterales espectrales como se muestra en figura 2.10.

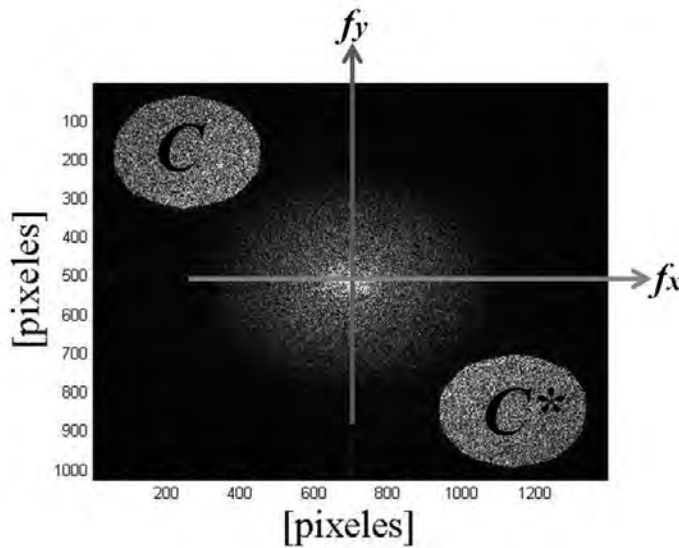


Figura 2.10. Espectro de Fourier para una iluminación con apertura circular.

El término del complejo conjugado es entonces filtrado y a continuación, al lóbulo restante se le aplica la transformada inversa de Fourier con el fin de obtener su correspondiente distribución de fase óptica realizando el cálculo:

$$\varphi(x, y) = \arctan \frac{\text{Im}[c(x, y)]}{\text{Re}[c(x, y)]} \quad (2.34)$$

este procedimiento se repite para el objeto deformado obteniendo la fase $\varphi'(x, y)$

La sustracción de la distribución de fase obtenida en cada estado da:

$$\Delta\varphi_k(x, y) = \varphi'_k - \varphi_k \quad (2.35)$$

Esta última ecuación se refiere al caso cuando existe un solo haz de iluminación. Esta diferencia relativa de fase óptica puede ser asociada a un desplazamiento físico a través del vector de la sensibilidad que se obtiene de la geometría del arreglo experimental [10], que se puede expresar como:

$$\Delta\varphi = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) \vec{d} \cdot \vec{s} \quad (2.36)$$

2.1.6 Interferometría Holográfica Digital en 3D.

Un caso particular, Interferometría Holográfica Digital 3D (3D-DHI, por sus siglas en inglés) simultáneo, es una técnica que ha sido aplicada a la medición de deformaciones superficiales y que permite obtener información de las tres componentes ortogonales del desplazamiento u , v y w [11]. La técnica registra dos imágenes consecutivas, una antes y una después de la deformación, donde cada una contiene tres hologramas en ella. Esta técnica consiste en iluminar el objeto bajo estudio simultáneamente en tres direcciones

diferentes \vec{s}_1 , \vec{s}_2 y \vec{s}_3 con tres láseres diferentes y grabar los hologramas con un solo sensor monocromático de alta resolución (figura 2.11).

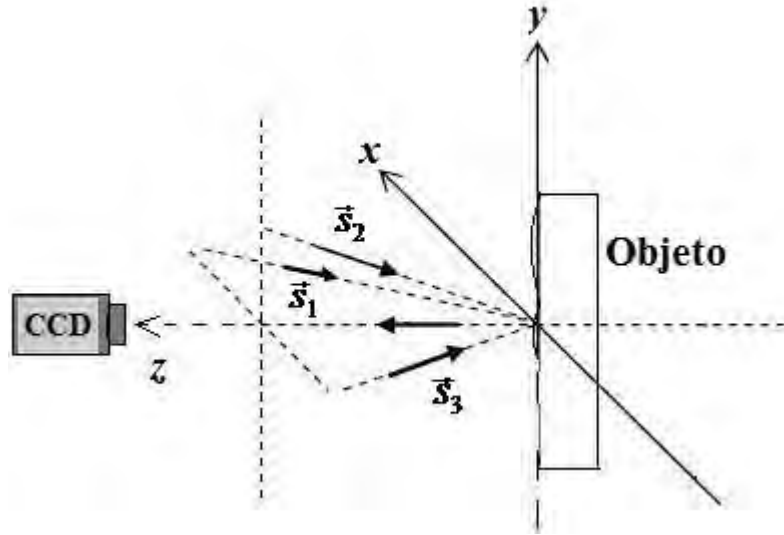


Figura 2.11. Arreglo óptico típico de DHI con 3 iluminaciones

Esta nueva configuración da la oportunidad de utilizar láseres con longitudes de coherencia mayores que permiten la medición de áreas de objetos más grandes. Este último sistema se basa en el principio de la superposición de varios hologramas independientemente resueltos en el dominio espectral, es decir, no coherentes entre sí. En este caso, extrapolando la ecuación 2.33 para una sola iluminación hacia tres iluminaciones, obtenemos

$$FT\{I_k\} = \sum_{k=1}^3 \left[A_k(f_x, f_y) + C_k(f_x - f_{kx}, f_y - f_{ky}) + C_k^*(f_x - f_{kx}, f_y - f_{ky}) \right] \quad (2.37)$$

$k = 1, 2, 3$

Donde k representa cada una de las tres iluminaciones que corresponden a los tres diferentes láseres usados, el término A_k representa la contribución de DC de cada iluminación presente en el sistema. Los términos C_k y C_k^* denotan los lóbulos laterales espectrales para cada longitud de onda de iluminación. Considerando 3 iluminaciones C_1 , C_2 y C_3 (figura 2.12), cada una tendrá un término complejo conjugado el cual es entonces

filtrado para a continuación obtener la transformada inversa de Fourier del lóbulo restante con el fin de obtener su correspondiente distribución de fase óptica realizando el cálculo:

$$\varphi_k(x, y) = \arctan \frac{\text{Im}[c_k(x, y)]}{\text{Re}[c_k(x, y)]} \quad (2.38)$$

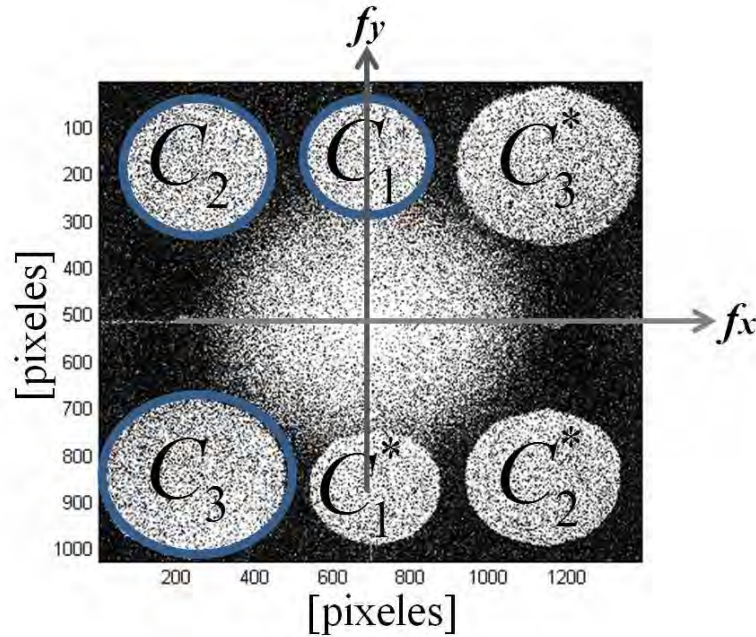


Figura 2.12. Espectro de Fourier con 3 iluminaciones

Como en el caso de una iluminación, el procedimiento es repetido para el objeto en su estado deformado y la distribución de fase óptica $\varphi'_k(x, y)$ para cada iluminación es calculada. Finalmente se calcula la diferencia de fase relativa para cada iluminación:

$$\Delta\varphi_k(x, y) = \varphi'_k - \varphi_k \quad (2.39)$$

Esta diferencia relativa de fase óptica puede ser asociada a un desplazamiento físico a través del vector de la sensibilidad que se obtiene de la geometría del arreglo experimental, que se puede expresar como

$$\Delta\varphi_k = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) \vec{d} \cdot \vec{s}_k \quad (2.40)$$

que a su vez puede ser reescrita como una matriz,

$$\begin{pmatrix} \Delta\varphi_1 \\ \Delta\varphi_2 \\ \Delta\varphi_3 \end{pmatrix} = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} \vec{s}_{1x} & \vec{s}_{1y} & \vec{s}_{1z} \\ \vec{s}_{2x} & \vec{s}_{2y} & \vec{s}_{2z} \\ \vec{s}_{3x} & \vec{s}_{3y} & \vec{s}_{3z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

donde \vec{s}_1 , \vec{s}_2 y \vec{s}_3 son los vectores de sensibilidad de cada iluminación, u , v y w son las componentes ortogonales de desplazamiento a lo largo de los ejes x , y y z respectivamente, un diagrama de flujo de este procedimiento se presenta en el apéndice A. Con esta información y considerando pequeñas deformaciones aplicadas al objeto, es posible encontrar los mapas de deformación normal así como los términos de deformación cortante a lo largo de las direcciones x , y y z , respectivamente, los cuales se analizan en la siguiente sección.

Sin embargo, como en otras técnicas experimentales de medición de superficie tal como ESPI, shearografía, moiré, etc. las componentes de desplazamiento son solamente funciones de x e y , es decir, $u(x, y)$, $v(x, y)$ y $w(x, y)$. Ciertamente, esto no da suficientes datos para evaluar todas las derivadas necesarias para todas las ecuaciones de deformación en forma directa [36], sin un algoritmo de aproximación [42]. En particular, las derivadas del desplazamiento en la dirección normal a la superficie no pueden ser evaluadas. De este modo, solo es posible determinar las deformaciones en el plano ε_{xx} , ε_{yy} y γ_{xy} en la superficie del objeto. Así, sólo tres mapas de deformación se presentan como prueba de principio de 3D-DHI utilizado de una manera simultánea para el proceso de validación.

2.2 Conceptos básicos de la teoría de elasticidad

La teoría de elasticidad describe la propiedad mecánica de ciertos materiales de sufrir deformaciones reversibles cuando se encuentran sujetos a la acción de fuerzas exteriores y de recuperar la forma original si estas fuerzas exteriores se eliminan. La teoría elástica aplicada a materiales tiene como objetivo establecer la relación entre los esfuerzos y los desplazamientos en un objeto de prueba cuando se le aplica una carga mecánica o una carga térmica. La teoría elástica solamente está restringida para el caso del comportamiento lineal elástico entre los esfuerzos y la deformación, es decir, existe una linealidad proporcional entre la carga aplicada y los desplazamientos. Estos desplazamientos se consideran demasiados pequeños en comparación a las dimensiones del objeto de prueba.

2.2.1 Definición de desplazamiento y deformación

Cuando un cuerpo es sujeto a una fuerza externa, cada punto del cuerpo se moverá independientemente uno del otro. El movimiento de cada punto arbitrario es una cantidad vectorial conocida como desplazamiento. Cada vector puede ser resuelto en componentes paralelas a un sistema de coordenadas cartesianas tal que u , v y w sean las componentes de desplazamiento en las direcciones x , y y w , respectivamente [43].

El movimiento del cuerpo puede ser considerado como la suma de dos partes: Una translación y/o rotación del cuerpo como un todo, conocido como movimiento de cuerpo rígido y el movimiento de los puntos del cuerpo uno respecto a otro conocido como deformación.

Deformación es una cantidad geométrica la cual depende de los movimientos relativos de dos o tres puntos en el cuerpo y por tanto es relacionado solamente a los desplazamientos de deformación. Ya que los desplazamientos de cuerpo rígido no producen deformación, estos serán despreciados en el desarrollo de este estudio. Una deformación normal se

define como el cambio en longitud de un segmento de línea entre dos puntos dividido entre la longitud original del segmento de línea. Una deformación cortante está definida como el cambio angular entre dos segmentos de línea los cuales fueron originalmente perpendiculares.

2.2.2 Relación entre desplazamiento y deformación

La relación entre deformación y desplazamiento puede ser determinada considerando la deformación de un cubo arbitrario en un cuerpo mientras un sistema de cargas es aplicado [44]. Esta deformación es ilustrada en la figura 2.13 en la cual un punto P general es movido a través de una distancia u en la dirección x , v en la dirección y , y w en la dirección z . Las otras esquinas del cubo son también desplazadas y, en general, serán desplazadas por cantidades que se diferencian de las que están en el punto P . Por ejemplo los desplazamientos u^* , v^* y w^* asociados con el punto Q pueden ser expresados en términos de los desplazamientos u , v y w en punto P por medio de una expansión de series de Taylor. Así

$$\begin{aligned} u^* &= u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial u}{\partial z} \Delta z + \dots \\ v^* &= v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial v}{\partial z} \Delta z + \dots \\ w^* &= w + \frac{\partial w}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial w}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial w}{\partial z} \Delta z + \dots \end{aligned} \quad (2.42)$$

Los términos de la ecuación 2.42 son los únicos términos significativos si se asume que el cubo es suficientemente pequeño para que términos de orden superior tales como $(\Delta x)^2$, $(\Delta y)^2$, $(\Delta z)^2$, ... sean despreciados. Bajo estas condiciones los planos seguirán siendo planos y las líneas rectas seguirán siendo líneas rectas en el cubo deformado, como muestra la figura 2.13.

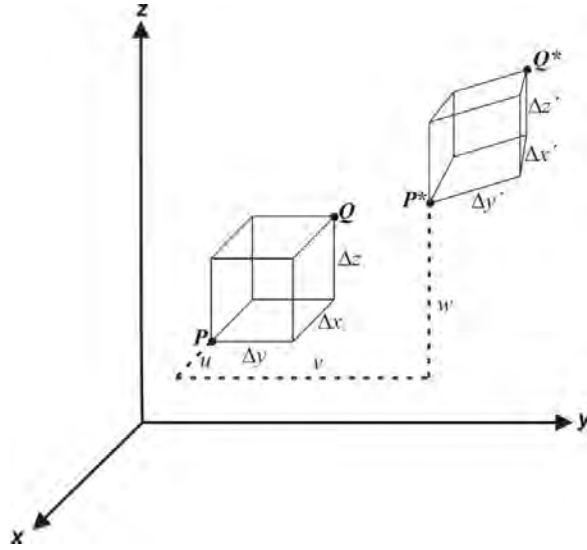


Figura 2.13. Deformación de un cubo arbitrario en un cuerpo debido a un sistema de fuerzas aplicado.

La deformación normal promedio a lo largo de un segmento de línea arbitrario fue previamente definido como el cambio en longitud del segmento de línea dividido entre su longitud original. Esta deformación normal puede ser expresada en términos del desplazamiento experimentado por puntos en los extremos del segmento. Por ejemplo, considere una línea PQ originalmente orientada paralela al eje x , como se muestra en la figura 2.14. Ya que y y z son constantes a lo largo de PQ , las ecuaciones 2.42 producen los siguientes desplazamientos para el punto Q si los desplazamientos para el punto P son u , v y w :

$$u^* = u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x \quad v^* = v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x \quad w^* = w + \frac{\partial w}{\partial x} \Delta x \quad (2.43)$$

De la definición de deformación normal,

$$\epsilon_{xx} = \frac{\Delta x' - \Delta x}{\Delta x} \quad (2.44)$$

lo cual es equivalente a:

$$\Delta x' = (1 + \epsilon_{xx}) \Delta x \quad (2.45)$$

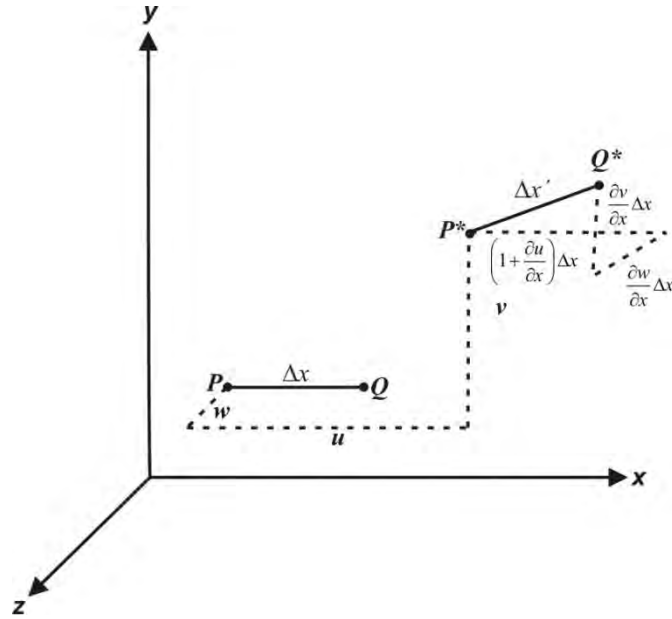


Figura 2.14. Gradientes de desplazamiento asociado con la deformación normal ϵ_{xx} .

Como se muestra en la figura 2.14, la longitud deformada $\Delta x'$ puede ser expresada en términos de los gradientes de desplazamiento como:

$$(\Delta x')^2 = \left[\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right) \Delta x \right]^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \Delta x \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \Delta x \right)^2 \quad (2.46)$$

Elevando al cuadrado la ec. 2.45 y sustituyendo en ec. 2.46 obtenemos

$$(1 + \epsilon_{xx})^2 (\Delta x)^2 = \left[1 + 2 \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] (\Delta x)^2 \quad (2.47)$$

ó

$$\epsilon_{xx} = \sqrt{1 + 2 \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2} - 1 \quad (2.48a)$$

De manera similar considerando segmentos de línea originalmente orientados paralelo a los ejes y y z conduce a:

$$\varepsilon_{yy} = \sqrt{1 + 2 \frac{\partial v}{\partial y} + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2} - 1 \quad (2.48b)$$

$$\varepsilon_{zz} = \sqrt{1 + 2 \frac{\partial w}{\partial z} + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2} - 1 \quad (2.48c)$$

Los componentes de la deformación cortante también pueden ser relacionados a los desplazamientos considerando los cambios en ángulo recto experimentados por las aristas del cubo durante la deformación. Considerando líneas PQ y PR con ángulo recto entre ellas, el ángulo θ^* entre P^*Q^* y P^*R^* en el estado deformado puede ser expresado en términos de los gradientes de desplazamiento ya que el coseno del ángulos entre cualquiera de las dos líneas que se intersecan en el espacio es la suma de los productos por pares de los cosenos directores de las líneas con respecto a el mismo conjunto de ejes de referencia. Así

$$\begin{aligned} \cos \theta^* = & \left[\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right) \frac{\Delta x}{\Delta x'} \right] \left(\frac{\partial u}{\partial y} \frac{\Delta y}{\Delta y'} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \frac{\Delta x}{\Delta x'} \right) \left[\left(1 + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \frac{\Delta y}{\Delta y'} \right] \\ & + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\Delta x}{\Delta x'} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} \frac{\Delta y}{\Delta y'} \right) \end{aligned} \quad (2.49)$$

De la definición de deformación cortante

$$\gamma_{xy} = \left(\frac{\pi}{2} - \theta^* \right) \quad (2.50)$$

por lo tanto

$$\text{sen}(\gamma_{xy}) = \text{sen} \left(\frac{\pi}{2} - \theta^* \right) = \cos \theta^* \quad (2.51)$$

Sustituyendo la ecuación 2.49 en la ecuación 2.51 y simplificando obtenemos

$$\text{sen}(\gamma_{xy}) = \left[\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right) \frac{\partial u}{\partial y} + \left(1 + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right] \left(\frac{\Delta x}{\Delta x'} \frac{\Delta y}{\Delta y'} \right) \quad (2.52)$$

de la ecuación 2.45

$$\Delta x' = (1 + \varepsilon_{xx})\Delta x \quad \text{y} \quad \Delta y' = (1 + \varepsilon_{yy})\Delta y$$

por lo tanto

$$\gamma_{xy} = \arcsen \left[\frac{\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y}}{(1 + \varepsilon_{xx})(1 + \varepsilon_{yy})} \right] \quad (2.53a)$$

De manera similar considerando dos segmentos de línea originalmente orientados paralelos a los ejes y y z y a los ejes z y x

$$\gamma_{yz} = \arcsen \left[\frac{\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z}}{(1 + \varepsilon_{yy})(1 + \varepsilon_{zz})} \right] \quad (2.53b)$$

$$\gamma_{zx} = \arcsen \left[\frac{\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial x}}{(1 + \varepsilon_{zz})(1 + \varepsilon_{xx})} \right] \quad (2.53c)$$

Las ecuaciones 2.48 y 2.53 representan una descripción común de ingeniería de desplazamiento en términos de posición de puntos en un cuerpo antes y después de la deformación. En el desarrollo de estas ecuaciones, no se impusieron limitaciones a las magnitudes de los desplazamientos. Sin embargo, una restricción fue introducida cuando los términos de orden superior en la expansión de las series de Taylor para desplazamiento fueron despreciados. Esta restricción tiene el efecto de limitar la longitud del segmento de línea (longitud de la galga) utilizado para la determinación de desplazamientos a menos que los gradientes de desplazamiento ($\partial u/\partial x$, $\partial u/\partial y$, ...) en la región de interés sean esencialmente constantes. Si los gradientes de desplazamiento cambian rápidamente con la posición en la región de interés, unas galgas con longitudes muy cortas serán requeridas para mediciones de desplazamiento precisas.

