



VALIDACIÓN DE UN SISTEMA HOLOGRÁFICO DIGITAL CARACTERIZANDO LOS MODOS DE VIBRACIÓN DE UNA MEMBRANA CIRCULAR



Tesis para obtener el grado de:
Maestro en Optomecatrónica

Presenta:

Ing. Eduardo Gámez Cebreros

Dirigido por:

Dr. Jorge Mauricio Flores Moreno

Enero de 2016
León, Guanajuato, México

DEDICATORIA

A mis padres por su amor y apoyo incondicional.

AGRADECIMIENTOS

Primeramente le agradezco a Dios por la vida y por darme la fuerza para poder alcanzar cada meta propuesta hasta este día. Quiero agradecer a mis padres por apoyarme e impulsarme a ser mejor cada día, por sus consejos y motivación, los amo.

De igual forma agradezco a la Fam. Mercado Celis por su hospitalidad y atención durante mi permanencia en esta ciudad de León, Gto.

Agradezco al Dr. Jorge Mauricio Flores Moreno por sus consejos y dirección en el desarrollo de esta tesis. Al Dr. Moisés Cywiak, y al Dr. David Moreno, por fungir como revisores de este trabajo de tesis.

También agradezco a CONACyT por el apoyo económico proporcionado durante el periodo de duración del posgrado.

Finalmente quiero agradecer a todos mis compañeros y profesores del C.I.O, ya que ellos han sido parte importante en mi desarrollo profesional y personal, siempre los recordare.

Sinceramente gracias.

RESUMEN

En el presente trabajo se describe la implementación de un sistema óptico, basado en la técnica de holografía, para identificar y medir los modos de vibración que aparecen en una membrana circular de cobre, al ser sometida a una vibración mecánica, para posteriormente validar, tanto analíticamente como a través de simulaciones, los resultados obtenidos por experimentación, asegurando con esto la confiabilidad del sistema. Es importante señalar que se trata de una prueba no destructiva (sin contacto), por lo que puede ser aplicable a elementos frágiles o propensos a ser contaminados químicamente.

En esta primer etapa se realizó la validación del sistema, así como la medición de la deformación correspondiente a cada modo de vibración utilizando la técnica de holografía digital estroboscópica. La etapa posterior a este trabajo de tesis, será la caracterización de algunos sensores piezoeléctricos y componentes de sistemas micro-electro-mecánicos (por sus siglas en inglés MEMS) utilizando la técnica propuesta y haciendo las adecuaciones necesarias, como lo es incorporar lentes de amplificación.

INDICE DE CONTENIDO

DEDICATORIA.....	I
AGRADECIMIENTOS	II
RESUMEN	IV
ÍNDICE DE FIGURAS	VII
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Objetivos	1
1.2 Justificación.....	2
1.3 Organización de la tesis	4
2. CONCEPTOS BÁSICOS	6
2.1 Interferencia	8
2.2 Coherencia.....	10
2.2.1. Coherencia Temporal	11
2.2.2 Coherencia espacial	13
2.3 Moteado	15
2.4 Teoría escalar de difracción	17
2.5 Principio de Huygens-Fresnel	18
2.6 Aproximación de Fresnel.....	20
3. HOLOGRAFÍA	24
3.1. Grabación y reconstrucción de hologramas	25
3.2 Mediciones de desplazamiento fuera de plano	27
3.3 Interferometría holográfica	29
3.3.1 Holografía de doble exposición.....	30
3.3.2 Holografía de tiempo-promedio	31
3.3.3 Holografía de modo estroboscópico	33
4. HOLOGRAFÍA DIGITAL	35
4.3 Grabación de hologramas digitales	35
4.4 Método numérico de reconstrucción de hologramas digitales.....	37
4.5 Término de DC en hologramas digitales	42
4.6 Holografía digital por desplazamiento de fase	44
5. ANÁLISIS TEÓRICO DE MODOS DE VIBRACIÓN	46
5.1 Modos de vibración en una membrana circular.....	46

5.1.1	Resultados Analíticos	49
5.1.2	Resultados Computacionales	51
6.	CONFIGURACIÓN EXPERIMENTAL Y RESULTADOS	53
6.1	Sistema experimental.....	53
6.1.1	Arreglo óptico.....	56
6.1.2	Electrónica y Software de control	57
6.1.3	Adquisición y procesamiento de datos	62
6.2	Resultados experimentales	66
7.	CONCLUSIONES Y TRABAJO A FUTURO	72
	BIBLIOGRAFÍAS Y REFERENCIAS	74
	APÉNDICES.....	77
	Apéndice A: Simulación de resultados analíticos con Matlab.	77
	Apéndice B: Comunicación serial.....	79
	Apéndice C: Cámara PixeLINK PL-B959U USB	81
	Apéndice D: Control de desplazamiento del elemento piezoeléctrico.....	85

ÍNDICE DE FIGURAS

Capítulo 1

Fig. 1.1. Superficie micro-maquinada resonadora fabricada por MNX.	3
---	---

Capítulo 2

Fig. 2.1. Parámetros característicos de una onda.	6
Fig. 2.2. Descomposición de los vectores de onda.	9
Fig. 2.3. Interferómetro de Michelson.....	11
Fig. 2.4. Interferómetro de Young de doble rendija.	14
Fig. 2.5. Formación de un patrón de moteado, producido por la interferencia que genera la luz refractada por la superficie rugosa de un objeto.	15
Fig. 2.6. Patrón de moteado visualizado en el plano de observación.	16
Fig. 2.7. Sombra de un pequeño tornillo formada al iluminarlo un haz de luz láser con longitud de onda de 532 nm.....	18
Fig. 2.8. Principio de Huygens	19
Fig. 2.9. Iluminación de una pantalla plana por una fuente puntual.....	20
Fig. 2.10. Geometría para la aproximación de Fresnel.....	21

Capítulo 3

Fig. 3.1. Configuración básica para grabado de hologramas.	24
Fig. 3.2. Configuración básica para la reconstrucción de la imagen del objeto.....	25
Fig. 3.3. Interferómetro con sensibilidad fuera de plano.	27
Fig. 3.4. Intensidades de tiempo promedio.	32
Fig. 3.5. Sincronización de la iluminación con la vibración del objeto.....	33

Capítulo 4

Fig. 4.1. Geometría típica para la grabación de hologramas digitales.	35
Fig. 4.2. Geometría para holografía Digital.	38
Fig. 4.3. a) Objeto utilizado para la grabación del holograma, b) Holograma del objeto grabado en la CCD.	41
Fig. 4.4. Reconstrucción numérica del holograma a distancias de a) $d = 258$ mm, b) $d = 318$ mm, c) $d = 288$ mm y d) $d = -288$ mm.	41

Fig. 4.5. a) Objeto utilizado para la grabación del holograma, b) Reconstrucción numérica del holograma donde se observa el término de DC.	42
Fig. 4.6. Reconstrucción numérica del holograma, aplicando el filtro pasa-altas.....	43
Fig. 4.7. Arreglo básico para holografía digital por desplazamiento de fase.	44

Capítulo 5

Fig. 5.1. Interfaz para el cálculo teórico de las frecuencias de vibración.	50
Fig. 5.1. Interfaz para el cálculo teórico de las frecuencias de vibración.	50
Fig. 5.2. Configuraciones preliminares para el análisis por elemento finito.....	51

Capítulo 6

Fig. 6.1. Elementos principales del sistema experimental.	533
Fig. 6.2. Configuración experimental.....	544
Fig. 6.3 Montura para la membrana de cobre.	555
Fig. 6.4. Arreglo óptico.....	566
Fig. 6.5. Diagrama de comunicación entre dispositivos electrónicos.....	588
Fig. 6.6. Interfaz de control.	588
Fig. 6.7. Sincronización de señales en el modo estroboscópico.	600
Fig. 6.8. Adelanto entre la señal de disparo de la cámara y la señal del pulso de luz. ...	611
Fig. 6.9. Puntos de iluminación de una onda sinusoidal de excitación con desfases de $\pi/2$ respecto al pulso de luz láser.....	622
Fig. 6.10. Proceso de adquisición de hologramas.....	633
Fig. 6.11. Etapas del procesamiento de datos (hologramas).....	655
Fig. 6.12. Medición de 4 posiciones de la deformación sufrida por la membrana para el cuarto modo de vibración.....	677

1. INTRODUCCIÓN

La metrología óptica es una rama de la óptica que tiene el propósito de aplicar la luz para realizar mediciones con alto grado de precisión. Estas mediciones se realizan utilizando instrumentos llamados interferómetros, los cuales se basan en el principio de interferencia. La metrología óptica ofrece la posibilidad de realizar mediciones y análisis dimensionales, de forma, de desplazamiento, rugosidad, entre otros, sin necesidad de contacto con la muestra en estudio, por lo que puede ser aplicable a elementos frágiles o propensos a ser contaminados químicamente, presentando, en este sentido, ventajas sobre otros métodos metrológicos. En los subcapítulos posteriores se mencionarán los motivos de la realización de este trabajo, además de su justificación. Así mismo en capítulos subsecuentes, se describirán las bases en las cuales se fundamenta el método metrológico aplicado (holografía interferométrica), mismas que son principios elementales de la óptica.

1.1 Objetivos

Los objetivos generales del presente trabajo son los siguientes:

- Implementar un arreglo óptico (interferómetro con sensibilidad fuera de plano) que permita capturar hologramas digitales.
- Conjuntar los dispositivos electrónicos necesarios para la captura de hologramas y sincronización de los procesos involucrados.
- Registrar un holograma digitalmente y reconstruirlo numéricamente utilizando aproximación de Fresnel.
- Diseñar y programar una interfaz computacional que permita controlar cada uno de los dispositivos electrónicos implementados en el sistema de adquisición de hologramas de tal forma que sea fácilmente operable para cualquier usuario.

- Aplicar la técnica de interferometría holográfica de tiempo promedio, en el análisis de una membrana, con el fin de obtener los primeros modos de vibración natural y las correspondientes frecuencias de vibración acústica en las cuales aparecen dicho modos.
- Realizar la validación del sistema, comparando los resultados obtenidos experimentalmente con los obtenidos analíticamente, así como por la herramienta de análisis por elementos finitos (AEF).
- Ya validado el sistema, realizar mediciones de deformaciones a nivel micrométrico de la muestra en estudio, en este caso en particular la misma membrana utilizada en la caracterización, aplicando la técnica de interferometría holográfica de modo estroboscópico.

1.2 Justificación

Actualmente el desarrollo de la tecnología ha ido en aumento a pasos acelerados, principalmente en el ramo de la electrónica, donde se está buscando desarrollar circuitos embebidos cada vez más pequeños y eficientes aprovechando los avances en las áreas de desarrollo de materiales y manufactura avanzada. Algunos de estos circuitos contienen elementos, específicamente, MEMS, y algunos sensores piezoeléctricos. Estos tipos de circuitos se pueden encontrar en instrumentos de medición, equipos de telecomunicaciones, equipos médicos, entre otros.

Para poder comprender un poco más sobre el porqué del interés en este tipo de elementos, a continuación se describe de manera general cada uno de ellos:

Un sensor piezoeléctrico es un dispositivo que aprovecha las propiedades de algunos materiales, los cuales al ser sometidos a una tensión mecánica adquieren una polarización eléctrica, generándose una diferencia de potencial en su superficie, pudiendo ocurrir dicho fenómeno de manera inversa. Esta diferencia de potencial es adquirida, procesada y convertida en una señal que puede ser leída e interpretada por un sistema de control electrónico [1-3].

Por otra parte, los Sistemas Micro-electro-mecánicos (MEMS), son elementos contruidos utilizando técnicas de micro-fabricación. Las dimensiones de estos elementos varían desde menos de una micra hasta varios milímetros. Los tipos de dispositivos de MEMS pueden variar de estructuras relativamente simples que no tienen elementos móviles, a sistemas electromecánicos extremadamente complejos con múltiples elementos móviles bajo el control de la microelectrónica integrada [4-5]. La Fig. 1.1 muestra una superficie micro-maquinada resonadora fabricada por la compañía MNX. Este dispositivo puede ser usado tanto como un micro-sensor o como un micro-actuador.

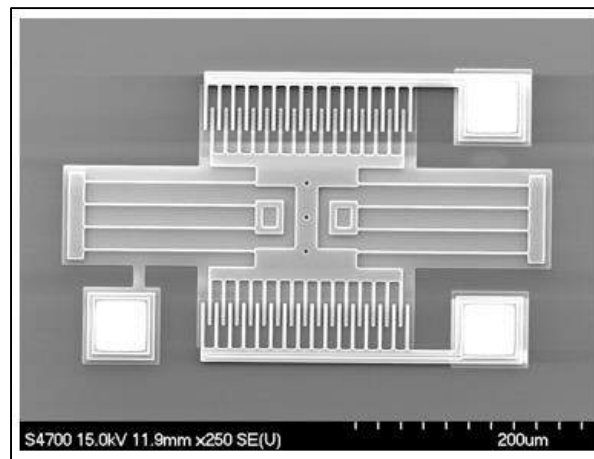


Fig. 1.1. Superficie micro-maquinada resonadora fabricada por MNX.

Con la anterior descripción, podemos resaltar que ambos dispositivos presentes en sensores de presión, acelerómetros, giroscopios, entre otros, poseen elementos mecánicos como lo son membranas, cantiléver y sistemas micro-mecánicos como elementos principales para el sensado o registro de señales y perturbaciones físicas. La motivación inicial en el desarrollo de la presente tesis fue precisamente el de contar con un sistema basado en holografía digital para realizar mediciones cuantitativas con la opción de poder visualizar en tiempo casi real la reconstrucción numérica de este tipo de dispositivos mecánicos de sensado y medir así su respuesta ante diferentes perturbaciones externas (específicamente en este proyecto, vibración acústica a diferentes frecuencias), además de habilitar la

posibilidad de medir la deformación que sufre dicho elemento. Particularmente el análisis se realizará utilizando un elemento de prueba a escala macrométrica (membrana circular de cobre) que presente deformaciones micrométricas, antes de pensar en un nivel nanométrico.

1.3 Organización de la tesis

La Tesis que se presenta se divide en los siguientes capítulos:

- Capítulo 1: Introducción. Se describe brevemente y de manera general los objetivos y motivaciones para desarrollar este trabajo.
- Capítulo 2: Conceptos básicos. En este capítulo se definen conceptualmente algunos de los principios básicos en los cuales se fundamenta la óptica física, como lo es la interferencia, coherencia, moteado y difracción, así mismo se desarrolla la teoría general de estos principios.
- Capítulo 3: Holografía. Se definen los principios de la holografía convencional, su metodología, así como los conceptos y la teoría matemática en la que se fundamenta esta técnica. También se describen tres técnicas de interferometría holográfica, las cuales son la holografía de tiempo-promedio, doble exposición y modo estroboscópico.
- Capítulo 4: Holografía digital. Se replantea lo visto en el capítulo 3, pero ahora desde su aplicación utilizando dispositivos electrónicos (sensores fotosensibles y computadoras) para la adquisición, almacenamiento y procesamiento de hologramas. También se define y explica cómo afecta el término de DC a los hologramas reconstruidos y se describen algunos algoritmos para eliminarlo.

- Capítulo 5: Análisis teórico de modos de vibración. Se desarrolla analíticamente la teoría referente a los modos de vibración presentes en una membrana circular al ser expuesta a una onda de vibración, corroborándose los resultados a través de simulaciones realizadas por computadora (AEF).
- Capítulo 6: Desarrollo experimental y resultados. Se muestra el arreglo óptico utilizado en la experimentación, se describe el software desarrollado para controlar el sistema de adquisición y procesamiento de hologramas, la caracterización y validación del sistema (analítica y computacionalmente), así como los resultados experimentales obtenidos al evaluar la muestra analizada.
- Capítulo 7: Conclusiones y trabajo a futuro. En este capítulo se exponen las conclusiones de este proyecto de tesis, su alcance, además del trabajo a desarrollar en un futuro.

2. CONCEPTOS BÁSICOS

En este capítulo se describen los conceptos básicos aplicados en el desarrollo de este proyecto, los cuales son los fundamentos de la interferometría holográfica. Antes de abundar en ello, creo importante comenzar con la definición de lo que es la luz y su representación matemática.

La luz es una onda electromagnética formada por un campo eléctrico E y un campo magnético H perpendiculares entre sí, periódicos, y variantes en el tiempo t . Por simplicidad, las ondas electromagnéticas suelen ser representadas con funciones sinusoidales. La Fig. 2.1 muestra los principales parámetros de una onda sinusoidal, mismos que a continuación nos ayudaran a representar matemáticamente a esta.

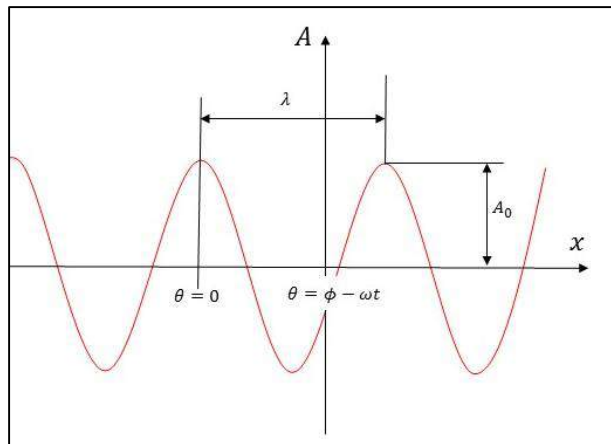


Fig. 2.1. Parámetros característicos de una onda.

La representación matemática de una onda está dada por el valor instantáneo del campo eléctrico E como función del tiempo t :

$$E = A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \phi_0\right) \quad (2.1)$$

donde:

- A_0 es la amplitud de la onda.
- λ es la longitud de la onda.

- v es la velocidad de propagación.
- ϕ_0 es la fase de la onda para una posición $x = 0$ y tiempo $t = 0$.

La velocidad de propagación puede ser escrita como:

$$v = \lambda \nu \quad (2.2)$$

Donde ν es la frecuencia de la onda, siendo el inverso del periodo T .

Ahora definimos la magnitud $|k|$ que corresponde al vector de propagación como:

$$k = |k| = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.3)$$

e igualmente velocidad angular ω :

$$\omega = 2\pi\nu \quad (2.4)$$

Con las definiciones de la Ec. (2.3) y Ec. (2.4), podemos reescribir la Ec. (2.1) de la siguiente forma:

$$E = A \cos(kx - \omega t + \phi) \quad (2.5)$$

Donde la fase de la onda está dada por:

$$\theta = kx - \omega t + \phi \quad (2.6)$$

Finalmente, de manera general podemos escribir la Ec. (2.5) como:

$$E = A \cos(k \cdot r - \omega t + \phi) \quad (2.7)$$

donde:

- k es el vector de onda en el espacio tridimensional (k_x, k_y, k_z)
- r es el vector espacial (x, y, z)

Por definición, un frente de onda se considera como una superficie en el espacio, para la cual la fase es constante en cierto instante de tiempo para cada uno de los puntos de esa superficie; por lo tanto $k \cdot r$ será constante [6].

2.1 Interferencia

Describir el fenómeno de interferencia es esencial cuando hablamos de técnicas de medición utilizando luz como lo son la interferometría electrónica de patrones de moteado, la tomografía óptica coherente, o en nuestro caso particular, la interferometría holografía digital.

Un interferómetro es un instrumento que utiliza la propiedad de interferir de la luz para realizar mediciones con precisión de la longitud de onda utilizada. La técnica de holografía digital aplicada en este trabajo, misma que es descrita en los capítulos 3 y 4 de esta tesis, se sustenta en dichos fenómenos interferométricos, por lo que el arreglo óptico para la obtención de los hologramas, presentado en la etapa experimental (sección 6.1.1), puede considerarse un interferómetro.

El efecto de interferencia ocurre si dos o más ondas de luz coherente son superpuestas. Tomando el caso general, consideraremos dos ondas, emitidas por la misma fuente, de igual amplitud A y frecuencia ω , pero direcciones k_1 y k_2 , y fases diferentes ϕ_1 y ϕ_2 , mismas que están linealmente polarizadas en la misma dirección. Por factibilidad, representaremos las dos ondas de manera compleja, y aplicando la fórmula de Euler:

$$E_1(r, t) = Ae^{i(k_1 \cdot r - \omega t + \phi_1)} \quad (2.8)$$

$$E_2(r, t) = Ae^{i(k_2 \cdot r - \omega t + \phi_2)} \quad (2.9)$$

Para determinar la superposición de estas ondas, descomponemos los vectores k_1 y k_2 en sus componentes k' y k'' , Fig. 2.2.

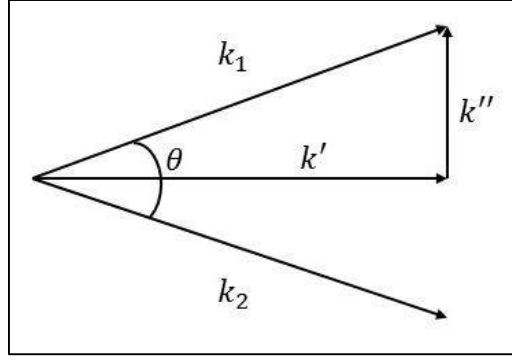


Fig. 2.2. Descomposición de los vectores de onda.

Las componentes están definidas por:

$$k' = (k_1 + k_2)/2 \quad (2.10)$$

$$k'' = (k_1 - k_2)/2 \quad (2.11)$$

Si θ es el ángulo entre k_1 y k_2 :

$$|k''| = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2} \quad (2.12)$$

De igual forma la fase y la diferencia de fase quedan definidas por:

$$\phi = (\phi_1 + \phi_2)/2 \quad (2.13)$$

$$\Delta\phi = (\phi_1 - \phi_2)/2 \quad (2.14)$$

La superposición de las dos ondas forma el campo:

$$(E_1 + E_2)(r, t) = Ae^{i(k_1 \cdot r - \omega t + \phi_1)} + Ae^{i(k_2 \cdot r - \omega t + \phi_2)} \quad (2.15)$$

$$(E_1 + E_2)(r, t) = Ae^{i(k' \cdot r + k'' \cdot r - \omega t + \phi + \Delta\phi)} + Ae^{i(k' \cdot r - k'' \cdot r - \omega t + \phi - \Delta\phi)} \quad (2.16)$$

$$(E_1 + E_2)(r, t) = Ae^{i((k' \cdot r - \omega t + \phi))} [e^{i(k'' \cdot r + \Delta\phi)} + e^{i(-k'' \cdot r - \Delta\phi)}] \quad (2.17)$$

$$(E_1 + E_2)(r, t) = 2Ae^{i(k' \cdot r - \omega t + \phi)} \cos(k'' \cdot r + \Delta\phi) \quad (2.18)$$

El campo resultante por la interferencia de las dos ondas, está compuesto por dos partes: el término exponencial dependiente del tiempo (parte temporal) y el coseno independiente del tiempo (parte espacial).

