



CENTRO DE INVESTIGACIONES
EN OPTICA, A.C.

“ESTUDIO DE LUZ NO CLÁSICA EN GUÍAS DE ONDA UNIDIMENSIONALES ACOPLADAS”



Tesis que para obtener el grado de Maestro en Ciencias (Óptica)

Presenta: Dante Ivan Urbieta Maldonado

Director de Tesis: Dra. Laura Elena Casandra Rosales Zárate

*Versión Definitiva. Incluye cambios sugeridos por revisores.
Vo. Bo.*

29 de noviembre del 2022

*León · Guanajuato · México
Noviembre de 2022*

Resumen

Las guías de onda cuánticas son de los dispositivos más utilizados en fotónica cuántica integrada, con el paso del tiempo se ha optimizado su fabricación y esto ha permitido avances en las tecnologías cuánticas. En el presente trabajo se estudia un sistema de guías de onda unidimensionales y acopladas, considerando diferentes tipos de acoplamientos, se estudió la transferencia de estados, incidiendo con diferentes estados de luz no clásica como lo son: estado de número, estado NOON, estado coherente, estado comprimido de un solo modo, un estado superposición y el estado gato de Schrödinger.

Se plantearon dos distintos acoplamientos, el acoplamiento parabólico y el acoplamiento constante; para este último también se consideró el caso en que la guía tiene defectos. Estos se introdujeron al sistema de guías como un cambio en el acoplamiento de una sola guía (la guía de incidencia), dependiendo del acoplamiento estos se pueden clasificar como defecto atractivo o defecto repulsivo. Se calculó el número promedio de fotones y la función de correlación fotón-fotón lo cual permitió conocer la posible posición de los fotones en el sistema de guías. Se investigó bajo qué condiciones se obtiene la transferencia de estados perfecta para todos los estados, en el caso del acoplamiento parabólico. Utilizando la función de correlación de dos modos se obtuvo que para este acoplamiento algunos estados presentan entrelazamiento de dos modos. Mientras, en el caso del acoplamiento constante se observa que los fotones se alejan de la guía de incidencia. Cuando se introduce un defecto repulsivo, los fotones tienden a colocarse en las guías de los extremos, sin embargo para un defecto atractivo los fotones tienden a quedarse en la guía de incidencia, entre mayor sea el valor de este defecto, mayor será el número promedio de fotones en la guía.

Agradecimientos

Quisiera agradecer al Consejo de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo en la realización de este proyecto.

Al Centro de Investigaciones en Óptica, A.C. (CIO) por permitir el uso de sus instalaciones y el conocimiento obtenido.

Índice general

1. Fundamentos teóricos	4
1.1. Número promedio de fotones	4
1.2. Fidelidad	5
1.3. Función de correlación fotón-fotón	5
1.4. Correlación entre dos modos de guía de onda	6
1.5. Luz no clásica	6
1.5.1. Estado de número	6
1.5.2. Estado coherente	7
1.5.3. Estado comprimido	8
1.5.4. Estado NOON	8
1.5.5. Estado gato de Schrödinger	9
1.6. Luz no clásica en guías de onda	9
2. Transferencia de estados en guías	11
2.1. Acoplamiento $C(j) = J\sqrt{j(N-j)}$	13
2.1.1. Estado de número	13
2.1.2. Estado NOON	17
2.1.3. Estado comprimido	21
2.1.4. Estado coherente	28
2.1.5. Estado gato de Schrödinger	34
2.1.6. Estado superposición	41
2.2. Acoplamiento constante $C(j) = J$	47
2.2.1. Estado de número	48
2.2.2. Estado NOON	53
2.2.3. Estado comprimido	55
2.2.4. Estado coherente	56
2.2.5. Estado gato de Schrödinger	57
2.2.6. Estados enredados	58

3. Inclusión de defectos	64
3.1. Estado de número	65
3.2. Estado NOON	66
3.3. Estado comprimido	69
3.4. Estado coherente	70
3.5. Estado gato de Schrödinger	71
3.6. Estados enredados	72
3.7. Inclusión de defectos en diferentes guías	74

Índice de figuras

1.	Sistema de guías de onda	2
2.1.	Número promedio de fotones contra el tiempo para el estado de número. La línea de color negro es para la guía 1 y la línea color rojo es para la guía 20.	14
2.2.	Número promedio de fotones N_j para el estado de número, considerando el término de propagación libre. (a) N_j contra el tiempo. (b) N_j variando j y el tiempo.	15
2.3.	Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos, para el estado de número, para las funciones (a) $M(1, 3)$. (b) $M(4, 2)$	16
2.4.	Número promedio de fotones contra el tiempo para el estado NOON. La línea color negro es para la guía 1 y la línea color rojo es para la guía 20.	18
2.5.	Función de correlación fotón-fotón para el estado NOON, incidiendo en las guías $p = 1$ y $q = 2$, avanzando cada $\frac{\pi}{8}$	20
2.6.	Número promedio de fotones N_j para el estado NOON, considerando el término de propagación libre. (a) N_j contra el tiempo. (b) N_j variando j y el tiempo.	21
2.7.	Número promedio de fotones contra el tiempo para el estado comprimido. Para dos sistemas de guías diferentes. (a) Para $N = 20$. (b) Para $N = 21$	23
2.8.	Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos $M(1, 3)$ con los valores (a) $\phi = 0$. (b) $\phi = \frac{\pi}{2}$. (c) $\phi = \pi$	26
2.9.	Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos $M(4, 2)$ para los valores (a) $\phi = 0$. (b) $\phi = \frac{\pi}{2}$. (c) $\phi = \pi$	27
2.10.	Número promedio de fotones N_j para el estado comprimido, considerando el término de propagación libre. (a) N_j contra el tiempo. (b) N_j variando j y el tiempo.	28

2.11. Número promedio de fotones contra el tiempo para el estado coherente.	29
2.12. Número promedio de fotones N_j para el estado coherente, considerando el término de propagación libre. (a) N_j contra el tiempo. (b) N_j variando j y el tiempo.	32
2.13. Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos, para el estado coherente con los valores (a) $\alpha^2 = 2$. (b) $\alpha = i$	33
2.14. Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos, para el estado coherente con los valores (a) $\alpha^2 = 2$. (b) $\alpha = i$	33
2.15. Número promedio de fotones N_j para el estado gato de Schrödinger, considerando el término de propagación libre. (a) N_j contra el tiempo. (b) N_j variando j y el tiempo.	35
2.16. Fidelidad para el estado gato de Schrödinger. (a) Variando α con $\phi = \frac{\pi}{4}$. (b) Variando ϕ con $\alpha = \sqrt{2}$. (c) Variando α y ϕ	37
2.17. Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos, para el estado gato de Schrödinger, con $\phi = \pi$ y los valores de (a) $\alpha = 0.5$. (b) $\alpha = i$	40
2.18. Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos, para el estado gato de Schrödinger, con $\phi = \frac{\pi}{4}$ y los valores (a) $\alpha = 0.5$. (b) $\alpha = i$	40
2.19. Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos, para el estado gato de Schrödinger, con $\phi = \pi$ y los valores (a) $\alpha = 0.5$. (b) $\alpha = i$	41
2.20. Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos, para el estado gato de Schrödinger, con $\phi = \frac{\pi}{4}$ y los valores (a) $\alpha = 0.5$. (b) $\alpha = i$	41
2.21. Número promedio de fotones N_j para el estado superposición $ \psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle + 1\rangle)$, considerando el término de propagación libre. (a) N_j contra el tiempo. (b) N_j variando j y el tiempo.	42
2.22. Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos, para el estado $ \psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle + 1\rangle)$ y para las funciones (a) $M(1, 3)$. (b) $M(4, 2)$	44
2.23. Número promedio de fotones N_j para el estado superposición $ \psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle + 2\rangle)$, considerando el término de propagación libre. (a) N_j contra el tiempo. (b) N_j variando j y el tiempo.	45
2.24. Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos, para el estado $ \psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle + 2\rangle)$ y las funciones (a) $M(1, 3)$. (b) $M(4, 2)$	47

2.25. Número promedio de fotones N_j para el estado de número considerando un acoplamiento constante. (a) N_j contra j para una $z = 15 \text{ cm}$. (c) N_j variando j y z	48
2.26. Función de correlación fotón-fotón para el estado de número, incidiendo en la guía $l = 0$	49
2.27. Función de correlación fotón-fotón para el estado de número, incidiendo en la guía $p = 0$ y $q = 1$	51
2.28. Función de correlación fotón-fotón para el estado de número, incidiendo en la guía $p = -1$ y $q = 1$	52
2.29. Número promedio de fotones, N_j para el estado de número considerando un acoplamiento constante. (a) N_j contra z para las guías 1, 8 y 15. (b) N_j contra j para una $z = 10 \text{ cm}$.(c) N_j variando j y z	53
2.30. Número promedio de fotones, N_j para el estado NOON considerando un acoplamiento constante. (a) N_j contra z para las guías 1, 8 y 15. (b) N_j contra j para una $z = 10 \text{ cm}$.(c) N_j variando j y z	54
2.31. Función de correlación fotón-fotón para el estado NOON, incidiendo en las guías $p = 7$ y $q = 9$ para diferentes z	55
2.32. Número promedio de fotones, N_j para el estado comprimido considerando un acoplamiento constante. (a) N_j contra z para las guías 1, 8 y 15. (b) N_j contra j para una $z = 10 \text{ cm}$.(c) N_j variando j y z	56
2.33. Número promedio de fotones, N_j para el estado coherente considerando un acoplamiento constante. (a) N_j contra z para las guías 1, 8 y 15. (b) N_j contra j para una $z = 10 \text{ cm}$.(c) N_j variando j y z	57
2.34. Número promedio de fotones, N_j para el estado gato de Schrödinger considerando un acoplamiento constante. (a) N_j contra z para las guías 1, 8 y 15. (b) N_j contra j para una $z = 10 \text{ cm}$.(c) N_j variando j y z	58
2.35. Función de correlación fotón-fotón para un estado enredado $ \psi^{(+)}\rangle$, incidiendo en las guías $p = 0$ y $q = 1$	61
2.36. Función de correlación fotón-fotón para un estado enredado $ \psi^{(-)}\rangle$, incidiendo en las guías $p = -1$ y $q = 1$	63
3.1. Número promedio de fotones N_j para el estado de número, considerando un defecto repulsivo con $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z	65

3.2. Número promedio de fotones N_j para el estado de número, considerando un defecto atractivo con $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z	66
3.3. Número promedio de fotones N_j para el estado NOON, considerando un defecto repulsivo con $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z	66
3.4. Función de correlación fotón-fotón para el estado NOON considerando un defecto repulsivo en la guía central. (a) El defecto tiene un valor de $\Delta_c = -0.2 \text{ cm}^{-1}$. (b) El defecto tiene un valor $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$	67
3.5. Número promedio de fotones N_j para el estado NOON, considerando un defecto atractivo con $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z	68
3.6. Función de correlación fotón-fotón para el estado NOON, considerando un defecto atractivo en la guía central. (a) El defecto tiene un valor de $\Delta_c = 0.2 \text{ cm}^{-1}$. (b) El defecto tiene un valor $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$	68
3.7. Número promedio de fotones N_j para el estado comprimido, considerando un defecto repulsivo con $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z	69
3.8. Número promedio de fotones N_j para el estado comprimido, considerando un defecto atractivo con $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z	70
3.9. Número promedio de fotones N_j para el estado coherente, considerando un defecto repulsivo con $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z	70
3.10. Número promedio de fotones N_j para el estado coherente, considerando un defecto atractivo con $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z	71
3.11. Número promedio de fotones N_j para el estado gato de Schrödinger, considerando un defecto repulsivo con $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z	71
3.12. Número promedio de fotones N_j para el estado gatp de Schrödinger, considerando un defecto atractivo con $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z	72
3.13. Función de correlación fotón-fotón para el estado $ \psi^{(-)}\rangle$ considerando un defecto repulsivo en la guía central. (a) El defecto tiene un valor de $\Delta_c = -0.2 \text{ cm}^{-1}$. (b) El defecto tiene un valor $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$	73

3.14. Función de correlación fotón-fotón para el estado $ \psi^{(-)}\rangle$ considerando un defecto atractivo en la guía central. (a) El defecto tiene un valor de $\Delta_c = 0.2 \text{ cm}^{-1}$. (b) El defecto tiene un valor $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$	74
3.15. Número promedio de fotones N_j para el estado coherente, considerando tres defectos repulsivos en las guías 4, 8 y 12; con el valor de $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z	75
3.16. Número promedio de fotones N_j para el estado coherente, considerando tres defectos atractivos en las guías 4, 8 y 12 con el valor de $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z	75
3.17. Número promedio de fotones N_j para el estado coherente, considerando siete defectos repulsivos en las guías 1, 4, 6, 8, 10, 12 y 15; con el valor de $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z	76
3.18. Número promedio de fotones N_j para el estado coherente, considerando siete defectos atractivos en las guías 1, 4, 6, 8, 10, 12 y 15; con el valor de $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z	76
3.19. Número promedio de fotones N_j para el estado coherente, considerando los defectos repulsivos en todas las guías con $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z	77
3.20. Número promedio de fotones N_j para el estado coherente, considerando defectos atractivos en todas las guías con $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z	77

Introducción

La luz es un tema muy antiguo, sin embargo hoy en día es posible estudiarla desde diferentes ángulos, dependiendo del fenómeno de interés, por ejemplo la óptica geométrica estudia la luz como si viajara a lo largo de una línea recta, ignorando la difracción y la polarización [1], mientras que la óptica cuántica utiliza los recursos de la mecánica cuántica para el estudio de la luz [2]. Esta diferencia tan abrupta entre los diferentes puntos de vista al estudiar la luz se debe a los dos comportamientos que presenta, ya sea el de una onda o una partícula. El comportamiento corpuscular de la luz ha permitido que, en los últimos años, exista un crecimiento de las tecnologías basadas en la óptica cuántica, como comunicaciones cuánticas [3] y la información cuántica [4], metrología [5] y litografía [6]. Una de las razones de este auge ha sido que los fotones son buenos portadores de información [7].

Motivación

La fotónica cuántica integrada y el estudio de coherencia en dispositivos [8] han permitido reducir la escala de los experimentos de laboratorio a chips prototipo con mejoras en la eficiencia y la robustez [9] permitiendo diseñar una tecnología portable, como por ejemplo guías de onda cuánticas, que son unos de los dispositivos más utilizados en fotónica cuántica integrada. Una guía de onda permite confinar y guiar la luz [10]; las guías de onda son materiales cuyo índice de refracción es mayor a aquel que lo rodea, que mediante reflexión total interna va propagando la luz. Es posible diseñar tales guías de onda para admitir solo un único modo transversal para un rango de longitud de onda determinado [6]. Hoy en día se puede plantear la propagación de estados de luz no clásicos a través de las guías de onda [11].

Acoplamiento entre guías de onda

El acoplamiento entre guías de onda se puede lograr cuando dos guías de onda se acercan lo suficiente como para que los campos evanescentes se superpongan [12]; esto se conoce como acoplador direccional, transfiriendo la potencia óptica de una guía a la otra. Para estudiar este acoplamiento se puede utilizar la teoría de modos acoplados, esta es una teoría que es satisfactoria para el caso de un acoplamiento débil. El acoplamiento únicamente modifica las amplitudes de estos modos sin afectar las distribuciones espaciales transversales ni sus constantes de propagación. De tal forma que para estudiar la propagación de la luz en un sistema de guías de onda, se puede plantear el problema como una variación de las amplitudes, en donde el acoplamiento entre las dos guías depende de condiciones físicas del material, como índice de refracción, separación entre las guías y tamaño de estas. Este análisis para dos guías se puede ampliar a un sistemas que contenga más guías.

Desarrollo del trabajo

El presente trabajo se enfoca en la transferencia de estados cuánticos en un arreglo de guías de onda. Este será un sistema de guías de onda unidimensionales y acopladas como el que se ve en la figura 1.

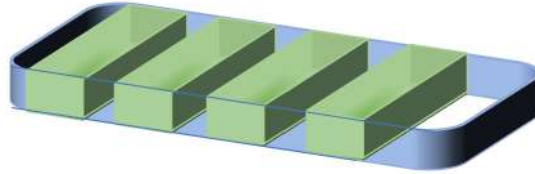


Figura 1: Sistema de guías de onda

Debido que las guías están muy próximas unas de otras, la luz será transferida de una guía a la otra, dependiendo del acoplamiento entre ellas. El Hamiltoniano que representa a este sistema de guías de onda [13] es:

$$\hat{H} = \omega \sum_{j=1}^N \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j + \sum_{j=1}^{N-1} C(j) (\hat{a}_j^\dagger \hat{a}_{j+1} + \hat{a}_j \hat{a}_{j+1}^\dagger), \quad (1)$$

en donde el primer término representa la propagación libre de fotones a través de una guía, ω es una frecuencia proporcional al índice de refracción del material; el segundo término representa la transferencia de fotones a través de las guías, siendo

\hat{a}^\dagger y \hat{a} operadores de creación y aniquilación respectivamente y $C(j)$ una fuerza de acoplamiento. Esta fuerza es de gran relevancia en el trabajo, en el cual se consideró el caso en que la fuerza varía dependiendo del número de guía y también una fuerza constante para todas las guías.

Una vez planteado el sistema, el objetivo es analizar cómo se propagan diferentes tipos de luz no clásica a través de las guías de onda unidimensionales, con el fin de calcular la probabilidad de detectar la transferencia perfecta de fotones se consideraron dos diferentes acoplamientos. A su vez se estudia la introducción de defectos en el sistema y cómo afecta esto a la transferencia de fotones. Lo primero que se hizo fue estudiar la transferencia de estados para el estado de número, NOON, coherente y comprimido, obteniendo los resultados reportados en la literatura [14, 15]. Una vez familiarizados con la transferencia de estados, se expandió la investigación considerando el término de propagación libre en el Hamiltoniano y agregando otros estados de luz no clásica. Posteriormente se consideró un acoplamiento constante en todas las guías, así como la introducción de defectos en el sistema de guías, para una sola guía y después para un mayor número de guías.

Capítulo 1

Fundamentos teóricos

En este capítulo se presentarán los conceptos que son importantes para el desarrollo del trabajo y los cuales permitieron estudiar la transferencia de estados a través del sistema de guías de onda, así como saber si ocurre la transferencia de estados perfecta, conocer la posición de los fotones y concluir si existe entrelazamiento de modos una vez que incidieron estados de luz no clásica en el arreglo de guías. También se incluye una descripción sobre la luz no clásica y los estados utilizados en este trabajo. Por último se describe la propagación de luz no clásica a través de un sistema de guías de onda.

1.1. Número promedio de fotones

El número promedio de fotones se calcula con el valor de expectación, escrito de la siguiente forma [16]

$$\langle \hat{A} \rangle, \quad (1.1)$$

este valor representa el resultado más probable de obtenerse entre una gama de valores distintos. Como su nombre lo indica, el valor esperado es un valor representativo que con un solo número describe brevemente a toda la población de valores que se consideran. Para este trabajo es necesario conocer el valor esperado de fotones en las guías de onda, por lo cual se utiliza el valor de expectación del operador de número

$$N_j = \langle \hat{n} \rangle, \quad (1.2)$$

ya que el operador de número está definido como $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$, el número promedio de

fotones se escribe de la siguiente forma

$$N_j = \langle \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j \rangle. \quad (1.3)$$

1.2. Fidelidad

La fidelidad proporciona una prescripción matemática para la cuantificación del grado de similitud de un par de estados cuánticos [17], es decir, es una medida de la proximidad entre dos estados cuánticos. La necesidad de conocer la cercanía de un estado con otro, radica en que al hacer una preparación experimental, un estado cuántico está limitado por las imperfecciones y el ruido, de tal manera que en este caso la fidelidad nos da una medida de estas imperfecciones. La fidelidad está definida como [18]

$$F(\rho, \sigma) = \text{Tr} \sqrt{\sqrt{\rho} \sigma \sqrt{\rho}}, \quad (1.4)$$

en donde ρ y σ son matrices de densidad. En el caso que las matrices de densidad representen estados cuánticos puros, $\rho = |\psi_\rho\rangle \langle \psi_\rho|$ y $\sigma = |\psi_\sigma\rangle \langle \psi_\sigma|$, su fidelidad debe ser definida por la probabilidad de transición entre los dos estados, por lo que se escribe de la siguiente forma

$$F = |\langle \psi_\rho | \psi_\sigma \rangle|^2. \quad (1.5)$$

En este trabajo se considerará la fidelidad entre el estado que se espera obtener $|\Psi\rangle$ y el estado que ha evolucionado en el tiempo $|\psi(t)\rangle$. De tal manera que la fidelidad se escribe de la forma

$$F = |\langle \Psi | \psi(t) \rangle|^2. \quad (1.6)$$

1.3. Función de correlación fotón-fotón

Para conocer la dinámica del sistema de guías se utiliza la función de correlación fotón-fotón para dos modos [19]. Para este sistema, esta función de correlación permite observar el movimiento de los fotones a través de las guías de onda, así como conocer la probabilidad de encontrarlos en el sistema [15]. La función de correlación fotón-fotón se escribe como:

$$\Gamma_{q,r} = \langle \hat{a}_q^\dagger \hat{a}_r^\dagger \hat{a}_r \hat{a}_q \rangle, \quad (1.7)$$

siendo q y r los subíndices que indican en qué guía entraron los fotones al sistema.

1.4. Correlación entre dos modos de guía de onda

El entrelazamiento es una característica que implica la existencia de estados globales de un sistema compuesto que no se puede escribir como un producto de los estados de los subsistemas individuales [20]. La entrada de luz no clásica a una de las guías de onda puede producir un enredamiento por pares entre los modos de las guías de onda [21]. Un criterio de entrelazamiento entre dos sistemas de variables continuas es la siguiente función de correlación.

$$M(j, k) = \langle \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j \rangle + \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k \rangle + \langle \hat{a}_j \hat{a}_k \rangle + \langle \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_k^\dagger \rangle. \quad (1.8)$$

Los valores negativos de la función de correlación de dos modos para estados gaussianos es una condición tanto necesaria como suficiente para indicar que hay entrelazamiento entre los modos [21, 14].

1.5. Luz no clásica

El estudio de la luz desde un punto de vista cuántico es importante porque de esta forma se observan fenómenos que no ocurren en forma clásica, como por ejemplo, el entrelazamiento y la no localidad. La luz no clásica es aquella cuya estadística no tiene descripción dentro del marco de trabajo de la óptica clásica [22]. Una de las formas en que se puede definir la luz no clásica es a través de la función P de Glauber-Sudarshan, la cual toma valores negativos o es una función irregular [23]. A continuación se describirán los diferentes estados de luz no clásica utilizados en este trabajo.

1.5.1. Estado de número

La representación del estado de número se puede aplicar para cualquier sistema físico que se pueda describir por medio de un Hamiltoniano que tenga una forma equivalente a un oscilador armónico simple [24]. Esta representación toma en cuenta las propiedades del sistema según lo descrito por el número de cuantos de energía excitados. Por lo que es posible describir las excitaciones del campo electromagnético cuantificado en términos del número de fotones excitados a la frecuencia angular ω . El estado del número de n fotones se representa de la forma

$$|n\rangle. \quad (1.9)$$

Los operadores de creación y aniquilación aplicados a este estado representan, como su nombre lo indica a la creación y aniquilación de un fotón de frecuencia angular ω , respectivamente:

$$\hat{a} |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle \quad (1.10)$$

$$\hat{a}^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle. \quad (1.11)$$

El estado fundamental $|0\rangle$ corresponde al vacío electromagnético. Al aplicarse el operador de aniquilación da como resultado

$$\hat{a} |0\rangle = 0, \quad (1.12)$$

si se le aplica el operador de creación da como resultado

$$\hat{a}^\dagger |0\rangle = \sqrt{1} |1\rangle, \quad (1.13)$$

por lo que este operador puede aplicarse n número de veces y se puede escribir el estado de número como un estado en el que se han excitado n fotones desde el vacío

$$|n\rangle = \frac{(\hat{a}^\dagger)^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle. \quad (1.14)$$

Estos estados no se generan fácilmente [25], sin embargo se pueden obtener a partir de un amplificador paramétrico pulsado no degenerado [26], mediante saltos cuánticos [27] o átomos atrapados en una cavidad óptica [28], con aplicaciones en el procesamiento de información cuántica [28] y en telecomunicaciones ópticas [29].

1.5.2. Estado coherente

El estado coherente de un solo modo se escribe de la siguiente forma [30]

$$\hat{a} |\alpha\rangle = \alpha |\alpha\rangle, \quad (1.15)$$

en donde \hat{a} es el operador de aniquilación y α es un número complejo arbitrario. Por lo tanto el estado coherente se puede definir como el eigenestado del operador de aniquilación [30]. Este resultado se obtiene a partir de que el operador de campo eléctrico $E(r, t)$ se puede separar en una parte de frecuencia positiva $E^{(+)}(r, t)$ y otra de frecuencia negativa $E^{(-)}(r, t)$ [31], siendo que $E^{(+)}(r, t)$ contiene los operadores de

aniquilación mientras que $E^{(-)}(r, t)$ los operadores de creación. La acción del operador de creación da como resultado

$$\langle \alpha | \hat{a}^\dagger = \alpha^* \langle \alpha |. \quad (1.16)$$

El estado coherente también se puede escribir como una suma infinita de estados de número, la cual se representa de la siguiente manera

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (1.17)$$

Los estados coherentes son los estados cuánticos más clásicos [32], además tienen muchas aplicaciones, por ejemplo, su uso como base para representaciones de estados cuánticos generales. Los estados coherentes tienen aplicaciones en criptografía cuántica [33] y en particular, los estados coherentes entrelazados, las tienen en procesamiento de información cuántica [34] y discriminación de parámetros digitales [35].

1.5.3. Estado comprimido

Los estados comprimidos en cuadratura del vacío son estados de mínima incertidumbre, que se generan mediante técnicas de óptica no lineal [36, 37]. El estado comprimido del vacío para un solo modo se escribe como

$$|\xi\rangle = \hat{S}(\xi) |0\rangle, \quad (1.18)$$

con $\hat{S}(\xi)$ el operador de compresión definido de la siguiente forma

$$\hat{S}(\xi) = \exp\left[\frac{1}{2} (\xi^* \hat{a}^2 - \xi \hat{a}^{\dagger 2})\right], \quad (1.19)$$

con $\xi = r e^{i\phi}$, donde r es el parámetro de compresión y ϕ la dirección de compresión.

El estado comprimido ha sido utilizado en la demostración de la teleportación cuántica [38], la computación cuántica variable continua [39] y una de las aplicaciones más destacadas es en la de detección de ondas gravitacionales [40].

1.5.4. Estado NOON

El estado NOON es un estado de dos modos de n fotones entrelazados, escrito de la siguiente forma

$$|\psi_N\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|N\rangle_p |0\rangle_q + |0\rangle_p |N\rangle_q \right), \quad (1.20)$$

para el caso de dos fotones el estado NOON se puede escribir como:

$$|\psi_N\rangle = \frac{1}{2} (\hat{a}_p^{\dagger 2} + \hat{a}_q^{\dagger 2}) |0_p 0_q\rangle. \quad (1.21)$$

Estos estados son un recurso importante en ciencia de la información cuántica óptica [41], metrología [42] y litografía [43].

1.5.5. Estado gato de Schrödinger

En el experimento pensado que propuso Schrödinger, había un gato cuyo destino era terminar en una superposición de estados macroscópicamente distinguibles, estar vivo y de estar muerto [44]. Recientemente ha sido posible considerar superposiciones de estados cuánticos que son de alguna manera macroscópicamente distinguibles [45]. A estos estados se les conoce como estados gato de Schrödinger.

Este estado se puede escribir como la superposición de estados coherentes de igual amplitud pero separada en fase por 180° [46].

$$|\psi_\alpha\rangle = N(|\alpha\rangle + e^{i\phi} |-\alpha\rangle), \quad (1.22)$$

con N una constante de normalización cuyo valor es

$$N = (2 + 2e^{-2|\alpha|^2} \cos \phi)^{-\frac{1}{2}}. \quad (1.23)$$

Estos estados permiten estudios controlados de medición cuántica [47] y pueden usarse para estudios de decoherencia en experimentos de electrodinámica cuántica de cavidades (cavity QED por sus siglas en inglés) [48, 49, 50].

1.6. Luz no clásica en guías de onda

Como se mencionó anteriormente, si dos guías de onda están lo suficientemente cerca los campos evanescentes se superpondrán, en un caso cuántico pasa algo similar, los fotones tienden a pasar de una guía a la otra como esta representado por el Hamiltoniano de la ecuación 1. Para estudiar la dinámica en sistemas cuánticos se puede utilizar tanto el esquema de Heisenberg como el esquema de Schrödinger. Para el caso de la ecuación de Heisenberg se puede representar el cambio de amplitud conforme se propagan los fotones a través del sistema de guías de onda, obteniendo un número de ecuaciones acopladas igual al número de guías en el sistema [51]. Las soluciones del sistema dependen del acoplamiento que hay entre las guías, una forma

de controlar esto es mediante la distancia entre ellas [52]. Una vez que se conoce el acoplamiento entre las guías se puede estudiar, de diferentes maneras, la evolución de los estados a través del sistema de guías, dependiendo del tipo de acoplamiento es posible obtener una solución analítica, como por ejemplo en los sistemas de acoplamiento constante [15], en otros casos se utilizan métodos numéricos con el fin de conocer la amplitud que varía a través de las guías, por ejemplo en el acoplamiento parabólico [14]. Una vez obtenidas las soluciones del sistema, se pueden estudiar las funciones de correlación entre los fotones individuales [15], esto se hace con el fin de conocer la posición de los fotones a un tiempo determinado [53], con ello se espera estudiar la transferencia de estados a través de las guías de onda. La transferencia de estados perfecta se da cuando todos los fotones que incidieron en una guía pasan a la otra en algún tiempo.

