



CENTRO DE INVESTIGACIONES
EN ÓPTICA, A.C.

GENERACIÓN DE HACES BESSEL VECTORIALES PARA APLICACIONES EN ÓPTICA CUÁNTICA



PARA OBTENER EL GRADO DE: MAESTRA EN
CIENCIAS

Asesor: Roberto Ramírez Alarcón

Estudiante: Ana Luisa Aguayo Alvarado

Septiembre de 2017
León, Guanajuato, México



Centro de Investigaciones en Óptica, A.C.

Laboratorio de Fotónica Cuántica

Loma del Bosque 115, León, Guanajuato, 37150, México

Generación de haces Bessel vectoriales para aplicaciones en Óptica Cuántica

por

Ana Luisa Aguayo Alvarado

Trabajo presentado como parte de los requerimientos para la
obtención del grado de maestra en ciencias (ópticas).

Tutor:

Dr. Roberto Ramírez Alarcón

Septiembre del 2017

“You always learn more from an experiment that goes wrong than you do from an experiment that goes right”.

Sir Harold Kroto

RESUMEN

En este trabajo de tesis se presenta un novedoso diseño experimental para la eficiente generación de un tipo especial de haces estructurados: haces Bessel-Gauss vectoriales, así como su respectivo análisis. Se presenta también su uso como haz de bombeo para el proceso no lineal de Conversión Paramétrica Espontánea Descendente (SPDC, por sus siglas en inglés) con el objeto de examinar el espectro angular (EA) del proceso, analizar esta distribución es importante para la profunda comprensión del proceso. Así mismo, se introduce el uso de estos haces como parte primordial de una técnica de cristalografía propuesta recientemente.

Se trabajó con un diodo laser a una longitud de onda de 405nm. El haz de bombeo con modo gaussiano fue modificado para obtener un modo Bessel vectorial transversal magnético, tal modo es el resultado de la superposición de dos haces Bessel de primer orden en un interferómetro Sagnac, uno con una carga topológica de $m = +1$ y una polarización circular hacia la izquierda, y el otro con una carga topológica de $m = -1$ y una polarización circular hacia la derecha.

Para modificar el frente de onda se utilizó una lente axicón (con un ángulo de $\alpha = 5^\circ$) que generó un haz Bessel a partir de un haz gaussiano; también se utilizó una placa generadora de vórtices ópticos, tal placa permite inducir una carga topológica específica a un haz que incide por la cara frontal, mientras que al incidir el haz por la cara posterior la carga topológica inducida es igual y opuesta. Para lograr la polarización circular en cada haz, se utilizó una placa de un cuarto de onda.

Los haces superpuestos se hicieron incidir perpendicularmente sobre la superficie del cristal, en el cual se generó el fenómeno no lineal de SPDC de tipo I. Utilizando una cámara CCD intensificada (iCCD) se observó la transformada de Fourier del haz conformado por las parejas de fotones, llamada *espectro angular*. El EA del proceso se observó para un cristal β -Borato de Bario (β -BBO) con el eje óptico cortado a 29.2° .

Se analizó exitosamente el momento angular de los haces generados para comprobar su carácter vectorial. Se hizo uso de un polarizador lineal para, al observar el cambio del perfil transversal de intensidades del haz al rotar el polarizador, distinguir entre un haz escalar y uno TM. Se utilizó una

abertura triangular de $40\mu\text{m}$ por lado para observar el patrón de difracción en campo lejano, pues con tal patrón se puede inferir directamente la carga topológica del haz en cuestión.

En este trabajo se logró la generación de haces Bessel vectoriales (VBBs, por sus siglas en inglés) de orden cero con una gran eficiencia (alrededor del 37%). Estos haces se utilizaron exitosamente como bombeo en el proceso de SPDC y se analizó el EA del proceso para un bombeo gaussiano y para uno Bessel-Gauss. También se encaminó el trabajo hacia el uso de estos VBBs como herramienta para una nueva técnica cristalográfica.

A mis padres.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco principalmente a mi asesor, Roberto Ramírez, de quien he aprendido tanto y a quien tanto le debo. Le agradezco su apoyo, su confianza, y su infinita paciencia. También le agradezco las experiencias que gracias a su amplia visión pude vivir, y sus tantos consejos que evitaron tantas veces mi colapso y me incitaron a cruzar mis propias fronteras.

Agradezco a mi familia, a mis padres y hermanos por su amor, por su confianza a ciegas en mi, y por todo el apoyo brindado a la distancia.

Gracias a Paula Cutipa, por la bonita amistad, la gran complicidad que ahora tenemos, y por las largas charlas que disiparon tantas inseguridades.

También quiero agradecer a Sean Martin Anderson por sus consejos en cada situación, su amistad, y por todo su apoyo aún a la distancia.

Agradezco a Clara Valentina, por las risas y el cariño compartido, a mis compañeros del laboratorio de Fotónica cuántica, por sus consejos y ayuda, y a mis compañeros de maestría por hacer tan amenos estos años.

Quiero agradecer al CIO por brindarme la oportunidad de formar parte de su institución y poder con ello vivir dos gratos años que, no solo me permitieron formarme académicamente y conocer gente que ha marcado mi existir, sino que me han dejado con invaluable experiencias de vida. Y por último, agradezco al CONACYT por el apoyo económico que me brindó durante toda la maestría.

ÍNDICE GENERAL

1. Introducción	1
1.1. Contexto histórico	1
1.2. Motivación y objetivos	3
2. Una nueva técnica cristalográfica	5
2.1. Contexto y justificación	5
2.1.1. Condiciones	6
2.1.2. Ventajas y desventajas	7
3. Haces Bessel-Gauss vectoriales	9
3.1. Haces Bessel-Gauss	9
3.1.1. Desarrollo matemático	11
3.2. Momento angular	19
3.2.1. Momento angular de spin	20
3.2.2. Momento angular orbital	20
3.3. Análisis de OAM y SAM en los haces Bessel-Gauss vectoriales	21
4. Conceptos de Óptica No-Lineal	25
4.1. Medios no lineales	25
4.1.1. Tensor de Susceptibilidad eléctrica de segundo orden, $\chi_{ijk}^{(2)}$	26
4.2. Cristalografía	27
4.2.1. Birrefringencia	28
4.2.2. Cristales β - <i>BBO</i> y <i>LiNbO₃</i>	28
5. SPDC con haces que portan OAM y SAM	31
5.1. Generación de parejas de fotones	31
5.2. Estado cuántico del SPDC	33
6. Experimentos	36
6.1. Generación y análisis de los VBBs	38
6.1.1. Generación de haces Laguerre-Gauss de primer orden	38
6.1.2. Generación de haces Bessel-Gauss escalares	41
6.1.3. Generación de los VBBs	41

6.1.4.	Análisis de polarización	43
6.1.5.	Análisis de OAM	43
6.2.	Espectro Angular del SPDC	44
6.2.1.	EA para un haz Bessel	44
6.2.2.	EA para un haz gaussiano	45
7.	Resultados y Análisis	46
7.1.	Haces Bessel-Gauss vectoriales	46
7.1.1.	Análisis de polarización	54
7.1.2.	Análisis de OAM	55
7.2.	EA obtenido con el proceso de SPDC	56
8.	Trabajo a futuro	62
9.	Conclusiones	63
A.	Imágenes	65
A.1.	Modo TE del VBB	65
A.2.	Análisis de OAM para un Haz Bessel-Gauss de segundo orden	65
B.	Desarrollos matemáticos	67
B.1.	Campo electromagnético para VBBs	67
B.1.1.	Campo eléctrico en coordenadas cilíndricas	67
B.1.2.	Ecuación de Helmholtz para una función A_n separable	69
B.1.3.	Campo eléctrico para modos TE y TM	70
	Bibliografía	74

ÍNDICE DE FIGURAS

3.1. Haz Bessel de orden cero.	10
3.2. Haces Bessel teóricos de primer y segundo orden.	11
3.3. Axición.	19
3.4. Simulaciones tomadas de [40].	22
3.5. Simulaciones tomadas de [17].	23
3.6. Haces Bessel de primer orden.	24
4.1. Simulaciones hechas por Rocio Jauregui.	29
4.2. Simulaciones hechas por Rocio Jauregui.	30
5.1. Representación gráfica del proceso de SPDC Tipo I.	32
6.1. Representación de los puntos claves del experimento.	37
6.2. Arreglo experimental.	37
6.3. Fotografía del arreglo experimental.	38
6.4. Fotografía del interferómetro Sagnac.	39
6.5. Montaje para generar haces Laguerre-Gauss de primer orden.	39
6.6. Representación de un VPP.	40
6.7. Montaje para generar haces Bessel escalares.	41
6.8. Montaje para generar haces Bessel vectoriales.	42
6.9. Configuración para realizar el análisis de polarización a los VBBs.	43
6.10. Configuración para realizar el análisis de OAM a los VBBs.	43
6.11. Configuración para generar y detectar el proceso de SPDC.	44
6.12. Configuración para generar SPDC con un haz gaussiano.	45
7.1. Perfil del haz Gauss en la cintura del laser.	47
7.2. Ajuste gaussiano.	47
7.3. Superposición de dos haces Laguerre-Gauss de primer orden.	48
7.4. Haces Bessel generados.	48
7.5. Haz Bessel vectorial.	49
7.6. Haces Bessel mal formados.	49
7.7. Haz Bessel-Gauss vectorial con $r_0 = 8.26\mu\text{m}$ y $\kappa_t = 0.29\mu\text{m}^{-1}$	51
7.8. Haz Bessel-Gauss vectorial con $r_0 = 20.6\mu\text{m}$ y $\kappa_t = 0.11\mu\text{m}^{-1}$	51
7.9. Haz Bessel-Gauss vectorial con $r_0 = 30.1\mu\text{m}$ y $\kappa_t = 0.077\mu\text{m}^{-1}$	52

7.10. Haz Bessel-Gauss vectorial con $r_0 = 41.3\mu\text{m}$ y $\kappa_t = 0.058\mu\text{m}^{-1}$	52
7.11. Haz Bessel-Gauss vectorial con $r_0 = 62\mu\text{m}$ y $\kappa_t = 0.038\mu\text{m}^{-1}$	53
7.12. Haz Bessel-Gauss vectorial con $r_0 = 103\mu\text{m}$ y $\kappa_t = 0.023\mu\text{m}^{-1}$	53
7.13. Análisis de polarización.	54
7.14. Gráficas de potencia en función de la posición.	55
7.15. Análisis de OAM con una abertura triangular.	55
7.16. Eje óptico del cristal.	56
7.17. EA obtenido para un haz Gauss (paraxial).	57
7.18. EA obtenido para un haz Bessel-Gauss (no-paraxial).	58
7.19. EA con diferentes grados de rotación del cristal para un haz BG.	59
7.20. EA con diferentes grados de rotación del cristal para un VBB.	60
7.21. EA para BBs y VBBs para haces con diferentes κ' s.	61
A.1. Análisis de polarización para la componente TE del VBB.	65
A.2. Haz Bessel-Gauss de segundo orden.	66
A.3. Análisis de OAM para un haz BG de orden dos.	66

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Contenido

1.1. Contexto histórico	1
1.2. Motivación y objetivos	3

1.1. Contexto histórico

El uso de haces estructurados para lograr mejoras en técnicas de medición o de confinación de partículas se ha vuelto popular en años recientes. En este caso, se hace uso de un haz estructurado tipo Bessel-Gauss vectorial (VBB, por sus siglas en inglés) para estudiar el proceso de SPDC y su dependencia con los diferentes parámetros involucrados, así como sus posibles aplicaciones.

Desde el descubrimiento de los haces Bessel por Durnin reportados en 1987 [1] se les han encontrado a estos y a los haces estructurados en general (haces Laguerre-Gauss, por ejemplo) un extenso campo de aplicación debido a sus propiedades de enfocamiento y auto-regeneración. Algunos de los campos de aplicación son: propagación en medios turbulentos [2] - [7], confinamiento de partículas [8], microscopía [9], sensado remoto [10] - [12], cristalografía [13], [14], entre otros. Se ha estudiado la manera en que se generan y sus características de propagación [15]- [19].

Los haces Bessel son parte de una familia de haces adifraccionales llamados haces Helmholtz-Gauss [20], llamados así por poseer todos un modo fundamental gaussiano. La difracción es un fenómeno inherente a un proceso óptico, es inevitable tenerla, pero estos haces Bessel-Gauss nos permiten una propagación con mínima difracción durante cierta distancia, que va a depender del tamaño del spot central del haz. Cuentan también con la característica de que se regeneran después de obstruir con algún obstáculo su

camino.

Las aplicaciones de estos haces son muy amplias, y permiten un estudio mas completo de ciertos procesos debido a que portan momento angular. Un proceso que se puede estudiar con ellos es el de SPDC, siendo el más comúnmente utilizado como fuente de parejas de fotones [21] - [23], razón por la cual es importante un estudio detallado y completo del mismo, así como su generación con diversas fuentes de luz que permitan su modificación, esto para explorar los límites y alcances del proceso.

El otro motivo que rige esta tesis es el de la incursión de estos haces en el estudio de cristales. El estudio de materiales ha sido de gran interés para el hombre en su intento por conocer su entorno, y en tiempos mas recientes para diseñar y crear materiales con propiedades específicas para el desarrollo de nuevas tecnologías. Es este deseo por conocer lo desconocido el que ha impulsado la exploración de las propiedades de cristales utilizando estos haces estructurados.

La importancia del conocimiento de la estructura cristalina es que las propiedades físicas y químicas de un cristal dependen de la forma en que están distribuidos sus átomos. En algunas técnicas utilizan electrones [24], en otras neutrones [25], o también Rayos-x [26] como haz de bombeo, siendo esta última la mas utilizada desde los primeros estudios de la radiación de Rayos-X y su uso en el campo de cristalografía durante el siglo XIX e inicios del siglo XX, sin embargo con este método se puede llegar a dañar los enlaces químicos y no obtener un buen modelo de tal cristal. Se ha utilizado también el proceso de generación de segundo armónico (SHG, por sus siglas en inglés) [14] para la caracterización de cristales.

La exploración de haces con polarización no homogénea se ha relacionado también con el concepto de correlaciones clásicas [27], lo que nos da otro punto de estudio en estos haces. Su versatilidad en las áreas de aplicación hace de la luz estructurada un área emergente muy interesante para examinarla y para utilizarla como herramienta para explorar las tecnologías habidas y por haber.

Ya antes se habían generado haces Bessel vectoriales utilizando un interferómetro Sagnac [28], pero el elemento utilizado para imprimir la fase fué un modulador espacial de luz (SLM, por sus siglas en inglés); estos SLMs son muy versátiles, pues se les puede programar el patrón que se requiera para producir haces estructurados, pero sus eficiencias reportadas han sido muy bajas, alrededor del 2.5 % [17]. El arreglo que aquí se propone hace uso

de otro elemento difractivo, una placa generadora de vórtices ópticos (VPP, por sus siglas en inglés) que por su diseño evita pérdidas grandes de energía, lo cual hace muy eficiente al arreglo aquí diseñado.

1.2. Motivación y objetivos

En este trabajo nos interesa estudiar las propiedades espaciales de la distribución transversal de fotones emitida por un cristal no lineal de segundo orden mediante el proceso de Conversión Descendente Paramétrica Espontánea (SPDC), cuando se utiliza como fuente de bombeo un haz Bessel-Gauss vectorial. En estudios teóricos recientes se ha demostrado que, bajo estas condiciones, la distribución transversal de emisión de fotones, o el espectro angular (EA), presenta información relacionada con el grupo de simetría del cristal no lineal, de modo que es posible implementar una nueva técnica cristalográfica utilizando luz cuántica.

En las técnicas cristalográficas usuales, es necesario hacer incidir un haz sobre diferentes puntos de la muestra, para luego coleccionar las partículas difractadas y hacer el respectivo análisis. En esta técnica, se utiliza un solo haz de bombeo que incide en la muestra y es fotografiada por una cámara.

Los objetivos de este trabajo son los siguientes:

- Generar eficientemente haces Bessel-Gauss vectoriales (VBBs) de orden cero, es decir, haces que posean tanto un momento angular de espín (SAM, por sus siglas en inglés) como momento angular orbital (OAM, por sus siglas en inglés) específicos.
- Analizar el SAM y OAM de los haces. Para el análisis del SAM se hará uso de un polarizador lineal, pues el momento angular de espín se relaciona con la polarización del haz; el OAM se analizará utilizando una abertura triangular y observando su patrón de difracción en campo lejano.
- Lograr diseñar un arreglo experimental capaz de generar VBBs altamente eficientes, esto con el propósito de contar con la energía suficiente para la generación de parejas de fotones en el proceso de SPDC.
- Generar VBBs de diferentes tamaños y comprobar que coinciden con la teoría, ya que la técnica cristalográfica mencionada requiere de poder modificar el tamaño del haz dependiendo del cristal que se va a usar.

- Generar parejas de fotones correlacionadas en frecuencia angular y en momento lineal, con un haz de bombeo Bessel-Gauss vectorial por medio del proceso de SPDC.
- Analizar el Espectro Angular de las parejas de fotones generadas y sus modificaciones al utilizar haces Bessel-Gauss en comparación con haces gaussianos.

En los capítulos que siguen de esta tesis se expondrán las bases y conceptos útiles para el completo entendimiento del trabajo aquí presentado. En el Capítulo 2 se introduce la técnica de cristalografía desarrollada por Rocio Jauregui y Juan P. Torres [13] hacia la cual esta tesis va encaminada; se presentan las ventajas y desventajas, así como un análisis de la técnica desde un punto de vista experimental. Se prosigue en el Capítulo 3 con la descripción matemática de los haces Bessel vectoriales y de las técnicas para generarlos experimentalmente; también se presenta la teoría del OAM y SAM y se hace un repaso de cómo se van a inducir en los VBBs generados en el laboratorio y de cómo se van a analizar. En el Capítulo 4 se presentan las bases necesarias de Óptica No-Lineal para comprender el proceso de SPDC, así como las características esenciales del cristal a utilizar para el estudio del EA, así como del estudio de la nueva técnica antes presentada. En el Capítulo 5 se presenta la teoría del SPDC utilizando haces Bessel-Gauss. En el Capítulo 6 se presentan los experimentos realizados. En el Capítulo 7 se exponen los resultados y el correspondiente análisis de los mismos; en el Capítulo 8 se habla acerca del trabajo a futuro, para finalizar con las conclusiones en el Capítulo 9.

CAPÍTULO 2

UNA NUEVA TÉCNICA CRISTALOGRÁFICA

Contenido

2.1. Contexto y justificación	5
2.1.1. Condiciones	6
2.1.2. Ventajas y desventajas	7

En este capítulo se repasa, con intención de poner en contexto a los lectores, el artículo [13] que dió las bases teóricas para el desarrollo de esta tesis, tomándolo como base para los puntos tratados en este capítulo. Se expondrán también las técnicas mas utilizadas para la caracterización de estructuras cristalinas, y se hará una comparación de todas ellas para poder justificar la integración de una nueva.

2.1. Contexto y justificación

Existen diversas técnicas que permiten la caracterización de estructuras cristalinas, en todas ellas se hacen interactuar haces de algún tipo sobre el cristal para después coleccionar los fotones (o partículas) difractados (as) y hacer una reconstrucción que permita la observación de algún patrón característico de la estructura molecular del cristal, y así clasificarlos.

Cada técnica tiene deficiencias y fortalezas para determinar de peor o mejor manera ciertos aspectos necesarios para el estudio de un cristal, pero hablemos un poco acerca de la propuesta que da pie al trabajo experimental que en esta tesis se desarrolla, que es la técnica propuesta por Rocio Jauregui y Juan Torres. Esta técnica nace al explorar nuevas interacciones entre haces de luz estructurada y cristales no lineales. Cabe mencionar que este trabajo

de tesis se ha hecho en colaboración con la Dra. Rocio Jauregui, siendo ella la persona que hizo las simulaciones teóricas relacionadas con la técnica.

En esta técnica se propone utilizar un haz Bessel-Gauss vectorial (VBB, por sus siglas en inglés) como bombeo de un cristal con una no-linealidad de segundo orden para inducir el proceso de SPDC y su consecuente generación de parejas de fotones correlacionados en frecuencia y en momento lineal. La observación en el plano imagen de la transformada de Fourier del haz conformado por los fotones generados es lo que lleva a la directa determinación del grupo de simetría; es decir, con una fotografía de su estructura transversal se puede determinar el grupo de simetría al que pertenece el cristal, pues el patrón de intensidades observado es propio de cada grupo.

2.1.1. Condiciones

Para lograr con éxito esta propuesta se necesita de condiciones específicas que propicien la observación del patrón de intensidades esperado. Las condiciones necesarias son:

1. Se necesita producir un haz Bessel-Gauss vectorial.
2. El haz de bombeo debe contener una alta no-paraxialidad, que se podrá ver reflejada al analizar el EA del proceso de SPDC.
3. Es necesaria la generación de haces cuyo radio del spot central se pueda modificar tanto como se requiera.
4. El eje óptico del cristal tiene que ser colineal con la normal a su superficie.
5. Se necesita un cristal con una no-linealidad de segundo orden, y que sus caras de interacción con el haz de bombeo estén bien pulidas.

Analicemos un poco cada una de estas condiciones.

Respecto a la condición 1: lo que esto implica es la generación de dos haces Bessel-Gauss escalares, con una diferencia de fase específica y con una polarización circular opuesta entre ambos. Ambos haces se tienen que superponer para conformar uno solo, siendo este el haz vectorial requerido.

La ecuación que describe a nuestro haz (3.40) nos da la clave para la generación experimental del mismo, pues consiste en la superposición de los dos haces antes mencionados, mas un tercer haz Bessel del mismo orden del haz

vectorial que se quiere generar. Por ejemplo, si se quiere un VBB de orden cero, este se compone por un haz Bessel de orden uno, uno de orden menos uno, y uno de orden cero.

La generación de este tercer haz nos lleva a la condición 2. Este haz vectorial se puede descomponer en un haz azimutalmente polarizado (Transversal Eléctrico o TE) y un haz radialmente polarizado (Transversal Magnético o TM). Un haz azimutalmente polarizado es completamente transversal, pero un haz radialmente polarizado no-paraxial va a generar una componente longitudinal a lo largo de la dirección de propagación. Siendo esta componente el tercer haz presente en el haz vectorial, razón por la cual es necesario producir un haz Bessel vectorial altamente no-paraxial.

La condición 3 surge de acuerdo a las simulaciones realizadas en el trabajo teórico aquí analizado [13], el tamaño del haz (mas específicamente, el radio de la transformada de Fourier de tales haces) se relaciona directamente con la capacidad de poder observar la estructura del cristal analizado, pues se hizo un estudio de diferentes cristales y no todos respondían igual con el mismo tamaño, no todos comenzaban a revelar su estructura cristalina a partir del mismo radio del haz. Por esta razón se requiere poder modificar el tamaño del haz en relación al cristal que se desee analizar.

La condición 4 nos dice que no podemos caracterizar cualquier trozo de cristal o polvos cristalinos, sino que tenemos que contar con un cristal cortado de una manera muy específica para poder generar este efecto. El eje óptico del cristal tiene que ser colineal con la normal a la superficie del cristal, pues bajo esta configuración el proceso de SPDC es sensible a todas las componentes del tensor de susceptibilidad.

Por último, la quinta condición nos limita a cristales no lineales de segundo orden.

2.1.2. Ventajas y desventajas

Esta, al igual que cualquier otra técnica, tiene tanto ventajas como desventajas al momento de ponerla en práctica. Revisémoslas una a una.

Ventajas.

- Un solo haz es requerido para analizar la muestra.

- Se observa el grupo de simetría del cristal analizado con una sola fotografía tomada a la transformada de Fourier del haz de fotones generados.
- No se requiere de ninguna reconstrucción de los datos para la clasificación del cristal.
- No se requiere de gran experiencia en este campo o en el de cristalografía para poder llevar a cabo esta técnica.

Desventajas.

- Se tiene que utilizar un cristal cortado de una manera muy específica. No se pueden usar polvos o cristales amorfos en su superficie, a diferencia de las otras técnicas.
- Hasta el momento, esta técnica se ha estudiado solo en cristales con una no-linealidad de segundo orden.
- Se requiere de un proceso de preparación del haz de bombeo a utilizar.