Multiplicando la Ec. (2.18) por su complejo conjugado, es posible obtener la intensidad de la interferencia:

$$I(r) = (E_1 + E_2)(E_1 + E_2)^* \quad (2.19)$$

$$I(r) = 4A^2 \cos^2(k'' \cdot r + \Delta\phi) \quad (2.20)$$

La intensidad es mínima cuando $\cos^2(k'' \cdot r + \Delta\phi) = 0$. Entonces tenemos que:

$$k'' \cdot r + \Delta\phi = (2n + 1)\frac{\pi}{2} \quad (2.21)$$

$$k'' \cdot r + \Delta\phi = n\pi \quad (2.22)$$

Donde $n \in Z$. Para la Ec. (2.21) decimos que existe interferencia destructiva, y para la Ec. (2.22) interferencia constructiva debida que los frentes de onda se encuentra en fase [7].

2.2 Coherencia

En la sección 2.1 se mencionó que efecto de interferencia ocurre si dos o más ondas de luz coherente son superpuestas, pero ¿a qué nos referimos con el término de luz coherente? Para responder esta pregunta, ahondaremos un poco más en el tema.

La coherencia es la capacidad de la luz para interferir, es decir de formar franjas de interferencia. En interferometría, se busca que la fuente de luz utilizada posea una buena longitud de coherencia. Anteriormente esto era un problema debido a las tecnologías que existían antes de la invención del láser, por mencionar un ejemplo: las lámparas de vapor de mercurio tenían longitudes de coherencia muy bajas, en el orden de los 0.02 mm a 0.03 mm , lo que dificultaba obtener franjas interferométricas. Sin embargo, con la invención del láser, tenemos luz más monocromática, lo que resuelve este problema, ya que es posible obtener

longitudes de coherencia mayores. Cuando hablamos de monocromatismo, nos estamos refiriendo a que la fuente emite solo en una sola frecuencia espectral.

Cuando se habla de coherencia existen dos aspectos generales: la coherencia temporal y espacial.

2.2.1. Coherencia Temporal

La coherencia temporal describe como se relaciona una onda consigo misma en diferentes instantes de tiempo [6,7]. Es decir si dos ondas salen del mismo punto de una fuente de luz, y en la misma dirección, la diferencia de fases entre estas estará dada por la diferencia entre tiempos que tarden en recorrer cierta distancia y coincidir en un punto final. La coherencia temporal puede ser descrita con mayor claridad, utilizando un interferómetro de división de amplitud, tipo Michelson, Fig. 2.3.

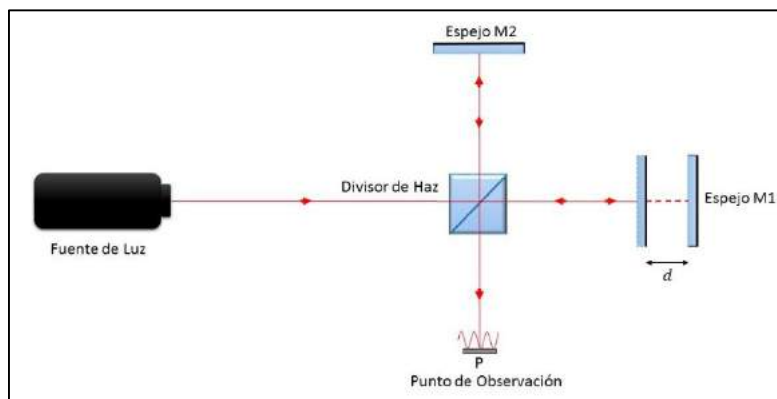


Fig. 2.3. Interferómetro de Michelson

Este tipo de interferómetro está constituido por una fuente de luz (para método de análisis consideraremos luz monocromática) y un divisor de haz (que refleja el 50% y transmite el 50% de la amplitud que incide en él). El divisor envía una parte de la amplitud al espejo $M1$ (espejo móvil) y la otra a un espejo $M2$, mismos que reflejan la luz para finalmente recombinarla de nuevo para ser visualizados en el punto de observación P (detector o pantalla). Debido a que las distancias entre cada uno de

los espejos y el divisor de haz es diferente, la interferencia observada en el detector será entre dos regiones de la onda en diferentes instantes de tiempo.

Supongamos que tenemos dos ondas, E_1 y E_2 , las cuales interfieren en el punto de observación P en diferentes instantes de tiempo t , por lo tanto:

$$E(t) = E_1(t) + E_2(t + \tau) \quad (2.23)$$

donde:

$$\tau = \frac{2d}{c} \quad (2.24)$$

La constante c corresponde a la velocidad de la luz. La diferencia de tiempo τ puede ser modificada desplazando una distancia d , sobre el eje óptico, el espejo $M1$ (aunque podría ser cualquiera de los dos). Recordando la Ec. (2.19), la irradiancia en el punto P estará dada por:

$$I(P) = EE^* = (E_1E_1^*) + (E_2E_2^*) + (E_2E_1^*) + (E_1E_2^*) \quad (2.25)$$

$$I(P) = 2I_1 + 2Re[(E_1E_2^*)] \quad (2.26)$$

Ahora, asumiendo que las amplitudes de las dos ondas son iguales, definimos la función de autocoherencia compleja como:

$$\Gamma(\tau) = E_1(t)E_1^*(t + \tau) \quad (2.27)$$

y el grado de coherencia como:

$$\gamma(\tau) = \frac{\Gamma(\tau)}{\Gamma(0)} \quad (2.28)$$

donde $\Gamma(0)=I_1$ es real y el valor máximo de $|\gamma(\tau)|$, por lo tanto $|\gamma(\tau)| \leq 1$.

De esta forma el grado de coherencia nos da información de la capacidad de relacionarse, o interferir, que tienen las dos ondas.

Midiendo el contraste del patrón de interferencia, es posible obtener el grado de coherencia, ya que este no se puede medir directamente. De aquí obtenemos la función de visibilidad:

El grado de coherencia no puede medirse directamente, pero puede obtenerse a través de la medición del contraste del patrón de interferencia, especificado por la función de visibilidad:

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (2.29)$$

Donde tenemos máximo contraste cuando $V = 1$, y el mínimo cuando $V = 0$ para el caso de superposición incoherente.

Si tenemos que:

$$V(\tau) = |\gamma(\tau)| \quad (2.30)$$

Podemos discernir cuando la luz es coherente si $|\gamma(\tau)| = 1$, o cuando es parcialmente coherente $0 \leq |\gamma(\tau)| \leq 1$.

En el caso, cuando la fuente de luz es temporalmente incoherente, el grado de auto-coherencia compleja será cero, $|\gamma(\tau)| = 0$. Esto sucede cuando la fuente de luz no es monocromática. Mientras más monocromática sea la fuente luminosa, su tiempo de coherencia, τ_c , será más grande, al igual que su tren de ondas.

El tiempo de coherencia, τ_c , es el intervalo de tiempo en el cual la fase es bastante constante. Por lo tanto la fase de una onda se puede predecir en un punto del espacio. De igual forma podemos definir la longitud de coherencia como:

$$l_c = c\tau_c \quad (2.31)$$

2.2.2 Coherencia espacial

La coherencia espacial describe como se relacionan diferentes partes del mismo frente de onda [5,7]. En este caso nos referimos a una fuente de luz extendida la cual es dividida en dos frentes de onda, los cuales se encuentran separados pero a distancias equidistantes del punto de observación P . El interferómetro de Young de doble rendija (Fig. 2.4), que es considerado un interferómetro de división de frente de onda, facilita la explicación de este fenómeno.

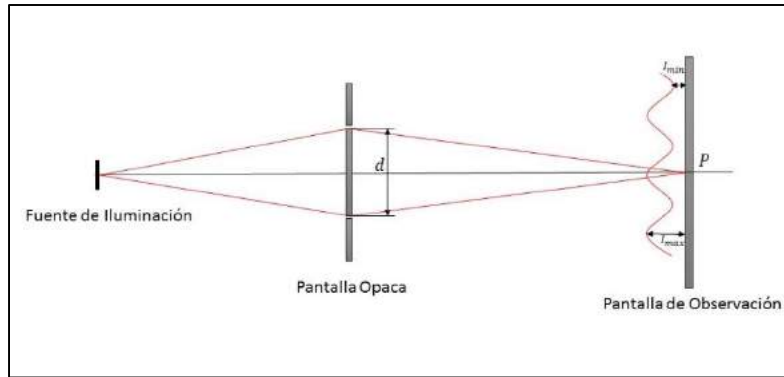


Fig. 2.4. Interferómetro de Young de doble rendija.

Este interferómetro está conformado por una fuente de luz extendida, la cual se encuentra detrás de una pantalla opaca la cual tiene dos orificios muy pequeños. La luz pasa a través de los orificios, por lo que podemos considerar cada orificio como una fuente secundaria. Asumimos que la intensidad de cada una de las nuevas fuentes es igual. En este caso a diferencia del interferómetro de Michelson, la diferencia τ entre los tiempos de llegada al punto de observación P será cero. Así la función de coherencia mutua se describe como:

$$\Gamma_{12}(0) = E_1(t)E_1^*(t) \quad (2.32)$$

Y el grado de coherencia mutua:

$$\gamma_{12}(0) = \frac{\Gamma_{12}(0)}{\sqrt{I_1 I_2}} \quad (2.33)$$

el cual se modifica al variar la separación, d , de las fuentes secundarias.

2.3 Moteado

Para poder generar correctamente un holograma, primeramente debemos tener un “buen patrón de moteado”, ya que este contiene información de la superficie a medir. De aquí la importancia de definir lo que es el moteado.

El moteado, o “speckle”, es una distribución de intensidades aleatorias que se presenta cuando una luz coherente es reflejada por una “superficie rugosa” [8]. La luz refractada causa una micro-interferencia, produciendo fluctuaciones estadísticas debido a los cambios de altura de la superficie, que puede ser visualizada en el plano de observación como máximos y mínimos (puntos brillantes y oscuros). Al decir “superficie rugosa”, nos referimos a que la superficie tiene variaciones de altura microscópica aleatorias, en la escala de la longitud de onda de la luz. La Fig. 2.5 muestra una superficie rugosa, con variaciones de altura exageradas para fines ilustrativos, la cual refracta la luz láser incidente sobre ella, generándose un patrón de moteado visible en el punto P de observación.

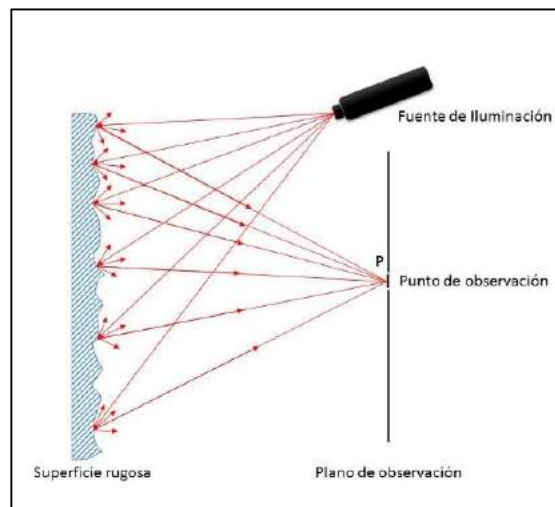


Fig. 2.5. Formación de un patrón de moteado, producido por la interferencia que genera la luz refractada por la superficie rugosa de un objeto.

La Fig. 2.6 muestra la fotografía de un patrón de moteado, producido por la interferencia que genera la luz reflejada aleatoriamente una superficie rugosa. Si la

variación de las alturas de la superficie es aleatoria, las fases de las diferentes amplitudes contribuyen en el punto P de observación.

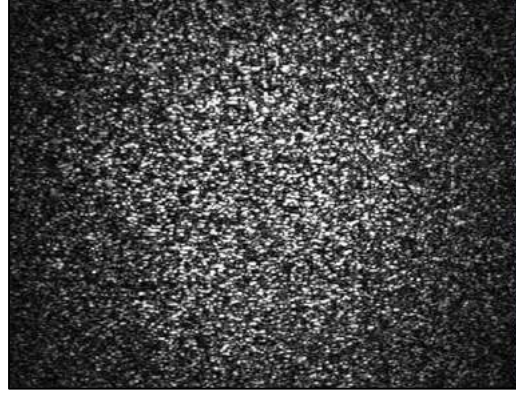


Fig. 2.6. Patrón de moteado visualizado en el plano de observación.

Si suponemos que las fases de las pequeñas contribuciones son distribuidas uniformemente sobre un intervalo completo de 2π , que las amplitudes y fases son estadísticamente variables independientes y que el número de contribuciones es suficientemente grande, entonces podemos observar que la amplitud compleja total, $A = A^{(r)} + iA^{(i)}$ satisface una probabilidad estadística Gaussiana [9], del siguiente tipo:

$$P_{r,i}(A^r, A^i) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{(A^r)^2 + (A^i)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (2.34)$$

donde:

$$\sigma = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{N}\right) \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} \langle |U_k|^2 \rangle \quad (2.35)$$

y $P_{r,i}$ está definida tal que $P_{r,i} dA^r dA^i$ es la probabilidad de que la amplitud compleja en el punto de observación (detector fotosensible) sea infinitesimalmente cercana al valor especificado en su argumento por A^r y A^i .

Sabemos que solamente la intensidad o irradiancia poder ser medida directamente. Por lo que considerando que:

$$I = AA^* = |A|^2 = (A^r)^2 + (A^i)^2 \quad (2.35)$$

y que:

$$\phi = \text{tg}^{-1} \left(\frac{A^i}{A^r} \right) \quad (2.36)$$

con sus respectivas equivalencias:

$$\begin{aligned} A^r &= \sqrt{I} \cos\phi \\ A^i &= \sqrt{I} \sin\phi \end{aligned} \quad (2.37)$$

podemos escribir la Ec. (2.34) como la función de densidad de probabilidad de la irradiancia $P_I(I)$ y de la fase:

$$P_I(I) = \frac{1}{\langle I \rangle} \exp \left[-\frac{I}{\langle I \rangle} \right] \quad (2.38)$$

$$P_\phi(\phi) = \frac{1}{2\pi} \quad (2.39)$$

Donde $I \geq 0$ y $\phi \in [0, 2\pi]$.

La irradiancia de un patrón de moteado obedece a una función de densidad de probabilidad exponencial negativa. La intensidad más probable en un patrón de moteado será cero, que es en un punto oscuro.

2.4 Teoría escalar de difracción

La difracción, al igual que la interferencia, es un fenómeno presente en holografía, que como se ha venido mencionando es la técnica aplicada en este proyecto de tesis. Desde siglos atrás el fenómeno de difracción ha sido observado y estudiado, plasmándose a través de teorías y aproximaciones matemáticas el comportamiento de la luz al ser obstruida durante su propagación a través del espacio.

En el siglo XVII, Francesco Grimaldi publicó que el fenómeno de difracción es una característica general de los fenómenos ondulatorios que ocurren donde quiera que una porción de un frente de onda, sea sonido, onda material o luz es obstruido de alguna manera. Años después, Sommerfeld definió el término de difracción como

cualquier desviación de los rayos de luz de trayectorias rectilíneas que no pueden ser interpretadas como reflexión o refracción [10].

De lo definido por ambos científicos, y de la experiencia personal, podemos observar que la difracción se presenta cuando un cuerpo opaco es colocado entre una fuente puntual y una pantalla. Si colocamos un objeto entre la fuente de iluminación y una pantalla, tal como se muestra en la Fig. 2.7, esperaríamos ver solamente la sombra del objeto sobre la pantalla. Sin embargo si ponemos atención a los bordes de este, se podrán apreciar regiones claras y oscuras, cuyo resultado es muy diferente a los esperados en la óptica geométrica, que trata la luz como rayos (fenómeno de refracción y reflexión).

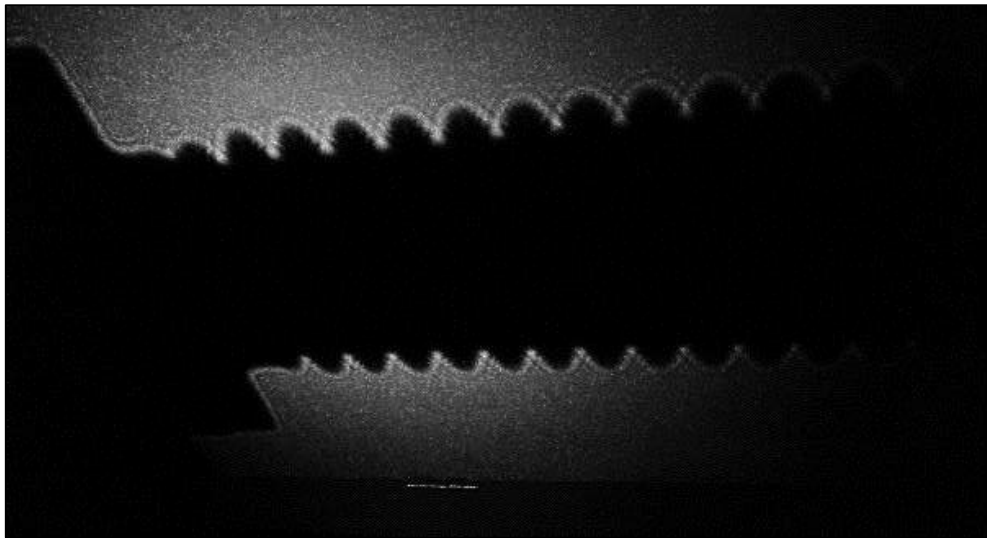


Fig. 2.7. Sombra de un pequeño tornillo formada al iluminarlo un haz de luz láser con longitud de onda de 532 nm .

2.5 Principio de Huygens-Fresnel

El principio de Christian Huygens expresa, que todo punto de un frente de ondas de una perturbación, puede ser considerado como una nueva fuente secundaria de perturbación de ondas esféricas, misma que se encuentra formada por la superposición de las ondas secundarias, como se observa en la Fig. 2.8.

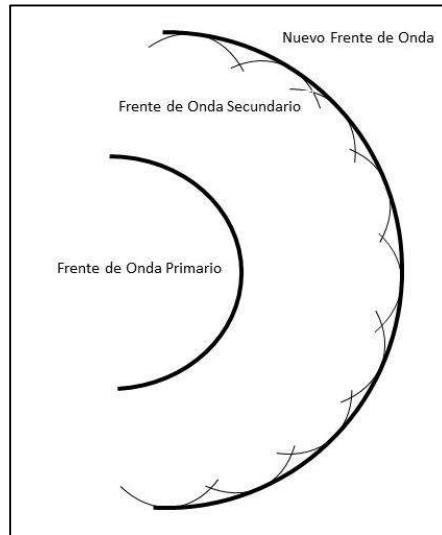


Fig. 2.8. Principio de Huygens

En 1818, Augustin Jean Fresnel fue capaz de calcular las distribuciones de luz en patrones de difracción con excelente precisión y posteriormente en 1882 Gustav Kirchhoff, fundamento matemáticamente las ideas de Huygens y Fresnel. Kirchhoff basó sus formulaciones matemáticas en dos suposiciones acerca de las condiciones de frontera de la luz incidiendo sobre la superficie de un obstáculo colocado en su camino de propagación, surgiendo así la fórmula de difracción de Fresnel-Kirchhoff, Ec. (2.40) [11]. La formulación de Kirchhoff es llamado también el principio de Huygens-Fresnel.

$$U(P_0) = \frac{A}{i\lambda} \iint_{\Sigma} \frac{e^{ik(r_{21}+r_{01})}}{r_{12}r_{01}} \left[\frac{\cos(\vec{n}, \vec{r}_{01}) - \cos(\vec{n}, \vec{r}_{21})}{2} \right] ds \quad (2.40)$$

Donde Σ , basados en la Fig. 2.9, representa la abertura en una pantalla opaca a la que a una distancia \vec{r}_{01} se localiza un frente de onda esférico $U(P_0)$, k el número de onda y A es una constante compleja. A si mismo P_2 es la fuente puntual de iluminación localizada a una distancia \vec{r}_{12} de la pantalla y \vec{n} vector unitario normal a la abertura.

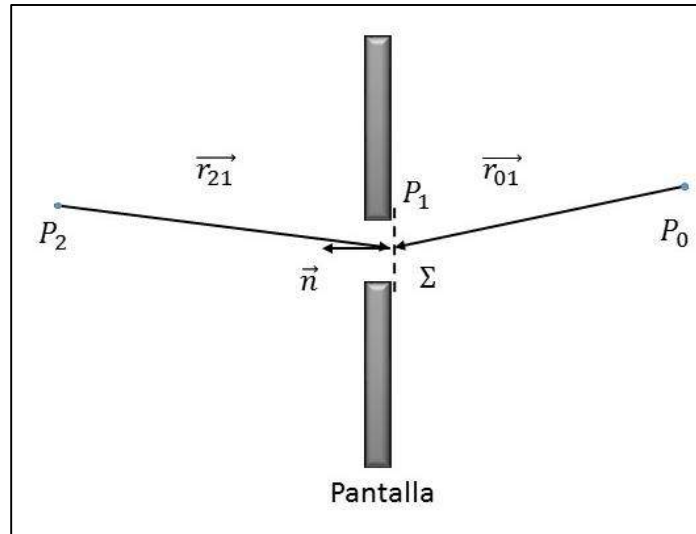


Fig. 2.9. Iluminación de una pantalla plana por una fuente puntual.

2.6 Aproximación de Fresnel

La aproximación de Fresnel describe como se propaga un frente de onda difractado hacia un plano de observación. Esta aproximación es importante en este trabajo, debido a que para reconstruir un holograma, es necesario hacer incidir en este un frente de onda (luz de referencia), mismo que es difractado por las franjas de interferencia registradas en el holograma, propagándose hasta el punto de observación. En el capítulo 3 se hablará más al respecto.

Para explicar la aproximación de Fresnel, tomaremos como base el principio de Huygens-Fresnel en coordenadas rectangulares [11]. Consideramos una abertura en el plano (ξ, η, z) iluminado en la dirección positiva z , ver Fig. 2.10.

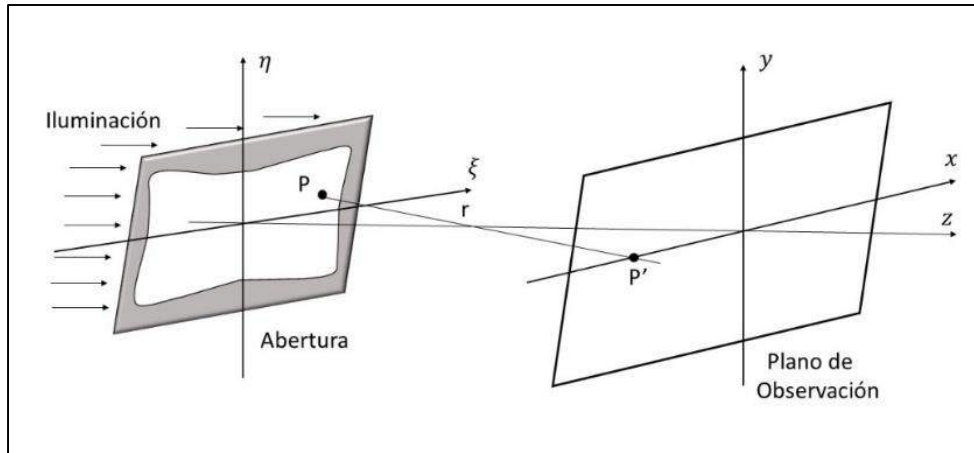


Fig. 2.10. Geometría para la aproximación de Fresnel.