Capítulo 2

Transferencia de estados en guías

La transferencia de fotones en el sistema de guías de onda se puede plantear con diferentes Hamiltonianos. El Hamiltoniano que describe únicamente la transferencia de fotones a través del sistema de guías, sin considerar la propagación libre de fotones [14] es

$$\hat{H} = \sum_{j=1}^{N-1} C(j) \left(\hat{a}_j^\dagger \hat{a}_{j+1} + \hat{a}_j \hat{a}_{j+1}^\dagger \right). \quad (2.1)$$

La evolución del operador de aniquilación con respecto al tiempo se hace mediante la representación de Heisenberg

$$i \frac{d\hat{a}_j}{dt} = [\hat{a}_j, \hat{H}], \quad (2.2)$$

de esta manera sustituyendo el Hamiltoniano de interacción de la ecuación 2.1 queda la siguiente ecuación

$$i \frac{d\hat{a}_j}{dt} = \left[\hat{a}_j, \sum_{j=1}^{N-1} C(j) \left(\hat{a}_j^\dagger \hat{a}_{j+1} + \hat{a}_j \hat{a}_{j+1}^\dagger \right) \right]. \quad (2.3)$$

El sistema de ecuaciones se puede escribir considerando tres casos, los cuales son $j = 1$, el caso general para cualquier j y por último $j = N$.

$$i \frac{d\hat{a}_1}{dt} = C(1) \hat{a}_2 \quad (2.4)$$

$$i \frac{d\hat{a}_j}{dt} = C(j-1) \hat{a}_{j-1} + C(j) \hat{a}_{j+1} \quad (2.5)$$

$$i \frac{d\hat{a}_N}{dt} = C(N-1)\hat{a}_{N-1}. \quad (2.6)$$

Se propone como solución $\hat{a}_j(t) = \sum_l A_{j,l}(t)\hat{a}_l(0)$, en donde l es el número de guía en que inciden los fotones al sistema, de tal modo que las ecuaciones 2.4, 2.5 y 2.6 se reescriben de la forma

$$i\dot{A}_{1,l} = C(1)A_{2,l} \quad (2.7)$$

$$i\dot{A}_{j,l} = C(j-1)A_{j-1,l} + C(j)A_{j+1,l} \quad (2.8)$$

$$i\dot{A}_{N,l} = C(N-1)A_{N-1,l}, \quad (2.9)$$

las ecuaciones a resolver son 2.7, 2.8 y 2.9. Para el caso en que se considera la propagación libre de la luz se toma en cuenta el Hamiltoniano que describe las dos propagaciones, la libre y en las guías de onda; este Hamiltoniano es el de la ecuación 1. La evolución temporal del operador de aniquilación se hace de forma similar al caso en que solo se consideraba la propagación en las guías, se utiliza la ecuación de Heisenberg para los casos de una guía, de la j -ésima guía y las N guías, dando como resultado

$$i \frac{d\hat{a}_1}{dt} = \omega\hat{a}_1 + C(1)\hat{a}_2, \quad (2.10)$$

$$i \frac{d\hat{a}_j}{dt} = \omega\hat{a}_j + C(j-1)\hat{a}_{j-1} + C(j)\hat{a}_{j+1}, \quad (2.11)$$

$$i \frac{d\hat{a}_N}{dt} = \omega\hat{a}_N + C(N-1)\hat{a}_{N-1}. \quad (2.12)$$

Sustituyendo la solución propuesta $\hat{a}_j(t) = \sum_l A_{j,l}(t)\hat{a}_l(0)$ en las ecuaciones 2.10, 2.11 y 2.12 se obtiene

$$i\dot{A}_{1,l} = \omega A_{1,l} + C(1)A_{2,l}, \quad (2.13)$$

$$i\dot{A}_{j,l} = \omega A_{j,l} + C(j-1)A_{j-1,l} + C(j)A_{j+1,l}, \quad (2.14)$$

$$i\dot{A}_{N,l} = \omega A_{N,l} + C(N-1)A_{N-1,l}, \quad (2.15)$$

por lo tanto para el caso en que se considera la propagación libre las ecuaciones a resolver son 2.13, 2.14 y 2.15.

2.1. Acoplamiento $C(j) = J\sqrt{j(N-j)}$

En el caso en que el acoplamiento entre guías tiene la forma

$$C(j) = J\sqrt{j(N-j)}, \quad (2.16)$$

donde J es una constante de acoplamiento que depende del material, separación entre guías y tamaño de las mismas; y N es el número total de guías de onda. De tal manera que el acoplamiento dependerá del número total de guías y será diferente para cada una de ellas, este tipo de acoplamiento se le conoce como parabólico.

2.1.1. Estado de número

El estado de número o estado de Fock para dos fotones está definido de la siguiente forma

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}a_l^{\dagger 2}|0\rangle, \quad (2.17)$$

sustituyendo este estado en la ecuación 1.3 se obtiene el número promedio de fotones

$$\begin{aligned} N_j &= \langle\psi|\hat{a}_j^\dagger(t)\hat{a}_j(t)|\psi\rangle \\ &= \langle 0|\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{a}_l^2\hat{a}_j^\dagger(t)\hat{a}_j(t)\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{a}_l^{\dagger 2}|0\rangle, \end{aligned}$$

sustituyendo la solución propuesta $\hat{a}_j(t) = \sum_l A_{j,l}(t)\hat{a}_l(0)$

$$N_j = \frac{1}{2}\langle 0|\hat{a}_l^2\sum_l A_{j,l}^*(t)\hat{a}_l^\dagger(0)\sum_l A_{j,l}(t)\hat{a}_l(0)\hat{a}_l^{\dagger 2}|0\rangle, \quad (2.18)$$

debido a que los fotones inciden en la guía l , los otros términos de la suma son cero, de tal manera que el número promedio de fotones se escribe de la siguiente forma

$$N_j = \frac{1}{2}\langle 0|\hat{a}_l^2A_{j,l}^*\hat{a}_l^\dagger A_{j,l}\hat{a}_l\hat{a}_l^{\dagger 2}|0\rangle, \quad (2.19)$$

se aplican los operadores de creación y aniquilación correspondientes, por lo tanto, el número promedio de fotones para el estado de número cuando inciden dos fotones en la misma guía es

$$N_j = 2|A_{j,l}|^2. \quad (2.20)$$

En la figura 2.1 se muestra la gráfica de la ecuación 2.20 contra el tiempo, para un total de $N = 20$ y $J = 1 \text{ cm}^{-1}$. Este valor de la constante de acoplamiento y del

número de guías es obtenido del artículo de Swain y Rai [14], cabe mencionar que estos valores se utilizaron para reproducir los resultados mostrados en dicho artículo, sin embargo se hicieron cálculos con diferentes constantes de acoplamiento, para el caso de los resultados de esta tesis se escogió un valor de acoplamiento de $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$.

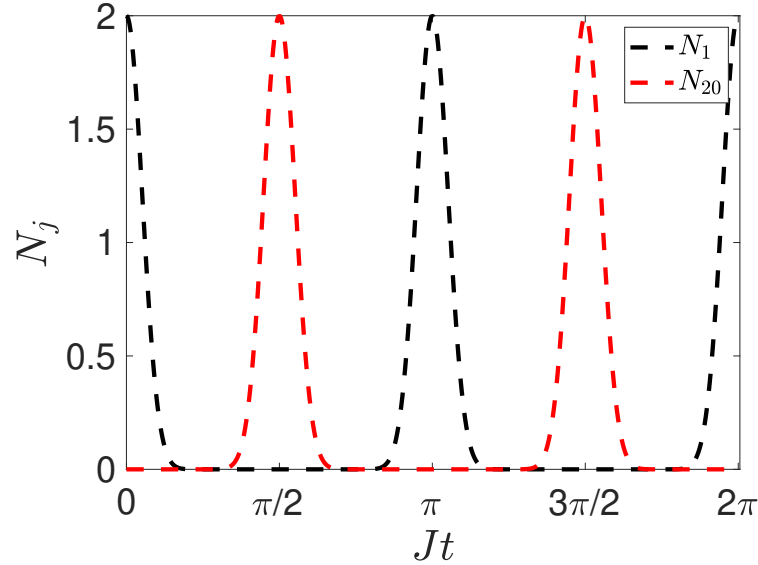


Figura 2.1: Número promedio de fotones contra el tiempo para el estado de número. La línea de color negro es para la guía 1 y la línea color rojo es para la guía 20.

En dicha figura se observa en color negro el número promedio de fotones para la primera guía, donde el número promedio de fotones vuelve a tener un valor de 2 cuando $Jt = \pi$, teniendo un período de $n\pi$. La curva color rojo representa el número promedio de fotones de la guía 20, donde el número promedio de fotones es máximo cuando $Jt = \frac{\pi}{2}$. De esta manera ambos casos tienen un período de $n\pi$ y están desfasadas $\frac{\pi}{2}$.

Para saber si ocurre la transferencia de estados perfecta, se calcula la fidelidad con la ecuación 1.6. El estado de número esperado cuando los fotones se encuentran en la guía 20 es

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}_{20}^{\dagger 2} |0\rangle, \quad (2.21)$$

el estado que ha evolucionado con el tiempo es

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}_l^{\dagger 2}(t) |0\rangle, \quad (2.22)$$

de tal manera que la fidelidad se puede reescribir

$$F = \left| \langle 0 | \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}_{20}^2 \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}_l^{\dagger 2}(t) | 0 \rangle \right|^2, \quad (2.23)$$

cuando $Jt = \frac{\pi}{2}$ los dos fotones se encuentran en la guía 20, por lo tanto la fidelidad se escribe

$$F = \left| \frac{1}{2} \langle 0 | \hat{a}_{20}^2 \hat{a}_{20}^{\dagger 2} | 0 \rangle \right|^2, \quad (2.24)$$

la fidelidad la cual resulta ser

$$F = 1. \quad (2.25)$$

Por lo tanto se confirma que para el estado de número ocurre la transferencia de estados perfecta. Estos resultados son consistentes con los reportados por Swain y Rai [14].

Resultados

Para el caso en que se considera el término de propagación libre en el Hamiltoniano de la ecuación 1, el número promedio de fotones para el estado de número es el mismo que el de la ecuación 2.20. Las gráficas que representan el número promedio de fotones contra el tiempo están dadas en la figura 2.2. En estas gráficas se consideran los valores de $\omega = 1$, $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$ y $N = 20$. Aunque el valor de guías es el mismo, ahora se usa un valor de acoplamiento diferente con el único fin de usar un valor reportado [51] y observar como cambia el periodo con este valor.

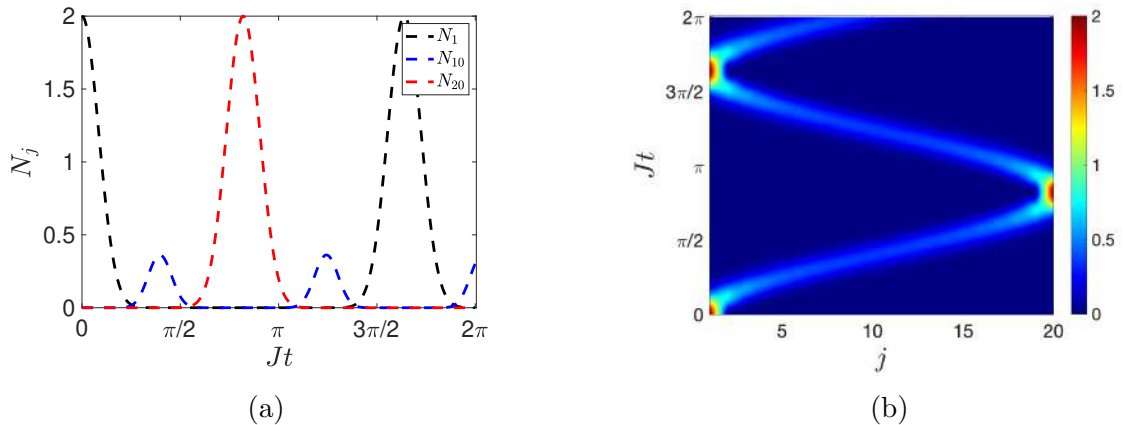


Figura 2.2: Número promedio de fotones N_j para el estado de número, considerando el término de propagación libre. (a) N_j contra el tiempo. (b) N_j variando j y el tiempo.

En dicha figura se muestra un cambio en el periodo en comparación a las gráficas de la figura 2.1, esto se debe al cambio en el valor del acoplamiento. El término de propagación libre tiene como resultado un comportamiento de una exponencial imaginaria, la cual no produce cambios en la gráfica para valores pequeños de ω , sin embargo para valores mayores a 10 se observa una diferencia en la amplitud, por lo que en los otros estados también se incluirá este término con el fin de observar si la gráfica del número promedio de fotones tiene el mismo comportamiento.

Para conocer si hay entrelazamiento entre los modos de las guías, se usó la ecuación 1.8, en donde la función de correlación entre dos modos para el estado de número cuando inciden dos fotones resulta ser

$$M(j, k) = 2(|A_{j,l}|^2 + |A_{k,l}|^2), \quad (2.26)$$

conociendo los valores correspondientes para el caso en que es un sistema de cuatro guías, la función de correlación entre los modos de la guía 1 y la guía 3 es

$$M(1, 3) = 2 \cos^2 t (\cos^4 t + 3 \sin^4 t), \quad (2.27)$$

también la función de correlación entre los modos 4 y 2 es

$$M(4, 2) = 2 \sin^2 t (3 \cos^4 t + \sin^4 t), \quad (2.28)$$

en la figura 2.3 se muestra la evolución temporal de las funciones $M(1, 3)$ y $M(4, 2)$, en ambas los valores siempre son positivos, por lo tanto no hay entrelazamiento entre estos modos.

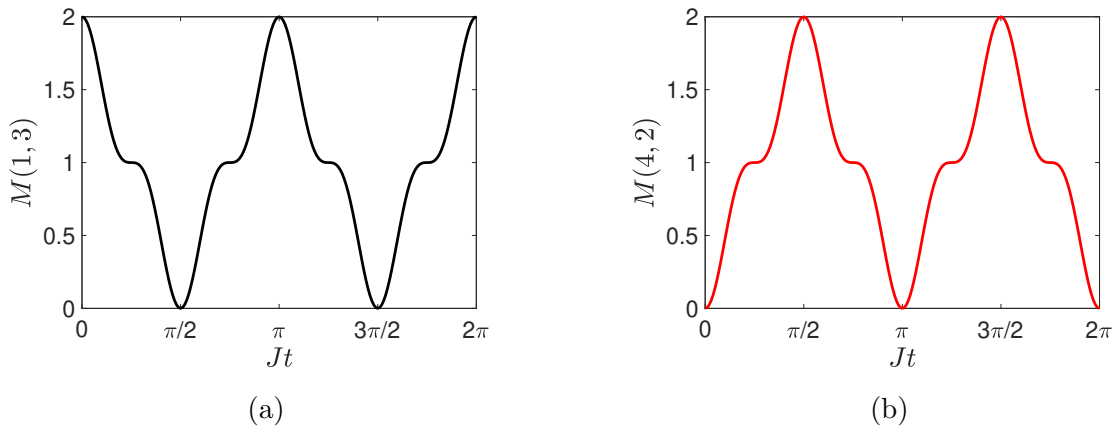


Figura 2.3: Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos, para el estado de número, para las funciones (a) $M(1, 3)$. (b) $M(4, 2)$.

2.1.2. Estado NOON

El estado NOON para dos fotones se puede escribir

$$|\psi_N\rangle = \frac{1}{2} (\hat{a}_p^{\dagger 2} + \hat{a}_q^{\dagger 2}) |00\rangle, \quad (2.29)$$

con p y q siendo el número de guía en que cada fotón incide respectivamente. Sustituyendo el estado en la ecuación 1.3

$$N_j = \langle \psi_N | \hat{a}_j^\dagger(t) \hat{a}_j(t) | \psi_N \rangle \quad (2.30)$$

$$= \langle 00 | \frac{1}{2} (\hat{a}_p^2 + \hat{a}_q^2) \hat{a}_j^\dagger(t) \hat{a}_j(t) \frac{1}{2} (\hat{a}_p^{\dagger 2} + \hat{a}_q^{\dagger 2}) | 00 \rangle, \quad (2.31)$$

aplicando el producto

$$N_j = \frac{1}{4} \langle 00 | \left(\hat{a}_p^2 \hat{a}_j^\dagger(t) \hat{a}_j(t) \hat{a}_p^{\dagger 2} + \hat{a}_q^2 \hat{a}_j^\dagger(t) \hat{a}_j(t) \hat{a}_q^{\dagger 2} \right. \quad (2.32)$$

$$\left. + \hat{a}_p^2 \hat{a}_j^\dagger(t) \hat{a}_j(t) \hat{a}_q^{\dagger 2} + \hat{a}_q^2 \hat{a}_j^\dagger(t) \hat{a}_j(t) \hat{a}_p^{\dagger 2} \right) | 00 \rangle, \quad (2.33)$$

sustituyendo la solución propuesta $\hat{a}_j(t) = \sum_l A_{j,l}(t) \hat{a}_l(0)$

$$N_j = \frac{1}{4} \langle 00 | \left(\hat{a}_p^2 \sum_l A_{j,l}^* \hat{a}_l^\dagger \sum_l A_{j,l} \hat{a}_l \hat{a}_p^{\dagger 2} + \hat{a}_q^2 \sum_l A_{j,l}^* \hat{a}_l^\dagger \sum_l A_{j,l} \hat{a}_l \hat{a}_q^{\dagger 2} \right. \\ \left. + \hat{a}_p^2 \sum_l A_{j,l}^* \hat{a}_l^\dagger \sum_l A_{j,l} \hat{a}_l \hat{a}_q^{\dagger 2} + \hat{a}_q^2 \sum_l A_{j,l}^* \hat{a}_l^\dagger \sum_l A_{j,l} \hat{a}_l \hat{a}_p^{\dagger 2} \right) | 00 \rangle,$$

para el estado NOON se tienen a los fotones incidiendo en dos guías diferentes, una p y otra q . Desarrollando las sumas y considerando que los valores distintos de cero son p y q , los cuatro términos anteriores se convierten en 16 términos. Aplicando los operadores de creación y aniquilación correspondientes da como resultado

$$N_j = |A_{j,p}|^2 + |A_{j,q}|^2 \quad (2.34)$$

La gráfica del número promedio de fotones para el estado NOON contra el tiempo, se muestra en la figura 2.4, para un total de $N = 20$, $J = 1 \text{ cm}^{-1}$ y los fotones inciden en las guías $p = 1$ y $q = 2$.

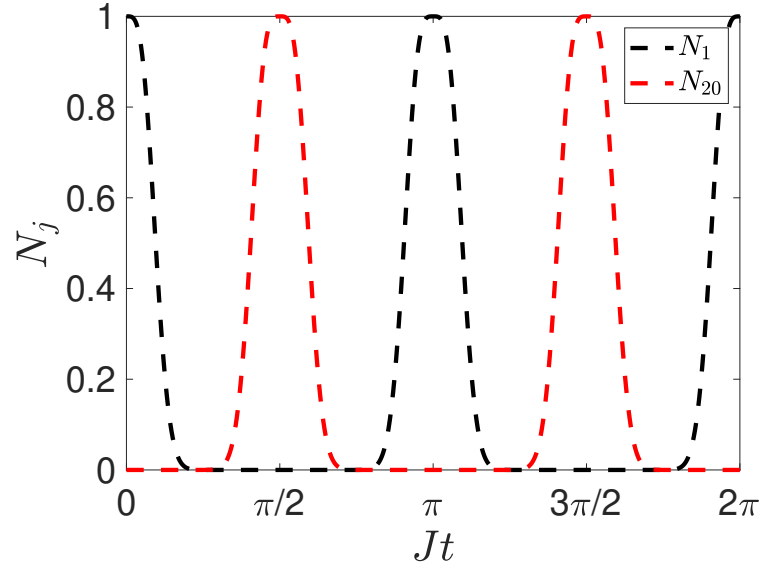


Figura 2.4: Número promedio de fotones contra el tiempo para el estado NOON. La línea color negro es para la guía 1 y la línea color rojo es para la guía 20.

En dicha figura se ilustra el número promedio de fotones para las guías 1 y 20, ambas tienen un periodo de $n\pi$. Para la guía uno se observa el valor del número promedio de fotones igual a uno en el tiempo $Jt = 0$ y el valor vuelve a ser uno en $Jt = \pi$. El cálculo de la fidelidad para las guías 19 y 20 se hace con la ecuación 1.6, en donde el estado esperado es

$$|\psi_N\rangle = \frac{1}{2}(\hat{a}_{19}^{\dagger 2} + \hat{a}_{20}^{\dagger 2}) |00\rangle, \quad (2.35)$$

y el estado que ha evolucionado con el tiempo es

$$|\psi_N(t)\rangle = \frac{1}{2}(\hat{a}_p^{\dagger 2}(t) + \hat{a}_q^{\dagger 2}(t)) |00\rangle, \quad (2.36)$$

por lo tanto la ecuación 1.6 se reescribe así

$$F = \left| \langle 00 | \frac{1}{2} (\hat{a}_{19}^2 + \hat{a}_{20}^2) \frac{1}{2} (\hat{a}_p^{\dagger 2}(t) + \hat{a}_q^{\dagger 2}(t)) |00\rangle \right|^2, \quad (2.37)$$

desarrollando el producto

$$F = \left| \frac{1}{4} \langle 00 | \hat{a}_{19}^2 \hat{a}_p^{\dagger 2}(t) + \hat{a}_{19}^2 \hat{a}_q^{\dagger 2}(t) + \hat{a}_{20}^2 \hat{a}_p^{\dagger 2}(t) + \hat{a}_{20}^2 \hat{a}_q^{\dagger 2}(t) |00\rangle \right|^2, \quad (2.38)$$

para el tiempo $Jt = \frac{\pi}{2}$ las entradas $p = 19$ y $q = 20$

$$F = \left| \frac{1}{4} \langle 00 | \hat{a}_{19}^2 \hat{a}_{19}^{\dagger 2} + \hat{a}_{19}^2 \hat{a}_{20}^{\dagger 2} + \hat{a}_{20}^2 \hat{a}_{19}^{\dagger 2} + \hat{a}_{20}^2 \hat{a}_{20}^{\dagger 2} | 00 \rangle \right|^2, \quad (2.39)$$

aplicando los operadores de creación y aniquilación

$$F = \left| \frac{1}{4} (2 + 2) \right|^2 \quad (2.40)$$

por lo tanto la fidelidad resulta ser

$$F = 1. \quad (2.41)$$

Por ende se puede observar que para $Jt = \frac{\pi}{2}$ ocurre la transferencia de estados perfecta. Con el fin de observar la posible posición de los fotones en el sistema de guías de onda se calculó la función de correlación fotón-fotón con la ecuación 1.7. La función de correlación fotón-fotón para el estado NOON de dos fotones se calcula de la siguiente forma

$$\Gamma_{m,n} = \langle 00 | \frac{1}{2} (\hat{a}_p^2 + \hat{a}_q^2) \hat{a}_m^\dagger(t) \hat{a}_n^\dagger(t) \hat{a}_n(t) \hat{a}_m(t) \frac{1}{2} (\hat{a}_p^{\dagger 2} + \hat{a}_q^{\dagger 2}) | 00 \rangle, \quad (2.42)$$

expandiendo el producto se tiene

$$\begin{aligned} \Gamma_{m,n} = & \frac{1}{4} \langle 00 | \hat{a}_p^2 \hat{a}_m^\dagger(t) \hat{a}_n^\dagger(t) \hat{a}_n(t) \hat{a}_m(t) \hat{a}_p^{\dagger 2} + \hat{a}_p^2 \hat{a}_m^\dagger(t) \hat{a}_n^\dagger(t) \hat{a}_n(t) \hat{a}_m(t) \hat{a}_q^{\dagger 2} \\ & + \hat{a}_q^2 \hat{a}_m^\dagger(t) \hat{a}_n^\dagger(t) \hat{a}_n(t) \hat{a}_m(t) \hat{a}_p^{\dagger 2} + \hat{a}_q^2 \hat{a}_m^\dagger(t) \hat{a}_n^\dagger(t) \hat{a}_n(t) \hat{a}_m(t) \hat{a}_q^{\dagger 2} | 00 \rangle, \end{aligned}$$

si sustituimos la solución propuesta $\hat{a}_j(t) = \sum_l A_{j,l}(t) \hat{a}_l(0)$

$$\begin{aligned} \Gamma_{m,n} = & \frac{1}{4} \langle 00 | \hat{a}_p^2 \sum_l A_{m,l}^* \hat{a}_l^\dagger \sum_l A_{n,l}^* \hat{a}_l^\dagger \sum_l A_{n,l} \hat{a}_l \sum_l A_{m,l} \hat{a}_l \hat{a}_p^{\dagger 2} \\ & + \hat{a}_p^2 \sum_l A_{m,l}^* \hat{a}_l^\dagger \sum_l A_{n,l}^* \hat{a}_l^\dagger \sum_l A_{n,l} \hat{a}_l \sum_l A_{m,l} \hat{a}_l \hat{a}_q^{\dagger 2} \\ & + \hat{a}_q^2 \sum_l A_{m,l}^* \hat{a}_l^\dagger \sum_l A_{n,l}^* \hat{a}_l^\dagger \sum_l A_{n,l} \hat{a}_l \sum_l A_{m,l} \hat{a}_l \hat{a}_p^{\dagger 2} \\ & + \hat{a}_q^2 \sum_l A_{m,l}^* \hat{a}_l^\dagger \sum_l A_{n,l}^* \hat{a}_l^\dagger \sum_l A_{n,l} \hat{a}_l \sum_l A_{m,l} \hat{a}_l \hat{a}_q^{\dagger 2} | 00 \rangle, \end{aligned}$$

desarrollando las sumas considerando que los fotones inciden en las guías p y q y los otros términos son igual a cero. Después se aplican los operadores de creación y

aniquilación, esto da como resultado

$$\Gamma_{m,n} = \frac{1}{4} \left(4A_{m,p}A_{n,p}A_{n,p}^*A_{m,p}^* + 4A_{m,p}A_{n,p}A_{n,q}^*A_{m,q}^* \right. \\ \left. + 4A_{m,q}A_{n,q}A_{n,p}^*A_{m,p}^* + 4A_{m,q}A_{n,q}A_{n,q}^*A_{m,q}^* \right),$$

aplicando propiedades de los números complejos la función de correlación fotón-fotón da como resultado

$$\Gamma_{m,n} = |A_{n,p}A_{m,p} + A_{n,q}A_{m,q}|^2. \quad (2.43)$$

En la figura 2.5 se ilustra la evolución de la función de correlación fotón-fotón cuando los fotones inciden en las guías $p = 1$ y $q = 2$, con $N = 20$ y $J = 1\text{cm}^{-1}$.

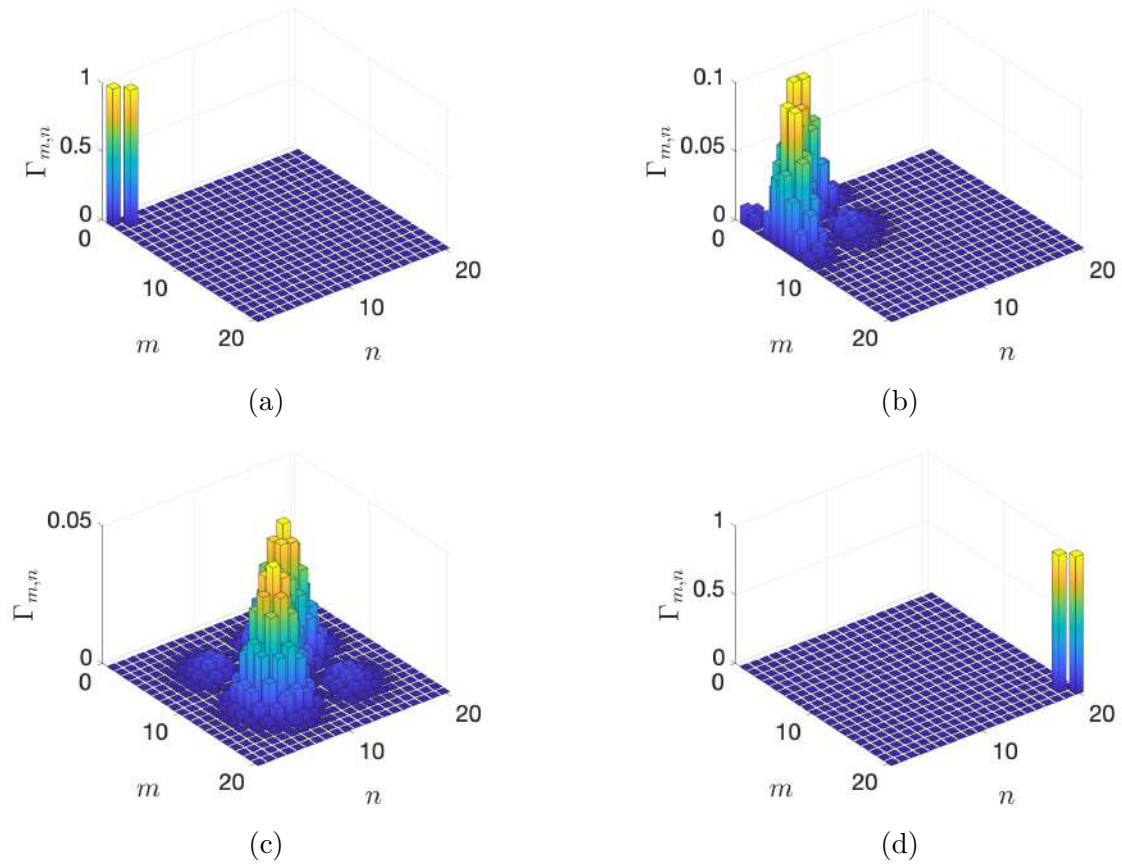


Figura 2.5: Función de correlación fotón-fotón para el estado NOON, incidiendo en las guías $p = 1$ y $q = 2$, avanzando cada $\frac{\pi}{8}$

En dicha figura se muestra la transferencia perfecta en $Jt = \frac{\pi}{2}$, haciendo una evolución temporal cada $\frac{\pi}{8}$ con el fin de tener una mejor observación del cambio. De igual manera estos resultados son consistentes con los reportados por Swain y Rai [14].

Resultados

El número promedio de fotones para el estado NOON está descrito por la ecuación 2.34, de tal forma que la gráfica del número promedio de fotones contra el tiempo considerando el término de propagación libre está dada en la figura 2.6, en donde se considera un valor de $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$, $N = 20$ y $\omega = 1$.

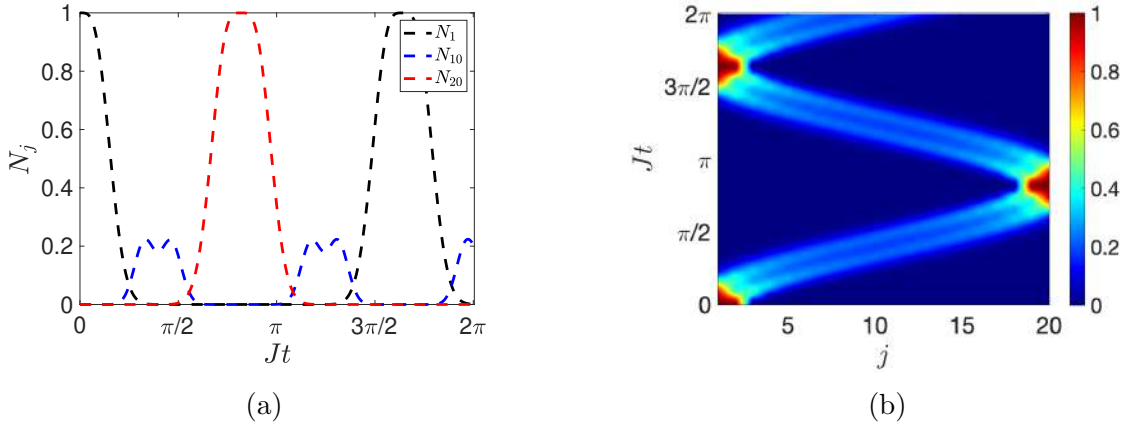


Figura 2.6: Número promedio de fotones N_j para el estado NOON, considerando el término de propagación libre. (a) N_j contra el tiempo. (b) N_j variando j y el tiempo.