CAPÍTULO 3

HACES BESSEL-GAUSS VECTORIALES

Contenido

3.1. Haces Bessel-Gauss	9
3.1.1. Desarrollo matemático	11
3.2. Momento angular	19
3.2.1. Momento angular de spin	20
3.2.2. Momento angular orbital	20
3.3. Análisis de OAM y SAM en los haces Bessel-Gauss vectoriales	21

En esta sección se van a presentar las bases teóricas necesarias para comprender la estructura y propiedades de interés del haz de bombeo utilizado: un haz Bessel-Gauss vectorial.

Se comenzará por analizar y describir matemáticamente a un haz Bessel-Gauss; pasando de aquí a la descripción de dos conceptos importantes para la correcta representación del movimiento de rotación en la luz: el momento angular orbital y el momento angular de spin, elementos claves para el entendimiento de haz requerido.

3.1. Haces Bessel-Gauss

Los haces Bessel son una solución exacta a la ecuación homogénea de Helmholtz [1], [15], [16], pues su patrón de intensidad es invariante en el tiempo, y se les llama haces “Bessel” porque se describen con funciones Bessel. Pero tal solución no es físicamente realizable ya que los haces Bessel portan una cantidad infinita de energía. Una buena aproximación a estos son los haces Bessel-Gauss (BG), propuestos por Shepard [29] en 1978.

Los haces Bessel-Gauss han sido de gran utilidad en diferentes áreas del mundo científico, pues son auto-regenerables [30].

Estos son haces con una estructura espacial definida, los haces de orden cero (Figura 3.1) cuentan con un perfil transversal cuyo centro es un spot brillante seguido de anillos concéntricos; los haces de mayor orden poseen OAM y tienen un vórtice en el centro, cuyo tamaño incrementa conforme incrementa el orden del haz; en la Figura 3.2(a) se muestra un haz Bessel de primer orden y en la Figura 3.2(b) uno de segundo orden.

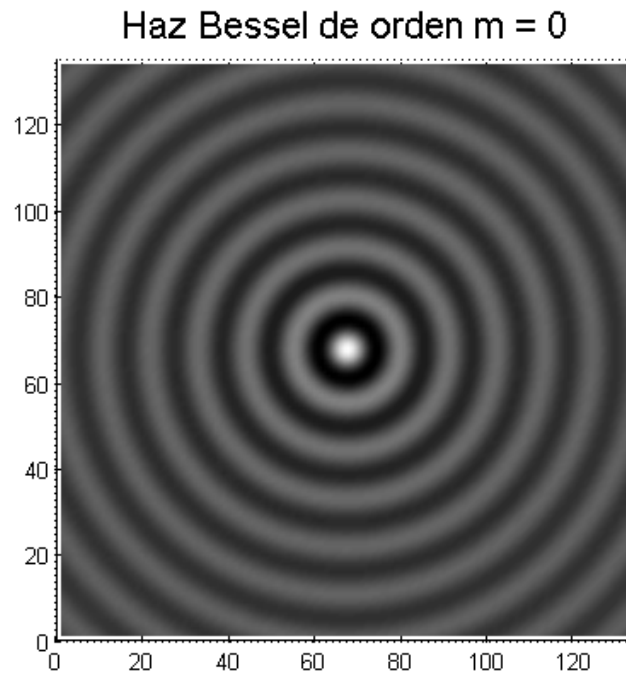


Figura 3.1: Haz Bessel de orden cero.

Existen varias formas de generar un haz Bessel [16], una de ellas es utilizando una ranura circular, la transformada de Fourier del haz resultante va a generar un haz Bessel-Gauss. Otra opción es utilizar moduladores espaciales de luz (SLMs, por sus siglas en inglés), a estos dispositivos de cristal líquido se les puede programar por computadora el patrón requerido para ocasionar, ya sea un cambio en la amplitud o en la fase del haz que se le hace incidir. Otra opción muy común es utilizar lentes cónicas (también llamados axicones) para producir tales haces. Este último método es el que se va a utilizar en el desarrollo de este trabajo.

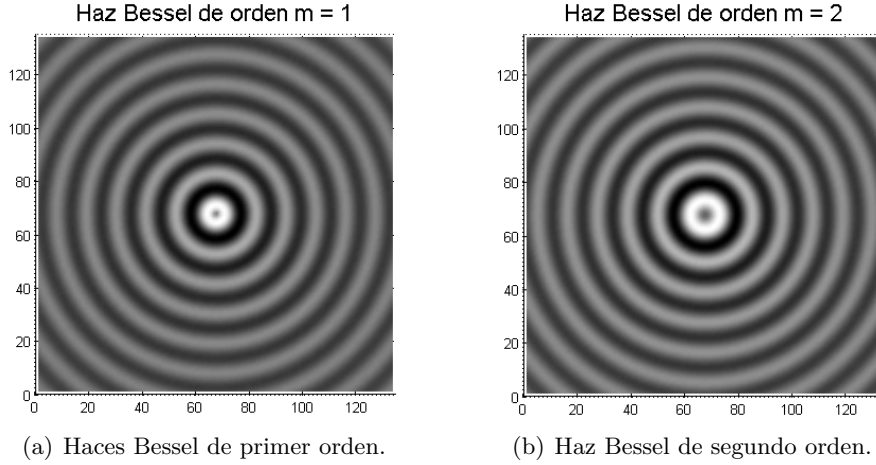


Figura 3.2: Haces Bessel teóricos de primer y segundo orden.

3.1.1. Desarrollo matemático

Los haces Bessel-Gauss forman parte de una familia de haces adifraccionales llamados haces Helmholtz-Gauss [20], pues son soluciones a la ecuación de Helmholtz representados en diferentes coordenadas, entre estos se encuentran también los haces Airy y los haces Mathieu-Gauss.

Un haz Bessel-Gauss está formado por una superposición de ondas planas cuyos vectores de onda están ordenados en forma de cono, y que cuentan con simetría cilíndrica circular. El perfil transversal de un haz Bessel-Gauss escalar está descrito por la siguiente ecuación:

$$A(\rho, \varphi) = J_m(\kappa_{\perp}\rho) \exp(im\varphi) \quad (3.1)$$

donde $J_m(\kappa_{\perp}\rho)$ representa a una función Bessel de orden m , con m la carga topológica del haz en cuestión, κ_{\perp} el radio de la transformada de Fourier del haz Bessel (el cual tiene forma de anillo), ρ la coordenada transversal, y φ la fase. Esta ecuación satisface la ecuación de Helmholtz, que representa una forma independiente del tiempo de la ecuación de onda.

Este desarrollo matemático se basa en el artículo de Horák, Bouchal y Bajér [18] de 1997. Para llegar a la expresión que describe a un VBB, comencemos por considerar un campo electromagnético monocromático, con sus vectores de campo eléctrico ($\vec{\mathbf{E}}$) y magnético ($\vec{\mathbf{H}}$) definidos como:

$$\vec{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \{ \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} + c.c. \} \quad (3.2)$$

$$\vec{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \{ \mathbf{H}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} + c.c. \} \quad (3.3)$$

donde los vectores que definen sus componentes espaciales satisfacen la ecuación de Helmholtz:

$$\nabla^2 \mathbf{F} + \kappa^2 \mathbf{F} = 0 \quad (3.4)$$

con $\kappa^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$ y $\mathbf{F} = \mathbf{E}, \mathbf{H}$.

Abordemos este problema desde el punto de vista del vector de Poynting, que es el flujo de energía en la principal dirección de propagación de un campo electromagnético. El vector de Poynting es proporcional al producto vectorial entre el campo eléctrico y el magnético (tomaremos aquí al vector de Poynting promediado en el tiempo), y lo podemos escribir como:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^* + c.c.) \quad (3.5)$$

Tenemos que los vectores \mathbf{E} y \mathbf{H} son solenoidales (es decir, su divergencia es cero: $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ y $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$), y para campos solenoidales que satisfacen la ecuación de Helmholtz, el teorema de la representación [31] nos permite expresar tales vectores como:

$$\mathbf{E} = - \sum_n (a_n \mathbf{M}_n + b_n \mathbf{N}_n) \quad (3.6)$$

$$\mathbf{H} = i\zeta \sum_n (a_n \mathbf{N}_n + b_n \mathbf{M}_n) \quad (3.7)$$

con a_n y b_n coeficientes reales, $\frac{1}{\zeta} = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ es la impedancia del vacío, y

$$\mathbf{M}_n = -\hat{\mathbf{1}} \times \nabla U_n \quad (3.8)$$

$$\mathbf{N}_n = \frac{1}{\kappa} \nabla \times \mathbf{M}_n = -\frac{1}{k} \nabla \times \hat{\mathbf{1}} \times \nabla U_n \quad (3.9)$$

La función escalar U_n la definimos como:

$$U_n = A_n e^{i(\phi_n + \kappa_z z)} \quad (3.10)$$

donde U_n es una función escalar que satisface la ecuación de Helmholtz, y ϕ_n es la fase para cada solución. En este desarrollo se considera que la principal dirección de propagación es en el eje $\hat{\mathbf{z}}$, por lo que podemos separar al vector de Poynting en sus componentes longitudinal $\mathbf{S}_L = S_z \hat{\mathbf{z}}$ y transversal $\mathbf{S}_T = S_x \hat{\mathbf{x}} + S_y \hat{\mathbf{y}}$, con $\mathbf{S}_T \cdot \hat{\mathbf{z}} = 0$; de aquí, tenemos que $\hat{\mathbf{l}}$ es un vector arbitrario que determina la dirección de propagación del campo, pero en este caso el campo se considera direccionado en $\hat{\mathbf{z}}$, por lo que $\hat{\mathbf{l}} = \hat{\mathbf{z}}$ pues $l_x = l_y = 0$ y $l_z = 1$. Con esto, podemos decir que un campo no difractivo y estacionario cumple la relación

$$\nabla \cdot \mathbf{S}_T = 0 \quad (3.11)$$

Así, el vector de Poynting promediado se escribe como:

$$\begin{aligned} \mathbf{S} = i\zeta \sum_{nm} \{ & (a_n a_m + b_n b_m) (\mathbf{M}_n \times \mathbf{N}_m^* + \mathbf{N}_n \times \mathbf{M}_m^*) \\ & + (a_n b_m + b_n a_m) (\mathbf{M}_n \times \mathbf{M}_m^* + \mathbf{N}_n \times \mathbf{N}_m^*) \} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Resolvamos este problema utilizando coordenadas cilíndricas, pues se trata de un haz que se propaga a lo largo de un eje. En estas coordenadas, podemos reescribir la ecuación de Helmholtz, ecuación 3.4, como:

$$\{\rho^2 \partial_{\rho\rho} + \rho \partial_\rho + \partial_{\varphi\varphi} + \rho^2 \kappa_\perp^2 - (\partial_\varphi \phi_n)^2 - \rho^2 (\partial_\rho \phi_n)^2\} A_n = 0 \quad (3.13)$$

Podemos reescribir las ecuaciones 3.8 y 3.9 como (ver desarrollo en el Apéndice B.1.1):

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_n = e^{i(\phi_n + \kappa_z z)} \{ & -\hat{\rho} \frac{1}{\rho} [\partial_\varphi A_n + i A_n \partial_\varphi \phi_n] \\ & + \hat{\varphi} [\partial_\rho A_n + i A_n \partial_\rho \phi_n] \} \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{N}_n = & -\frac{1}{\kappa} e^{i(\phi_n + \kappa_z z)} \{ -\hat{\rho} i \kappa_z [\partial_\rho A_n + i A_n \partial_\rho \phi_n] \\
& - \hat{\varphi} i \frac{\kappa_z}{\rho} [\partial_\varphi A_n + i A_n \partial_\varphi \phi_n] + \hat{z} [i \partial_\rho \phi_n \partial_\rho A_n - A_n (\partial_\rho \phi_n)^2 \\
& + \partial_{\rho\rho} A_n + i \partial_\rho A_n \partial_\rho \phi_n + i A_n \partial_{\rho\rho} \phi_n + \frac{1}{\rho^2} (i \partial_\varphi \phi_n \partial_\varphi A_n \\
& - A_n (\partial_\varphi \phi_n)^2 + \partial_{\varphi\varphi} A_n + i \partial_\varphi A_n \partial_\varphi \phi_n + i A_n \partial_{\varphi\varphi} \phi_n) \} \quad (3.15)
\end{aligned}$$

Ya que nos interesa solo la forma del campo eléctrico no se trabajará con el campo magnético, pues su desarrollo es análogo. Con 3.14 y 3.15 podemos escribir el campo eléctrico 3.6 y descomponerlo en sus componentes como:

$$\begin{aligned}
E_\rho = & -e^{i\kappa_z z} \sum_n \{ a_n \frac{1}{\rho} [\partial_\varphi A_n + i A_n \partial_\varphi \phi_n] \\
& + i b_n \frac{\kappa_z}{\kappa} [\partial_\rho A_n + i A_n \partial_\rho \phi_n] \} e^{i\phi_n} \quad (3.16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_\varphi = & e^{i\kappa_z z} \sum_n \{ a_n [\partial_\rho A_n + i A_n \partial_\rho \phi_n] \\
& - i \frac{b_n \kappa_z}{\rho \kappa} [\partial_\varphi A_n + i A_n \partial_\varphi \phi_n] \} e^{i\phi_n} \quad (3.17)
\end{aligned}$$

$$E_z = -\frac{\kappa_z^2}{\kappa} e^{i\kappa_z z} \sum_n b_n A_n e^{i\phi_n} \quad (3.18)$$

Como se observa en estas ecuaciones para el campo eléctrico, este está determinado por la forma y valor de b_n , a_n y de la función A_n .

De la ecuación 3.12 tenemos:

$$\begin{aligned}
\mathbf{S}_q = & \sum_n \{ (a_n^2 + b_n^2) S_{qn}^{(1)} + (a_n b_m + b_n a_m) S_{qn}^{(2)} \} \\
& + \sum_{m>n} \{ (a_n a_m + b_n b_m) S_{qnm}^{(1)} + (a_n b_m + b_n a_m) S_{qnm}^{(2)} \} \quad (3.19)
\end{aligned}$$

donde $q = \rho, \varphi, z$. Las definiciones para los vectores de Poynting para cada componente se escriben como:

$$S_{\rho n}^{(1)} = \gamma A_n^2 \partial_\rho \phi_n \quad (3.20)$$

$$S_{\rho n}^{(2)} = -\gamma \frac{\kappa_{\parallel}}{\kappa \rho} \partial_\varphi A_n^2 \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} S_{\rho nm}^{(1)} = & \gamma \{ (A_n \partial_\rho A_m - A_m \partial_\rho A_n) \sin \Delta_{mn} \\ & + A_m A_n (\partial_\rho \phi_m + \partial_\rho \phi_n) \cos \Delta_{mn} \} \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$S_{\rho nm}^{(2)} = -\gamma \frac{\kappa_{\parallel}}{\kappa \rho} \partial_\varphi (A_n A_m \cos \Delta_{mn}) \quad (3.23)$$

$$S_{\varphi n}^{(1)} = \gamma \frac{1}{\rho} A_n^2 \partial_\varphi \phi_n \quad (3.24)$$

$$S_{\varphi n}^{(2)} = \gamma \frac{\kappa_{\parallel}}{\kappa} \partial_\rho A_n^2 \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} S_{\varphi nm}^{(1)} = & \gamma \frac{1}{\rho} \{ (A_n \partial_\varphi A_m - A_m \partial_\varphi A_n) \sin \Delta_{mn} \\ & + A_m A_n (\partial_\varphi \phi_m + \partial_\varphi \phi_n) \cos \Delta_{mn} \} \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$S_{\varphi nm}^{(2)} = \gamma \frac{\kappa_{\parallel}}{\kappa} \partial_\rho (A_m A_n \cos \Delta_{mn}) \quad (3.27)$$

$$S_{zn}^{(1)} = \zeta \frac{\kappa_{\parallel}}{\kappa} \{ (\partial_\rho A_n)^2 + A_n^2 (\partial_\rho \phi_n)^2 + \rho^{-2} (\partial_\varphi A_n)^2 + \rho^{-2} A_n^2 (\partial_\varphi \phi_n)^2 \} \quad (3.28)$$

$$S_{zn}^{(2)} = \zeta \frac{(\kappa^2 + \kappa_{\parallel}^2)}{2\kappa^2 \rho} (\partial_\rho A_n^2 \partial_\varphi \phi_n - \partial_\varphi A_n^2 \partial_\rho \phi_n) \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned}
S_{znm}^{(1)} = & \zeta \frac{2\kappa_{\parallel}}{\kappa} \{ [(\partial_{\rho} A_n \partial_{\rho} A_m + A_n A_m \partial_{\rho} \phi_n \partial_{\rho} \phi_m) \\
& + \rho^{-2} (\partial_{\varphi} A_n \partial_{\varphi} A_m + A_n A_m \partial_{\varphi} \phi_n \partial_{\varphi} \phi_m)] \cos \Delta_{mn} \\
& + [(A_n \partial_{\rho} A_m \partial_{\rho} \phi_n - A_m \partial_{\rho} A_n \partial_{\rho} \phi_m) \\
& + \rho^{-2} (A_n \partial_{\varphi} A_m \partial_{\varphi} \phi_n - A_m \partial_{\varphi} A_n \partial_{\varphi} \phi_m)] \sin \Delta_{mn} \} \quad (3.30)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{znm}^{(2)} = & \zeta \frac{\kappa^2 + \kappa_{\parallel}^2}{\kappa^2 \rho} \{ [\partial_{\rho} A_n \partial_{\varphi} A_m - \partial_{\rho} A_m \partial_{\varphi} A_n + A_n A_m (\partial_{\rho} \phi_n \partial_{\varphi} \phi_m \\
& - \partial_{\rho} \phi_m \partial_{\varphi} \phi_n)] \sin \Delta_{mn} + [A_n \partial_{\rho} A_m \partial_{\varphi} \phi_n + A_m \partial_{\rho} A_n \partial_{\varphi} \phi_m \\
& - A_n \partial_{\varphi} A_m \partial_{\rho} \phi_n - A_m \partial_{\varphi} A_n \partial_{\rho} \phi_m] \cos \Delta_{mn} \} \quad (3.31)
\end{aligned}$$

con $\gamma = \zeta \kappa_{\perp}^2 / \kappa$ y $\Delta_{mn} = \phi_m - \phi_n$.

El vector de Poynting transversal lo podemos dividir en azimutal y radial, de esta manera, podemos reescribir la ecuación 3.11 como:

$$\nabla \cdot \mathbf{S}_T = \frac{1}{\rho} \{ \partial_{\rho} (\rho S_{\rho}) + \partial_{\varphi} S_{\varphi} \} = 0 \quad (3.32)$$

Sustituyendo las componentes transversales del vector de Poynting (ecuaciones de 3.20 a 3.27) en la ecuación 3.32, llegamos a:

$$\partial_{\rho} (\rho S_{\rho n}^{(1)}) + \partial_{\varphi} S_{\varphi n}^{(1)} = 0 \quad (3.33)$$

$$\partial_{\rho} (\rho S_{\rho n}^{(2)}) + \partial_{\varphi} S_{\varphi n}^{(2)} = 0 \quad (3.34)$$

$$\partial_{\rho} (\rho S_{\rho nm}^{(1)}) + \partial_{\varphi} S_{\varphi nm}^{(1)} = 0 \quad (3.35)$$

$$\partial_{\rho} (\rho S_{\rho nm}^{(2)}) + \partial_{\varphi} S_{\varphi nm}^{(2)} = 0 \quad (3.36)$$

Definiendo condiciones sobre estas ecuaciones y definiendo las funciones A_n y A_m podemos llegar a la expresión para un haz Bessel vectorial.

Nuestro objetivo es obtener un haz transversal magnético, pero obtengamos por separado ambos, primero un campo transversal magnético (con $a = 0$) y después un transversal eléctrico (con $b = 0$), y al final sumamos ambos. Debido a que se trata de un haz cuyo flujo de energía asumimos puramente longitudinal, tenemos que $S_\varphi = S_\rho = 0$, sustituyendo esta condición en las expresiones radial y azimutal para las componentes del vector de Poynting, obtenemos que $\partial_\rho\phi = 0$ y $\partial_\varphi\phi = 0$, lo cual indica que $\phi = \text{constante}$. Podemos imponer estas condiciones a la ecuación de Helmholtz en coordenadas cilíndricas, y por medio de separación de variables con la función $A(\rho, \varphi) = F(\rho)G(\varphi)$ se obtiene (ver desarrollo en el Apéndice B.1.2):

$$\rho^2\partial_{\rho\rho}F + \rho\partial_\rho F + (\kappa_t^2\rho^2 - \nu^2)F = 0, \quad (3.37)$$

$$\partial_{\varphi\varphi}G + \nu^2G = 0 \quad (3.38)$$

La solución exacta y no difractiva a estas ecuaciones se mostró en la ecuación 3.1.

Para obtener el modo TE imponemos la condición de que $b = 0$, y sustituyendo 3.1 en las ecuaciones B.13 - B.15 se obtienen sus componentes. Para un modo TM imponemos la condición $a = 0$ e igualmente obtenemos las componentes de campo eléctrico correspondiente. Ahora, si sumamos ambos modos obtenemos la expresión para un haz Bessel-Gauss vectorial de orden l [17] - [19] (ver Apéndice B.1.3 para el desarrollo):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_l = & \left[\left(i\varepsilon^{TM}(J_{l-1} - J_{l+1}) - \frac{\kappa}{\kappa_z}\varepsilon^{TE}(J_{l-1} + J_{l+1}) \right) \hat{\mathbf{u}}_\rho \right. \\ & - \left(\varepsilon^{TM}(J_{l-1} + J_{l+1}) + \frac{i\kappa}{\kappa_z}\varepsilon^{TE}(J_{l-1} - J_{l+1}) \right) \hat{\mathbf{u}}_\varphi \\ & \left. + 2\frac{\kappa_\perp}{\kappa_z}\varepsilon^{TM}J_l\hat{\mathbf{u}}_z \right] e^{i\kappa_\parallel z + il\varphi - i\omega t} \end{aligned} \quad (3.39)$$

haciendo el cambio a la base de polarización circular (ver desarrollo en el Apéndice B.1.4), con $\hat{\mathbf{u}}_\pm = \hat{\mathbf{u}}_x \pm i\hat{\mathbf{u}}_y$, se obtiene la ecuación 3.40.

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_l = & \left[\left(i\varepsilon^{TM} + \frac{\kappa}{\kappa_z} \varepsilon^{TE} \right) J_{l-1} e^{i(l-1)\varphi} \hat{\mathbf{u}}_+ \right. \\
& + \left(-i\varepsilon^{TM} + \frac{\kappa}{\kappa_z} \varepsilon^{TE} \right) J_{l+1} e^{i(l+1)\varphi} \hat{\mathbf{u}}_- \\
& \left. + 2 \frac{\kappa_t}{\kappa_z} \varepsilon^{TM} J_l e^{il\varphi} \hat{\mathbf{u}}_z \right] e^{i\kappa_z z - i\omega t}
\end{aligned} \tag{3.40}$$

Esta ecuación representa una superposición de dos haces Bessel escalares cuyos índices azimutales (l) difieren por dos unidades y que tienen polarización circular opuesta. Aquí, ε^{TM} y ε^{TE} son las amplitudes del modo transversal magnético y transversal eléctrico, respectivamente; \mathbf{u}_+ y \mathbf{u}_- son los vectores de la base de polarización circular, y \mathbf{u}_z el vector unitario en dirección z asociado a las coordenadas circulares cilíndricas; κ_z y κ_t son las componentes axial y transversal del vector de onda κ , y el argumento (omitido) de las funciones Bessel es $\kappa\rho$.

En el tratamiento con este tipo de haces existen varios parámetros que hay que tomar en cuenta para su correcta manipulación. Como ya se mencionó antes, una propiedad interesante de estos haces es que son adifraccionales, es decir, su patrón transversal de intensidad no se modifica durante cierta distancia de propagación a partir de que el haz es formado; dicha distancia máxima está dada por [16]:

$$z_{max} = \frac{2\pi w}{\lambda \kappa_t} \tag{3.41}$$

donde w es el radio del spot del haz que incide en el axicón, y λ la longitud de onda del haz utilizado.