Si definimos la abertura como un área cerrada, lo que significa que todo lo que está fuera de ella tendrá valores de cero, podemos escribir límites infinitos en las integrales. Con estas consideraciones tenemos que la fórmula de Fresnel-Kirchhoff, que describe el campo de difracción propagado al plano de observación (x, y) una distancia z , puede expresarse como:

$$E(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda} \iint_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) \frac{e^{ikr}}{r} \cos(\theta) d\xi d\eta \quad (2.41)$$

Donde $U(\xi, \eta)$ es la amplitud del campo complejo en el plano (ξ, η) .

De acuerdo a la geometría del sistema $\cos(\theta)$ puede ser expresado como:

$$\cos(\theta) = \frac{z}{r} \quad (2.42)$$

Sustituyendo la Ec. (2.42) en la Ec. (2.41) podemos reescribir:

$$E(x, y, z) = \frac{z}{i\lambda} \iint_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) \frac{e^{ikr}}{r^2} d\xi d\eta \quad (2.43)$$

donde:

$$r = \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + z^2} \quad (2.44)$$

Se asume que la distancia z entre la abertura de difracción y el plano imagen es grande comparada a la distancia lateral de los puntos en las direcciones x, y, ξ y η .

Entonces r en el denominador de la Ec. (2.43), puede ser remplazado por z . Sin embargo la distancia r contenida en el termino exponencial no puede ser reemplazada de la misma forma, ya que se encuentra multiplicada por $k = 2\pi/\lambda$ con λ expresada en nanómetros. Debido a que r se encuentra expresada en metros, una pequeña variación de r significaría un error de fase muy grande. Por tal motivo es necesaria una mejor aproximación para r en el exponente.

Utilizando la expansión binomial de la raíz cuadrada en la serie:

$$\sqrt{1+b} = 1 + \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}b^2 + \dots \quad (2.45)$$

y acomodando los términos de la Ec. (2.44) para poder aplicar la expansión, de acuerdo a la propiedad $a^n\sqrt{b} = \sqrt{a^n b}$, tenemos:

$$r = z\sqrt{1 + \left(\frac{\xi-x}{z}\right)^2 + \left(\frac{\eta-y}{z}\right)^2} \quad (2.46)$$

$$r \approx z \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\xi-x}{z}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\eta-y}{z}\right)^2 \right] \quad (2.47)$$

Sustituyendo la Ec. (2.45) en la Ec. (2.41) y reduciendo, tenemos:

$$E(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda} \iint_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) \frac{e^{ikz \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\xi-x}{z}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\eta-y}{z}\right)^2 \right]}}{z} d\xi d\eta \quad (2.48)$$

$$E(x, y, z) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \iint_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) e^{\frac{ik}{2z}[(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2]} d\xi d\eta \quad (2.49)$$

Desarrollando el binomio del exponencial:

$$(x, y, z) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \iint_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) e^{\frac{ik}{2z}(\xi^2 + \eta^2)} e^{\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)} e^{\frac{-2ik}{2z}(x\xi + y\eta)} d\xi d\eta \quad (2.50)$$

Como $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, nos queda:

$$E(x, y, z) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{\frac{i\pi}{z\lambda}(x^2 + y^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} \left\{ U(\xi, \eta) e^{\frac{i\pi}{z\lambda}(\xi^2 + \eta^2)} \right\} e^{\frac{-2i\pi}{z\lambda}(x\xi + y\eta)} d\xi d\eta \quad (2.51)$$

La Ec. (2.51) describe el campo difractado en el plano (x, y) aplicando aproximación de Fresnel. Las constantes fuera de la integral corresponden a factores

multiplicativos. Mientras que dentro de la integral tenemos la transformada de Fourier del producto entre el campo $U(\xi, \eta)$ a la derecha de la abertura y un exponencial de fase cuadrática.

3. HOLOGRAFÍA

En el capítulo anterior se definieron algunos de los conceptos básicos necesarios para comprender los principios que rigen la óptica física. También se mencionó que un arreglo holográfico, mismo que es aplicado en este proyecto concretamente, puede considerarse un interferómetro. En este capítulo describiremos los fundamentos de la holografía clásica, la deducción para cuantizar los desplazamientos superficiales (en el eje z) utilizando un interferómetro fuera de plano, así como 3 técnicas aplicadas en interferometría holográfica, mismas que son utilizadas en el desarrollo de este proyecto.

Un campo de onda óptico consiste en una distribución de amplitud así como en una distribución de fase. Las técnicas convencionales de registro de imágenes, como lo es la fotografía, solamente registran intensidades, por lo que no es posible recuperar la fase.

La holografía es una técnica desarrollada por el físico D. Gabor en 1947 [12-14], con la cual es posible registrar tanto la distribución de amplitud así como la distribución de fase. Esto es posible utilizando una iluminación coherente y un haz de referencia proveniente de la misma fuente.

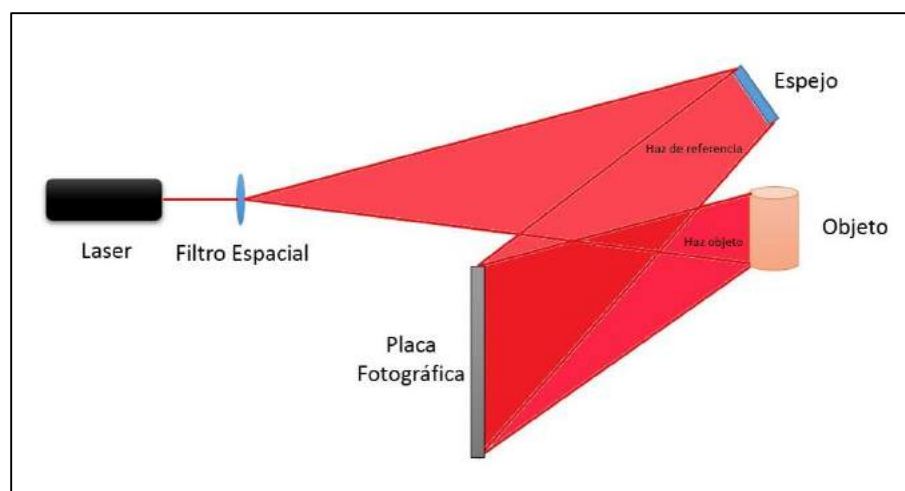


Fig. 3.1. Configuración básica para grabado de hologramas.

En los inicios de la holografía, la grabación del holograma se realizaba en una película de material fotosensible, sobre la cual quedaba registrado un patrón de interferencia producido por la interacción de la luz reflejada por el objeto y el haz de referencia, Fig. 3.1. Para llevar a cabo la reconstrucción de la imagen era necesario hacer incidir sobre la película fotográfica la misma onda de referencia con la que fue grabada. La luz se difracta al pasar por la película, formándose como consecuencia una imagen del objeto, Fig. 3.2.

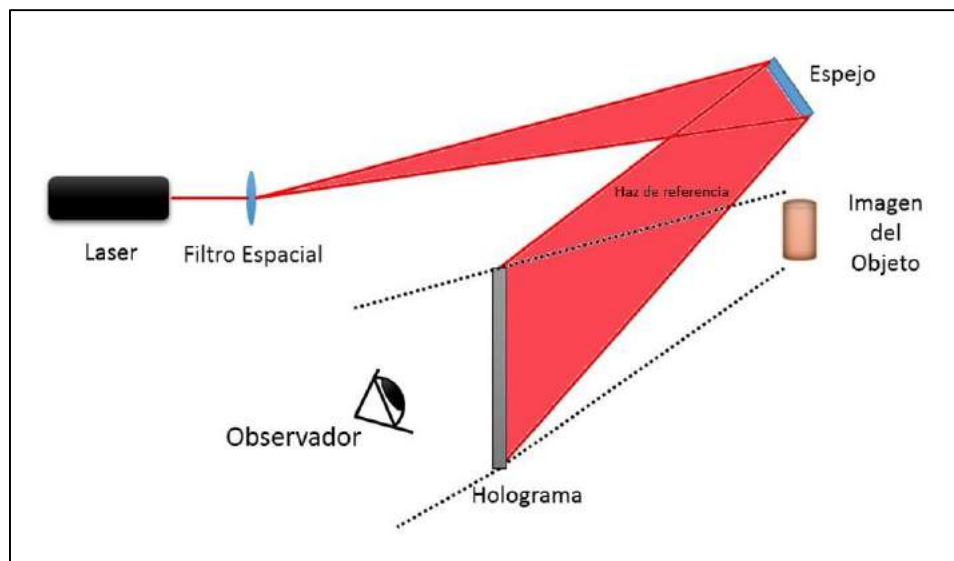


Fig. 3.2. Configuración básica para la reconstrucción de la imagen del objeto.

3.1. Grabación y reconstrucción de hologramas

Para describir matemáticamente lo que sucede en el proceso de grabación del holograma, definimos primeramente la amplitud compleja de la onda objeto, con amplitud A_O y fase θ_0 , la cual está descrita por:

$$E_O(x, y) = A_O(x, y)e^{i\theta_0(x, y)} \quad (3.1)$$

Y la amplitud compleja de la onda de referencia, con amplitud A_R y fase θ_R .

$$E_R(x, y) = A_R(x, y)e^{i\theta_R(x, y)} \quad (3.2)$$

Cuando ambas ondas interfieren en el medio de grabación, tendremos la intensidad (la nomenclatura del plano (x, y) se omitirá por simplificación de escritura):

$$I = |E_0 + E_R|^2 \quad (3.3)$$

$$I = (E_0 + E_R)(E_0 + E_R)^* \quad (3.4)$$

$$I = E_R E_R^* + E_0 E_0^* + E_0 E_R^* + E_R E_0^* \quad (3.5)$$

La amplitud de transmisión del holograma H en el medio de grabación es proporcional a I :

$$H = H_0 + \beta\tau I \quad (3.6)$$

donde:

- H_0 es la transmisión de amplitud de las zonas que no son expuestas el medio de grabación,
- β es la pendiente de la amplitud de transmitancia contra las características del material fotosensible, dato proporcionado por el fabricante.
- τ es el tiempo de exposición.

Para emulsiones fotográficas β es negativa, y para medios de grabación utilizados en Holografía Digital, como lo son los sensores CCD, el término h_0 puede ser omitido.

Para la reconstrucción del holograma la amplitud de transmisión h , Ec. (3.6), tiene que ser multiplicada por la amplitud compleja de la onda de referencia:

$$E_R H = \beta\tau E_R^2 E_0^* + \beta\tau A_R^2 E_0 + [H_0 + \beta\tau(A_R^2 + A_0^2)]E_R \quad (3.7)$$

El primer término de la Ec. (3.7) es la onda de referencia multiplicada por un factor, y representa la onda sin difractar que pasa por el holograma, también llamado orden cero de difracción. El segundo término es la onda objeto reconstruida, formando la imagen virtual, el factor real $\beta\tau A_R^2$ influye solamente en el brillo de la imagen y por último el tercer término representa la imagen real del objeto.

3.2 Mediciones de desplazamiento fuera de plano

Las técnicas interferométricas aplicadas comúnmente en la medición de deformaciones en superficies o esfuerzos, dependiendo de la configuración del arreglo óptico, permiten obtener mediciones en plano o fuera de plano [15]. Un interferómetro con sensibilidad en plano será más sensible a los cambios que ocurran en la superficie del objeto en estudio, que referenciados en la Fig. 3.3 corresponde al plano x, y (2D), mientras que un interferómetro fuera de plano será más sensible a detectar las deformaciones que ocurran en el eje z (1D). Esto dependerá del tipo de iluminación que se utilice, y de la ubicación de esta respecto al plano objeto. La configuración aplicada en este proyecto, es un interferómetro con sensibilidad fuera de plano, por lo que nos enfocaremos específicamente en el análisis de esta configuración.

El desplazamiento de un punto en la superficie de un objeto deformado, se relaciona con un cambio en la fase de la luz medida en un punto de observación. Este cambio de fase es representado por un vector de desplazamiento $\vec{d}(x, y, z)$, el cual es producido por una diferencia de camino óptico (DCO).

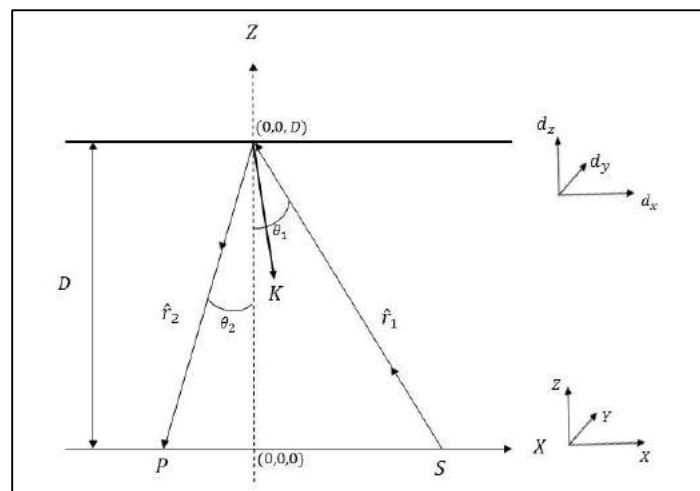


Fig. 3.3. Interferómetro con sensibilidad fuera de plano.

Para obtener este vector de desplazamiento \vec{d} , consideraremos la geometría para un interferómetro con sensibilidad fuera de plano, ver Fig. 3.3. Una fuente puntual S , posicionada en el plano $(x, y, 0)$ ilumina a un objeto ubicado en un plano paralelo (x, y, D) . La luz reflejada por el objeto es observada en el punto P , que se ubica en el mismo plano que la fuente S .

Cuando el objeto es deformado, se produce un desplazamiento, el cual es definido como:

$$\vec{d} = d_x \hat{u} + d_y \hat{v} + d_z \hat{w} \quad (3.8)$$

donde:

- \hat{u} , \hat{v} y \hat{w} son los vectores unitarios en las direcciones x, y, z .

El cambio de fase está dado por el siguiente producto escalar:

$$\Delta\phi = K \cdot d = \frac{2\pi}{\lambda} (\hat{r}_2 - \hat{r}_1) \cdot \vec{d} \quad (3.9)$$

donde:

- K es el vector de sensibilidad ($K = \frac{2\pi}{\lambda}$), con direcciones de iluminación \hat{r}_1 y de observación \hat{r}_2 .

Tomando solamente las direcciones en los planos x y z , como se ve en la geometría (Fig. 3.3), podemos reducir la Ec. (3.9) a la forma:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} [(\cos\theta_1 + \cos\theta_2) d_z + (\sin\theta_1 + \sin\theta_2) d_x] \quad (3.10)$$

Considerando que el punto de observación P se encuentra casi paralelo al eje óptico Z ($\theta_2 \approx 0$), al igual que la fuente de iluminación ($\theta_1 \approx 0$), podemos aproximar que:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (2) d_z \quad (3.11)$$

Para finalmente poder escribir el vector de desplazamiento d_z :

$$d_z = \Delta\phi \frac{\lambda}{4\pi} \quad (3.12)$$

Para este caso, un interferómetro con sensibilidad fuera de plano, que es la configuración aplicada en este proyecto, la mayor sensibilidad será en el plano z .

3.3 Interferometría holográfica

La interferometría holográfica es una técnica de importancia en mecánica experimental, que permite ser aplicada tanto a mediciones de desplazamientos dinámicos como estáticos, además de ser una técnica de no contacto (no destructiva) que posibilita realizar mediciones sin modificar la estructura tanto física como química de la muestra en análisis [16,17]. Esta técnica aplica las propiedades de interferir de la luz, el fenómeno de difracción y el método de formación de hologramas para obtener información de deformaciones en superficies, ya sean temporales (deformación elástica) o permanentes (deformación plástica) con un alto grado de sensibilidad.

En las siguientes subsecciones se describen de manera general, tres técnicas aplicadas en la interferometría holográfica; holografía de doble exposición, holografía de tiempo promedio, y holografía de modo estroboscópico. Se mencionan específicamente estas tres técnicas debido a que fueron implementadas en la parte experimental de este trabajo:

- Holografía de doble exposición: Obtención de la diferencia de fase entre los estados de reposo y deformado, para medir la deformación máxima sufrida por el objeto.
- Holografía de tiempo promedio: Identificación a priori de los modos de vibración del objeto en estudio.
- Holografía de modo estroboscópico: Habilitar la medición y seguimiento del evento dinámico (excitación acústica aplicada al objeto).

3.3.1 Holografía de doble exposición

La holografía de doble exposición es un método que permite realizar mediciones de desplazamientos de superficie, especialmente desplazamientos fuera de plano. Se capturan dos hologramas, uno en reposo (estado inicial) y el otro después de aplicar una carga (estado deformado). Al realizar la diferencia de intensidades entre ambos estados, aparecen franjas que representan los contornos de desplazamiento en las direcciones de observación. Estas franjas son producto de la interferencia producida entre los frentes de onda registrados en los hologramas (estado inicial y deformado). Este patrón de interferencia se produce como consecuencia de la deformación sufrida por el objeto, que al tratarse de ondas coherentes, los frentes de onda dejan de coincidir. Cabe mencionar que esta técnica solo puede ser aplicada a eventos estáticos.

Para demostrar matemáticamente el método de doble exposición, supongamos que en el plano holograma, en un tiempo t_1 , tenemos la amplitud compleja:

$$E_1 = A_1 e^{i\phi} \quad (3.13)$$

grabada junto con la onda de referencia E_R .

Y en un tiempo t_2 , después de aplicar una pequeña carga al objeto, tenemos la amplitud compleja:

$$E_2 = A_2 e^{i[\phi+\Delta\phi]} \quad (3.14)$$

también grabada en el plano holograma junto con la onda de referencia E_R .

Posteriormente, cuando el holograma es iluminado con la onda de referencia E_R , la irradiancia de la onda reconstruida será proporcional a:

$$I = |E_1 + E_2|^2 \quad (3.15)$$

$$I = (A_1 e^{i\phi} + A_2 e^{i(\phi+\Delta\phi)})(A_1 e^{-i\phi} + A_2 e^{-i(\phi+\Delta\phi)}) \quad (3.16)$$

$$I = A_1^2 + A_2^2 + A_1 A_2 (e^{-i(\Delta\phi)} + e^{-i(\Delta\phi)}) \quad (3.17)$$

$$I = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\Delta\phi) \quad (3.18)$$

Considerando que las amplitudes A_1 y A_2 son iguales:

$$I = 2A^2 + 2A^2 \cos(\Delta\phi) \quad (3.19)$$

, y como $I = A^2$, tenemos:

$$I = 2I[1 + \cos(\Delta\phi)] \quad (3.20)$$

La Ec. (3.20) representa la irradiancia, I , del objeto, modulado por un patrón de franjas $2[1 + \cos(\Delta\phi)]$. Los centros brillantes de las franjas son contornos de valores constantes de $\Delta\phi$ los cuales son enteros pares múltiplos de π , mientras que los centros oscuros de las franjas corresponden a enteros impares múltiplos de π . La diferencia de fase, $\Delta\phi$, está relacionada con cambios en las propiedades físicas del objeto, como puede ser: desplazamiento, tensión, compresión, flexión, temperatura, amplitud de vibración, esfuerzos, etc.

3.3.2 Holografía de tiempo-promedio

La holografía de tiempo promedio es un método holográfico, aplicado generalmente en el análisis de vibraciones, el cual permite obtener información de algunos parámetros, como lo son modelos de vibración y distribuciones de amplitud [19,20].

Este método consiste en capturar un holograma del objeto sometido a vibración, de tal forma que el tiempo de exposición de captura, sea mucho mayor al periodo de la vibración $T \gg \frac{2\pi}{\omega}$.

Tomando como referencia un punto P en el objeto, consideramos una vibración armónica del tipo:

$$A_z \cos(\omega t) \quad (3.21)$$

donde:

- A_z es la amplitud de la vibración.
- ω es la frecuencia de la vibración.

El cambio en la fase de la luz difractada en ese punto, está dada por:

$$\Delta\phi = \frac{4\pi A_z \cos(\omega t)}{\lambda} \quad (3.22)$$

De esta forma, en el plano holograma tendremos la amplitud compleja:

$$E_H = A e^{i\phi + \frac{4\pi A_z \cos(\omega t)}{\lambda}} \quad (3.23)$$

Después del proceso de grabación y reconstrucción del holograma, la amplitud compleja de la onda reconstruida será proporcional al tiempo promedio de la amplitud E_H , Ec. (3.23) sobre el tiempo de exposición T , de la siguiente forma:

$$E_{prom} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A}{T} \int_0^T e^{i\phi + \frac{4\pi A_z \cos(\omega t)}{\lambda}} dt \quad (3.24)$$

$$E_{prom} = A J_0 \left(\frac{4\pi A_z}{\lambda} \right) \quad (3.25)$$

Así, la intensidad correspondiente de la imagen reconstruida es:

$$I_{im} = A^2 J_0^2 \left(\frac{4\pi A_z}{\lambda} \right) \quad (3.26)$$

La Ec. (3.26) nos indica que la imagen reconstruida está modulada por un sistema de franjas descrito por el cuadrado de la función Bessel de primera clase y orden cero.

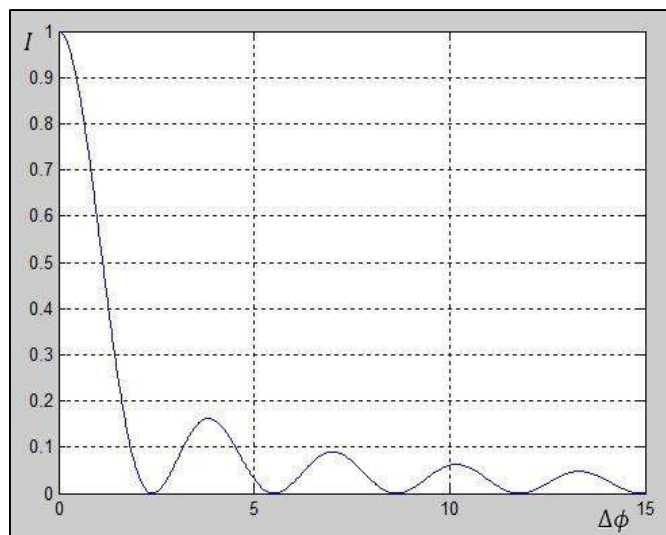


Fig. 3.4. Intensidades de tiempo promedio.

En la Fig. 3.4 se observan las variaciones de las intensidades de tiempo promedio moduladas por J_0^2 . La región más brillante de la imagen reconstruida estará dada para $\frac{4\pi A_z}{\lambda} = 0$, que corresponde a la región nodal del modo de vibración, cuando $A_z = 0$. Las franjas oscuras corresponden a cada una de las raíces de la función Bessel J_0 . El contraste de las franjas disminuye al incrementarse el orden.