En la mayoría de los problemas de ingeniería, los desplazamientos y deformaciones producidos por las cargas aplicadas son muy pequeños (normalmente el caso para análisis en el rango elástico del material). Bajo estas consideraciones, se puede asumir que los productos y cuadrados de los gradientes de desplazamiento serán muy pequeños con respecto a los gradientes de desplazamiento y por lo tanto, pueden ser despreciados. Asumiendo esto, las ecuaciones 2.48 y 2.53 se reducen a las ecuaciones de deformación-desplazamiento frecuentemente encontradas en la teoría de elasticidad. La forma reducida de ingeniería de estas ecuaciones para deformación normal es:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.54a)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.54b)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.54c)$$

donde ε_{xx} , ε_{yy} y ε_{zz} son los mapas de deformación normal a lo largo de las direcciones x , y y z respectivamente. La forma reducida de ingeniería de estas ecuaciones para deformación cortante es:

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.55a)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \quad (2.55b)$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.55c)$$

donde γ_{xy} , γ_{yz} y γ_{zx} son los términos de deformación cortante.

Las ecuaciones anteriores indican que esta es una manera simple para convertir un campo de desplazamiento en un campo de deformación [45, 46].

2.3 Método de Elemento Finito (FEM)

El método de los elementos finitos (FEM), es un procedimiento basado en técnicas computacionales que puede ser usado para analizar estructuras y diferentes sistemas continuos. Es un método numérico versátil, y que es ampliamente aplicado para resolver problemas que cubren casi todo el espectro de análisis ingenieriles. Sus aplicaciones comunes incluyen el comportamiento de sistemas estáticos, dinámicos y térmicos. Los avances en el hardware han facilitado y aumentado la eficiencia del software de elementos finitos para la solución de sistemas complejos de ingeniería sobre computadoras personales.

El cálculo de las deformaciones, tensiones y esfuerzos, con métodos clásicos de análisis, se logra a través de la solución manual de sus ecuaciones, y sus condiciones de frontera. El uso de estos métodos, es probablemente la mejor forma de analizar estructuras simples; no obstante, su uso es poco aconsejable cuando el sistema es complejo. En estos casos la mejor alternativa es, usualmente, una solución obtenida con FEM [47,48].

La primera diferencia entre los métodos clásicos y FEM son la forma de ver la estructura y el consiguiente procedimiento de solución. Los métodos clásicos consideran la estructura como continuo, cuyo comportamiento es gobernado por ecuaciones diferenciales parciales u ordinarias. FEM considera la estructura como el ensamble de un número finito de partículas pequeñas. El comportamiento de las partículas, y de toda la estructura, es obtenida por la formulación de un sistema algebraico de ecuaciones que puede ser solucionado por medio de una computadora. Las partículas de tamaño finito, son llamadas *elementos finitos*. Los puntos donde los elementos finitos son interconectados, son conocidos como *nodos*, y el procedimiento de selección de nodos es llamado *discretización* o *modelización* (figura 2.15).

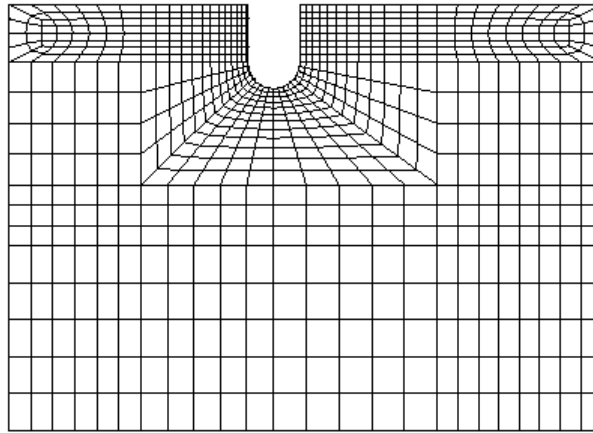


Figura 2.15. Ejemplo de placa modelada con elementos finitos

2.3.1 Pasos para el Análisis de Elementos Finitos

Normalmente, el análisis de elementos finitos involucra siete pasos en donde los pasos 1, 2, 4, 5 y 7 requieren decisiones realizadas por el usuario del programa de elementos finitos. El resto de los pasos son realizados automáticamente por el programa de computadora [49,50].

2.3.1.1 Pre-proceso

Definir las propiedades geométricas (longitud, área, etc.) es decir, generación de puntos, líneas y áreas para la construcción del modelo (figura 2.16).

Definir las propiedades del elemento: En este paso el usuario debe definir las propiedades mecánicas del material utilizado.



Figura 2.16. Ejemplo de una geometría.

Discretización o modelado de la estructura: La estructura es dividida en una cantidad finita de elementos, con ayuda de un *preprocesador* (figura 2.17). Este paso es uno de los más cruciales para obtener una solución exacta del problema, de esta forma, determinar el tamaño o la cantidad de elementos en cierta área o volumen del elemento a analizar representa una ventaja del método, pero a la vez implica que el usuario debe estar muy consciente de esto para no generar cálculos innecesarios o soluciones erróneas.



Figura 2.17. Ejemplo de modelado.

El objetivo del análisis por medio del método de los elementos finitos, es determinar de forma precisa la respuesta de un sistema modelado con una cantidad finita de elementos y sujeto a unas cargas determinadas. En la generación de un modelo por elementos finitos, siempre se tiene presente que se está desarrollando un modelo el cual es una idealización de un sistema físico real, por esta razón, se debe esforzar por la precisión y la eficiencia computacional. En la mayoría de los casos, el uso de un modelo complejo y muy refinado no es justificable, aunque este probablemente genere mayor exactitud computacional a expensas de un innecesario incremento en el tiempo de procesamiento. El tipo y la complejidad del modelo dependen sobre todo del tipo de resultados requeridos. Como regla general, un modelo de elementos finitos puede empezar con un modelo simple, así, los resultados de este modelo sencillo combinados con la comprensión del comportamiento del sistema, puede ayudar a decidir si es necesario refinar el modelo y en que parte del mismo. Cuando hay un cambio drástico en la geometría, se puede usar una malla más refinada en la región donde los cambios se localizan. Agujeros, grietas y cambios localizados de la geometría, pueden ser caracterizados como discontinuidades geométricas. El modelamiento de discontinuidades geométricas, depende del interés en la precisión del cálculo de las

deformaciones y esfuerzos en la proximidad de la discontinuidad. Si no son de interés las deformaciones y esfuerzos en la discontinuidad, se puede usar un *modelo global* de la estructura que posea una malla “gruesa” alrededor de la discontinuidad. Si el objetivo es obtener las respuesta cerca de la discontinuidad, un *modelo local* puede ser usado. Contrario al modelo global, el modelo local, usa una malla refinada en las proximidades de la discontinuidad, ver figura 2.18.

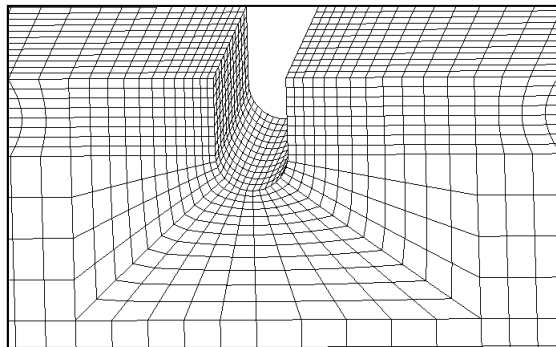


Figura 2.18. Acercamiento de malla refinada de la placa de figura 2.15.

2.3.1.2 Solución

Aplicación de las cargas: Fuerzas externas concentradas o fuerzas uniformes y momentos son especificados en este paso.

Definir las condiciones de frontera: Las condiciones de apoyo deben ser dadas, por ejemplo, si el desplazamiento de ciertos nodos es conocido. Usando los elementos de la frontera se pueden determinar las reacciones en los mismos, ver figura 2.19.

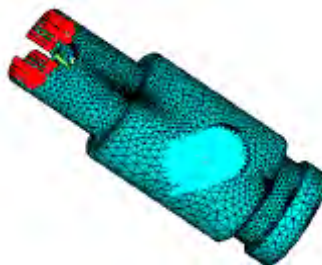


Figura 2.19. Ejemplo de aplicación de cargas y condiciones de frontera.

Solucionar el sistema de ecuaciones algebraicas lineales: La secuencial aplicación de los pasos descritos, conduce a un sistema de ecuaciones algebraicas simultáneas, donde los desplazamientos nodales son desconocidos.

Ensamblar las matrices de rigidez de los elementos: La matriz de rigidez de un elemento, consiste de coeficientes los cuales pueden ser derivados del equilibrio, residuos ponderados o métodos de energía. La matriz de rigidez del elemento se refiere a los desplazamientos nodales al ser aplicadas fuerzas en los nodos:

$$K * F = U \quad (2.56)$$

El ensamble de las matrices de rigidez, implica la aplicación de equilibrio para toda la estructura.

2.3.1.3 Post-proceso

Calcular los esfuerzos: El usuario puede entonces pedir al programa que calcule los esfuerzos, reacciones, deformaciones u otra información relevante. El *post-procesador* ayuda a visualizar la salida en forma gráfica.

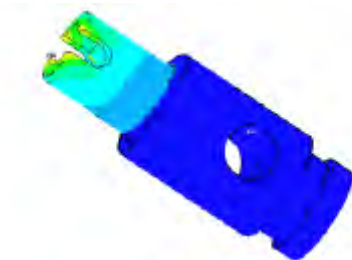


Figura 2.20. Ejemplo visualización de solución.

Crear un modelo apropiado es el paso más crucial en el análisis por medio de elementos finitos. El objetivo es desarrollar el patrón de nodos más apropiado, que genere una cantidad suficiente de elementos y obtener resultados sin derrochar interpretación de datos y tiempo de cálculo. El modelo debe ser siempre basado en un conocimiento conceptual del sistema físico y un juicio anticipado del comportamiento de la estructura. Junto a la

comprensión del comportamiento del sistema, el analista debe hacer un esfuerzo para comprender los conceptos pertinentes de la teoría de los elementos finitos. Fallar en el proceso implicaría obtener resultados sin sentido [51].

2.4 Respuesta de tejido óseo a fuerzas.

Muchos profesionales interesados en las funciones del movimiento humano necesitan información sobre cómo las fuerzas actúan sobre y dentro de los tejidos del cuerpo. Por ejemplo, las deformaciones de los huesos creados por fuerzas externas, así como las fuerzas internas creadas por estas mismas estructuras, son relevantes para la comprensión del movimiento humano o lesiones.

Los huesos responden a las fuerzas aplicadas sobre su superficie siguiendo un patrón característico. La primera fase es elástica y depende de la rigidez del hueso. En esta fase, la deformación es temporal y se mantiene solo durante el tiempo de aplicación de la fuerza tras lo cual, el hueso recupera su forma original. Si la fuerza aumenta, se entra en una fase plástica y el hueso, aunque se recupera parcialmente, queda deformado. Por último, cuando la fuerza aplicada es superior a la resistencia del tejido se produce la fractura. La respuesta de tejido óseo frente a las fuerzas que se aplican sobre su superficie dependerá del tipo de fuerza, del tipo de hueso, así como de la densidad, arquitectura y composición del tejido óseo.

Los huesos largos, formados fundamentalmente por tejido óseo compacto o cortical, son elásticos y poco plásticos. En estos huesos, la resistencia será mayor cuando la fuerza se aplica de forma vertical al sentido de la carga. Cuando la fuerza se aplica de forma oblicua la fase plástica se acorta y el hueso se fractura con más rapidez. En los huesos integrados por tejido óseo esponjoso, la resistencia es mayor cuando la fuerza se aplica a lo largo del eje vertical de las trabéculas vertebrales y también cuando es paralela a los sistemas trabeculares del cuello femoral. Estos huesos, al ser menos densos que los formados por tejido óseo cortical, son menos elásticos y más plásticos, por lo que pueden presentar

deformaciones mayores. Así mientras que en los huesos integrados por tejido esponjoso, las fracturas se producen cuando existen variaciones del 7% de su longitud, en los integrados por tejido compacto, las fracturas se producen con variaciones del 2%.

Independientemente de su función biológica, el hueso es uno de los materiales más interesantes conocidos en términos de la relación estructura-propiedades. El hueso es un material anisotrópico, heterogéneo, no lineal y viscoelástico.

2.4.1 Composición y estructura del hueso.

El hueso es el elemento estructural primario del sistema esquelético de cualquier vertebrado ya que sirve para proteger los órganos internos, facilita las acciones musculares y los movimientos corporales [52]. El hueso tiene un material estructural complejo que es no homogéneo conteniendo sustancias orgánicas e inorgánicas con diferentes propiedades mecánicas (figura 2.21).

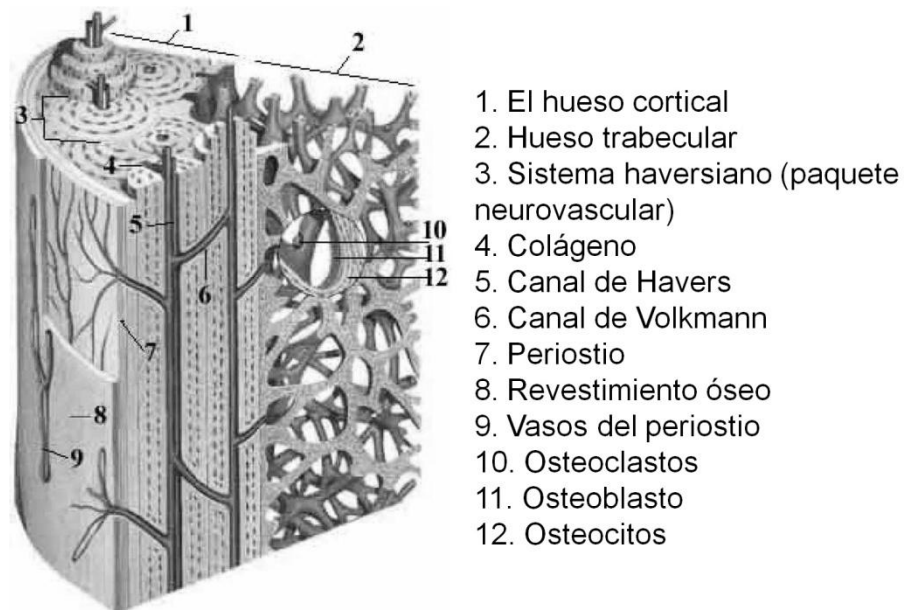


Figura 2.21. Estructura típica de hueso largo.

En términos biológicos, el hueso se describe como tejido conectivo. El tejido conectivo es el que une y actúa como soporte de las distintas estructuras del cuerpo. En términos mecánicos, el hueso es un material compuesto con diferentes fases líquidas y sólidas. De entre todos los tejidos conectivos, el hueso es el único que es duro. Esta dureza se debe a que su principal componente orgánico, la matriz colagínica extracelular, está impregnada de una fase mineral constituida por cristales de tipo hidroxiapatita $\text{Ca}_5(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$ con un cierto contenido de iones carbonato.

La composición del hueso depende de un gran número de factores: la especie, la edad, el sexo, el hueso específico, el tipo de hueso (cortical o esponjoso) y las posibles patologías del mismo. Sin embargo, el tejido óseo está constituido en partes aproximadamente iguales por volumen en una fase mineral, una matriz extracelular de colágeno y agua [29]. Una estimación aproximada de la composición total por volumen en partes iguales es: hidroxiapatita, colágeno y otros componentes orgánicos, y agua. Algunos datos en la literatura para la composición de hueso cortical de humanos adultos y de bovino son mostrados en la tabla 2.1.

Espece	%H ₂ O	Ap ^a	%Peso seco Colágeno	GAG ^b	Referencias
Bovino	9.1	76.4	21.5	N.D ^c	Herring, 1977
Humano	7.3	67.2	21.2	0.34	Pellagrino and Blitz, 1965; Vejlens, 1971

^aHidroxiapatita, ^bGlicosaminoglicano, ^cNo determinado.

Tabla 2.1 Composición de hueso cortical humano adulto y bovino.

2.4.2 Propiedades mecánicas del hueso.

Desde un punto de vista macroscópico, existen dos grandes tipos de tejido óseo: hueso cortical o compacto y hueso esponjoso o trabecular (figura 2.22). La superficie externa del hueso es lisa, mientras que la interna es rugosa y parecida al hueso esponjoso.

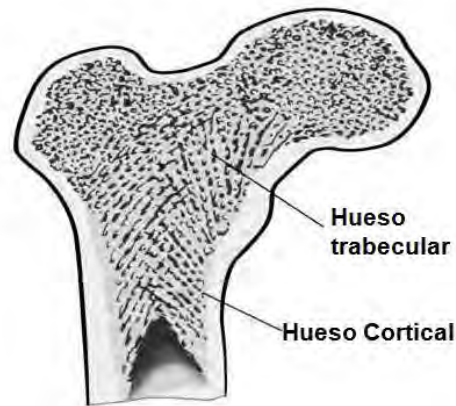


Figura 2.22. Sección longitudinal del extremo proximal del fémur ilustrando el hueso cortical y trabecular.

El tipo de hueso denso encontrado, por ejemplo, en los ejes de los huesos largos se conoce como hueso compacto o cortical. Un tipo de hueso más poroso o esponjoso que se encuentra, por ejemplo, en los extremos articulares de los huesos largos se denomina hueso esponjoso [52].

El hueso cortical (o compacto) cubre la superficie exterior de la mayoría de los huesos y es encontrado en los ejes de los huesos largos. Debido a su baja porosidad, el hueso cortical es el más fuerte y el más duro de los dos tipos de hueso. La micro arquitectura del hueso cortical es muy compleja y juega un rol importante en sus propiedades mecánicas. El tejido óseo cortical está previsto de laminillas o capas de aproximadamente $5\mu\text{m}$ de grosor. Estas laminillas son conectadas a un canal central por microscópicos canales llamados canalículos. Un canal más rodeando las laminillas es llamado osteón (figura 2.23). Los osteones están empaquetados juntos para formar las propiedades del hueso. El alineamiento longitudinal de los osteones y la orientación de las laminillas le da al hueso cortical fuertes propiedades anisotrópicas; específicamente, la rigidez y la resistencia a lo largo del eje del hueso cortical (dirección longitudinal) son mayores que las propiedades transversales al eje del hueso. Además, el hueso cortical es más fuerte en compresión que en tensión. La rigidez y resistencia de hueso cortical depende no solo de la orientación en la cual el hueso es deformado sino también de la velocidad. Esta es una característica de materiales viscoelásticos. Para el hueso cortical y trabecular, la dependencia de la velocidad de deformación es baja [53]. Sin embargo, el resultado es que el hueso es más

rígido y fuerte en mayores velocidades de deformación. Esto es deseable, ya que esta es una manera para compensar mayores cargas y esfuerzos impuestos por vigorosas actividades.

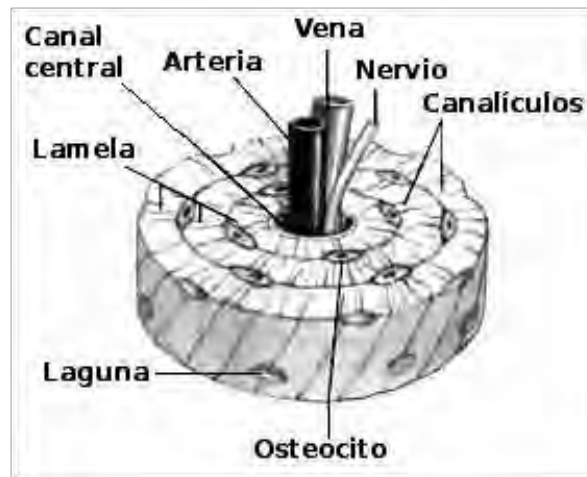


Figura 2.23. Diagrama amplificado de la sección de un osteón.

El hueso trabecular (también llamado hueso poroso o esponjoso) es encontrado en las vértebras y los extremos de huesos largos, tal como el fémur, tibia y radio. El estudio del hueso trabecular es importante porque fracturas relacionadas con la edad ocurren principalmente en sitios óseos trabeculares, tal como el fémur proximal (cadera), el radio distal (muñeca), y vértebras (espina). El hueso esponjoso se denomina también trabecular porque está constituido por todo un entramado de material óseo, con estructura en forma de una red porosa de celdas tridimensionales, que se llaman trabéculas (figura 2.24). Los poros entre trabéculas están llenos con médula ósea. Debido a su alta porosidad, el hueso trabecular es un tanto más débil que el hueso cortical sólido, pero éste es también mucho más ligero.



Figura 2.24. Trabéculas en hueso trabecular óseo.

Las propiedades mecánicas de un espécimen de hueso trabecular, el cual está compuesto de muchos soportes trabeculares y tiene dimensiones > 1 mm, son llamadas propiedades mecánicas aparentes. Estas propiedades mecánicas aparentes dependen de las propiedades del material de la matriz del tejido óseo, la cantidad de tejido y la organización estructural de las trabéculas. En particular, las propiedades aparentes son fuertemente dependientes de la densidad relativa y de la arquitectura. Ya que la densidad relativa y la arquitectura de hueso trabecular varían con la zona anatómica, edad y enfermedades, existe una variación significativa en la rigidez y dureza del hueso trabecular. En pequeñas deformaciones, el hueso se comporta como un material linealmente elástico.

En resumen, el hueso tiene un material estructural complejo no homogéneo que contiene sustancias orgánicas e inorgánicas con diferentes propiedades mecánicas. Las propiedades mecánicas globales de un hueso varían de punto a punto a lo largo de su longitud y su respuesta mecánica dependerá de la dirección y la magnitud de la deformación aplicada. Aunque el hueso puede ser considerado como un material viscoelástico [54], una primera aproximación razonable para modelar el hueso cortical se basa en medios anisotrópicos [55]. La ecuación constitutiva adecuada para el rango elástico lineal se puede expresar a través de la ley de Hooke [56]. Todas estas consideraciones son aproximaciones básicas utilizadas previamente para describir la respuesta del hueso. El modelo matemático propuesto para describir el comportamiento de un tejido orgánico se limita por lo general para describir su respuesta bajo una conocida y específica deformación [57].