Un parámetro de interés en esta tesis es κ_t , que representa el radio del haz Bessel en el espacio de momentos, y está dada por:

$$\kappa_t = \frac{2\pi}{\lambda} \cos((n-1)\gamma) \tan((n-1)\gamma) \tag{3.42}$$

donde n es el índice de refracción del axicón, y γ es el ángulo del axicón (Figura 3.3).

La relación entre el radio de la macha central del haz Bessel y el radio de su transformada de fourier está dada por:

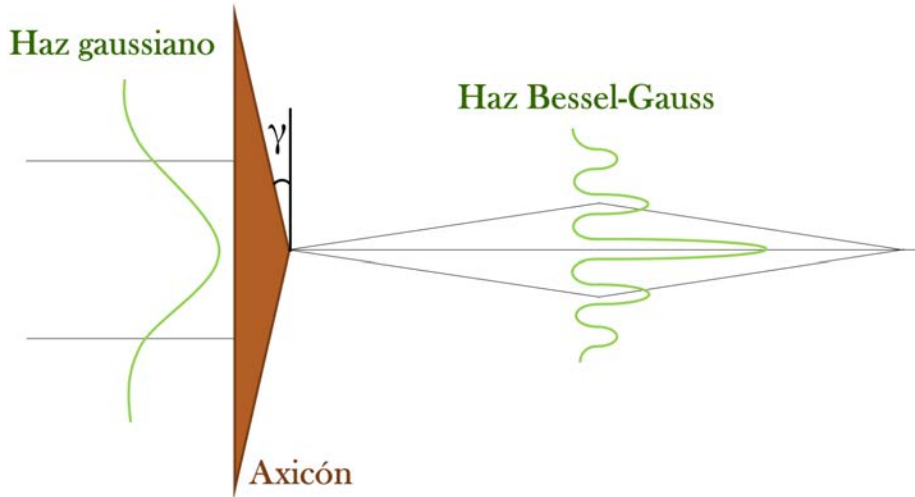


Figura 3.3: Esquema que muestra la generación de un haz Bessel-Gauss cuando un haz gaussiano atraviesa un axicón.

$$r_0 = \frac{2.405}{\kappa_t} \quad (3.43)$$

Con estos parámetros es posible conocer las características esenciales del haz Bessel a generar.

3.2. Momento angular

El momento angular de un objeto representa su movimiento rotatorio al desplazarse.

Según el Teorema de Chasle's de cinemática [32] - [33], el movimiento de todo cuerpo rígido puede ser representado por la suma de un movimiento rotatorio y un movimiento de traslación. Las leyes de la mecánica rigen su comportamiento.

Un campo electromagnético también tiene propiedades mecánicas, por lo que también existe un momento angular asociado al mismo. Tal momento angular se puede descomponer en momento angular de espín (SAM, por sus siglas en inglés: Spin Angular Momentum) y en momento angular orbital

(OAM, por sus siglas en inglés: Orbital Angular Momentum). Este último siendo un interesante foco de estudio en los últimos años. Ambos comportamientos se describirán en seguida con mas detalle.

Se ha hecho un gran trabajo en la comprensión, generación, y detección de haces con características personalizadas [34], avanzando a la par tecnologías que permiten la generación de mas complejos y específicos diseños de luz estructurada y los dispositivos para detectarla, así como la incursión de estos haces en diversas áreas del conocimiento.

3.2.1. Momento angular de spin

El SAM está asociado a la polarización de la luz, a la polarización circular, por lo que un haz circularmente polarizado porta SAM [35]. Este vector está dirigido a lo largo del eje de propagación del haz.

Inducir polarización circular en un haz se puede hacer fácilmente mediante el uso de placas de un cuarto de onda; estas placas están hechas de cristal birrefringente que, mediante la descomposición de un haz incidente (linealmente polarizado) en sus componentes de campo vertical y horizontal, una de las dos se retrasa, pues viaja por el eje lento del cristal, mientras que la que viaja por el eje rápido se adelanta, volviéndose a unir al final de la placa, generando así una diferencia de fase de $\pi/2$ con respecto al haz de entrada, cambiando así su estado de polarización y provocando una rotación de la luz con respecto a su eje.

3.2.2. Momento angular orbital

Mucho se ha hablado del OAM [36] - [38] desde que se supo forma parte para una descripción completa del momento angular de un haz de luz [36]. El OAM se asocia a la distribución espacial de un haz de luz; un haz que porta OAM está caracterizado por tener una singularidad de fase en su eje de propagación, un vórtice.

En la actualidad existen diversos dispositivos que permiten imprimir OAM a un haz de luz [39], ya sea elementos basados en una diferencia de grosor en el material, como las placas generadoras de vórtices ópticos (VPP), elementos de cristal líquido cuyos patrones son controlados por medio de computadoras y permiten modificar tanto la fase como la intensidad, tales

como los moduladores espaciales de luz (SLM), o dispositivos que aprovechan un cambio en el SAM para impartir OAM al haz de luz, tales como las q-plates.

Aparte de los haces Bessel-Gauss, existen diversos tipos de haces que pueden ser portadores de OAM, por ejemplo los Laguerre-Gauss.

La descripción matemática de haces portadores de OAM vienen acompañados de un término de fase, $e^{im\phi}$, donde m está asociado al momento angular del haz y puede ser cualquier número entero positivo o negativo, y ϕ es el ángulo azimutal. Así, el momento angular orbital se representa por $l = m\hbar$.

3.3. Análisis de OAM y SAM en los haces Bessel-Gauss vectoriales

J. M. Hickmann et.al. [40] presentaron una técnica para conocer el OAM que porta un haz. Esta técnica consiste en utilizar una apertura triangular y hacer pasar un haz de luz a través de ella; el haz se difracta (pues el tamaño de la abertura es comparable con la longitud de onda de la fuente utilizada) y al observar la imagen difractada en campo lejano, se puede observar un patrón de manchas circulares que conforman un triángulo. El OAM que porta cada fotón en dichos haces se representa mediante la expresión $l = m\hbar$, donde m es conocida como *carga topológica*. La carga topológica es la cantidad que representa qué tantos giros hace la luz en una longitud de onda, este es un número entero y puede ser positivo o negativo, lo cual determina hacia qué dirección gira el haz. Por ejemplo: para una carga topológica de $m = -1$ se puede decir que la luz da un giro al rededor de su eje de propagación en dirección antihorario; para $m = +3$ la luz da tres vueltas alrededor de su eje en sentido horario.

La cantidad de manchas circulares por lado en el triángulo representa la carga topológica del haz, esto mediante la expresión: $m = N - 1$ [40], donde N es el número de manchas circulares en cada lado.

Otro punto a tomar en cuenta de esta técnica, es que el triángulo del patrón de difracción se rota 30° con respecto a la abertura.

En la Figura 3.4 se muestran resultados de las simulaciones [40] que evidencian el momento angular obtenido para haces con diferente OAM, para haces con cargas topológicas de 1, 2 y 3.

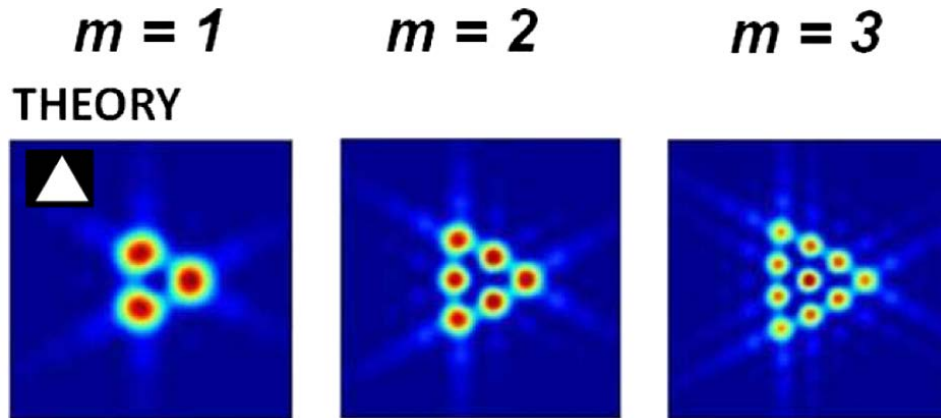


Figura 3.4: Simulaciones tomadas de [40]. Patrones de difracción para haces con OAM de $m = 1$, $m = 2$ y $m = 3$.

Un haz vectorial se distingue de uno escalar cuando se hace pasar por un polarizador, pues para un haz escalar la polarización es homogénea en todo el patrón transversal, es decir que su polarización va a ser igual en cada punto del haz; mientras que en un haz vectorial la polarización es inhomogénea. Entonces, al hacer pasar un haz vectorial por un polarizador lineal, el patrón observado (con una CCD) va a ser diferente al del haz antes del polarizador, es decir, la distribución de intensidad se modifica y se puede ver tal patrón conforme se va rotando el polarizador, mientras que para un haz escalar solo se observa una variación en la intensidad del haz pero no en su distribución angular de intensidad.

Para el análisis de SAM con modos Bessel TM se utiliza un polarizador lineal que, al posicionar su eje de transmisión de tal manera que deje pasar luz horizontalmente polarizada se observa el patrón de intensidades mostrado en la Figura 3.5 a); mientras que si el eje de transmisión permite pasar luz verticalmente polarizada, se obtiene el patrón mostrado en la Figura 3.5 b).

Los estados de polarización de un haz con simetría vectorial cilíndrica se encuentran representados en el ecuador de la Esfera de Poincaré de mayor orden (HOP) [41, 42]. De esta esfera HOP se puede decir, según Darryl N. et. al [43], que: “...Mientras una esfera de Poincaré es una esfera de Bloch donde los estados base son dos estados de polarización ortogonales, una esfera HOP es una esfera de Bloch donde los estados base son estados ortogonales mas generales que incorporan SAM y OAM, y todos los modos ópticos poseen una distribución de intensidad con una singularidad en el

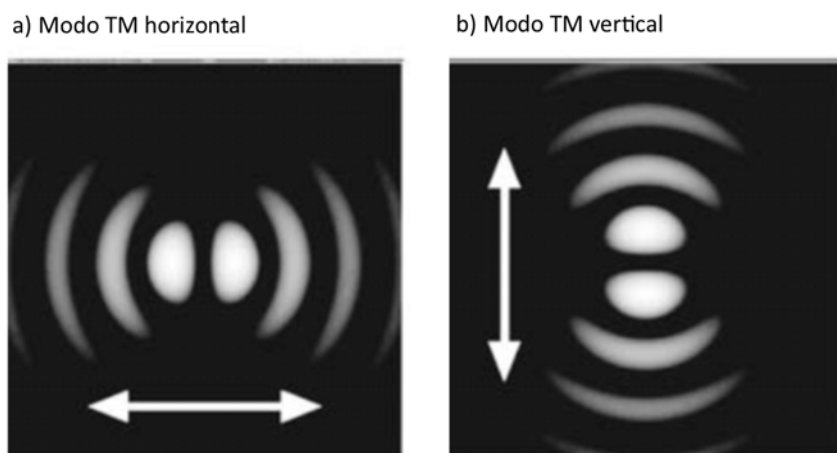


Figura 3.5: Simulaciones tomadas de [17]. Patrones de intensidad para un modo Bessel TM al hacerlo pasar por un polarizador lineal. Las flechas indican la orientación del eje de transmisión del polarizador.

centro". Una esfera de Bloch se entiende como una representación geométrica de un sistema de dos niveles sobre la superficie de una esfera unitaria.

En esta tesis se generan haces con polarización radial y azimutal, siendo estos casos especiales de un haz con simetría vectorial cilíndrica. En la Figura 3.6 a) se muestra un haz Bessel de primer orden cuyas flechas representan la polarización del haz, que en este caso es radial; en la Figura 3.6 b) se muestra el caso para un haz con polarización azimutal.

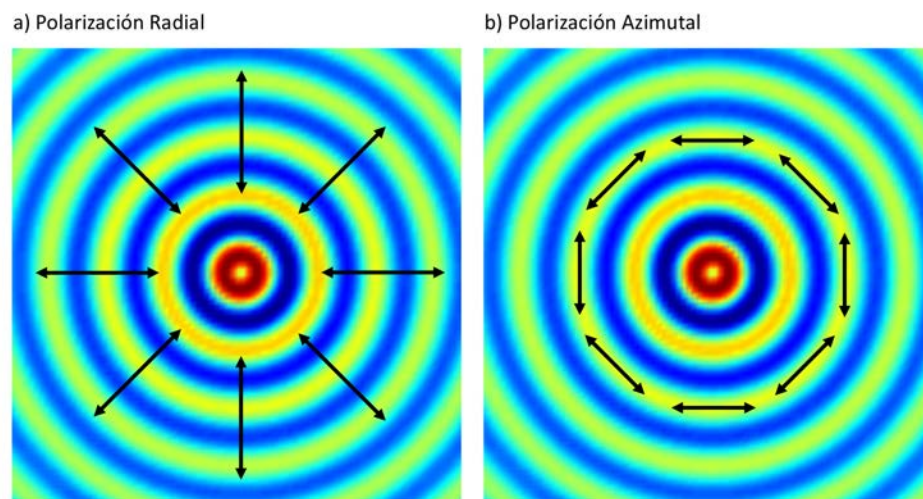


Figura 3.6: Haces Bessel de primer orden; las flechas indican la dirección de la polarización.

CAPÍTULO 4

CONCEPTOS DE ÓPTICA NO-LINEAL

Contenido

4.1. Medios no lineales	25
4.1.1. Tensor de Susceptibilidad eléctrica de segundo orden, $\chi_{ijk}^{(2)}$	26
4.2. Cristalografía	27
4.2.1. Birrefringencia	28
4.2.2. Cristales β - <i>BBO</i> y <i>LiNbO₃</i>	28

En este capítulo se explicará brevemente lo que pasa cuando la luz atraviesa un medio no lineal, así como los conceptos involucrados para entender tal interacción. También nos encargaremos de establecer algunas de las características que definen a un material cristalino, así como las propiedades necesarias que el cristal debe poseer para desarrollar este trabajo experimental.

4.1. Medios no lineales

Cuando la luz pasa através de un cristal pero no es lo suficientemente intensa como para modificar sus propiedades, esta interacción se dice que es lineal, y podemos estudiarla por medio de la Polarización eléctrica, que es una respuesta del momento dipolar del material debido al campo aplicado. Esta polarización está dada por la expresión [44]:

$$\vec{P}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \chi^{(1)} E(\mathbf{r}, t) \quad (4.1)$$

Aquí, $\chi^{(1)}$ es conocida como la susceptibilidad eléctrica lineal, $E(\mathbf{r}, t)$ es el campo aplicado, y ϵ_0 es la permitividad eléctrica del vacío.

Cuando se utilizan campos muy intensos (como un láser) para bombear un cristal, sus propiedades ópticas pueden ser modificadas y pueden producir una respuesta no lineal. Para este caso, la ecuación 4.1 se ve modificada de la siguiente manera [45]:

$$P_i = \epsilon_0[\chi_{ij}^{(1)} E_j + \chi_{ijk}^{(2)} E_j(t) E_k + \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k(t) E_l + \dots] \quad (4.2)$$

esta es la conocida expansión de Bloembergen, donde las susceptibilidades no lineales $\chi_{ijk}^{(2)}$ y $\chi_{ijkl}^{(3)}$, de segundo y tercer orden, respectivamente, son tensores (es decir,). La expresión 4.2 la podemos expresar en términos de una polarización lineal y una no lineal:

$$\begin{aligned} \vec{P} &= \vec{P}^{(1)} + \vec{P}^{(2)} + \vec{P}^{(3)} + \dots \\ &= \vec{P}^{(L)} + \vec{P}^{(NL)} \end{aligned} \quad (4.3)$$

donde la polarización lineal está dada por el término de grado uno, mientras que la polarización no lineal es una sumatoria de las polarizaciones no lineales de mayor grado.

Los medios que producen una no-linealidad de segundo orden ($\chi^{(2)}$) tienen diferentes propiedades que los medios que producen una de tercer orden ($\chi^{(3)}$). Cabe mencionar que a mayor grado de no-linealidad más débil es el efecto causado y mayor intensidad se necesita para generarlo, pues al ser la susceptibilidad eléctrica tan pequeña, se va haciendo aún menor cuando se eleva a mayores potencias; debido a esto, se necesita de campos más intensos para poder generar respuestas no-lineales de mayor órdenes. En este trabajo se estudiarán solo medios con una no-linealidad de segundo orden, por lo que nos centraremos en explicar la susceptibilidad eléctrica de segundo orden.

4.1.1. Tensor de Susceptibilidad eléctrica de segundo orden,

$$\chi_{ijk}^{(2)}$$

La susceptibilidad eléctrica en un material indica el grado de polarización que un material dieléctrico tiene al incidirle un campo eléctrico.

Las no-linealidades de segundo orden son solo obtenidas en cristales no centrosimétricos y en materiales isotrópicos (lineales), pues en cristales con simetría centrosimétrica $\chi^{(2)} = 0$ [46].

Usualmente, no se trabaja con el tensor de susceptibilidad eléctrica, sino con el tensor d_{ijk} , el cual está relacionado con χ_{ijk} por medio de [46]:

$$\chi_{ijk} = 2d_{ijk} \quad (4.4)$$

Estos tensores están dados en representaciones tridimensionales, pero usualmente se usa una representación en el plano de d_{ijk} con la forma d_{il} , donde $i = 1$ corresponde a x , $i = 2$ corresponde a y , $i = 3$ corresponde a z , y l toma los valores: $l = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ para $xx, yy, zz, yz = zy, xz = zx, xy = yx$, respectivamente.

Es posible expresar la polarización en términos de la no-linealidad efectiva d_{eff} dando lugar a la generación de sumas de frecuencias. Se utilizan cristales uniaxiales negativos con un grupo de simetría 3m, cuya no-linealidad efectiva está dada por:

$$d_{eff} = d_{31} \sin \theta - d_{22} \cos \theta \sin 3\phi \quad (4.5)$$

donde θ es el ángulo entre el eje óptico y la dirección de propagación del haz de bombeo, y ϕ es la coordenada polar azimutal.

4.2. Cristalografía

La característica esencial de un cristal es la periodicidad de su estructura cristalina, es decir, de la distribución de átomos en el material. Cada material cristalino se puede clasificar según su red cristalina, pues las propiedades físicas de cada material dependen en gran medida de dicha estructura.

Los cristales son materiales con estructura atómica tridimensional, fija y repetitiva, cuya unidad básica se llama celda unitaria; la disposición de los átomos constituyentes en el material determinan las características físicas y químicas del mismo, por eso la necesidad de clasificarlos. Los cristales se agrupan según su grupo de simetría, que se determina por características geométricas en la disposición de los átomos.

La apariencia física no es lo que le da a un material la clasificación de *crystal* [47], sino el que su estructura atómica esté conformada por celdas unitarias que se repitan periódicamente. Tales celdas conforman una red con cierta simetría específica para cada cristal, y son llamadas “redes de Bravais”; tal red puede definirse como [48]:

*Una formación infinita de puntos discretos con un arreglo
y orientación que parece exactamente la misma, desde
cualquier punto del que es vista.*

Sin embargo tales redes no son únicas, se pueden determinar varios modelos posibles de celdas unitarias en una red de Bravais bidimensional, de manera tal que al trasladar la celda por la red encaja perfectamente en cada punto y no se detecta diferencia. Una red infinita es imposible, por supuesto, dado que los cristales infinitos no existen, pero se consideran tan amplios en extensión en comparación con una simple celda que suele despreciarse el hecho, a menos que sea necesario considerar efectos de borde y entonces se añaden algunas especificaciones al modelo.

La conformación de estas redes son las que determinan el tipo de simetría del cristal.

4.2.1. Birrefringencia

La birrefringencia en un material indica que la luz dentro de ese material no se propaga a la misma velocidad en todas las direcciones.

El plano que contiene al eje principal, que consideraremos que es el eje z , y al vector de onda κ del haz de luz es llamado *plano principal*. El haz cuya polarización oscila sobre el plano principal se conoce como el haz extraordinario. Mientras que el haz que oscila perpendicular a este se le llama haz ordinario.

4.2.2. Cristales β - BBO y $LiNbO_3$

Para elegir los cristales se consideraron varias propiedades. Se eligieron cristales uniaxiales negativos con una alta no linealidad de segundo orden.

En las Figuras 4.1 y 4.2 se muestran las simulaciones hechas por Rocío Jauregui para el estudio del grupo de simetría de tales cristales. Se consideró como bombeo un haz Bessel-Gauss TM con una longitud de onda de $\lambda =$

407nm, y la longitud de los cristales de $L = 1\text{mm}$. En estas imágenes lo que se grafica es la dependencia angular de los fotones, tanto en x como en y, del proceso de SPDC tipo I.

En la Figura 4.1 se muestran los perfiles transversales resultantes para un cristal $LiNbO_3$, se aprecia en las gráficas que a mayor κ_\perp , la simetría del cristal se vuelve mas notoria, en 4.1a) se utiliza un valor de $\kappa_\perp = 0.001\mu\text{ m}^{-1}$ y la simetría comienza a notarse aún siendo muy pequeño tal valor, se utilizan también valores de $\kappa_\perp = 0.006\mu\text{ m}^{-1}$ en b), de $\kappa_\perp = 0.008\mu\text{ m}^{-1}$ en c) y de $\kappa_\perp = 0.03\mu\text{ m}^{-1}$ en d). Para la longitud de onda del bombeo, los valores para las permitividades relativas ordinaria y extraordinaria son $\epsilon_o = 5.08$ y $\epsilon_e = 4.67$, respectivamente.

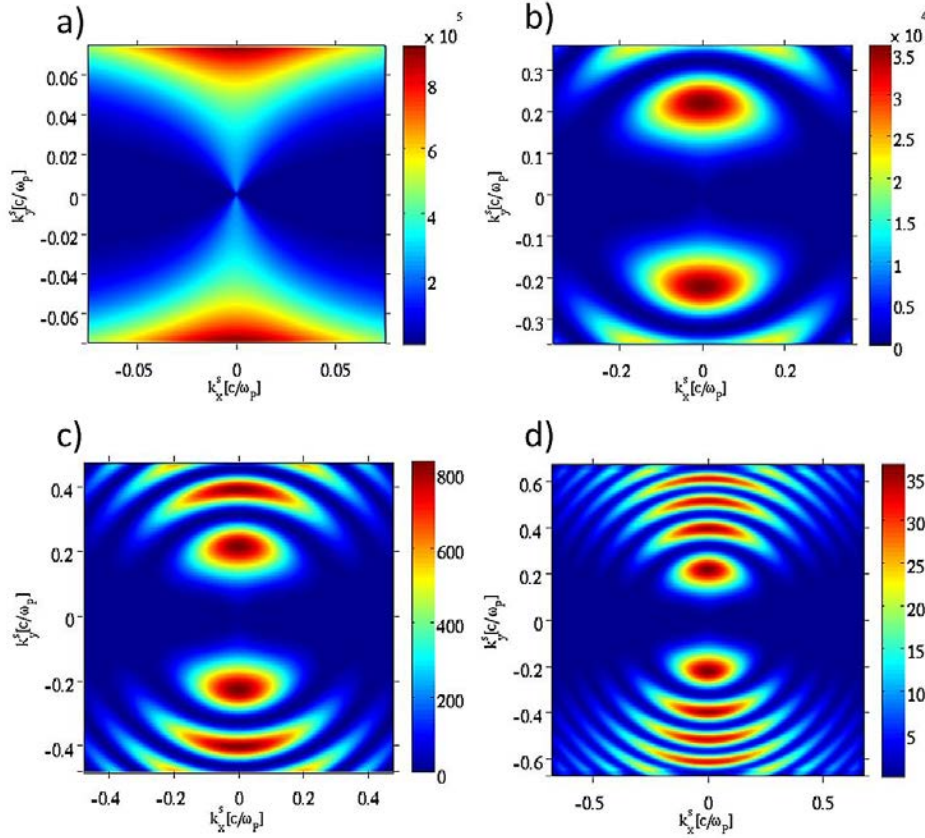


Figura 4.1: Simulaciones hechas por Rocío Jauregui que representan los perfiles transversales para diferente κ_\perp de un cristal $LiNbO_3$. a) $\kappa_\perp = 0.001\mu\text{ m}^{-1}$, b) $\kappa_\perp = 0.006\mu\text{ m}^{-1}$, c) $\kappa_\perp = 0.008\mu\text{ m}^{-1}$, d) $\kappa_\perp = 0.03\mu\text{ m}^{-1}$.