3.3.3 Holografía de modo estroboscópico

La holografía de modo estroboscópico permite realizar mediciones de eventos dinámicos periódicos y hacer seguimientos de dichos eventos, habilitando la posibilidad de realizar mediciones de desplazamiento de superficie al igual que el método de holografía de doble exposición [21,22]. Por mencionar un ejemplo; obtener hologramas de estados estáticos de un objeto vibrando.

Esta técnica consiste en grabar un holograma utilizando pulsos cortos de luz láser sincronizados con la vibración del objeto, como se aprecia en la Fig. 3.5. De esta forma es posible registrar un estado de referencia del objeto en reposo, y posteriormente, iluminando con pulsos cortos, registrar el objeto en la misma posición, sin importar que se trate de un evento dinámico.

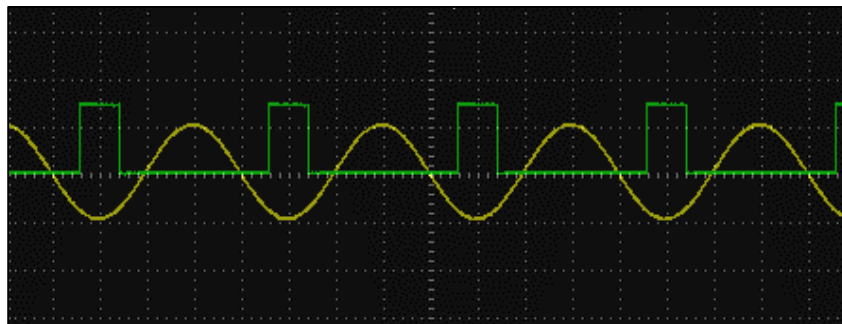


Fig. 3. 5. Sincronización de la iluminación con la vibración del objeto.

Para casos aplicados, primeramente se captura un holograma de referencia del objeto en reposo. Posteriormente, el objeto es excitado con una frecuencia de vibración periódica e iluminado estroboscópicamente con pulsos de luz láser sincronizados con la vibración. De esta forma se consigue iluminar y registrar holográficamente una sola fase del periodo de la vibración, en otras palabras, se “congela” el objeto en la misma posición (estado deformado), generalmente, cuando el objeto se encuentra en el máximo desplazamiento positivo, y en el máximo desplazamiento negativo. Finalmente, combinando ambos hologramas (estado de reposo y deformado), y si los pulsos de luz son suficientemente cortos, obtendremos un resultado similar al obtenido aplicando la técnica de holografía de doble exposición, es decir, obtendremos franjas tipo cosenoidales, como las descritas por la Ec. (3.20).

4. HOLOGRAFÍA DIGITAL

4.3 Grabación de hologramas digitales

El desarrollo actual de la tecnología ha permitido a la holografía aplicar herramientas electrónicas y computacionales, las cuales facilitan el registro y el procesamiento de imágenes.

A diferencia de la holografía clásica, en holografía digital se sustituye el medio de grabación de material fotosensible por un sensor opto electrónico, cuya información recolectada es almacenada en la memoria de una computadora para posteriormente poder ser reconstruida numéricamente [23,24].

La frecuencia espacial del patrón de interferencia generado por la superposición coherente una onda objeto y otra de referencia, está definido principalmente por el ángulo entre estas.

Para calcular la frecuencia espacial del patrón de interferencia, así como la distancia a la que se debe colocar el objeto en función a sus dimensiones, nos referenciaremos en la Fig. 4.1 que muestra una geometría típica para la grabación de hologramas digitales.

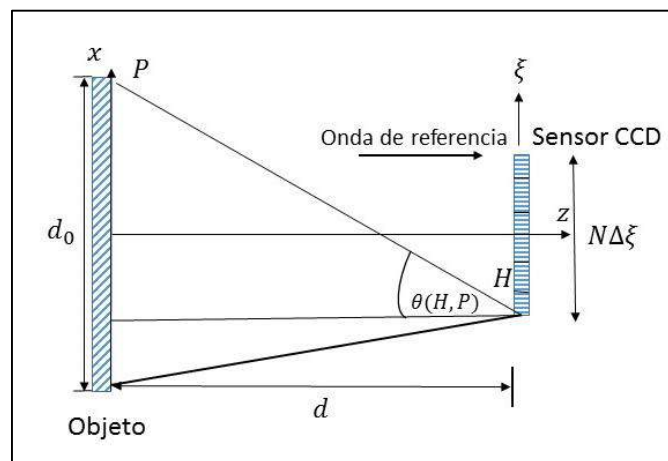


Fig. 4.1. Geometría típica para la grabación de hologramas digitales.

Un sensor CCD tiene $N \times M$ pixeles foto-sensibles, cuyas distancias entre los centros de cada uno de los pixeles en las direcciones x y y , están definidos por $\Delta\xi$ y $\Delta\eta$ respectivamente. Por conveniencia, asumimos que $N = M$ y $\Delta\xi = \Delta\eta$. Debido a la equivalencia entre las direcciones x y y , así como entre las direcciones ξ y η , podemos realizar el análisis solamente en el plano $x - z$.

La distancia p entre dos franjas de interferencia consecutivas formando el holograma en H está dada por:

$$p = \frac{\lambda}{2 \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (4.1)$$

Para garantizar un muestreo significativo de la distribución de la intensidad en el holograma, es necesario que el teorema de muestreo se cumpla. El teorema de muestreo establece que la frecuencia de muestreo debe de ser superior al doble de la máxima frecuencia a muestrear. Esto implica que el periodo p debe ser muestreado con más de dos pixeles:

$$p > 2\Delta\xi \quad (4.2)$$

El periodo puede ser expresado también en términos de frecuencia como:

$$f < \frac{1}{2\Delta\xi} \quad (4.3)$$

Considerando que el ángulo θ muy pequeño, podemos definir:

$$\operatorname{sen}\frac{\theta}{2} = \tan\frac{\theta}{2} = \frac{\theta}{2} \quad (4.4)$$

Así, de la Ec. (4.1) y Ec. (4.2) obtenemos el ángulo máximo para θ es:

$$\theta < \frac{\lambda}{2\Delta\xi} \quad (4.5)$$

Referenciándonos en la Fig. 4.1, podemos definir que la frecuencia espacial del patrón de interferencia está dada por:

$$f < \frac{2}{\lambda} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta_{max}}{2}\right) \quad (4.6)$$

Podemos observar que el tamaño de pixel $\Delta\xi \times \Delta\eta$ es importante en la determinación del ángulo máximo permisible entre la onda de referencia y la onda objeto, así mismo la resolución espacial depende del tamaño del pixel.

De igual forma, considerando la Fig. 3.3, definimos que:

$$\tan\theta = \frac{\frac{d_0 + N\Delta\xi}{2}}{d} \quad (4.7)$$

Considerando que el ángulo θ es muy pequeño, y tomando en cuenta la Ec. (4.5) del ángulo máximo, obtenemos:

$$\frac{\frac{d_0 + N\Delta\xi}{2}}{d} < \frac{\lambda}{2\Delta\xi} \quad (4.8)$$

Despejando la distancia mínima del objeto al sensor CCD en función del tamaño del objeto, tenemos que:

$$d(d_0) > \frac{(d_0 + N\Delta\xi)\Delta\xi}{\lambda} \quad (4.9)$$

Expresando de forma generalizada, podemos escribir:

$$d > d_0 \frac{\Delta\xi}{\lambda} \quad (4.10)$$

4.4 Método numérico de reconstrucción de hologramas digitales

Para realizar el análisis numérico de reconstrucción de hologramas [7,25], consideramos un objeto reflejante difusamente opaco que es iluminado por un campo de onda coherente. El contorno de la superficie del objeto puede ser denotado por $F(x, y, z) = 0$, este es iluminado por el campo de onda:

$$E(x, y, z) = |E(x, y, z)|e^{i\alpha(x,y,z)} \quad (4.11)$$

mientras que la reflexión de la superficie está descrita por:

$$b(x, y, z) = |b(x, y, z)|e^{i\beta(x,y,z)} \quad (4.12)$$

donde b y β indican la variación de amplitud y fase por la superficie.

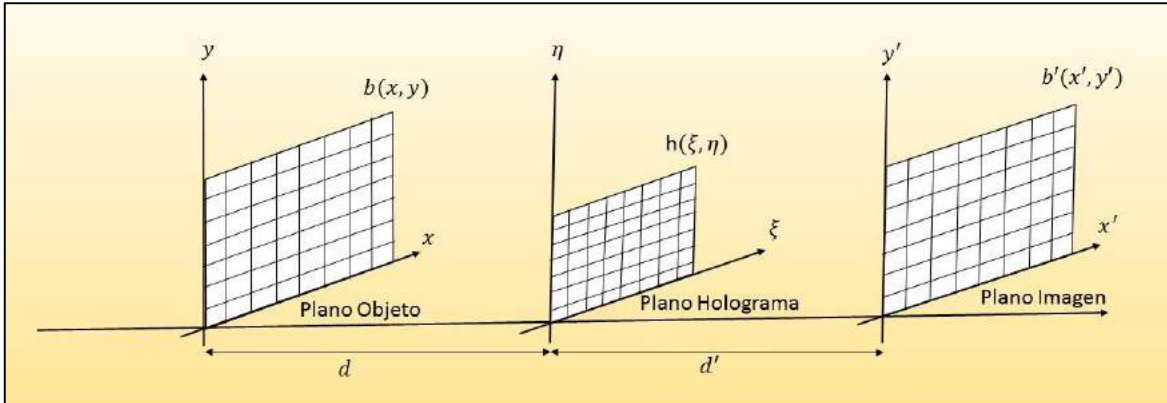


Fig. 4.2. Geometría para holografía Digital.

Tomando como referencia la geometría mostrada en la Fig. 4.2, en el plano holograma $h(\xi, \eta)$ y a una distancia d de la superficie del objeto tenemos el medio de grabación, en este caso el sensor opto-electrónico CCD. A una distancia d' del plano h y para mantener la simplicidad del análisis consideramos que la superficie del objeto es aproximadamente plana, lo que supone que z en $b(x, y, z)$ es constante.

Consideraremos primeramente la distribución de amplitud compleja $b(x, y)$ en el plano objeto. En la mayoría de las aplicaciones holográficas esta distancia del plano holograma es suficientemente lejana para que la aproximación de Fresnel pueda ser aplicada. De acuerdo a la Ec. (2.51) y la relación entre las coordenadas (ξ, η) en el plano holograma y las frecuencias espaciales (ν, μ) , Ec. (4.13) y Ec. (4.14).

$$\nu = \frac{\xi}{d\lambda} \quad (4.13)$$

$$\mu = \frac{\eta}{d\lambda} \quad (4.14)$$

Además, sustituyendo la distancia z por d , que es la distancia de propagación del plano objeto al plano holograma, tendremos:

$$B(\nu, \mu) = \frac{e^{ikd}}{i\lambda d} e^{i\pi d\lambda(\nu^2 + \mu^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} b(x, y) e^{\frac{i\pi}{d\lambda}(x^2 + y^2)} e^{-2i\pi(x\nu + y\mu)} dx dy \quad (4.15)$$

Debido a que el factor $e^{ikd}/(i\lambda d)$ no depende de las coordenadas de la frecuencia espacial, puede ser omitido.

La intensidad resultante grabada en el plano holograma (ξ, η) esta dada por la superposición de la onda de referencia con la onda reflejada por el objeto:

$$h = (B + r)(B + r)^* \quad (4.16)$$

El proceso para obtener la reconstrucción de la imagen real y virtual, es modelado numéricamente multiplicando el holograma digital h con la onda de referencia. Para obtener la imagen real es necesario multiplicar el holograma digital por el conjugado $r^*(\xi, \eta)$ de la onda de referencia. La imagen real en el plano (x', y') esta determinada por la fórmula de difracción que es aproximada por la transformada inversa de Fresnel, Ec. (2.51). La distancia z deberá ser sustituida en este caso por d' , sin embargo, para evitar confusiones y generalizar la ecuación de reconstrucción, sustituiremos por d , que es la distancia a la fue grabada el objeto, obteniendo:

$$b'(\delta, \varepsilon) = e^{\frac{i\pi}{d\lambda}(x'^2 + y'^2)} \iint h(\xi, \eta) r^*(\xi, \eta) e^{\frac{i\pi}{d\lambda}(\xi^2 + \eta^2)} e^{-\frac{2i\pi}{d\lambda}(x'\xi + y'\eta)} d\xi d\eta \quad (4.17).$$

Ahora, aplicando las sustituciones $\delta = x'/d\lambda$ y $\varepsilon = y'/d\lambda$, tenemos:

$$b'(\delta, \varepsilon) = e^{i\pi d\lambda(\delta^2 + \varepsilon^2)} \iint h(\xi, \eta) r^*(\xi, \eta) e^{\frac{i\pi}{d\lambda}(\xi^2 + \eta^2)} e^{-2i\pi(\xi\delta + \eta\varepsilon)} d\xi d\eta \quad (4.18)$$

Si sabemos que en el plano holograma tenemos las siguientes coordenadas discretas:

$$\begin{aligned} \xi &= n\Delta\xi & n &= 1, \dots, N \\ \eta &= m\Delta\eta & m &= 1, \dots, M \end{aligned} \quad (4.19)$$

la forma discretizada de la Ec. (4.18) puede escribirse como:

$$b'(n\Delta\delta, m\Delta\varepsilon) = e^{i\pi d\lambda(n^2\Delta\delta^2 + m^2\Delta\varepsilon^2)} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} h(k\Delta\xi, l\Delta\eta) r^*(k\Delta\xi, l\Delta\eta) e^{\frac{i\pi}{d\lambda}(k^2\Delta\xi^2 + l^2\Delta\eta^2)} e^{-2i\pi(\frac{kn}{N} + \frac{lm}{M})} \quad (4.20)$$

Con los parámetros dados en las ecuaciones (4.13), (4.14) y (4.19), podemos definir la anchura de los pasos en el plano objeto como:

$$\Delta x = \frac{1}{N\Delta\nu} = \frac{d\lambda}{N\Delta\xi} \quad \Delta y = \frac{1}{M\Delta\mu} = \frac{d\lambda}{M\Delta\eta} \quad (4.21)$$

Y de igual forma en el plano holograma:

$$\Delta\delta = \frac{1}{N\Delta\xi} = \frac{dx'}{d\lambda} \quad \Delta\varepsilon = \frac{1}{M\Delta\eta} = \frac{dy'}{d\lambda} \quad (4.22)$$

Así mismo, como el espacio entre pixeles en la imagen real coincide con el espacio entre pixeles en el plano objeto $\Delta x' = \Delta x$ y $\Delta y' = \Delta y$, la fórmula de reconstrucción, Ec. (4.18), puede expresarse como:

$$b'(n\Delta x', m\Delta y') = e^{i\pi d\lambda(\frac{n^2}{N^2\Delta\xi^2} + \frac{m^2}{M^2\Delta\eta^2})} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} h(k\Delta\xi, l\Delta\eta) r^*(k\Delta\xi, l\Delta\eta) e^{\frac{i\pi}{d\lambda}(k^2\Delta\xi^2 + l^2\Delta\eta^2)} e^{-2i\pi(\frac{kn}{N} + \frac{lm}{M})} \quad (4.23)$$

De aquí podemos obtener la fase calculando el argumento:

$$\phi(n\Delta x', m\Delta y') = \tan^{-1} \left[\frac{\text{Im } b'(n\Delta x', m\Delta y')}{\text{Re } b'(n\Delta x', m\Delta y')} \right] \quad (4.24)$$

El holograma digital mostrado en la Fig. 4.3 (b), fue grabado utilizando un sensor CCD de 1392x1042 pixeles, con distancia entre pixeles $\Delta x = \Delta y = 6.45\mu m$. La longitud de onda fue de 532nm. El objeto, Fig. 4.3 (a), fue colocado a una distancia $d = 288mm$ del sensor CCD.

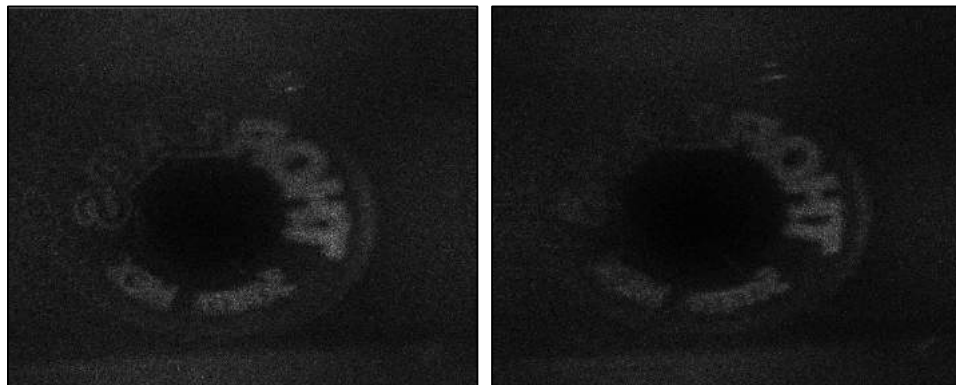


a)

b)

Fig. 4.3. a) Objeto utilizado para la grabación del holograma, b) Holograma del objeto grabado en la CCD.

La reconstrucción numérica del holograma a diferentes distancias (d), se muestra en la Fig. 4.4. Cabe mencionar que se utilizó un filtro pasa altas para poder eliminar el término de DC (en la sección 4.5 se menciona más al respecto).



a)

b)



c)

d)

Fig. 4.4. Reconstrucción numérica del holograma a distancias de a) $d = 258$ mm, b) $d = 318$ mm, c) $d = 288$ mm y d) $d = -288$ mm.

4.5 Término de DC en hologramas digitales

El término de DC, o también llamado orden cero, es un cuadro brillante que aparece en el centro del holograma, el cual representa la onda de referencia no difractada. Éste término de DC impide observar correctamente la imagen reconstruida del objeto, ver Fig. 4.5.

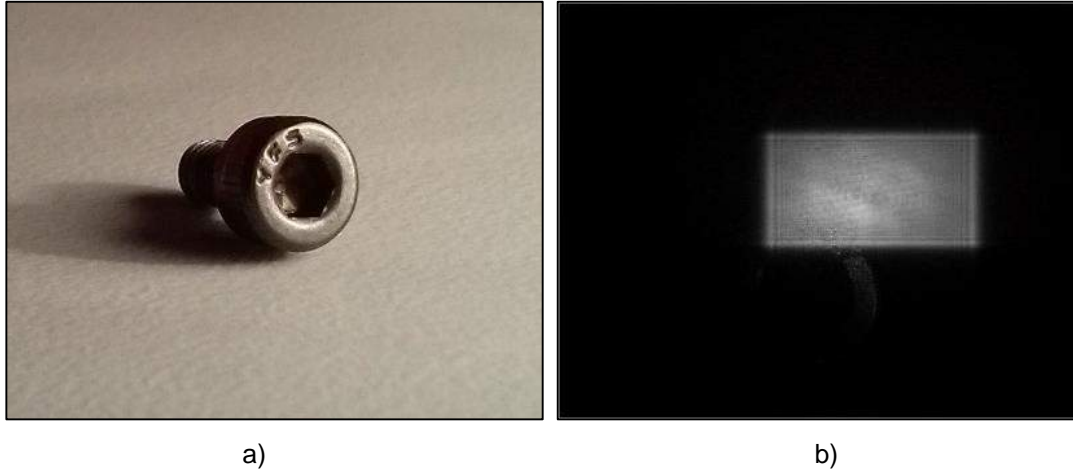


Fig. 4.5. a) Objeto utilizado para la grabación del holograma, b) Reconstrucción numérica del holograma donde se observa el término de DC.

Retomando la Ec. (3.3) que describe la intensidad que se presenta en el plano del holograma al interferir la onda objeto y la onda de referencia tenemos:

$$I(\xi, \eta) = |E_O(\xi, \eta) + E_R(\xi, \eta)|^2 \quad (4.25)$$

$$I = A_O^2 + A_R^2 + 2A_OA_R \cos(\phi_O - \phi_R) \quad (4.26)$$

Los primeros dos términos de la Ec. (4.25) corresponden al término de DC en el proceso de reconstrucción. El tercer término es la variación estadística entre $\pm 2A_RA_O$ de pixel a pixel de la CCD. La intensidad promedio de todos los pixeles del holograma es:

$$I_m = \frac{1}{MN} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} I(k\Delta\xi, l\Delta\eta) \quad (4.27)$$

Los términos $A_O^2 + A_R^2$ pueden ser suprimidos sustrayendo la intensidad promedio I_m del holograma:

$$I'(k\Delta\xi, l\Delta\eta) = I(k\Delta\xi, l\Delta\eta) - I_m(k\Delta\xi, l\Delta\eta) \quad (4.28)$$

Para $k = 0, \dots, N - 1$; $l = 0, \dots, M - 1$.

La reconstrucción de I' crea una imagen sin el término de DC.

Otra forma de suprimir el término de DC es aplicando un filtro pasa-altas con una frecuencia de corte igual a la frecuencia más pequeña diferente de cero, de manera que solo la frecuencia espacial (0,0) sea suprimida. El filtro pasa-altas estará definido por la resta de los promedios de una vecindad de 3×3 pixeles del holograma digital original (Los factores $\Delta\xi, \Delta\eta$ en los argumentos de los pixeles se omitirán por simplificación de escritura):

$$h'(k, l) = h(k, l) - \frac{1}{9}[h(k-1, l-1) + h(k-1, l) + h(k-1, l+1) + h(k, l-1) + h(k, l) + h(k, l+1) + h(k+1, l-1) + h(k+1, l) + h(k+1, l+1)] \quad (4.29)$$

Para $k = 2, \dots, N - 1$; $l = 2, \dots, M - 1$.

La Fig. 4.6 muestra la reconstrucción numérica del holograma aplicando el filtro pasa-altas; el término de DC ha sido suprimido.

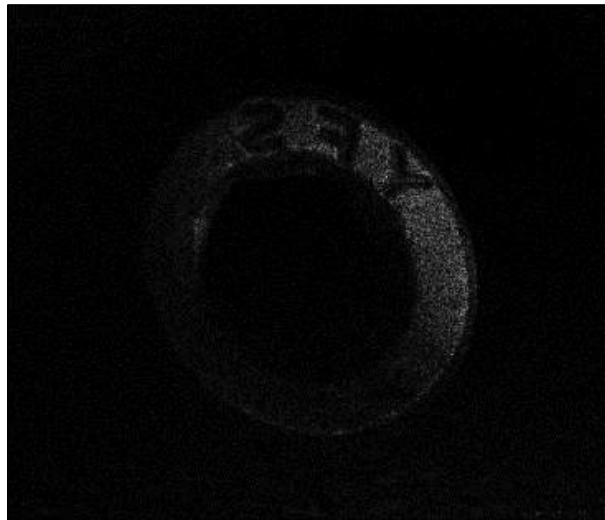


Fig. 4.6. Reconstrucción numérica del holograma, aplicando el filtro pasa-altas.