2.4.3 Tipos de cargas en hueso femoral.

El sistema esquelético se somete a una variedad de diferentes tipos de fuerzas de tal manera que el hueso recibe cargas en diferentes direcciones. Existen cargas producidas por la sustentación del peso, la gravedad, fuerzas musculares y fuerzas externas. Las cargas son aplicadas en diferentes direcciones produciendo fuerzas que pueden variar de tres diferentes tipos: compresión, tensión y cizalla (figura 2.25). Compresión es cuando una fuerza externa tiende a apretar las moléculas de un material. Tensión es cuando la carga actúa para estirar o separar el material. Por ejemplo, el peso de un cuerpo tiende a comprimir el pie contra el suelo en la fase de apoyo de la marcha, que es resistido por la carga de tensión de la fascia plantar y el ligamento longitudinal en el pie. Cizalla es una carga en ángulo recto actuando en direcciones opuestas. Note que las cargas no son vectores (fuerzas individuales) actuando en una dirección, pero son ilustradas por dos flechas en la figura 2.21(c) para mostrar la carga que resulta de las fuerzas de ambas direcciones [58].

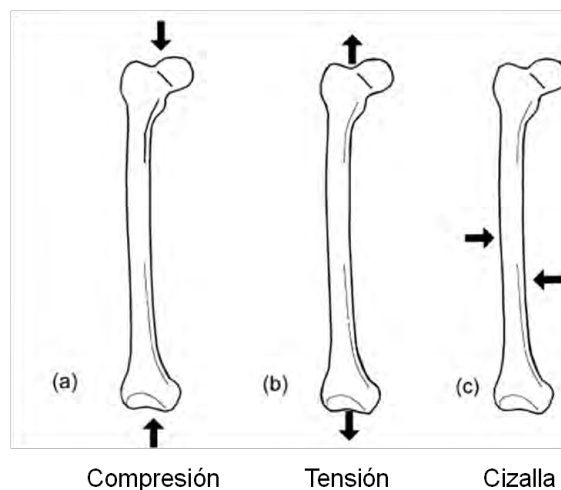


Figura 2.25. Principales cargas axiales de (a) compresión, (b) tensión y (c) cizalla

Cuando muchas fuerzas están actuando sobre un cuerpo ellas pueden combinarse para crear cargas combinadas llamadas torsión y flexión (figura 2.26). En flexión, un lado del material es cargado en compresión mientras el otro lado experimenta una carga de tensión.

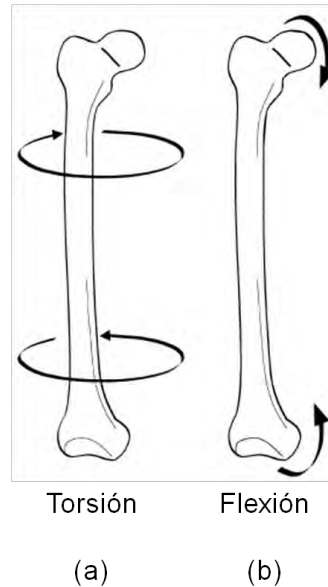


Figura 2.26. Cargas combinadas de (a) torsión y (b) flexión.

La inmediata respuesta del tejido óseo a cargas depende de una variedad de factores. El tamaño y dirección de las fuerzas, tan bien como la resistencia mecánica y la forma del tejido, afecta cómo cambiará la estructura del material.

2.4.4 Características mecánicas del hueso femoral.

El comportamiento de cualquier material bajo diferentes condiciones de carga está determinado por su fuerza y dureza. Cuando se aplica una fuerza externa en un hueso o en cualquier otro material, hay una reacción interna. La fuerza puede evaluarse mediante la comprobación de la relación entre la carga aplicada (fuerza externa) y la cantidad de deformación (reacción interna) que tiene lugar en el material, conocida como la curva de carga-deformación.

El hueso cortical es un material compuesto constituido básicamente por hidroxapatita que le confiere la rigidez y el colágeno que es la proteína responsable de otorgar elasticidad y plasticidad al hueso. La estructura no homogénea, la trabeculación ósea e interposición de fluidos, le proporcionan características de anisotropía y viscoelasticidad al hueso. Algunas de estas características en el tejido óseo son las siguientes [59]:

Características anisotrópicas. El hueso es un material anisotrópico, lo que indica que el comportamiento del hueso cambiará dependiendo de la dirección de la carga aplicada. En general, el tejido óseo puede conducir a cargas más elevadas en la dirección longitudinal y una menor cantidad de carga cuando se aplica sobre la superficie del hueso. El hueso es fuerte para soportar cargas en la dirección longitudinal, ya que se utiliza para recibir las cargas fisiológicas en esta dirección (figura 2.27).



Figura 2.27. El hueso se considera anisotrópico porque responde de manera diferente cuando las fuerzas se aplican en diferentes direcciones. (A) Cargas aplicadas en la dirección longitudinal. (B) Cargas aplicadas transversalmente cruzando su superficie.

Características viscoelásticas. El hueso es también viscoelástico, lo que significa que responde diferente dependiendo de la velocidad a la que se aplica la carga y la duración de la carga. En velocidades muy rápidas de la aplicación de la carga, el hueso puede conducir a mayores cargas antes de la falla o rotura. Como se muestra en la figura 2.28, el hueso que recibe la carga se rompe lentamente con una carga que es aproximadamente la mitad de la que podría soportar si la carga fuera aplicada con mayor rapidez.

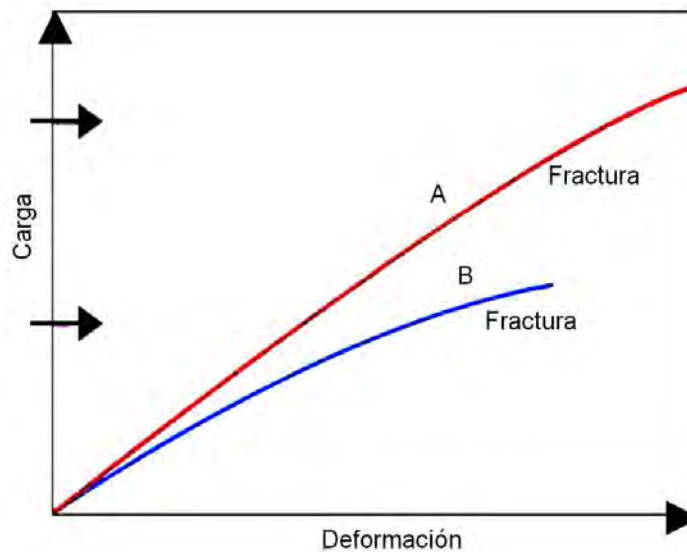


Figura 2.28. Viscoelasticidad. (A) Cuando se recibe la carga rápidamente, el hueso responde más rígidamente, y puede manejar una mayor carga antes de romperse. (B) Cuando se recibe la carga lentamente, el hueso no es tan rígido o fuerte, rompiéndose bajo cargas menores

Respuesta elástica. Cuando se aplica primeramente la carga, un hueso se deforma por un cambio en la forma y dimensiones. En este rango elástico el hueso se deforma hasta 3 %. Esta se considera la amplitud elástica de la curva de carga-deformación, ya que, cuando se retira la carga, el hueso se recupera y vuelve a su forma o dimensión original. La curva carga-deformación se presenta en la figura 2.29. Un análisis de esta curva se puede utilizar para determinar si un material es duro, flexible, frágil, fuerte o débil. La curva mostrada podría representar un material que es fuerte y flexible.

Respuesta plástica. Con la aplicación continua de la carga en el hueso se alcanza su punto de deformación, después de lo cual las fibras exteriores del tejido óseo comenzarán a ceder, experimentando micro-cortes y desconexión del material dentro del hueso. A lo que llamamos fase plástica o no elástica en la curva de carga-deformación. El tejido óseo comienza a deformarse permanentemente y eventualmente se rompe si la carga continúa en la fase no elástica. Por lo tanto, cuando se retira la carga, el tejido óseo no retoma la forma original y se alarga de forma permanente.

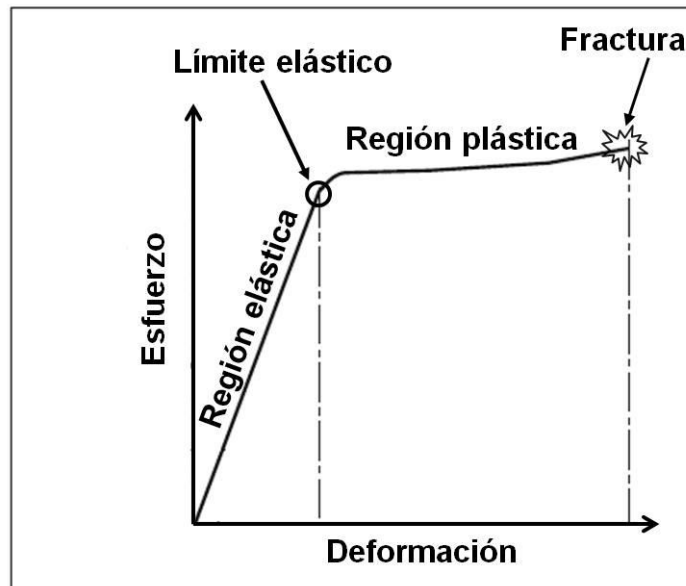


Figura 2.29. Curva de deformación del hueso según una tensión

Resistencia. La resistencia del hueso o cualquier otro material se define por el punto de fallo o por la carga sostenida antes del fallo. La resistencia también puede ser analizada en términos de almacenamiento de energía, el área bajo la curva de carga-deformación.

Dureza. La dureza, o módulo de elasticidad de un material, se determina por la disminución de la curva de carga-deformación (figura 2.29) durante la amplitud de la respuesta elástica y es representado por la resistencia del material a la carga cuando la estructura se deforma. Esta respuesta ocurre en muchos materiales, incluyendo los huesos, tendones y ligamentos. La curva carga-deformación para materiales flexibles, frágiles y para el hueso se representa en la figura 2.30.

Un material duro responderá con una deformación mínima al incremento de carga. Cuando se aplica la carga, un material frágil responde linealmente y falla o se rompe en el final de la fase elástica antes de que experimente alguna deformación permanente. El vidrio es un ejemplo de material frágil. El material flexible entrará en la región plástica y se deforma considerablemente antes del fallo o rotura. La piel es un ejemplo de material que se deforma considerablemente antes del fallo. El hueso es un material que tiene

propiedades que responden tanto en el modo frágil como en el flexible, es decir, el hueso es ligeramente deformado antes de la fractura, ver figura 2.30.

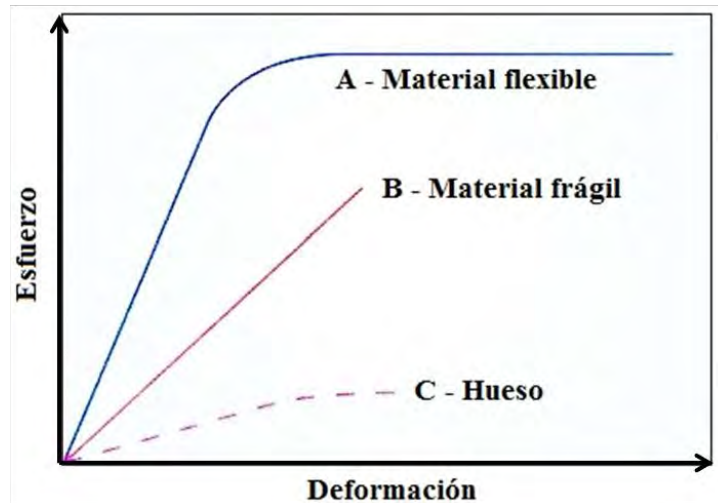


Figura 2.30. Curva de deformación mostrando la diferencia de comportamiento entre (A) material flexible, (B) material frágil y (C) hueso.

Tensión y distensión. Otra forma de evaluar el comportamiento del hueso o cualquier otro material cuando se somete a una carga es medir la tensión, o la carga por área de sección transversal y la distensión o deformación, con respecto a la dimensión original del material. Una curva de tensión-distensión se puede producir de tal manera que, como la curva esfuerzo-deformación, ilustra el comportamiento mecánico del material y puede ser utilizado para comprobar la resistencia y la dureza del material (figura 2.29).

2.4.5 Medición de deformaciones mecánicas en hueso.

Las mediciones de deformación en muestras orgánicas son un reto, incluso con técnicas establecidas como galgas extensiométricas, termografía, fotoelasticidad, etc. Sin embargo, utilizadas adecuadamente, cada una de estas técnicas puede proporcionar datos valiosos [60]. Los métodos mecánicos clásicos usados para medir deformaciones tienen grandes limitaciones en términos de precisión, exactitud y cantidad de datos resultantes. En particular, las técnicas que usan galgas extensiométricas han producido gran información en

biomecánica ortopédica [61-63]. Sin embargo, éstas técnicas producen datos discontinuos y requieren una gran cantidad de cableado para determinar la información completa. En la actualidad, los métodos ópticos [64-68] ofrecen una excelente alternativa para medir desplazamientos en la superficie del hueso entero y los datos producidos son substancialmente mayores que los que pueden ser obtenidos por métodos mecánicos. Su principal ventaja radica en sus mediciones de toda la superficie y que pueden ser realizados sin la necesidad de destruir la muestra, más aún sin tocarla. Los métodos ópticos muestran una gran promesa en la superación de las deficiencias de métodos de prueba de mecánica tradicional y llevan el estudio mecánico del hueso completo a un nivel más alto que nos permite un mejor entendimiento de la relación entre la estructura ósea y su función [52]. Lo anterior es de importancia para entender el comportamiento normal del hueso completo durante cargas fisiológicas para identificar áreas de esfuerzo pico las cuales son propensas a fractura durante actividades físicas y permiten la predicción de los efectos de diversos defectos genéticos así como de procesos de enfermedad.

La interferometría holográfica (HI) se ha empleado en estudios piloto en aplicaciones biomédicas [69-70], donde se obtiene información cualitativa y cuantitativa, características también alcanzadas con DHI [71-72], una técnica que recientemente ha encontrado numerosas aplicaciones en diversos campos de la ciencia, incluyendo el campo de la biomedicina, donde se ha demostrado su utilidad en la medición de parámetros en los tejidos biológicos (figura 2.30).

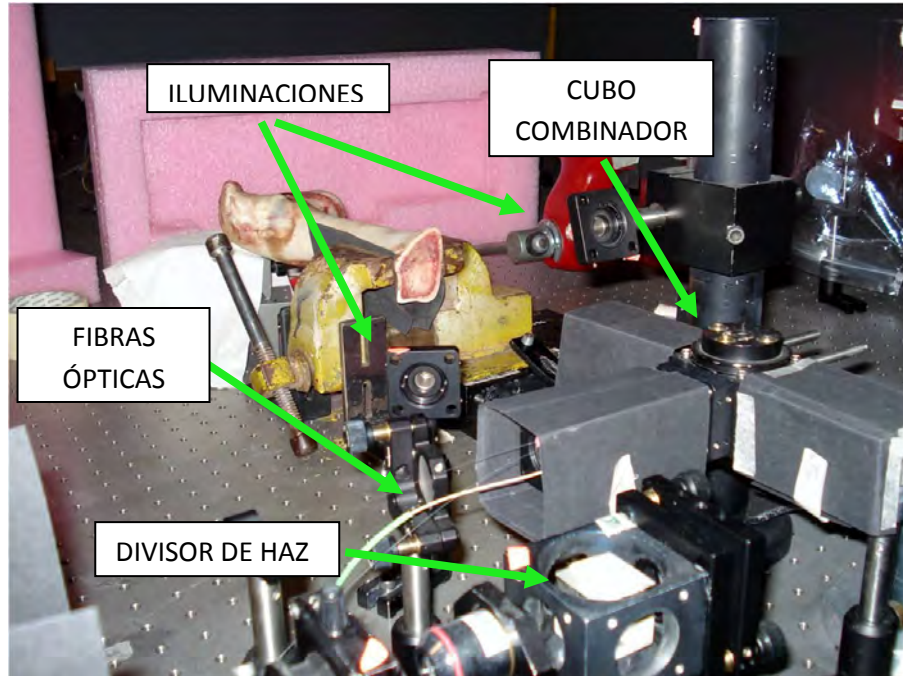


Figura 2.30. Medición de parámetros mecánicos en tejidos biológicos con DHI
 (Para identificar todos los componentes del sistema experimental ver sección 3.1)

Capítulo III

Interferometría holográfica digital 3D simultánea para medición de deformación validada con FEM.

En este capítulo se presenta el desarrollo experimental y los resultados obtenidos de las pruebas que se realizaron con un interferómetro holográfico digital en una configuración 3D simultánea para detectar deformaciones superficiales. Una descripción detallada de esta técnica se presentó en el capítulo anterior donde se explica cómo este sistema utiliza un solo sensor monocromático y tres láseres de diferentes longitudes de onda en un método de doble exposición, que logra medir con éxito un campo de deformación superficial durante una deformación controlada. Como prueba de principio, una placa de aluminio con una geometría conocida es utilizada para realizar las pruebas experimentales. La deformación y todas las variables físicas que involucran el experimento son simuladas con un algoritmo por el método de elementos finitos (FEM). Finalmente, la comparación entre los resultados obtenidos experimentalmente y los obtenidos en la simulación ayuda a validar las mediciones del sistema con una muy buena aproximación.

3.1 Arreglo experimental

Se implementó un interferómetro holográfico digital en configuración 3D simultáneo como se muestra en la figura 3.1, donde λ_1 , λ_2 y λ_3 , son tres láseres con diferentes longitudes de ondas que se usaron como fuentes de iluminación. λ_1 es un láser He-Ne en 632.8nm con una potencia óptica fija de 20mW, λ_2 es un láser Verdi V10 en 532 nm y λ_3 es un Láser Genesis G1 en 480nm cuyas potencias fueron ajustadas para que coincidan en el mismo rango dinámico del láser He-Ne. Este ajuste se realizó considerando la eficiencia cuántica del sensor CCD para cada longitud de onda. Cada láser es dividido en dos haces, el haz objeto y el haz referencia, usando cubos divisores de haces. Dos divisores de haz 20:80 (R:T) DH1 y DH3 para los láseres λ_1 y λ_3 , respectivamente y un 80:20 (R:T) DH2 para el láser λ_2 . El objeto bajo estudio es iluminado con los tres haces objeto por medio de una

serie de espejos y lentes que direccionan y expanden la luz sobre la muestra. Los tres haces de referencia son enviados a tres fibras ópticas monomodo (FO1, FO2 y FO3) utilizando un adaptador de fibra FC- PC en cada caso. Los terminales extremos de las fibras ópticas están situados perpendicularmente a un cubo combinador de haz 50:50 (CH) que está en frente de la cámara CCD.

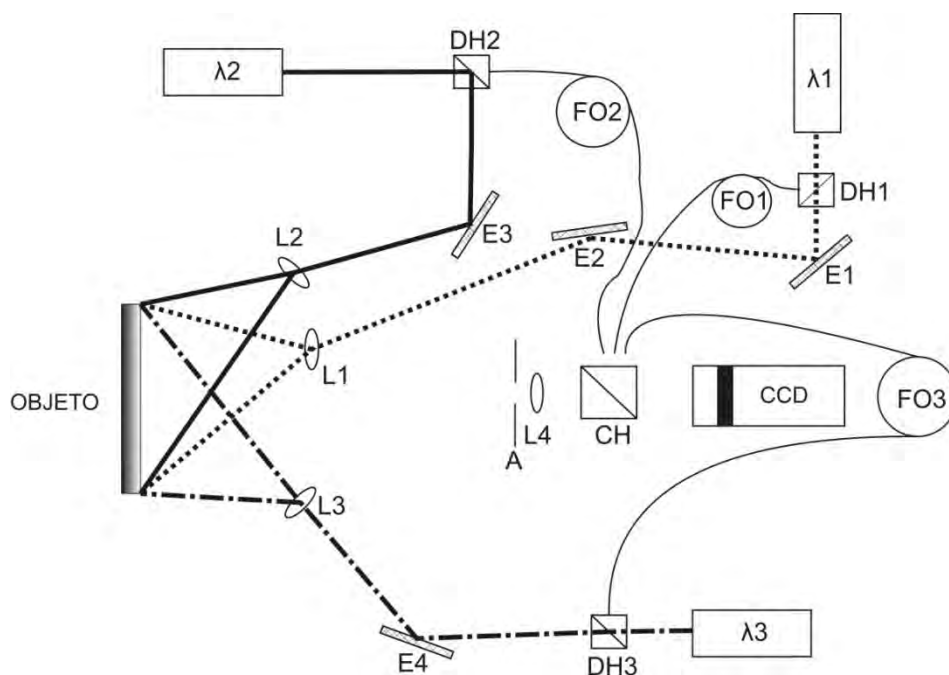


Figura 3.1. Vista esquemática del sistema experimental.

La luz dispersada procedente del objeto es recolectada por la lente (L4) de 75 mm de distancia focal que tiene una abertura circular (A) en frente de ella. Cada par de haz es dirigido por el CH tal que se superpongan y se registren en el sensor CCD de una cámara de alta resolución PCO Pixelfly QE. Este sistema de cámara CCD de 12 bits digitales consta de una cabeza de cámara ultra compacta, que o bien se conecta a un PCI estándar o una tarjeta PCI compacta a través de un enlace de datos en serie de alta velocidad. Los tiempos de exposición disponibles van desde 5 μ s a 65 s. Todas las funciones de la cámara se pueden acceder y controlar a través de la interfaz digital de forma remota. Este sistema de cámara CCD digital compacta se adapta perfectamente a nuestro sistema de medición, sus características principales se muestran en la tabla 3.1.