En la Figura 4.2 se muestran los perfiles transversales para un cristal $\beta - BBO$. Para este cristal, a diferencia del $LiNbO_3$, la simetría del cristal se aprecia para valores muy grandes de κ_{\perp} . En 4.2a) se utiliza un valor de $\kappa_{\perp} = 0.006\mu\text{ m}^{-1}$ y la simetría comienza a notarse; se utiliza en b) un valor de $\kappa_{\perp} = 0.04\mu\text{ m}^{-1}$, de $\kappa_{\perp} = 0.1\mu\text{ m}^{-1}$ en c) y de $\kappa_{\perp} = 0.3\mu\text{ m}^{-1}$ en d). Para la longitud de onda del bombeo, los valores para las permitividades relativas ordinaria y extraordinaria son $\epsilon_o = 5.08$ y $\epsilon_e = 4.67$, respectivamente.

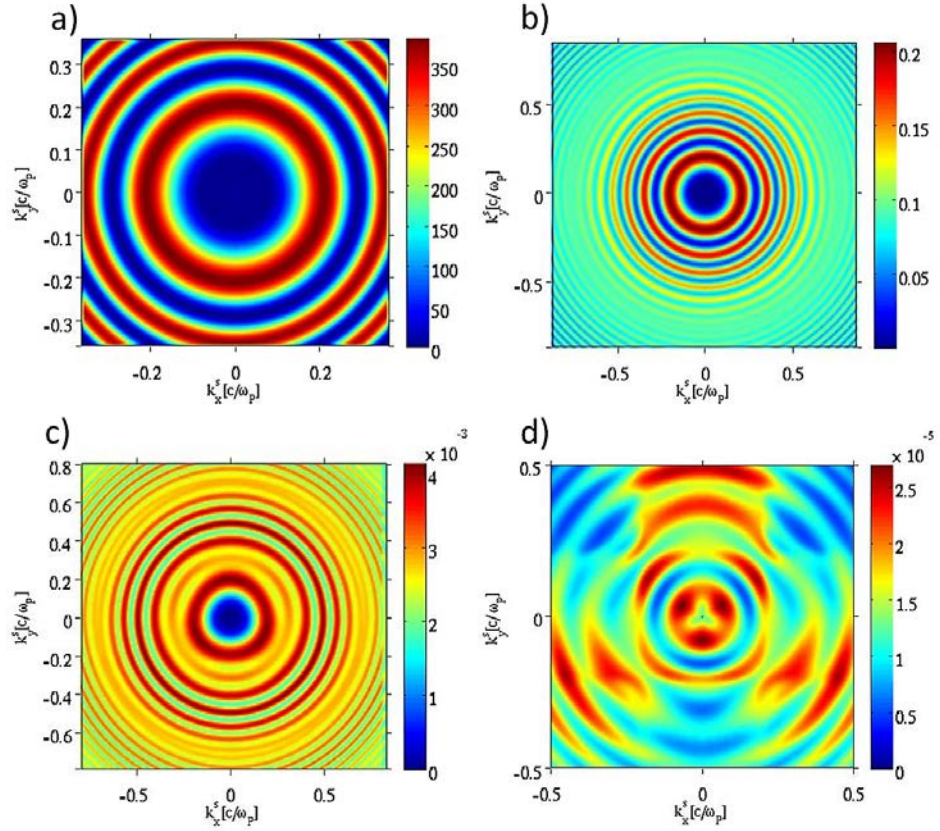


Figura 4.2: Simulaciones hechas por Rocio Jauregui que representan los perfiles transversales para diferente κ_{\perp} de un cristal $\beta - BBO$. a) $\kappa_{\perp} = 0.006\mu\text{ m}^{-1}$, b) $\kappa_{\perp} = 0.04\mu\text{ m}^{-1}$, c) $\kappa_{\perp} = 0.1\mu\text{ m}^{-1}$, d) $\kappa_{\perp} = 0.3\mu\text{ m}^{-1}$.

CAPÍTULO 5

SPDC CON HACES QUE PORTAN OAM Y SAM

Contenido

5.1. Generación de parejas de fotones	31
5.2. Estado cuántico del SPDC	33

En este capítulo se presentarán las bases teóricas sobre las que descansa el proceso no-lineal de Conversión Paramétrica Descendente Espontánea (SPDC, por sus siglas en inglés: Spontaneous Parametric Down Conversion).

Se dará también la descripción de un concepto que se utilizará para el análisis de las parejas de fotones generadas, el Espectro Angular (EA), el cual describe la dependencia angular de los fotones en el espacio de momentos.

5.1. Generación de parejas de fotones

El proceso de SPDC (Figura 5.1) es un proceso no lineal en el que un fotón del haz de bombeo (p , del inglés pump) es aniquilado para crear un par de fotones correlacionados entre sí, llamados fotón señal (s , del inglés signal) y fotón acompañante (i , del inglés idler).

El proceso de SPDC se puede distinguir principalmente en dos tipos: Tipo I y Tipo II, aunque también existe el Tipo 0 que no se discutirá en esta tesis. En el primero, las polarizaciones de los fotones i y s son iguales y ortogonales a la polarización del fotón p . En el segundo, sus polarizaciones son diferentes y ortogonales entre sí, una de ellas igual a la polarización del bombeo.

Este es un proceso muy ineficiente (generándose aproximadamente una pareja de fotones por cada 10^{12} fotones del bombeo) [46] en el que los fotones

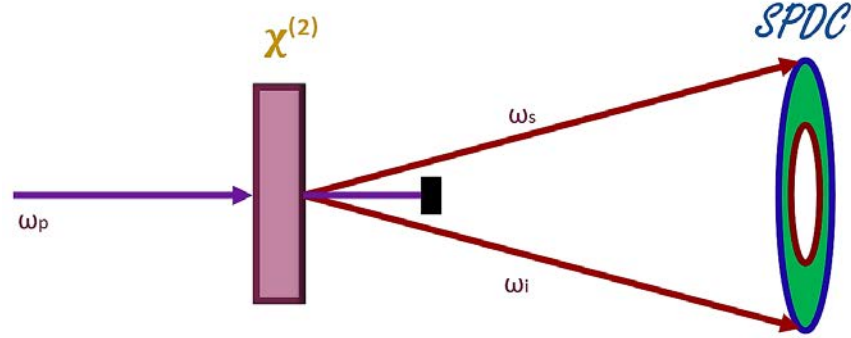


Figura 5.1: Representación gráfica del proceso de SPDC Tipo I.

son generados solo bajo ciertas condiciones llamadas *Condiciones de empata-
mamiento de fase*.

Puesto que se trata de un proceso paramétrico (es decir, que la interacción del haz de luz con el cristal no modifica su estado), los fotones cumplen con la conservación de energía:

$$\omega_p = \omega_s + \omega_i \quad (5.1)$$

y con la conservación de momento lineal:

$$\kappa_p = \kappa_s + \kappa_i \quad (5.2)$$

para los fotones de bombeo (ω_p, κ_p) , señal (ω_s, κ_s) y acompañante (ω_i, κ_i) . Las ecuaciones 5.1 y 5.2 son conocidas como condiciones de empata-
mamiento de fase.

Existen diversas combinaciones posibles para la propagación de los fotones involucrados por el eje ordinario o extraordinario del cristal; tales combina-
ciones permiten cumplir con las condiciones de empata-
mamiento de fase. Las siguientes combinaciones son posibles para cristales uniaxiales con interac-
ción Tipo I [46]:

$$\kappa_{pe} = \kappa_{io} + \kappa_{so} \quad (5.3)$$

para cristales negativos, y

$$\kappa_{po} = \kappa_{ie} + \kappa_{se} \quad (5.4)$$

para cristales positivos.

Las combinaciones posibles para cristales uniaxiales con interacción Tipo II son:

$$\kappa_{pe} = \kappa_{io} + \kappa_{se} \quad (5.5)$$

$$\kappa_{pe} = \kappa_{ie} + \kappa_{so} \quad (5.6)$$

ambas para cristales negativos, y

$$\kappa_{po} = \kappa_{io} + \kappa_{se} \quad (5.7)$$

$$\kappa_{po} = \kappa_{ie} + \kappa_{so} \quad (5.8)$$

ambas para cristales positivos. En estas ecuaciones, el subíndice o es para referirnos a un haz ordinario, y el subíndice e para un haz extraordinario. En esta tesis se va a generar la interacción ooe (indicando la primera letra el término de menos frecuencia y el último el de mayor frecuencia)

Dos fotones pueden estar correlacionados en diferentes grados de libertad, por ejemplo: en momento lineal, en polarización, en tiempo (que se presenta cuando ambos son creados justo al mismo tiempo), etc. En nuestro caso, lo están en momento lineal y frecuencia angular.

5.2. Estado cuántico del SPDC

La interacción del haz de bombeo con el medio cristalino, al igual que la distribución de los fotones generados en el proceso de SPDC, son analizados y descritos por medio de la cuantización del campo electromagnético, pues al ser un proceso espontáneo, los fotones son generados debido a las fluctuaciones de vacío.

Se tiene como bombeo un modo transversal magnético Bessel-Gauss de orden m que se propaga en el espacio libre, ya mencionado antes en esta tesis, que está dado por: $\mathbf{E}_m(\mathbf{r}) = E_0 \int d\phi_{\mathbf{q}} \mathbf{e}_{\kappa} \exp(i\kappa_z z + i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_t + im\phi_{\mathbf{q}})$, donde \mathbf{e}_k es la polarización de cada onda plana, κ es el vector de onda de cada onda plana en su dirección de propagación, \mathbf{q} es el vector de onda transversal, y $\phi_{\mathbf{q}}$ el ángulo polar alrededor del eje \mathbf{z} .

La interacción entre el haz de bombeo y el cristal no lineal está dada por el hamiltoniano de interacción del SPDC [13, 49]:

$$H(t) = \varepsilon_0 \int_V dV \int d\kappa_p \int d\kappa_s \int d\kappa_i \chi^{(2)} \mathbf{E}_p \mathbf{E}_s^- \mathbf{E}_i^- + h.c. \quad (5.9)$$

con $\mathbf{E}_p = \mathbf{E}_p(t, \mathbf{r}; \kappa_p)$, $\mathbf{E}_s^- = \mathbf{E}_s^-(t, \mathbf{r}; \kappa_s)$ y $\mathbf{E}_i^- = \mathbf{E}_i^-(t, \mathbf{r}; \kappa_i)$ los operadores campo eléctrico para los fotones bombeo, señal y acompañante, respectivamente; $\chi^{(2)}$ es el tensor de susceptibilidad no lineal de segundo orden, y V el volumen de interacción.

Es también de interés conocer el estado cuántico de los fotones generados en el proceso de SPDC a la salida del cristal, tal estado puede ser escrito como [13]:

$$|\Psi\rangle_{SPDC} \sim |vac\rangle + g \int d\mathbf{p} d\mathbf{q} F(\mathbf{p}, \mathbf{q}) a_s^\dagger(\kappa_z^s, \mathbf{p}) a_i^\dagger(\kappa_z^i, \mathbf{q}) |vac\rangle \quad (5.10)$$

donde $g = \varepsilon_0 E_0 N_s N_i / \hbar$, $a_s^\dagger(\kappa_z^s, \mathbf{p})$ y $a_i^\dagger(\kappa_z^i, \mathbf{q})$ son los operadores de creación para las parejas de fotones, y $F(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ representa un estado enredado entre los fotones señal y acompañante, y se escribe como:

$$F(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \sum_{l,m,n} \chi_{lmn}^{(2)} [e_p(\mathbf{p} + \mathbf{q})]_l [e_s(\mathbf{p})]_m [e_i(\mathbf{q})]_n \text{sinc}\left(\frac{\Delta\kappa_z(\mathbf{p}, \mathbf{q})L}{2}\right) \exp\left(i \frac{\kappa_z^p(\mathbf{p} + \mathbf{q}) + \kappa_z^s(\mathbf{p}) + \kappa_z^i(\mathbf{q})}{2} L\right) \quad (5.11)$$

con $\Delta\kappa_z(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \kappa_z^p(\mathbf{p} + \mathbf{q}) - \kappa_z^s(\mathbf{p}) - \kappa_z^i(\mathbf{q})$.

De este proceso es importante saber la manera en que los fotones se distribuyen angularmente una vez generados, tal distribución está dada por el Espectro Angular (EA), que está definido como:

$$R_s(\mathbf{p})\Delta\mathbf{p} = \int d\mathbf{q}R(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \int d\mathbf{q}|F(\mathbf{p}, \mathbf{q})|^2 \quad (5.12)$$

La forma del EA está determinada por dos factores: el haz de bombeo y el cristal no lineal utilizado. Se ha estudiado antes esta dependencia y los efectos ocasionados en el EA al cambiar ciertas condiciones del experimento [50].

CAPÍTULO 6

EXPERIMENTOS

Contenido

6.1. Generación y análisis de los VBBs	38
6.1.1. Generación de haces Laguerre-Gauss de primer orden	38
6.1.2. Generación de haces Bessel-Gauss escalares	41
6.1.3. Generación de los VBBs	41
6.1.4. Análisis de polarización	43
6.1.5. Análisis de OAM	43
6.2. Espectro Angular del SPDC	44
6.2.1. EA para un haz Bessel	44
6.2.2. EA para un haz gaussiano	45

El objetivo principal de este trabajo es estudiar las propiedades espaciales de los fotones generados en el proceso de Conversión Paramétrica Descendente Espontánea (SPDC), cuando el cristal no-lineal de segundo orden es bombeado con un haz Bessel-Gauss vectorial. La distribución espacial de las parejas de fotones en el plano de Fourier se conoce como el espectro angular (EA).

En esta sección se presentan los experimentos realizados en este trabajo. Se expone primero la generación paso a paso de los haces Bessel-Gauss vectoriales (VBBs) con su pertinente análisis de Momento Angular Orbital (OAM) y Momento Angular de espín (SAM). Enseguida se presenta la generación de VBBs de tamaños diversos. Finalmente, los haces generados se utilizan como bombeo en un cristal β -BBO para generar el proceso de SPDC Tipo I, cuyo espectro angular es analizado, realizando una comparación entre el EA de los fotones generados al bombear el cristal con un haz Bessel-Gauss escalar y con un VBB, para diferentes valores de la κ_t . También se presenta la generación del EA con un haz gaussiano.

El esquema general del experimento se muestra en la Figura 6.1; se utiliza un haz cuyo perfil gaussiano es modificado para generar un VBB que después se hace incidir en un cristal no lineal de segundo orden ($\chi^{(2)}$), en el que se genera SPDC Tipo I. A la salida del cristal se utiliza una lente (L) para hacer la transformada de Fourier y se observa el resultado con una cámara iCCD.

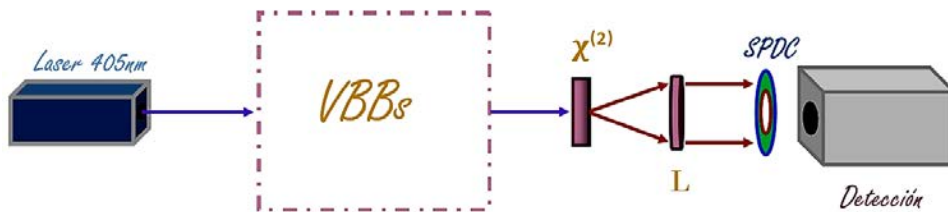


Figura 6.1: Representación de los puntos claves del experimento.

El esquema experimental completo y detallado se muestra en la Figura 6.2, pero las siguientes secciones están dedicadas a explicar cada parte del arreglo, así como su función en el proyecto.

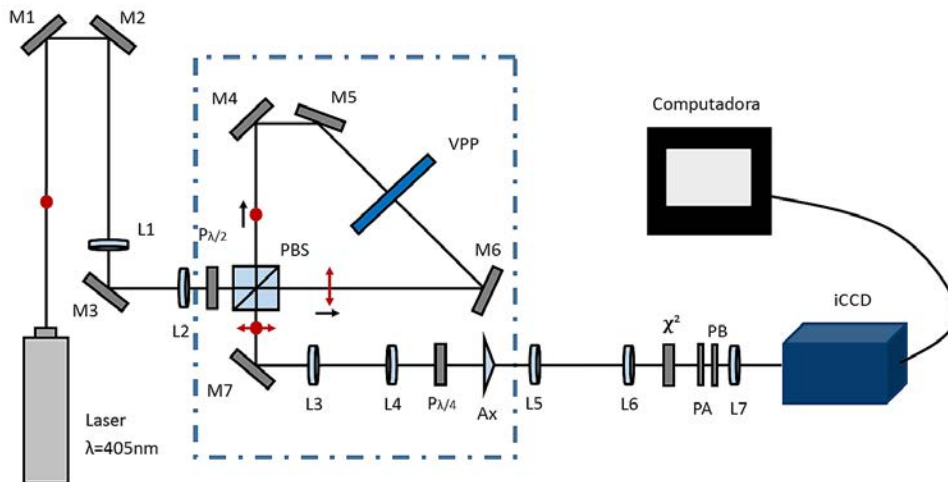


Figura 6.2: Arreglo experimental. M1-M7 son espejos; L1-L7 son lentes; $P_{\lambda/2}$ y $P_{\lambda/4}$ son placas de media y un cuarto de onda, respectivamente; PBS es un divisor de haz polarizado; VPP es una placa generadora de vórtices ópticos; Ax es una lente de axición, $\chi^{(2)}$ es un cristal no lineal de segundo orden, y PB y PA son filtros pasabajos y pasabandas, respectivamente. El recuadro punteado encierra la parte del experimento en que los VBBs son generados.

Una fotografía del arreglo completo se muestra en la Figura 6.3, indicando con flechas el curso del haz. Se hace un acercamiento del interferómetro Sagnac en la Figura 6.4.

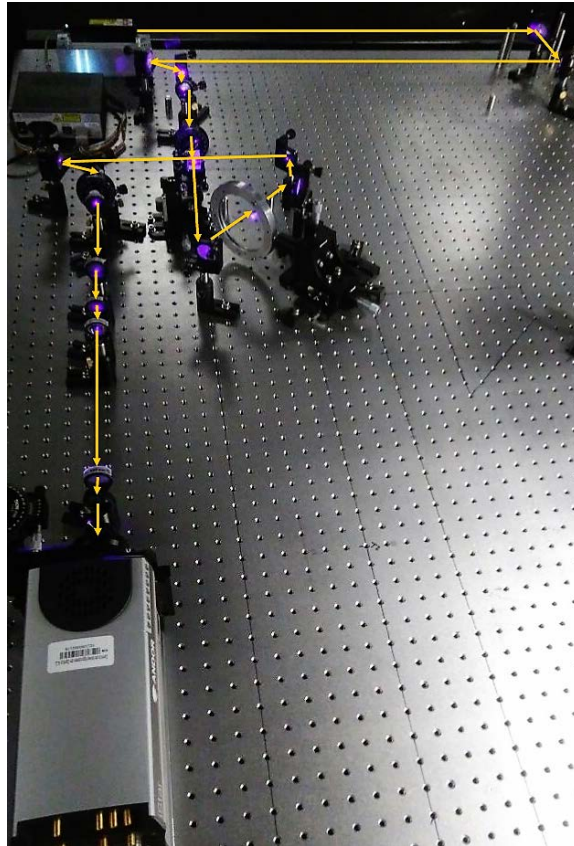


Figura 6.3: Fotografía del arreglo experimental. Las flechas amarillas indican la dirección de propagación del haz laser.

6.1. Generación y análisis de los VBBs

6.1.1. Generación de haces Laguerre-Gauss de primer orden

El arreglo experimental que se diseñó en este trabajo requiere generar haces Laguerre-Gauss de primer orden, para luego generar los VBBs.

En todo el experimento se utilizó una fuente de luz violeta ($\lambda = 405\text{nm}$). En

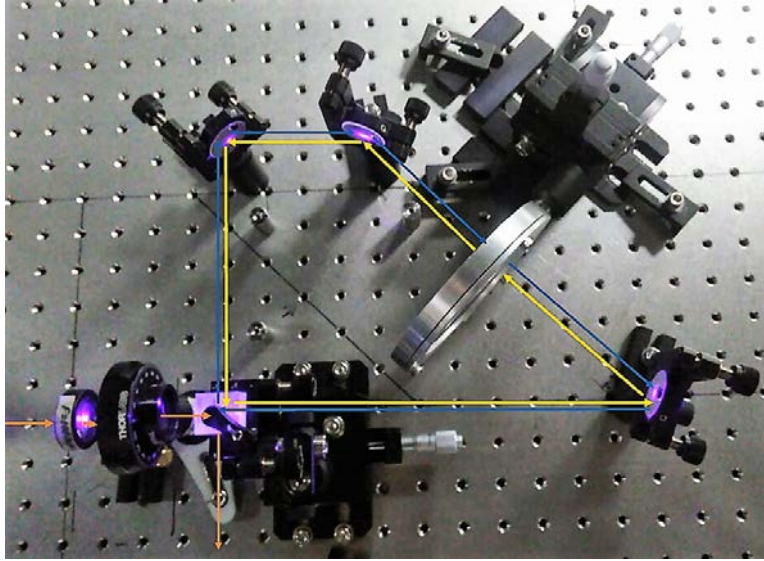


Figura 6.4: Fotografía del interferómetro Sagnac. Las flechas indican la dirección de propagación: las anaranjadas indican la propagación del haz como uno solo, las amarillas la propagación del haz transmitido por el PBS, y las azules el haz reflejado por el PBS.

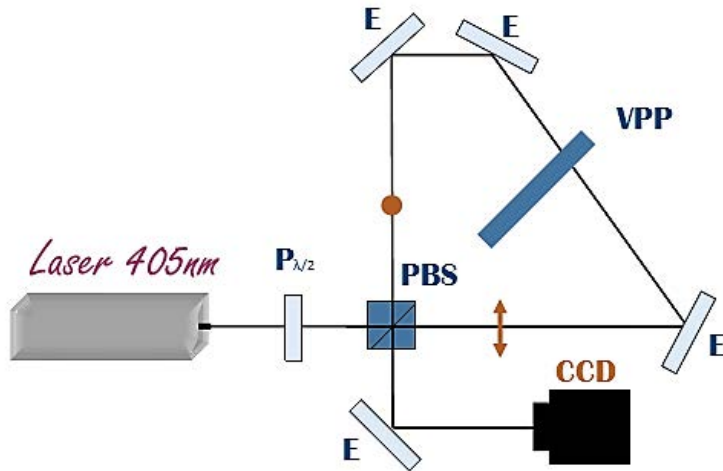


Figura 6.5: Montaje para generar haces Laguerre-Gauss de primer orden, donde: $P_{\lambda/2}$ -Placa de media onda, PBS-Divisor de haz polarizado, E-Espejos, y VPP-Placa generadora de vórtices ópticos. El haz reflejado por el PBS porta polarización vertical (punto anaranjado) y el transmitido polarización horizontal (flecha anaranjada).

este arreglo, que se muestra en la Figura 6.5, se hace incidir un haz gaussiano en un divisor de haz polarizado (PBS) que divide el haz de entrada en dos: uno transmitido con polarización horizontal (flecha anaranjada) y el otro reflejado con polarización vertical (punto anaranjado). Es necesario que ambos haces tengan la misma intensidad, por lo que antes del PBS se colocó una placa de media onda ($P_{\lambda/2}$), que cambia la polarización del haz de entrada y permite controlar así la relación entre luz vertical y horizontalmente polarizada.

Con el PBS como punto de partida, se construyó un interferómetro Sagnac. Debido a la configuración de anillo de este interferómetro, ambos haces recorren el mismo camino y se vuelven a superponer en el PBS. Dentro del interferómetro se utilizó una placa generadora de vórtices ópticos (VPP) para inducir el cambio de fase en ambos haces. Este VPP es el modelo VPP-1b comprado a RPC Photonics (ver Figura 6.6), el cual genera vórtices con una carga topológica de $+1$ (ó -1 , dependiendo del lado desde el que se incide el haz) y está basado en un cambio gradual de grosor en la superficie de incidencia, cambio que va desde 0 a 2π en el plano azimutal.