4.6 Holografía digital por desplazamiento de fase

Un método para eliminar efectivamente el término de DC, así como el término de la doble imagen, es el desplazamiento de fase. El arreglo básico utilizado en este método se observa en la Fig. 4.7. En holografía digital por desplazamiento de fase la onda objeto y la onda de referencia interfieren en la superficie de la CCD. La onda de referencia es guiada por un espejo montado en un transductor piezoeléctrico (PZT), el cual se desliza para generar el cambio de fase [26,29].

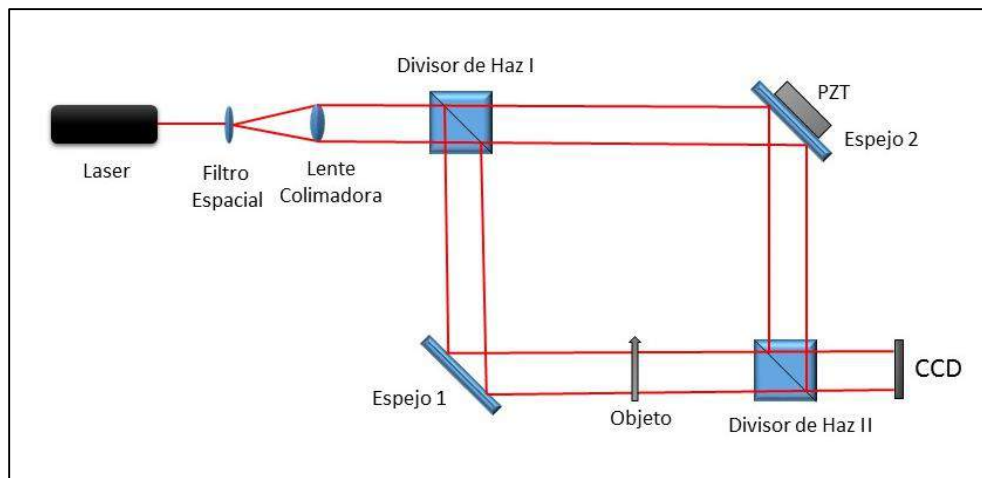


Fig. 4.7. Arreglo básico para holografía digital por desplazamiento de fase.

Existen varios métodos de desplazamientos de fase en los cuales son aplicados desplazamientos de dos pasos [30,31], tres pasos [32], cuatro pasos [26], cinco pasos [33], por mencionar algunos. La ventaja que ofrecen los métodos de mayor número de pasos respecto a los de menor número de pasos, es la reducción del error en la obtención de la fase.

En este proyecto se implementó el método de desplazamiento de fase de cuatro pasos, el cual se lleva a cabo adquiriendo cuatro hologramas con desfases de $\psi = \frac{\pi}{2}$ entre cada uno de ellos. Este algoritmo es uno de los más utilizados, aunque sin embargo, a diferencia del algoritmo de cinco pasos, es más susceptible a errores por mala calibración del dispositivo que genera los pasos (piezoeléctrico).

El error medio cuadrático (por sus siglas en inglés, RMS) de la fase utilizando cuatro pasos está en el orden de mili radianes, por lo que puede ser sacrificado por obtener una disminución en el tiempo de captura de los hologramas y procesamiento de los mismos.

Por simplicidad consideramos la onda de referencia, como una onda plana:

$$E_R(x, y) = A_R(i\psi) \quad (4.30)$$

La onda objeto, de amplitud $A_O(x, y)$ y fase $\phi(x, y)$, esta descrita por:

$$E_O = A_O(x, y)e^{i\phi(x, y)} \quad (4.31)$$

La intensidad de interferencia por lo tanto es:

$$I_\psi(x, y) = A_O^2 + A_R^2 + 2A_OA_R(x, y)\cos(\phi(x, y) + \psi) \quad (4.32)$$

Así, las cuatro intensidades de los hologramas son:

$$\begin{aligned} I_0 &= A_O^2 + A_R^2 + 2A_OA_R\cos(\phi) \\ I_{\pi/2} &= A_O^2 + A_R^2 - 2A_OA_R\sin(\phi) \\ I_\pi &= A_O^2 + A_R^2 - 2A_OA_R\cos(\phi) \\ I_{3\pi/2} &= A_O^2 + A_R^2 + 2A_OA_R\sin(\phi) \end{aligned} \quad (4.33)$$

La amplitud compleja de la imagen y la fase son calculadas como:

$$A_O(x, y) = \frac{1}{4A_R} [(I_0 - I_\pi) + i(I_{3\pi/2} - I_{\pi/2})] \quad (4.34)$$

$$\phi(x, y) = \tan^{-1} \left[\frac{I_{3\pi/2} - I_{\pi/2}}{I_0 - I_\pi} \right] \quad (4.35)$$

5. ANÁLISIS TEÓRICO DE MODOS DE VIBRACIÓN

La validación de un sistema de medición es de suma importancia debido a que es necesario comprobar la confiabilidad de este. A continuación se describirá la ecuación matemática que gobierna la vibración de una membrana circular. Esta ecuación se utiliza en este trabajo, para calcular analíticamente las frecuencias a las cuales aparecen los modos de vibración de una membrana circular con condiciones de frontera fijas.

5.1 Modos de vibración en una membrana circular

Actualmente en la literatura existen muchas aproximaciones y formulaciones con diferentes nomenclaturas para describir el comportamiento de una membrana circular vibrante. La referencia especificada en este trabajo [34] proporciona una relación matemática útil para calcular analíticamente los modos fundamentales de vibración de una membrana circular con condiciones de frontera fijas y así tener una herramienta para poder comparar las frecuencias de los modos de vibración calculadas con las del objeto estudiado mediante holografía digital como se verá en el capítulo 6.

De acuerdo a J.N.Reddy, la vibración de una membrana circular de radio a es gobernada por la ecuación de equilibrio expresada en coordenadas polares:

$$D \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega_0}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial \theta^2} \right] + k \omega_0 = q(r, \theta) \quad (5.1)$$

donde:

- D , es el módulo de rigidez de la membrana.
- k , es el módulo de elasticidad de la base donde se apoya la membrana.
- ω_0 , es la deflexión transversal de la membrana.
- q , es la distribución de carga transversal de la membrana.
- r , es el radio de la membrana.
- θ , es el ángulo azimutal.

Para calcular las vibraciones naturales de membranas delgadas se realizan diferentes consideraciones; estas consideraciones incluyen diferentes propiedades cinemáticas, esfuerzos, momentos, deflexiones y análisis de conservación de energía basadas en el principio de Hamilton. Bajo estos supuestos y considerando propiedades uniformes en el material la ecuación diferencial parcial en coordenadas polares Ec. (5.1) puede definirse como [34]:

$$D\nabla^2\nabla^2W + kW - I_0\omega^2W + I_2\omega^2\nabla^2W = 0 \quad (5.2)$$

donde:

- W , es la ecuación de deformación
- k , es el módulo de elasticidad de la base donde se apoya la membrana.
- I_0 , es la inercia principal.
- ω , es la frecuencia de vibración (rad/s).
- I_2 , es la inercia rotatoria.

El término I_2 puede ser omitido debido a las simplificaciones para el caso de una membrana circular fija en su circunferencia y demás consideraciones geométricas, lo cual facilita el cálculo de las frecuencias de los modos de vibración natural. Con esta consideración, la Ec. (5.2) puede ser simplificada como:

$$(\nabla^4 - \beta^4)W = 0 \quad (5.3)$$

donde:

$$\beta^4 = \frac{I_0\omega^2 - k}{D} \quad (5.4)$$

Definiendo que la membrana tiene condiciones de frontera fijas en su perímetro ($r = a$), una manera de resolver la Ec. (5.3) es suponiendo una solución en la forma de las series generales de Fourier de acuerdo al planteamiento de J.N. Reddy:

$$W(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} W_n(r) \cos n\theta + \sum_{n=1}^{\infty} W_n^*(r) \sin n\theta \quad (5.5)$$

Así la Ec. (5.3) es resuelta en términos de funciones de Bessel de primera clase de donde se obtienen los modos normales de vibración:

$$W_n(r, \theta) = [A_n J_n(\beta r) + C_n I_n(\beta r)] \cos(n\theta) \quad (5.6)$$

para:

- $n = 0, 1, 2, \dots$
- $n\theta = \pi/2, 3\pi/2, \dots$

A partir de la Ec. (5.4) y suponiendo $k = 0$ se obtienen cada una de las frecuencias naturales de vibración dada por [34,35]:

$$\omega_{mn} = \beta_{mn}^2 \sqrt{\frac{D}{I_0}} \quad (5.7)$$

siendo:

- $\beta_{mn} = \lambda_{mn}/a$, y λ_{mn} es la n -ésima raíz positiva de la función Bessel J_n .

donde:

- $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ es el número de líneas nodales radiales.
- $n = 1, 2, 3, \dots$ es el número de círculos nodales azimutales.

y

- $D = (E \cdot h^3) / [12 \cdot (1 - \nu^2)]$

donde:

- E , es el módulo elástico
- h , es el espesor
- ν , es el coeficiente de Poisson.

Es posible obtener los valores de λ_{mn} necesarios para calcular β_{mn} presente en la Ec. (5.7) aplicando la aproximación obtenida a partir de series asintóticas para las funciones Bessel [36]:

$$\lambda_{mn} = \theta - \frac{4m^2-1}{8\theta} \left(1 + \frac{1}{\theta} + \frac{28m^2+17}{48\theta^2} + \frac{3(4m^2-1)}{8\theta^3} + \frac{83m^4+m^2+161.19}{120\theta^4} + \dots \right) \quad (5.8)$$

donde:

- $\theta = \frac{(2n+m)\pi}{2}$ para $n \geq 1$

Las ecuaciones mostradas en esta sección son solo una herramienta que nos ayudan a calcular la frecuencia de los modos de vibración de una membrana circular sujeta a condiciones de frontera fija, y se utilizará solo para comprobar dicha frecuencia con la que se obtendrá experimentalmente. Es importante recalcar que no se profundizó en este análisis debido a que este no representa el trabajo fundamental de esta tesis.

5.1.1 Resultados Analíticos

Para métodos de validación se consideró una membrana circular de cobre, de radio de 5 mm, con límites de frontera fijos en los bordes de su circunferencia. El espesor de la hoja de cobre, de peso molecular $MW: 63.55 \text{ g/mol}$, fue de 0.025 mm, fabricada por la compañía SIGMA-ALDRICH.

Las propiedades de la membrana se presentan en la Tabla 5.1.

Propiedad	Valor	Unidades
Espesor	0.025	mm
Coefficiente de Poisson	0.34	N/D
Densidad de masa	8900	kg/m^3
Módulo Elástico	1.2×10^{11}	N/m^2

Tabla 5.1 Propiedades de la membrana de prueba de cobre

Con el propósito de hacer más interactiva la obtención de las frecuencias de vibración a la que aparecen los modos, se elaboró una interfaz de usuario utilizando el software Matlab, la cual con solo ingresar las propiedades físicas de la membrana, es posible calcular teóricamente cada una de las frecuencias en las que aparecen cada uno de los modos de vibración, así como visualizar gráficamente, desde diferentes ángulos, cada uno de ellos, ver Fig. 5.1.

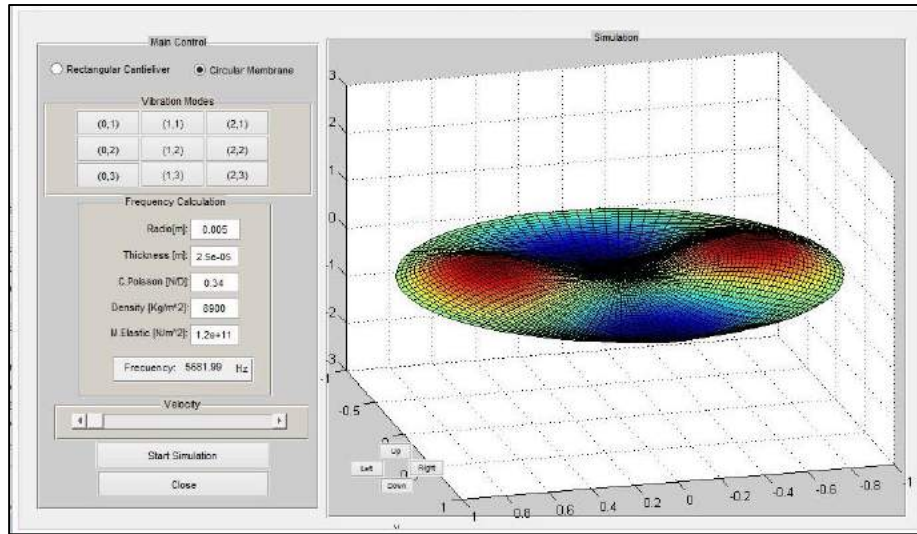


Fig. 5.1. Interfaz para el cálculo teórico de las frecuencias de vibración.

Aplicando la Ec. (5.7) obtenida en el análisis matemático para el cálculo de las frecuencias, e ingresando los valores propios de la membrana mostrados de la Tabla 5.1, se obtienen los resultados mostrados en la Tabla 5.2. En el Apéndice A se detalla un poco más sobre el algoritmo implementado en la programación.

Modo	Frecuencia	Gráfica simulada 3D
1	1830.21 Hz	
2	3761.55 Hz	
3	5681.99 Hz	
4	5681.99 Hz	

Tabla 5.2. Resultados analíticos

5.1.2 Resultados Computacionales

Para poder tener otro medio de validación se utilizó un programa computacional (Abaqus) para calcular las frecuencias a las que aparecen cada uno de los modos de vibración, aplicando el análisis por elemento finito. Para ello primeramente fue necesario crear la membrana con las dimensiones especificadas en la sección 5.1.1 y definir las propiedades del material. Debido a que el espesor de la membrana es pequeño, es recomendable trabajar con shells (cascarones) en lugar de elementos sólidos. Posteriormente se aplicaron las sujeciones de la membrana, que como se mencionó anteriormente se encuentra fija en los bordes. Lo siguiente fue definir el mallado, ver Fig. 5.2, para lo cual se utilizaron elementos cuadriláteros; en análisis modal la densidad de la malla no es un factor tan influyente en el resultado, no así el tipo de elemento de esta. Finalmente se realiza el análisis de frecuencias.

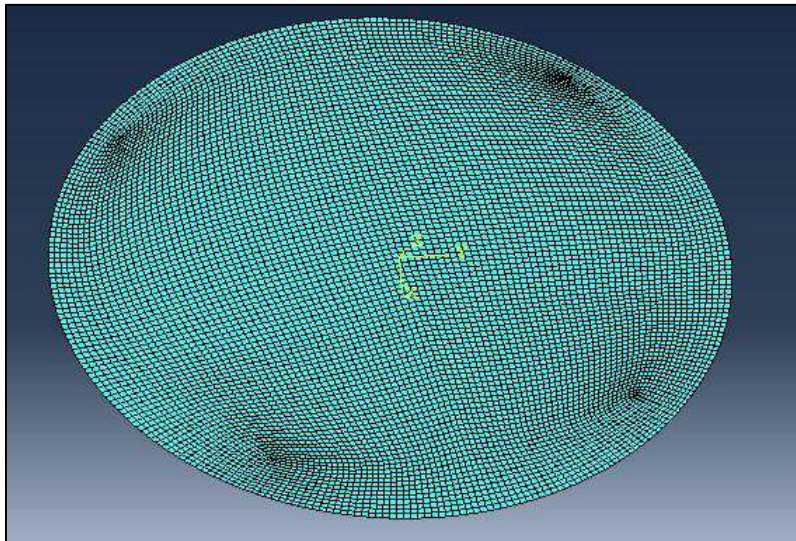


Fig. 5.2. Configuraciones preliminares para el análisis por elemento finito.

La Tabla 5.3, muestra los valores de frecuencias, resultado del análisis computacional, así como la gráfica de los desplazamientos que experimenta la membrana (los valores de los desplazamientos que muestra el software son valores normalizados).

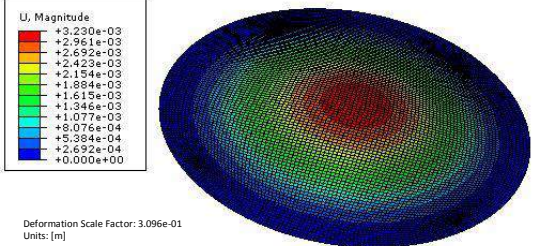
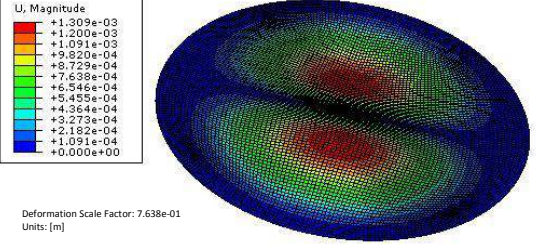
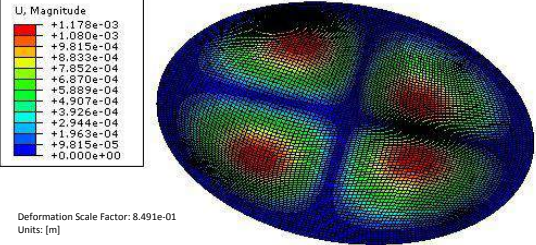
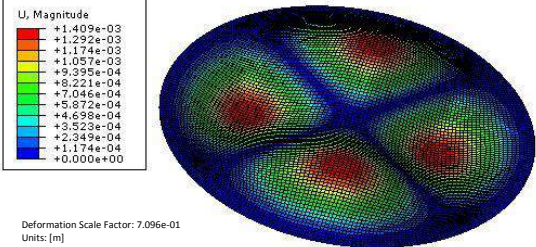
Modo	Frecuencia	Gráfica de desplazamientos 3D
1	1833.1 Hz	 <p>U, Magnitude</p> <ul style="list-style-type: none"> +3.230e-03 +2.961e-03 +2.692e-03 +2.423e-03 +2.154e-03 +1.884e-03 +1.615e-03 +1.346e-03 +1.077e-03 +8.076e-04 +5.384e-04 +2.692e-04 +0.000e+00 <p>Deformation Scale Factor: 3.096e-01 Units: [m]</p>
2	3815.9 Hz	 <p>U, Magnitude</p> <ul style="list-style-type: none"> +1.309e-03 +1.200e-03 +1.091e-03 +9.820e-04 +8.729e-04 +7.638e-04 +6.546e-04 +5.455e-04 +4.364e-04 +3.273e-04 +2.182e-04 +1.091e-04 +0.000e+00 <p>Deformation Scale Factor: 7.638e-01 Units: [m]</p>
3	6260.1 Hz	 <p>U, Magnitude</p> <ul style="list-style-type: none"> +1.178e-03 +1.080e-03 +9.815e-04 +8.833e-04 +7.852e-04 +6.870e-04 +5.889e-04 +4.907e-04 +3.926e-04 +2.944e-04 +1.963e-04 +9.815e-05 +0.000e+00 <p>Deformation Scale Factor: 8.491e-01 Units: [m]</p>
4	6264.5 Hz	 <p>U, Magnitude</p> <ul style="list-style-type: none"> +1.409e-03 +1.292e-03 +1.174e-03 +1.057e-03 +9.395e-04 +8.221e-04 +7.046e-04 +5.872e-04 +4.698e-04 +3.523e-04 +2.349e-04 +1.174e-04 +0.000e+00 <p>Deformation Scale Factor: 7.096e-01 Units: [m]</p>

Tabla 5.3 Resultados Computacionales

6. CONFIGURACIÓN EXPERIMENTAL Y RESULTADOS

Dentro de la etapa experimental, fue necesario desarrollar varios elementos precedentes, como lo fue definir el arreglo óptico, diseñar la montura para la muestra a analizar, desarrollar el software de control y adquisición de datos, y realizar el análisis de vibraciones y simulación computacional con el fin de validar el sistema.

En esta etapa experimental, se implementaron las técnicas de Interferometría holográfica (Capítulo 3), así como todo lo referente a holografía digital (Capítulo 4). La descripción del arreglo óptico, la interfaz gráfica y de control (electrónica y software de control), la adquisición y procesamiento de datos, y los resultados experimentales y su comparación con los analíticos y computacionales, se desarrollan en las secciones subsecuentes.

6.1 Sistema experimental

El sistema utilizado en el desarrollo experimental consta de tres elementos principales, el arreglo óptico, la etapa de electrónica y de control, además de una etapa de adquisición y procesamiento de datos (imágenes), Fig. 6.1.

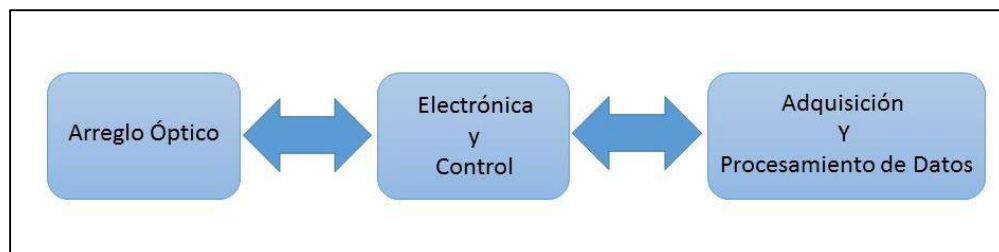


Fig. 6.1. Elementos principales del sistema experimental.

De manera generalizada, la Fig. 6.2 muestra el arreglo experimental utilizado.

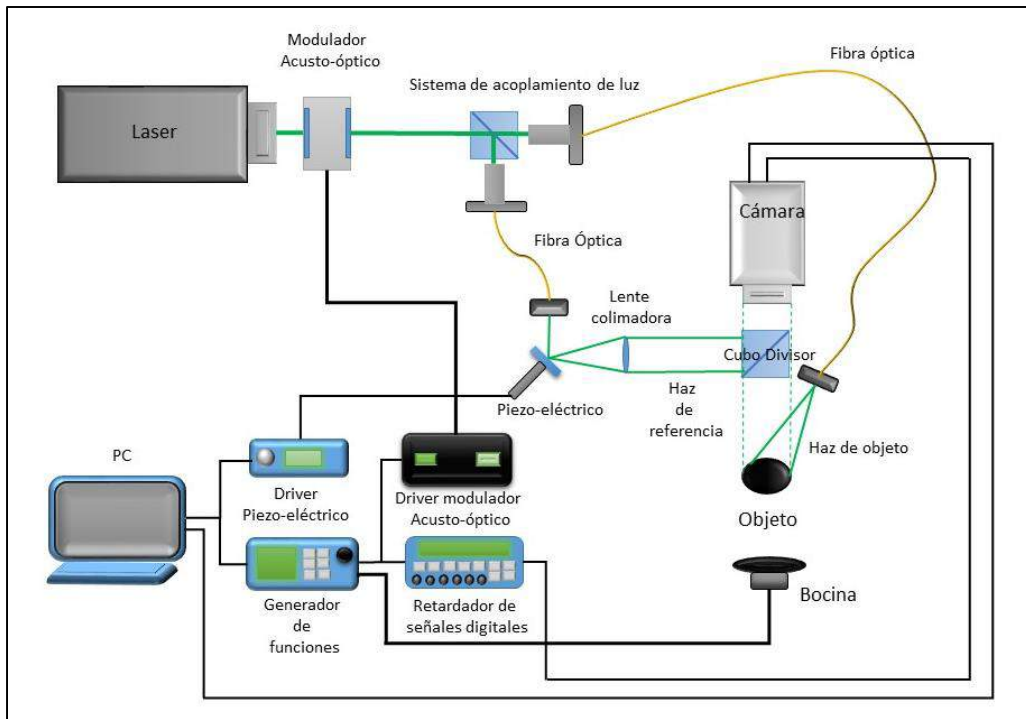


Fig. 6.2. Configuración experimental.