	UNIDADES	PIXELFLY QE
Resolución (hor x ver)	pixel	1392 x 1024
Tamaño del pixel (hor x ver)	μm^2	6.45 x 6.45
Formato del sensor/diagonal	in/mm	2/3" / 11.14
Eficiencia cuántica	%	62
Rango dinámico	dB	69.5
Rango dinámico A/D²	bit	12
Velocidad de barrido de píxeles	MHz	20
Rango espectral	nm	290 - 1100
Tiempo de exposición	s	5 μs – 65 s
Dimensiones de la cámara	mm^2	39 x 39 x 53

Tabla 3.1 Datos técnicos de la cámara PIXELFLY.

Como se mencionó anteriormente, la potencia de los tres láseres de longitudes de onda diferentes se ajustó considerando la eficiencia cuántica del sensor CCD para cada longitud de onda. En la figura 3.2 se muestra la eficiencia del sensor de esta cámara para cada longitud de onda.

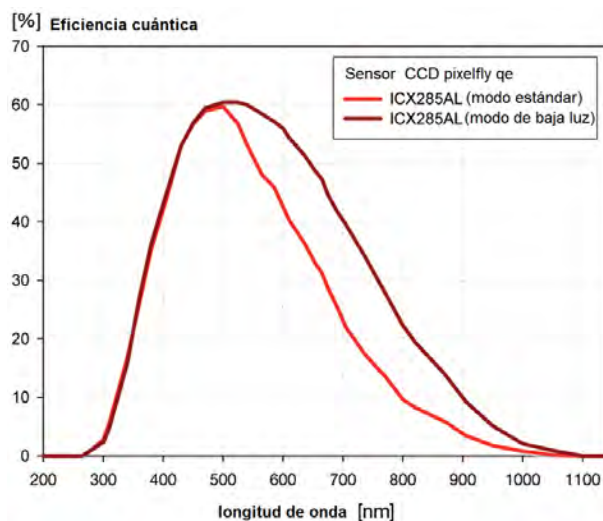


Figura 3.2. Eficiencia cuántica del sensor de la cámara Pixelfly qe utilizada en el sistema experimental.

El objeto bajo estudio es una placa metálica rectangular de aluminio de 50 mm de ancho, 70 mm de alto y un espesor de 9mm con una ranura en la región central superior. El campo de visión (FOV) del sistema óptico se fija a 22 x 15 mm centrándose cerca del borde de la ranura donde se esperan observar las mayores deformaciones (figura 3.3).

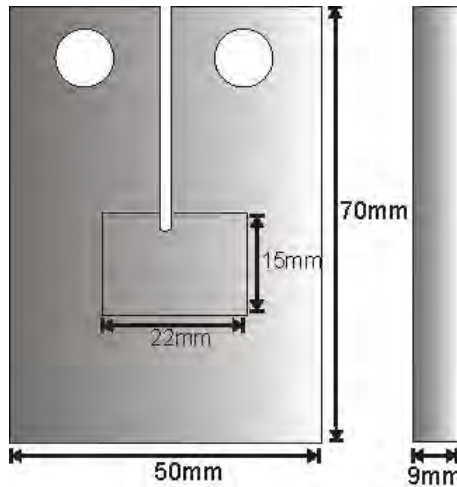


Figura 3.3. Dimensiones y campo de visión de la placa metálica de prueba.

La placa es deformada por una compresión lateral usando una prensa mecánica fija a la mesa óptica. Las condiciones de frontera bajo las cuales la placa metálica es cargada se ilustran en la figura 3.4. El ejemplar tiene un módulo de elasticidad de 73 GPa, una relación de Poisson de 0,33 y una densidad de 2700 Kg/m³ [73]. La carga aplicada introduce un desplazamiento de 20 micras en la prensa a lo largo de la dirección x (ver figura 3.4). Para controlar el experimento, el desplazamiento introducido fue medido con un micrómetro en relación a la proporción de vuelta de la prensa mecánica, cuya incertidumbre fue eliminada por medio de la simulación con FEM. La geometría y el material de la muestra se seleccionaron de esta manera con el fin de tener un experimento bien conocido y controlado. La geometría de iluminación del sistema óptico se muestra en la figura 3.4 y cumple la condición: $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3$. Esta configuración ayuda a obtener los componentes de desplazamiento por una reducción lineal del sistema de ecuaciones.

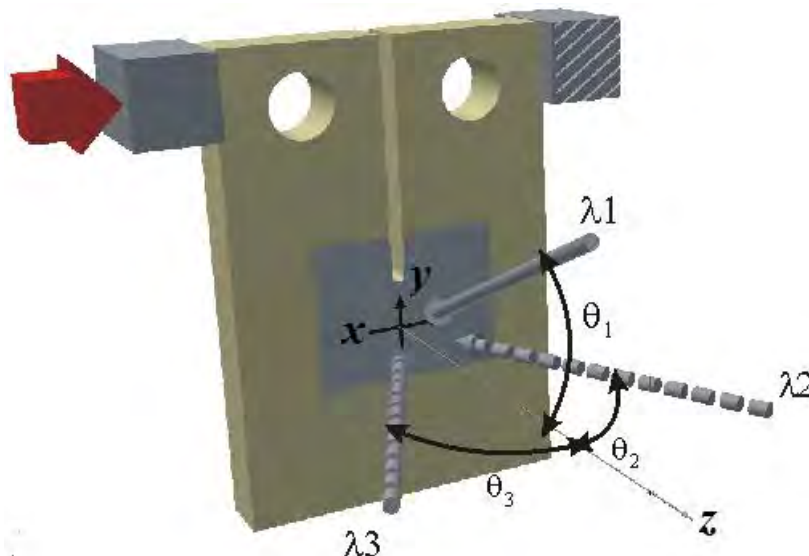


Figura 3.4. Condiciones de frontera y de iluminación de la placa metálica de prueba descritos por el sistema de referencia x , y y z cuyo origen está en el objeto.

3.2 Grabación y procesamiento de las imágenes.

Una vez que el arreglo experimental ha sido implementado de acuerdo a la geometría convenientemente seleccionada, la muestra es colocada y enfocada en el campo de visión indicado en las figuras 3.3. A continuación se procede a realizar la grabación de una serie de imágenes de hologramas, donde una primera serie es grabada en el estado inicial del objeto y una segunda serie después de que el objeto ha sido deformado. Cada par de haz es dirigido por el BC tal que se superpongan y se registren en el sensor CCD de la cámara. La superposición de las ondas puede ser considerada como la interferencia grabada por el sensor de la cámara para una serie de imágenes durante la deformación del objeto (de compresión en este caso). El sistema se basa en el principio de la superposición de varios hologramas independientemente resueltos en el dominio espectral dado que los láseres son coherentemente independientes entre sí. De este modo, cada imagen tiene tres hologramas de interferencia independientes para cada una de las tres fuentes de iluminación. Una frecuencia portadora espacial se introduce para cada longitud de onda con el fin de resolver de forma independiente la respuesta espectral para cada láser. En la figura 3.5 se muestra la

distribución espectral para cada longitud de onda así como su respectivo complejo conjugado.

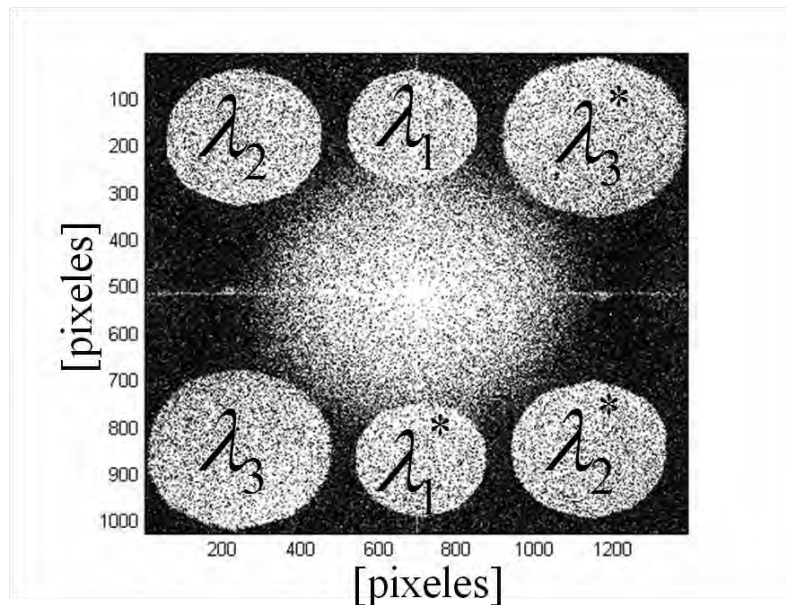
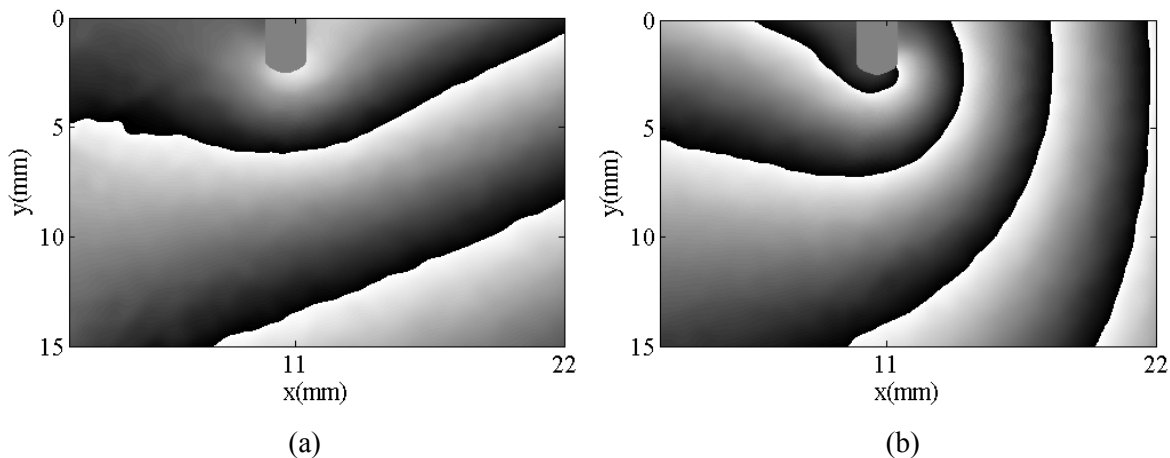
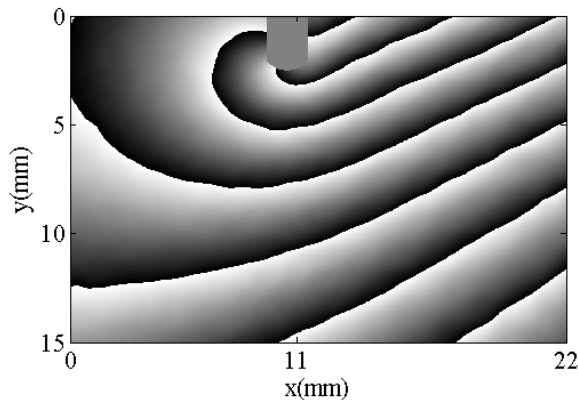


Figura 3.5. Espectro de Fourier que muestra las distribuciones espectrales para cada láser en un único holograma.

Una vez que la imagen es Transformada en el espectro de Fourier como en la figura 3.5, solamente tres de estos términos son filtrados, cada uno perteneciente a un par de haces objeto referencia, y su Transformada Inversa de Fourier es calculada para obtener la correspondiente distribución de fase. Este procedimiento se repite para el objeto deformado obteniendo los mapas de fase envuelta para cada iluminación de la figura 3.6.





(c)

Figura 3.6. Mapas de fase envuelta para (a) λ_1 , (b) λ_2 y (c) λ_3

El mapa de fase envuelta de la figura 3.5a correspondiente a la iluminación del láser He-Ne contiene menor número de franjas debido a una longitud de onda mayor ($\lambda_1 = 632.8\text{nm}$) en contraposición a la figura 3.5c donde la misma carga hace mayor número de franjas debido a una longitud de onda menor ($\lambda_3 = 480\text{nm}$).

Una vez que los tres mapas de fase envuelta son obtenidos, es necesario aplicar un algoritmo de desenvolvimiento de fase. En nuestro caso utilizamos el software comercialmente disponible `pv_spua2` por Phase Vision Ltd el cual está basado en un algoritmo de balance costo mínimo [74]. Con estos mapas de fase desenvuelta y teniendo en cuenta la geometría del sistema óptico, ver figura 3.1, las componentes de desplazamiento u , v y w pueden ser encontradas por medio de la ecuación 2.41.

Finalmente, la combinación de las tres componentes de desplazamiento, adquiridas al mismo tiempo, genera las componentes de la deformación de un estado de deformación particular (figura 3.7). Un algoritmo de mínimos cuadrados se aplica con el fin de mejorar la relación señal a ruido (SNR, por sus siglas en inglés) en el cálculo de deformación [75-77].

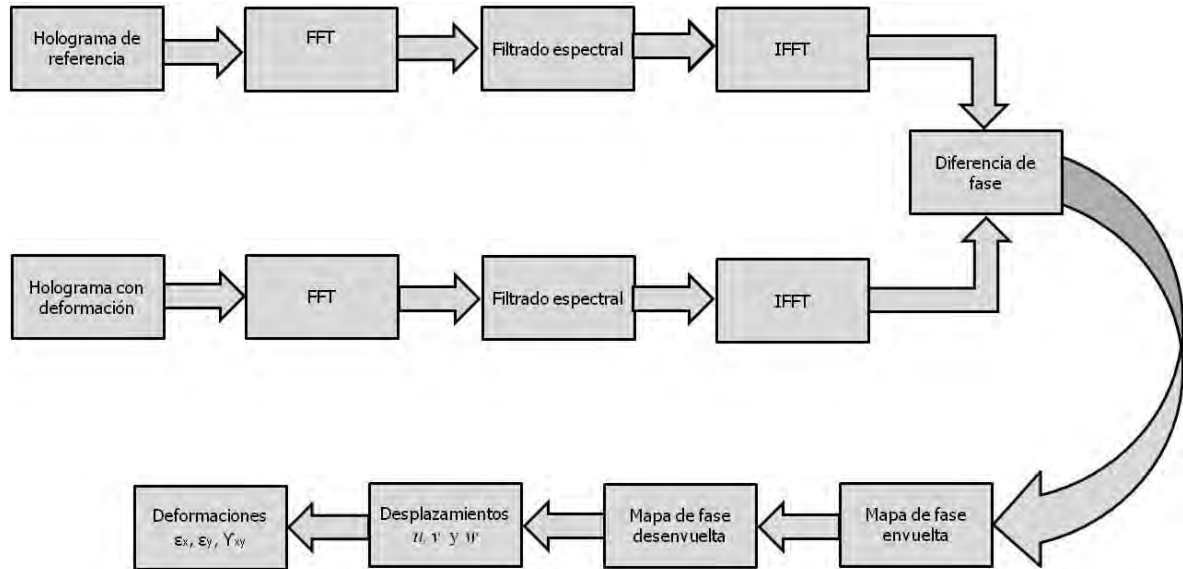


Figura 3.7. Diagrama de bloques del procesamiento digital de imágenes.

3.3 Simulación por Método de Elemento Finito (FEM)

En el presente trabajo se propone un interferómetro en una configuración de iluminación simultánea 3D para detectar deformaciones superficiales. Los resultados experimentales son procesados y comparados con un algoritmo de elemento finito que nos permitirá validar las mediciones de dicho sistema experimental. Esta validación ayuda a estimar la respuesta mecánica de muestras mucho más complejas, como por ejemplo, en tejidos orgánicos como se verá en el siguiente capítulo. En este proceso, todas las variables físicas de la muestra y el desplazamiento aplicado se introducen en el algoritmo de FEM, es decir, el material, la geometría de modelado, y las condiciones iniciales del experimento.

Para iniciar el modelado se realiza una discretización de la estructura es decir, la estructura es dividida en una cantidad finita de elementos (figura 3.8). Como se explicó en la sección 2.3, para obtener una solución exacta del problema, es importante determinar el tamaño y la cantidad de elementos en cierta área o volumen del elemento a analizar. En el campo de visión (FOV) que se centra cerca del borde de la ranura, es donde se esperan observar las mayores deformaciones, por lo tanto, en esta área de 22 x 15 mm, se crea una malla de mapeado con un mayor número de elementos en el campo de visión como muestra el

recuadro rojo de la figura 3.8. Este último funciona como un modelo local dentro de uno global de la estructura que proporciona datos más precisos de desplazamiento y deformación para comparar con los resultados del dispositivo experimental. El modelo FEM utiliza casi 24.000 elementos de tipo sólido 45 que simula una estructura sólida 3D.

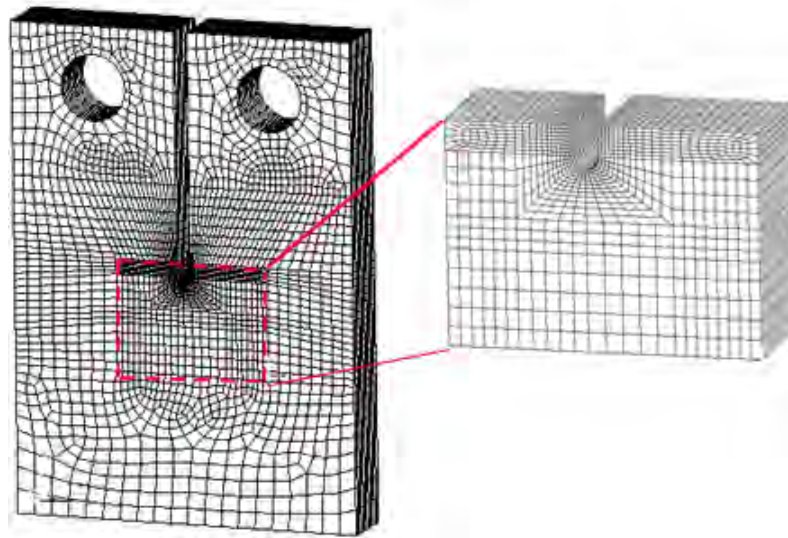


Figura 3.8. Mallado del modelo que muestra una mayor densidad de elementos en la región del FOV.

El siguiente paso consiste en definir y asignar las propiedades mecánicas del material utilizado. Como ya se indicó la placa metálica es de Aluminio y sus propiedades mecánicas se indican en la tabla 3.2.

Propiedad	Aluminio
Módulo de elasticidad, GPa	73
Módulo de Poisson	0.33
Densidad, Kg/m ³	2700

Tabla 3.2. Propiedades mecánicas del Aluminio

Establecer cargas y condiciones de frontera. En este paso se deben especificar las fuerzas externas concentradas o fuerzas uniformes y momentos así como en el caso de que el desplazamiento en ciertos nodos es conocido. En nuestro experimento la carga aplicada

introduce un desplazamiento controlado de 20 micras en la prensa a lo largo de la dirección x por un extremo y por el otro, un soporte fijo es aplicado. Para simular la condición de soporte fijo, el modelo se restringe en uno de sus extremos (figura3.9). Usando los elementos de la frontera se pueden determinar las reacciones en los mismos.