En dicha figura se ilustra el número promedio de fotones para las guías 1 y 20, con el valor de $\omega = 1$. Para este valor de ω la gráfica del número promedio de fotones no cambia mucho en comparación a la gráfica del número promedio de fotones de la figura 2.4, teniendo de igual manera sus máximos en uno. Lo único que cambia es el periodo debido al valor del acoplamiento.

2.1.3. Estado comprimido

El estado comprimido del vacío para un solo modo se puede escribir de la forma

$$|\xi\rangle = \hat{S}(\xi) |0\rangle. \quad (2.44)$$

Dado que el estado comprimido está escrito en términos del operador de compresión es necesario conocer las siguientes propiedades de la acción del operador de compresión con los operadores de creación y aniquilación

$$\hat{S}^\dagger(\xi)\hat{a}\hat{S}(\xi) = \hat{a} \cosh r - \hat{a}^\dagger e^{i\phi} \sinh r \quad (2.45)$$

$$\hat{S}^\dagger(\xi)\hat{a}^\dagger\hat{S}(\xi) = \hat{a}^\dagger \cosh r - \hat{a} e^{-i\phi} \sinh r. \quad (2.46)$$

Se calcula el número promedio de fotones resolviendo la ecuación 1.3, sustituyendo el estado se escribe dicho número promedio de fotones de la forma

$$\begin{aligned} N_j &= \langle \xi | \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j | \xi \rangle \\ &= \langle 0 | \hat{S}^\dagger \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j \hat{S} | 0 \rangle, \end{aligned}$$

sustituyendo la solución propuesta $\hat{a}_j(t) = \sum_l A_{j,l}(t) \hat{a}_l(0)$ se obtiene

$$N_j = \langle 0 | \hat{S}^\dagger \sum_l A_{j,l}^* \hat{a}_l^\dagger \sum_l A_{j,l} \hat{a}_l \hat{S} | 0 \rangle, \quad (2.47)$$

desarrollando la suma, considerando que los fotones solo inciden en la guía l y los demás términos son igual a cero

$$\begin{aligned} N_j &= \langle 0 | \hat{S}^\dagger A_{j,l}^* \hat{a}_l^\dagger A_{j,l} \hat{a}_l \hat{S} | 0 \rangle \\ &= |A_{j,l}|^2 \langle 0 | \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l \hat{S}(\xi) | 0 \rangle, \end{aligned}$$

se multiplica la ecuación anterior por un uno escrito de la forma $\hat{S}(\xi) \hat{S}^\dagger(\xi) = 1$

$$N_j = |A_{j,l}|^2 \langle 0 | \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a}_l^\dagger \hat{S}(\xi) \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a}_l \hat{S}(\xi) | 0 \rangle, \quad (2.48)$$

se resuelve sustituyendo la ecuación 2.46

$$N_j = |A_{j,l}|^2 \langle 0 | (\hat{a}^\dagger \cosh r - \hat{a} e^{-i\phi} \sinh r) (\hat{a} \cosh r - \hat{a}^\dagger e^{i\phi} \sinh r) | 0 \rangle, \quad (2.49)$$

si se desarrolla el producto da como resultado

$$\begin{aligned} N_j &= |A_{j,l}|^2 \langle 0 | \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l \cosh^2 r - \hat{a}_l^{\dagger 2} e^{i\phi} \cosh r \sinh r \\ &\quad - \hat{a}_l^2 e^{-i\phi} \sinh r \cosh r + \hat{a}_l \hat{a}_l^\dagger \sinh^2 r | 0 \rangle, \end{aligned}$$

aplicando los operadores de creación y aniquilación se obtiene el número promedio de fotones para el estado comprimido de un solo modo

$$N_j = \sinh^2 r |A_{j,l}|^2. \quad (2.50)$$

En la figura 2.7 se muestran dos gráficas para el número promedio de fotones contra el tiempo para el estado comprimido de un solo modo, para dos diferentes valores de N , $r = 1.15$ y $J = 1 \text{ cm}^{-1}$. Las figuras se pueden considerar iguales a simple vista, pero para notar la diferencia se calcula la fidelidad con la ecuación 1.6.

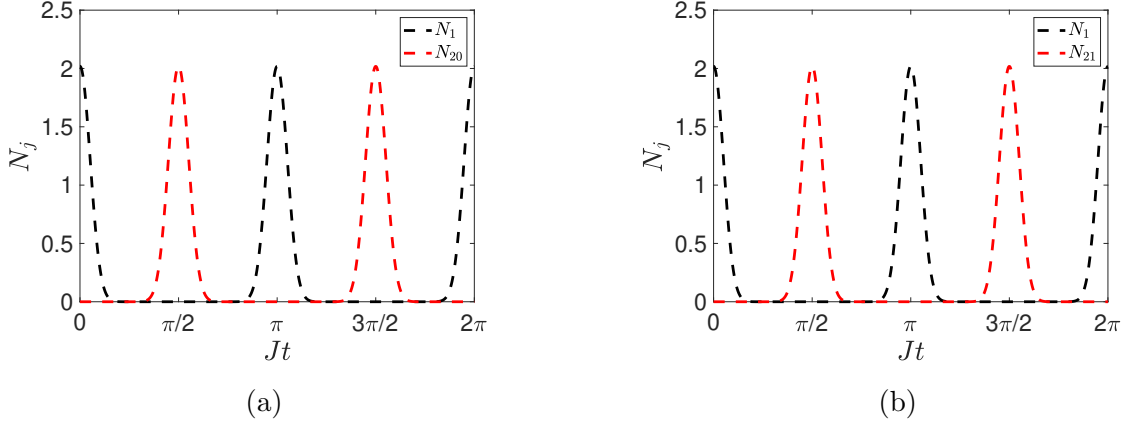


Figura 2.7: Número promedio de fotones contra el tiempo para el estado comprimido. Para dos sistemas de guías diferentes. (a) Para $N = 20$. (b) Para $N = 21$.

Para el caso de $N = 20$ el estado esperado es

$$|\psi_N\rangle = \frac{1}{\sqrt{\cosh r}} \exp\left(e^{i\phi} \tanh r \frac{(i\hat{a}_{20})^{\dagger 2}}{2}\right) |0\rangle, \quad (2.51)$$

el estado que ha evolucionado en el tiempo es

$$|\psi_N(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{\cosh r}} \exp\left(e^{i\phi} \tanh r \frac{(\hat{a}(t))^{\dagger 2}}{2}\right) |0\rangle, \quad (2.52)$$

de tal manera que la fidelidad se escribe

$$F = \left| \langle 0 | \frac{1}{\sqrt{\cosh r}} \exp\left(e^{i\phi} \tanh r \frac{(i\hat{a}_{20})^2}{2}\right) \frac{1}{\sqrt{\cosh r}} \exp\left(e^{i\phi} \tanh r \frac{(\hat{a}(t))^{\dagger 2}}{2}\right) |0\rangle \right|^2$$

cuando $Jt = \frac{\pi}{2}$ la fidelidad resulta ser

$$F = \frac{1}{\cosh r}. \quad (2.53)$$

Para el caso de $N = 21$ el estado esperado es

$$|\psi_N\rangle = \frac{1}{\sqrt{\cosh r}} \exp\left(e^{i\phi} \tanh r \frac{(\hat{a}_{21})^{\dagger 2}}{2}\right) |0\rangle, \quad (2.54)$$

el estado que ha evolucionado en el tiempo es igual al de la ecuación 2.52. Por lo tanto la fidelidad se reescribe

$$F = \left| \langle 0 | \frac{1}{\sqrt{\cosh r}} \exp\left(e^{i\phi} \tanh r \frac{(\hat{a}_{21})^2}{2}\right) \frac{1}{\sqrt{\cosh r}} \exp\left(e^{i\phi} \tanh r \frac{(\hat{a}(t))^{\dagger 2}}{2}\right) |0\rangle \right|^2$$

cuando $Jt = \frac{\pi}{2}$ la fidelidad resulta ser

$$F = 1. \quad (2.55)$$

Por lo tanto se muestra que para el estado comprimido de un solo modo, la transferencia perfecta depende del número de guías, ocurriendo para cuando $N = 21$.

Para conocer si hay entrelazamiento entre modos de las guías durante la propagación de fotones se usa la función de correlación entre dos modos de la ecuación 1.8, en donde j y k son índices que representan el número de guía. El cálculo de la ecuación 1.8 para el estado comprimido se hace sumando por sumando, el primer sumando es el siguiente

$$\begin{aligned} \langle \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j \rangle &= \langle 0 | \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a}_j^\dagger \hat{S}(\xi) \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a}_j \hat{S}(\xi) | 0 \rangle \\ &= \langle 0 | (\hat{a}_j^\dagger \cosh r - \hat{a}_j e^{-i\phi} \sinh r) (\hat{a}_j \cosh r - \hat{a}_j^\dagger e^{i\phi} \sinh r) | 0 \rangle \\ &= \langle 0 | \cosh^2 r \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j - e^{i\phi} \cosh r \sinh r \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j^\dagger \\ &\quad - e^{-i\phi} \sinh r \cosh r \hat{a}_j \hat{a}_j + \sinh^2 r \hat{a}_j \hat{a}_j^\dagger | 0 \rangle, \end{aligned}$$

sustituyendo la solución propuesta $\hat{a}_j(t) = \sum_l A_{j,l}(t) \hat{a}_l(0)$ y aplicando los operadores de creación y aniquilación da como resultado

$$\langle \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j \rangle = A_{j,l}^* A_{j,l} \sinh^2 r, \quad (2.56)$$

el segundo sumando se resuelve de una forma análoga, pero utilizando el índice k

$$\langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k \rangle = A_{k,l}^* A_{k,l} \sinh^2 r, \quad (2.57)$$

el tercer sumando es

$$\begin{aligned} \langle \hat{a}_j \hat{a}_k \rangle &= \langle 0 | \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a}_j \hat{S}(\xi) \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a}_k \hat{S}(\xi) | 0 \rangle \\ &= \langle 0 | \cosh^2 r \hat{a}_j \hat{a}_k - e^{i\phi} \cosh r \sinh r \hat{a}_j \hat{a}_k^\dagger \\ &\quad - e^{-i\phi} \sinh r \cosh r \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_k + e^{2i\phi} \sinh^2 r \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_k^\dagger | 0 \rangle, \end{aligned}$$

si se sustituye la solución propuesta para los dos diferentes índices $\hat{a}_j(t) = \sum_l A_{j,l}(t) \hat{a}_l(0)$ y $\hat{a}_k(t) = \sum_l A_{k,l}(t) \hat{a}_l(0)$ y se aplican los operadores de creación y aniquilación se obtiene

$$\langle \hat{a}_j \hat{a}_k \rangle = -A_{j,l} A_{k,l}^* e^{i\phi} \cosh r \sinh r, \quad (2.58)$$

el ultimo término es

$$\begin{aligned}
 \langle \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_k^\dagger \rangle &= \langle 0 | \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a}_j^\dagger \hat{S}(\xi) \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a}_k^\dagger \hat{S}(\xi) | 0 \rangle \\
 &= \langle 0 | \cosh^2 r \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_k^\dagger - e^{-i\phi} \cosh r \sinh r \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_k \\
 &\quad - e^{-i\phi} \sinh r \cosh r \hat{a}_j \hat{a}_k^\dagger + e^{-2i\phi} \sinh^2 r \hat{a}_j \hat{a}_k | 0 \rangle,
 \end{aligned}$$

de manera análoga se obtiene como resultado la ecuación

$$\langle \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_k^\dagger \rangle = -A_{j,l} A_{k,l}^* e^{-i\phi} \cosh r \sinh r, \quad (2.59)$$

por lo tanto la función de correlación entre dos modos para el estado comprimido es

$$M(j, k) = \sinh r [(A_{j,l} A_{j,l}^* + A_{k,l} A_{k,l}^*) \sinh r - 2A_{j,l} A_{k,l}^* \cos \phi \cosh r]. \quad (2.60)$$

Resolviendo las ecuaciones 2.7, 2.8 y 2.9 para $N = 4$ da como resultado $A_{1,l} = \cos^3 t$, $A_{2,l} = -i\sqrt{3} \cos^2 t \sin t$, $A_{3,l} = -\sqrt{3} \cos t \sin^2 t$ y $A_{4,l} = i \sin^3 t$. La función de correlación entre los modos 1 y 3 se escribe como

$$\begin{aligned}
 M(1, 3) &= \cos^2(t) \sinh(r) \left(2\sqrt{3} \cos^2(t) \cos(\phi) \cosh(r) \sin^2(t) \right. \\
 &\quad \left. + (3 \sin^4(t) + \cos^4(t)) \sinh(r) \right).
 \end{aligned}$$

En la figura 2.8 se muestra la evolución temporal de la función de correlación entre dos modos $M(1, 3)$ con $r = 1.15$ y valores diferentes de ϕ .

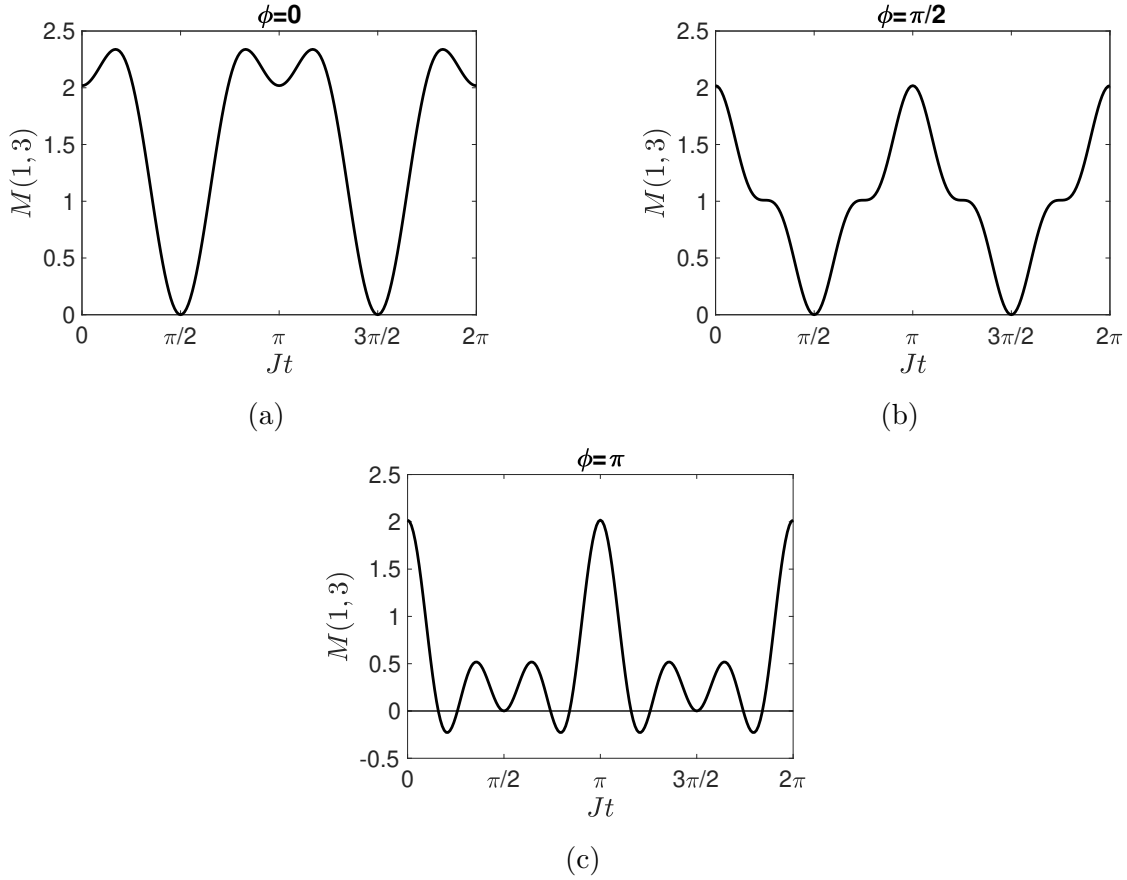


Figura 2.8: Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos $M(1,3)$ con los valores (a) $\phi = 0$. (b) $\phi = \frac{\pi}{2}$. (c) $\phi = \pi$

En dicha figura se observa que la gráfica cambia para diferentes valores de ϕ , teniendo valores negativos cuando $\phi = \pi$, esto indica el entrelazamiento entre los modos 1 y 3. Para la función de correlación entre los modos 4 y 2 la ecuación resultante es

$$M(4,2) = \sin^2(t) \sinh(r) \left(-2\sqrt{3} \cos^2(t) \cos(\phi) \cosh(r) \sin^2(t) + (3 \cos^4(t) + \sin^4(t)) \sinh(r) \right),$$

la evolución temporal de la función de correlación entre dos modos para $M(4,2)$ se muestra en la figura 2.9, con $r = 1.15$ y considerando diferentes valores de ϕ .

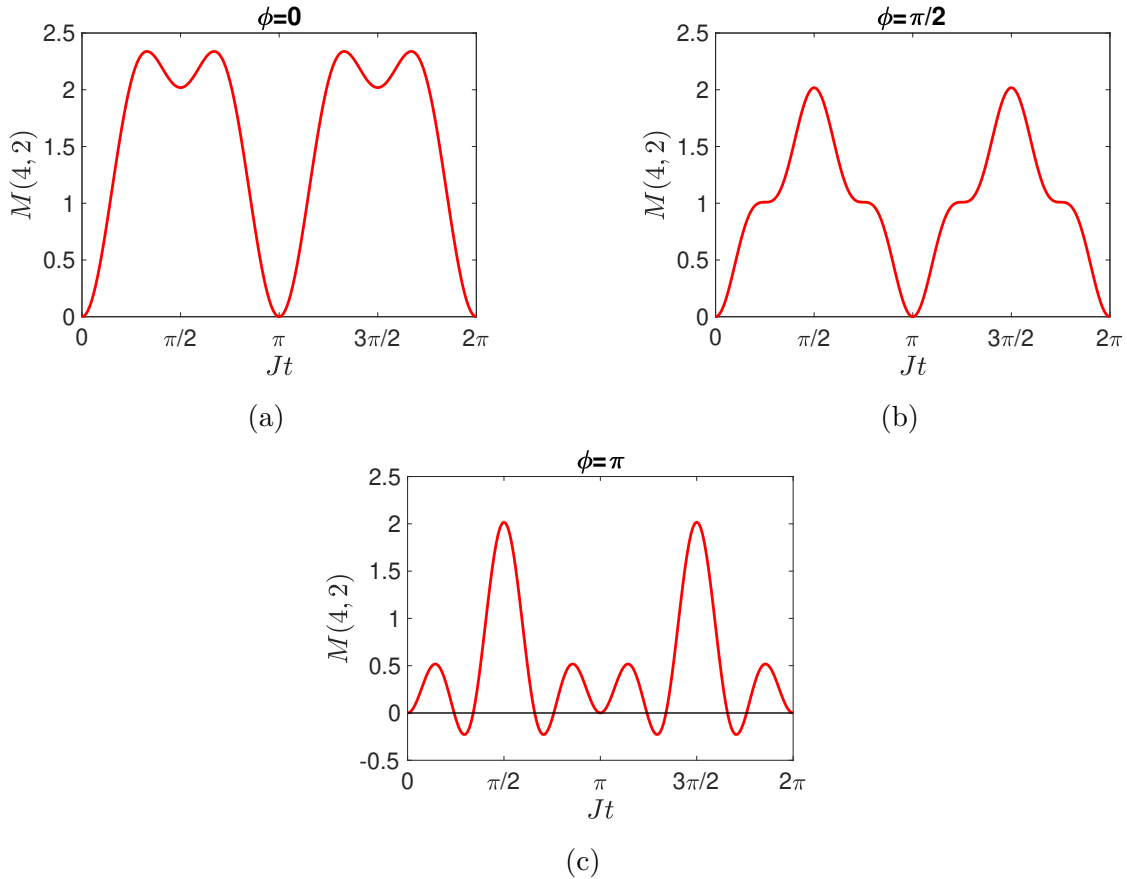


Figura 2.9: Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos $M(4, 2)$ para los valores (a) $\phi = 0$. (b) $\phi = \frac{\pi}{2}$. (c) $\phi = \pi$

En dicha figura se ilustra que para un valor de $\phi = \pi$ hay enredamiento entre los modos 4 y 2. Estos resultados tienen consistencia con los reportados por Swain y Rai [14].

Resultados

Para el estado comprimido el número promedio de fotones se calcula con la ecuación 2.50, pero ahora considerando el término de propagación libre en el Hamiltoniano dado en la ecuación 1, las gráficas del número promedio de fotones contra el tiempo se observan en la figura 2.10, estas gráficas tienen un valor de $\omega = 1$, $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$, $r = 1.15$ y $N = 20$.

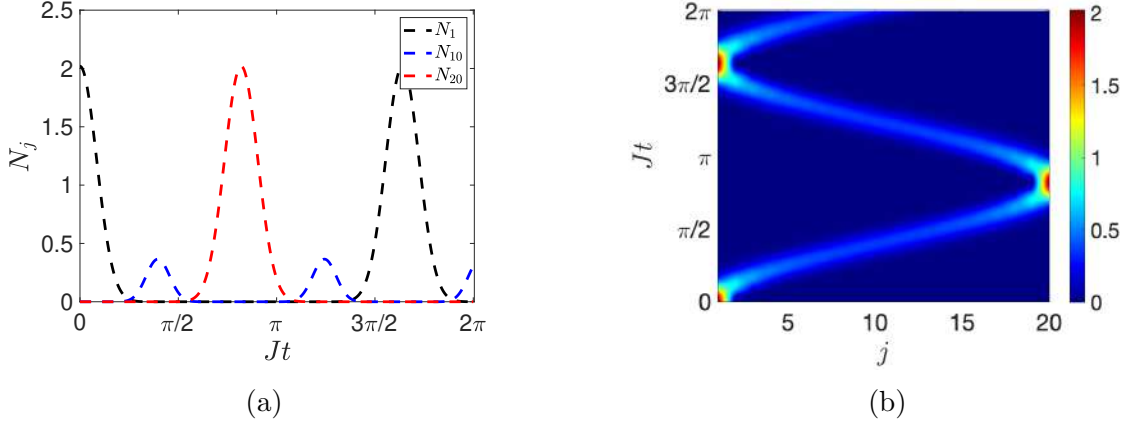


Figura 2.10: Número promedio de fotones N_j para el estado comprimido, considerando el término de propagación libre. (a) N_j contra el tiempo. (b) N_j variando j y el tiempo.

El gráfico en la figura 2.10 incluye el término de propagación libre. Para ese valor de ω la gráfica del número promedio de fotones no difiere de la gráfica del número promedio fotones sin el término de propagación libre de la figura 2.27 teniendo en la gráfica los máximos con un valor de dos. Únicamente cambia el periodo, esto es debido al valor del acoplamiento entre las guías.

2.1.4. Estado coherente

El estado coherente se puede escribir de la siguiente forma

$$|\psi\rangle = |\alpha\rangle, \quad (2.61)$$

para obtener el número promedio de fotones se utiliza la ecuación 1.3, escribiendo la ecuación de la siguiente forma

$$N_j = \langle \alpha | \hat{a}_j^\dagger(t) \hat{a}_j(t) | \alpha \rangle, \quad (2.62)$$

sustituyendo la solución propuesta $\hat{a}_j(t) = \sum_l A_{j,l}(t) \hat{a}_l(0)$

$$N_j = \langle \alpha | \sum_l A_{j,l}^*(t) \hat{a}_l^\dagger(0) \sum_l A_{j,l}(t) \hat{a}_l(0) | \alpha \rangle, \quad (2.63)$$

se desarrollan las sumas y dado que los fotones inciden en la guía l , el número promedio

de fotones se escribe de la forma

$$N_j = \langle \alpha | A_{j,l}^* \hat{a}_l^\dagger A_{j,l} \hat{a}_l | \alpha \rangle \quad (2.64)$$

$$= |A_{j,l}|^2 \langle \alpha | \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l | \alpha \rangle \quad (2.65)$$

$$= |\alpha|^2 |A_{j,l}|^2. \quad (2.66)$$

En la figura 2.11 se muestra la gráfica del número promedio de fotones para el estado coherente, contra el tiempo, con $N = 20$, $J = 1 \text{ cm}^{-1}$ y $\alpha = \sqrt{2}$.

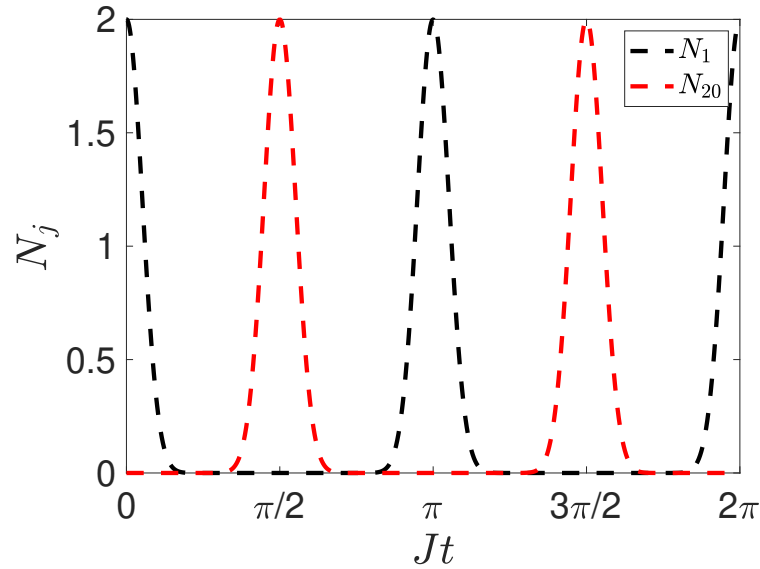


Figura 2.11: Número promedio de fotones contra el tiempo para el estado coherente.

Se observa a simple vista en la figura 2.11 que la gráfica para el número promedio de fotones tiene un periodo de π , pero para corroborar si ocurre la transferencia de estados perfecta se calcula la fidelidad considerando dos sistemas diferentes, uno para $N = 21$ y otro para $N = 20$. La evolución en el tiempo al igual que para el estado comprimido varía dependiendo del número de guías que se tienen. El estado coherente se puede escribir de la forma

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad (2.67)$$

la evolución en el tiempo del estado coherente de acuerdo a un oscilador anarmónico se escribe [54]

$$|\alpha, t\rangle = e^{-i\omega t \hat{n}^k} |\alpha\rangle, \quad (2.68)$$

si sustituimos la ecuación 2.67 en la ecuación 2.68 se obtiene

$$|\alpha, t\rangle = \sum_{n=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} e^{-i\omega t n^k} |n\rangle, \quad (2.69)$$

cuando $t = \frac{\pi}{2\omega}$ se tienen dos resultados, si n es par $e^{-i\omega t n^k} = 1$ y cuando n es impar pero k es par se tiene $e^{-i\omega t n^k} = -i$. Por lo tanto para el caso de 21 guías el estado esperado es

$$|\alpha\rangle = \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^m}{\sqrt{m!}} \frac{(\hat{a}_{21}^\dagger)^m}{\sqrt{m!}} |0\rangle, \quad (2.70)$$

el estado resultante de la evolución temporal es

$$|\alpha(t)\rangle = \sum_{n=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \frac{(\hat{a}_l^\dagger(t))^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle, \quad (2.71)$$

resolviendo la ecuación 1.6 utilizando estos dos estados se tiene

$$F = \left| \langle 0 | \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^{*m}}{\sqrt{m!}} \frac{(\hat{a}_{21})^m}{\sqrt{m!}} \sum_{n=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \frac{(\hat{a}_l^\dagger(t))^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle \right|^2, \quad (2.72)$$

el estado de número se puede escribir de la siguiente forma

$$|n\rangle = \frac{(\hat{a}^\dagger)^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle, \quad (2.73)$$

la fidelidad se reescribe como

$$\begin{aligned} F &= \left| \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^{*m}}{\sqrt{m!}} \sum_{n=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \langle m | n \rangle \right|^2 \\ &= \left| e^{-|\alpha|^2} \sum_{n=0} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} \right|^2, \end{aligned}$$

la suma mostrada resulta ser la expansión en serie de Taylor de la exponencial, siendo el argumento $|\alpha|^2$, por lo que el producto $e^{|\alpha|^2} e^{-|\alpha|^2}$ da como resultado una fidelidad de

$$F = 1. \quad (2.74)$$

Por lo tanto para el estado coherente y el caso de 21 guías la transferencia de estados perfecta ocurre en el tiempo $Jt = \frac{\pi}{2}$. Para el caso de 20 guías es algo diferente, la evolución temporal del estado coherente da un factor de fase adicional para el operador de aniquilación, siendo $i\hat{a}_{20}$. Por lo tanto el estado esperado es

$$|\alpha\rangle = \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^m}{\sqrt{m!}} \frac{(i\hat{a}_{20}^\dagger)^m}{\sqrt{m!}} |0\rangle, \quad (2.75)$$

mientras que al calcular la evolución temporal y evaluando al tiempo $t = \frac{\pi}{2}$ se obtiene:

$$\left| \alpha \left(\frac{\pi}{2} \right) \right\rangle = \sum_{n=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \frac{(i\hat{a}_{20}^\dagger)^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle, \quad (2.76)$$

de tal forma que la ecuación 1.6 se puede escribir

$$\begin{aligned} F &= \left| \langle 0 | \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^{*m}}{\sqrt{m!}} \frac{(i\hat{a}_{20})^m}{\sqrt{m!}} \sum_{n=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \frac{(i\hat{a}_{20}^\dagger)^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle \right|^2 \\ &= \left| \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^{*m}}{\sqrt{m!}} i^m \sum_{n=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} i^n \langle m | n \rangle \right|^2 \\ &= \left| e^{-|\alpha|^2} \sum_{n=0} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} i^{2n} \right|^2, \end{aligned}$$

la suma resulta ser igual a $e^{-|\alpha|^2}$, por lo tanto

$$F = e^{-2|\alpha|^2}. \quad (2.77)$$

Se puede observar que para el caso de $N = 20$ no hay transferencia de estados perfecta en $Jt = \frac{\pi}{2}$, pero para el caso de $Jt = \pi$ la fidelidad sí es 1, esto nos indica que todos los fotones que incidieron en las guías, pasan a la guía 20 en ese tiempo. También estos resultados tienen consistencia con los reportados por Swain y Rai [14].