Los materiales y equipo utilizado en el desarrollo experimental se muestran en la Tabla 6.1.

Material y Equipo	
Cantidad	Descripción
1	Laser (50mW). Longitud de onda: 532 nm
2	Fibra óptica, mono modal, 2m.
1	Retardador de Señales digitales, STANFORD RESEARCH SYSTEMS, DG645.
1	Computadora, OS WIN XP, 32GB de RAM, Procesador Intel Xeón 2.10GHz.
1	Modulador Acusto-óptico, Gooch & Housego, MLP080-2AC-A1/ Driver Gooch & Housego.
1	Piezo eléctrico, PI P-810.30 / Driver THORLABS, MDT6846.
1	Bocina, 8 Ω, 5 W.

1	Sistema de acoplamiento de luz a fibra embebido, OZ OPTICS LTD.
1	Cubo divisor de haz (50% – 50%).
1	Cámara CCD monocromática, 1600x1200 pixeles, tamaño de pixel 4.4 μm , con comunicación USB, Pixelink, PL-B959U.
2	Monturas para fibras.
1	Generador de Funciones 2 canales, con comunicación USB, TELEDYNE, WaveStation 2052.
1	Lente convergente $d = 25 mm, f = 50 mm$.
1	Espejo planos $d = 25 mm$

Tabla 6.1. Equipo y materiales utilizados en el arreglo experimental

Como se mencionó en el capítulo 5, la muestra de estudio es una membrana de cobre. Para colocarla, fue necesario diseñar una montura que asegurara los límites de frontera de esta (*diámetro = 10 mm*) y permitiera el paso de las ondas de sonido haciéndola oscilar. El diseño preliminar y manufacturado de la montura se muestra en la Fig. 6.3.

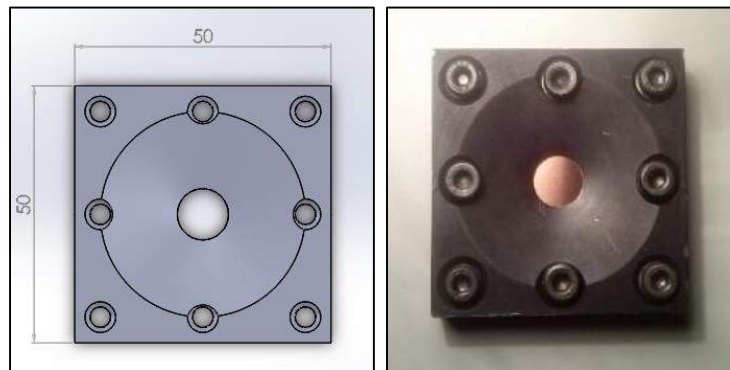


Fig. 6.3 Montura para la membrana de cobre.

6.1.1 Arreglo óptico

En la Fig. 6.4, se muestra el arreglo óptico aislado de la configuración experimental. Este tipo de arreglo, como se vio en el capítulo 3, es característico en la holografía clásica. Es un arreglo sin lente entre el objeto y el sensor CCD, lo que implica que existen restricciones en el tamaño del objeto de prueba, es decir no puede ser ni más grande ni más pequeño a lo que permita la resolución espacial del sensor CCD.

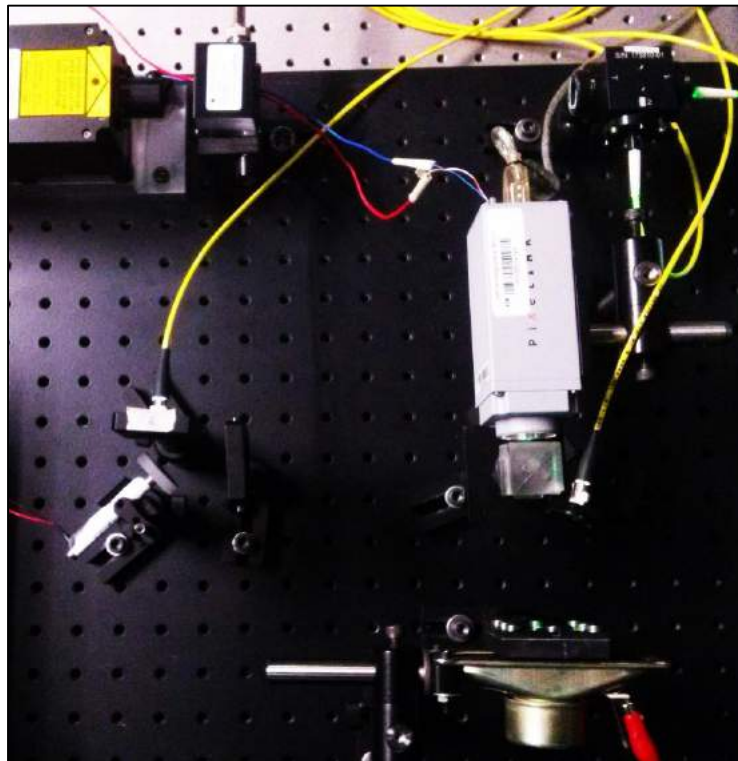


Fig. 6.4. Arreglo óptico.

El haz de luz procedente del láser, pasa a través de la ventana del modulador acusto-óptico que al estar en modo activo genera un patrón de difracción, del cual el índice +1 (mayor energía) es acoplado a las fibras ópticas, por medio de un dispositivo constituido por un cubo divisor (50% – 50%) y un par de lentes que permiten concentrar la luz en cada una de las aberturas de las fibras. Una de las dos fibras dirige la luz hacia el objeto bajo análisis, mientras que la otra dirige la luz

que servirá como referencia, no sin antes ser colimada por una lente convergente de distancia focal $f = 50 \text{ mm}$ para generar ondas planas, esto con el fin de facilitar la reconstrucción numérica de los hologramas. Finalmente la luz reflejada por el objeto y la luz de referencia se superponen por medio de otro cubo divisor, generando que la suma de los dos haces incida sobre el sensor de la cámara, mismo que enviara la información a la computadora para su adquisición y posterior procesamiento.

Un aspecto importante en el montaje del arreglo es cuidar una correcta alineación en los dispositivos de acoplamiento para garantizar el mayor porcentaje de luz acoplado a las fibras. Otro de los aspectos importantes es la relación de intensidad entre el haz de referencia y el haz objeto, de tal forma que la luz de referencia no sea ni muy tenue ni muy intensa, para garantizar una reconstrucción más nítida. Podrían establecerse como norma relaciones de amplitud entre ambos haces que permitan asegurar una correcta reconstrucción, sin embargo basado en la experiencia, en muchas ocasiones la razón entre estas intensidades es determinada empíricamente, gracias a las herramientas computacionales actuales, observando el patrón de moteado y la reconstrucción del objeto en tiempo real. Así mismo se debe de garantizar que el patrón de moteado reflejado por el objeto este bien definido, ya sea aumentando el acoplamiento de luz en la fibra que conduce el haz objeto, o aumentando el tiempo de exposición de la cámara.

6.1.2 Electrónica y Software de control

La etapa de control juega un papel importante, debido a que es la responsable de sincronizar cada uno de los procesos y de controlar cada uno de los dispositivos electrónicos involucrados en el sistema holográfico digital, para así garantizar una correcta medición. En la Fig. 6.5 se representa esquemáticamente la intercomunicación entre los diferentes dispositivos electrónicos implementados en el sistema.

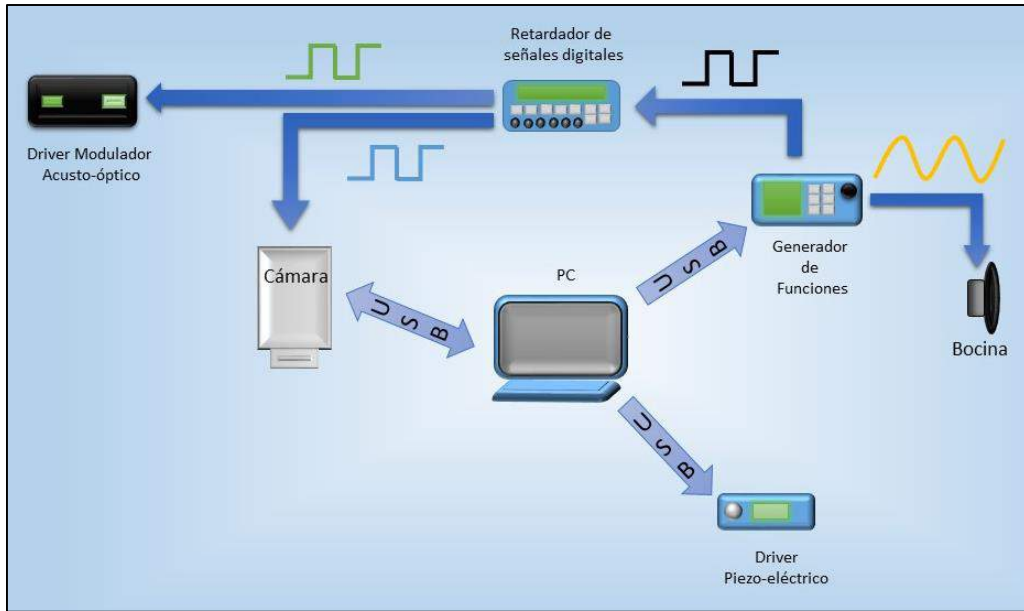


Fig. 6.5. Diagrama de comunicación entre dispositivos electrónicos.

El software de control se desarrolló en el programa Matlab. La interface de control y pre-visualización se muestra en la Fig. 6.6. Esta interface permite una fácil interacción entre el usuario y los dispositivos electrónicos (Apéndice B).

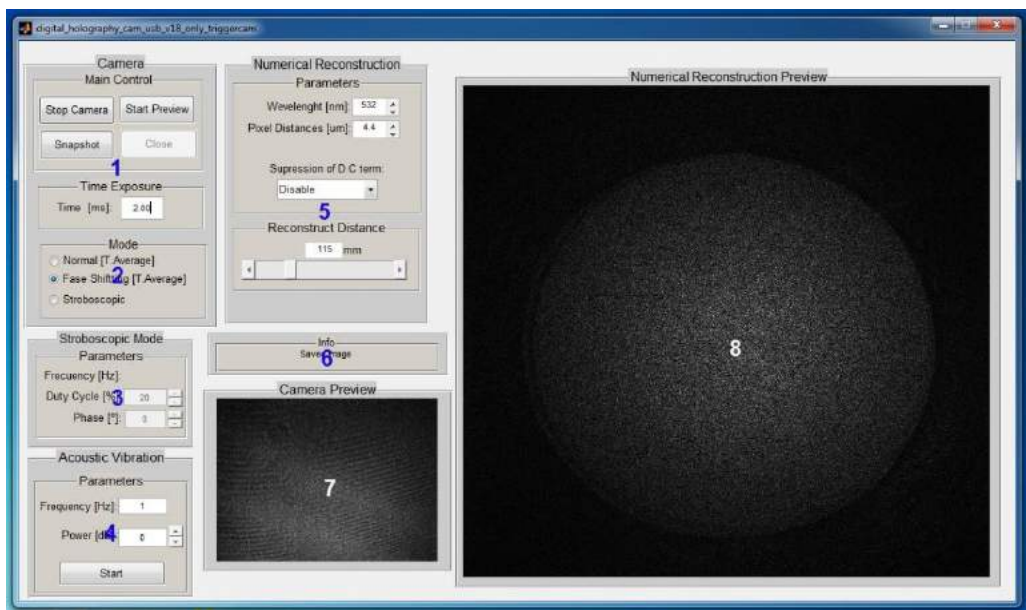


Fig. 6.6. Interfaz de control.

La interface está constituida por 8 secciones:

1. Control de la cámara. En esta sección se encuentran los botones para inicializar y detener la comunicación con la cámara, capturar un holograma o simplemente activar la pre-visualización del holograma reconstruido, además de controlar el tiempo de exposición de la cámara.
2. Modo de operación. Aquí se selecciona el modo de operación del sistema. Hay tres modos de operación; puede ser solamente la captura de un holograma (holografía de tiempo promedio), cuatro hologramas (holografía de tiempo promedio con desplazamiento de fase) o la selección del modo estroboscópico.
3. Control del modo estroboscópico. Los parámetros a modificar en esta sección son el ciclo de trabajo y la fase del pulso de luz láser respecto a la onda de vibración acústica.
4. Control de la vibración acústica. Aquí se configura la frecuencia de vibración y la amplitud de esta.
5. Reconstrucción numérica. Para llevar a cabo el proceso de reconstrucción es necesario ingresar los parámetros de la longitud de onda, tamaño del pixel y distancia de reconstrucción, mismos que son ingresados en esta sección. También se encuentra la opción para anular el término de DC aplicando un filtro pasa altas.
6. Ventana de mensajes. Indica textualmente, para fines informativos, el evento seleccionado o realizado.
7. Ventana de pre-visualización del holograma. Esta muestra el holograma a capturar, sirve como una referencia para ajustar la intensidad luminosa del haz objeto y de la referencia, así como la del tiempo de exposición de la cámara.
8. Ventana de pre-visualización de la reconstrucción numérica del holograma. Muestra la reconstrucción numérica de los hologramas capturados que son almacenados en memoria, o solo la pre-visualización sin almacenar (en tiempo real).

Dentro de la interfaz de usuario, se encuentra la opción de modo estroboscópico. Cuando el modo estroboscópico está seleccionado, una señal de sincronización es enviada a la cámara y al driver del modulador Acusto-óptico (permite generar pulsos de luz al no disponer de un láser pulsado), de tal forma que estos dos dispositivos se sincronizan con la frecuencia de la señal externa de excitación de la membrana. Las señales que sincronizan ambos dispositivos, son emitidas por el retardador de pulsos, el cual está configurado de tal manera que al recibir una señal cuadrada sincronizada con la onda sinusoidal de excitación, genera dos señales cuadradas de diferente frecuencia y con un pequeño retardo entre ellas. La señal en color azul que se observa en la Fig. 6.7, corresponde al disparo de la cámara, la señal de color verde al pulso de la luz láser (generado por el modulador Acusto-óptico) y la señal amarilla es la excitación acústica que hace oscilar la membrana.

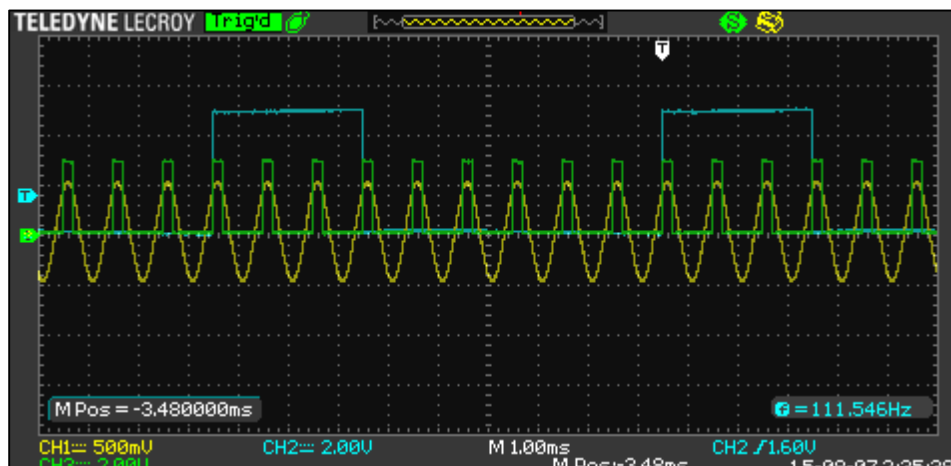


Fig. 6.7. Sincronización de señales en el modo estroboscópico.

Debido a los componentes electrónicos internos de la cámara, existe un retraso en tiempo entre la señal de control del disparo y la respuesta de esta. Para resolver este detalle, se implementó un adelanto de $19 \mu s$ en la señal de disparo (este tiempo se definió en base a diagramas de tiempo dados por el fabricante), para asegurar que la integración se lleve a cabo cuando el pulso de luz este en estado activo, ver

Fig. 6.8. Cuando hablamos de tiempo de integración, nos referimos al tiempo en el cual el sensor foto-sensible está captando luz (Apéndice C). Pasado el tiempo de integración, prosigue un tiempo de lectura y almacenamiento en el buffer de la cámara, para lo cual, en este caso en particular, definimos un tiempo de 5 *mS* entre cada señal de disparo de la cámara, tiempo suficiente para garantizar que no existan pérdidas de información en el momento del almacenamiento en buffer.

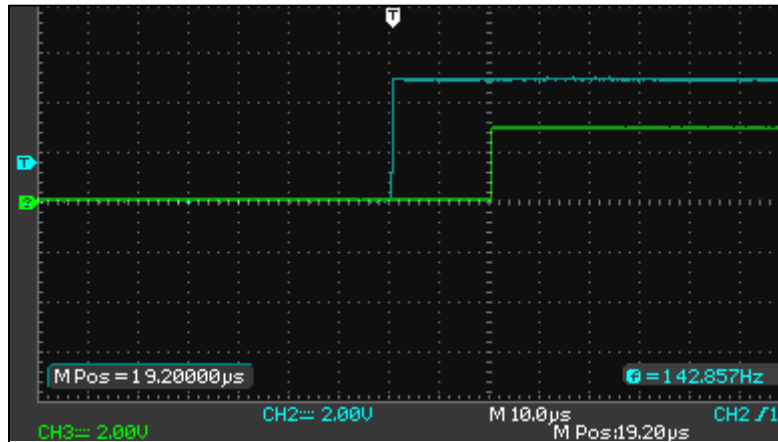


Fig. 6.8. Adelanto entre la señal de disparo de la cámara y la señal del pulso de luz.

Como se mencionó en la sección 3.3.2, la holografía de tiempo-promedio, nos permite observar un fenómeno dinámico cíclico como un promedio de las intensidades en cierto periodo de tiempo. Sin embargo para aplicaciones prácticas de medición, es necesario capturar estáticamente dicho fenómeno en algún instante de tiempo; precisamente esa es la ventaja que ofrece la técnica de holografía estroboscópica.

Las Fig. 6.9 muestran diferentes puntos de iluminación de la onda sinusoidal de excitación, con desfases de $\pi/2$, lo que permite poder “congelar” un evento dinámico periódico, que fue lo que se realizó en esta etapa experimental. Es importante señalar que estos desfases de $\pi/2$ son para obtener 4 posiciones de la deformación producida por la onda de excitación al incidir en la membrana.

De forma análoga, el seguimiento de un evento dinámico puede ser realizado solamente controlando el tiempo de exposición de una cámara ultra-rápida. En la

actualidad existen en el mercado cámaras de hasta 26 000 cuadros por segundo, velocidad suficiente para seguir la mayoría de los eventos dinámicos. No obstante, en este trabajo se decidió utilizar iluminación estroboscópica como método alternativo.

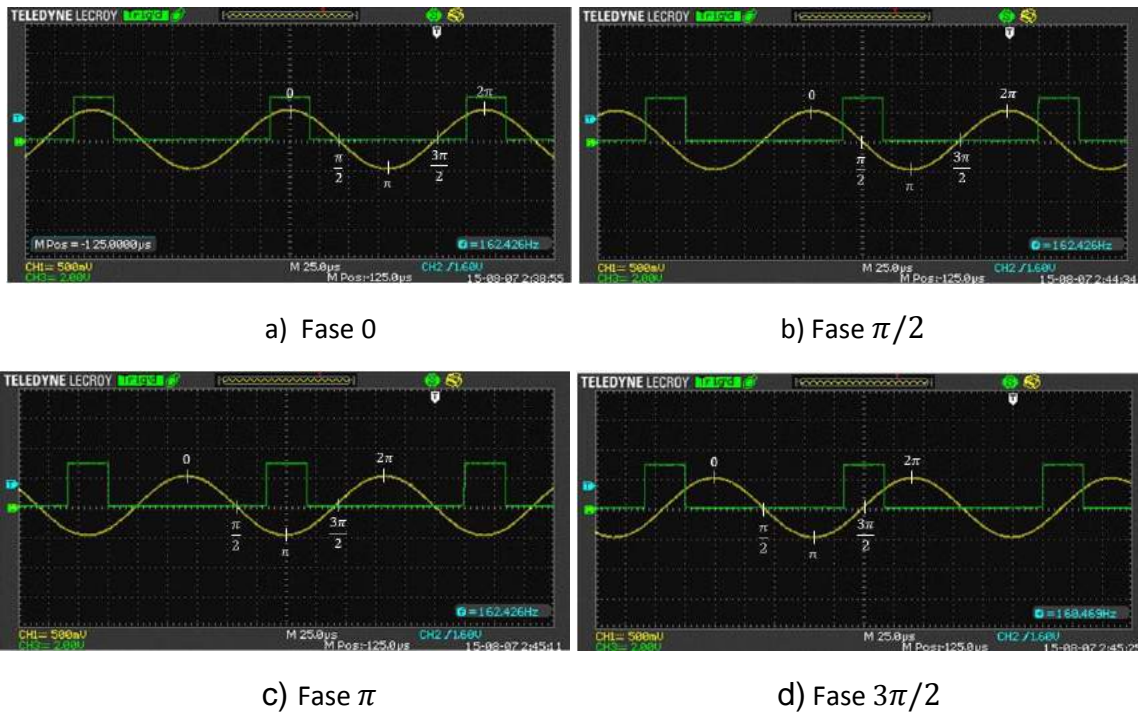


Fig. 6.9. Puntos de iluminación de una onda sinusoidal de excitación con desfases de $\pi/2$ respecto al pulso de luz láser.

6.1.3 Adquisición y procesamiento de datos

En la Fig. 6.10 se observa el diagrama de flujo general que muestra el proceso de adquisición de hologramas utilizando la interface descrita en la subsección 6.1.2.