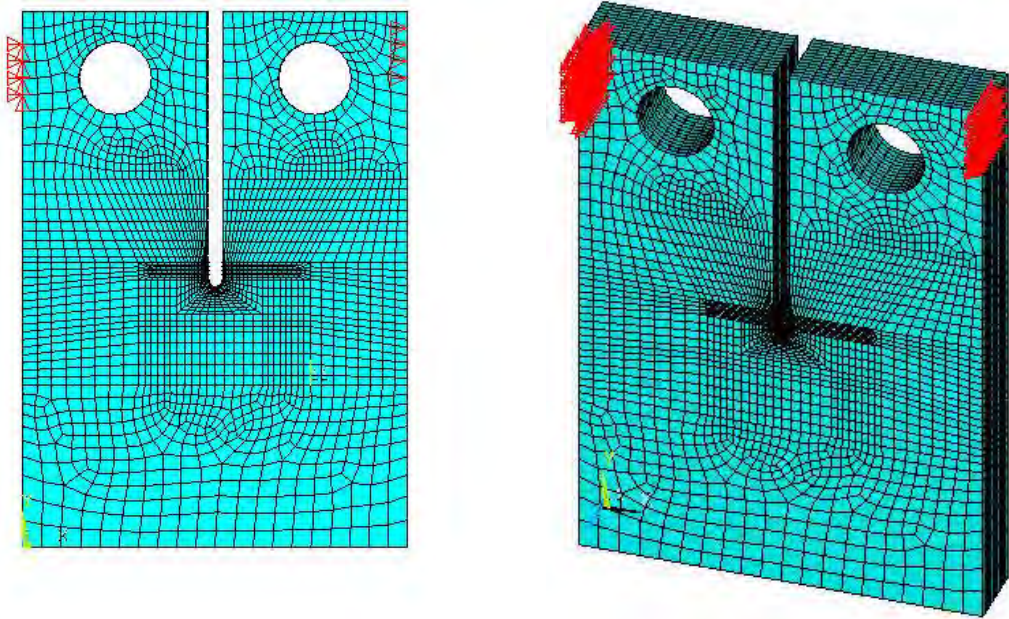


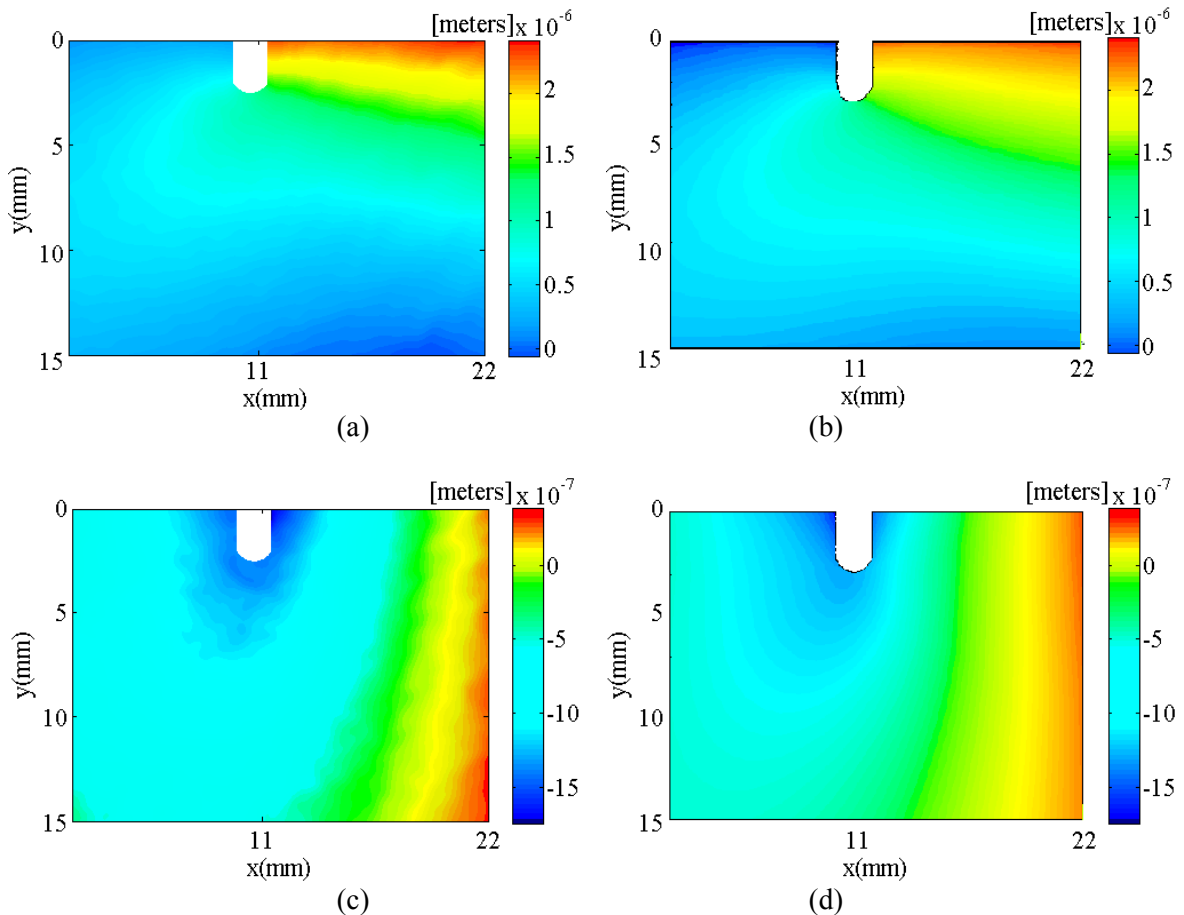
Figura 3.9. Cargas y condiciones de frontera. Flechas lado izquierdo: carga, flechas lado derecho: soporte fijo.

La secuencial aplicación de los pasos descritos conduce a un sistema de ecuaciones algebraicas simultáneas, donde los desplazamientos nodales son desconocidos. Finalmente la solución del sistema es generada por el usuario, quien puede entonces pedir al programa que calcule los esfuerzos, reacciones, deformaciones u otra información relevante. El análisis estructural estático de una placa metálica con Ansys es presentado a detalle en el Apéndice B.

En la siguiente sección se muestran los resultados obtenidos en este desarrollo numérico y se realiza la comparación con los resultados obtenidos en el trabajo experimental.

3.4 Resultados

Una vez que se procesan los hologramas de imagen, la fase óptica se obtiene como un mapa de fase envuelta (fig. 3.6) que se desenvuelven usando el software de pv_spua2 por Fase Vision Ltd. Estos mapas de fase desenvuelta se utilizan para resolver el sistema de ecuaciones lineal para obtener los componentes de desplazamiento ortogonales u , v y w que se muestran en las figuras 3.10a, 3.10c y 3.10e, respectivamente. En las figuras 3.10b, 3.10d y 3.10f, las soluciones numéricas para las componentes de desplazamiento correspondientes se presentan para la comparación cualitativa en este punto. Para hacer esta comparación, es necesario aislar la región observada con el sistema óptico de los datos simulados. Entonces, un proceso de normalización se introduce con el fin de eliminar el desplazamiento de la solución global. Por otra parte, los resultados experimentales son linealmente filtrados y un algoritmo de pseudocolor iguala las líneas equidistantes con los resultados FEM.



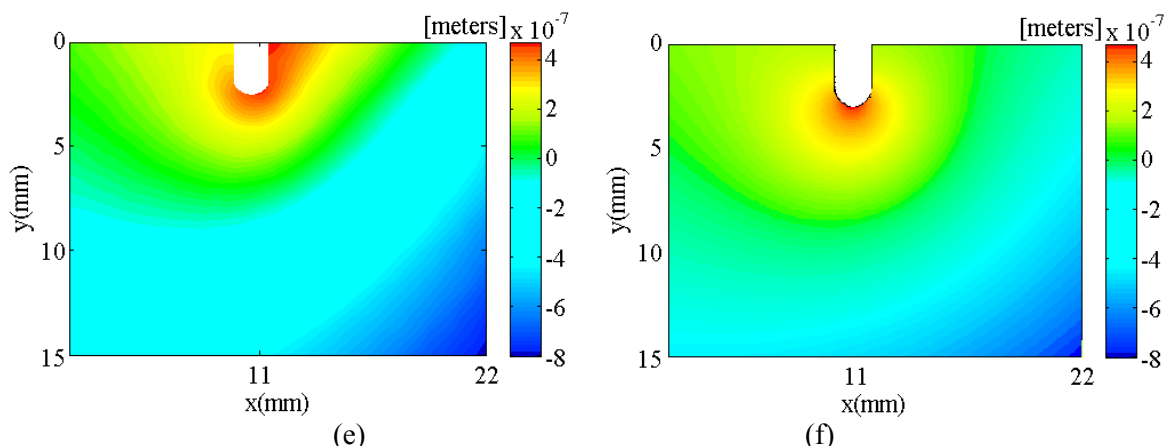


Figura 3.10. Comparación de los desplazamientos experimentales y numéricos para u (a)(b), v (c)(d) y w (e)(f), respectivamente.

De la figura 3.10 es posible observar un mayor desplazamiento para la componente u en comparación con las componentes v y w , ya que la compresión es aplicada a lo largo del eje x . Por otra parte, la componente de desplazamiento v muestra su mayor desplazamiento en la región lateral derecha donde la parte móvil de la prensa está comprimiendo y en la componente z el máximo desplazamiento ocurre cerca de la ranura mostrando un comportamiento fuera de plano.

De esta figura podemos observar una gran similitud entre los resultados experimentales y los obtenidos con la simulación, sin embargo, el ruido de moteado es evidente en las figuras 3.10a y 3.10c debido a la configuración experimental utilizada. En ambos conjuntos de resultados se utiliza la misma escala del mapa de color para facilitar la comparación, adicionalmente se realiza una comparación numérica a lo largo de una línea horizontal a 10 mm en el eje y para cada caso (línea negra observada en figura 3.11a y 3.11b). El error medio calculado a lo largo de esta línea para los desplazamientos u , v y w son 3.5%, 7.0% y 4.9% respectivamente. Este último es la diferencia media de los resultados experimentales y los resultados por FEM interpolados a lo largo de esta línea.

Los mapas de deformación son generados después de procesar los datos de desplazamientos de la figura 3.10 por medio de las ecuaciones 2.54 y 2.55. Para mejorar la

SNR es necesario aplicar un algoritmo de mínimos cuadrados en estos valores calculados. En la figura 3.11 se muestran los resultados experimentales (izquierda) y los resultados numéricos (derecha) de las deformaciones obtenidas para ε_x , ε_y y γ_{xy} respectivamente.

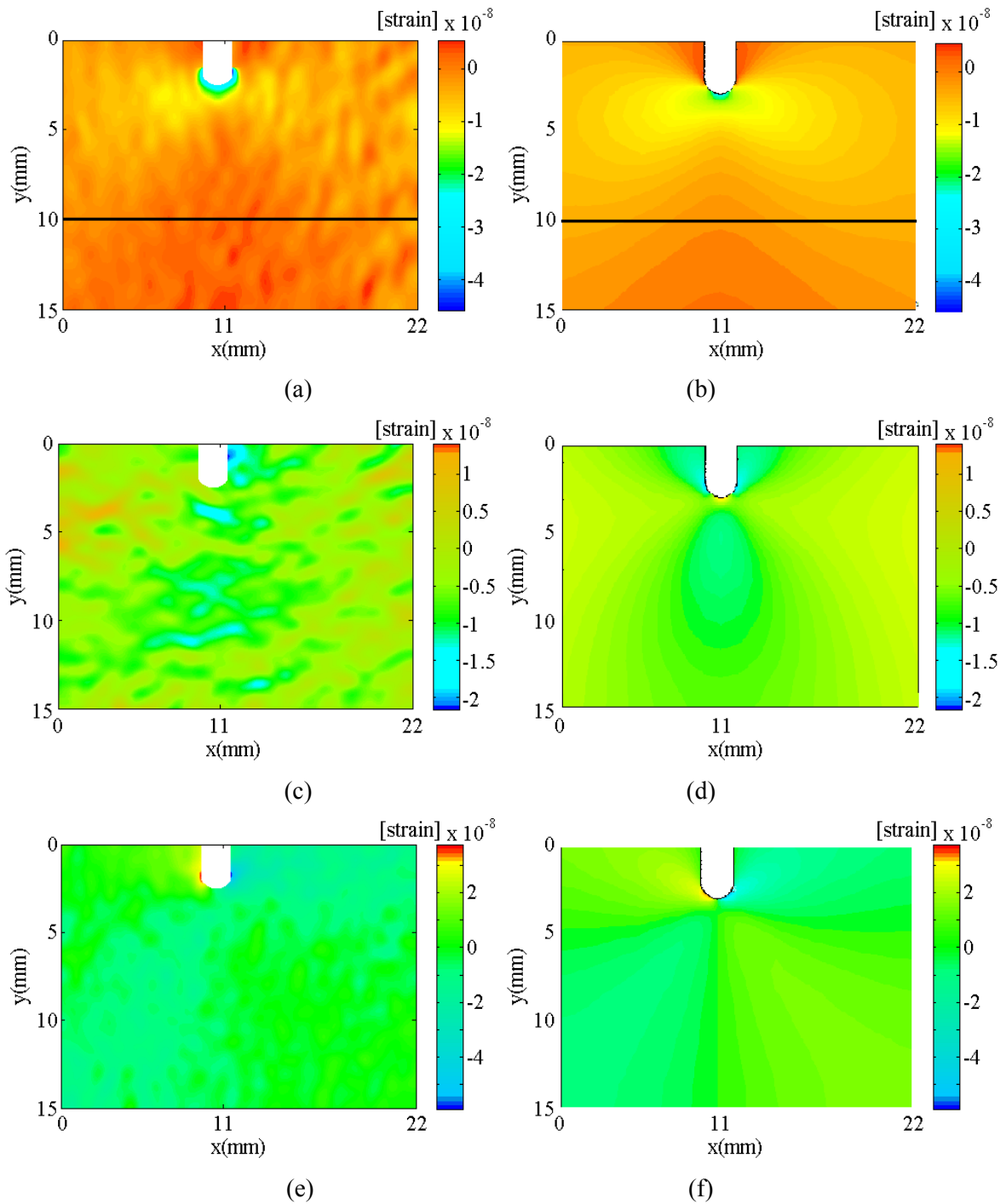


Figura 3.11. Resultados experimentales (columna izquierda) y numéricos (columna derecha) para ε_x (a)(b), ε_y (c)(d) y γ_{xy} (e)(f) respectivamente.

Capítulo IV

Determinación de deformación en secciones de hueso con Interferometría holográfica digital 3D simultánea.

En el capítulo anterior se presentó el trabajo realizado con DHI y tres direcciones de iluminación simultáneas con tres láseres diferentes y un único sensor monocromo de alta resolución. Este sistema da la información completa de desplazamiento en 3D con sólo un par de hologramas de imagen y da la oportunidad de utilizar láseres de mayor longitud de coherencia para mediciones de grandes áreas de objeto con una reducción de ruido notable en los hologramas que facilita la adquisición de datos y el análisis de la deformación. Estos campos de deformación obtenidos experimentalmente fueron comparados numéricamente con los resultados obtenidos a partir de una simulación con un modelo de elementos finitos (FEM), obteniendo un error medio menor al 7% entre ambos resultados [78].

En este capítulo se presenta una prueba de principio que emplea el sistema de 3D -DHI para un análisis de deformación hecho con un hueso de fémur bovino. La deformación aplicada es una micro compresión lateral en dos secciones diferentes del hueso, con cada sección observada en diferentes tiempos. Una secuencia de imágenes para cada sección observada es registrada y procesada para generar un conjunto de mapas de desplazamiento y deformación. El objetivo principal del presente trabajo de investigación es la obtención de la respuesta mecánica de un tejido biológico que conduzca a los elementos suficientes para ayudar a predecir su comportamiento en diferentes condiciones mecánicas.

4.1 Procedimiento experimental

La representación esquemática sistema de 3D-DHI se muestra en la figura 4.1, donde λ_1 es un láser de He-Ne a 632.8 nm con una potencia óptica de 20 mW, λ_2 es un láser Verdi a 532 nm fijado a la misma potencia de salida de λ_1 . Finalmente, λ_3 es un láser Génesis a

480 nm con la misma potencia de salida de λ_1 . Los tres láseres se utilizan como fuentes de iluminación con una geometría probada que simplifica la solución a la ecuación 2.41 [78]. Una serie de divisores de haz son utilizados para dividir el haz de referencia y objeto para cada láser, 80:20 (R:T) para DH1 y DH2 y 20:80 (R:T) para DH3.

Los tres haces objeto son dirigidos y expandidos sobre una pequeña área en el hueso por medio de espejos (E1 a E3) y lentes (L1 a L3). Los tres haces de referencia son enviados a tres fibras ópticas monomodo (FO1 a FO3) utilizando un adaptador de fibra para cada caso (AF1 a AF3). El extremo opuesto de cada fibra óptica se encuentra perpendicular a un combinador de haz 50:50 (CH). Cada haz de referencia se combina en el sensor CCD con la luz dispersada de la superficie del objeto que es colectada por la lente (L4) de 75 mm de distancia focal con una abertura circular (A) colocada en frente de esta. El patrón de interferencia para cada láser es grabado simultáneamente, y por lo tanto se superponen en el sensor CCD de una cámara PCO Pixelfly QE con 1392×1024 píxeles a 12 bits de rango dinámico. El campo de visión (FOV) del sistema óptico es 22 (H) x 15 (V) mm .

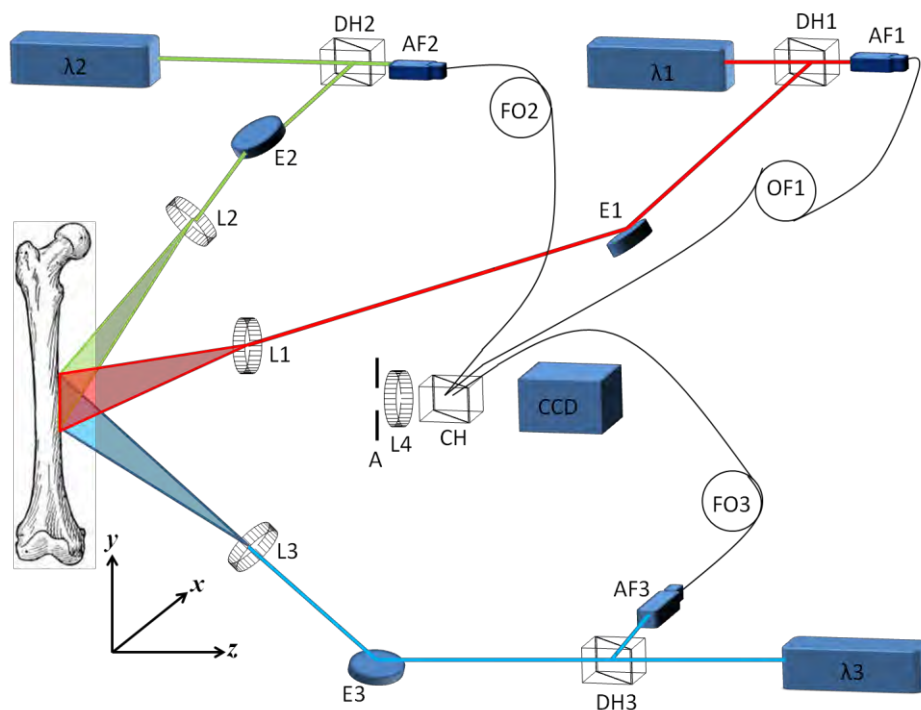


Figura 4.1 Vista esquemática del sistema experimental.

El espécimen sujeto a prueba corresponde a un hueso de fémur bovino fresco de aproximadamente 3 días post-mortem. La muestra no fue sometida a ningún tratamiento químico, únicamente se retiró el exceso de grasa y se mantuvo en refrigeración en el transcurso de las pruebas. Tampoco fue necesario aplicar alguna capa de sustancias reflejantes en la superficie de la muestra ya que la técnica y el equipo utilizado permitieron una alta resolución de las imágenes. La muestra y sus dimensiones se observan en la figura 4.2.



Figura 4.2 Fémur bovino

Como se ha mencionado, el análisis del hueso se lleva a cabo en dos secciones diferentes de un fémur bovino fresco. La primera prueba es en la región cortical del hueso (denominado en este capítulo como la sección longitudinal). Para el segundo ensayo, el hueso se corta perpendicularmente al eje con el fin de analizar el área interior del fémur (denominada en este capítulo como la sección transversal).

4.2 Sección longitudinal

El primer estudio se lleva a cabo en la sección longitudinal del hueso, en este caso, el sistema óptico se enfoca en la zona del eje central del hueso y es iluminada por los tres láseres en un área fijada por el campo de visión (FOV) del sistema óptico que es de 22 (H) x 15 (V) mm (figura 4.3b). Una carga de compresión continua se aplica utilizando una

prensa mecánica fija a la mesa óptica (figura 4.3c). Las condiciones de carga se muestran en la figura 4.3a donde la flecha roja en la izquierda muestra donde se aplicó la compresión mientras que el lado derecho del objeto está fijo.

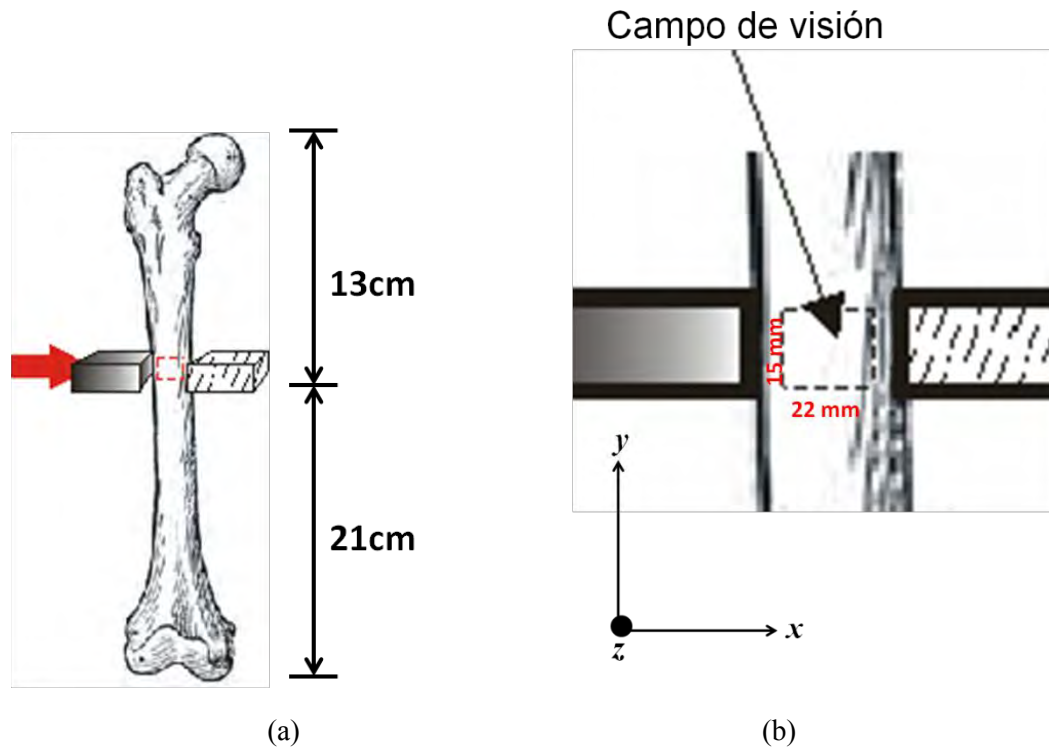
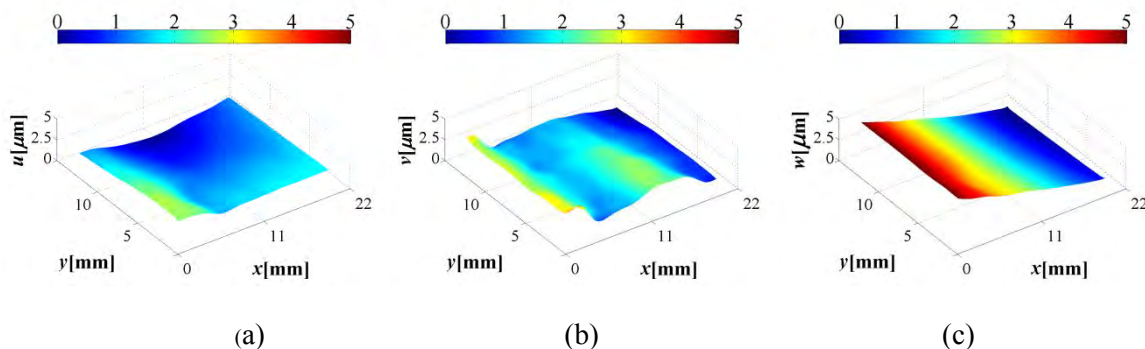


Figura 4.3 (a) Representación esquemática de la carga del hueso, (b) campo de visión indicado en línea punteada y (c) fotografía del hueso montado durante la primera prueba.