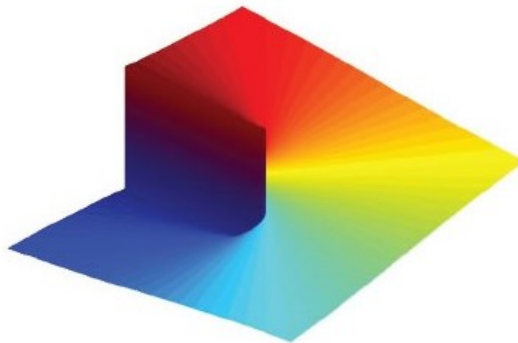


Figura 6.6: Representación de un VPP (Figura tomada de la página oficial de RPC Photonics).

El VPP “retuerce” la luz que pasa a través de él, las ondas incidentes interfieren destructivamente justo en el centro, por lo que se genera una singularidad en el centro del haz obteniendo así un haz de mayor orden, es decir, se obtienen haces con momento angular orbital (OAM). En nuestro caso, se obtuvieron haces Laguerre-Gauss de orden 1, uno de los haces con una carga topológica de $+1$ y polarización horizontal, y el otro con carga -1 y polarización vertical.

6.1.2. Generación de haces Bessel-Gauss escalares

Una vez obtenido el haz Laguerre-Gauss de primer orden, lo hacemos pasar por una lente axicón de 5° para generar un haz Bessel escalar; el haz Bessel obtenido en la configuración mostrada en la Figura 6.7 es de primer orden si se mantiene el VPP, y de orden cero si se retira.

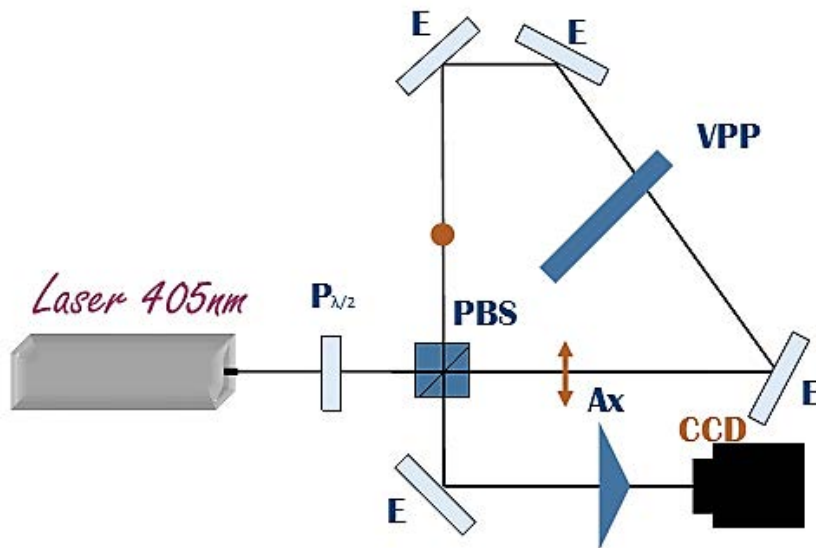


Figura 6.7: Montaje para generar haces Bessel escalares, donde: $P_{\lambda/2}$ -Placa de media onda, PBS-Divisor de haz polarizado, E-Espejos, VPP-Placa generadora de vórtices ópticos, y Ax-Axicón.

6.1.3. Generación de los VBBs

Para la generación de los VBB's se montó el arreglo mostrado en la Figura 6.8. La diferencia en comparación con un haz Bessel escalar de primer orden radica en la placa de un cuarto de onda ($P_{\lambda/4}$), que induce una polarización circular al haz.

La dirección de rotación de los vectores de campo eléctrico va a depender de la polarización del haz incidente; el haz con polarización horizontal va a tener una polarización circular que va a rotar hacia la derecha (o en sentido horario), mientras que el verticalmente polarizado va a poseer polarización circular rotando hacia la izquierda (sentido antihorario).

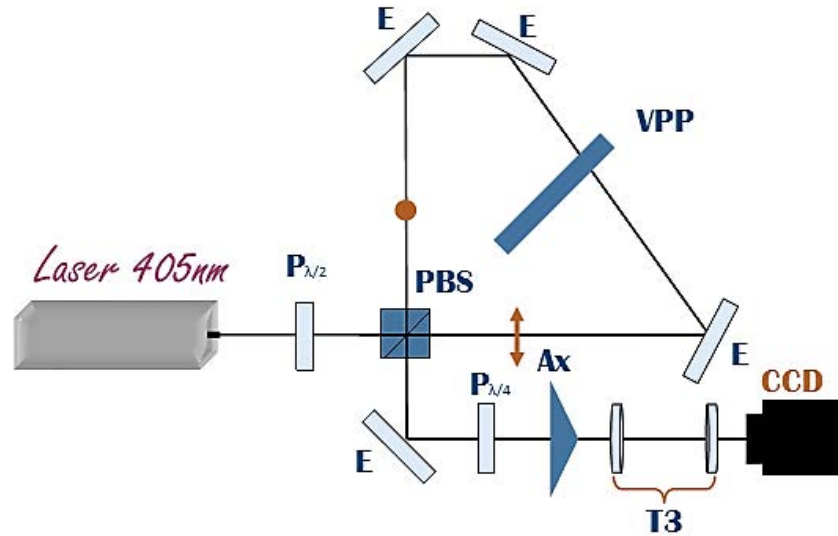


Figura 6.8: Montaje para generar haces Bessel vectoriales, donde: $P_{\lambda/2}$ -Placa de media onda, PBS-Divisor de haz polarizado, E-Espejos, VPP-Placa generadora de vórtices ópticos, $P_{\lambda/4}$ -Placa de un cuarto de onda, Ax-Axicón, y T3- Telescopio formado por dos lentes de distancia focal a escoger.

En seguida de la lente axicón se montó un telescopio (T3); el telescopio se va a modificar según el tamaño de haz que se requiera, pues su función es solo hacer más pequeño o más grande el haz.

En este punto ya se generó un haz vectorial (cuyo tamaño se puede hacer variar a placer), pues, según lo indica la ecuación 3.40, el haz resultante es una superposición de dos haces Bessel escalares cuya diferencia de OAM es de 2 unidades, y posee SAM. El análisis del OAM y del SAM se va a hacer para los VBBs, por lo que el montaje a considerar es el mostrado en la Figura 6.8.

El perfil transversal de un haz Bessel escalar y el de uno vectorial (del mismo orden ambos) es igual pues la distribución de intensidad es la misma, lo que cambia es la polarización, razón por la cual se diferencian utilizando un polarizador lineal y viendo cómo varía la distribución de intensidad al rotar el polarizador.

6.1.4. Análisis de polarización

Se hizo un análisis de polarización posterior a la generación del VBB, cuyo montaje se observa en la Figura 6.9. Este análisis es necesario para estar seguros de que en efecto se obtuvo el modo TM requerido; para dicho análisis se utilizó un polarizador lineal (PL), seguido por una cámara CCD para observar cómo se modifica el perfil de intensidad del VBB al rotar el eje del PL.

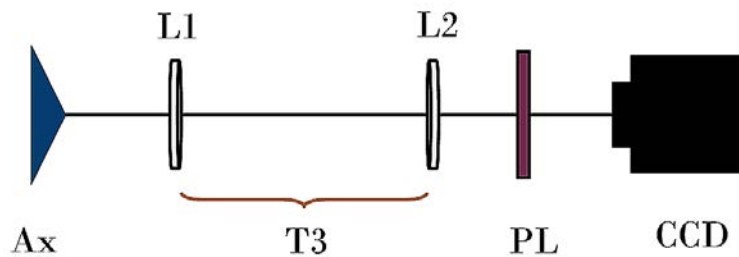


Figura 6.9: Configuración para realizar el análisis de polarización a los VBBs. Ax \rightarrow Axicón; L1,L2 \rightarrow Lentes; T3 \rightarrow Telescopio número tres en el arreglo; PL \rightarrow Polarizador lineal.

6.1.5. Análisis de OAM

Parte esencial de esta tesis es poder generar un haz Bessel-Gauss Vectorial, el cual, como se explicó secciones atrás, porta OAM bien definido.

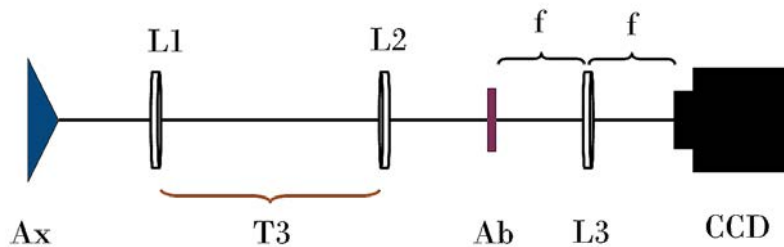


Figura 6.10: Configuración para realizar el análisis de OAM a los VBBs. Ax \rightarrow Axicón; L1,L2,L3 \rightarrow Lentes; T3 \rightarrow Telescopio número tres en el arreglo; Ab \rightarrow Abertura triangular; f es la distancia focal de L3, la cual se escogió como 50mm.

Para el análisis del OAM de los haces en ambos brazos del interferómetro se montó el arreglo que se muestra en la Figura 6.10. Se obtuvo el patrón

de difracción para confirmar la carga topológica del VBB con una apertura triangular (A_b) cuyos lados miden $40\mu\text{m}$, esta abertura se colocó justo en la distancia focal de una lente con $f = 50\text{mm}$, colocándose en el otro punto de enfoque de la lente una CCD para observar el patrón generado en campo lejano. El haz utilizado para este análisis tenía un radio del spot central de $20\mu\text{m}$, pues su tamaño debía coincidir con el de la abertura. La selección de uno u otro brazo del interferómetro se hizo rotando la placa $P_{\lambda/2}$ localizada justo a la entrada del interferómetro(ver Figura 6.8), y seleccionando la polarización vertical u horizontal según fuera el análisis.

6.2. Espectro Angular del SPDC

6.2.1. EA para un haz Bessel

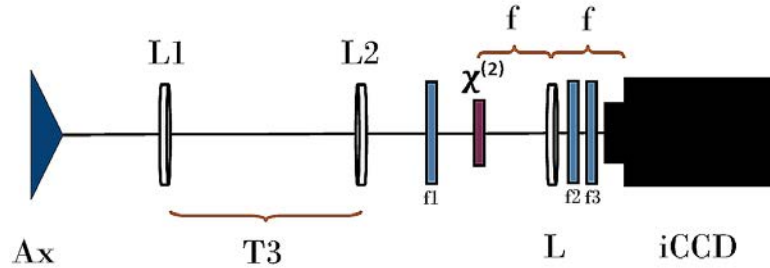


Figura 6.11: Configuración para generar y detectar el proceso de SPDC utilizando como bombeo un haz Bessel. Ax \rightarrow Axicón; L1,L2,L \rightarrow Lentes; T3 \rightarrow Telescopio número tres en el arreglo; f1, f2, f3 \rightarrow filtros; $\chi^{(2)}$ \rightarrow cristal no lineal de segundo orden; iCCD \rightarrow Cámara CCD intensificada.

Para obtener el EA del proceso de SPDC con haces Bessel (y con VBBs) se monta el arreglo de la Figura 6.11. En seguida de T3 se montó un filtro que permite pasar solo cierto rango de longitudes de onda alrededor de 405nm ; el haz se hizo pasar por el cristal $\beta - BBO$ ($\chi^{(2)}$), en el que se generó el proceso de SPDC. La luz en este punto sigue siendo muy intensa para la cámara iCCD, por lo que, después de la lente (L, con distancia focal $f = 30\text{mm}$) encargada de hacer la transformada de Fourier del haz de fotones correlacionados, se usaron un par de filtros: un filtro pasa altas (f2) que elimina el bombeo, y un pasabandas (f3) de 10nm que solo deja pasar fotones en un pequeño rango de longitudes de onda alrededor de 810nm , es decir, pasan fotones en el rango de 805nm a 815nm .

Si se desea obtener el EA de un VBB se utiliza la configuración mostrada anteriormente en la Figura 6.8; si se desea el EA se un haz Bessel escalar se utiliza la configuración de la Figura 6.7, tomándose en cuenta aquí que para un haz horizontalmente polarizado, el eje del cristal debe estar también orientado en la horizontal, así como para un haz verticalmente polarizado el eje del cristal se orienta en la vertical.

6.2.2. EA para un haz gaussiano

Para la generación del EA del proceso de SPDC con haces gaussianos se montó el arreglo mostrado en la Figura 6.12. Para este caso no es necesario modificar el perfil transversal, por lo que se toma el haz que sale directamente del laser y se hace incidir en $\chi^{(2)}$, con sus respectivos filtros y lente, como antes ya se explicó. Cabe mencionar que L se escogió con una distancia focal de $f = 30\text{mm}$.

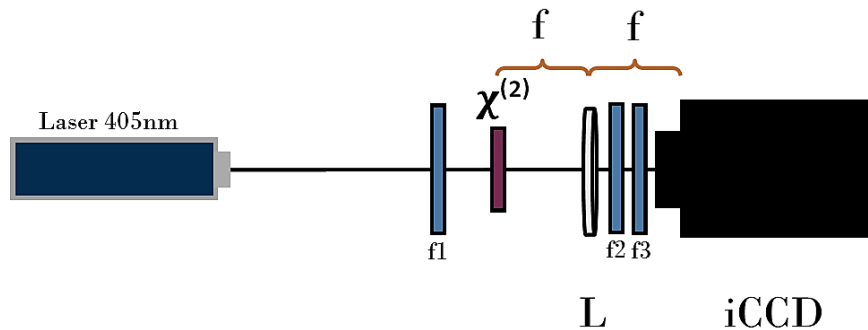


Figura 6.12: Configuración para generar el proceso de SPDC con un haz gaussiano, y el sistema de detección. $f_1, f_2, f_3 \rightarrow$ filtros; $\chi^{(2)} \rightarrow$ cristal no lineal de segundo orden; iCCD \rightarrow Cámara CCD intensificada.

Aquí, al igual que para el haz Bessel escalar, el cristal y la polarización del haz deben estar igualmente orientados, pues esto nos permite una mayor eficiencia en la generación de parejas de fotones.

CAPÍTULO 7

RESULTADOS Y ANÁLISIS

Contenido

7.1. Haces Bessel-Gauss vectoriales	46
7.1.1. Análisis de polarización	54
7.1.2. Análisis de OAM	55
7.2. EA obtenido con el proceso de SPDC	56

Se presentan aquí los resultados obtenidos en este trabajo de tesis con cada arreglo experimental que en la sección anterior se expuso.

Se muestra y analiza la generación de VBBs en cada paso, así como su análisis del SAM y OAM. También se presenta la generación de VBBs de diferentes tamaños (según lo requerido por la teoría para la observación del grupo de simetría de un cristal), con alta eficiencia y con distribuciones de intensidad muy homogéneas. Por último, se presenta el EA del proceso de SPDC con los diferentes bombeos.

7.1. Haces Bessel-Gauss vectoriales

Se comenzó por buscar la cintura del laser a lo largo de la propagación del haz. Nos interesa tomar el haz justo en la cintura porque es el plano en que se va a tener una mejor aproximación de ondas planas, se tomó una fotografía de tal plano (Figura 7.1) y se analizó en matlab. Se seleccionó el vector horizontal que contenía al punto con la mayor intensidad de la imagen (línea amarilla en la Figura 7.1) y se graficó junto con el respectivo ajuste gaussiano. En la Figura 7.2 se observa tal gráfica.

El primer producto del arreglo se obtiene a la salida del interferómetro Sagnac, pues se genera un haz con la superposición de dos haces Laguerre-Gauss (LG) de primer orden (uno con polarización horizontal y el otro con polarización vertical) que portan cargas topológicas opuestas de $m = \pm 1$; tal haz

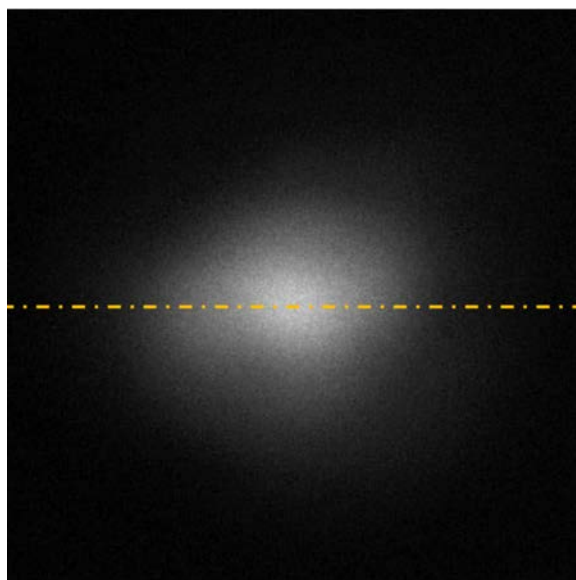


Figura 7.1: Perfil del haz Gauss en la cintura del laser.

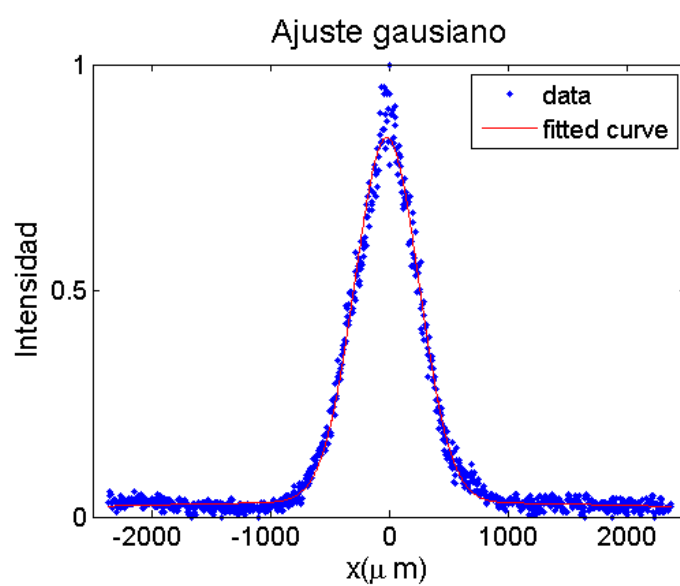


Figura 7.2: Ajuste gaussiano. Los puntos azules representan los datos experimentales, mientras que la línea roja representa el ajuste gaussiano teórico.

se muestra en la Figura 7.3. Al hacer incidir el haz LG sobre un axicón, se obtiene un haz Bessel-Gauss (BG).

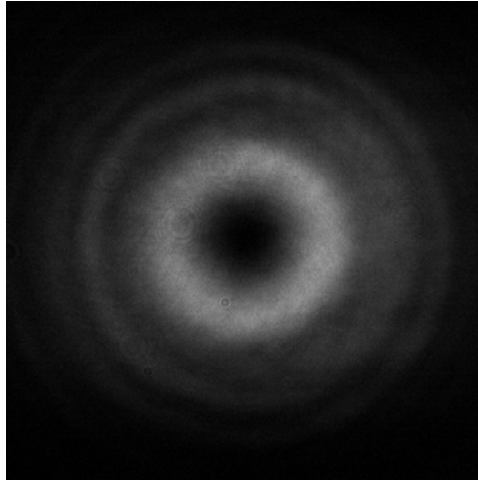


Figura 7.3: Superposición de dos haces Laguerre-Gauss de primer orden con cargas topológicas opuestas y polarizaciones ortogonales.

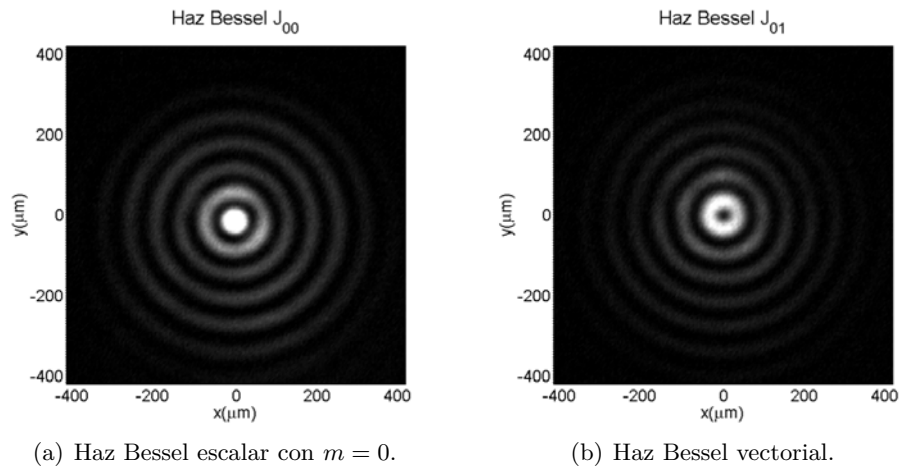


Figura 7.4: Haces Bessel generados.

Para este proyecto se generaron haces de diferentes tamaños al cambiar elementos en el arreglo, mostraremos aquí un haz en el que se utiliza un axicón de 5° y un telescopio después del Ax con una amplificación de 5x. El haz Bessel de orden cero que se obtiene (retirando el VPP de la Figura 6.7),

se muestra en la Figura 7.4(a), el spot central de este haz mide $r_0 = 20.6\mu\text{m}$, lo que nos produce una $\kappa_{\perp} = 0.11\mu\text{m}^{-1}$. En la Figura 7.4(b) se observa el VBB generado, cuyos parámetros son los mismos que los del haz Bessel de orden cero. Si graficamos este haz, tomando en cuenta su potencia medida que es de $P = 17.2\text{mW}$, se obtiene la gráfica de la Figura 7.5.

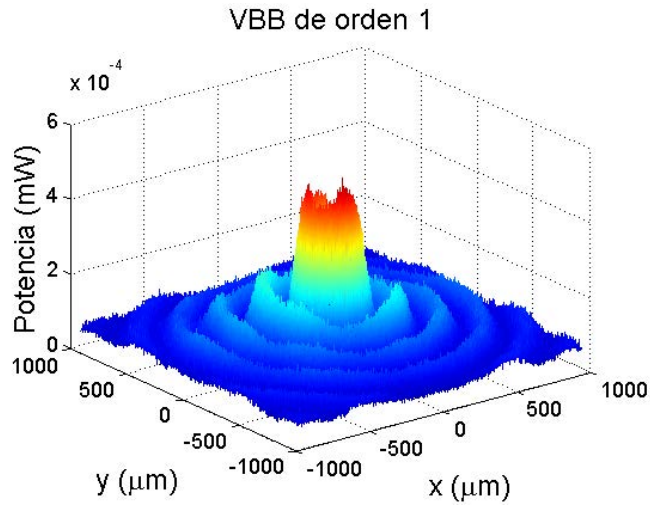
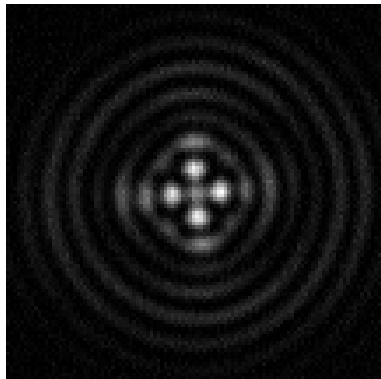
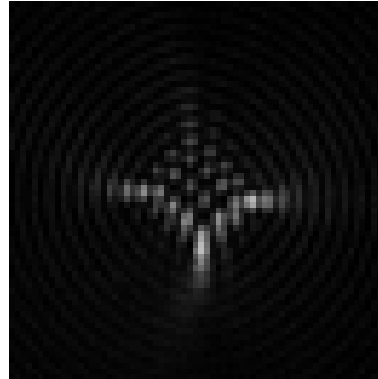


Figura 7.5: Haz Bessel vectorial.



(a) Haz Bessel mal formado.



(b) Haz Bessel difractado.

Figura 7.6: Haces Bessel mal formados debido a: a) incorrecto posicionamiento del axicón, y b) la fotografía se tomó después de su rango de adifraccionalidad.