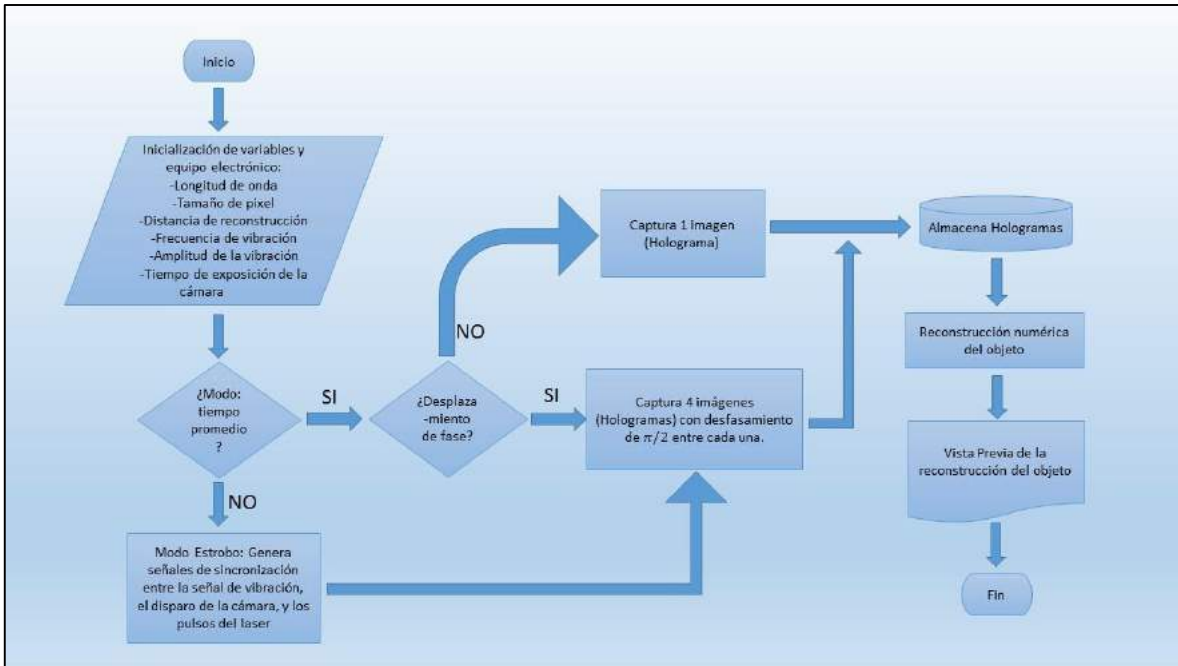


Fig. 6.10. Proceso de adquisición de hologramas.

Existen dos modos principales para adquirir los hologramas:

- Tiempo promedio: Con esta técnica es posible observar, en “tiempo real”, las franjas generadas en la membrana por la vibración, permitiendo identificar a priori cada uno de los modos de vibración (Sección 3.3.2); este modo ayuda a pre visualizar el evento dinámico.
- Modo Estrobo: Permite realizar la medición de las deformaciones de la estructura expuesta al evento dinámico, permitiendo seguir el evento al igualar la frecuencia de excitación con la frecuencia de iluminación (laser pulsado).

Para la opción de captura con desplazamientos de fase, como se mencionó en la sección 4.6, la onda de referencia es guiada por un espejo montado en un transductor piezoeléctrico, el cual se desplaza para generar los cambios de fase. En nuestro caso, para el método de cuatro pasos, se adquirirán cuatro hologramas con

desfasamiento de $\pi/2$ entre cada paso, de los cuales, aplicando la Ec. (4.32) se obtendrá la amplitud total, para finalmente realizar la reconstrucción numérica del objeto. Las características del dispositivo piezoeléctrico utilizado, así como los cálculos para obtener los voltajes correspondientes para producir los desfases de $\pi/2$, se desarrollan en el Apéndice D.

Para la opción de captura sin desplazamiento de fase, se captura un solo holograma y se aplica un filtro de promedio para eliminar el término de DC, tal como se mencionó en la sección 4.5. Esta opción se incluye en el sistema solamente para fines de visualización al momento de posicionar la membrana y realizar el barrido frecuencial para encontrar los modos de vibración. En este caso el procesamiento del algoritmo es más rápido, sin embargo, a pesar de que el término de DC es filtrado, no se obtiene una imagen limpia debido a que la imagen virtual se encuentra superpuesta con la real, cosa que no sucede al aplicar el método de desplazamiento de fase.

Posterior a la adquisición de los hologramas, la etapa de procesamiento es llevada a cabo. Para obtener la deformación sufrida por la membrana aplicando la técnica de holografía de modo estroboscópico, es necesario haber adquirido anteriormente, como mínimo, los hologramas de dos posiciones distintas de la onda de excitación (Fig. 6.9), para poder obtener una fase relativa.

El procesamiento de los datos (hologramas) posteriormente a su adquisición es descrito gráficamente en la Fig. 6.11.

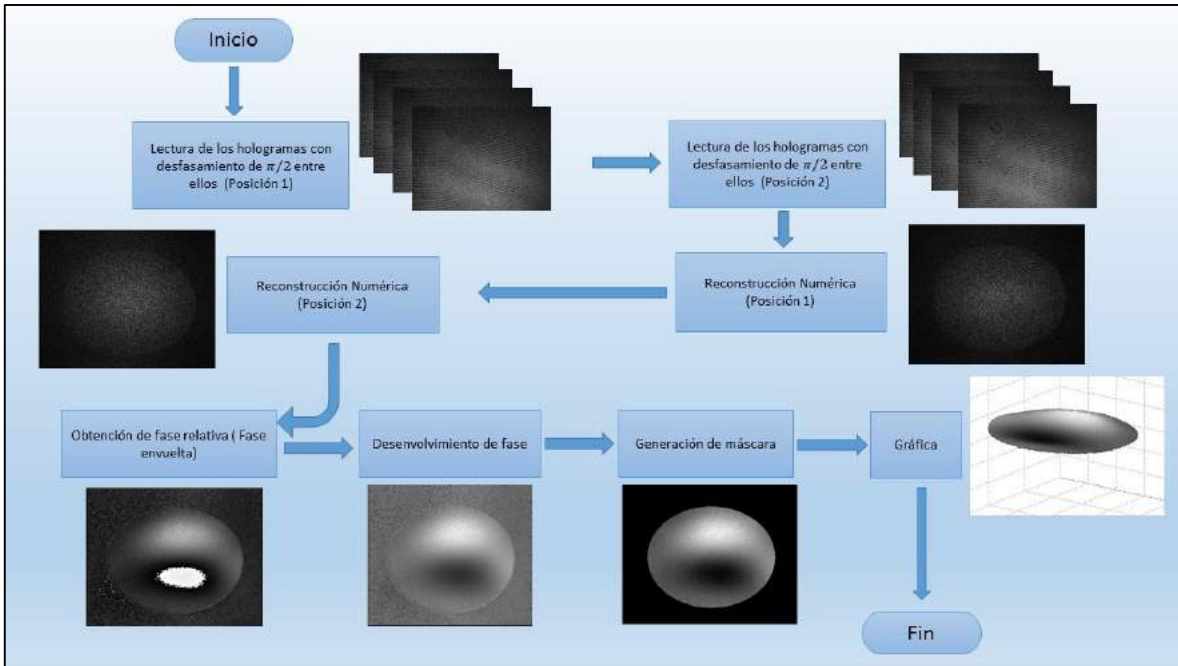


Fig. 6.11. Etapas del procesamiento de datos (hologramas).

Aplicando la Ec. (4.23) se realiza la reconstrucción numérica de los dos hologramas (posición 1 y 2), para posteriormente obtener la fase relativa entre ellos. Recordando la Ec. (4.24) para la obtención de la fase, obtenemos que la fase relativa:

$$\Delta\phi(x, y) = \phi_2(x, y) - \phi_1(x, y) \quad (6.1)$$

puede ser obtenida como:

$$\Delta\phi(x, y) = \tan^{-1} \left[\frac{Re \phi_2(x, y) Im \phi_1(x, y) - Im \phi_2(x, y) Re \phi_1(x, y)}{Re \phi_2(x, y) Re \phi_1(x, y) + Im \phi_2(x, y) Im \phi_1(x, y)} \right] \quad (6.2)$$

que es la fase envuelta, la cual, debido a la función \tan^{-1} se encuentra definida por valores entre $\pm\pi$. Para obtener los desplazamientos reales es necesario aplicar un algoritmo de desenvolvimiento de fase así como la Ec. (3.12).

6.2 Resultados experimentales

La muestra analizada, como se mencionó en capítulos anteriores, fue una membrana de cobre, de radio $r = 5 \text{ mm}$. Esta se colocó a una distancia de 115 cm del sensor de la cámara. Recordando la Ec. (4.10), para una longitud de onda de la luz $\lambda = 532 \text{ nm}$, y un tamaño de pixel $\Delta\xi = 4.4 \mu\text{m}$, tenemos que la distancia mínima a la cual se debe colocar el objeto es:

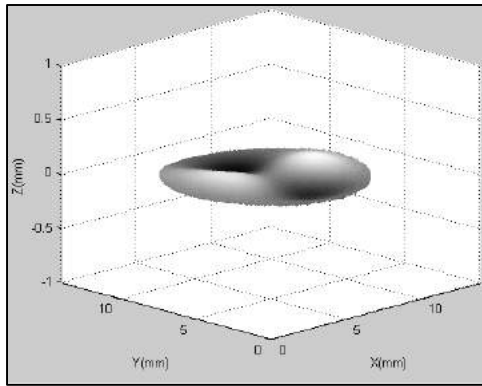
$$d > 0.010m \frac{4.4 \times 10^{-6}m}{532 \times 10^{-9}m} = 0.0827m$$

Después de colocar la muestra a una distancia adecuada, utilizando el método de tiempo-promedio, se analizó la membrana de cobre realizando un barrido a diferentes frecuencias de vibración acústica hasta encontrar los cuatro primeros modos de vibración y se capturaron cada uno de los hologramas. Las frecuencias y amplitudes a las cuales aparecieron los modos de vibración se muestran en la Tabla 6.2.

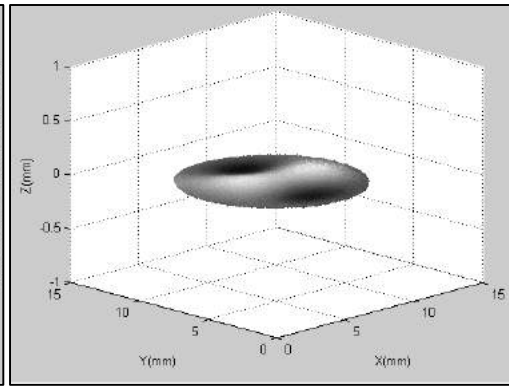
Modo	Frecuencia (Hz)	Amplitud (mV)
1	1595	300
2	3625	460
3	6045	460
4	6650	240

Tabla 6.2. Frecuencias y amplitud de cada modo de vibración.

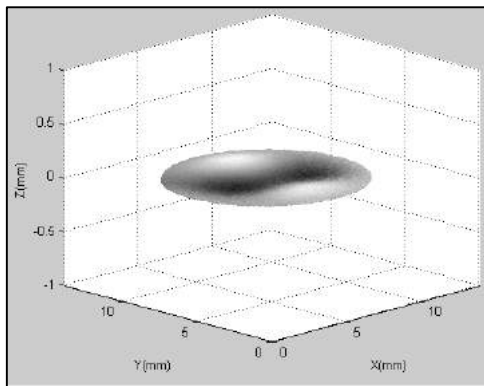
Posteriormente, para seguir el evento dinámico de la vibración y habilitar la medición de la deformación de la membrana, se implementó la técnica de holografía estroboscópica, capturando cuatro posiciones $(0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2})$ de la deformación para cada una de las frecuencias de la Tabla 6.2. Para fines de ejemplificación en la Fig. 6.12 se muestran las cuatro posiciones obtenidas para el cuarto modo de vibración.



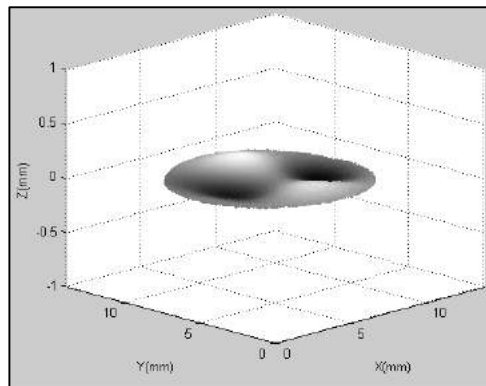
a) Fase de la vibración igual a 0



b) Fase de la vibración igual a $\frac{\pi}{2}$



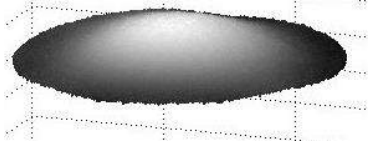
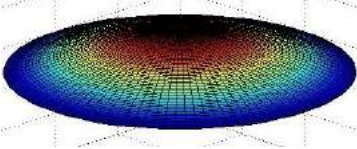
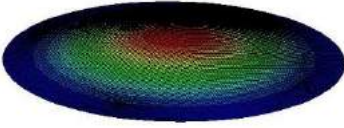
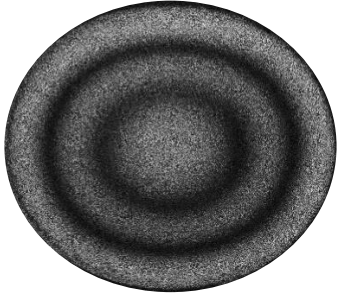
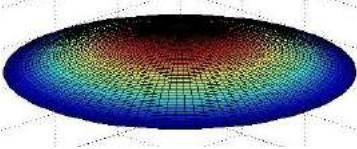
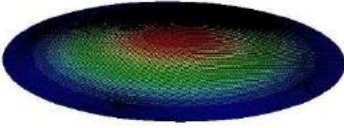
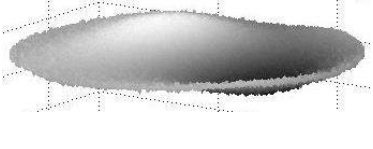
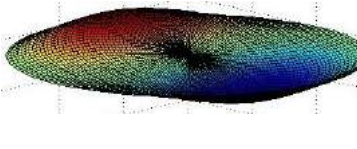
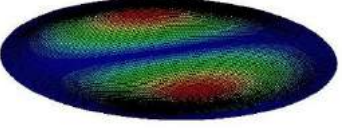

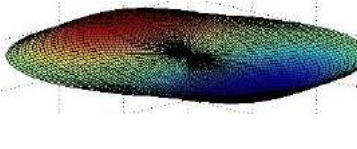
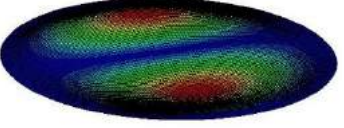
c) Fase de la vibración igual a π



d) Fase de la vibración igual a $\frac{3\pi}{2}$

Fig. 6.12. Medición de 4 posiciones de la deformación sufrida por la membrana para el cuarto modo de vibración.

Como parte de la validación del sistema, se compararon los resultados experimentales, analíticos y por AEF. Ver Tabla 6.3.

Modo	Experimental	Analítico	AEF
1			
			
	1595 Hz	1830.21 Hz	1833.1 Hz
2			
			
	3625 Hz	3761.55 Hz	3815.9 Hz

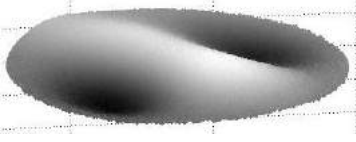
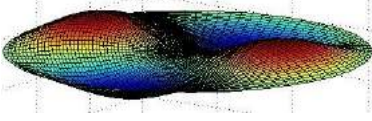
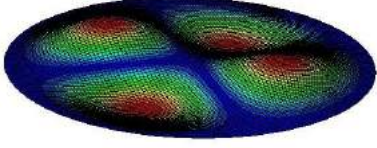
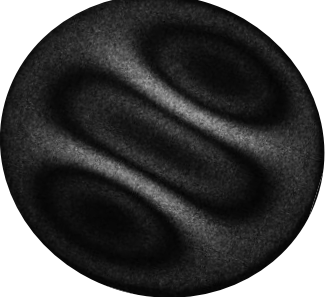
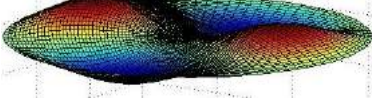
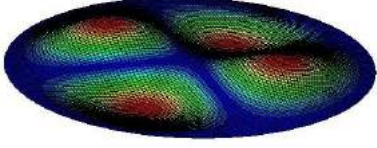
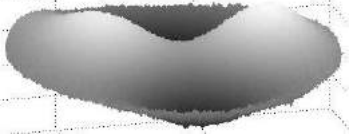
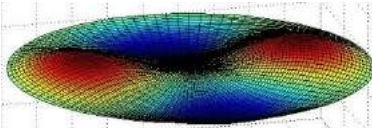
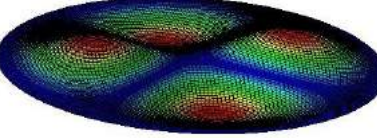

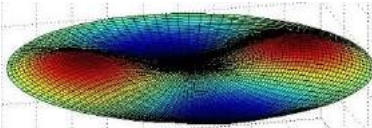
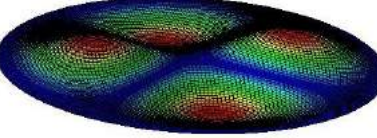
3			
			
	6045 Hz	5681.99 Hz	6260.1 Hz
4			
			
	6650 Hz	5681.99 Hz	6264.5 Hz

Tabla 6.3. Comparación de resultados experimentales, analíticos y AEF.

El porcentaje de error entre los resultados experimentales y cada elemento de validación, se muestra en la Tabla 6.4.

Modo	Analítico	Computacional
1	12.85 %	12.98 %
2	3.63 %	5.00 %
3	6.38 %	3.43 %
4	17.03 %	6.15 %

Tabla 6.4. Porcentajes de error entre el resultado experimental y los resultados analíticos y computacionales.

Se puede apreciar que algunos de los porcentajes de error que aparecen en la Tabla 6.4 son relativamente altos. Existen algunos factores los cuales pueden ser motivo de que exista esta discrepancia, uno de ellos es que la membrana fue recubierta por una película de polvo revelador, para homogenizar su superficie y anular reflexiones espurias o indeseadas, lo que significaría un aumento de la masa de la membrana. De igual manera, los análisis teóricos y simulaciones computacionales generalmente son idealizados, es decir, para facilitar el análisis, se hace omisión de algunos factores considerados despreciables, con el propósito de simplificar el sistema en estudio por ejemplo, la tensión con la que se colocó la membrana. También cabe mencionar que para el análisis teórico se consideró una sujeción fija en los bordes de la membrana, idealmente sin desplazamiento alguno en sus fronteras, lo que en la práctica genera cierta incertidumbre.

Modo	Máxima deformación (μm)
1	0.2761
2	0.2512
3	0.2403
4	0.2364

Tabla 6.5. Máxima deformación de la membrana

La máxima deformación que experimentó la membrana fue calculada con la diferencia entre el punto máximo ($fase = 0$) y el punto mínimo ($fase = \pi$) de la amplitud de la onda de vibración acústica periódica. Los resultados se muestran en la Tabla 6.5. Para obtener la deformación se implementó la Ec. (3.12), que define la relación entre el vector de desplazamiento y la diferencia de fase ($\Delta\phi$). Cabe recalcar que esta medición se realizó como una aplicación extra de la técnica implementada para la validación del sistema (que fue la motivación principal de este trabajo), sin realizar un análisis de energía para ver la correspondencia entre las amplitudes de la onda de excitación y las amplitudes de la deformación medida.

La cuantificación de la máxima deformación de la membrana circular se realizó solo con fines de mostrar las capacidades de medición del sistema holográfico. Sin embargo, es necesario un análisis físico-matemático detallado de cómo se acopla la energía sonora a la superficie de la membrana y la deforma, un objetivo que esta fuera de los alcances de este trabajo. Sin embargo, la información presentada en la Tabla 6.5 es suficiente y consecuente para mostrar cómo se distribuye la amplitud de la deformación conforme aumentan los modos de vibración, es decir, a mayor número de modos la amplitud pico a pico tiende a disminuir como es de esperarse.

7. CONCLUSIONES Y TRABAJO A FUTURO

En el presente trabajo se implementó un sistema óptico basado en la técnica de holografía digital, para identificar y medir los modos normales que aparecen en una membrana circular de cobre al ser sometida a una vibración mecánica. Esto con la finalidad de validar el sistema para ser utilizado en la caracterización de algunos sensores piezoeléctricos y componentes de sistemas micro-electro-mecánicos utilizados en instrumentos de medición, equipos de telecomunicaciones, equipos médicos, y aplicaciones industriales variadas.

Se realizó el análisis matemático para calcular teóricamente cada una de las frecuencias en las que aparecen cada uno de los modos de vibración de acuerdo a las dimensiones y propiedades del material de la membrana analizada. Además se programó una interfaz para visualizar gráficamente, desde diferentes ángulos, la simulación de cada uno de los modos.

Se validó el sistema de manera analítica, por AEF y experimentalmente, demostrándose la validez de los resultados obtenidos.

También se programó una interfaz de usuario para facilitar la captura de los hologramas así como su pre visualización, además de facilitar la comunicación del usuario con los diferentes dispositivos electrónicos integrados al sistema de medición.

Aplicando la técnica de holografía de tiempo promedio, fue posible identificar la frecuencia a la cual aparecen cada uno de los modos de vibración natural, mismos que están relacionados con las propiedades físicas de los materiales. De esta forma es posible caracterizar membranas (obtener el coeficiente de Poisson, la densidad de masa, el módulo elástico, etc.) de diferentes materiales.

El uso de la técnica de holografía de modo estroboscópico, demostró una buena resolución en las mediciones, ya que permitió medir un evento dinámico y obtener datos de deformaciones menores a $0.5 \mu m$, sin necesidad de contar con una cámara ultra-rápida, pero requiriendo de un sistema electrónico y de control más robusto

que permitiera una sincronización entre las señales de vibración, iluminación y captura.

En esta primer etapa se realizó la validación del sistema, así como la medición de la deformación correspondiente a cada modo de vibración utilizando la técnica de holografía digital estroboscópica. La etapa posterior a este trabajo de tesis, como se mencionó en la parte introductoria, será la caracterización de algunos sensores piezoeléctricos y componentes de sistemas micro-electro-mecánicos utilizando la técnica propuesta y haciendo las adecuaciones necesarias, como lo es anexar lentes de amplificación.

Cabe destacar que el alcance del sistema de poder realizar mediciones a eventos estáticos así como dinámicos abre una ventana más amplia de aplicaciones en el campo de pruebas ópticas con y sin contacto.

Finalmente, como trabajo a futuro se desea mejorar la interfaz, haciéndola más dinámica e intuitiva para el usuario, además de mejorar la eficiencia de cada uno de los algoritmos con el fin de reducir los tiempos de procesamiento. También se desea diseñar y ensamblar un sistema más compacto, robusto y de bajo costo, para hacer más viable la aplicación de la técnica en ambientes industriales. De igual forma se planea realizar mediciones de elementos micrométricos, como lo son cantilevers por mencionar un ejemplo, inferiores a la membrana milimétrica usada en este proyecto como elemento de prueba y caracterización.