4.2.1 Resultados

Una vez que la serie de hologramas de imagen fueron capturadas y procesadas, los mapas de fase envuelta resultantes se desarrollaron, como ya se mencionó, usando el software `pv_spu2` por Fase Visión Ltd. Estos mapas de fase desenvuelta se utilizan para resolver el sistema de ecuaciones lineales de la ecuación 2.41 de donde se obtuvieron las componentes de desplazamiento ortogonales.

Los resultados obtenidos para la sección longitudinal se muestran en la figura 4.5 donde se presentan cinco instantes consecutivos de deformación para cada componente de desplazamiento. La primera, la segunda y la tercera columna corresponden al desplazamiento u , v y w , respectivamente. De esta figura es posible observar un desplazamiento más pequeño para la componente u aún cuando la compresión se aplica a lo largo del eje x . Además, el patrón de desplazamiento observado en el componente u es más compleja que el observado en las componentes v y w . La componente de desplazamiento v muestra una región lateral izquierda semi-estática donde la parte móvil de la prensa está comprimiendo. Los mapas de desplazamiento w muestran un típico comportamiento en fuera de plano observado en muestras de materiales de ingeniería. Durante esta prueba, la compresión aplicada mantiene el fémur dentro de su rango elástico mecánico, una característica que se verifica cuando no existen franjas una vez que la carga de compresión es eliminada.



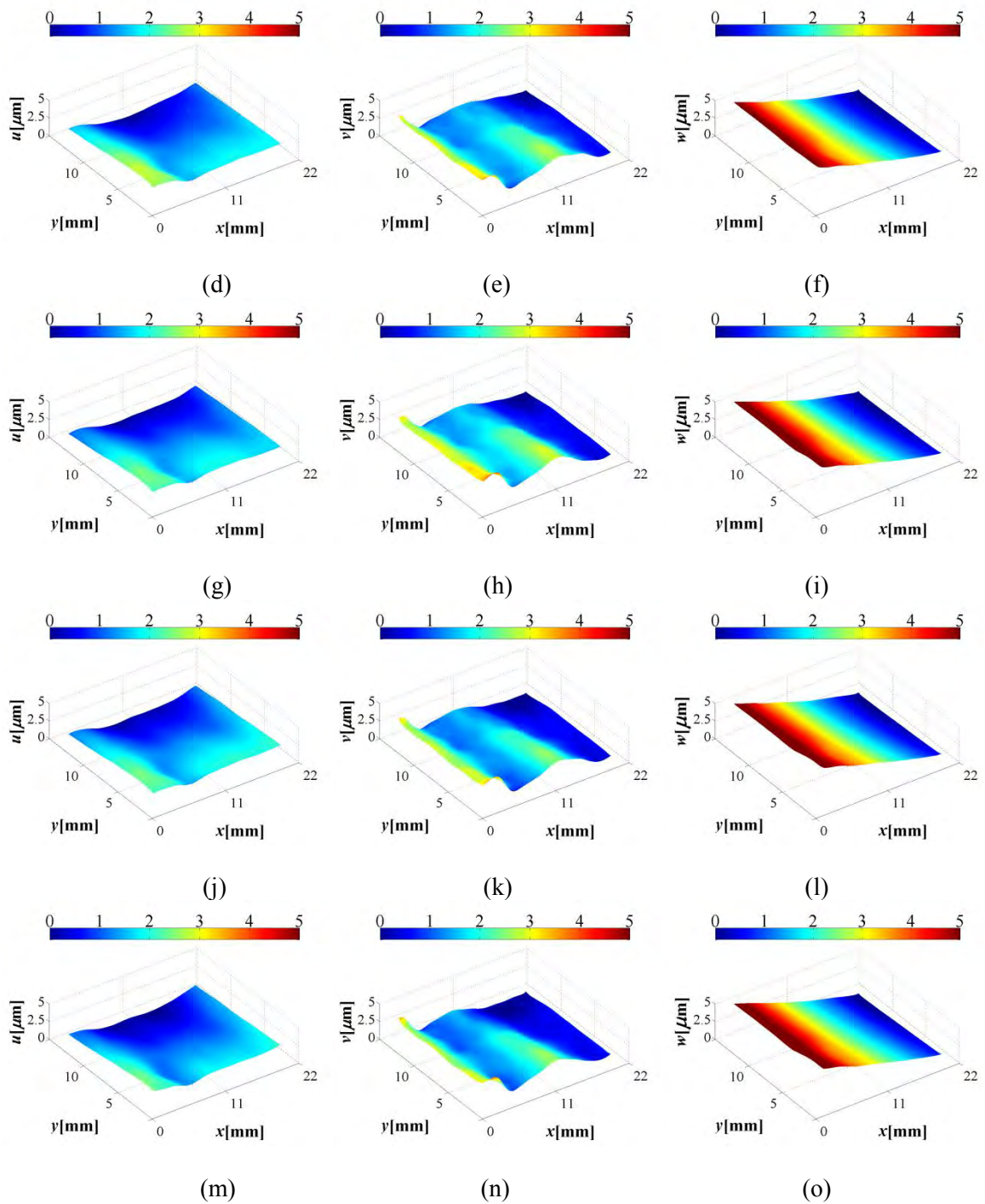
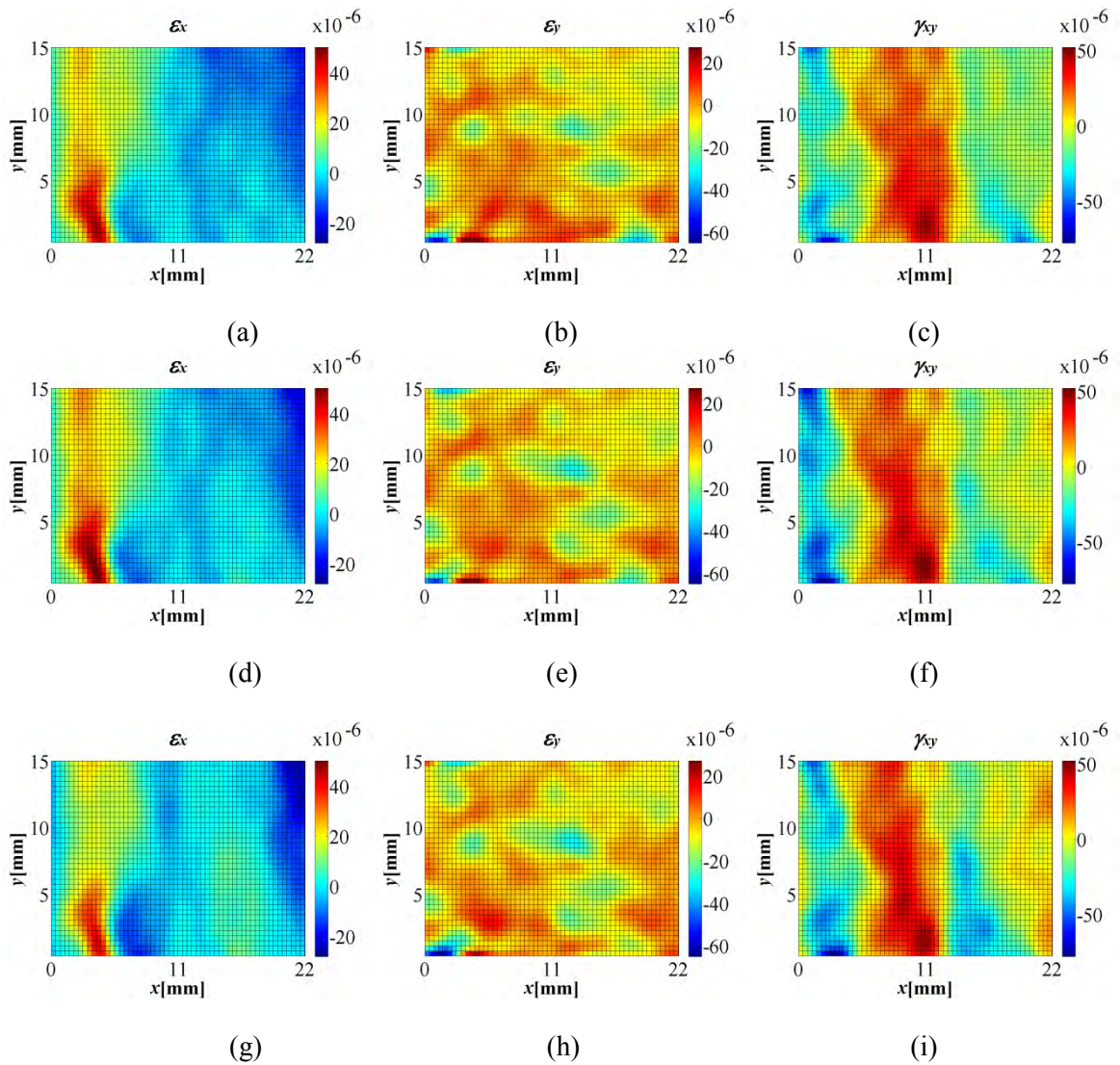


Figura 4.4 Mapas de desplazamiento experimentales de la prueba longitudinal: (a, d, g, j, m) para u , (b, e, h, k, n) para v y (c, f, i, l, o) para w , respectivamente.

La combinación de las tres componentes ortogonales de desplazamiento, adquiridos al mismo tiempo, genera las componentes de la deformación para un estado de deformación en particular. Sin embargo, si los mapas de desplazamiento presentan ruido las deformaciones calculadas también lo tendrán. Esto se puede evitar mediante la aplicación de un filtrado numérico de mínimos cuadrados que mejora la SNR de los mapas de deformación [75-77]. En la figura 4.5, los tres mapas de deformación ϵ_x , ϵ_y y γ_{xy} se muestran en la primera, la segunda y la tercera columna, respectivamente.



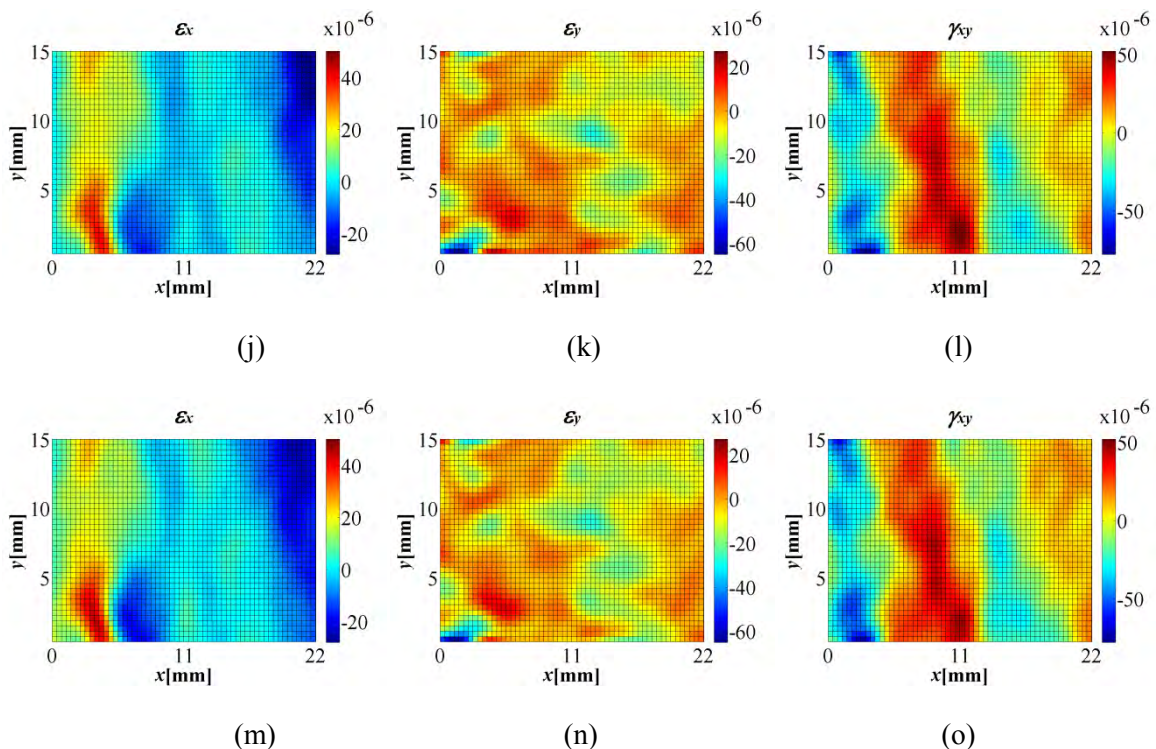


Figura 4.5 Mapas de deformación experimentales de la prueba longitudinal: (a, d, g, j, m) para ϵ_x , (b, e, h, k, n) para ϵ_y y (c, f, i, l, o) para γ_{xy} , respectivamente.

Como se puede observar en la figura 4.5, todas las magnitudes de micro deformación muestran un incremento para cada componente de deformación. Sin embargo, los mapas ϵ_x muestran los mayores concentradores de deformación entre las tres componentes, algo esperado teniendo en cuenta el tipo de deformación aplicada. Los mapas de deformación cortante γ_{xy} observan los valores de deformación más altos debido a la diferencia de magnitud entre las componentes de desplazamiento u y v . Una vez que las componentes de deformación para la sección cortical del hueso son calculadas, se procede a examinar la sección transversal.

4.3 Sección transversal

Para la segunda prueba el hueso se corta perpendicularmente al eje (línea roja en la figura 4.6a) con el fin de analizar el área interna del fémur, donde se encuentran la cavidad medular y médula amarilla (figura 4.7). Esta sección del hueso es mecánicamente susceptible a deformaciones externas sufridas por el hueso, tal como ocurre en cualquier actividad fisiológica. El campo de visión del sistema óptico es similar a la prueba anterior y el área de interés se ilumina y se comprime como muestra la figura 4.3a. Con el fin de minimizar el movimiento del cuerpo rígido o movimientos no deseados del hueso durante las pruebas, se cumplen dos condiciones; la primera implica el uso de una capa de polímero termoplástico entre la prensa mecánica y el hueso (región de contacto metal-hueso), y la segunda es una precarga sobre la muestra antes de cada prueba.

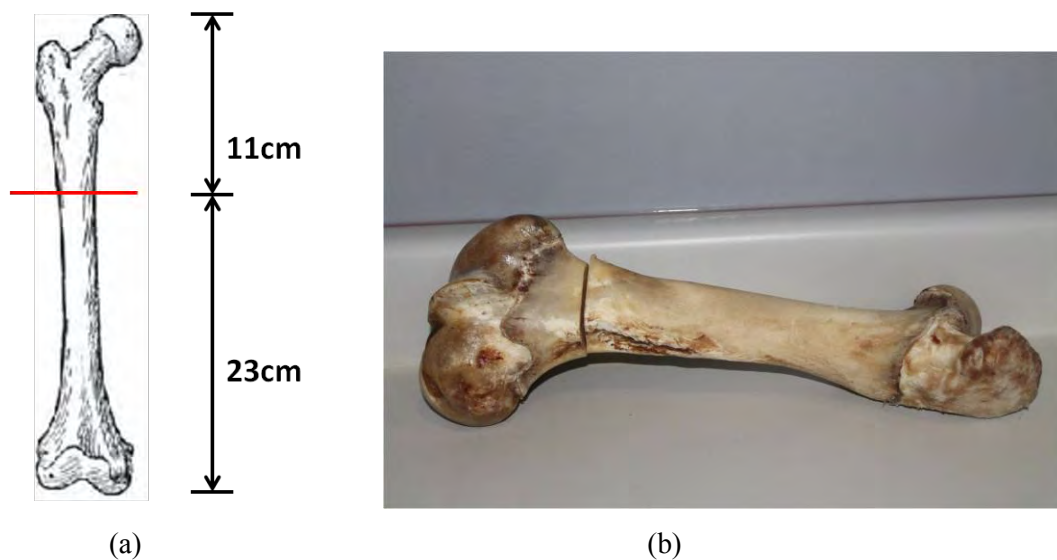


Figura 4.6 (a) Representación esquemática del hueso donde la línea roja indica la línea de corte. (b) Imagen real del hueso con corte transversal en un extremo.

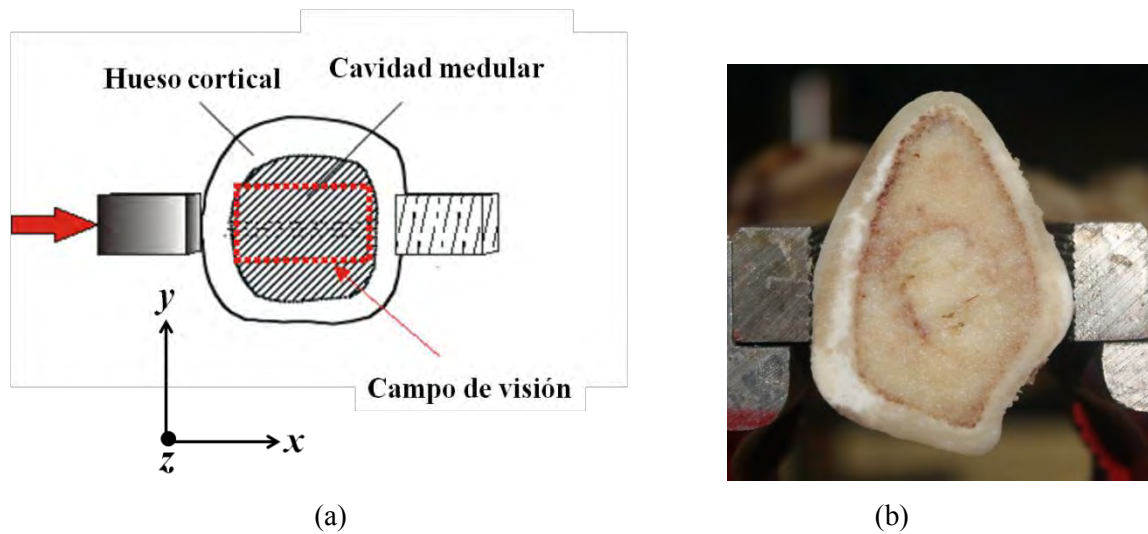
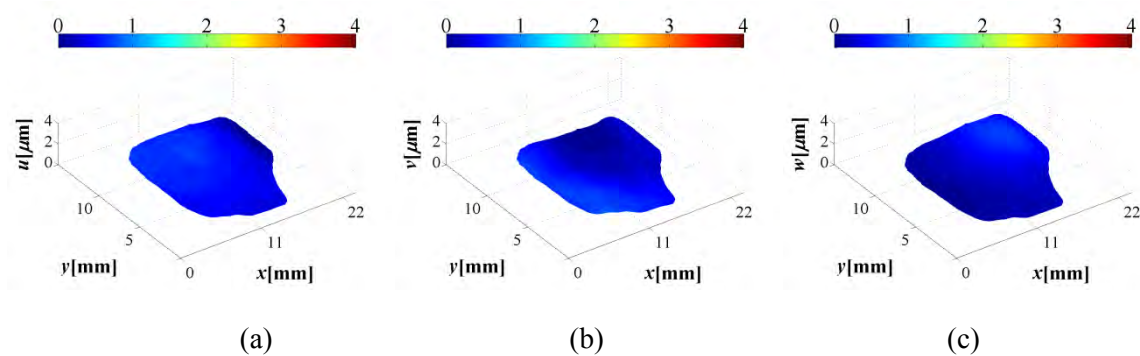


Figura 4.7 (a) Región transversal ósea con el campo de visión indicado con la línea punteada. (b) fotografía del hueso montado para la segunda prueba.

Siguiendo la misma carga y método de procesamiento utilizando en la prueba anterior, se obtuvieron los resultados experimentales de la sección transversal. La Figura 4.8 muestra los mapas el desplazamiento resultante para u , v y w en el mismo orden de las columnas como las anteriores.