Resultados

El número promedio de fotones para el estado coherente está dado por la ecuación 2.66. Ahora considerando la propagación libre de los fotones dada en la ecuación 1, el número promedio de fotones contra el tiempo para el estado coherente se observa en la gráfica de la figura 2.12, considerando los valores de $\omega = 1$, $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$, $N = 20$ y $|\alpha|^2 = 2$.

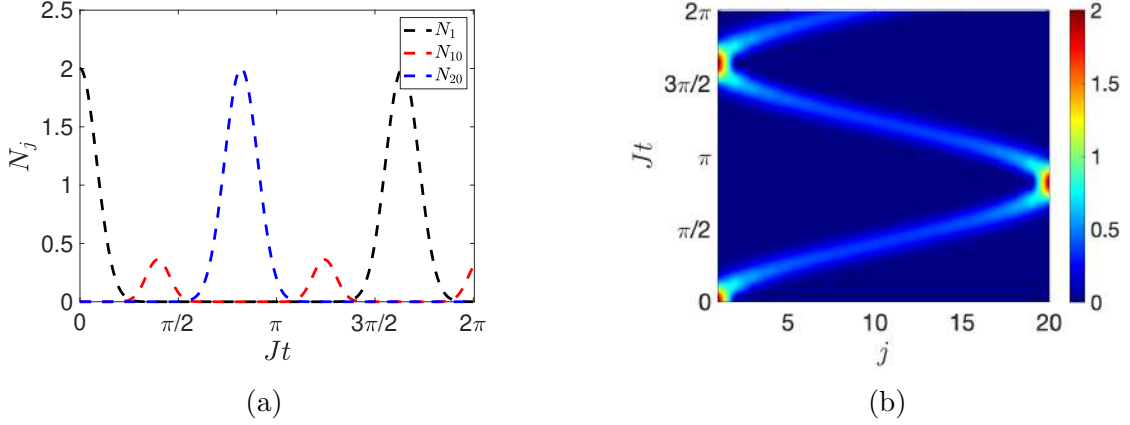


Figura 2.12: Número promedio de fotones N_j para el estado coherente, considerando el término de propagación libre. (a) N_j contra el tiempo. (b) N_j variando j y el tiempo.

En dicha figura se ilustra como la gráfica del número promedio de fotones para el caso en donde se considera propagación libre no difiere de la gráfica del número promedio de fotones para el caso sin propagación libre, para ese valor de ω , teniendo en las gráficas los máximos en un valor de dos como en la figura 2.11. Sin embargo el periodo cambia, debido al valor del acoplamiento.

Para conocer si hay entrelazamiento de modos para el estado coherente, se resuelve la ecuación 1.8 considerando dicho estado, dando como resultado

$$M(j, k) = A_{j,l}^* A_{j,l} |\alpha|^2 + A_{k,l}^* A_{k,l} |\alpha|^2 + A_{j,l} A_{k,l} \alpha^2 + A_{j,l}^* A_{k,l}^* \alpha^{*2}, \quad (2.78)$$

para el caso de $N = 4$ se tienen los valores correspondientes a $A_{j,l}$. La función de correlación entre los modos 1 y 3 está dada por la ecuación

$$M(1, 3) = \cos^2 t [|\alpha|^2 (\cos^4(t) + 3 \sin^4(t)) - \sqrt{3} \cos^2(t) \sin^2(t) (\alpha^2 + \alpha^{*2})], \quad (2.79)$$

la gráfica de $M(1, 3)$ contra el tiempo se muestra en la figura 2.13, con diferentes valores de α .

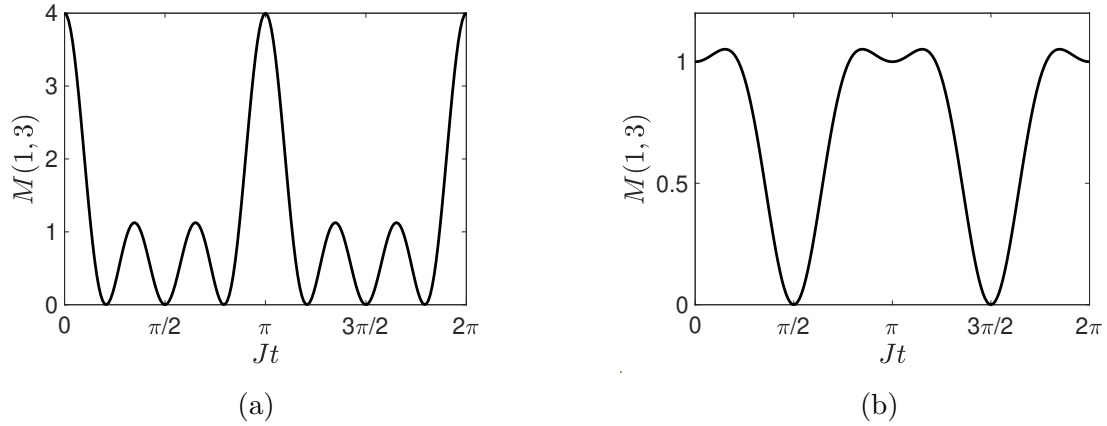


Figura 2.13: Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos, para el estado coherente con los valores (a) $\alpha^2 = 2$. (b) $\alpha = i$.

La función de correlación entre los modos 2 y 4 está dada por la ecuación

$$M(2,4) = \sin^2(t)[|\alpha|^2 (3 \cos^4(t) + \sin^4(t)) + \sqrt{3} \cos^2(t) \sin^2(t) (\alpha^2 + \alpha^{*2})], \quad (2.80)$$

la gráfica de $M(2,4)$ contra el tiempo con dos valores diferentes de α se muestra en la figura 2.14.

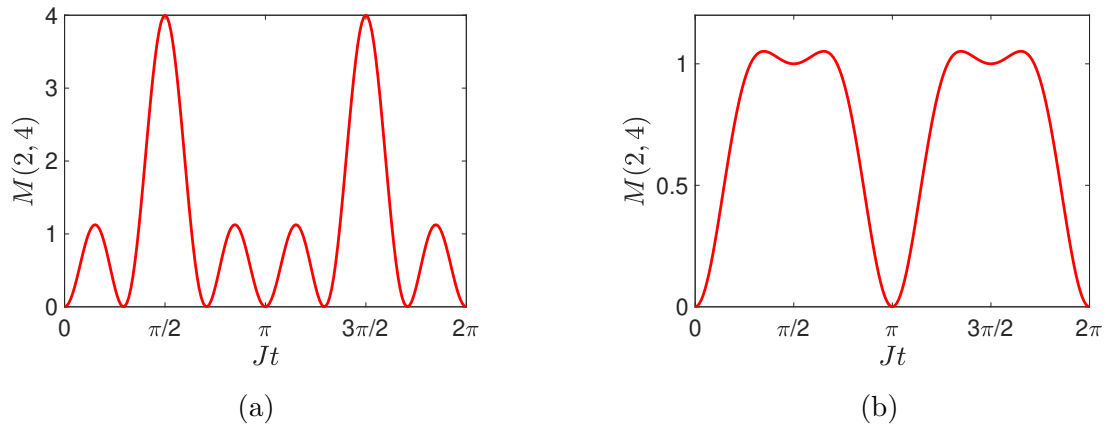


Figura 2.14: Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos, para el estado coherente con los valores (a) $\alpha^2 = 2$. (b) $\alpha = i$.

En las figuras 2.13 y 2.14 se observa la variación temporal de la función de correlación entre los modos 1 y 3 así como 2 y 4, en ambos casos la gráfica es siempre positiva, por lo tanto no hay entrelazamiento entre esos modos.

2.1.5. Estado gato de Schrödinger

Para este estado no se ha reportado en la literatura la transferencia de estados, por lo que los valores del acoplamiento y el número de guías que se utilizaron corresponden a los reportados para el estado coherente, también se incluye el cálculo con el término de propagación libre con el fin de ver si afecta a la transferencia de estados.

Resultados

El estado de gato de Schrödinger está definido como

$$|\psi_\alpha\rangle = N (|\alpha\rangle + e^{i\phi} |-\alpha\rangle). \quad (2.81)$$

Sustituyendo el estado en la ecuación 1.3 para conocer el número promedio de fotones

$$N_j = N^2 (\langle\alpha| + e^{-i\phi}\langle-\alpha|) (\hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j) (|\alpha\rangle + e^{i\phi} |-\alpha\rangle), \quad (2.82)$$

desarrollando el producto y sustituyendo la solución propuesta $\hat{a}_j(t) = \sum_l A_{j,l}(t) \hat{a}_l(0)$, como los fotones inciden en el sistema de guías en la guía l , se obtiene

$$N_j = N^2 |A_{j,l}|^2 \left(\langle\alpha| \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l |\alpha\rangle + e^{i\phi} \langle\alpha| \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l |-\alpha\rangle + e^{-i\phi} \langle-\alpha| \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l |\alpha\rangle + \langle-\alpha| \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l |-\alpha\rangle \right),$$

aplicando los operadores de creación y aniquilación da como resultado

$$N_j = N^2 |A_{j,l}|^2 \left(|\alpha|^2 - |\alpha|^2 e^{i\phi} e^{-2|\alpha|^2} - |\alpha|^2 e^{-i\phi} e^{-2|\alpha|^2} + |\alpha|^2 \right), \quad (2.83)$$

por lo tanto el número promedio de fotones es

$$N_j = N^2 |A_{j,l}|^2 |\alpha|^2 \left[2 - 2e^{-2|\alpha|^2} \cos \phi \right]. \quad (2.84)$$

El número promedio de fotones contra el tiempo se muestra en la figura 2.15. La gráfica se hizo con una constante $J = 1 \text{ cm}^{-1}$, un total de 20 guías, $\alpha = \sqrt{2}$, $\phi = \pi$ y $\omega = 1$.

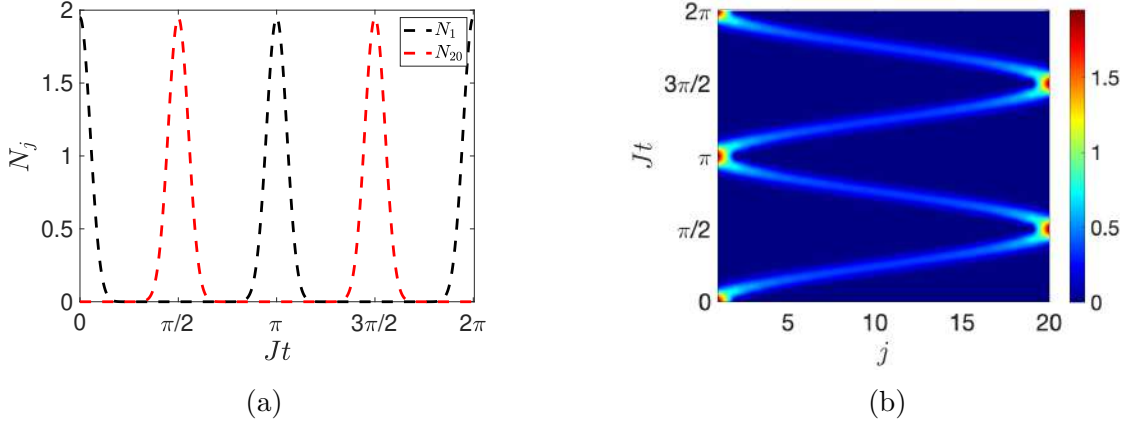


Figura 2.15: Número promedio de fotones N_j para el estado gato de Schrödinger, considerando el término de propagación libre. (a) N_j contra el tiempo. (b) N_j variando j y el tiempo.

En dicha figura podemos ver dos gráficas para el número promedio de fotones, en la figura (a) se muestran dos curvas, en negro vemos el número promedio de fotones para la guía 1 y en rojo el número promedio de fotones para la guía 20. Para los valores de ϕ y α escogidos, la amplitud y el periodo del número promedio de fotones para este estado es igual al del estado coherente, pero conforme ϕ se acerca a un valor de $\frac{\pi}{2}$ la amplitud va disminuyendo. Estas gráficas están desfasadas por $\frac{\pi}{2}$ y aparentemente ocurre una transferencia perfecta, para ver esto a detalle se calcula la fidelidad. Como este estado es una superposición de estados coherentes se espera un comportamiento similar para la fidelidad, de tal manera, que para el caso de $N = 20$ se escribe el estado esperado

$$|\psi_\alpha\rangle = N \left(\sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^m}{\sqrt{m!}} \frac{(i\hat{a}_{20})^m}{\sqrt{m!}} |0\rangle + e^{i\phi} \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{-\alpha^m}{\sqrt{m!}} \frac{(i\hat{a}_{20})^m}{\sqrt{m!}} |0\rangle \right),$$

mientras que el estado en el tiempo $Jt = \frac{\pi}{2}$ es

$$\left| \psi_\alpha \left(\frac{\pi}{2} \right) \right\rangle = N \left(\sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^m}{\sqrt{m!}} \frac{(i\hat{a}_{20})^m}{\sqrt{m!}} |0\rangle + e^{i\phi} \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{-\alpha^m}{\sqrt{m!}} \frac{(i\hat{a}_{20})^m}{\sqrt{m!}} |0\rangle \right),$$

por lo tanto la fidelidad es

$$F = \left| N \left(\langle 0 | \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^{*m}}{\sqrt{m!}} \frac{(i\hat{a}_{20})^{\dagger m}}{\sqrt{m!}} + e^{i\phi} \langle 0 | \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{-\alpha^{*m}}{\sqrt{m!}} \frac{(i\hat{a}_{20})^{\dagger m}}{\sqrt{m!}} \right) \right. \\ \left. N \left(\sum_{n=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \frac{(i\hat{a}_{20})^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle + e^{i\phi} \sum_{n=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{-\alpha^n}{\sqrt{n!}} \frac{(i\hat{a}_{20})^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle \right) \right|^2,$$

aplicando los operadores de aniquilación resulta

$$F = \left| N^2 \langle m | \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^{*m}}{\sqrt{m!}} i^m \sum_{n=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} i^n |n\rangle \right. \\ + e^{i\phi} \langle m | \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^{*m}}{\sqrt{m!}} i^m \sum_{n=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{-\alpha^n}{\sqrt{n!}} i^n |n\rangle \\ + e^{-i\phi} \langle m | \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{-\alpha^{*m}}{\sqrt{m!}} i^m \sum_{n=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} i^n |n\rangle \\ \left. + \langle m | \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{-\alpha^{*m}}{\sqrt{m!}} i^m \sum_{n=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{-\alpha^n}{\sqrt{n!}} i^n |n\rangle \right|^2,$$

haciendo los correspondientes calculos la fidelidad es:

$$F = \left| N^2 \left[\sum_{n=0} e^{-|\alpha|^2} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} i^{2n} + e^{i\phi} \sum_{n=0} e^{-|\alpha|^2} \frac{(-|\alpha|^2)^n}{n!} i^{2n} \right. \right. \\ \left. \left. + e^{-i\phi} \sum_{n=0} e^{-|\alpha|^2} \frac{(-|\alpha|^2)^n}{n!} i^{2n} + \sum_{n=0} e^{-|\alpha|^2} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} i^{2n} \right] \right|^2,$$

las sumas resultan ser la expansión en serie de Taylor de una exponencial negativa, por lo tanto la fidelidad se reescribe de la siguiente forma

$$F = \left| N^2 \left[e^{-|\alpha|^2} e^{-|\alpha|^2} + e^{i\phi} e^{-|\alpha|^2} e^{|\alpha|^2} + e^{-i\phi} e^{-|\alpha|^2} e^{|\alpha|^2} + e^{-|\alpha|^2} e^{-|\alpha|^2} \right] \right|^2 \\ = \left| N^2 \left[e^{-2|\alpha|^2} + e^{i\phi} + e^{-i\phi} + e^{-2|\alpha|^2} \right] \right|^2$$

por lo tanto la fidelidad para el estado gato de Schrödinger con $N = 20$ es

$$F = \left| N^2 \left[2e^{-2|\alpha|^2} + 2 \cos \phi \right] \right|^2, \quad (2.85)$$

se observa que para el caso en que el sistema tiene 20 guías la fidelidad es diferente de 1, por lo tanto, no hay transferencia perfecta de estados en el tiempo $Jt = \frac{\pi}{2}$. Para

este caso la fidelidad depende de las variables α y de ϕ . Con el fin de tener una mejor perspectiva de cómo el valor de la fidelidad varía con esas variables, se muestran las gráficas variando una variable y dejando la otra fija, en la figura 2.16.

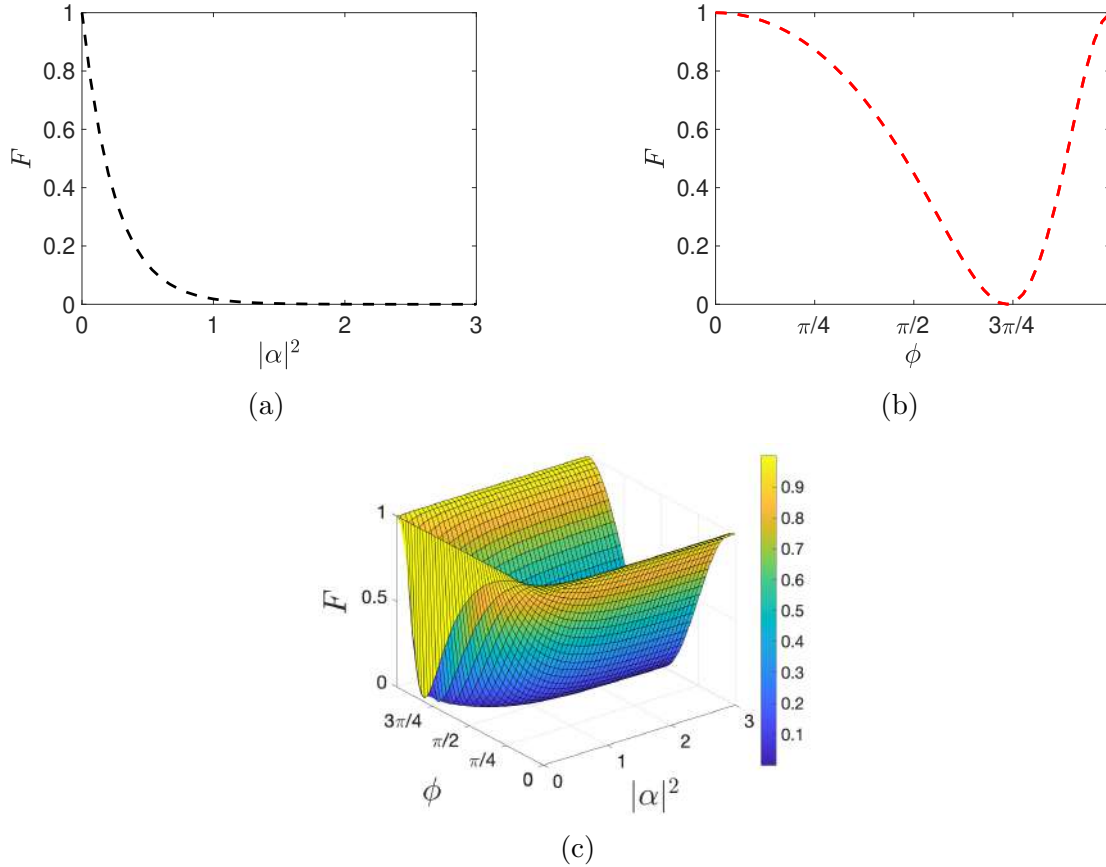


Figura 2.16: Fidelidad para el estado gato de Schrödinger. (a) Variando α con $\phi = \frac{\pi}{4}$. (b) Variando ϕ con $\alpha = \sqrt{2}$. (c) Variando α y ϕ .

En la figura 2.16(a) se observa que para el caso en que el valor de $|\alpha|^2$ aumenta, la fidelidad es menor. Cuando variamos el valor de ϕ hay dos puntos en que la fidelidad es igual a uno en $\phi = 0$ y $\phi = \pi$ como se muestra en la figura 2.16(b). En el caso en que se grafica la fidelidad contra ϕ y $|\alpha|^2$, como se ve en la figura 2.16(c), se muestra que para este estado sí hay transferencia perfecta cuando para cualquier valor de $|\alpha|^2$ y si los valores de ϕ son iguales a 0 o π , teniendo en estos casos el valor de la fidelidad igual a 1.

Dado que $N = 20$ es un número par, para este estado se tomarán en cuenta los cálculos de la fidelidad dependiendo si N es un número par o impar. Para el caso de un número de guías par la evolución temporal del estado coherente, ecuación 2.69, para $Jt = \frac{\pi}{2}$ da como resultado un factor de i , por lo que los cálculos son completamente

análogos a $N = 20$ y por lo tanto el valor de la fidelidad está dado por la ecuación 2.85. Mientras que para N impar, la evolución del estado coherente evaluado en el mismo tiempo da como resultado un factor de uno. Sin pérdida de generalidad este caso se ejemplificará para $N = 21$, sin embargo los cálculos son análogos para cualquier N impar, por lo que el estado esperado al tiempo $Jt = \frac{\pi}{2}$ es

$$|\psi_\alpha\rangle = N \left(\sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^m}{\sqrt{m!}} \frac{(\hat{a}_{21})^m}{\sqrt{m!}} |0\rangle + e^{i\phi} \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{-\alpha^m}{\sqrt{m!}} \frac{(\hat{a}_{21})^m}{\sqrt{m!}} |0\rangle \right), \quad (2.86)$$

el estado que evoluciona en el tiempo es

$$|\psi_\alpha(t)\rangle = N \left(\sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^m}{\sqrt{m!}} \frac{(\hat{a}_l(t))^m}{\sqrt{m!}} |0\rangle + e^{i\phi} \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{-\alpha^m}{\sqrt{m!}} \frac{(\hat{a}_l(t))^m}{\sqrt{m!}} |0\rangle \right), \quad (2.87)$$

por lo tanto la fidelidad se escribe

$$F = \left| N \left(\langle 0 | \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^{*m}}{\sqrt{m!}} \frac{(\hat{a}_{21})^{\dagger m}}{\sqrt{m!}} + e^{i\phi} \langle 0 | \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{-\alpha^{*m}}{\sqrt{m!}} \frac{(\hat{a}_{21})^{\dagger m}}{\sqrt{m!}} \right) N \left(\sum_{n=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \frac{(\hat{a}_l(t))^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle + e^{i\phi} \sum_{n=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{-\alpha^n}{\sqrt{n!}} \frac{(\hat{a}_l(t))^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle \right) \right|^2,$$

en el tiempo $Jt = \frac{\pi}{2}$ el operador de aniquilación es \hat{a}_{21} , por lo tanto la ecuación anterior se puede escribir

$$F = \left| N^2 \langle m | \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^{*m}}{\sqrt{m!}} \sum_{n=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle + e^{i\phi} \langle m | \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^{*m}}{\sqrt{m!}} \sum_{n=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{-\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle + e^{-i\phi} \langle m | \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{-\alpha^{*m}}{\sqrt{m!}} \sum_{n=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle + \langle m | \sum_{m=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{-\alpha^{*m}}{\sqrt{m!}} \sum_{n=0} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{-\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \right|^2,$$

cerrando el bra-ket, las dos sumas se escriben como una sola, de tal manera que la fidelidad se escribe

$$F = \left| N^2 \left[\sum_{n=0} e^{-|\alpha|^2} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} + e^{i\phi} \sum_{n=0} e^{-|\alpha|^2} \frac{-|\alpha|^{2n}}{n!} + e^{-i\phi} \sum_{n=0} e^{-|\alpha|^2} \frac{-|\alpha|^{2n}}{n!} + \sum_{n=0} e^{-|\alpha|^2} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} \right] \right|^2,$$

estas sumas resultan ser la expansión en serie de Taylor de la exponencial

$$\begin{aligned}
 F &= \left| N^2 \left[e^{-|\alpha|^2} e^{|\alpha|^2} + e^{i\phi} e^{-|\alpha|^2} e^{-|\alpha|^2} + e^{-i\phi} e^{-|\alpha|^2} e^{-|\alpha|^2} + e^{-|\alpha|^2} e^{|\alpha|^2} \right] \right|^2 \\
 &= \left| N^2 \left[2 + 2 \cos \phi e^{-2|\alpha|^2} \right] \right|^2 \\
 &= 1,
 \end{aligned}$$

para el caso de $N = 21$ ocurre la transferencia de estados perfecta, por lo que se puede concluir que para cualquier número de guías impar existe la transferencia de estados perfecta.

La función de correlación entre dos modos para el estado de gato de Schrödinger se puede conocer resolviendo la ecuación 1.8, por lo tanto la función de correlación para el estado de gato de Schrödinger es

$$M(j, k) = |\alpha|^2 N^2 \left[2 - 2e^{-2|\alpha|^2} \cos \phi \right] (|A_{j,l}|^2 + |A_{k,l}|^2) + \alpha^2 A_{j,l} A_{k,l} + \alpha^{*2} A_{j,l}^* A_{k,l}^*, \quad (2.88)$$

conociendo los valores para las $A_{j,l}$ con $N = 4$ obtenidos anteriormente, se puede conocer la función de correlación para los modos 1 y 3

$$\begin{aligned}
 M(1, 3) &= \cos^2(t) \left[|\alpha|^2 N^2 \left(2 - 2e^{-2|\alpha|^2} \cos \phi \right) (\cos^4(t) + 3 \sin^4(t)) \right. \\
 &\quad \left. - \sqrt{3} (\alpha^2 + \alpha^{*2}) \cos^2(t) \sin^2(t) \right],
 \end{aligned}$$

graficando $M(1, 3)$ contra el tiempo con un valor de $\phi = \pi$ y diferentes valores de α se puede ver si hay entrelazamiento entre estos modos, se muestran dos gráficas en la figura 2.17. Si ahora se considera el valor de $\phi = \frac{\pi}{4}$ para $M(1, 3)$, se obtienen las gráficas mostradas en la figura 2.18.

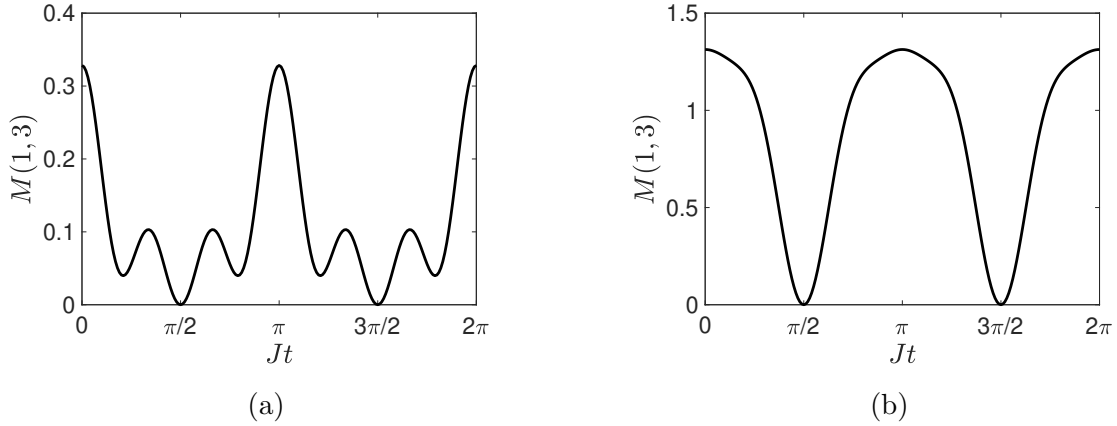


Figura 2.17: Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos, para el estado gato de Schrödinger, con $\phi = \pi$ y los valores de (a) $\alpha = 0.5$. (b) $\alpha = i$.

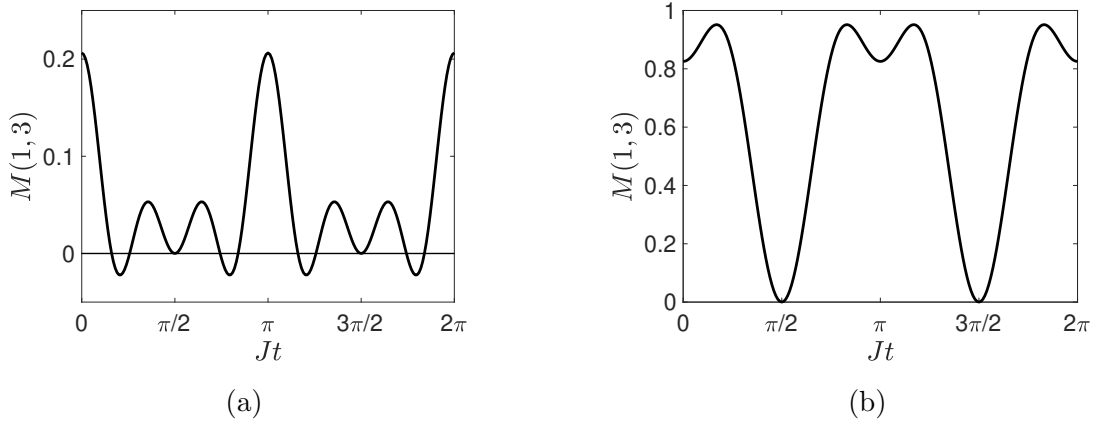


Figura 2.18: Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos, para el estado gato de Schrödinger, con $\phi = \frac{\pi}{4}$ y los valores (a) $\alpha = 0.5$. (b) $\alpha = i$.

En dicha figura se observa entrelazamiento entre los modos 1 y 3 para $\alpha = 0.5$. Para los modos 2 y 4 la función de correlación entre dos modos está dada por la ecuación

$$M(2,4) = \sin^2(t) \left[|\alpha|^2 N^2 \left(2 - 2e^{-2|\alpha|^2} \cos \phi \right) (3 \cos^4(t) + \sin^4(t)) + \sqrt{3} (\alpha^2 + \alpha^{*2}) \cos^2(t) \sin^2(t) \right],$$

en la figura 2.19 se muestra la gráfica de $M(2,4)$ contra el tiempo, considerando el valor de $\phi = \pi$ y para dos valores diferentes de α . Considerando el valor de $\phi = \frac{\pi}{4}$ para $M(2,4)$, las gráficas se muestran en la figura 2.20 para dos valores diferentes de α donde se observa entrelazamiento entre los modos 2 y 4 para un valor de $\alpha = i$.