La correcta alineación del axicón es clave para la formación de un buen haz Bessel. No es parte del contenido de la tesis analizar adifraccionalidad, pero

es importante generar bien los haces.

En la Figura 7.6 a) se observa un haz Bessel que no se generó correctamente, mientras que en 7.6 b) el haz se encuentra fuera de su región de adifraccionalidad, por lo cual el patrón de intensidades característico de un haz Bessel se ve profundamente modificado.

Se generaron VBBs con diferentes κ_t , esto utilizando después del axicón un telescopio con diferentes ampliaciones. El menor y mayor valor de κ_t requeridos por las simulaciones hechas para la técnica de cristalografía no se pueden generar con el mismo axicón, esto debido a que las lentes disponibles en el mercado no permitían hacer combinaciones tales que la ampliación fuera suficiente para generar el tamaño deseado. Sin embargo, al utilizar otro axicón de ángulo diferente, estos tamaños son alcanzados.

Se utilizaron dos axicones, uno de 5° y el otro de 1° ; con estos se pudieron generar haces cuya κ_t pudiera ser o muy pequeña (hasta de $0.0035\mu\text{m}^{-1}$ con el axicón de 1°) o muy grande (hasta de $0.58\mu\text{m}^{-1}$ con el axicón de 5°). Cada axicón, dependiendo del radio del haz de entrada, va a generar haces con una distancia de propagación máxima definida. Utilizando un telescopio enseguida de Ax se logra incrementar esta distancia, pero también se va a modificar κ_t .

Para cada cristal existe un rango de valores de κ_t que nos permitiría observar la estructura deseada. De acuerdo a estas consideraciones, y tomando como base las ecuaciones que caracterizan a un haz Bessel (Capítulo 3.1 de esta tesis), se generaron VBBs con diferentes telescopios. Se les tomó fotografía con una CCD (tanto al VBB como a su Transformada de Fourier) y se hizo un análisis pertinente en matlab para graficarlos y así verificar el tamaño del haz.

Se muestran los haces vectoriales y su correspondiente transformada de Fourier obtenidos con telescopios de magnificación 2x (Figura 7.7), 5x (Figura 7.8), 7.5x (Figura 7.9), 10x (Figura 7.10), 15x (Figura 7.11) y 15x (Figura 7.12), todos los anteriores para una lente axicón de 5° .

Las gráficas se hicieron con la misma escala, de manera tal que el tamaño creciente o decreciente de los haces fuera evidente a simple vista. Además, en cada imagen se especifica el tamaño teórico de κ_t y de r_0 , valor que se puede verificar al observar la escala de las imágenes.

Para las gráficas de los haces en el espacio de posiciones simplemente se tomó en cuenta que cada pixel en la CCD mide $4.6\mu\text{m}$. Sin embargo, para

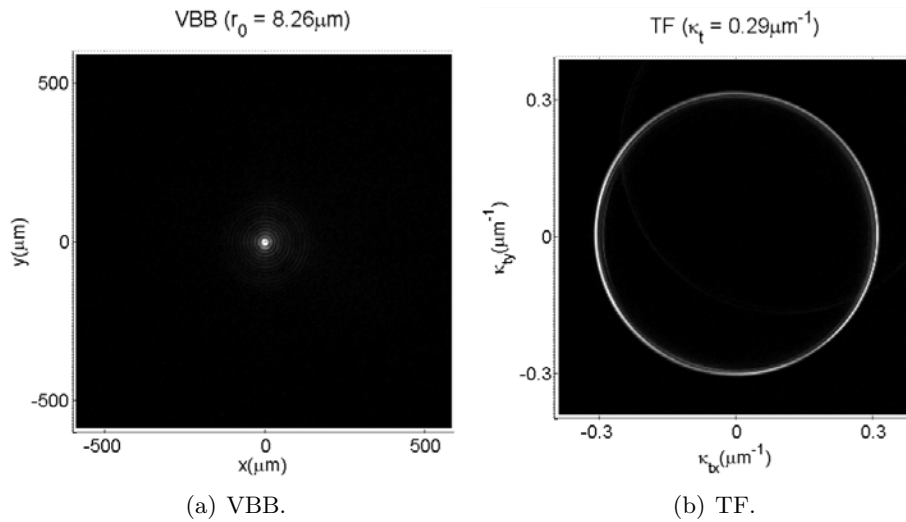


Figura 7.7: a) Haz Bessel-Gauss vectorial y b) su transformada de Fourier para un telescopio 2x.

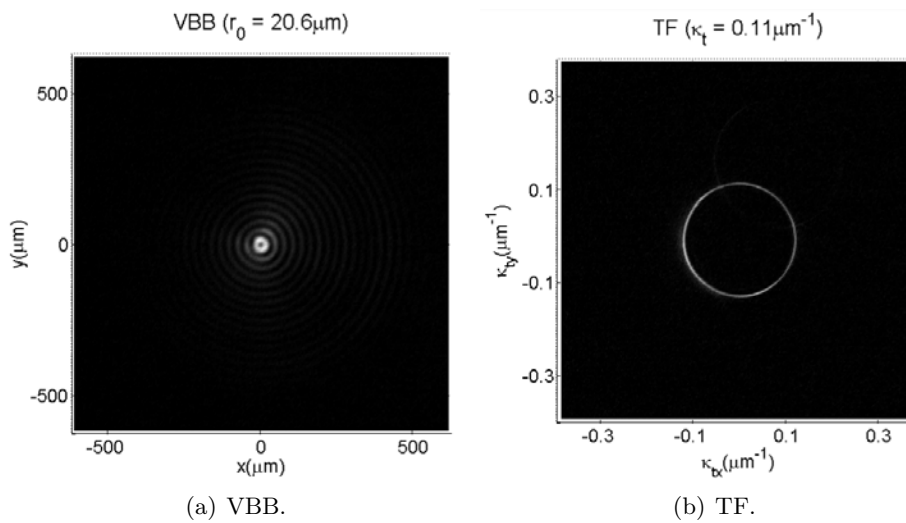


Figura 7.8: a) Haz Bessel-Gauss vectorial y b) su transformada de Fourier para un telescopio 5x.

las gráficas en el espacio de momentos se hizo uso de la relación [51]: $\kappa_t = [\omega/(cf)]\rho_t$, donde f es la distancia focal de la lente utilizada para hacer la transformada de Fourier del haz, y ρ_t son las coordenadas espaciales en la

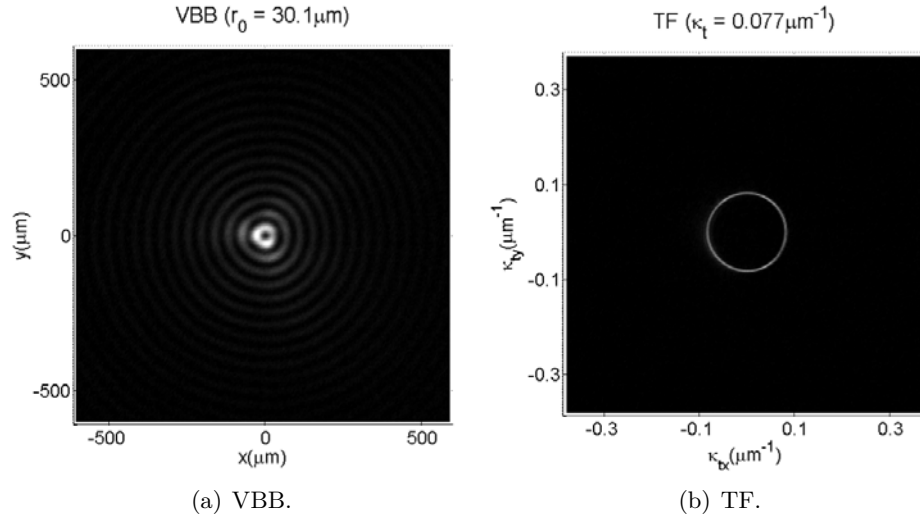


Figura 7.9: a) Haz Bessel-Gauss vectorial y b) su transformada de Fourier para un telescopio 7.5x.

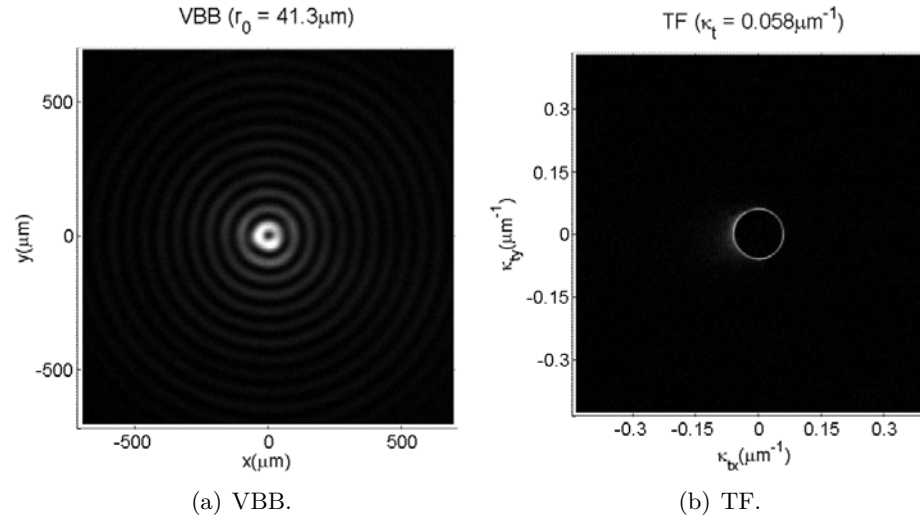


Figura 7.10: a) Haz Bessel-Gauss vectorial y b) su transformada de Fourier para un telescopio 10x.

imagen. Se observa en las gráficas (Figuras de 7.7 a 7.12) que el haz en el espacio de momentos es inversamente proporcional al mismo en el espacio de posiciones, tal como lo dice la relación $r_0 = 2.405/\kappa_t$. El anillo central de los

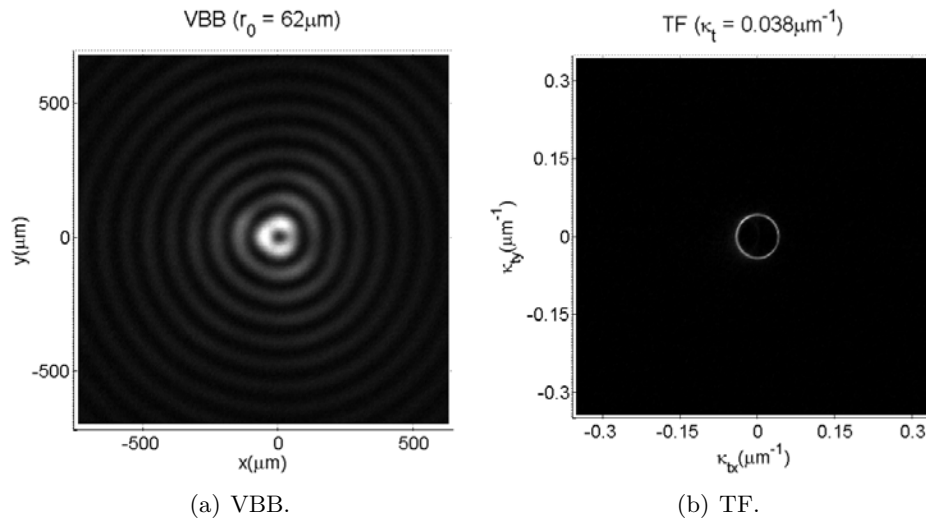


Figura 7.11: a) Haz Bessel-Gauss vectorial y b) su transformada de Fourier para un telescopio 15x.

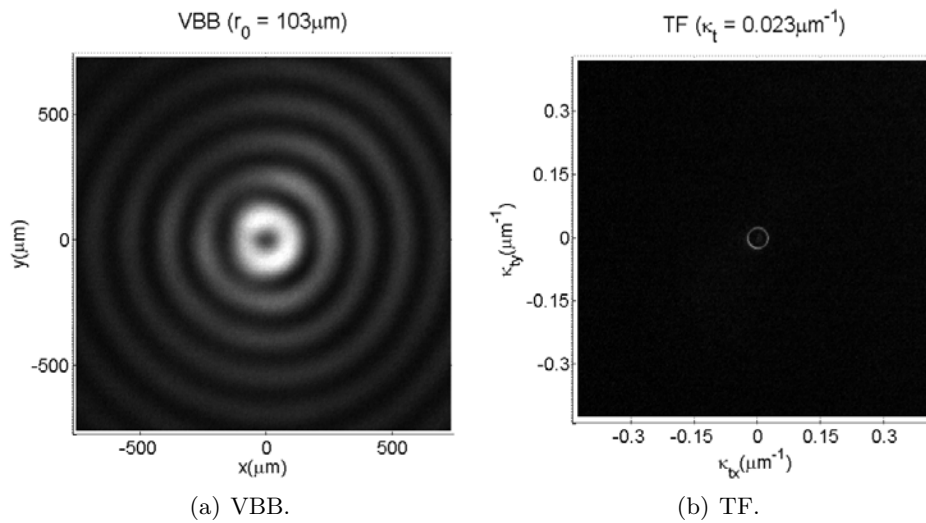


Figura 7.12: a) Haz Bessel-Gauss vectorial y b) su transformada de Fourier para un telescopio 25x.

haces Bessel no es totalmente simétrico, es en realidad un poco triangular, esto sucede debido al axicón y a los defectos que introduce en el haz. Se midió la potencia de los VBBs generados, y comparando este resultado con

la potencia a la salida del haz se obtuvieron eficiencias desde el 10 % hasta el 37 %.

7.1.1. Análisis de polarización

Si en el arreglo experimental (Figura 6.2) seleccionamos con la placa $P_{\lambda/2}$ el modo radial del VBB (es decir, el modo TM), y enseguida colocamos el eje del polarizador lineal (PL) con su eje óptico en dirección horizontal, se obtiene la distribución que se muestra en la Figura 7.13a). Después, si se coloca el eje del PL en dirección vertical, se obtiene la distribución que se muestra en la Figura 7.13b).

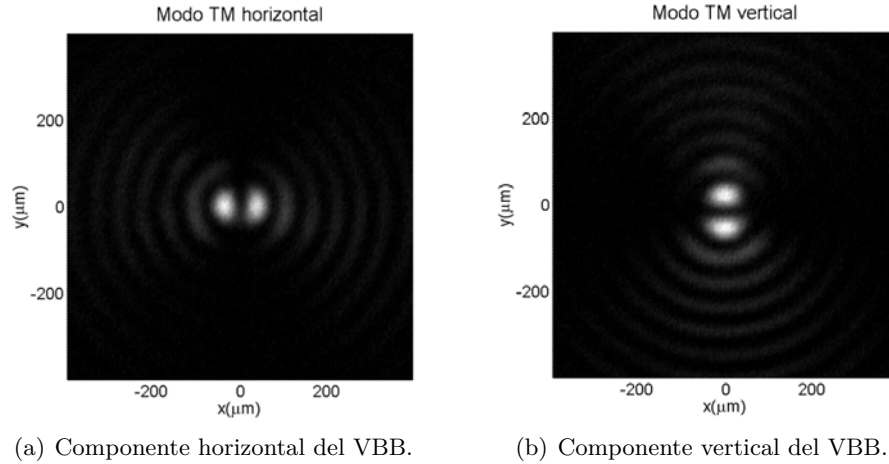


Figura 7.13: Análisis de polarización.

Tomando en cuenta la potencia medida de estas componente del modo TM y graficando en unidades de micrómetros (ambas con una potencia total de 4.57mW), se obtienen las gráficas de la Figura 7.14.

Si ahora seleccionamos la componente azimutal con la placa $P_{\lambda/2}$, es decir, si la giramos 45° , se va a obtener lo opuesto a lo mostrado antes; para la alineación horizontal del PL se obtiene un haz con sus lóbulos alineados en la dirección vertical, y para su alineación vertical se obtiene un haz con los lóbulos alineados en dirección horizontal (Ver Figuras en el Apéndice A.1).

Para lograr estos patrones fué necesaria una cuidadosa alineación, pues un cambio de fase ocasiona una rotación en la distribución, la alineación de los

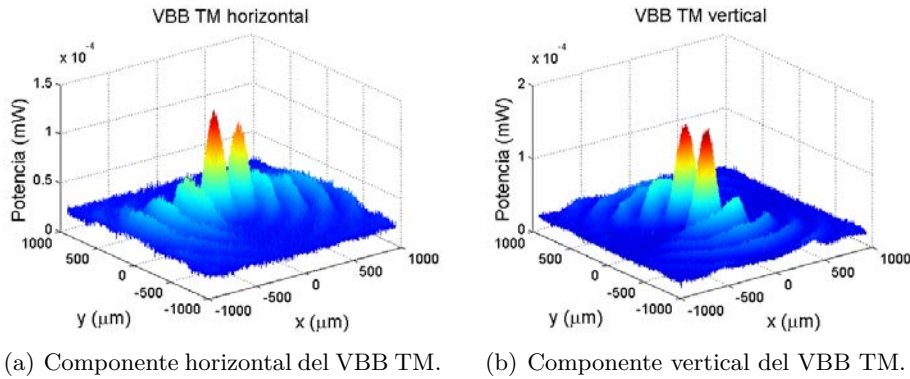
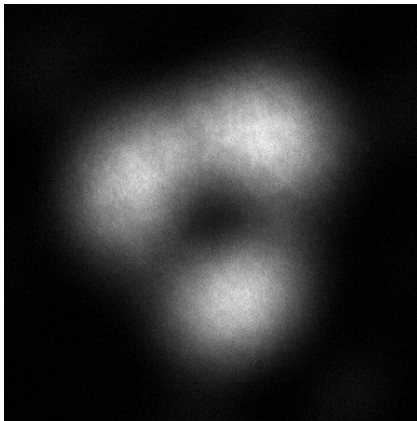


Figura 7.14: Gráficas de potencia en función de la posición.

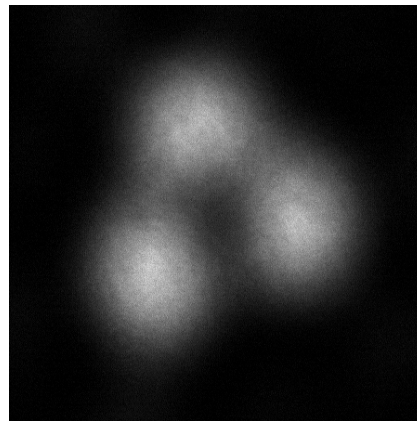
lóbulos aparecería rotada, teniendo así otro haz y no el TM.

7.1.2. Análisis de OAM

En la Figura 7.15 se muestran fotografías del patrón de difracción para ambos brazos del interferómetro.



(a) Patrón de difracción resultante de un Haz Bessel escalar con carga topológica $m = -1$.



(b) Patrón de difracción resultante de un Haz Bessel escalar con carga topológica $m = +1$.

Figura 7.15: Análisis de OAM con una abertura triangular.

En la Figura 7.15a) se muestra el patrón correspondiente al haz horizon-

talmente polarizado, el cual porta una carga topológica de $m = -1$; en la Figura 7.15b) se muestra el patrón que corresponde al haz verticalmente polarizado, el cual porta una carga topológica de $m = +1$.

Los lóbulos del patrón de difracción eran fácilmente identificados cuando el haz utilizado tenía el tamaño adecuado, $20\mu\text{m}$ de radio para esta abertura, de otra manera había que utilizar un telescopio antes de la abertura para modificar el tamaño del haz al tamaño requerido.

En el Apéndice A.2 se muestra un haz Bessel-Gauss de orden 2 (generado con un VPP-2 comprado a RPC Photonics, el cual genera vórtices con una carga topológica de $m = \pm 2$), así como su respectivo análisis de OAM.

7.2. EA obtenido con el proceso de SPDC

Por medio del proceso de SPDC, se generaron parejas de fotones correlacionadas en frecuencia y momento lineal. Utilizando una cámara CCD intensificada, se observó el EA del haz de parejas de fotones. Estas observaciones se hicieron tanto para haces Bessel-Gauss como para haces gaussianos.

A manera de tener clara la dirección del eje óptico del cristal con respecto a la dirección de propagación del haz de bombeo (eje Z), se muestra su representación gráfica en la Figura 7.16.

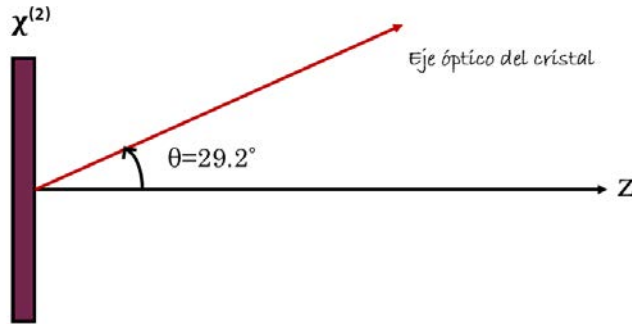


Figura 7.16: El ángulo $\theta = 29.2^\circ$ es el ángulo a la que el eje óptico del cristal β -BBO estaba cortado.

Al utilizar como bombeo un haz gaussiano (paraxial) se obtiene un EA como el mostrado en la Figura 7.17.

El tamaño del anillo se puede modificar rotando el cristal sobre la misma

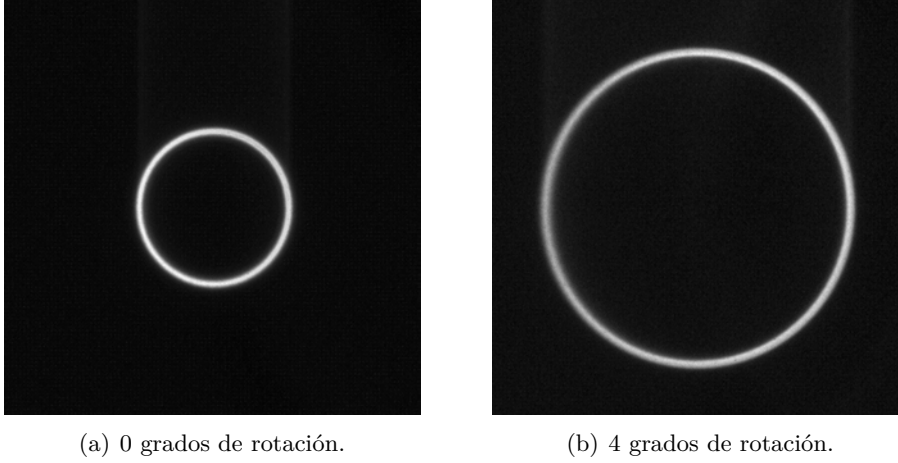


Figura 7.17: EA obtenido para un haz Gauss (paraxial). Se toma como 0° la posición en que la superficie de interacción del cristal y el haz de bombeo son perpendiculares.

dirección en que se abre el eje del cristal, en el caso de este β -BBO que se usó el eje está orientado a 29.2° con respecto a la normal del cristal; por ejemplo, si tenemos un haz horizontalmente polarizado entonces el eje del cristal debe estar orientado en la horizontal, si observamos el anillo del SPDC en esa posición, se observa lo mostrado en la Figura 7.17 (a), pero si rotamos el cristal 4° (ahora el eje del cristal estaría posicionado a 33.2° con respecto a la dirección Z de propagación del bombeo) el anillo crece, como se observa en la Figura 7.17 (b).

Vemos en estas figuras que el anillo es totalmente simétrico con respecto al centro del mismo y la polarización del haz es indiferente pues no ocasiona ningún cambio en la forma del haz, esto se debe a que estamos dentro del régimen paraxial (o de cristal delgado).

Al tomar un haz no-paraxial como bombeo, en este caso un haz Bessel-Gauss de primer orden con $\kappa = 0.29\mu\text{m}^{-1}$, se obtuvieron los espectros angulares que se muestran en la Figura 7.18, ambos capturados al haber rotado el cristal $+2^\circ$.

Para el haz con polarización horizontal se obtuvo el EA de la Figura 7.18a), y para el bombeo verticalmente polarizado se obtuvo el mostrado en la Figura 7.18b).