4.3.1 Resultados



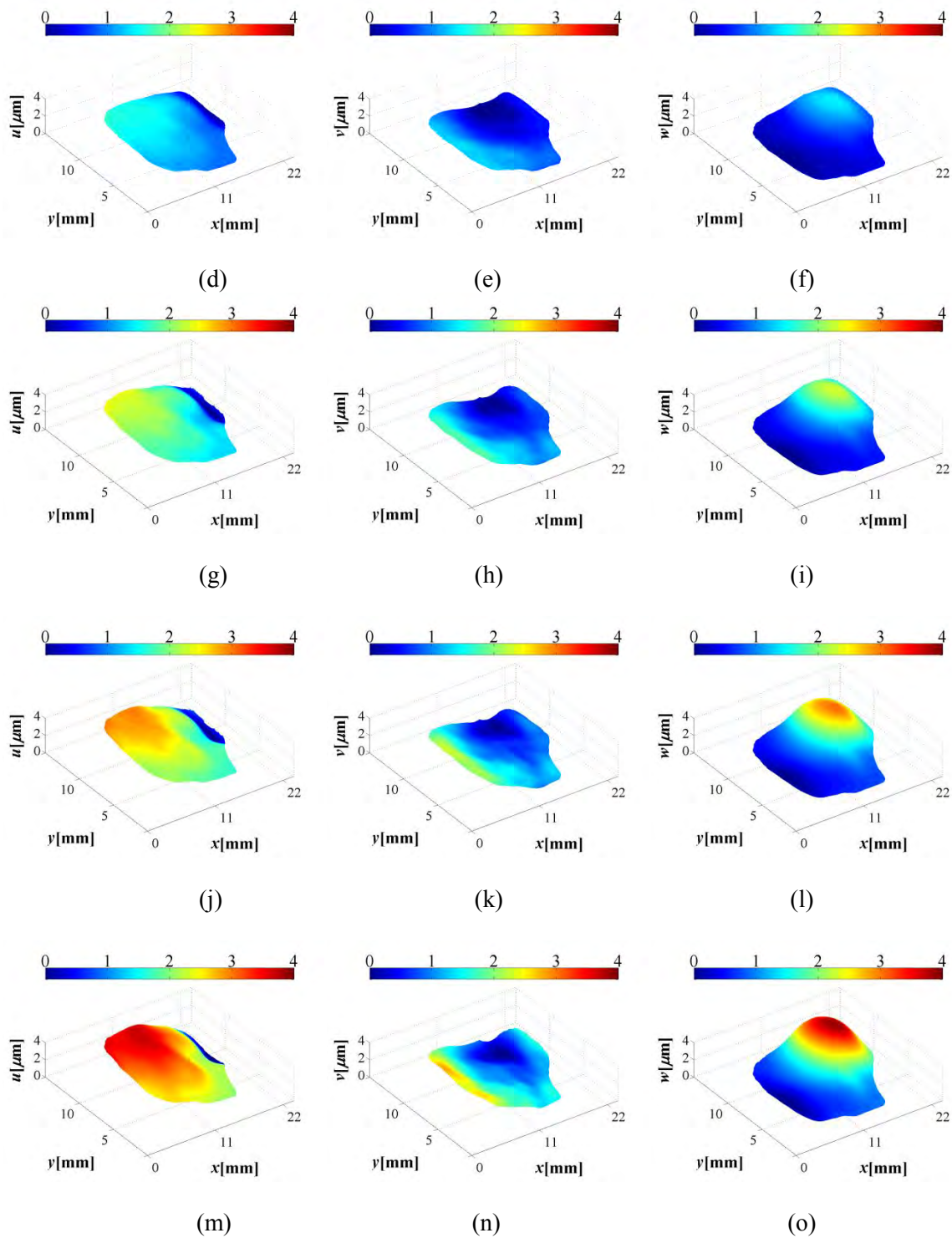
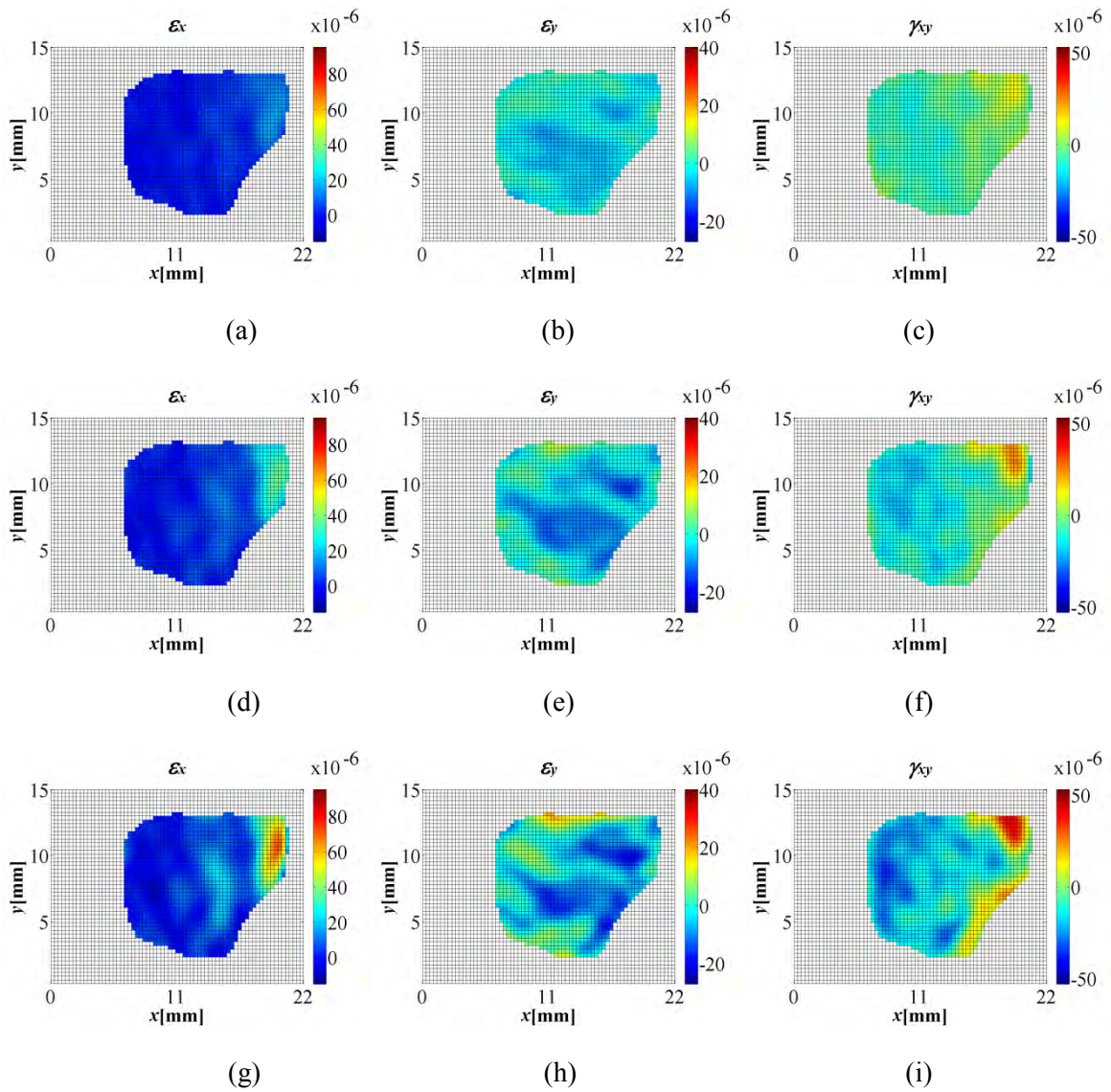


Figura 4.8 Mapas de desplazamiento experimental de la prueba transversal: (a, d, g, j, m) para u , (b, e, h, k, n) para v y (c, f, i, l, o) para w , respectivamente.

En comparación, la figura 4.8 muestra un comportamiento más dinámico que la prueba anterior. Esta característica se observa principalmente en las componentes de desplazamiento u y v , mientras w mantiene un patrón similar sólo con una variación en su magnitud. Se puede observar que la carga aplicada tiene una influencia considerable en la región de la cavidad central donde se obtienen los mayores desplazamientos. Con estos desplazamientos se calcularon los mapas de deformación resultantes de la región transversal y se muestran en la figura 4.9.



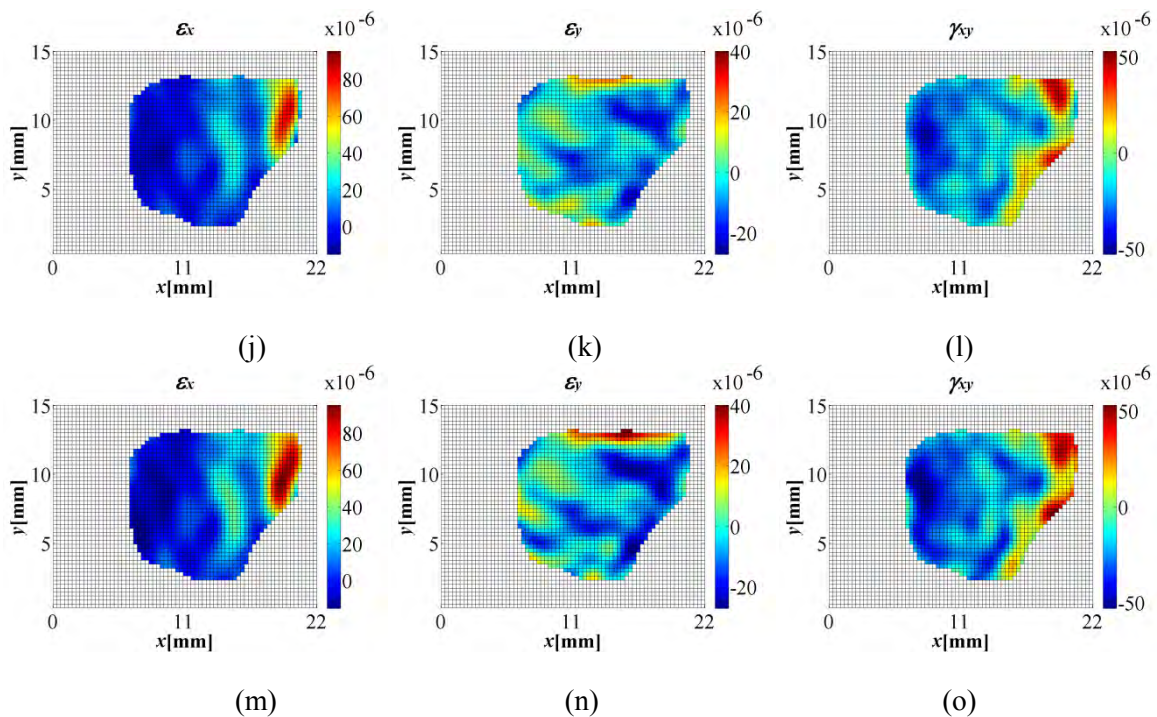


Figura 4.9 Mapas de deformación experimentales de la prueba transversal: (a, d, g, j, m) para ε_x , (b, e, h, k, n) para ε_y y (c, f, i, l, o) para γ_{xy} , respectivamente.

Los mapas de deformación observados en la figura 4.9 tienen un comportamiento complejo y dinámico con la presencia de varios concentradores de deformación en cada imagen, cuando se aplica la carga de compresión en el hueso cortical, éste resulta en un gradiente de presión en la médula ósea [79]. La compresión aplicada empuja la médula ósea en el eje x que genera una concentración de deformación en la dirección y , una característica observada en la componente ε_y (un ajuste de la médula ósea amarilla es evidente). La componente de deformación ε_x muestra una respuesta conservativa con concentradores de deformación positivos y negativos en los lados opuestos de la médula ósea. Los componentes γ_{xy} muestran concentradores de deformación conservativa que incrementan sus magnitudes conforme la compresión aumenta. Estas magnitudes varían de $\pm 1,2 \mu\text{m/m}$ a $\pm 5.0 \mu\text{m/m}$. Todas las mediciones anteriores se realizaron en un fémur bovino fresco con el fin de mantener sus propiedades mecánicas, tales como su módulo de elasticidad. Los dos conjuntos de imágenes de deformación (longitudinales y transversales) ilustran la respuesta mecánica de dos secciones de hueso diferentes, donde se puede observar que la respuesta de deformación es diferente para cada caso.

Capítulo V

Conclusiones

En la primera parte experimental se desarrolló un sistema basado en 3D-DHI que utiliza tres láseres de longitudes de onda diferentes con el fin de proporcionar mayor información mecánica acerca del objeto bajo estudio. Lo anterior es posible gracias a una geometría bien conocida de las posiciones de iluminación, la cual permite obtener las tres componentes de desplazamiento u , v y w a lo largo de los ejes x , y y z . Además de los resultados presentados en la referencia 11, con este trabajo se obtiene mayor información acerca de la respuesta mecánica superficial del objeto en todo el campo de visión como son los mapas de deformación normal. Esto último fue posible realizando algoritmos adicionales los cuales usan la información de fase óptica para crear mapas de deformación. La técnica se puede utilizar en un evento no repetible, ya que necesita sólo dos imágenes. Además, el uso de un solo sensor ayuda a mantener un sistema compacto para un estudio de eventos rápidos tales como vibraciones, teniendo en cuenta que la deformación de un objeto puede ser monitoreada tan rápido como la velocidad de cuadro de la cámara digital lo permita.

Por otra parte, validar la información de deformación que este sistema alcanza, representa un gran paso adelante en el área de pruebas no destructivas. En este paso, las mediciones experimentales fueron comparadas cualitativa y cuantitativamente con los resultados obtenidos por medio de un método de elementos finitos (FEM) y un mínimo error puede ser observado en las imágenes mostradas en la sección 3.4.

El uso de una muestra uniforme y bien conocida simplifica la simulación numérica, pero también hace evidente la presencia de ruido en los resultados experimentales. Una predicción de la deformación proveniente directamente de la fase óptica sigue siendo difícil de alcanzar como muestra la figura 3.6, estos mapas de fase envuelta aparentemente suaves

crean ruido significativo en los mapas de deformación en el plano. Actualmente se desarrolla un algoritmo que ajuste estos datos de deformación para futuras aplicaciones.

El sistema óptico combina la potencia computacional, una cámara de alta resolución y un diseño mecánico simple y compacto para proporcionar información útil. De acuerdo con los criterios de comparación utilizados, el sistema 3D-DHI ha logrado buenos resultados de micro deformaciones que se pueden utilizar en eventos rápidos y/o no repetibles.

Adicionalmente, el uso de tres láseres diferentes ayuda a tener una longitud de coherencia mayor y por lo tanto pueden ser medidas áreas de objetos más grandes, sin embargo, los láseres más pequeños con longitudes de coherencia más cortos pueden ser usados por simplicidad. El uso de diferentes láseres ayuda a combinar diferentes longitudes de onda de acuerdo con la absorción de la superficie. El sistema no utiliza un codificador de color del sensor, por lo que el mismo color se puede utilizar para los tres láseres.

En la segunda fase de este proyecto y una vez realizada la validación de las mediciones de deformación obtenidas con el sistema 3D-DHI, se utilizó el sistema para medir las componentes de deformación de la superficie en dos secciones diferentes de un hueso bovino. La técnica fue capaz de mostrar el desplazamiento y los mapas de deformación durante una compresión mecánica controlada en un hueso bovino. La aplicación de la técnica 3D-DHI simultánea en el estudio de dos secciones diferentes de hueso permite medidas de deformación en tiempo real gracias a la simplificación del procesamiento de tener tres hologramas en una sola imagen. El sistema óptico de alta resolución es capaz de detectar los valores de micro deformación para todo el campo de visión FOV de la muestra biológica. El comportamiento mecánico del hueso puede ser difícil de predecir ya que no es un medio isotrópico ni homogéneo. Sin embargo, es posible estudiar este comportamiento bajo una prueba de micro deformación bien controlada que permite una ventana de trabajo donde el tejido puede ser considerado como un material de ingeniería en su rango elástico. La geometría de iluminación del sistema también es útil ya que obtiene los desplazamientos y deformaciones de la muestra biológica en una forma simplificada. Esta geometría de iluminación mantiene dos haces de iluminación en el mismo plano pero

con ángulos opuestos $\theta_1 = -\theta_2$ (véase la referencia 77). Esta condición implica una reducción lineal en la ecuación 2.41, cuando se calculan los desplazamientos.

Es de importancia mencionar que no fue necesaria ninguna preparación especial en la superficie del hueso con el fin de maximizar su luz de dispersión en el sensor CCD. Teniendo en cuenta la validación previa del sistema óptico por los autores, estos datos de deformación se pueden usar para entender el comportamiento mecánico del hueso bajo una carga continua.

En resumen, este trabajo ha demostrado los alcances de la técnica 3D-DHI para medir micro-desplazamientos en materiales de ingeniería así como en materiales biológicos como el hueso, obteniendo datos cualitativos y cuantitativos. Con esta información de desplazamiento y deformación, el sistema puede ser una gran herramienta para aplicaciones industriales, como por ejemplo, para verificar la calidad de los procesos de manufactura en la industria automotriz. Adicionalmente, debido a la versatilidad de la técnica, este estudio puede ser extendido al análisis de deformación en hueso procedente de una carga fisiológica como la compresión, tensión o de cizalla en toda la superficie del hueso en lugar de sólo una sección. Estos datos proporcionarían información mecánica del hueso de mayor interés, lo cual puede ser una contribución para aplicaciones en otras disciplinas como la biomecánica. Finalmente, una mejora a este trabajo consistirá en algoritmos nuevos y más robustos que pueden recuperar los datos de deformación de muestras más complejas, y un nuevo conjunto de filtros del ruido de moteado que reducirán el error de los mapas experimentales de deformación.

Publicaciones y Congresos:

Simultaneous 3D digital holographic interferometry for strain measurements validated with FEM.

Araceli Sánchez Alvarez, Manuel H. De la Torre Ibarra, Fernando Mendoza Santoyo, Tonatiuh Saucedo Anaya, Donato Reyes R.

Optics and Lasers in Engineering 52 (2014) 178–183

Strain determination in bone sections with simultaneous 3D Digital Holographic Interferometry.

Araceli Sánchez Alvarez, Manuel H. De la Torre Ibarra, Fernando Mendoza Santoyo, Tonatiuh Saucedo Anaya

Optics and Lasers in Engineering 57 (2014) 101–108.

3D displacement and strain measurements using simultaneously three lasers.

22nd General Congress of the International Commission for Optics (ICO-22)

Puebla, México

15-19 Agosto 2011

3D Digital holographic interferometer for strain measurements: validation.

5th International Conference on Optical Measurement Techniques for Structures & Systems (OPTIMESS 2012).

Antwerp, Belgium

4-5 Abril 2012

Referencias

- [1] R. S. Sirohi and F. S. Chau, *Optical Methods of Measurement: Wholefield Techniques* (Marcel Dekker, New York, 1999).
- [2] P. K. Rastogi and D. Inaudi, eds., *Trends in Optical Nondestructive Testing and Inspection* (Elsevier, Amsterdam, 2000).
- [3] T. Nam Nguyen, Jonathan M. Huntley, "Shape and displacement measurement of discontinuous surfaces by combining fringe projection and digital image correlation", *Opt. Eng.* **50**(10), 101505 (2011).
- [4] Lucas P. Tendela, G. E. Galizzi, A. Federico, and G. H. Kaufmann, "Measurement of nanometric displacements by correlating two speckle interferograms", *Appl. Opt.* **50**(12), 1758–1764 (2011).
- [5] Sijin Wua, LianqingZhu, QiboFeng, LianxiangYang, "Digital shearography with in situ phase shift calibration", *Opt. Laser Eng.* **50**, 1260–1266 (2012).
- [6] M. del S. H-Montes, F. M. Santoyo, C. Perez, S. M. Solis, J. Esquivel, "Digital holographic interferometry applied to the study of tympanic", *Opt. Laser Eng.* **49**, 698–702 (2011).
- [7] U. Schnars and W. P. O. Juptner, "Digital recording and numerical reconstruction of holograms," *Meas. Sci. Tech.* **13**, R85–R101 (2002).
- [8] M. De la Torre-Ibarra, F. Mendoza-Santoyo, C. Pérez-López, and S. A. Tonatiuh, "Detection of surface strain by three-dimensional digital holography," *Appl. Opt.* **44**(1), 27–31 (2005).
- [9] T. Saucedo Anaya, M. De la Torre, and F. Mendoza Santoyo, "Endoscopic pulsed digital holography for 3D measurements", *Opt. Express* **14**(4), 1468–1475 (2006).
- [10] S. Schedin, G. Pedrini, H. J. Tiziani, and F. M. Santoyo, "Simultaneous three-dimensional dynamic deformation measurements with pulsed digital holography," *Appl. Opt.* **38**(34), 7056–7062 (1999).

-
- [11] Tonatiuh Saucedo-A., M. H. De la Torre-Ibarra, F. Mendoza Santoyo, Ivan Moreno, “Digital holographic interferometer using simultaneously three lasers and a single monochrome sensor for 3D displacement measurements”, *Opt. Express* **18**(19), 19867–19875 (2010).
- [12] C.A. Sciammarella and F.M. Sciammarella, “Industrial Applications of Optical Techniques that Measure Displacements”, *Journal of Failure Analysis and Prevention* ,**5**(2), 61-72 (2005).
- [13] L. Zhang, C. Du, Y.J. Zhou and L.X. Yang, “Applications of full field optical method for measuring strain concentration”, presented at the Conference Proceeding of 16th World Conference on NDT, Montreal, Aug. 30- Sept 3, 2004.
- [14] Y. Morimoto, T. Matui, and M. Fujigaki, “Application of three-dimensional displacement and strain distribution measurement by windowed phase-shifting digital holographic interferometry,” *Adv. Mater. Res.* **47–50**, 1262–1265 (2008).
- [15] Cesar A. Sciammarella, “Holographic moire, an optical tool for the determination of displacements, strains, contours, and slopes of surfaces”, *Opt Eng* **21**(3), 447-457 (1982).
- [16] Sai Siva Gorthi, G Rajshekhar and Pramod Rastogi, “Strain estimation in digital holographic interferometry using piecewise polynomial phase approximation based method”, *Opt. Express* **18**(2), 560–565 (2010).
- [17] W. Steinchen, G. Kupfer and P. Maćkel, “Full Field Tensile Strain Shearography of Welded Specimens”, *Strain* **38**, 17-26 (2002).
- [18] S.-J Huang and Yan-Fu Liu, “The Out-of-Plane Strain Measurement of Composite Sandwich Plate with Fully-Potted Insert Using Digital Phase-Shifting Shearography”, *ICCES*, **4**(3), 187-193 (2007).
- [19] M. De la Torre-Ibarra, F. Mendoza-Santoyo, C. Pérez-López, S. A. Tonatiuh, and D. D. Aguayo, “Surface strain distribution on thin metallic plates using 3-D digital holographic interferometry”, *Opt. Eng.* **45**(10), 105603 (2006).