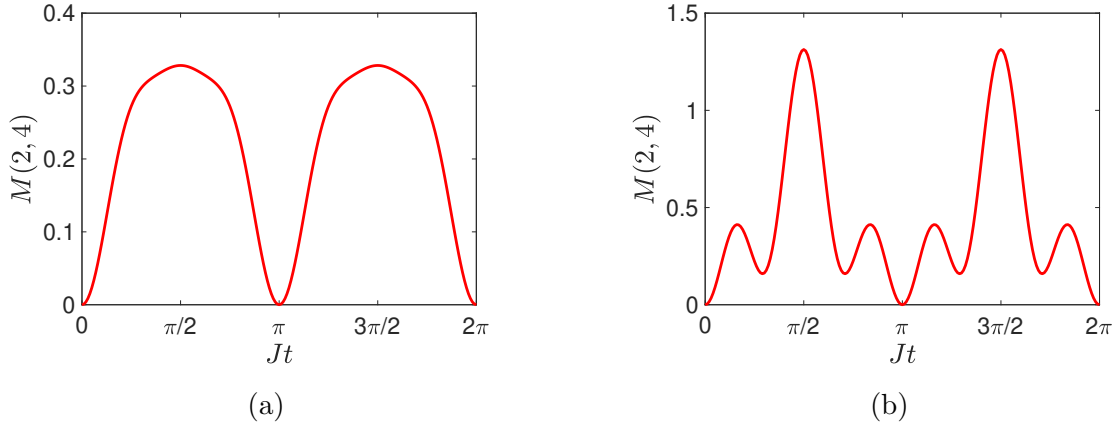


Figura 2.19: Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos, para el estado gato de Schrödinger, con $\phi = \pi$ y los valores (a) $\alpha = 0.5$. (b) $\alpha = i$.

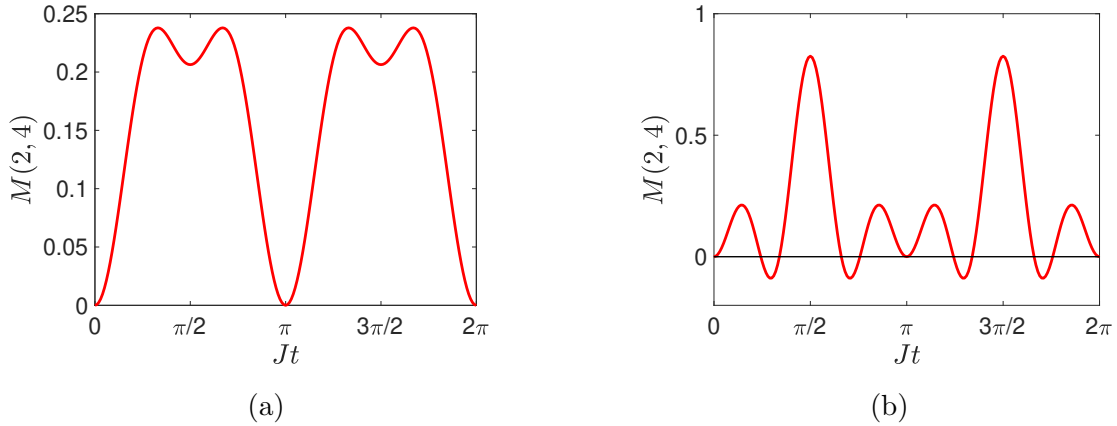


Figura 2.20: Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos, para el estado gato de Schrödinger, con $\phi = \frac{\pi}{4}$ y los valores (a) $\alpha = 0.5$. (b) $\alpha = i$.

2.1.6. Estado superposición

Al igual que para el estado de gato de Schrödinger, para este estado la transferencia perfecta y el cálculo de la fidelidad no están reportados en la literatura, por lo que los valores del acoplamiento y de número total de guías serán los mismos que para los casos anteriores, de igual manera se incluye del término de propagación libre.

Resultados

El estado superposición de un estado de vacío y de un fotón es:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle), \quad (2.89)$$

el número promedio de fotones, para este estado, se calcula con la ecuación 1.3, sustituyendo la solución propuesta $\hat{a}_j(t) = \sum_l A_{j,l}(t)\hat{a}_l(0)$,

$$N_j = \langle \psi | \sum_l A_{j,l}^* \hat{a}_l^\dagger \sum_l A_{j,l} \hat{a}_l | \psi \rangle, \quad (2.90)$$

sustituyendo el estado y considerando que solo se incide en la guía l , el número promedio de fotones se escribe de la siguiente forma

$$\begin{aligned} N_j &= |A_{j,l}|^2 \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (\langle 0| + \langle 1|) (\hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l) \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle) \right] \\ &= \frac{1}{2} |A_{j,l}|^2 \left[\langle 0| \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l |0\rangle + \langle 0| \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l |1\rangle + \langle 1| \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l |0\rangle + \langle 1| \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l |1\rangle \right], \end{aligned}$$

el número promedio de fotones para este estado es

$$N_j = \frac{1}{2} |A_{j,l}|^2. \quad (2.91)$$

La gráfica del número promedio de fotones contra el tiempo se puede ver en la figura 2.21, en esta gráfica se consideró una constante $J = 1$, $N = 20$ y $\omega = 1$.

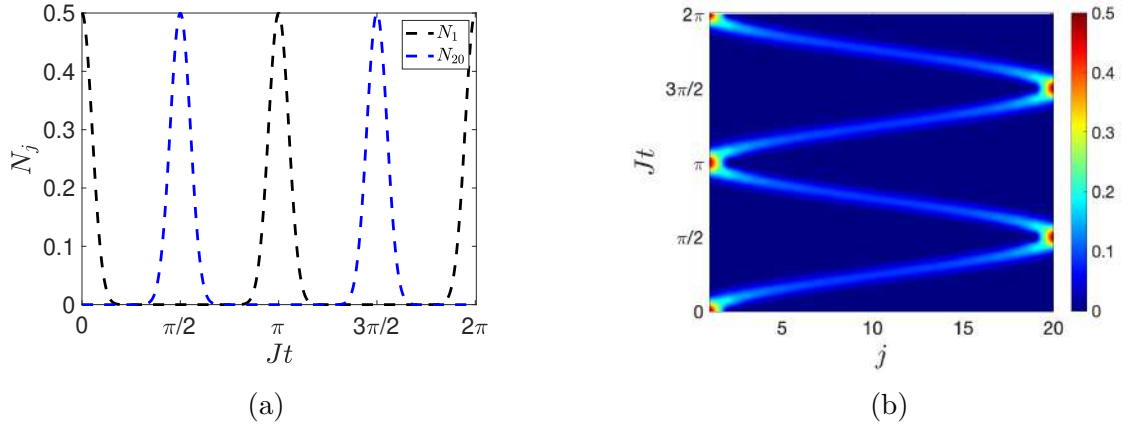


Figura 2.21: Número promedio de fotones N_j para el estado superposición $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$, considerando el término de propagación libre. (a) N_j contra el tiempo. (b) N_j variando j y el tiempo.

En dicha figura se muestra el caso de $\omega = 1$ en donde los máximos se encuentran en 0.5 tanto para la curva color negro y como para la curva color azul. A simple vista se podría considerar que existe la transferencia de estados perfecta, para corroborar esto se calcula la fidelidad con la ecuación 1.6, en donde el estado evolucionado con

el tiempo se puede escribir

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \hat{a}_l^\dagger(t)\right) |0\rangle, \quad (2.92)$$

el estado esperado cuando los fotones se encuentran en la guía 20 es

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \hat{a}_{20}^\dagger\right) |0\rangle, \quad (2.93)$$

se escribe la fidelidad considerando el estado esperado y el estado que ha evolucionado en el tiempo

$$\begin{aligned} F &= \left| \langle 0 | \frac{1}{\sqrt{2}} (1 + \hat{a}_{20}) \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \hat{a}_l^\dagger(t)\right) |0\rangle \right|^2 \\ &= \left| \frac{1}{2} \langle 0 | 1 + \hat{a}_l^\dagger(t) + \hat{a}_{20} + \hat{a}_{20} \hat{a}_l^\dagger(t) |0\rangle \right|^2, \end{aligned}$$

cuando $Jt = \frac{\pi}{2}$ los fotones están en la guía 20, por lo tanto el valor de $l = 20$

$$\begin{aligned} F &= \left| \frac{1}{2} (\langle 0|0\rangle + \langle 0| \hat{a}_{20}^\dagger |0\rangle + \langle 0| \hat{a}_{20} |0\rangle + \langle 0| \hat{a}_{20} \hat{a}_{20}^\dagger |0\rangle) \right|^2 \\ &= \left| \frac{1}{2} (1 + 1) \right|^2 \\ &= 1, \end{aligned}$$

por lo tanto está confirmado que para este estado ocurre la transferencia de estados perfecta.

La función de correlación entre dos modos de las guías durante la propagación de fotones está dada por la ecuación 1.8. La función de correlación entre dos modos para este estado es

$$M(j, k) = \frac{1}{2} (|A_{j,l}|^2 + |A_{k,l}|^2). \quad (2.94)$$

Utilizando los valores obtenidos para $A_{1,l}$, $A_{2,l}$, $A_{3,l}$ y $A_{4,l}$, la función de correlación entre los modos 1 y 3 es

$$M(1, 3) = \frac{1}{2} \cos^2(t) (\cos^4(t) + 3 \sin^4(t)), \quad (2.95)$$

la función de correlación entre los modos 2 y 4 es

$$M(2, 4) = \frac{1}{2} \sin^2(t) (\cos^4(t) + \sin^4(t)), \quad (2.96)$$

en la figura 2.22 se muestra la función de correlación entre dos modos, $M(1, 3)$ y $M(4, 2)$.

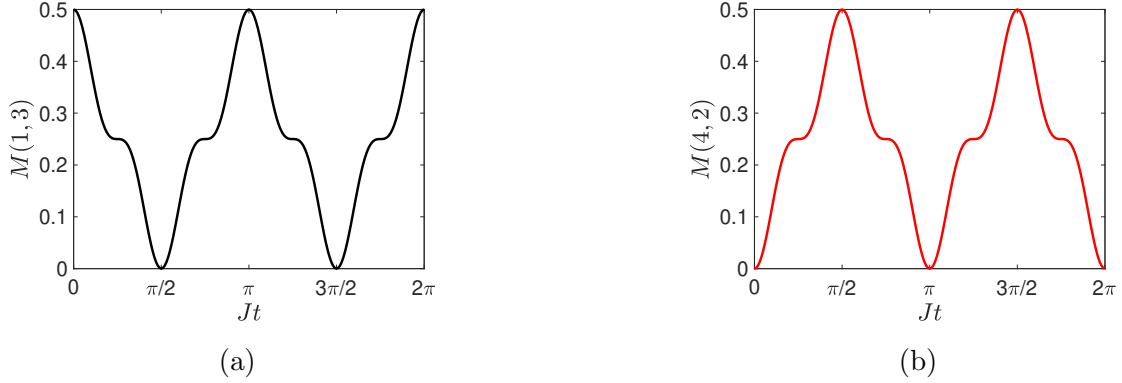


Figura 2.22: Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos, para el estado $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ y para las funciones (a) $M(1, 3)$. (b) $M(4, 2)$.

Se observan en la figura 2.22 dos gráficas, una para $M(1, 3)$ y otra para $M(4, 2)$, en ambas los valores siempre son positivos, por lo tanto no hay entrelazamiento entre estos modos.

Si se considera un estado de una superposición del estado del vacío y un estado de dos fotones escrito de la siguiente forma

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |2\rangle), \quad (2.97)$$

se resuelve la ecuación 1.3 con este estado para conocer el número promedio de fotones

$$\begin{aligned} N_j &= \langle \psi | \sum_l A_{j,l}^* \hat{a}_l^\dagger \sum_l A_{j,l} \hat{a}_l | \psi \rangle \\ &= |A_{j,l}|^2 \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (\langle 0 | + \langle 2 |) \left(\hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l \right) \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |2\rangle) \right] \\ &= \frac{1}{2} |A_{j,l}|^2 [\langle 0 | \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l | 0 \rangle + \langle 0 | \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l | 2 \rangle + \langle 2 | \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l | 0 \rangle + \langle 2 | \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l | 2 \rangle] \\ &= |A_{j,l}|^2, \end{aligned}$$

graficando el número promedio de fotones contra el tiempo con un valor de $J = 1 \text{ cm}^{-1}$, $\omega = 1$ y $N = 20$, se obtiene la figura 2.23.

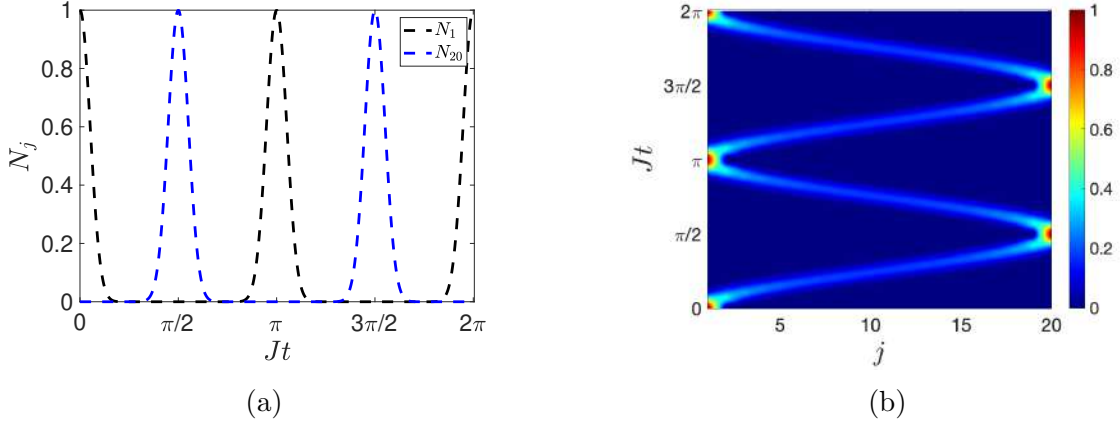


Figura 2.23: Número promedio de fotones N_j para el estado superposición $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |2\rangle)$, considerando el término de propagación libre. (a) N_j contra el tiempo. (b) N_j variando j y el tiempo.

En la figura 2.23(a) se observan dos curvas diferentes, una negra para el número promedio de fotones en la guía uno y una azul para el número promedio de fotones en la guía 20, las cuales están desfasadas $\frac{\pi}{2}$. Si nos fijamos en la curva color negro, se observa que inicia con un número promedio de fotones de uno, al tiempo cero y que en un tiempo $\frac{\pi}{2}$ el número promedio de fotones es uno para la curva color azul, por lo tanto esto nos indica la transferencia de estados perfecta. Para corroborar esto, se calcula la fidelidad con la ecuación 1.6. El estado evolucionando con el tiempo se escribe

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |2\rangle) \quad (2.98)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{\hat{a}(t)_l^{\dagger 2}}{\sqrt{2}} \right) |0\rangle, \quad (2.99)$$

el estado esperado cuando los fotones están en la guía 20 es

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{\hat{a}_{20}^{\dagger 2}}{\sqrt{2}} \right) |0\rangle, \quad (2.100)$$

sustituyendo estos estados en la ecuación 1.6 se tiene

$$\begin{aligned}
 F &= \left| \langle 0 | \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{\hat{a}_{20}^2}{\sqrt{2}} \right) \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{\hat{a}(t)_l^{\dagger 2}}{\sqrt{2}} \right) | 0 \rangle \right|^2 \\
 &= \left| \frac{1}{2} \langle 0 | 1 + \frac{\hat{a}(t)_l^{\dagger 2}}{\sqrt{2}} + \frac{\hat{a}_{20}^2}{\sqrt{2}} + \frac{\hat{a}_{20}^2}{\sqrt{2}} \frac{\hat{a}(t)_l^{\dagger 2}}{\sqrt{2}} | 0 \rangle \right|^2,
 \end{aligned}$$

en el tiempo $Jt = \frac{\pi}{2}$ los fotones están en la guía 20 y esto da como resultado que el valor de $l = 20$

$$\begin{aligned}
 F &= \left| \frac{1}{2} (\langle 0 | 0 \rangle + \langle 0 | \frac{\hat{a}_{20}^{\dagger 2}}{\sqrt{2}} | 0 \rangle + \langle 0 | \frac{\hat{a}_{20}^2}{\sqrt{2}} | 0 \rangle + \langle 0 | \frac{\hat{a}_{20}^2}{\sqrt{2}} \frac{\hat{a}_{20}^{\dagger 2}}{\sqrt{2}} | 0 \rangle) \right|^2 \\
 &= \left| \frac{1}{2} (1 + 1) \right|^2 \\
 &= 1,
 \end{aligned}$$

de esta forma se confirma la transferencia de estados perfecta para este estado.

La función de correlación entre dos modos para este estado se resuelve igualmente con la ecuación 1.8. Para este estado la función de correlación es

$$M(j, k) = |A_{j,l}|^2 + |A_{k,l}|^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} (A_{j,l} A_{k,l} + A_{j,l}^* A_{k,l}^*). \quad (2.101)$$

Resolviendo la ecuación 2.101 para los modos 1 y 3 utilizando los valores de $A_{j,l}$ para $N = 4$

$$M(1, 3) = \cos^2(t) \left[(\cos^4(t) + 3 \sin^4(t)) - \sqrt{6} \cos^2(t) \sin^2(t) \right], \quad (2.102)$$

para los modos 2 y 4 la función de correlación es

$$M(2, 4) = \sin^2(t) \left[(3 \cos^4(t) + \sin^4(t)) + \sqrt{6} \cos^2(t) \sin^2(t) \right]. \quad (2.103)$$

En la figura 2.24 se muestra la evolución temporal de la función de correlación entre dos modos, $M(1, 3)$ y $M(4, 2)$.

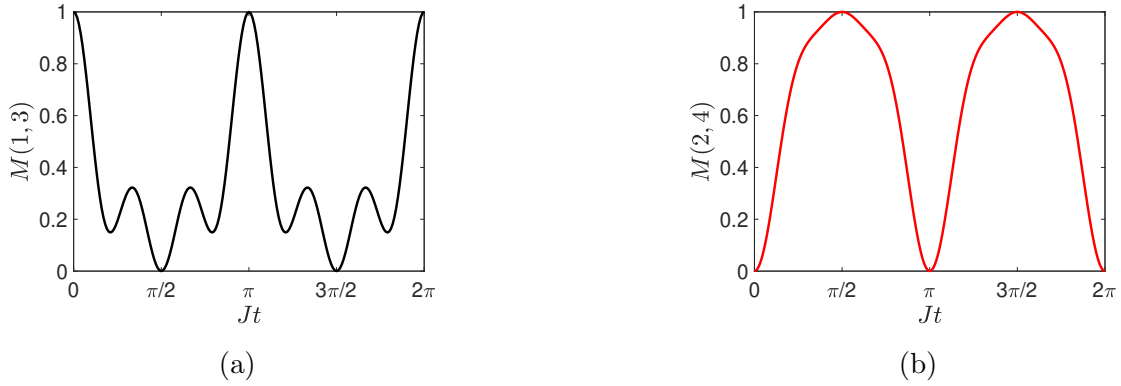


Figura 2.24: Evolución temporal de la función de correlación entre dos modos, para el estado $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |2\rangle)$ y las funciones (a) $M(1, 3)$. (b) $M(4, 2)$.

Las dos gráficas que se observan en la figura 2.24 muestran valores positivos en todo momento, por lo tanto no hay entrelazamiento entre esos modos.

2.2. Acoplamiento constante $C(j) = J$

Si las guías de onda se encuentran a la misma distancia entre ellas el acoplamiento será constante, escrito de la siguiente forma:

$$C(j) = J, \quad (2.104)$$

en donde J es la constante de acoplamiento para todas las guías del sistema. Si ahora se hace evolucionar el operador de aniquilación contra la propagación z , el resultado de la ecuación de Heisenberg para la j -ésima guía es:

$$i \frac{d\hat{a}_j}{dt} = C\hat{a}_{j-1} + C(j)\hat{a}_{j+1}, \quad (2.105)$$

se propone una solución de la forma $\hat{a}_j(z) = \sum_l U_{j,l} \hat{a}_l$. Si sustituimos la solución en la ecuación 2.105, se obtiene como resultado [15]

$$U_{j,l}(z) = i^{j-l} J_{j-l}(2Cz), \quad (2.106)$$

en donde J_{j-l} es la función de Bessel, j es el contador en se fija el parámetro de observación conforme se propagan los fotones y l es la guía en que inciden los fotones. La variable $U_{j,l}$ es de una amplitud, al igual que $A_{j,l}$, pero se escribirá de esta forma para diferenciar el cambio en z de la solución para el cambio en el tiempo.

2.2.1. Estado de número

Para un estado de número en que un solo fotón incide en la guía l , el número promedio de fotones se calcula usando la ecuación 1.3, entonces el número promedio de fotones para el estado de número se escribe de la forma

$$N_j = |U_{j,l}(z)|^2 = J_{j-l}(2Cz)^2, \quad (2.107)$$

la ecuación 2.107 indica el número promedio de fotones conforme se propagan en el sistema de guías de onda. Para un total de 61 guías, colocadas 30 antes del 0 y 30 después del 0. Esta forma de colocar las guías y el número de las mismas, es con el fin de obtener el número promedio de fotones para un acoplamiento constante descrito por Y. Dou y L. Xu [3]. Cuando los fotones inciden en la guía central se muestra la propagación en la figura 2.25 con $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$.

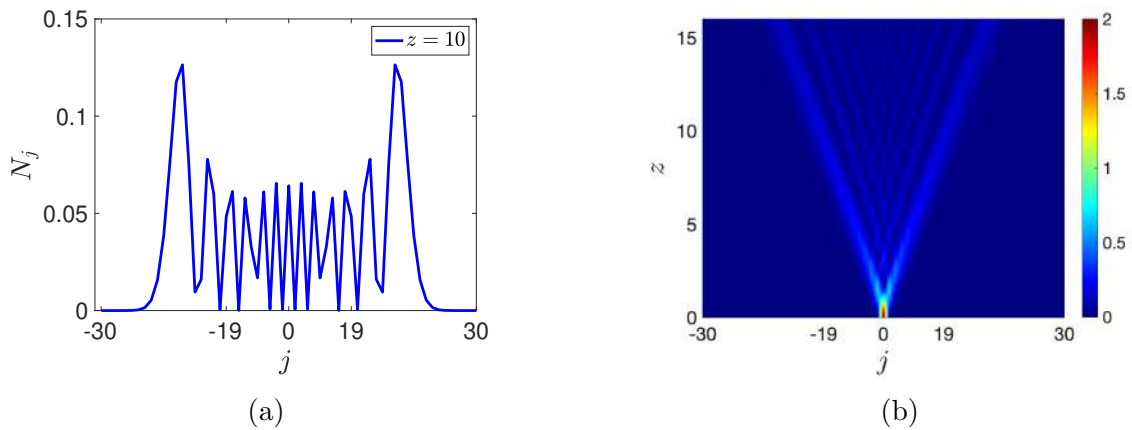


Figura 2.25: Número promedio de fotones N_j para el estado de número considerando un acoplamiento constante. (a) N_j contra j para una $z = 15 \text{ cm}$. (c) N_j variando j y z .

En dicha figura se observa el número promedio de fotones contra la posición en las guías de onda, se puede observar que conforme se propagan los fotones, el número promedio de fotones es mayor en los extremos. Esto indica que en las guías de los extremos hay una mayor probabilidad de encontrar al fotón, cuando este fotón se ha propagado una cierta distancia.

Para conocer la probabilidad de encontrar a los fotones en cierta posición en el sistema de guías, se calcula la función de correlación fotón-fotón con la ecuación 1.6. Sustituyendo el estado de número de dos fotones en la función de correlación fotón-

fotón

$$\Gamma_{m,n} = \langle 0 | \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}_l^2 \hat{a}_m^\dagger \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_n \hat{a}_m \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}_l^{\dagger 2} | 0 \rangle, \quad (2.108)$$

sustituyendo la solución propuesta $\hat{a}_j(z) = \sum_l U_{j,l} \hat{a}_l$

$$\Gamma_{m,n} = \frac{1}{2} \langle 0 | \hat{a}_l^2 \sum_l U_{m,l} \hat{a}_l^\dagger \sum_l U_{n,l} \hat{a}_l^\dagger \sum_l U_{n,l}^* \hat{a}_l \sum_l U_{m,l}^* \hat{a}_l \hat{a}_l^{\dagger 2} | 0 \rangle, \quad (2.109)$$

desarrollando las sumas y considerando el único valor diferente de cero, que es la incidencia en la guía l , da como resultado

$$\Gamma_{m,n} = 2 |U_{m,l} U_{n,l}|^2, \quad (2.110)$$

para el caso en que ambos fotones inciden en la misma guía $l = 0$ la función de correlación fotón-fotón es

$$\Gamma_{m,n} = 2 |U_{m,0} U_{n,0}|^2. \quad (2.111)$$

Para realizar la gráfica de la función de correlación fotón-fotón se consideran los valores de 21 guías, contando el centro de las guías como cero, como está reportado por Y. Bromberg y Y. Lahini [15]. En la figura 2.26 se muestra la evolución de la ecuación 2.111, incidiendo los fotones en la guía central colocada en $l = 0$, para $J = 1 \text{ cm}^{-1}$ y $z = 5 \text{ cm}$.

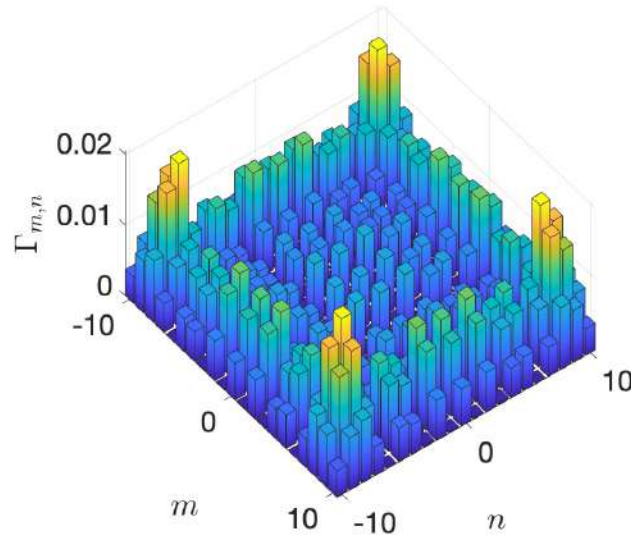


Figura 2.26: Función de correlación fotón-fotón para el estado de número, incidiendo en la guía $l = 0$.

En dicha figura se muestra la propagación de dos fotones que incidieron en la misma guía, al propagarse en el espacio la probabilidad de encontrarlos es mayor en las orillas.

Para el caso en que los dos fotones inciden en una guía diferente, pero que están una contigua de la otra, el estado de número es

$$|\phi\rangle = \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_q^\dagger |0\rangle. \quad (2.112)$$

Calculando la función de correlación fotón-fotón con la ecuación 1.7 considerando el estado de la ecuación 2.112 se llega a

$$\Gamma_{m,n} = \langle 0 | \hat{a}_p \hat{a}_q \hat{a}_m^\dagger \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_n \hat{a}_m \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_q^\dagger | 0 \rangle, \quad (2.113)$$

sustituyendo la solución propuesta $\hat{a}_m(z) = \sum_l U_{m,l} \hat{a}_l$ y $\hat{a}_n(z) = \sum_l U_{n,l} \hat{a}_l$

$$\Gamma_{m,n} = \langle 0 | \hat{a}_p \hat{a}_q \sum_l U_{m,l} \hat{a}_l^\dagger \sum_l U_{n,l} \hat{a}_l^\dagger \sum_l U_{n,l}^* \hat{a}_l \sum_l U_{m,l}^* \hat{a}_l \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_q^\dagger | 0 \rangle \quad (2.114)$$

se desarrolla cada una de las sumas, considerando que los dos valores de entrada posibles son p y q , y los otros valores son igual a cero

$$\begin{aligned} \Gamma_{m,n} = & \langle 0 | \hat{a}_p \hat{a}_q (U_{m,p} \hat{a}_p^\dagger + U_{m,q} \hat{a}_q^\dagger) (U_{n,p} \hat{a}_p^\dagger + U_{n,q} \hat{a}_q^\dagger) \\ & (U_{n,p}^* \hat{a}_p + U_{n,q}^* \hat{a}_q) (U_{m,p}^* \hat{a}_p + U_{m,q}^* \hat{a}_q) \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_q^\dagger | 0 \rangle, \end{aligned}$$

desarrollando los productos y aplicando los operadores de creación y aniquilación la función de correlación fotón-fotón para este estado se escribe

$$\Gamma_{m,n} = |U_{m,p} U_{n,q} + U_{m,q} U_{n,p}|^2, \quad (2.115)$$

para el caso en que un fotón incide en la guía $p = 0$ y otro en la guía $q = 1$, se tiene el estado

$$|\phi\rangle = \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_1^\dagger |0\rangle, \quad (2.116)$$

usando la ecuación 2.116 se puede escribir la función de correlación fotón-fotón

$$\Gamma_{m,n} = |U_{m,0} U_{n,1} + U_{m,1} U_{n,0}|^2, \quad (2.117)$$

considerando el mismo sistema de 21 guías, con dos fotones incidiendo en dos guías diferentes, una contigua de la otra, para $J = 1 \text{ cm}^{-1}$ y $z = 5 \text{ cm}$, la evolución de la función de correlación se ilustra en la figura 2.27.

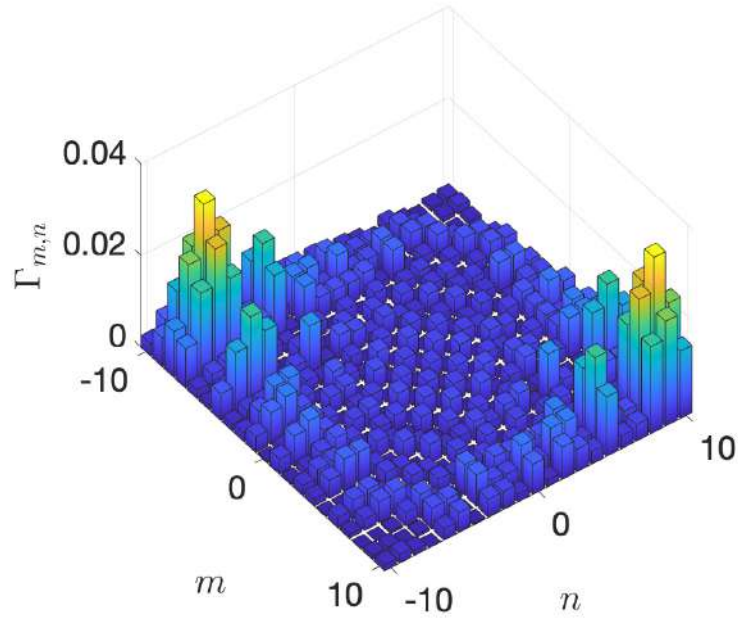


Figura 2.27: Función de correlación fotón-fotón para el estado de número, incidien-
do en la guía $p = 0$ y $q = 1$.

En dicha figura se muestra que los fotones al incidir en guías diferentes pero contiguas, se alejan lo más posible, tendiendo a encontrarse en las esquinas.