Vemos que, a diferencia del EA que se obtiene con un haz gaussiano, el ob-

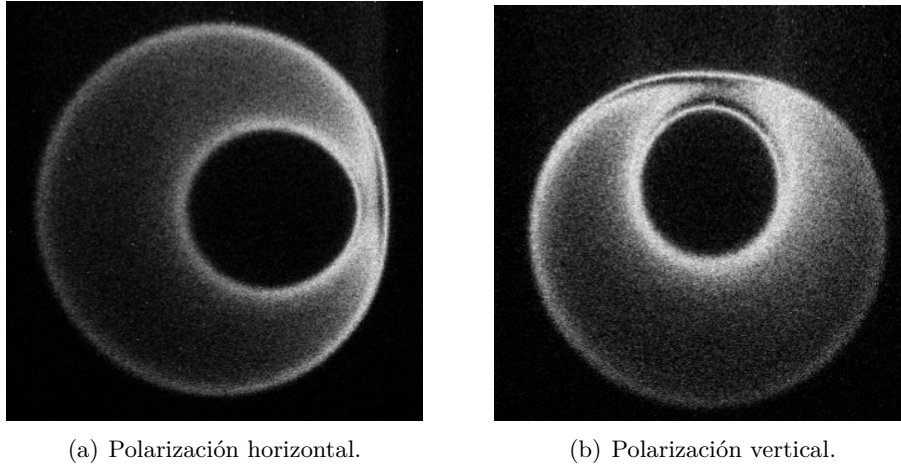


Figura 7.18: Espectro Angular obtenido para un haz Bessel-Gauss no-paraxial de primer orden con $\kappa = 0.29\mu\text{m}^{-1}$ y con una lente de distancia focal $f = 50\text{mm}$.

tenido para un haz Bessel-Gauss no es simétrico con respecto a su centro. Se obtienen dos anillos de diferente tamaño, uno dentro del otro, cuyo eje de simetría está determinado por la polarización del haz de bombeo, y existe una parte más delgada del EA formado que indica la orientación de la polarización.

Al igual que en el caso del EA para el haz gaussiano, el tamaño de este EA puede modificarse al rotar el cristal; en la Figura 7.19 se muestra una serie de fotografías del EA de un haz con $\kappa_t = 0.23\mu\text{m}^{-1}$ capturadas para una polarización vertical a diferentes grados de rotación del cristal, tomando como 0° la posición en que la superficie de interacción del cristal es normal al bombeo, y la rotación positiva cuando el ángulo θ (Figura 7.16) incrementa. Se observa en estas figuras que, conforme el ángulo θ incrementa, el EA se hace más grande y los anillos cada vez se unen más; en esta serie de imágenes se muestra el EA hasta a 6° de rotación, pero el EA angular se seguía observando hasta 9° y después se salía de la pantalla de la iCCD (cuyo tamaño es de $13.3\text{mm} \times 13.3\text{mm}$); cuando el cristal se rotaba en dirección opuesta, el EA se hacía más pequeño y al pasar -1° de rotación, desaparecía. De aquí se observa también que cuando la superficie del cristal y el bombeo se mantenían perpendiculares entre sí (Figura 7.19 (b)), solo se distinguía el anillo exterior, pero al rotar el cristal (Figura 7.19 (c)) el anillo interno aparecía.

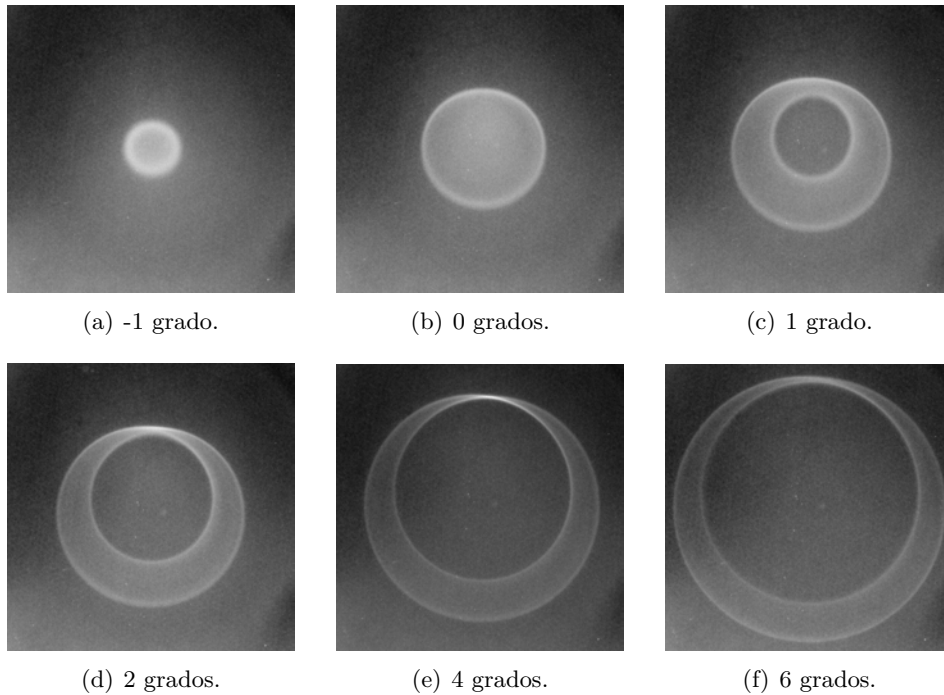


Figura 7.19: EA con diferentes grados de rotación del cristal para un haz Bessel-Gauss verticalmente polarizado con $\kappa_t = 0.23\mu\text{m}^{-1}$. Se toma como 0° una posición normal del cristal con respecto al bombeo.

Se hizo también el análisis para el EA de VBBs. En la Figura 7.20 se muestra una sucesión de fotografías para VBBs con $\kappa_t = 0.23\mu\text{m}^{-1}$ al rotar el cristal desde -1° hasta 6° . En el caso de VBBs, se tienen tanto polarización horizontal como vertical en igual proporción, pero el eje del cristal aquí se posicionó en el plano vertical.

En la Figura 7.21 se hizo la comparación de un haz Bessel-Gauss con un haz Bessel-Gauss vectorial para diferentes tamaños de κ_t .

De las Figuras 7.19, 7.20 y 7.21 se pueden decir dos cosas. Primero, conforme se incrementa al tamaño del haz (y con ello se disminuye la κ_t), el anillo del SPDC se ve más simétrico. Segundo, los fotones se distribuyen de diferente manera en un haz BG que en un VBB, aún siendo igual la forma del anillo y las condiciones al tomar las fotografías; el ejemplo más claro se muestra en la Figura 7.21 (c) y (d), se observa que el BB consta de un anillo con cierto grosor mientras que el VBB se produce solo con las partes interna y externa

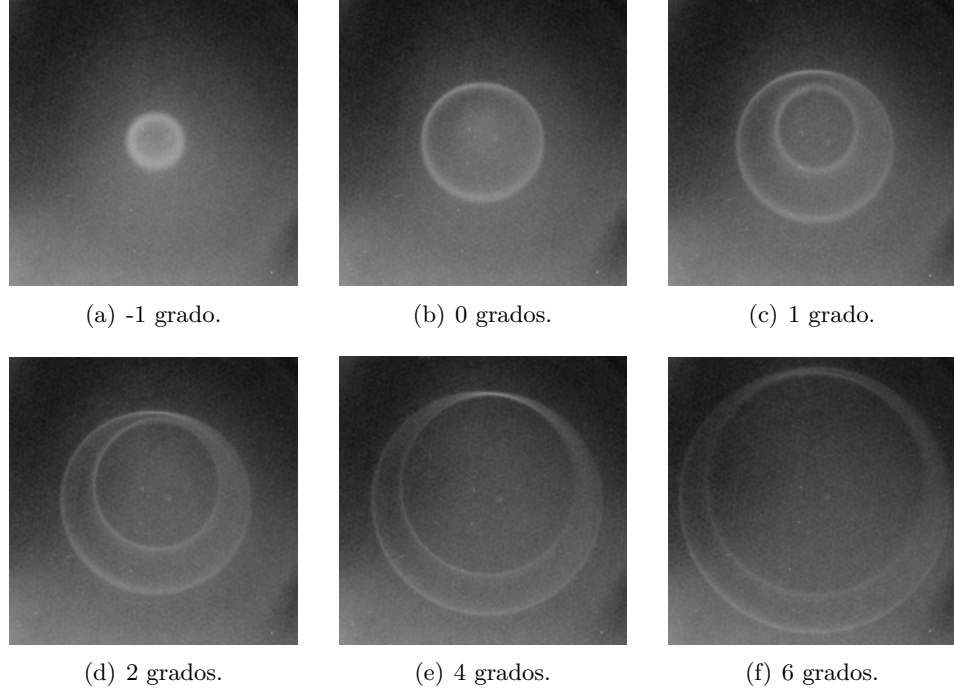


Figura 7.20: EA con diferentes grados de rotación del cristal para un haz Bessel-Gauss vectorial verticalmente polarizado con $\kappa_t = 0.23\mu\text{m}^{-1}$. Se toma como 0° una posición normal del cristal con respecto al bombeo.

del anillo del BB. En los incisos (a) y (b) se observa algo similar, aunque la principal diferencia aquí es que en el VBB los anillos interno y externo se observan mas intensos, sin embargo ambos EAs contienen fotones en medio. La diferencia entre estos EAs se debe a la distribución de polarización que estos haces vectoriales poseen y a la manera en que interactúan por ello con el cristal. En cuanto a los incisos (e) y (f), ambos EAs son muy similares y no se les encuentra ninguna diferencia sustancial, siendo esto consecuencia de la κ_t tan pequeña que poseen, pues a ese tamaño los haces son prácticamente paraxiales y su EA es muy similar al obtenido para haces gaussianos.

Con estos experimentos hemos demostrado la funcionalidad de nuestro arreglo en la generación de haces Bessel-Gauss vectoriales para diferentes tamaños de su κ_t , así como de la medición del Espectro Angular de las parejas de fotones correlacionados. Por lo tanto, se dejan listos los elementos que la técnica cristalográfica propuesta teóricamente requiere para funcionar.

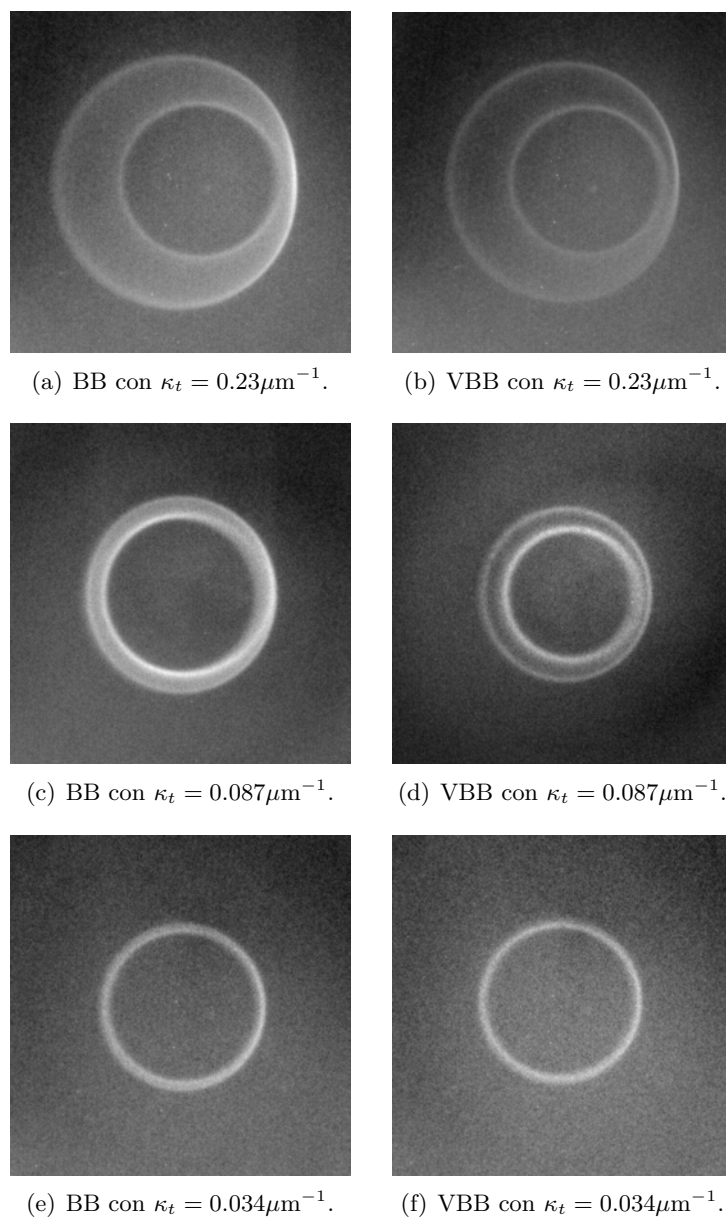


Figura 7.21: EA para BBs (columna izquierda) y VBBs (columna derecha) cuando se utilizan haces con diferentes κ_t 's.

CAPÍTULO 8

TRABAJO A FUTURO

Este trabajo se ha desarrollado con el principal propósito de generar y utilizar haces Bessel-Gauss vectoriales como bombeo en el proceso no-lineal de SPDC para comprobar una nueva técnica cristalográfica.

Como trabajo a futuro se tienen las pruebas experimentales de la mencionada técnica. Se hará uso de la experiencia adquirida generando estos VBBs para utilizarlos como bombeo en un par de cristales no lineales de segundo orden que fueron recientemente adquiridos por el Laboratorio de Fotónica Cuántica del CIO, estos cristales son un β -BBO y un LiNbO_3 , cuyo eje óptico es normal a las superficies de interacción del cristal.

Otro proyecto pensado a futuro con estos haces es el estudio de sus propiedades de propagación. Se planea generar, con el proceso de SPDC, parejas de fotones correlacionados que hereden las propiedades de los VBBs, esto para hacerlos pasar por medios turbulentos con la intención de estudiar los efectos generados en los mismos.

CAPÍTULO 9

CONCLUSIONES

Se lograron generar haces Bessel-Gauss vectoriales (VBBs) de orden cero utilizando una placa generadora de vórtices ópticos (VPP) y una lente axicón (Ax). Estos VBBs se utilizaron para bombear un cristal no lineal de segundo orden (β -BBO), cuyo eje extraordinario forma un ángulo de 29.2° con respecto a la normal de la superficie del cristal. En este cristal se produce el proceso no lineal de Conversión Paramétrica Descendente Espontánea (SPDC), del que resulta un haz de fotones correlacionados en frecuencia angular y en momento lineal. Se analizó, con una cámara CCD intensificada, el espectro angular de tal haz para determinar el patrón de intensidades transversal resultante.

A lo largo del proyecto experimental hubieron aspectos importantes que se tuvieron que analizar para poder concluir como correcta la generación de los haces estructurados. Como parte de estos aspectos importantes se hizo el análisis de polarización para comprobar el carácter vectorial de los haces, utilizando para ello un polarizador lineal y observando con una CCD cómo se modificaba el perfil transversal de intensidades al rotar el polarizador. También se realizó el análisis de momento angular orbital para comprobar la carga topológica del haz en cuestión: se hizo pasar el haz por una apertura triangular cuyos lados medían $40\mu\text{m}$, se observó con una CCD el patrón de difracción en campo lejano y se comprobó el patrón de intensidades característico correspondiente a la carga topológica del haz en cuestión.

Se diseñó un arreglo tal que la generación de los VBBs altamente eficientes fuera posible, siendo la mayor eficiencia obtenida hasta del 37% (en comparación con eficiencias reportadas hasta del 2.5% [17]), utilizando un axicón de 1° , y en comparación con una potencia a la salida del laser de 76.5mW. Esta gran eficiencia permite utilizarlos como bombeo del proceso de SPDC y observar fácilmente la generación de fotones correlacionados.

Se observó el espectro angular del proceso de SPDC para haces Gauss (paraxiales), y para Bessel-Gauss y Bessel-Gauss vectoriales (no-paraxiales),

haciéndose una comparación entre los dos últimos. Se observó que un haz paraxial posee un EA simétrico con respecto a su centro, mientras que un haz no-paraxial no es simétrico con respecto a su centro sino con respecto a un eje determinado por la polarización del bombeo. También, al comparar el EA de los BBs y el de los VBBs se observó una diferencia en la distribución de las parejas de fotones, pues en el de los BBs los fotones se distribuyen homogéneamente, mientras que en el de los VBBs tienden a distribuirse en los extremos interno y externo del anillo formado.

Se reprodujeron con éxito los haces Bessel vectoriales deseados, y se verificó que los tamaños teóricos coincidieran con los experimentales, siendo esta observación necesaria como preparación de los mismos al utilizarlos en la técnica cristalográfica.

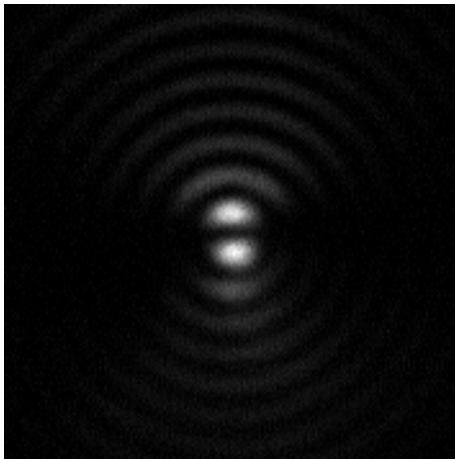
Se sigue trabajando en la observación del grupo de simetría de los cristales aquí mencionados.

APÉNDICE A

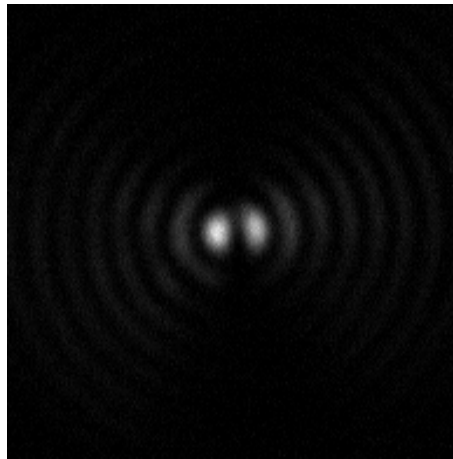
IMÁGENES

A.1. Modo TE del VBB

Se seleccionó la componente azimutal con la placa de media onda localizada justo antes del PBS en el arreglo, con este haz se hizo el análisis de polarización y se obtuvieron la componente horizontal (Figura A.1a)) y la componente vertical (Figura A.1b)).



(a) Componente horizontal del VBB.



(b) Componente vertical del VBB.

Figura A.1: Análisis de polarización para la componente TE del VBB.

A.2. Análisis de OAM para un Haz Bessel-Gauss de segundo orden

Se utilizó un Axicón de 5° , una abertura triangular de $100\mu\text{m}$ y una lente de distancia focal $f = 50\text{mm}$. El haz Bessel-Gauss de segundo orden generado se muestra en la Figura A.2.

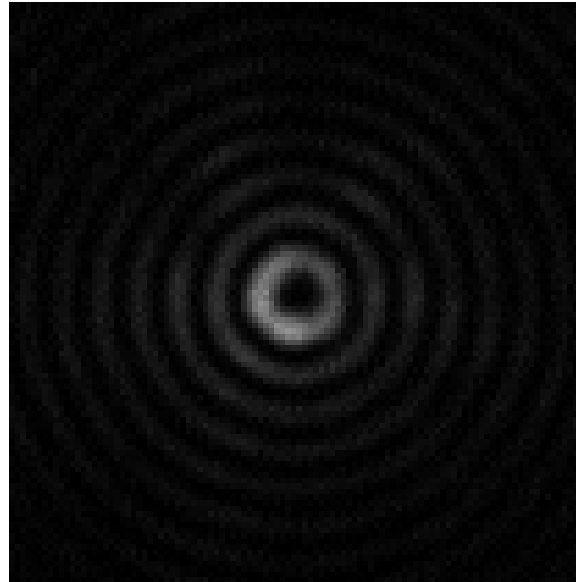
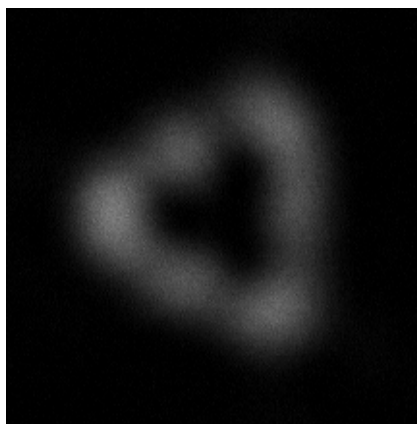
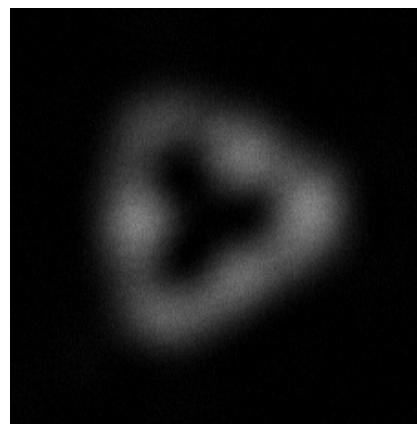


Figura A.2: Haz Bessel-Gauss de segundo orden.

En La Figura A.3 se muestra el análisis de OAM realizado al haz Bessel-Gauss de orden 2, donde el inciso (a) es para un haz con carga topológica $m = -2$ y el inciso (b) para un haz con $m = +2$.



(a) Haz Bessel escalar con carga topológica $m = -2$.



(b) Haz Bessel escalar con carga topológica $m = +2$.

Figura A.3: Análisis de OAM con una abertura triangular para un Haz Bessel-Gauss de orden dos.