-
- [20] T. Saucedo Anaya, M. De la Torre, and F. Mendoza Santoyo, “Microstrain detection using simultaneous endoscopic pulsed digital holography,” *Opt. Eng.* **47**(7), 073601 (2008).
- [21] Saeed Moaveni, *Finite Element Analysis* (Prentice Hall, New Jersey, 1999).
- [22] P. D. Ruiz, F. Jumbo, J. M. Huntley, I. A. Ashcroft and G. M. Swallowe, “Experimental and Numerical Investigation of Strain Distributions Within the Adhesive Layer in Bonded Joints”, *Strain* **47**, 88–104 (2011).
- [23] M. Gobbi · G. Mastinu · L. Munoz · A. Pandolfi, “*Numerical–experimental analysis of metal bars undergoing intermediate strain rate impacts*”, (Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2008).
- [24] S. Yoneyama, “Smoothing Measured Displacements and Computing Strains Utilising Finite Element Method”, *Strain* **47** (2), 258–26638, (2011).
- [25] Jinsheng Xiao, Yan Liu, Jijuan Wang, Pierre Bénard, Richard Chahine, “Finite element simulation of heat and mass transfer in activated carbon hydrogen storage tank”, *Int. J. Heat Mass Transfer* **55**, 6864–6872 (2012).
- [26] Liyun Zhang¹ and Zhangxin Chen, “A Stabilized Mixed Finite Element Method for Single-Phase Compressible Flow”, *J. Appl. Math.*, **2011**, 129724 (2011).
- [27] Alexander X. Cong, and Ge Wang, “A finite-element-based reconstruction method for 3D fluorescence tomography”, *Opt. Express* **13**(24), 9847–9857 (2005).
- [28] Raji Nareliya, Veerendra Kumar, “Biomechanical analysis of human femur bone”, *Int. J. Eng. Sci. Tech.*, **3** (4), 3090- 3094 (2011).
- [29] Donald R. Peterson, Joseph D. Bronzino, *Biomechanics, Principles and Applications*, (CRC Press, New York, 2008).
- [30] D.J. Pratt, P. Bowker, D. Wardlaw, J. McLauchlan, “Load measurement in orthopaedics using strain gauges”, *J Biomed Eng.* **1**(4), 287-296 (1979).

-
- [31] Meir Max Barak, Amnon Sharir, Ron Shahar, “Optical metrology methods for mechanical testing of whole bones”, *Vet J* **180**, 7–14 (2009).
- [32] P. Greguss, “Holographic interferometry in biomedical sciences”, *Opt Laser Technol* **8**(4) 153-159 (1976).
- [33] B. Ovrzyn, M.T. Manley, L.S. Stern, “Holographic interferometry: a critique of the technique and its potential for biomedical measurements”, *Ann. Biomed. Eng.* **15**, 67-78 (1987).
- [34] Gabor D., “A New Microscopic Principles”, *Nature* **161**(4098) 777-778 (1948).
- [35] J. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, McGraw Hill, Estados Unidos, (1968).
- [36] C. M. Vest, *Holography Interferometry*, (Wyle, New York, 1979).
- [37] T. Kreis, *Hand book of holographic Interferometry* (Wiley-VCH, Germany,2005).
- [38] J. W. Goodman, “Statistical properties of laser speckle patterns”, *Laser Speckle and Related Phenomena*, *Top Appl Phys* **9**, 9-75 (1975).
- [39] K. J. Gåsvik, *Optical Metrology*, (John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 2002).
- [40] U. Schnars and W. Jueptner, *Digital Holography*, (Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2005).
- [41] M. Takeda, H. Ina, and S. Kobayashi, “Fourier-transform method of fringe pattern analysis for computer based topography and interferometry,” *J. Opt. Soc. Am.* **72**(1), 156–160 (1982).
- [42] W.Steinchen, L.X. Yang, “*Digital Shearography-Theory and Application of Digital Speckle Pattern Shearing Interferometry*” (SPIE Press, Bellingham, Washington USA, 2003)
- [43] K. Pete Arges, Aubrey E. Palmer, *Mechanics of materials*, (McGraw-Hill, New York, 1963).

-
- [44] J. W. Dally and W. F. Riley, *Experimental Stress Analysis* (McGraw-Hill, Boston, 1991).
- [45] Yu. I. Ostrovsky, V. P. Shchepinov, V. V. Yakovlev, *Holographic Interferometry in Experimental Mechanics*, (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1991).
- [46] Akhtar S. Khan, Xinwei Wang, *Strain Measurements and Stress Analysis*, (Prentice Hall, New Jersey, 2001).
- [47] Singiresu S. Rao, *The Finite Element Method in Engineering*, (Elsevier, Oxford, 2004).
- [48] Robert D. Cook, *Finite Element Modeling for Stress Analysis*, (Wiley, New York, 1995).
- [49] T. Stolarski, Y. Nakasone, S. Yoshimoto, *Engineering Analysis with Ansys Software*, (Elsevier, Oxford, 2006).
- [50] O.C. Zienkiewicz & R.L. Taylor, *The Finite Element Method, The basis*, (Butterworth-Heinemann, Oxford, 2000).
- [51] James F. Doyle, *Modern Experimental Stress Analysis*, (Wiley, England, 2004).
- [52] J. F. Orr and J. C. Shelton, *Optical Measurement Methods in Biomechanics* (Chapman & Hall, London, 1997).
- [53] C. Ross Ethier and Craig A. Simmons, *Introductory Biomechanics*, (Cambridge Texts in Biomedical Engineering, New York, 2007)
- [54] D. R Carter, W. C. Hayes, “The compressive behavior of bone as a two-phase porous structure”, *J Bone Joint Surg Am* 59, 954-962, (1977).
- [55] Lakes RS, Katz JL, Sternstein SS. “Viscoelastic properties of wet cortical bone. I. Torsional and biaxial studies” *J Biomech* 12, 657– 678 (1979).
- [56] Adel A. Abdel-Wahaba, Khurshid Alam, Vadim V. Silberschmidt, “Analysis of anisotropic viscoelastoplastic properties of cortical bone tissues”, *J. Biomed. Mater.* 4, 807–820 (2011).

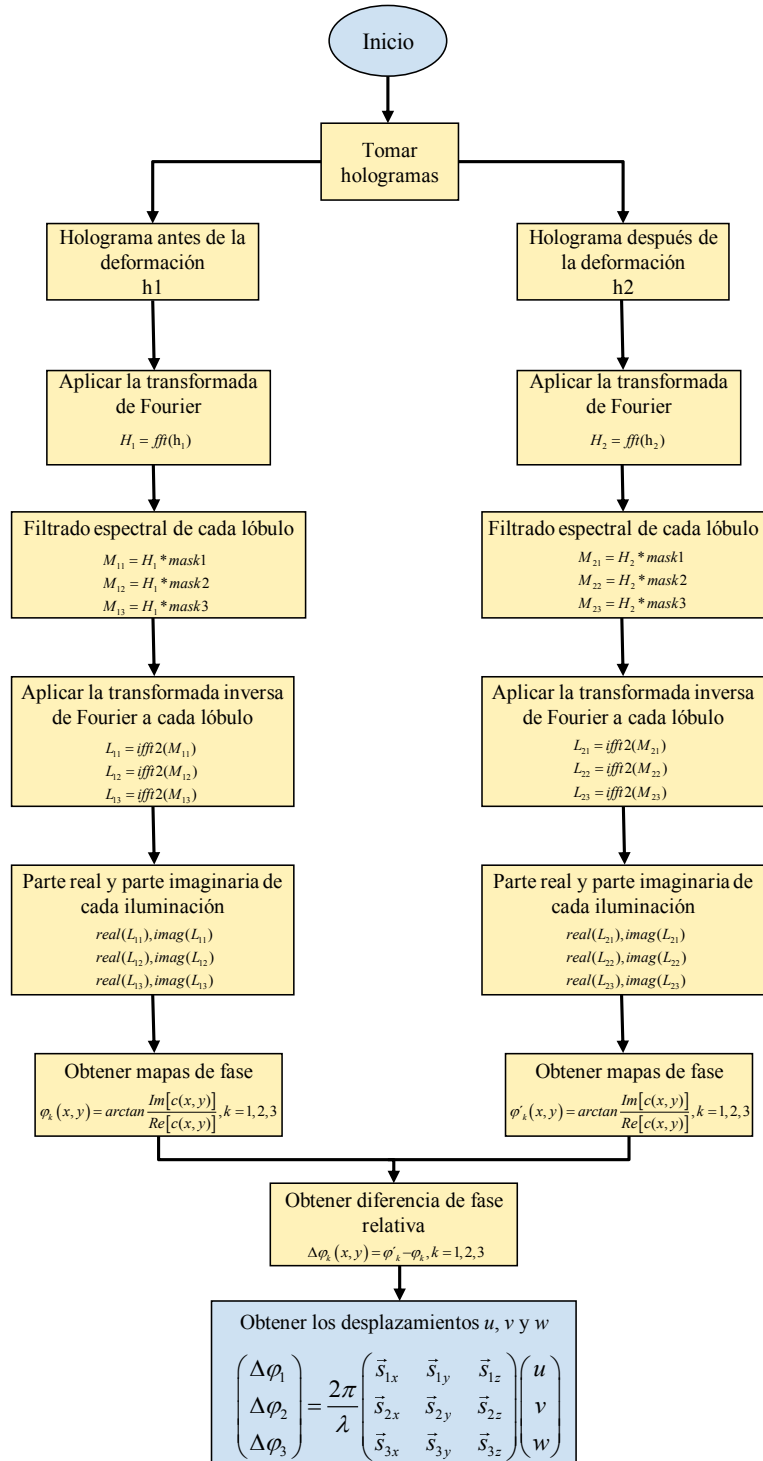
-
- [57] Y. C. Fung, *Biomechanics: Mechanical properties of living tissues* (Springer-Verlag, New York, 1993)
- [58] Amnon Sharir, Meir Max Barak, Ron Shahar, “Whole bone mechanics and mechanical testing”, *Vet J* **177**, 8–17 (2008)
- [59] Nihat Özkaya and Margareta Nordin, *Fundamentals of Biomechanics* (Springer, New York, 1999)
- [60] Antonia Dalla Pria Bankoff, *Human Musculoskeletal Biomechanic* (InTech, Croatia, 2011), Chap 4.
- [61] A. W. Miles, K.E. Tanner, *Strain Measurement in Biomechanics*, (Champan & Hall, London, 1992)
- [62] Huiskes, R., J.D. Janssen and T. J. Slooff, “A detailed comparison of experimental and theoretical stress analysis of a human femur”, *Mechanical Properties of Bone* **45**, 211-234 (1981).
- [63] Lewis, J.L., M.J. Askew, R.L. Wixson and G.M. Kramer. “The influence of prosthetic stem stiffness and of calcar collar on stresses in the proximal end of the femur with a cemented femoral component”, *J. Bone and Joint Surg.* **66A**, 280-286 (1984).
- [64] J. Cordey and E. Gautier, “Strain gauges used in the mechanical testing of bones”, *Injury, Int. J. Care Injured* **30** S-A7-S-A13 (1999).
- [65] Christophe Meyer, Jean-Luc Kahn, Philippe Boutemi, Astrid Wilk, “Photoelastic analysis of bone deformation in the region of the mandibular condyle during mastication”, *J Cranio Maxill Surg* **30**, 160–169, (2002)
- [66] Michael Bottlanga, Marcus Mohra, Ulrich Simonb, Lutz Claes, “Acquisition of full-field strain distributions on ovine fracture callus cross-sections with electronic speckle pattern interferometry”, *J Biomech* **41**, 701–705 (2008).
- [67] Yuri N. Kulchin, Oleg B. Vitrik, Alexei D. Lantsov, Viktor A. Vorobiev, Yuriy N. Moskvina, “Speckle-Correlation method for measuring maxillofacial bone tissue deformations “, *Pacific Science Review* **8**, 1-4 (2006).

-
- [68] Pavel Sztetek, Maximilien Vanleene, Robin Olsson, Rebecca Collinson, Andrew A. Pitsillides, Sandra Shefelbine, “Using digital image correlation to determine bone surface strains during loading and after adaptation of the mouse tibia”, *J Biomech* **43** 599–605 (2010).
- [69] J. C. Shelton, D M Katz, “Laser interferometric techniques in orthopaedics”, *J Med Eng Technol* **15**(6) 209-21 (1991).
- [70] HyunDae Hong, Daniel B. Sheffer and C. William Loughry, “Detection of breast lesions by holographic interferometry”, *J Biomed Opt* **4**(3) 368-375 (1999).
- [71] Staffan Schedin, Giancarlo Pedrini, and Hans J. Tiziani, “Pulsed digital holography for deformation measurements on biological tissues”, *Appl. Opt.* **39**(16) 2853-2857 (2000).
- [72] María del Socorro Hernández-Montes, Fernando Mendoza Santoyo, Carlos Pérez López, Silvino Muñoz Solís, Jesús Esquivel, “Digital holographic interferometry applied to the study of tympanic membrane displacements”, *Opt. Laser Eng.* **49** 698–702 (2011).
- [73] *Properties of some metals and alloys* (International Nickel Co., Development and Research Division, New York, 1968).
- [74] J. R. Buckland, J. M. Huntley, and S. R. E. Turner, “Unwrapping noisy phase maps by use of a minimum-cost-matching algorithm”, *Appl. Opt.* **34**(23) 5100-5108 (1995).
- [75] Armando Albertazzi Jr., “Generalized least squares approach to compute displacements, strains and rotations from combined single and/or double illumination holographic interferometry”, *Proc. SPIE 2004, Interferometry VI: Applications*, **80** (1994).
- [76] Richard L. Burden, J. Douglas Faires, Albert C. Reynolds, *Numerical Analysis* (Prindle, Weber & Schmidt, Boston, 1978)
- [77] James F. Epperson, *An Introduction to Numerical Methods and Analysis* (Wiley, New York, 2002).

- [78] Araceli Sánchez A., M. De la Torre-Ibarra, F. Mendoza-Santoyo, S. A. Tonatiuh, Donato Reyes R., “Simultaneous 3D digital holographic interferometry for strain measurements validated with FEM”, *Opt Laser Eng* **52**, 178–183 (2014).
- [79] Turner, C.H., Anne, V., Pidaparti, R.M.V.,”A uniform strain criterion for trabecular bone adaptation: do continuum-level strain gradients drive adaptation?”, *J Biomech* **30** 555–563 (1997).

Apéndice A

Diagrama de flujo para determinar el desplazamiento.



Apéndice B

Análisis estructural estático de un placa metálica con Ansys

Un análisis estructural estático determina los desplazamientos, deformaciones, tensiones y fuerzas causados por cargas que no inducen una inercia significativa y efectos de amortiguación. Se asumen las condiciones de carga y respuesta estable; es decir, las cargas y la respuesta de la estructura se supone que varían lentamente con respecto al tiempo.

El modelado con la técnica de elemento finito se divide en tres etapas, el Pre-proceso, Solución y Post-proceso, en la primera etapa se define: el tipo de análisis, el tipo de elemento a utilizar, las propiedades de material, se crea el modelo geométrico y el modelo de elemento finito conocido como malla. En la segunda etapa se definen las condiciones de frontera (restricciones y cargas) y se soluciona el modelo. En la tercera etapa se visualizan los resultados.

En la etapa de Pre-proceso se define el análisis como estructural, la geometría utilizada es modelada en el software de CAD Inventor e importada al software de elemento finito como un archivo de extensión SAT, en la figura B.1 se muestra el modelo de CAD y el modelo geométrico importado.

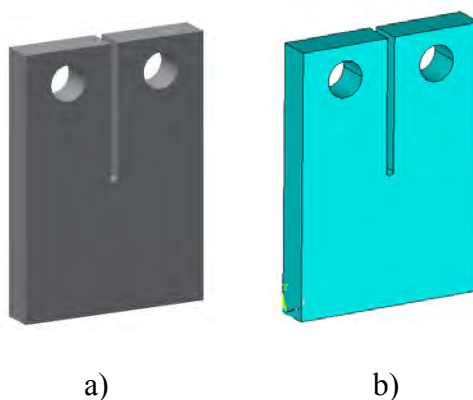


Fig. B.1. a) Modelo de CAD, b) Modelo geométrico

El modelo es realizado con el elemento sólido estructural tridimensional SOLID45, el elemento es definido con ocho nodos y cada nodo tiene tres grados de libertad de traslación, el elemento permite el modelado de materiales ortotrópicos y por consiguiente el de materiales isotrópicos como es el caso del aluminio, en la figura B.2 se muestra la geometría del elemento.

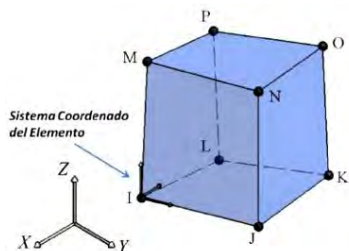


Fig. B.2. Geometría de elemento SOLID45

Las propiedades mecánicas de módulo de elasticidad, razón de Poisson y densidad del material son aplicadas al modelo al definir un modelo de material e introducir los valores de las propiedades mencionadas, el material es definido como un materia isotrópico lineal y de densidad constante, las propiedades son listadas en la tabla B.1.

Tabla B.1. Propiedades de material.

Módulo de elasticidad	73	GPa
Razón de Poisson	0.33	
Densidad	2700	Kg/m ³

El mallado del modelo se realizó por la técnica de mapeado, que consiste en sembrar nodos con ayuda de un elemento 2D plano de no solución y en base a este modelo se genera el modelo sólido. El elemento de no solución utilizado es el MESH200, la característica de elemento es que no tiene influencia en la solución, este elemento es utilizado para tener un control en la malla del modelo. En la figura B.3 se muestra la malla realizada en las áreas con el MESH200 y el modelo final que toma como base las áreas malladas para la generación del modelo sólido tridimensional.

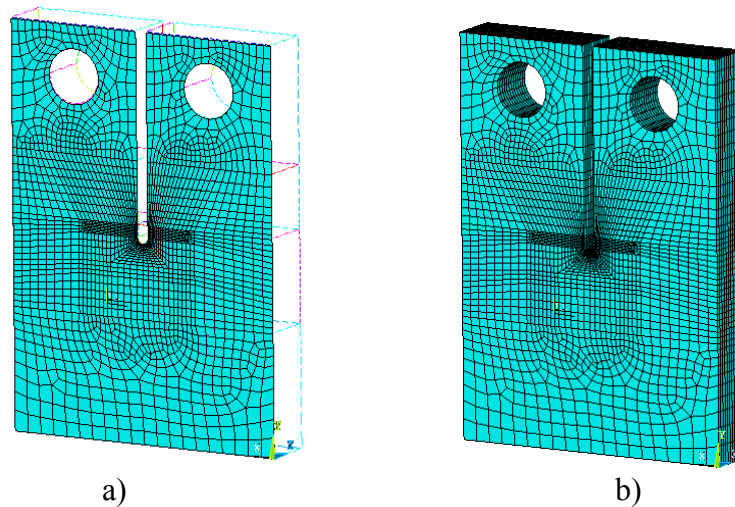


Figura B.3. a) malla de las áreas del modelo y b) modelo sólido.

Las condiciones de frontera son aplicadas mediante cargas estructurales de desplazamiento en los nodos, para modelar la condición de fijación se restringen los nodos de la parte superior derecha en todos sus grados de libertad, para la modelación de la carga se aplica un desplazamiento de 20 micras en los nodos del lado izquierdo. En la figura B.4 se muestra el modelo de elemento finito con la visualización de nodos, en color azul se muestran las restricciones de desplazamiento, la dirección de cierre de los triángulos nos indica la dirección restringida para el nodo.

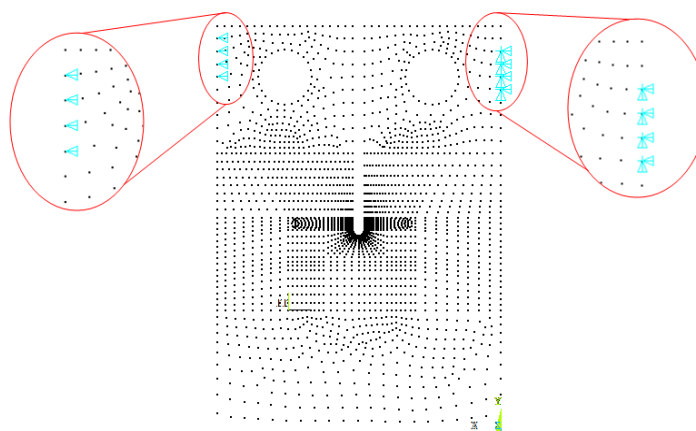


Figura B.4. Modelo de elemento finito y aplicación de cargas.

Una vez aplicadas las restricciones del modelo se procede a su solución, para la visualización de los resultados se seleccionan los elementos pertenecientes a la zona donde se realizaron las mediciones, esto se logra al seleccionar los volúmenes de la parte central del modelo, los volúmenes y elementos seleccionados son mostrados en la figura B.5.

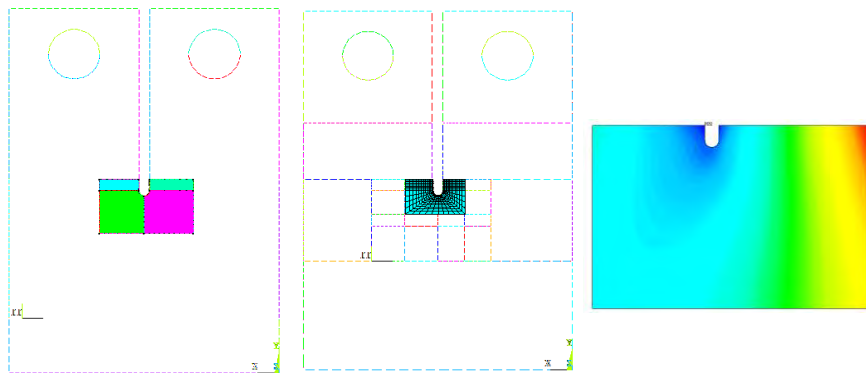


Figura B.5. Selección de elementos para visualización de resultados.