Cuando se considera el caso en que dos fotones inciden en guías diferentes, pero con un espacio de una guía entre ellos, el estado es

$$|\phi\rangle = \hat{a}_{-1}^\dagger \hat{a}_1^\dagger |0\rangle, \quad (2.118)$$

por lo tanto la función de correlación fotón-fotón es

$$\Gamma_{m,n} = |U_{m,-1}U_{n,1} + U_{m,1}U_{n,-1}|^2, \quad (2.119)$$

de igual manera se considera el sistema de 21 guías, pero ahora incidiendo en guías diferentes separadas por una guía, para $J = 1 \text{ cm}^{-1}$ y $z = 5 \text{ cm}$. La evolución de la función de correlación fotón-fotón se muestra en la figura 2.28.

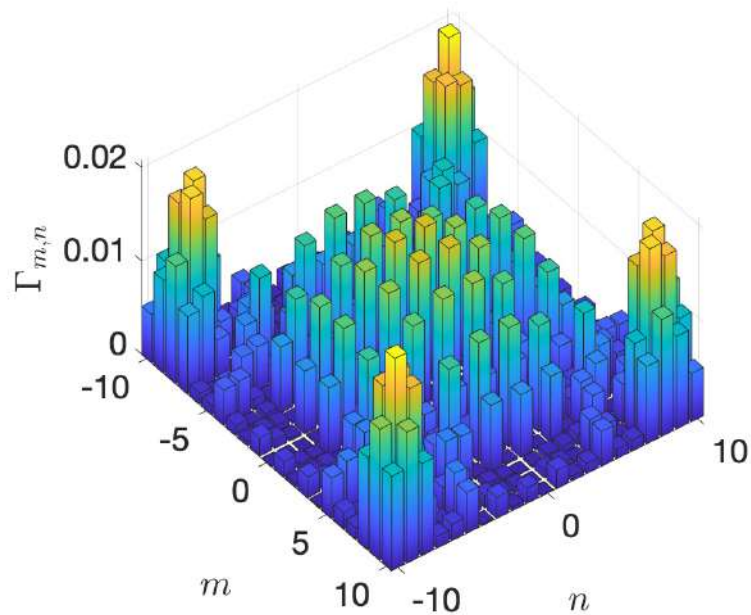


Figura 2.28: Función de correlación fotón-fotón para el estado de número, incidien-
do en la guía $p = -1$ y $q = 1$.

En dicha figura se observa cómo los fotones tienen una probabilidad mayor de encontrarse en guías que se encuentran en los extremos cuando se propagan en el espacio, como estos fotones incidieron al sistema en dos guías separadas y como estos tienden a alejarse de la guía de incidencia, la probabilidad de encontrarlos en los extremos es menor a que si inciden en dos guías continuas como en la figura 2.27.

Resultados

Para simular un número de guías menor se considera un valor de 15 guías con la propagación sobre el eje z igual a 10 cm . Las gráficas para el número promedio de fotones, del estado de número de dos fotones, bajo estas condiciones físicas se muestran en la figura 2.29, considerando un acoplamiento de $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$, incidiendo en la guía $l = 8$.

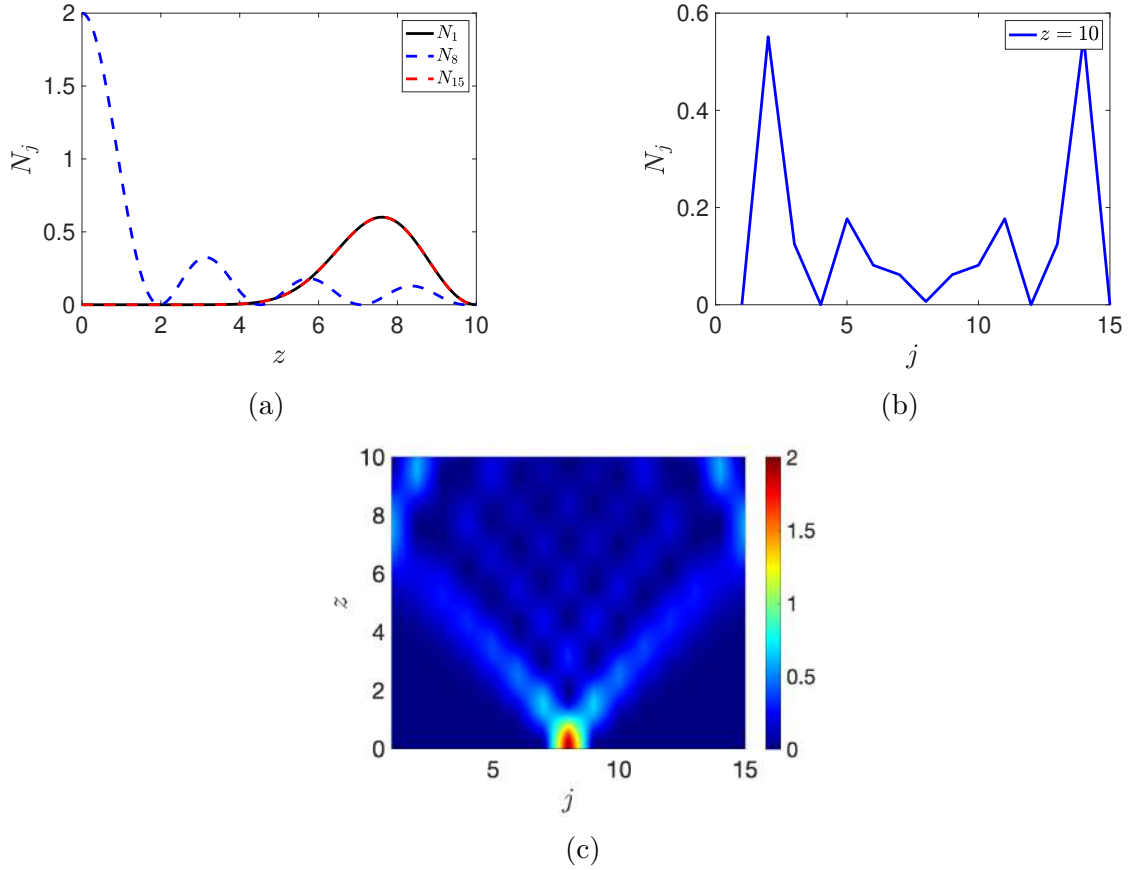


Figura 2.29: Número promedio de fotones, N_j para el estado de número considerando un acoplamiento constante. (a) N_j contra z para las guías 1, 8 y 15. (b) N_j contra j para una $z = 10$ cm. (c) N_j variando j y z .

En dicha figura se observa el comportamiento esperado para el acoplamiento constante, es decir, los fotones tienden a alejarse de la guía de incidencia. Debido al valor del acoplamiento de $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$ y el número de guías, los fotones llegan a las guías de los extremos aproximadamente en $z = 4.5 \text{ cm}$; una vez que los fotones llegan a las orillas del sistema, tienden a regresar, pero esto solo dificulta conocer la posición de los mismos.

2.2.2. Estado NOON

Resultados

El número promedio de fotones para el estado NOON está dado por la ecuación 2.34. En la figura 2.30 se muestran las gráficas para el número promedio de fotones para el acoplamiento constante, con $N = 15$, $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$, $p = 7$ y $q = 9$, estos valores corresponden a las guías aledañas a la guía central.

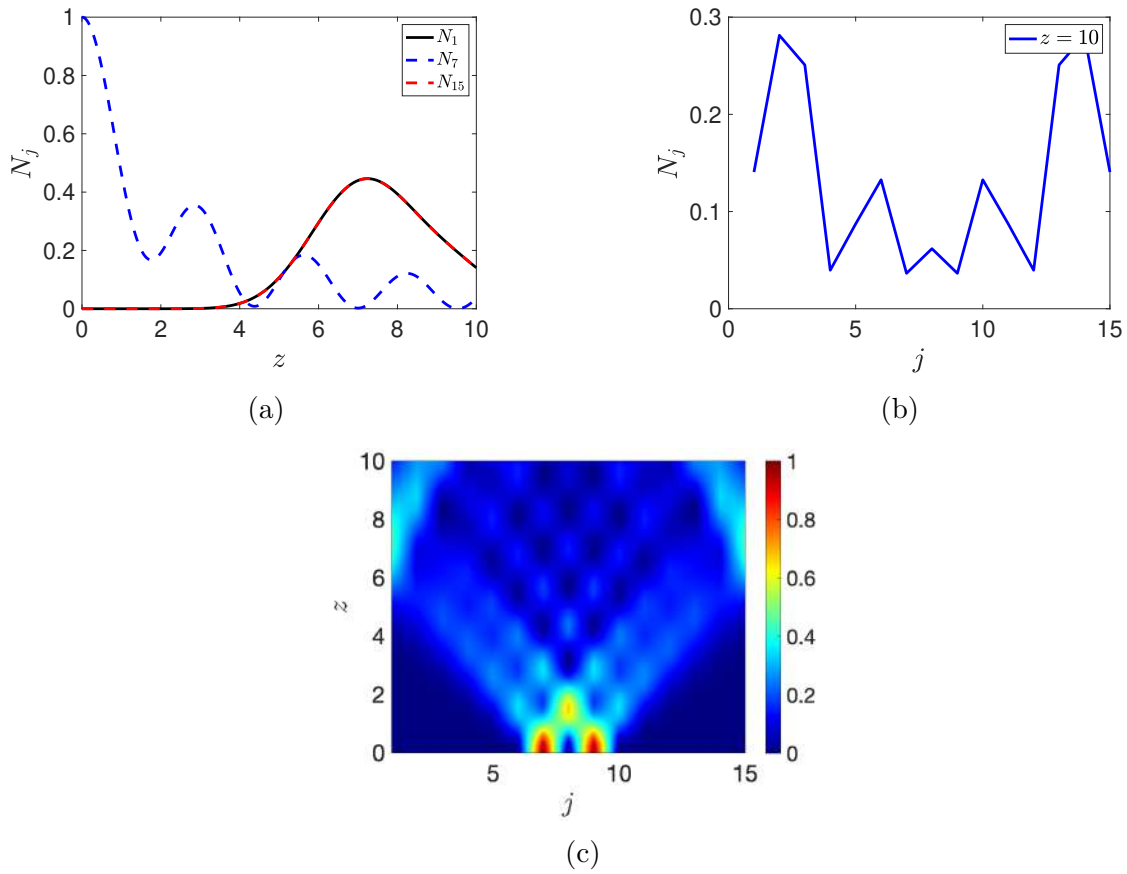


Figura 2.30: Número promedio de fotones, N_j para el estado NOON considerando un acoplamiento constante. (a) N_j contra z para las guías 1, 8 y 15. (b) N_j contra j para una $z = 10$ cm. (c) N_j variando j y z .

En dicha figura se observa cómo los fotones que inciden en guías diferentes tienden a alejarse de la guía de incidencia y aumenta el valor esperado de las guías de los extremos cuando $z = 4$ cm. Debido al valor del acoplamiento y el número de guías, los fotones llegan a las orillas del sistema, y tienden a regresar, pero esto solo dificulta conocer la posición de los mismos.

La función de correlación fotón-fotón está dada por la ecuación 2.43. Las gráficas de la función de correlación para el estado NOON se muestran en la figura 2.31, con $N = 15$, $p = 7$, $q = 9$ y $J = 0.61$ cm^{-1} .

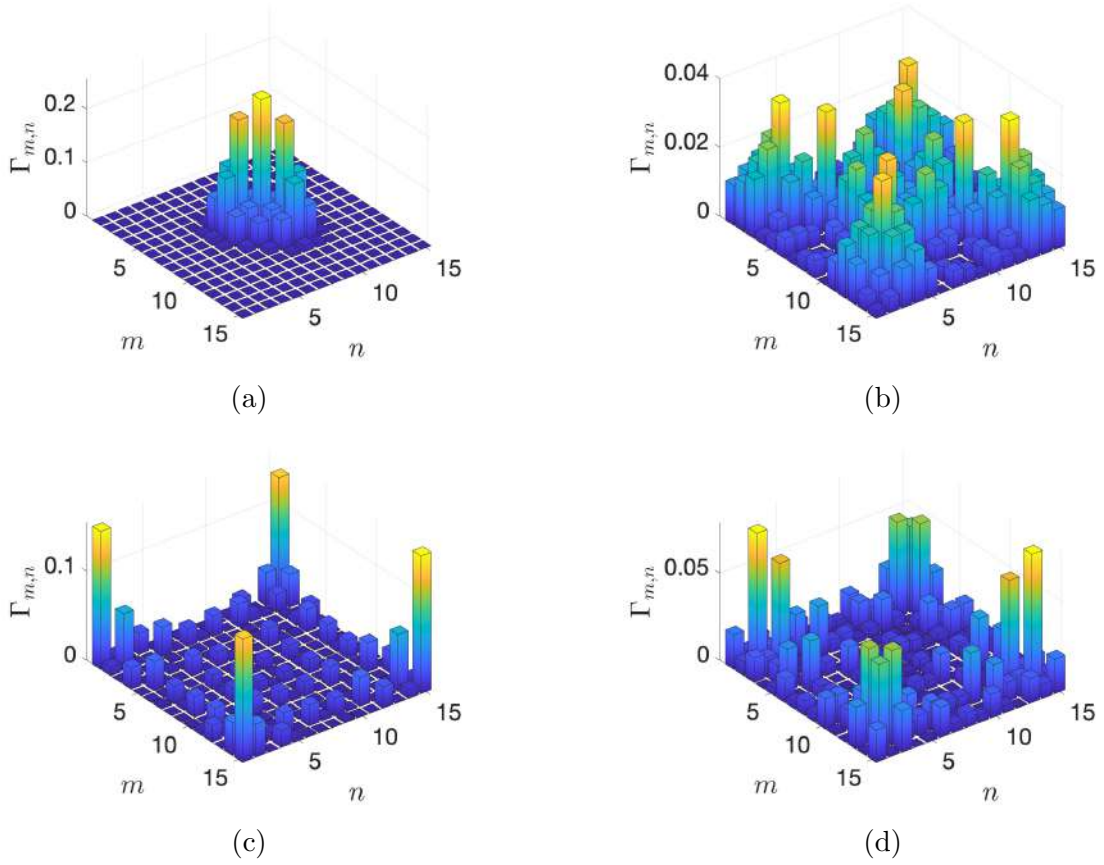


Figura 2.31: Función de correlación fotón-fotón para el estado NOON, incidiendo en las guías $p = 7$ y $q = 9$ para diferentes z .

En las gráficas de la figura 2.31 se observa cómo los fotones tienden a irse a las guías de los extremos conforme se propagan en la dirección z , para un acoplamiento constante.

2.2.3. Estado comprimido

Resultados

El número promedio de fotones para el estado comprimido se muestra en la ecuación 2.50. Las gráficas para el número promedio de fotones considerando el acoplamiento constante se muestran en la figura 2.32, con $N = 15$, $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$, $l = 8$ y $r = 1.15$.

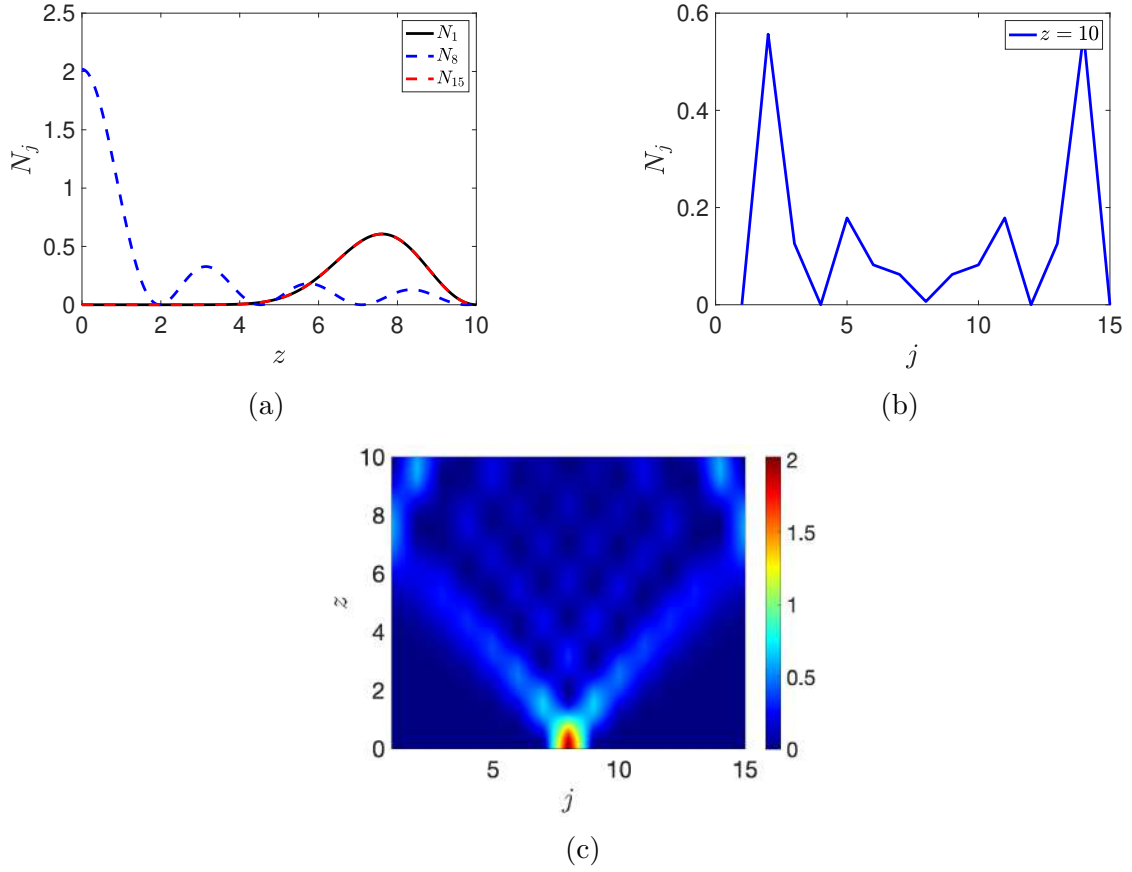


Figura 2.32: Número promedio de fotones, N_j para el estado comprimido considerando un acoplamiento constante. (a) N_j contra z para las guías 1, 8 y 15. (b) N_j contra j para una $z = 10$ cm. (c) N_j variando j y z .

En las gráficas de la figura 2.32 se observa cómo el número promedio de fotones tiende a ser mayor en las guías de los extremos para una propagación de $z = 10$ cm, de manera similar a los estados anteriores el número promedio de fotones disminuye comparado con el valor esperado de la guía de incidencia en $z = 0$ cm, esto debido a que los fotones tienden a llegar a las guías de los extremos y regresar.

2.2.4. Estado coherente

Resultados

El número promedio de fotones para el estado coherente está descrito por la ecuación 2.66. Las gráficas para el número promedio de fotones considerando el acoplamiento constante se muestran en la figura 2.33, con $N = 15$, $J = 0.61$ cm⁻¹, $l = 8$ y $\alpha = \sqrt{2}$.

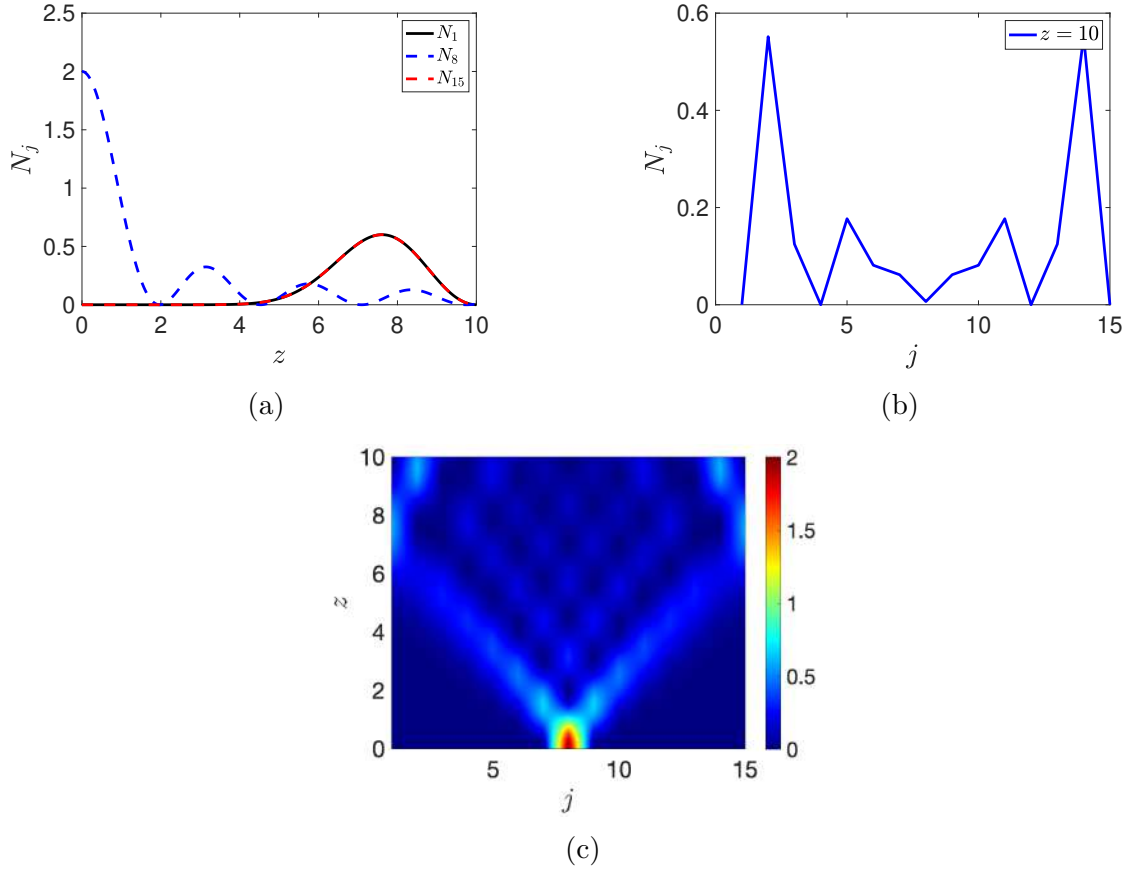


Figura 2.33: Número promedio de fotones, N_j para el estado coherente considerando un acoplamiento constante. (a) N_j contra z para las guías 1, 8 y 15. (b) N_j contra j para una $z = 10$ cm. (c) N_j variando j y z .

En las gráficas de la figura 2.33 se observa cómo el número promedio de fotones tiende a ser mayor en las guías de los extremos, una vez que los fotones llegan a dichos extremos el número promedio de fotones disminuye comparado con el valor esperado de la guía de incidencia, esto se debe a que los fotones tienden a llegar a las guías de los extremos y regresar a la guía de incidencia.

2.2.5. Estado gato de Schrödinger

Resultados

El número promedio de fotones para el estado gato de Schrödinger se muestra en la ecuación 2.84. En la figura 2.34 se muestran las gráficas para el número promedio de fotones considerando el acoplamiento constante, con $N = 15$, $J = 0.61$ cm^{-1} , $l = 8$, $\phi = \frac{\pi}{4}$ y $\alpha = \sqrt{2}$.

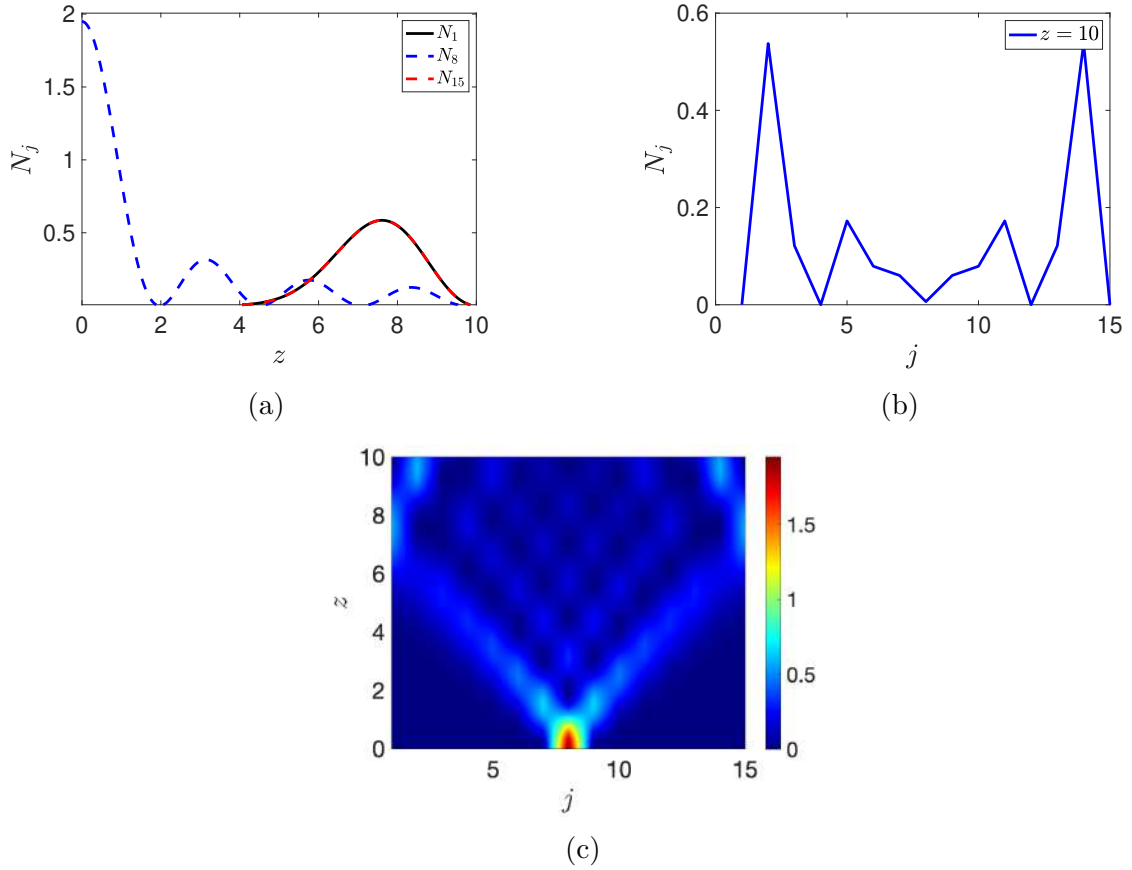


Figura 2.34: Número promedio de fotones, N_j para el estado gato de Schrödinger considerando un acoplamiento constante. (a) N_j contra z para las guías 1, 8 y 15. (b) N_j contra j para una $z = 10$ cm. (c) N_j variando j y z .

En las gráficas de la figura 2.34 se observa cómo el número promedio de fotones tiende a ser mayor en las guías de los extremos, los fotones tienden a llegar a dichas guías y regresar a la guía de incidencia, por lo que el valor esperado del número promedio de fotones disminuye. Cabe mencionar que para el estado coherente y el estado gato de Schrödinger se hicieron simulaciones para diferentes valores de α y se concluye que este actúa como una amplitud, es decir, el valor del número promedio de fotones cambia dependiendo del valor de α , pero su comportamiento es el mismo sin importar el valor.

2.2.6. Estados enredados

Se considera un estado enredado de la siguiente forma

$$|\psi^{(+)}\rangle = \frac{1}{2} (\hat{a}_p^{\dagger 2} + \hat{a}_q^{\dagger 2}) |00\rangle, \quad (2.120)$$

con el fin de calcular el número promedio de fotones se usa la ecuación 1.3, sustituyendo el estado da como resultado

$$N_j = \langle 00 | \frac{1}{2}(a_p^2 + a_q^2)a_j^\dagger a_j \frac{1}{2}(a_p^{\dagger 2} + a_q^{\dagger 2}) | 00 \rangle, \quad (2.121)$$

desarrollando el producto y sustituyendo la solución propuesta $a_j(z) = \sum_l U_{j,l} a_l$

$$\begin{aligned} N_j = & \frac{1}{4} \langle 00 | \left(a_p^2 \sum_l U_{m,l} a_l^\dagger \sum_l U_{j,l}^* a_l a_p^{\dagger 2} + a_q^2 \sum_l U_{j,l} a_l^\dagger \sum_l U_{j,l}^* a_l a_p^{\dagger 2} \right. \\ & \left. + a_p^2 \sum_l U_{j,l} a_l^\dagger \sum_l U_{j,l}^* a_l a_q^{\dagger 2} + a_q^2 \sum_l U_{j,l} a_l^\dagger \sum_l U_{j,l}^* a_l a_q^{\dagger 2} \right) | 00 \rangle, \end{aligned}$$

se desarrollan las sumas, pero se toma en cuenta que los únicos valores diferentes de cero son aquellos en donde incidieron los fotones p y q . Desarrollando los productos y aplicando los operadores de creación y aniquilación correspondientes, el número promedio de fotones se escribe

$$N_j = |U_{j,p}|^2 + |U_{j,q}|^2. \quad (2.122)$$

La ecuación 2.122, representa el número promedio de fotones para los estados enredados $|\psi^{(+)}\rangle$ y $|\psi^{(-)}\rangle$. Esta ecuación es la misma que la ecuación 2.34, para el estado NOON. Por lo tanto las gráficas correspondientes al número promedio de fotones para estos estados enredados, son las mismas que las que se muestran en la figura 2.30 para el estado NOON.