BIBLIOGRAFIAS Y REFERENCIAS

[1] P. Ochoa, M. Villegas, J.F. Fernández, "Piezocomposites metal cerámica como elementos activos en acelerómetros", Bol. Soc. Esp. Ceram. V., 41[1] 126-130, (2002).

[2] J.A. Casals, A. Albareda, R. Pérez, F. Montero de Espinosa, "Caracterización no lineal con excitación a ráfagas de transductores de potencia con piezocomposites 1-3 para emisión en aire", Bol. Soc. Esp. Ceram. V.,41[1] 102-106, (2002).

[3] J.L. Pedreño, A. Guerro, J. López "Estudio de los sensores táctiles artificiales aplicado a la robótica de agarre", Universidad Politécnica de Cartagena, (2000).

[4] H. Fujita, "A decade of MEMS and its future", Micro Electro Mechanical Systems, (1997).

[5] S.E. Lyshevski, "Micro-electromechanical systems: motion control of micro-actuators", Decision and Control, (1998).

[6] D. Malacara, "Óptica Básica", 2da Edición, México:FCE, pp 182-183,196-200, (2004).

[7] T. Kreis, "Handbook of Holographic Interferometry", Wiley-Vch, pp 13-14,17-21,93-97, (2005).

[8] J.A. Ogilvy, "Theory of Wave Scattering from Random Rought Surfaces", Institute of Physics Publishing, Bristol, (1991).

[9] J.W. Woodman, "Statistical Properties of Laser Speckle Patterns" en J.C,Dainty,"Laser Speckle and Related Phenomena", 2da Edición, Springer-Verlag, Berlin, pp 9-75, (1984).

[10] A. Sommerfield. Optics,volumen IV de "Lectures on Theoretical Physics", Academic Press, New York, NY, (1981).

[11] J.W. Woodman, "Introduction to Fourier Optics", McGraw-Hill, pp 42-46, 65-67, (1968).

[12] D. Gabor, "A new microscopic principle", Nature,161, 777-778, (1948).

[13] D. Gabor, "Microscopic by reconstructed wavefronts",Proc.Royal Society A,197: 454-487, (1949).

[14] D. Gabor, "Microscopic by reconstructed wavefronts:II",Proc.Royal Society B,64: 449-469, (1951).

- [15] Farrant D I and Petzing J N “Sensitivity errors in interferometric deformation metrology”, *Appl. Opt.* 42 5634–41, (2003).
- [16] C.M. Vest, “Holographic Interferometry”, John Wiley & Sons, New York, (1979).
- [17] J. Janta and M.Miller. “Holographic vibration analisis”, en R.K.Erf, “Holographic Non-Destructive Testing”, pp181-220, (1974).
- [18] J.E. Sollid, J.B. Swint. “A determination of the optimum beam ratio to produce máximum contrast photographic reconstruction from double-exposure holographic interferograms”. *Appl.Opt.*, 9(12):2717-2719, (1970).
- [19] R.L Powell, K.A. Stetson. “Interferometric vibration analysis by wavefront reconstruction”. *Journ. Opt. Soc. Amer.* 55:1593-1598, (1965).
- [20] R.J. Pryputniewicz. “Time-average holography in vibration analysis”. *Opt.Eng.*, 24:843-848, (1985).
- [21] P.Hariharan, B.F. Oreb, C.H. Freund. “Stroboscopic holographic interferometriy: mesuarements of vector components of a vibration”, *Appl. Opt.*, 26 (18):3899-3903, (1987).
- [22] P.Sajenko, C.D. Johnson.“Stroboscopic holographic interferometriy”. *Appl. Phys. Lett.*, 13:44-46, (1968).
- [23] Th.V.Higgins. “The technology of image capture”, *Laser Focus World*, 30(12):53-60, (1994).
- [24] W.S. Boyle y G.E. Smith., “Charge coupled semiconductor devices”, *Bell Systems Tech, Journ.*,49:587-593, (1970).
- [25] U.Schnars, W.Jueptner, “Digital Holography: Digital Hologram Recording, Numerical Reconstruction and Related Techniques, Springer-Verlag, Alemania, pp 44-48, (2005).
- [26] I. Yamaguchi y T. Zhang, “Phase_shifting digital holography”, *Opt.Lett* 22, 1268-1270, (1997).
- [27] T.Zhang y I.Yamaguchi, “Three- Dimensional microscopy with phase_shifting digital holography”, *Opt.Lett* 23(15): 1221-1223, (1998).
- [28] I.Yamaguchi, J.Kato,S.Ohta y J.Mizuno, “Image formation in phase-shifting digital holography and applications to microscopy”, *Appl.Opt.*40,6177-6186 (2001).
- [29] C.S Guo, L.Zhang,H.T. Wang, J.Liao, y Y.Y. Zhu, “Phase-shifting error and its elimination in phase-shifting digital holography”,*Opt.Lett.* 27,1687-1789 (2002).

- [30] C.S. Guo, L. Zhang, H.T. Wang, J. Liao, and Y.Y. Zhu, "Phase-shifting error and its elimination in phase-shifting digital holography," *Opt. Lett.* 27, 1687–1689,(2002).
- [31] P.Y. Guo and A.J. Devaney, "Digital microscopy using phase-shifting digital holography with two reference waves," *Opt. Lett.* 29, 857–859,(2004).
- [32] I. Yamaguchi, J. Kato, S. Ohta, and J. Mizuno, "Image formation in phase-shifting digital holography and applications to microscopy," *Appl. Opt.* 40, 6177–6186, (2001).
- [33] J. Schwider, R. Burow, K.E. Elsser, J.Grzanna, R. Spolaczyk, K.Merkel, "Digital wave-front measuring interferometry: some systematic error sources", *Appl. Opt.* 22, 3421-3432, (1983).
- [34] J.N. Reddy, "Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells". Taylor and Francis Group, pp.151,200-203. (2007).
- [35] M. Geradín, D.J. Rixen, "Mechanical Vibrations: Theory and Application to Structural Dynamics", 4ta Ed., John Wiley & Sons,INC, pp.207,224, (1994).
- [36] McLachlan, N.W. "Bessel Functions for Engineers", Oxford University Press. Amen House, London E.C.4., (1961).

APÉNDICES

Apéndice A: Simulación de resultados analíticos con Matlab.

En la sección 5.1 de esta tesis se dedujo la ecuación para obtener las frecuencias a las cuales aparecen cada uno de los modos de vibración en la membrana y se hizo mención de la interface programada con el propósito de calcular cada una de las frecuencias y visualizar más interactivamente cada uno de los modos.

La interface se programó usando el software Matlab. De forma general el código esta seccionado en 2 partes, el cálculo de la frecuencia y la simulación gráfica.

- **Cálculo de frecuencia**

- Definición de las propiedades de la membrana:

```
%Propiedades de la membrana de cobre
r=5e-3; %radio de la membrana [m]
d=8900; %Densidad de masa [kg/m^2]
v=0.34; %Coeficiente de Poisson [0.34]
h=2.5e-5; % Espesor[m]
E=120e9; % Modulo de elasticidad [N/m^2]
```

- Función para calcular la frecuencia:

```
function [ f ] = get_frecuency(r,d,E,h,v,m,n)

theta=((2*n+m)*pi)/2;
lambda=theta-(((4*m^2)-1)/(8*theta))*
((1+(1/theta)+((28*m^2*17)/(48*theta^2)))+(3*(4*m^2-
1))/(8*theta^3))+(((83*m^4)+(54.5*m^2))+161.19)/(120*theta^4));
I0=d*h;
D=(E*(h^3))/(12*(1-(v^2)));
w=((lambda^2)/(r^2))*sqrt(D/I0);
f=w/(2*pi);
end
```

- **Simulación Gráfica**

- Calculo de raíces de Bessel:

```
%Calculo de raices J0(x)
f=@(x) besselj(0,x);
for n=0:3
J0(n+1)=fzero(f,2.4+n*pi);
end
```

```

%calculo de raíces J1(x)
f=@(x) besselj(1,x);
for n=0:3
J1(n+1)=fzero(f,4+n*pi);
end

%calculo de raíces J2(x)
f=@(x) besselj(2,x);
for n=0:3
J2(n+1)=fzero(f,5.2+n*pi);
end

%calculo de raíces J3(x)
f=@(x) besselj(3,x);
for n=0:3
J3(n+1)=fzero(f,6.3+n*pi);
end

```

- Definición de parámetros de la membrana circular y graficación:

```

alpha=J0(1);
R=1; %radio de la membrana circular (declaramos radio unitario)
rad=0:0.02:R;
ang=0:pi/50:2*pi;
[rad,ang]=meshgrid(rad,ang);
x=rad.*cos(ang);
y=rad.*sin(ang);
P=0.5;
for t=0:vel:P
z = besselj(n,alpha*rad/R) .*cos(n*ang) *cos(2*pi*t/P);
surf(x,y,z)
end

```

Apéndice B: Comunicación serial

En este apartado se mostrara la inicialización en Matlab de los diferentes dispositivos electrónicos (Tabla B.1), acoplados en el sistema implementado en este trabajo de tesis.

Dispositivos Electrónicos
-Retardador de Señales digitales, STANFORD RESEARCH SYSTEMS, DG645.
-Driver de Modulador Acusto-óptico Gooch & Housego.
-Driver de actuador piezoeléctrico THORLABS, MDT6846.
-Cámara CCD monocromática, con comunicación USB, Pixelink, PL-B959U.
-Generador de Funciones 2 canales, con comunicación USB, TELEDYNE, WaveStation 2052.

Tabla B.1. Dispositivos electrónicos

- Driver de actuador piezoeléctrico THORLABS, MDT6846:

```
% Encuentra objeto en puerto serial.
obj1 = instrfind('Type', 'serial', 'Port', 'COM3', 'Tag', '');
% Crea el objeto en puerto serial si este no existe
if isempty(obj1)
    obj1 = serial('COM3');
else
    fclose(obj1);
    obj1 = obj1(1)
end
% Conecta el objeto, obj1
fopen(obj1);
% Configura instrumento, obj1.
set(obj1, 'BaudRate', 115200);
```

- Generador de Funciones 2 canales, con comunicación USB, TELEDYNE, WaveStation 2052:

```
% Encuentra un objeto VISA-USB.
obj2 = instrfind('Type', 'visa-usb', 'RsrcName',
'USB0::0x05FF::0x0A21::LCRY2361C01027::0::INSTR', 'Tag', '');
% Crea el objeto VISA-USB si este no existe
if isempty(obj2)
    obj2 = visa('NI',
'USB0::0x05FF::0x0A21::LCRY2361C01027::0::INSTR');
else
```



```

        fclose(obj2);
        obj2 = obj2(1)
    end
    % Conecta con el objeto instrumento, obj2.
    fopen(obj2);

```

- Retardador de Señales digitales, STANFORD RESEARCH SYSTEMS, DG645:

```

% Encuentra objeto en puerto serial.
obj3 = instrfind('Type', 'serial', 'Port', 'COM4', 'Tag', '');
% Crea el objeto VISA-USB si este no existe
if isempty(obj3)
    obj3 = serial('COM4');
else
    fclose(obj3);
    obj3 = obj3(1)
end
% Conecta con el objeto instrumento, obj3.
fopen(obj3);
set(obj3, 'BaudRate', 9600);

%Reinicia las configuraciones iniciales del instrumento
fprintf(obj3, '*RST');
fprintf(obj3, '*CLS');

```

- Cámara CCD monocromática, con comunicación USB, Pixelink, PL-B959U:

```

% Acceso al dispositivo de adquisición de imagen
vidobj= videoinput('winvideo',1, 'Y800_1600x1200'); %define format
vidRes = get(vidobj, 'VideoResolution');
imageRes = fliplr(vidRes)
src = getselectedsource(vidobj);
axes(handles.axes2)
axis off
hImage = imshow(zeros(imageRes));

% Activa la vista previa.
preview(vidobj, hImage);

```

Apéndice C: Cámara PixeLINK PL-B959U USB

Algunas de las especificaciones y características importantes de la cámara PixeLINK PL-959U utilizada en este proyecto se muestran a continuación.

C1.- Características del sensor, rendimiento y especificaciones de la cámara

Las características del sensor CCD que posee la cámara se observan en la Tabla C.1.

Sensor	Sony ICX274
Tipo	Inter Line Transfer (ILT)
Resolución	1600 × 1200 pixeles
Tamaño de pixel	4.4 μm
Área Activa	7.04mm × 5.28 mm-8.8 mm diagonal
Tasa de datos máxima	36 MHz

Tabla C.1. Características del sensor

Algunas de las especificaciones y rangos de la cámara en modo monocromático se expresan en la Tabla C.2, mientras que en la Fig. C1, se puede observar la curva de respuesta a diferentes frecuencias que tiene la cámara en modo monocromático.

Respuesta	11.3 – 80.4 DN/(nJ/cm²)
FPN	< 0.5%
PRNU	< 2.5
Ruido de lectura	17.2 DN
Rango dinámico	47.5 dB
Profundidad de Bit	8 & 12 bits
Rango de exposición	54 μs a 10 s en modo: <i>free running</i> 54 μs a 10 s en modo: <i>triggered</i>
Ganancia	0 dB a 15.8 dB en incrementos de 19.

Tabla C.2. Especificaciones de la cámara en modo monocromático.

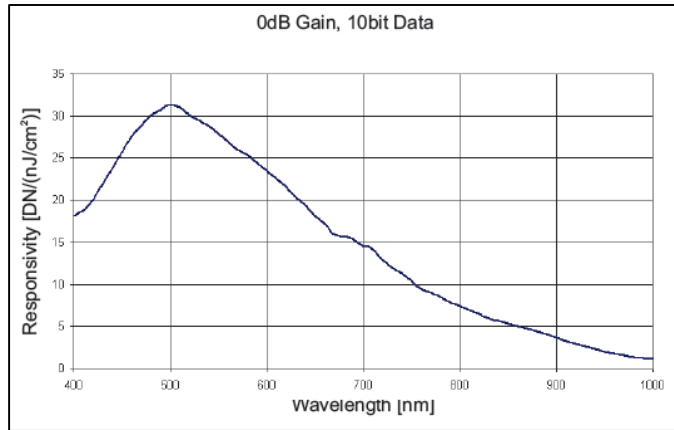


Fig. C.1. Respuesta a diferentes frecuencias de la cámara en modo monocromático

C2.-Características mecánicas

Dimensiones	118.75 × 50 × 41mm
Peso	238 g

Tabla C.3. Características mecánicas de la cámara

C3.- Interface

Este modelo de cámara ofrece la posibilidad de comunicar y transmitir datos vía USB. Esto ofrece muchas ventajas, ya que la mayoría de las computadoras posee ese protocolo de comunicación. La Tabla C.4 describe los detalles de las interfaces que incluye la cámara.

Interface / Tasa de Datos / Conector	USB 2.0 / 480 Mbit / Tipo B
Conector de trigger	Micro D 9-pines
Modos de trigger	<i>Free running, software, hardware</i>
Entrada de trigger	Aislada ópticamente 5-12v @ 4-11 mA
GPO / Estrobo	2 Aisladas ópticamente - 40V DC dif. Máx.15 mA Max.

Tabla C.4. Interfaces.

Para sincronizar las señales con los tiempos de captura, se utiliza el modo de disparo externo (trigger). En la Fig. C.2, se muestra el esquema del conector micro D que posee la cámara en su parte posterior y se describen cada una de las funcionalidades de cada uno de los pines en el conector.

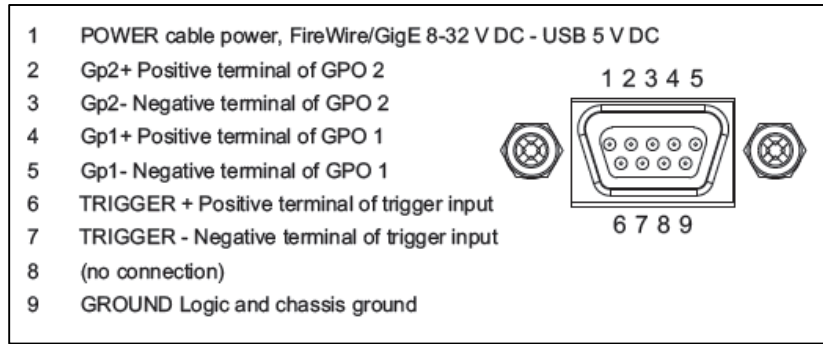


Fig. C.3. Esquema del conector micro D.

Los pines 6 y 7 son utilizados como entrada de la señal de sincronización. Al recibir un pulso entre 5 - 12v, la cámara realiza la adquisición. Esta adquisición está condicionada por la configuración del modo de disparo.

C3.- Modos de disparo (Trigger).

Los modos de disparo, permiten configurar la funcionalidad del trigger de la cámara. Existen 4 diferentes modos operacionales los cuales se especifican en la Tabla. C.5.

Modo de disparo	Descripción	Descripción Gráfica
Modo 0	La cámara inicia el tiempo de integración de la luz cuando recibe un pulso de disparo. El tiempo de integración esta definido por la configuración del shutter.	
Modo 1	La cámara inicia el tiempo de integración de la luz cuando recibe un pulso de disparo. El tiempo de integración es igual al tiempo en estado activo del trigger.	
Modo 2	La cámara inicia el tiempo de integración de la luz cuando recibe el primer pulso de disparo. Cuando ocurra el pulso de disparo N la integración se detendrá. Para $N \geq 2$.	

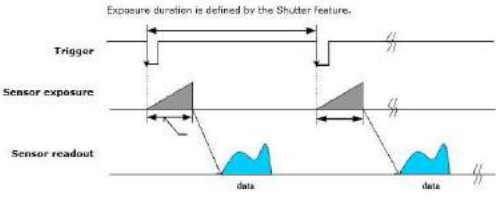
<p>Modo 3</p>	<p>Este es un modo de disparo interno. La cámara emitirá el disparo internamente en ciclos de tiempo igual a N. N tendrá valores de $N \geq 1$. El tiempo de integración está definido por la configuración del shutter.</p>	 <p>The diagram illustrates the timing sequence for Mode 3. It consists of three horizontal tracks: Trigger, Sensor exposure, and Sensor readout. The Trigger signal is a square wave pulse. The Sensor exposure signal shows a ramp-up followed by a constant level, with a double-headed arrow indicating the duration of the constant level. The Sensor readout signal shows a ramp-down followed by a constant level, with a double-headed arrow indicating the duration of the constant level. The text 'Exposure duration is defined by the Shutter Feature.' is positioned above the Trigger signal. The word 'data' is written below the Sensor readout signal. The diagram is split into two sections by a double slash (//).</p>
----------------------	---	--

Tabla C.5. Modos de disparo de la cámara PixeLINK PL-B959U.

El tiempo de integración, es el tiempo en el cual el obturador (ó shutter) de una cámara permanece abierto, permitiendo el paso de la luz al sensor fotosensible. En el caso de algunas cámaras, este tiempo de integración equivale simplemente al tiempo en el cual la electrónica procesa la información captada por el sensor, no poseen obturador mecánico. Para este proyecto se utilizó la configuración en modo 1, la cual fue la más adecuada a la aplicación (modo estroboscópico) al permitir un mejor control del tiempo de exposición.

Apéndice D: Control de desplazamiento del elemento piezoeléctrico.

El control del movimiento del elemento piezoeléctrico es de suma importancia en la técnica de holografía digital por desplazamiento de fase. Antes de calcular cada uno de los desplazamientos, es necesario conocer las características mecánicas del mismo. En la Fig.D.1 se observa el dibujo mecánico del actuador piezoeléctrico utilizado en este proyecto, y en la Tabla D.1 algunos datos técnicos del mismo.

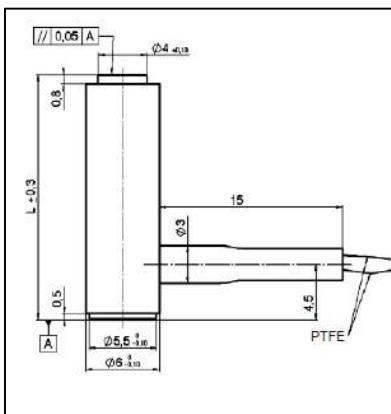


Fig.D.1. Dibujo técnico del actuador piezoeléctrico.

Actuador Piezoeléctrico P-810.30			
Rango de desplazamiento para 0 a 100 V [μm] $\pm 20\%$	Resolución [nm]	Masa [g] $\pm 5\%$	Longitud [mm] ± 0.3
45	0.45	8	56

Tabla D.1. Datos técnicos del actuador piezoeléctrico P-810.30

Sabemos que la diferencia de fase $\Delta\phi$ está dada por:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} DCO \quad (D.1)$$

Para aplicar la técnica de desplazamiento de fase de 4 pasos, requerimos desplazamientos de $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$. Así, con $\lambda = 532 \text{ nm}$ tendremos que:

$$DCO = \frac{\pi}{2} \frac{532 \text{ nm}}{2\pi} = 133 \text{ nm} \quad (\text{D.2})$$

Ahora referenciándonos en el arreglo óptico montado para este proyecto de tesis, específicamente en la configuración del actuador piezoeléctrico, como se observa en la Fig. D.2 (las dimensiones han sido exageradas para propósitos de visualización), tendremos que para obtener el desplazamiento DCO , calculado en la Ec. (D.1), será necesario desplazar el actuador una distancia a , la cual estará dada por:

$$a = DCO \cos 45^\circ \quad (\text{D.3})$$

$$a = (133 \text{ nm}) \cos 45^\circ = 94.04 \text{ nm} \quad (\text{D.4})$$

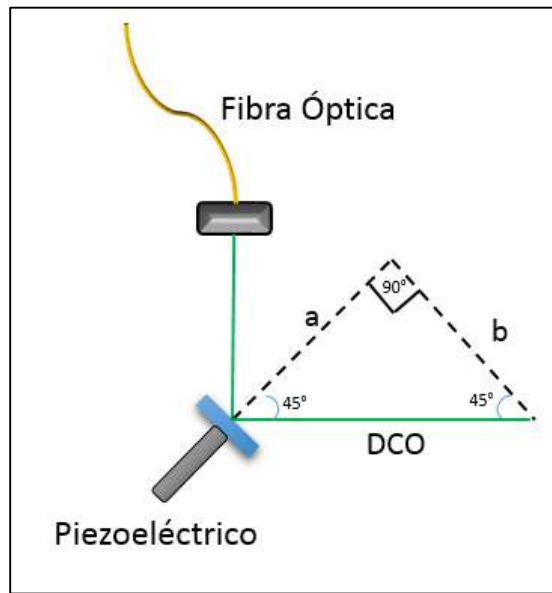


Fig. D.2. Configuración del actuador piezoeléctrico

Finalmente, considerando que el desplazamiento total realizado por el actuador en el rango de 0 a 100 V es de $45 \mu\text{m}$, tendremos la equivalencia:

$$94.04 \text{ nm} \approx 0.2089 \text{ V} \quad (\text{D.5})$$

De esta forma, obtenemos que para movernos un paso $(\frac{\pi}{2})$, será necesario aplicar un voltaje de 0.2089 V.