APÉNDICE B

DESARROLLOS MATEMÁTICOS

B.1. Campo electromagnético para VBBs

B.1.1. Campo eléctrico en coordenadas cilíndricas

Definamos al operador nabla en coordenadas cilíndricas como:

$$\nabla = \partial_\rho \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} \partial_\varphi \hat{\varphi} + \partial_z \hat{z} \quad (\text{B.1})$$

y a un vector de dirección cuya única propagación es en el eje \hat{z} :

$$\hat{\mathbf{1}} = 0\hat{\mathbf{i}}_x + 0\hat{\mathbf{i}}_y + \hat{\mathbf{i}}_z \quad (\text{B.2})$$

con esto, utilicemos las definiciones para \mathbf{M}_n y a \mathbf{N}_n mostradas en el Capítulo 3.1 de esta tesis. Sea la función escalar $U_n = A_n(\rho, \varphi) e^{i(\phi_n + \kappa_z z)}$, tenemos que:

$$\begin{aligned} \nabla U_n &= \partial_\rho [A_n e^{i(\phi_n + \kappa_z z)}] \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} \partial_\varphi [A_n e^{i(\phi_n + \kappa_z z)}] \hat{\varphi} + \partial_z [A_n e^{i(\phi_n + \kappa_z z)}] \hat{z} \\ &= [e^{i(\phi_n + \kappa_z z)} \partial_\rho A_n + A_n \partial_\rho (e^{i(\phi_n + \kappa_z z)})] \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} [e^{i(\phi_n + \kappa_z z)} \partial_\varphi A_n \\ &\quad + A_n \partial_\varphi (e^{i(\phi_n + \kappa_z z)})] \hat{\varphi} + A_n \partial_z (e^{i(\phi_n + \kappa_z z)}) \hat{z} \\ &= e^{i(\phi_n + \kappa_z z)} \{ [\partial_\rho A_n + i A_n \partial_\rho \phi_n] \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} [\partial_\varphi A_n \\ &\quad + i A_n \partial_\varphi \phi_n] \hat{\varphi} + i \kappa_z A_n \hat{z} \} \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Por cuestiones de espacio, definamos:

$$C = e^{i(\phi_n + \kappa_z z)} \quad (\text{B.4})$$

Haciendo el producto vectorial de B.2 con B.3:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{I}} \times \nabla U_n &= \begin{pmatrix} \hat{\rho} & \hat{\varphi} & \hat{z} \\ 0 & 0 & 1 \\ C[\partial_\rho A_n + iA_n \partial_\rho \phi_n] & C \frac{1}{\rho} [\partial_\varphi A_n + iA_n \partial_\varphi \phi_n] & iC\kappa_z A_n \end{pmatrix} \\ &= -C \frac{1}{\rho} [\partial_\varphi A_n + iA_n \partial_\varphi \phi_n] \hat{\rho} + C [\partial_\rho A_n + iA_n \partial_\rho \phi_n] \hat{\varphi} \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Ahora, haciendo el producto vectorial del operador nabla con B.5

$$\begin{aligned} \nabla \times \hat{\mathbf{I}} \times \nabla U_n &= \begin{pmatrix} \hat{\rho} & \hat{\varphi} & \hat{z} \\ \partial_\rho & \frac{1}{\rho} \partial_\varphi & \partial_z \\ -C \frac{1}{\rho} [\partial_\varphi A_n + iA_n \partial_\varphi \phi_n] & C [\partial_\rho A_n + iA_n \partial_\rho \phi_n] & 0 \end{pmatrix} \\ &= -\partial_z \{C [\partial_\rho A_n + iA_n \partial_\rho \phi_n]\} \hat{\rho} - \partial_z \{C \frac{1}{\rho} [\partial_\varphi A_n + iA_n \partial_\varphi \phi_n]\} \hat{\varphi} \\ &\quad + \{\partial_\rho [C (\partial_\rho A_n + iA_n \partial_\rho \phi_n)] + \frac{1}{\rho} \partial_\varphi [C \frac{1}{\rho} (\partial_\varphi A_n + iA_n \partial_\varphi \phi_n)]\} \hat{z} \end{aligned}$$

y reemplazando aquí B.4, obtenemos:

$$\begin{aligned} \nabla \times \hat{\mathbf{I}} \times \nabla U_n &= e^{i(\phi_n + \kappa_z z)} \{ -i\kappa_z [\partial_\rho A_n + iA_n \partial_\rho \phi_n] \hat{\rho} - i \frac{\kappa_z}{\rho} [\partial_\varphi A_n \\ &\quad + iA_n \partial_\varphi \phi_n] \hat{\varphi} + [i\partial_\rho \phi_n \partial_\rho A_n - A_n (\partial_\rho \phi_n)^2 + \partial_{\rho\rho} A_n \\ &\quad + i\partial_\rho A_n \partial_\rho \phi_n + iA_n \partial_{\rho\rho} \phi_n + \frac{1}{\rho^2} (i\partial_\varphi \phi_n \partial_\varphi A_n \\ &\quad - A_n (\partial_\varphi \phi_n)^2 + \partial_{\varphi\varphi} A_n + i\partial_\varphi A_n \partial_\varphi \phi_n + iA_n \partial_{\varphi\varphi} \phi_n)] \hat{z} \} \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Finalmente, con B.5 y con B.6 se obtienen, respectivamente, las expresiones para \mathbf{M}_n y \mathbf{N}_n :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_n &= -e^{i(\phi_n + \kappa_z z)} \{ -\hat{\rho} \frac{1}{\rho} [\partial_\varphi A_n + iA_n \partial_\varphi \phi_n] \\ &\quad + \hat{\varphi} [\partial_\rho A_n + iA_n \partial_\rho \phi_n] \} \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{N}_n = & -e^{i(\phi_n + \kappa_z z)} \frac{1}{\kappa} \{ -i\kappa_z [\partial_\rho A_n + iA_n \partial_\rho \phi_n] \hat{\rho} - i \frac{\kappa_z}{\rho} [\partial_\varphi A_n \\
& + iA_n \partial_\varphi \phi_n] \hat{\varphi} + [i\partial_\rho \phi_n \partial_\rho A_n - A_n (\partial_\rho \phi_n)^2 + \partial_{\rho\rho} A_n \\
& + i\partial_\rho A_n \partial_\rho \phi_n + iA_n \partial_{\rho\rho} \phi_n + \frac{1}{\rho^2} (i\partial_\varphi \phi_n \partial_\varphi A_n \\
& - A_n (\partial_\varphi \phi_n)^2 + \partial_{\varphi\varphi} A_n + i\partial_\varphi A_n \partial_\varphi \phi_n + iA_n \partial_{\varphi\varphi} \phi_n)] \hat{z} \} \quad (\text{B.8})
\end{aligned}$$

B.1.2. Ecuación de Helmholtz para una función A_n separable

Definamos la función escalar A como:

$$A = F(\rho)G(\varphi) \quad (\text{B.9})$$

Tenemos que la ecuación de Helmholtz en coordenadas cilíndricas, sustituyendo B.9, es:

$$\{\rho^2 \partial_{\rho\rho} + \rho \partial_\rho + \partial_{\varphi\varphi} + \rho^2 \kappa_\perp^2 - (\partial_\varphi \phi_n)^2 - \rho^2 (\partial_\rho \phi_n)^2\} F(\rho)G(\varphi) = 0 \quad (\text{B.10})$$

Por cuestiones de espacio, se van a utilizar las funciones F y G sin su dependencia, entendiéndose que $F(\rho) = F$ y $G(\varphi) = G$. Tomando en cuenta la consideración obtenida de que $\phi_n = \text{constante}$ y simplificando esta ecuación

$$\rho^2 G \partial_{\rho\rho} F + \rho G \partial_\rho F + F \partial_{\varphi\varphi} G + \rho^2 \kappa_\perp^2 FG = 0.$$

Dividiendo por FG y separando por variables obtenemos

$$\frac{1}{F} [\rho^2 \partial_{\rho\rho} F + \rho \partial_\rho F] + \rho^2 \kappa_\perp^2 = \frac{1}{G} \partial_{\varphi\varphi} G = 0$$

Ya que cero es una constante, podemos elegirlo como una constante de separación ν^2 . Entonces, obtenemos las ecuaciones separadas para las coordenadas ρ y φ

$$\rho^2 \partial_{\rho\rho} F + \rho \partial_\rho F + (\rho^2 \kappa_\perp^2 - \nu^2) F = 0 \quad (\text{B.11})$$

$$\partial_{\varphi\varphi}G + \nu^2G = 0 \quad (\text{B.12})$$

B.1.3. Campo eléctrico para modos TE y TM

Tenemos para el campo eléctrico en coordenadas cilíndricas que sus componentes son:

$$\begin{aligned} E_\rho = & -e^{i\kappa_z z} \sum_n \left\{ a_n \frac{1}{\rho} [\partial_\varphi A_n + iA_n \partial_\varphi \phi_n] \right. \\ & \left. + ib_n \frac{\kappa_z}{\kappa} [\partial_\rho A_n + iA_n \partial_\rho \phi_n] \right\} e^{i\phi_n} \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

$$\begin{aligned} E_\varphi = & e^{i\kappa_z z} \sum_n \left\{ a_n [\partial_\rho A_n + iA_n \partial_\rho \phi_n] \right. \\ & \left. - i \frac{b_n}{\rho} \frac{\kappa_z}{\kappa} [\partial_\varphi A_n + iA_n \partial_\varphi \phi_n] \right\} e^{i\phi_n} \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

$$E_z = -\frac{\kappa_\perp^2}{\kappa} e^{i\kappa_z z} \sum_n b_n A_n e^{i\phi_n} \quad (\text{B.15})$$

De estas ecuaciones, para obtener un modo TE imponemos la condición $b = 0$. Para simplificar, no se va a escribir la dependencia de las funciones de Bessel, pero se entiende que $J_m(\kappa_\perp \rho) = J_m$; también, consideramos que $\phi_n = 0$. Sustituyendo $A(\rho, \varphi) = e^{im\varphi} J_m(\kappa_\perp \rho)$, tenemos para E_ρ :

$$\begin{aligned} E_\rho = & -e^{i\kappa_z z} \frac{a}{\rho} [\partial_\varphi (J_m e^{im\varphi})] \\ = & -i \frac{am}{\rho} e^{i\kappa_z z} e^{im\varphi} J_m \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

Utilizando la relación de recurrencia:

$$J_m(z) = \frac{z}{2m} [J_{m-1}(z) + J_{m+1}(z)] \quad (\text{B.17})$$

haciendo $z = \kappa_{\perp} \rho$ y sustituyendo en B.16

$$E_{\rho} = -i \frac{am}{\rho} e^{i\kappa_z z} e^{im\varphi} \frac{\kappa_{\perp} \rho}{2m} (J_{m-1} + J_{m+1})$$

Quedando así E_{ρ} como

$$E_{\rho} = -i\kappa_{\perp} \frac{a}{2} e^{im\varphi} e^{i\kappa_{\parallel} z} (J_{m-1} + J_{m+1}) \quad (\text{B.18})$$

Para la componente azimutal se tiene

$$\begin{aligned} E_{\varphi} &= e^{i\kappa_z z} a \partial_{\rho} [e^{im\varphi} J_m] \\ &= a e^{i\kappa_z z} e^{im\varphi} \partial_{\rho} J_m \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

Utilizando la relación de recurrencia

$$\partial_z J_m(z) = \frac{1}{2} (J_{m-1}(z) - J_{m+1}(z)) \quad (\text{B.20})$$

Y sustituyendo en la ecuación B.19 se obtiene

$$E_{\varphi} = \frac{a}{2} e^{i\kappa_{\parallel} z} e^{im\varphi} (J_{m-1} - J_{m+1}) \quad (\text{B.21})$$

Para la componente en z , el término completo está multiplicado por b , por lo que se obtiene

$$E_z = 0 \quad (\text{B.22})$$

Ahora, para un modo TM la condición es que $a = 0$. Para la componente radial:

$$E_{\rho} = -e^{i\kappa_z z} i b \frac{\kappa_z}{\kappa} \partial_{\rho} [e^{im\varphi} J_m] \quad (\text{B.23})$$

Simplificando y utilizando la relación de recurrencia B.20 obtenemos

$$E_\rho = -i \frac{\kappa_{\parallel}}{\kappa} \frac{b}{2} e^{im\varphi} e^{i\kappa_{\parallel}z} (J_{m-1} - J_{m+1}) \quad (\text{B.24})$$

Para la componente azimutal, de B.14 tenemos

$$E_\varphi = -e^{i\kappa_z z} i \frac{b \kappa_z}{\rho \kappa} \partial_\varphi e^{im\varphi} J_m \quad (\text{B.25})$$

Aplicamos la derivada parcial, sustituimos la relación de recurrencia B.17 en esta ecuación y obtenemos:

$$E_\varphi = \frac{b \kappa_{\parallel} \kappa_{\perp}}{2 \kappa} e^{i\kappa_{\parallel}z} e^{im\varphi} (J_{m-1} + J_{m+1}) \quad (\text{B.26})$$

Para la componente en z, una sustitución directa de B.9 en B.15 nos da

$$E_z = -b \frac{\kappa_{\perp}^2}{\kappa} e^{i\kappa_{\parallel}z} e^{im\varphi} J_m \quad (\text{B.27})$$

Ahora, para obtener el campo transversal electromagnético, tenemos que está dado por la ecuación

$$\vec{E}(\rho, \varphi, z; t) = \mathbf{E}(\rho, \varphi, z) e^{-i\omega t} \quad (\text{B.28})$$

Entonces, sumando las ecuaciones B.18, B.21, B.22, para el campo TE, con las ecuaciones B.24, B.26, B.27 del campo TM y sustituyendo en esta ecuación

$$\begin{aligned} \vec{E}_m(\rho, \varphi, z; t) &= \left\{ [-i\kappa_{\perp} \frac{a}{2} (J_{m-1} + J_{m+1}) - i \frac{b \kappa_z}{2 \kappa} (J_{m-1} - J_{m+1})] \hat{\rho} \right. \\ &\quad + \left[\frac{a}{2} (J_{m-1} - J_{m+1}) + \frac{b \kappa_z \kappa_{\perp}}{2 \kappa} (J_{m-1} + J_{m+1}) \right] \hat{\varphi} \\ &\quad \left. - b \frac{\kappa_{\perp}^2}{\kappa} J_m \hat{z} \right\} e^{i(m\varphi + \kappa_z z - \omega t)} \\ &= \left\{ \frac{a}{2} [-i\kappa_{\perp} (J_{m-1} + J_{m+1}) \hat{\rho} + (J_{m-1} - J_{m+1}) \hat{\varphi}] \right. \\ &\quad \left. - \frac{b \kappa_z \kappa_{\perp}}{2 \kappa} \left[i \frac{1}{\kappa_{\perp}} (J_{m-1} - J_{m+1}) \hat{\rho} - (J_{m-1} + J_{m+1}) \hat{\varphi} \right] \right. \\ &\quad \left. + 2 \frac{\kappa_{\perp}}{\kappa_z} J_m \hat{z} \right\} e^{i(m\varphi + \kappa_z z - \omega t)} \end{aligned}$$

Haciendo $\varepsilon^{TM} = -\frac{b}{2} \frac{\kappa_z \kappa_{\perp}}{\kappa}$ y $\varepsilon^{TE} = i \frac{a}{2} \frac{\kappa_z}{\kappa}$, multiplicando a los términos TE por $\frac{\kappa_z}{\kappa} \frac{\kappa}{\kappa} \frac{i}{i}$, y multiplicando a la componente azimutal TM por $\frac{i}{i}$

$$\begin{aligned} \vec{E}_m(\rho, \varphi, z; t) = & \{ \varepsilon^{TE} [-\frac{\kappa_{\perp} \kappa}{\kappa_z} (J_{m-1} + J_{m+1}) \hat{\rho} - i \frac{\kappa}{\kappa_z} (J_{m-1} - J_{m+1}) \hat{\phi}] \\ & + \varepsilon^{TM} [i \frac{1}{\kappa_{\perp}} (J_{m-1} - J_{m+1}) \hat{\rho} - (J_{m-1} + J_{m+1}) \hat{\phi} \\ & + 2 \frac{\kappa_{\perp}}{\kappa_z} J_m \hat{z}] \} e^{i(m\varphi + \kappa_z z - \omega t)} \end{aligned}$$

Finalmente llegamos a la ecuación de campo eléctrico para un VBB en coordenadas cilíndricas:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_l = & \left[\left(i \varepsilon^{TM} (J_{l-1} - J_{l+1}) - \frac{\kappa}{\kappa_z} \varepsilon^{TE} (J_{l-1} + J_{l+1}) \right) \hat{\mathbf{u}}_{\rho} \right. \\ & - \left(\varepsilon^{TM} (J_{l-1} + J_{l+1}) + \frac{i\kappa}{\kappa_z} \varepsilon^{TE} (J_{l-1} - J_{l+1}) \right) \hat{\mathbf{u}}_{\varphi} \\ & \left. + 2 \frac{\kappa_{\perp}}{\kappa_z} \varepsilon^{TM} J_l \hat{\mathbf{u}}_z \right] e^{i\kappa_{\parallel} z + il\varphi - i\omega t} \end{aligned} \quad (\text{B.29})$$

BIBLIOGRAFÍA

- [1] J. Durnin, “Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory”, *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 4, No. 4 (1987).
- [2] Wen Cheng, Joseph W. Haus and Qiwen Zhan, “Propagation of vector vortex beams through a turbulent atmosphere”, *OPTICS EXPRESS* 17829, Vol. 17, No. 20 (2009).
- [3] Mario Krenn, Robert Fickler, Matthias Fink, Johannes Handsteiner, Mehul Malik, Thomas Scheidl, Rupert Ursin and Anton Zeilinger, “Communication with spatially modulated light through turbulent air across Vienna”, *New Journal of Physics* 16 (2014) 113028.
- [4] Kaicheng Zhu, Guoquan Zhou, Xuguang Li, Xiaojuan Zheng, and Huiqin Tang, “Propagation of Bessel-Gaussian beams with optical vortices in turbulent atmosphere”, *OPTICS EXPRESS* 21315, Vol. 16, No. 26 (2008).
- [5] C. Paterson, “Atmospheric turbulence and Orbital Angular Momentum of Single photons for Optical Communication”, *Physical Review Letters* 94, 153901 (2005).
- [6] Graham Gibson, Johannes Courtial, Miles J. Padgett, “Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum”, *OPTICS EXPRESS* 5448, Vol. 12, No. 22 (2004).
- [7] Mitchell A. Cox, Carmelo Rosales-Guzmán, Martin P. J. Lavery, Daniel J. Versfeld and Andrew Forbes, “On the resilience of scalar and vector vortex modes in turbulence”, *OPTICS EXPRESS* 18105, Vol. 24, no. 16 (2016).
- [8] Grier, D. G. A “revolution in optical manipulation” *Nature* 424, 810–816 (2003).
- [9] Stefan W. Hell, “Far-Field Optical Nanoscopy”, *Science* (2007), Vol. 316.
- [10] Aniceto Belmonte and Juan P. Torres, “Optical Doppler shift with structured light”, *Optics Letters*, Vol. 36, No. 22 (2011).

-
- [11] Rosales-Guzmán, C., Hermosa, N., Belmonte, A. & Torres, J.P. “Experimental detection of transverse particle movement with structured light” *Sci. Rep.* 3, 2815; DOI:10.1038/srep02815 (2013).
- [12] Carmelo Rosales-Guzmán, Nathaniel Hermosa, Aniceto Belmonte and Juan P. Torres, “Measuring the translational and rotational velocities of particles in helical motion using structured light”, *Optics Express*, Vol. 22, No. 13 (2014).
- [13] Jáuregui, R. and Torres, J. P. *On the use of structured light in nonlinear optics studies of the symmetry group of a crystal*. *Sci. Rep.* 6, 20906; doi: 10.1038/srep20906 (2016).
- [14] Tom, H. W. K., Heinz, T. F. & Shen, Y. R. “Second-harmonic reflection from Silicon surfaces and its relation to structural symmetry” *Phys. Rev. Lett.* 51, 1983 (1983).
- [15] J. Durnin, J. J. Miceli, Jr. and J. H. Eberly, "Diffraction-free beams", *Physical Review Letters*, Vol. 58, No. 15 (1987).
- [16] D McGloin & K Dholakia (2005) Bessel beams: Diffraction in a new light, *Contemporary Physics*, 46:1, 15-28, DOI: 10.1080/0010751042000275259.
- [17] A. Flores Pérez, J. Hernández-Hernández, R. Jáuregui, and K. Volke-Sepúlveda, “Experimental generation and analysis of first-order TE and TM Bessel modes in free space”, *Optics letters*, Vol.31, No. 11 (2006).
- [18] R. Horák, Z. Bouchal, J. Bajér, “Nondiffracting stationary electromagnetic field”, *Optics communications* 133 (1997) 315-327.
- [19] R. Jáuregui and S. Hacyan, “Quantum-mechanical properties of Bessel beams”, *Physical review A* 71, 033411 (2005).
- [20] Julio C. Gutiérrez-Vega and Miguel A. Bandres, “Helmholtz-Gauss waves”, *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 22, No.2 (2005).
- [21] Dirk Boumeester, Artur Ekert, and Anton Zeilinger, “The physics of quantum information”, Springer, Second Edition (2001).
- [22] J. C. Garrison, R. Y. Chiao, “Quantum optics”, Oxford University Press (2008).
- [23] Christopher C. Gerry and Peter L. Knight, “Introductory quantum optics”, Cambridge university Press (2005).

- [24] Zou, X. D., Hovmöller, V. & Oleynikov, P. In “Electron crystallography: electron microscopy and electron diffraction”, Oxford University Press (2011).
- [25] Squires, G. L. In “Introduction to the theory of thermal neutron scattering”, Cambridge University Press, 1978.
- [26] Howard, J. A. K. & Probert, M. R. “Cutting-edge techniques used for the structural investigation of single crystals”, *Science* 343, 1098 (2014).
- [27] Stefan Berg-Jonansen, Falk Toppel, Birgit Stiller, Peter Banzer, Marco Ornigotti, Elisabeth Giacobino, Gerd Leuchs, Andrea Aiello, and Christoph Marquardt, “Classically entangled optical beams for high-speed kinematic sensing”, *optica*, Vol. 2, No. 10 (2015).
- [28] P. H. Jones, M. Rashid, M. Makita, and O. M. Maragò, “Sagnac interferometer method for synthesis of fractional polarization vortices”, *Optics Letters* Vol. 34, No. 17 (2009).
- [29] C. J. R. Shepard and T. Wilson, Gaussian-beam theory of lenses with annular apertures, *IEE J. Microw. Opt. Acoust.*, 2, 106–112, (1978).
- [30] Melanie McLaren, Thandeka Mhlanga, Miles J. Padgett, Filippus S. Roux, and Andrew Forbes, “Self-healing of quantum entanglement after an obstruction”, *Nature communications*, DOI: 10.1038/ncomms4248 (2014).
- [31] I.S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of integrals, series and products*, Academic Press, London (1994).
- [32] Chasles, M., “Note sur les propriétés générales du système de deux corps semblables entr’eux”, *Bulletin des Sciences Mathématiques* (1830).
- [33] Kumar, V., “MEAM 520 notes: The theorems of Euler and Chasles”, University of Pennsylvania (2014).
- [34] Rubinsztein-Dunlop, H., Forbes, A., Berry, M. V., Dennis, M. R., Andrews, D. L., Mansuripur, M., . . . & Karimi, E., “Roadmap on structured light”, *Journal Optics*, doi:10.1088/2040-8978/19/1/013001.
- [35] J. H. Poynting, “The Wave Motion of a Revolving Shaft, and a Suggestion as to the Angular Momentum in a Beam of Circularly Polarised Light”, DOI: 10.1098/rspa.1909.0060 (1909).

-
- [36] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, “Angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes”, *Physical Review A*, Vol. 45, No. 11 (1992).
- [37] Miles Padgett, Johannes Courtial, and Les Allen, “Light’s Orbital Angular Momentum”, *Physics today* (2004).
- [38] Alison M. Yao and Miles Padgett, “Orbital angular momentum: origins, behaviour and applications”, *Optical Society of America* (2011) Doc. ID 136333.
- [39] B. Piccirillo, S. Slussarenko, L. Marrucci, and E. Santamato, “The orbital angular momentum of light: Genesis and evolution of the concept and of the associated photonic technology”, *Revista del nuovo cimento*, Vol. 36, N. 11, DOI 10.1393/ncr/i2013-10094-y.
- [40] J.M. Hickmann, E.J.S. Fonseca, W.C Soares, and S. Chávez-Cerda, “Unveiling a Truncated Optical Lattice Associated with a Triangular Aperture Using Light’s Orbital Angular Momentum”, *PRL* 105, 053904; DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.053904 (2010).
- [41] Giovanni Milione, H. I. Sztul, D. A. Nolan, and R. R. Alfano, “Higher-Order Poincaré Sphere, Stokes Parameters, and the Angular Momentum of Light”, *PRL* 107, 053601 (2011).
- [42] Qiwen Zhan, “Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications”, *Advances in Optics and Photonics* 1, 1–57 (2009) doi:10.1364/AOP.1.000001.
- [43] Darryl Naidoo, Filippus S. Roux, Angela Dudley, Igor Litvin, Bruno Piccirillo, Lorenzo Marucci, and Andrew Forbes, “Controlled generation of higher-order Poincaré sphere beams from a laser”, arXiv: 1505.02256v1 (2015).
- [44] Robert W. Boyd, *Nonlinear Optics*, Third Edition, Academic Press.
- [45] Leonard Mandel and Emil Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics*, Cambridge University Press (1995).
- [46] V. G. Dmitriev, G. G. Gurzadyan, D. N. Nikogosyan, “Handbook of Nonlinear Optical Crystals”, Third Revised Edition, Springer (1999).
- [47] F. Bassani, G. Pastori Parravicini, “Electronic states and optical transitions in solids”, Pergamon press, volume 8 (1935).

- [48] Neil W. Ashcroft, N. David Mermin, “Solid state Physics”, Cornell University (1976).
- [49] W. H. Louisell, A. Yariv and A. E. Siegman, “Quantum Fluctuations and Noise in Parametric Processes I”, Physical Review, Volume 124, Number 6 (1961).
- [50] Verónica Vicuña Hernández, “Efectos de la no paraxialidad y la longitud del cristal en el proceso de conversión paramétrica descendente”, Tesis de doctorado, Universidad Nacional Autónoma de México (2017).
- [51] R. Ramírez-Alarcón, H. Cruz-Ramírez, and A. B. U’Ren, “Crystal length effects on the angular spectrum of spontaneous parametric down-conversion photon pairs”, arXiv:1306.4903 [quant-ph] (2013).