La función de correlación fotón-fotón se calcula con la ecuación 1.7, por lo que para el estado $|\psi^{(+)}\rangle$ se escribe de la forma

$$\Gamma_{m,n} = \langle 00 | \frac{1}{2}(\hat{a}_p^2 + \hat{a}_q^2)\hat{a}_m^\dagger \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_n \hat{a}_m \frac{1}{2}(\hat{a}_p^{\dagger 2} + \hat{a}_q^{\dagger 2}) | 00 \rangle, \quad (2.123)$$

desarrollando el producto y sustituyendo la solución propuesta $\hat{a}_m(z) = \sum_l U_{m,l} \hat{a}_l$ y

$\hat{a}_n(z) = \sum_l U_{n,l} \hat{a}_l$ se obtiene

$$\begin{aligned} \Gamma_{m,n} = & \frac{1}{4} \langle 00 | \left(\hat{a}_p^2 \sum_l U_{m,l} \hat{a}_l^\dagger \sum_l U_{n,l} \hat{a}_l^\dagger \sum_l U_{n,l}^* \hat{a}_l \sum_l U_{m,l}^* \hat{a}_l \hat{a}_p^{\dagger 2} \right. \\ & + \hat{a}_q^2 \sum_l U_{m,l} \hat{a}_l^\dagger \sum_l U_{n,l} \hat{a}_l^\dagger \sum_l U_{n,l}^* \hat{a}_l \sum_l U_{m,l}^* \hat{a}_l \hat{a}_p^{\dagger 2} \\ & + \hat{a}_p^2 \sum_l U_{m,l} \hat{a}_l^\dagger \sum_l U_{n,l} \hat{a}_l^\dagger \sum_l U_{n,l}^* \hat{a}_l \sum_l U_{m,l}^* \hat{a}_l \hat{a}_q^{\dagger 2} \\ & \left. + \hat{a}_q^2 \sum_l U_{m,l} \hat{a}_l^\dagger \sum_l U_{n,l} \hat{a}_l^\dagger \sum_l U_{n,l}^* \hat{a}_l \sum_l U_{m,l}^* \hat{a}_l \hat{a}_q^{\dagger 2} \right) |00\rangle, \end{aligned}$$

se desarrollan las sumas, pero se toma en cuenta que los únicos valores diferentes de cero son aquellos en donde incidieron los fotones p y q . Desarrollando los productos y aplicando los operadores de creación y aniquilación correspondientes, la función de correlación fotón-fotón se escribe

$$\begin{aligned} \Gamma_{m,n} = & \frac{1}{4} \left(4U_{m,p}U_{n,p}U_{n,p}^*U_{m,p}^* + 4U_{m,p}U_{n,p}U_{n,q}^*U_{m,q}^* \right. \\ & \left. + 4U_{m,q}U_{n,q}U_{n,p}^*U_{m,p}^* + 4U_{m,q}U_{n,q}U_{n,q}^*U_{m,q}^* \right), \end{aligned}$$

como $UU^* = |U|^2$ la función de correlación fotón-fotón se puede escribir de la forma

$$\begin{aligned} \Gamma_{m,n} = & |U_{m,p}U_{n,p} + U_{m,q}U_{n,q}|^2 - U_{m,p}U_{n,p}U_{m,q}^*U_{n,q}^* - U_{m,p}^*U_{n,p}^*U_{m,q}U_{n,q} \\ & + U_{m,p}U_{n,p}U_{n,q}^*U_{m,q}^* + U_{m,q}U_{n,q}U_{n,p}^*U_{m,p}^*, \end{aligned}$$

por lo tanto la función de correlación fotón-fotón para el estado $|\psi^{(+)}\rangle$ es

$$\Gamma_{m,n} = |U_{n,p}U_{m,p} + U_{n,q}U_{m,q}|^2, \quad (2.124)$$

la función de correlación fotón-fotón cuando se inciden en las guías $p = 1$ y $q = 0$ es

$$\Gamma_{m,n} = |U_{n,1}U_{m,1} + U_{n,0}U_{m,0}|^2, \quad (2.125)$$

en la figura 2.35 se muestra la gráfica la ecuación 2.125 para un total de 21 guías, como en el arreglo del artículo [15], cuando los fotones inciden en las guías $p = 1$ y $q = 0$, con $J = 1 \text{ cm}^{-1}$ y $z = 5 \text{ cm}$.

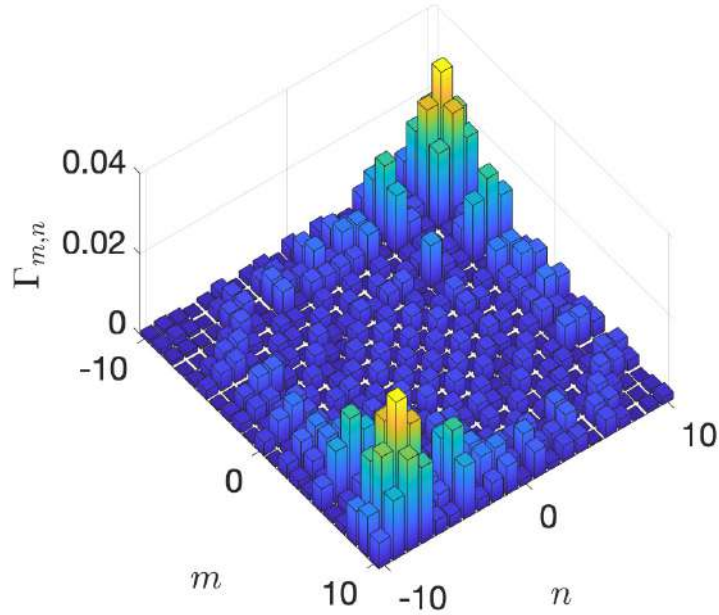


Figura 2.35: Función de correlación fotón-fotón para un estado enredado $|\psi^{(+)}\rangle$, incidiendo en las guías $p = 0$ y $q = 1$.

En dicha figura se muestra que los fotones, que incidieron en guías situadas en el centro y contiguas, una vez que se propagan en el espacio, tienen una mayor probabilidad de encontrarse en las guías de los extremos.

Si ahora se toma en cuenta la incidencia de un estado enredado con la forma

$$|\psi^{(-)}\rangle = \frac{1}{2}(\hat{a}_p^{\dagger 2} - \hat{a}_q^{\dagger 2})|00\rangle, \quad (2.126)$$

la función de correlación fotón-fotón se calcula con la ecuación 1.7, de tal forma que para este estado se escribe

$$\Gamma_{m,n} = \langle 00 | \frac{1}{2}(\hat{a}_p^2 - \hat{a}_q^2) \hat{a}_m^{\dagger} \hat{a}_n^{\dagger} \hat{a}_n \hat{a}_m \frac{1}{2}(\hat{a}_p^{\dagger 2} - \hat{a}_q^{\dagger 2}) | 00 \rangle, \quad (2.127)$$

desarrollando el producto y sustituyendo la solución propuesta $\hat{a}_m(z) = \sum_l U_{m,l} \hat{a}_l$ y

$\hat{a}_n(z) = \sum_l U_{n,l} \hat{a}_l$ se obtiene

$$\begin{aligned} \Gamma_{m,n} = & \frac{1}{4} \langle 00 | \left(\hat{a}_p^2 \sum_l U_{m,l} \hat{a}_l^\dagger \sum_l U_{n,l} \hat{a}_l^\dagger \sum_l U_{n,l}^* \hat{a}_l \sum_l U_{m,l}^* \hat{a}_l \hat{a}_p^{\dagger 2} \right. \\ & - \hat{a}_q^2 \sum_l U_{m,l} \hat{a}_l^\dagger \sum_l U_{n,l} \hat{a}_l^\dagger \sum_l U_{n,l}^* \hat{a}_l \sum_l U_{m,l}^* \hat{a}_l \hat{a}_p^{\dagger 2} \\ & - \hat{a}_p^2 \sum_l U_{m,l} \hat{a}_l^\dagger \sum_l U_{n,l} \hat{a}_l^\dagger \sum_l U_{n,l}^* \hat{a}_l \sum_l U_{m,l}^* \hat{a}_l \hat{a}_q^{\dagger 2} \\ & \left. + \hat{a}_q^2 \sum_l U_{m,l} \hat{a}_l^\dagger \sum_l U_{n,l} \hat{a}_l^\dagger \sum_l U_{n,l}^* \hat{a}_l \sum_l U_{m,l}^* \hat{a}_l \hat{a}_q^{\dagger 2} \right) |00\rangle, \end{aligned}$$

desarrollando las sumas, considerando que los fotones inciden en las guías p y q y aplicando los operadores de creación y aniquilación correspondientes da como resultado

$$\begin{aligned} \Gamma_{m,n} = & \frac{1}{4} \left(4U_{m,p}U_{n,p}U_{n,p}^*U_{m,p}^* - 4U_{m,p}U_{n,p}U_{n,q}^*U_{m,q}^* \right. \\ & \left. - 4U_{m,q}U_{n,q}U_{n,p}^*U_{m,p}^* + 4U_{m,q}U_{n,q}U_{n,q}^*U_{m,q}^* \right), \end{aligned}$$

como $UU^* = |U|^2$ la función de correlación fotón-fotón se puede escribir de la forma

$$\begin{aligned} \Gamma_{m,n} = & |U_{m,p}U_{n,p} + U_{m,q}U_{n,q}|^2 - U_{m,p}U_{n,p}U_{m,q}^*U_{n,q}^* - U_{m,p}^*U_{n,p}^*U_{m,q}U_{n,q} \\ & - U_{m,p}U_{n,p}U_{n,q}^*U_{m,q}^* - U_{m,q}U_{n,q}U_{n,p}^*U_{m,p}^*, \end{aligned}$$

por lo tanto la función de correlación fotón-fotón para este estado se escribe

$$\Gamma_{m,n} = |U_{m,p}U_{n,p} + U_{m,q}U_{n,q}|^2 - 2(U_{m,p}U_{n,p}U_{m,q}^*U_{n,q}^* + U_{m,p}^*U_{n,p}^*U_{m,q}U_{n,q}), \quad (2.128)$$

la función de correlación fotón-fotón cuando se incide en las guías $p = -1$ y $q = 1$ es

$$\Gamma_{m,n} = |U_{m,1}U_{n,1} + U_{m,-1}U_{n,-1}|^2 - 2(U_{m,1}U_{n,1}U_{m,-1}^*U_{n,-1}^* + U_{m,1}^*U_{n,1}^*U_{m,-1}U_{n,-1}).$$

En la figura 2.36 se muestra la gráfica para la función de correlación del estado $|\psi^{(-)}\rangle$, en donde se consideró un sistema de 21 guías y se incidieron los fotones en las guías $p = -1$ y $q = 1$; con $J = 1 \text{ cm}^{-1}$ y $z = 5 \text{ cm}$.

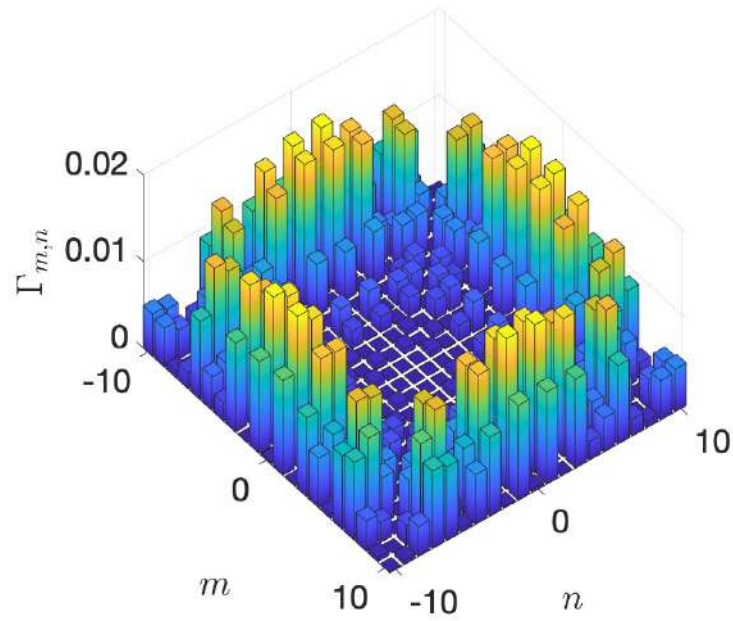


Figura 2.36: Función de correlación fotón-fotón para un estado enredado $|\psi^{(-)}\rangle$, incidiendo en las guías $p = -1$ y $q = 1$.

En dicha figura se ilustra que para este estado y el caso en que los fotones inciden en las guías -1 y 1 , hay una mayor probabilidad de encontrar a los fotones en las guías centrales.

Capítulo 3

Inclusión de defectos

Anteriormente consideramos dos acoplamientos diferentes, el parabólico y el constante, estos sistemas no contenían defectos. Los defectos para el sistema de guías de onda con acoplamiento constante se pueden introducir como un cambio en el acoplamiento de una guía en específico [3]. El acoplamiento entre guías depende del índice de refracción, tamaño de las guías y la separación entre ellas, por lo que al variar cualquiera de estos factores se puede obtener diferentes valores del acoplamiento, si el tamaño de las guías y su índice de refracción se mantiene constante, el valor del acoplamiento J puede depender únicamente de la distancia entre las guías [51]. Considerando la guía central como la guía en la que está el defecto, el acoplamiento para esta guía se escribe

$$C(l) = J + \Delta c, \quad (3.1)$$

a estos defectos se les conoce como defectos fuera de la diagonal. Estos se dividen en dos, cuando $\Delta c > 0$ se le conoce como defecto atractivo fuera de la diagonal y cuando $\Delta c < 0$ se le conoce como defecto repulsivo fuera de la diagonal.

Al igual que para el acoplamiento constante, el cambio es con respecto a la propagación z , por lo que la amplitud se escribe de la forma $U_{j,l}$. Por lo que las ecuaciones a resolver son

$$i\dot{U}_{1,l} = C(1)U_{2,l} \quad (3.2)$$

$$i\dot{U}_{j,l} = C(j-1)U_{j-1,l} + C(j)U_{j+1,l} \quad (3.3)$$

$$i\dot{U}_{N,l} = C(N-1)U_{N-1,l}, \quad (3.4)$$

con el defecto en la guía de incidencia l .

3.1. Estado de número

El estado de número de dos fotones se muestra en la ecuación 2.17, así como el número promedio de fotones está descrito por la ecuación 2.20. Solo es necesario recordar que en este caso el cambio es con respecto a la propagación z , por lo que el número promedio de fotones se escribe

$$N_j = 2|U_{j,l}|^2. \quad (3.5)$$

El número promedio de fotones contra el número de guía para un defecto repulsivo se muestra en la figura 3.1 para un total de 15 guías, incidiendo en la guía central, con $z = 10 \text{ cm}$, $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$ y un defecto de $\Delta c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$.

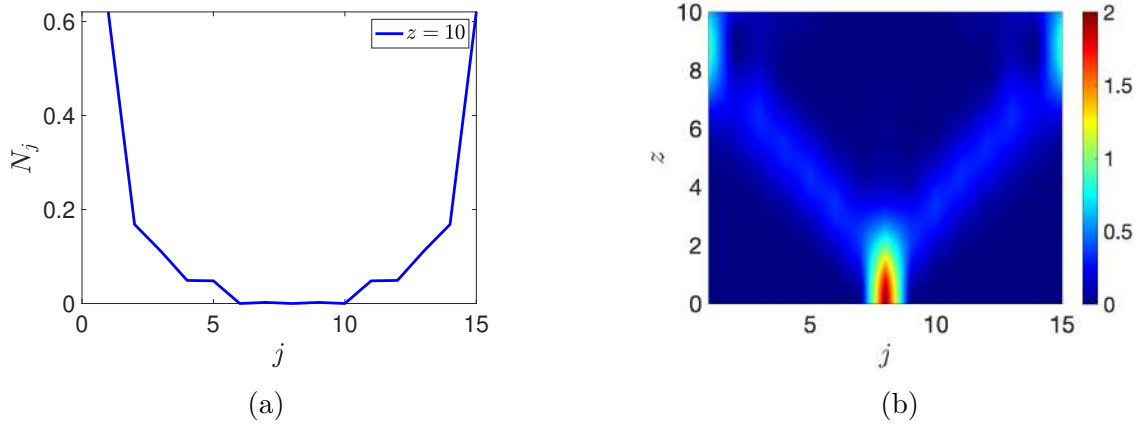


Figura 3.1: Número promedio de fotones N_j para el estado de número, considerando un defecto repulsivo con $\Delta c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z .

En dicha figura se muestra cómo el número promedio de fotones tiene los máximos en las guías de los extremos, a diferencia del acoplamiento constante los fotones tienden a irse mas rápido a los extremos debido al defecto repulsivo. Para cuando el defecto es atractivo, el comportamiento se muestra en la figura 3.2 con $N = 15$, $l = 8$, $z = 10 \text{ cm}$, $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$ y $\Delta c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$. Este defecto atractivo provoca dos máximos cerca de la guía de incidencia, por lo que se corrobora que el valor esperado de fotones se encuentre cerca de estas guías.

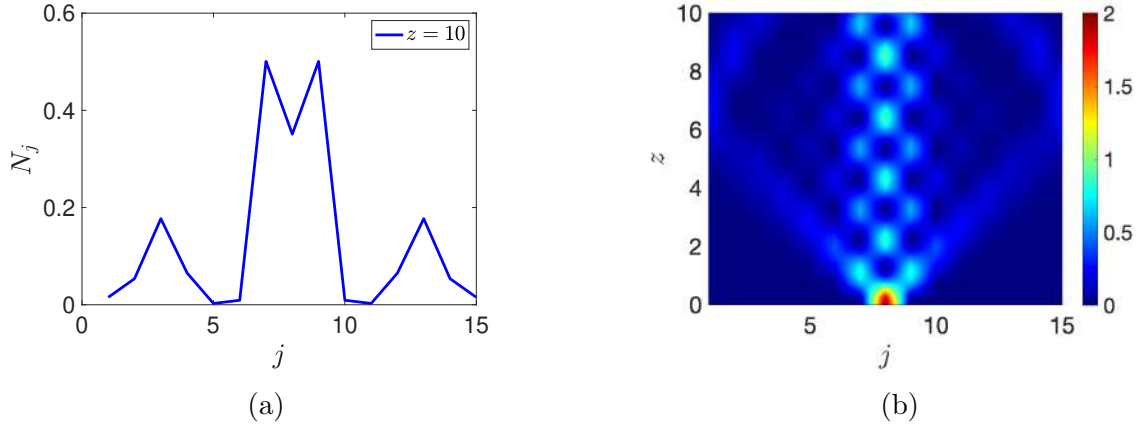


Figura 3.2: Número promedio de fotones N_j para el estado de número, considerando un defecto atractivo con $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z .

3.2. Estado NOON

El número promedio de fotones para el estado NOON se muestra en la ecuación 2.34. La inclusión de un defecto repulsivo en la guía central con un valor de $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$, $N = 15$, $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$, $p = 7$ y $q = 9$ se observa en la figura 3.3.

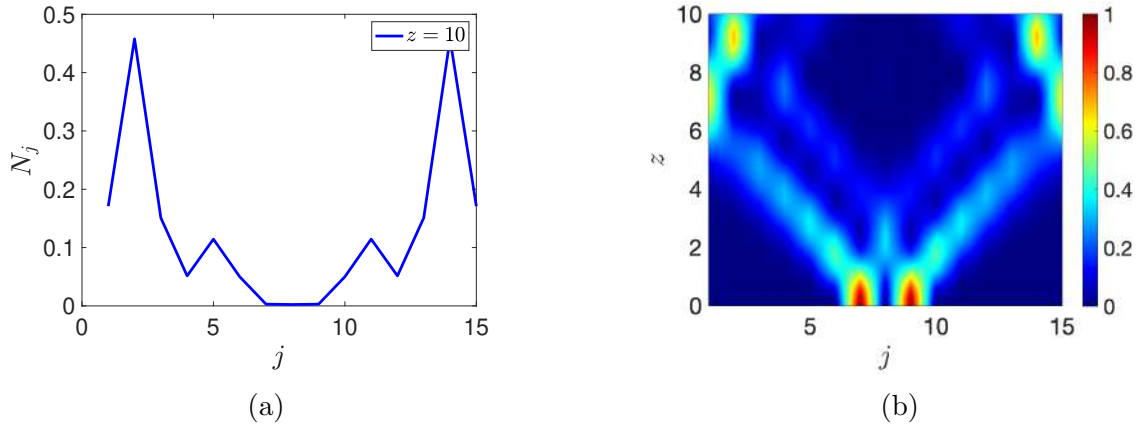


Figura 3.3: Número promedio de fotones N_j para el estado NOON, considerando un defecto repulsivo con $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z .

En dicha figura se muestra cómo los fotones tienden a alejarse de la guía de incidencia, el defecto repulsivo provoca que se alejen más rápido y el número promedio de fotones en las guías centrales sea cero. Para conocer cómo afecta el defecto repulsivo a la posición de fotones en el sistema de guías de onda, se calcula la función de

correlación fotón-fotón, para el estado NOON la función de correlación está dada por la ecuación 2.43. Las gráficas de la función de correlación para el estado NOON se muestran en la figura 3.4, con $N = 15$, $p = 7$, $q = 9$, $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$ y dos valores diferentes del cambio en el acoplamiento.

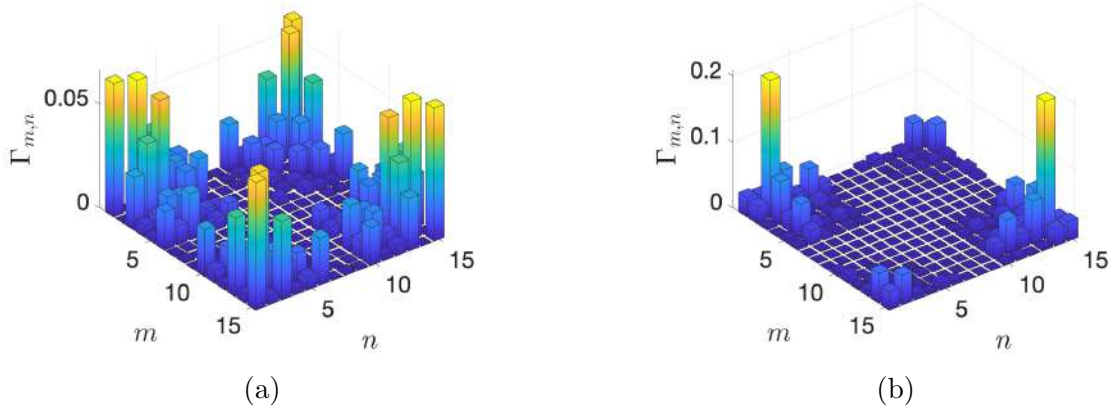


Figura 3.4: Función de correlación fotón-fotón para el estado NOON considerando un defecto repulsivo en la guía central. (a) El defecto tiene un valor de $\Delta_c = -0.2 \text{ cm}^{-1}$. (b) El defecto tiene un valor $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$.

En dicha figura se muestra cómo los fotones tienden a colocarse en las guías de los extremos, conforme aumenta el acoplamiento la probabilidad de encontrarlos en los extremos del sistema de guías es mayor, esto se corroboró al simular con diferentes valores del defecto, en dicha figura solo se muestran dos valores del defecto repulsivo, pero es suficiente para observar este fenómeno.

En la figura 3.5 se muestra el número promedio de fotones para el estado NOON, cuando se considera un defecto atractivo en la guía central con un valor de $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$, $N = 15$, $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$, $p = 7$ y $q = 9$.

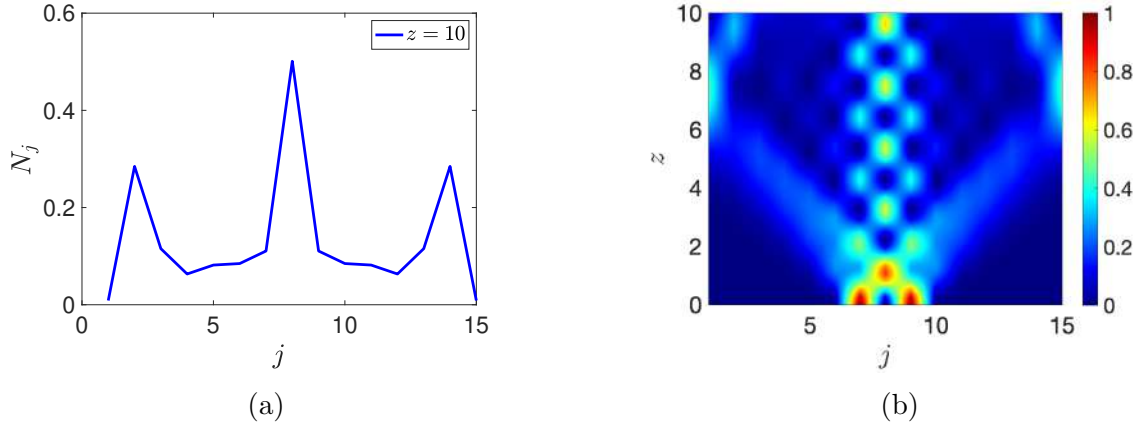


Figura 3.5: Número promedio de fotones N_j para el estado NOON, considerando un defecto atractivo con $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z .

En dicha figura se observa que después de que los fotones se han propagado $z = 10 \text{ cm}$, el número promedio de fotones tiene un pico en la guía central debido al defecto atractivo, por lo que en presencia del defecto atractivo los fotones tienden a quedarse en la guía central. La gráfica de la función de correlación fotón-fotón considerando un defecto atractivo en la guía central, se muestra en la figura 3.6, con $N = 15$, $p = 7$, $q = 9$, $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$ y dos valores diferentes del cambio en el acoplamiento. En dicha figura se observa cómo la probabilidad de encontrar a los fotones en la guía central crece, conforme crece el acoplamiento en dicha guía.

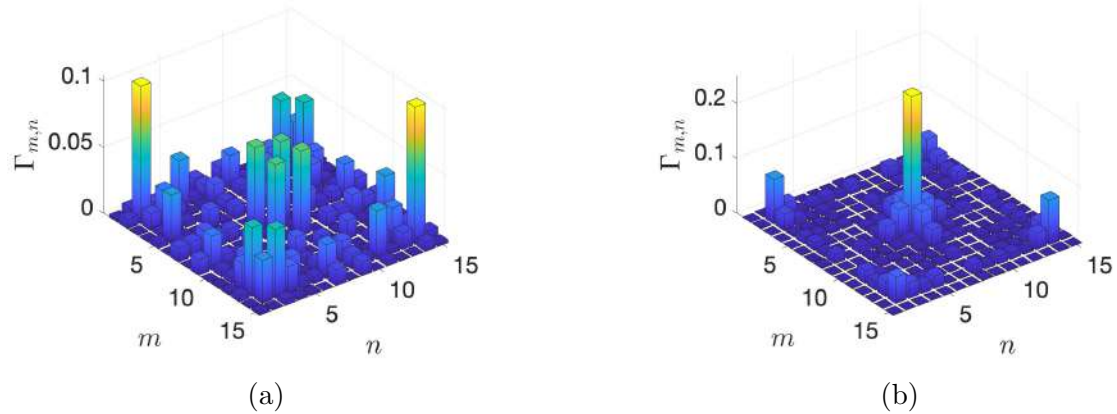


Figura 3.6: Función de correlación fotón-fotón para el estado NOON, considerando un defecto atractivo en la guía central. (a) El defecto tiene un valor de $\Delta_c = 0.2 \text{ cm}^{-1}$. (b) El defecto tiene un valor $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$.

3.3. Estado comprimido

El número promedio de fotones para el estado comprimido se muestra en la ecuación 2.50. Las gráficas para el número promedio de fotones considerando un defecto repulsivo en la guía central con un valor de $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$ se muestran en la figura 3.7, con $N = 15$, $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$, $l = 8$ y $r = 1.15$.

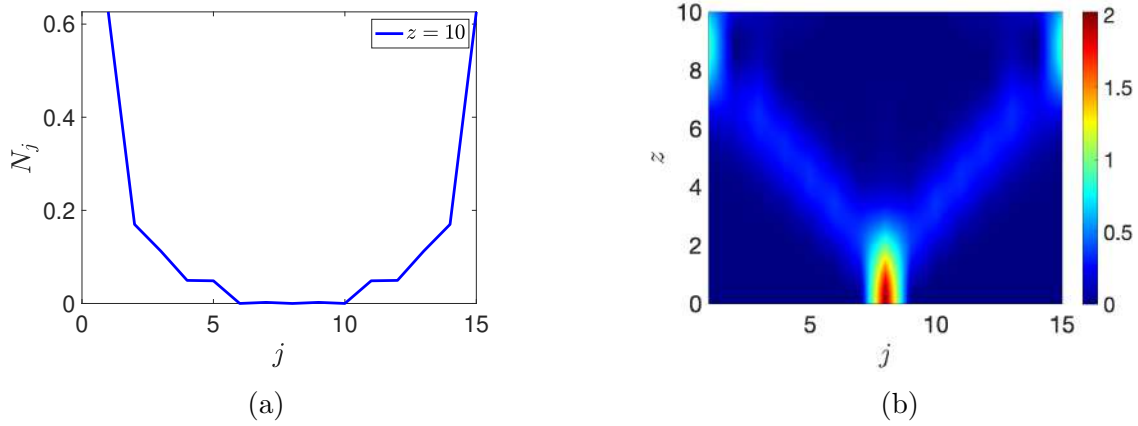


Figura 3.7: Número promedio de fotones N_j para el estado comprimido, considerando un defecto repulsivo con $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z .

En dicha figura se ilustra cómo una vez que los fotones inciden en el sistema de guías, tienden a irse a las guías de los extremos debido al defecto repulsivo. Para el caso del defecto atractivo en la guía central para el estado comprimido con un valor de $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$, $N = 15$, $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$, $l = 8$ y $r = 1.15$, los resultados se muestran en la figura 3.8. En dicha figura se muestra cómo el número promedio de fotones es máximo en las guías 7 y 9; si quisiéramos que este número fuera máximo en la guía 8, se requeriría un acoplamiento mayor en la guía central.

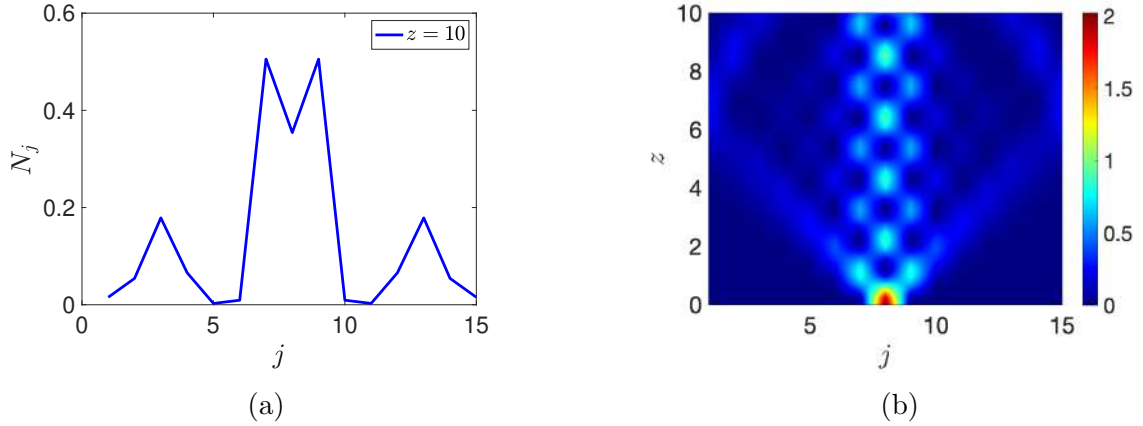


Figura 3.8: Número promedio de fotones N_j para el estado comprimido, considerando un defecto atractivo con $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z .

3.4. Estado coherente

El número promedio de fotones para el estado coherente está descrito por la ecuación 2.66. Las gráficas para el número promedio de fotones considerando un defecto repulsivo en la guía central con un valor de $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$, $N = 15$, $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$, $l = 8$ y $\alpha = \sqrt{2}$; se muestran la figura 3.9.

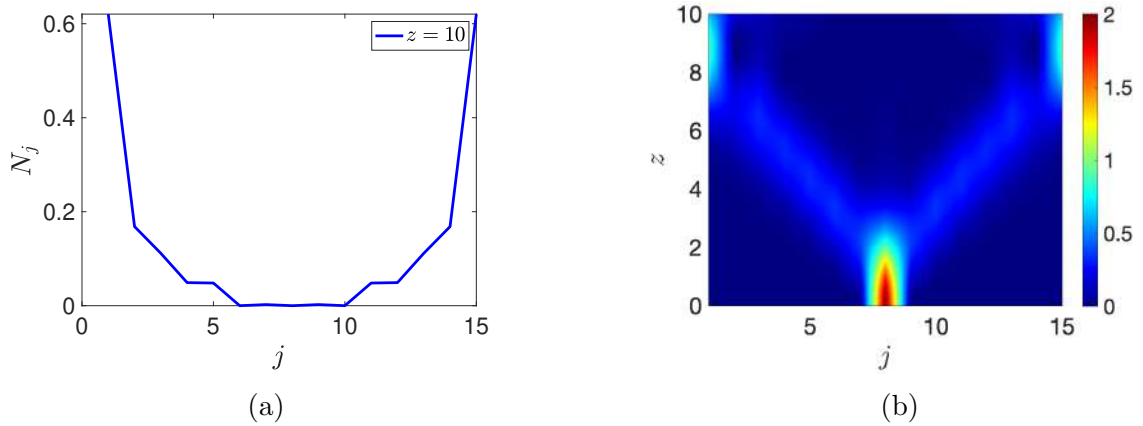


Figura 3.9: Número promedio de fotones N_j para el estado coherente, considerando un defecto repulsivo con $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z .

En dicha figura se observa un comportamiento similar al del estado comprimido, los fotones tienden a irse a las guías de los extremos debido al defecto repulsivo. En la figura 3.10 se muestra el caso del defecto atractivo en la guía central para el estado

coherente con un valor de $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$, $N = 15$, $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$, $l = 8$ y $\alpha = \sqrt{2}$. En dicha figura se observan máximos en las guías 7 y 9, lo que indica que los fotones tienden a quedarse en las guías centrales por este defecto atractivo.

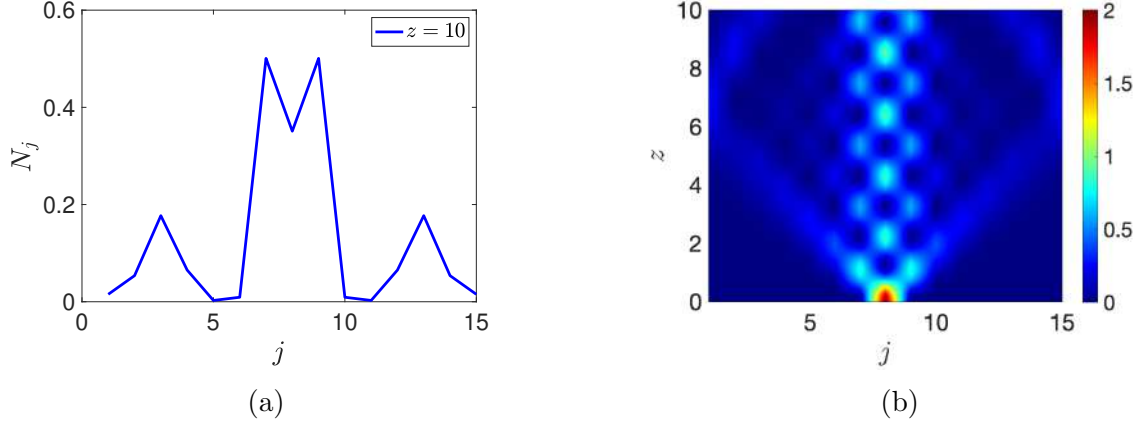


Figura 3.10: Número promedio de fotones N_j para el estado coherente, considerando un defecto atractivo con $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z .

3.5. Estado gato de Schrödinger

El número promedio de fotones para el estado gato de Schrödinger se muestra en la ecuación 2.84. En la figura 3.11 se muestran las gráficas para el número promedio de fotones considerando un defecto repulsivo en la guía central con un valor de $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$, con $N = 15$, $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$, $l = 8$, $\phi = \frac{\pi}{4}$ y $\alpha = \sqrt{2}$.

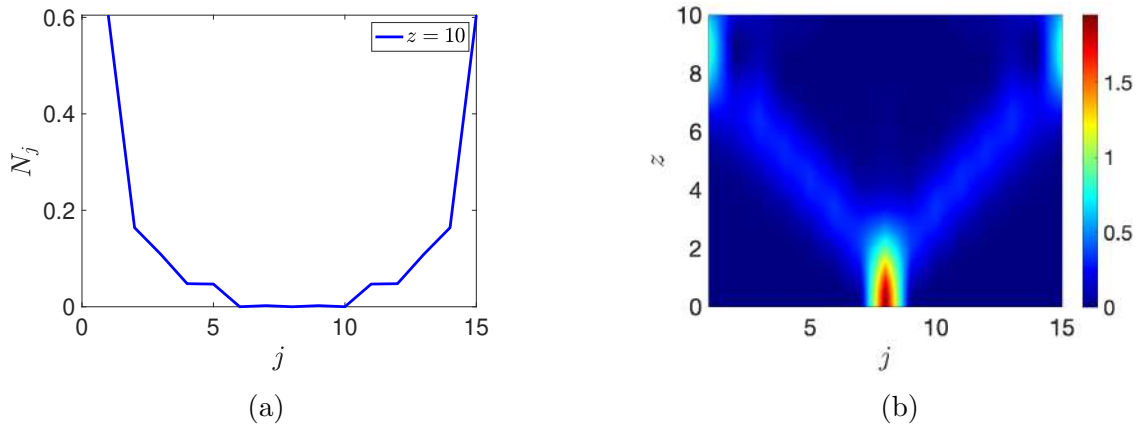


Figura 3.11: Número promedio de fotones N_j para el estado gato de Schrödinger, considerando un defecto repulsivo con $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z .

En dicha figura se observa cómo los fotones tienden a irse a las guías de las orillas debido al defecto repulsivo. El caso del defecto atractivo en la guía central se muestra en la figura 3.12, con $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$, $N = 15$, $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$, $l = 8$ y $\alpha = \sqrt{2}$. En dicha figura se muestra cómo los fotones tienden a quedarse en las guías centrales por el defecto atractivo. De esta forma se demuestra que para el estado gato de Schrödinger los defectos se comportan de manera similar que para los demás estados estudiados.

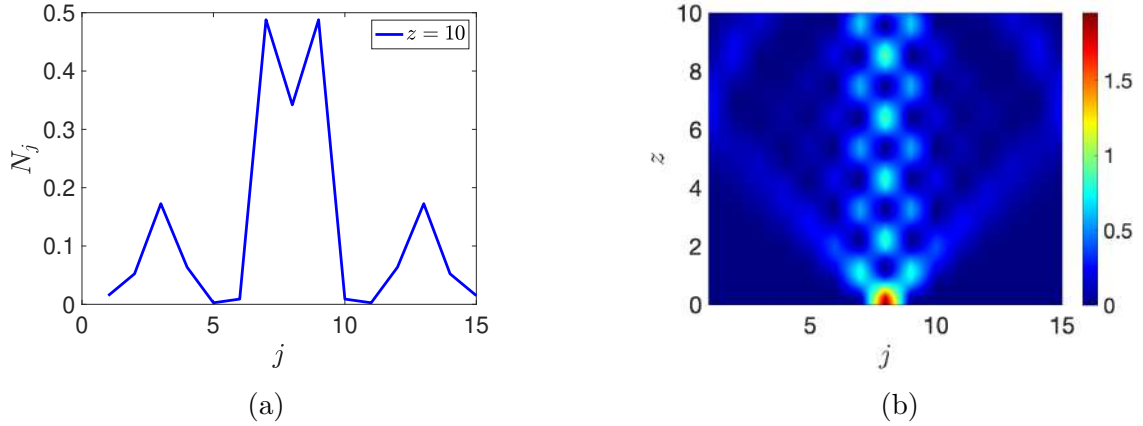


Figura 3.12: Número promedio de fotones N_j para el estado gato de Schrödinger, considerando un defecto atractivo con $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z .

3.6. Estados enredados

El número promedio de fotones para estos estados enredados está descrito por la ecuación 2.122. Al igual que para el acoplamiento constante, el número promedio de fotones para estos estados enredados resulta ser igual al número promedio de fotones para el estado NOON, por lo tanto se omite en esta sección y se remite a las figuras 3.3 y 3.5.

La función de correlación fotón-fotón para el estado enredado $|\psi^{(+)}\rangle = \frac{1}{2}(\hat{a}_p^{\dagger 2} + \hat{a}_q^{\dagger 2})|00\rangle$, se muestra en la ecuación 2.124. La función de correlación fotón-fotón para este estado resulta ser la misma que para el estado NOON, por lo tanto, también se remite a la figura 3.4 para el defecto repulsivo y a la figura 3.6 para el defecto atractivo.

Cabe resaltar que para el estado $|\psi^{(-)}\rangle = \frac{1}{2}(\hat{a}_p^{\dagger 2} - \hat{a}_q^{\dagger 2})|00\rangle$, la función de correlación fotón-fotón descrita en la ecuación 2.2.6 muestra un comportamiento diferente al estado NOON, tanto cuando se introducen defectos atractivos, como repulsivos. En

la figura 3.13 se muestra la función de correlación con un defecto repulsivo en la guía 8, para un total de 15 guías, los fotones inciden en las guías $p = 7$ y $q = 9$, $z = 10$ cm y $J = 0.61$ cm^{-1} . En esta figura se observa cómo los fotones tienden a irse a las guías de las orillas, cuando el valor del defecto aumenta los fotones tienen una mayor probabilidad de estar en las guías de los extremos.

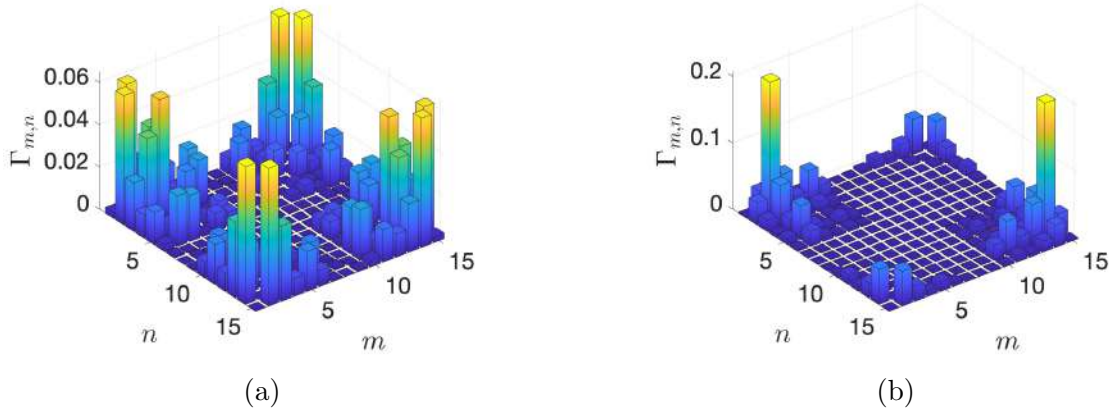


Figura 3.13: Función de correlación fotón-fotón para el estado $|\psi^{(-)}\rangle$ considerando un defecto repulsivo en la guía central. (a) El defecto tiene un valor de $\Delta_c = -0.2$ cm^{-1} . (b) El defecto tiene un valor $\Delta_c = -0.5$ cm^{-1} .

Para un defecto atractivo, la función de correlación contra el número de guías se muestra en la figura 3.14. En esta figura se observa cómo los fotones tienden a colocarse en una guía central, pero alejados entre ellos; conforme aumenta el defecto, la probabilidad de encontrar a los fotones en las guías de las orillas aumenta. Por lo tanto para este estado, los fotones no se encuentran en el centro del sistema de guías, sino que se alejan entre sí.

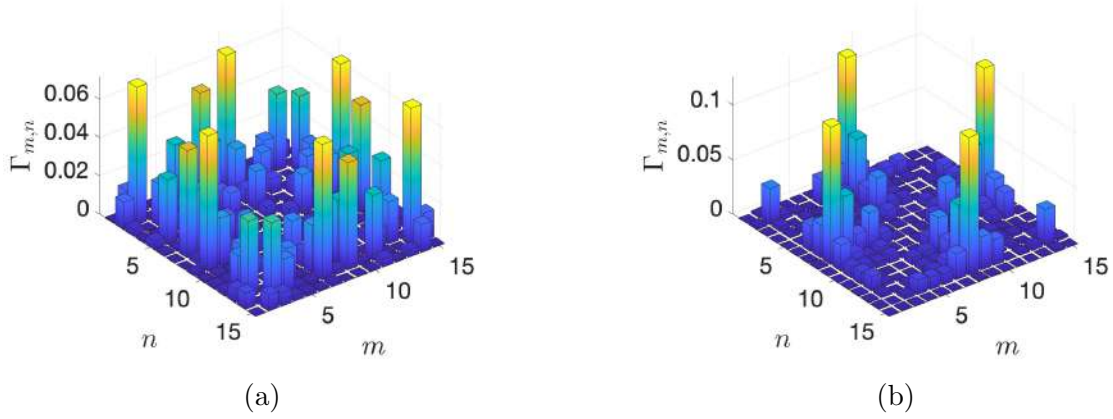


Figura 3.14: Función de correlación fotón-fotón para el estado $|\psi^{(-)}\rangle$ considerando un defecto atractivo en la guía central. (a) El defecto tiene un valor de $\Delta_c = 0.2 \text{ cm}^{-1}$. (b) El defecto tiene un valor $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$.

3.7. Inclusión de defectos en diferentes guías

Se puede considerar un mayor número de defectos en el sistema de guías de onda, para este caso se tomaron en cuenta tres diferentes situaciones, cuando hay tres defectos en el arreglo de guías, cuando hay siete y cuando todas las guías incluyen defectos. Esto se investigó en todos los estados estudiados, sin embargo dado que los resultados son similares para los diferentes estados, únicamente se muestran los resultados de incluir estos defectos para el estado coherente.

En la figura 3.15 se muestra el caso en que el arreglo de guías de onda presenta defectos repulsivos en tres guías diferentes con valores de $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$, para un sistema total de 15 guías, incidiendo los fotones en la guía $l = 8$, con $J = 0.61 \text{ cm}^{-1}$ y $\alpha = \sqrt{2}$. En esta figura se observa que los fotones tienden a irse hacia las orillas debido al defecto repulsivo, pero al llegar a las guías 4 y 12 se encuentran con otro defecto repulsivo que los hace regresar a las guías centrales.

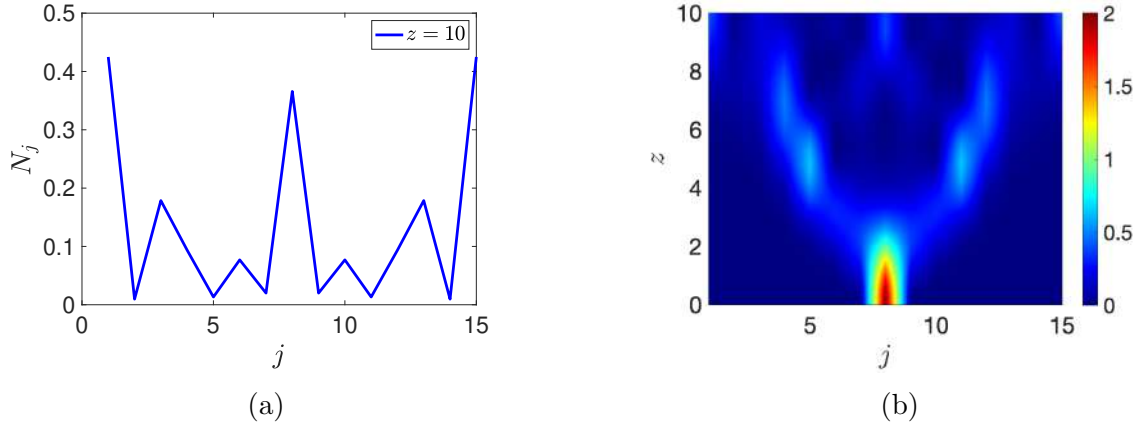


Figura 3.15: Número promedio de fotones N_j para el estado coherente, considerando tres defectos repulsivos en las guías 4, 8 y 12; con el valor de $\Delta_c = -0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z .

Ahora se consideran tres guías con un defecto atractivo con los parámetros de la figura anterior. Se muestra en la figura 3.16 que los defectos atractivos colocados en las guías 4 y 12 generan un efecto atractivo en los fotones, a tal grado que los máximos están situados en estas guías.

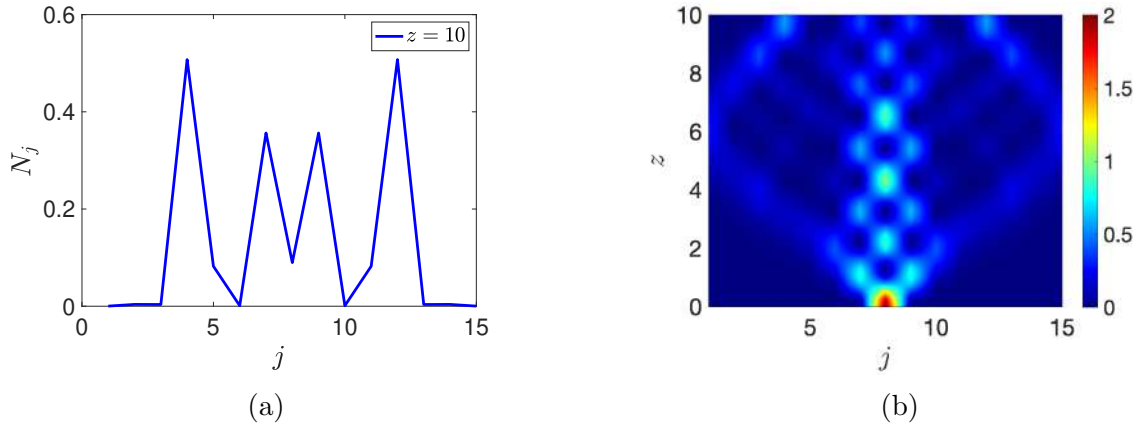


Figura 3.16: Número promedio de fotones N_j para el estado coherente, considerando tres defectos atractivos en las guías 4, 8 y 12 con el valor de $\Delta_c = 0.5 \text{ cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10 \text{ cm}$. (b) N_j variando j y z .

En la figura 3.17 se muestra el número promedio de fotones para el caso de un sistema de guías con siete defectos repulsivos con los mismos parámetros que se consideraron en el caso anterior. En esta figura se observa cómo los defectos repulsivos que se agregaron hacen que los fotones no se vayan a las guías de los extremos, actuando de forma similar a un defecto atractivo en la guía de incidencia.

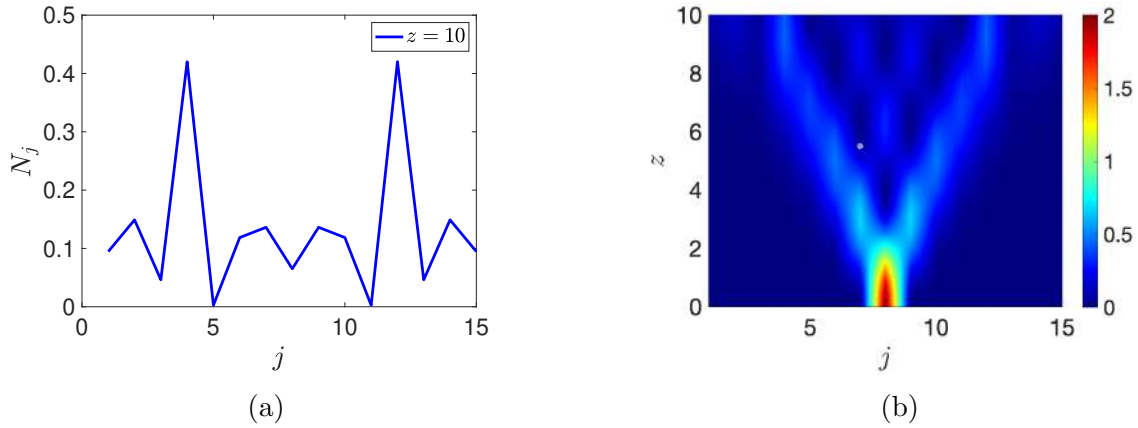


Figura 3.17: Número promedio de fotones N_j para el estado coherente, considerando siete defectos repulsivos en las guías 1, 4, 6, 8, 10, 12 y 15; con el valor de $\Delta_c = -0.5cm^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10$ cm. (b) N_j variando j y z .

En la figura 3.18 se muestra el caso de siete defectos atractivos con los mismos valores de los casos anteriores. En esta figura se ilustra cómo los fotones tienden a irse hacia las guías de las orillas, ya que se ven atraídos hacia ellas, de esta forma la imagen tiene cierto parecido al caso en que el acoplamiento es constante.

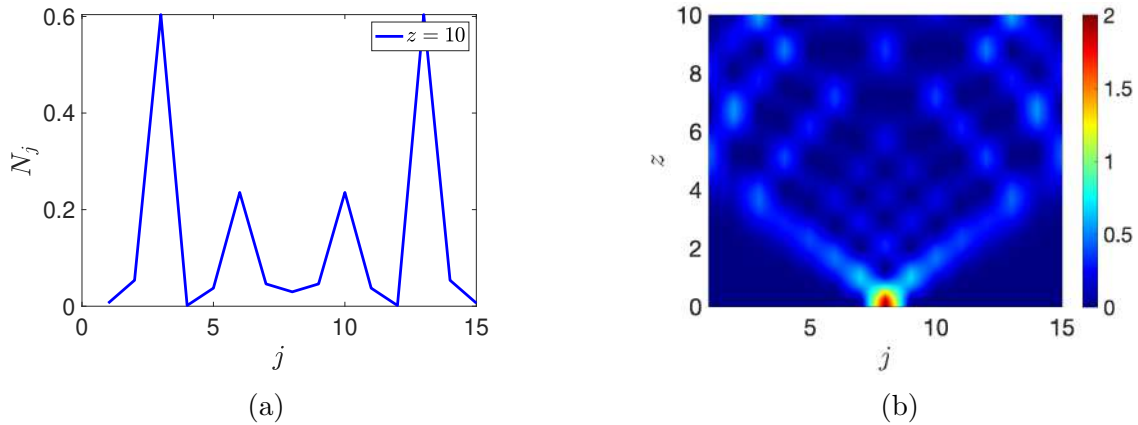


Figura 3.18: Número promedio de fotones N_j para el estado coherente, considerando siete defectos atractivos en las guías 1, 4, 6, 8, 10, 12 y 15; con el valor de $\Delta_c = 0.5cm^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10$ cm. (b) N_j variando j y z .

Ahora se considera el caso en que el defecto se encuentra en todas las guías. Esto se muestra en la figura 3.19 con un defecto repulsivo en cada una de las guías, lo cual actúa como un acoplamiento constante muy débil, por lo que los fotones no se alejan de la guía de incidencia.

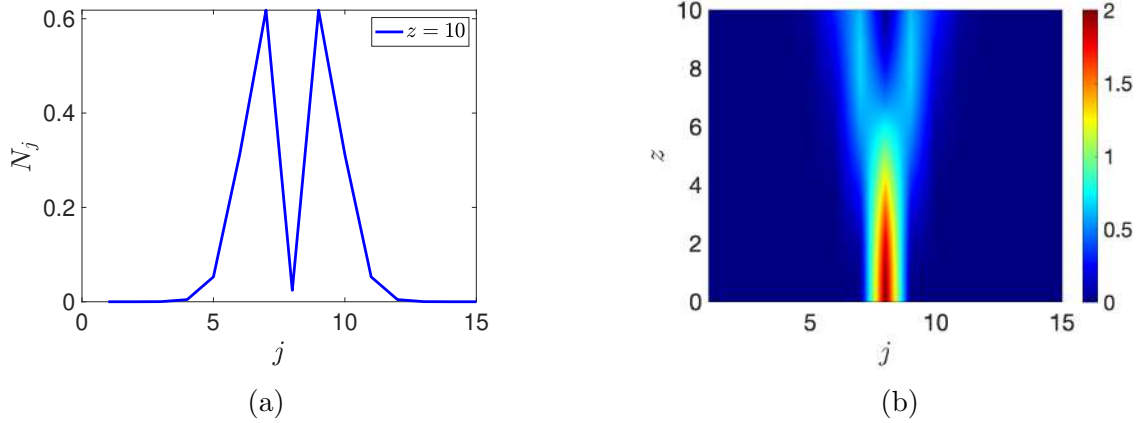


Figura 3.19: Número promedio de fotones N_j para el estado coherente, considerando los defectos repulsivos en todas las guías con $\Delta_c = -0.5\text{cm}^{-1}$. (a) N_j contra j para $z = 10$ cm. (b) N_j variando j y z .

El caso en que el efecto es atractivo en todas las guías se observa en la figura 3.20. En esta figura se observa que el defecto atractivo en todas las guías se puede considerar como un acoplamiento constante de gran valor, por lo mismo los fotones tienden a irse hacia las guías de los extremos. Entre más defectos se introducen en el sistema de guías, más se asemeja al sistema de acoplamiento constante.

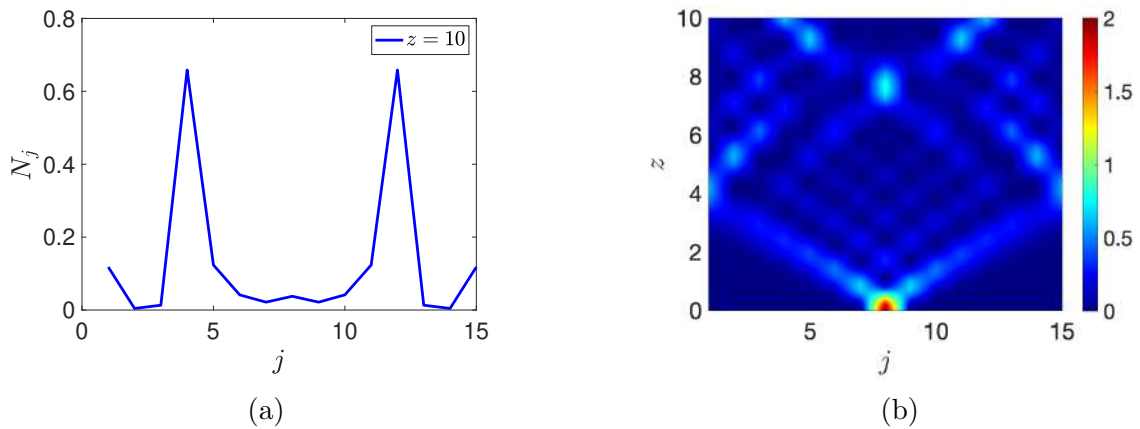


Figura 3.20: Número promedio de fotones N_j para el estado coherente, considerando defectos atractivos en todas las guías con $\Delta_c = 0.5\text{cm}^{-1}$ (a) N_j contra j para $z = 10$ cm. (b) N_j variando j y z .

Conclusión

En el presente trabajo se estudió la incidencia de luz no clásica a través de un sistema de guías de onda unidimensionales acopladas, con el fin de conocer si hay transferencia de estados perfecta se estudiaron y aplicaron el número promedio de fotones y la función de correlación fotón-fotón, así como la fidelidad.

A partir de los resultados obtenidos se logró demostrar que es posible la transferencia de estados perfecta cuando se considera el acoplamiento parabólico, para algunos de los estados estudiados. En algunos estados la transferencia de estados perfecta depende de si el número de guías es par o impar, por ejemplo, para el estado coherente, comprimido y gato de Schrödinger; es necesario que el número de guías sea impar. De igual manera para el acoplamiento parabólico se demostró la existencia de enredamiento entre los modos para el estado NOON, comprimido y gato de Schrödinger.

En el caso que el acoplamiento es constante en todas las guías, los fotones tienden a alejarse de la guía de incidencia, sin embargo, cuando estos llegan a las guías de los extremos tienden a regresar a las guías centrales. Entre mayor sea el valor del acoplamiento, los fotones se irán hacia las guías de los extremos mas rápido.

Se investigó también el caso donde las guías de onda presentan defectos, estos se pueden introducir al sistema como un cambio en la constante de acoplamiento de las guías, estos se pueden dividir en dos, el caso repulsivo y el caso atractivo. Se observó que para el caso repulsivo los fotones tienden a alejarse mas rápido de la guía de incidencia, mientras que para el caso atractivo los fotones tienden a quedarse en la guía de incidencia. Entre más aumente el número de defectos en el sistema de guías, la transferencia de estados se comportará como el caso de un acoplamiento constante, esto es debido a que al tener defectos en todas las guías con el mismo valor, el acoplamiento ya no sufre un cambio y se vuelve constante.

Bibliografía

- [1] J. M. Chen, X. Li, T. Nilson, and A. Strahler. Recent advances in geometrical optical modelling and its applications. *Remote Sensing Reviews*, 18(2-4):227–262, 2000.
- [2] D. Browne, S. Bose, F. Mintert, and M.S. Kim. From quantum optics to quantum technologies. *Progress in Quantum Electronics*, 54:2–18, 2017. Special issue in honor of the 70th birthday of Professor Sir Peter Knight FRS.
- [3] Y. Dou, L. Xu, B. Han, F. Bo, J. Xu, and G. Zhang. Quantum correlation of path-entangled two-photon states in waveguide arrays with defects. *AIP Advances*, 4(4):047117, 2014.
- [4] W. P. Schleich, K. S. Ranade, C. Anton, M. Arndt, M. Aspelmeyer, M. Bayer, G. Berg, T. Calarco, H. Fuchs, E. Giacobino, et al. Quantum technology: from research to application. *Applied Physics B*, 122(5):1–31, 2016.
- [5] T. Nagata, R. Okamoto, J. L. O’Brien, K. Sasaki, and S. Takeuchi. Beating the standard quantum limit with four-entangled photons. *Science*, 316(5825):726–729, 2007.
- [6] A. Politi, M. J. Cryan, J. G. Rarity, S. Yu, and J. L. O’Brien. Silica-on-silicon waveguide quantum circuits. *Science*, 320(5876):646–649, 2008.
- [7] J. Wang, F. Sciarrino, A. Laing, and M. G. Thompson. Integrated photonic quantum technologies. *Nature Photonics*, 14(5):273–284, 2020.
- [8] P. Zanardi and M. Rasetti. Noiseless quantum codes. *Phys. Rev. Lett.*, 79:3306–3309, Oct 1997.
- [9] Moody G., V. J. Sorger, Blumenthal D. J., P. W. Juodawlkis, W. Loh, C. Sorace-Agaskar, A. E. Jones, et al. 2022 roadmap on integrated quantum photonics. *Journal of Physics: Photonics*, 4(1):012501, jan 2022.

- [10] P. Türschmann, H. Le Jeannic, S. F. Simonsen, H. R. Haakh, S. Götzinger, V. Sandoghdar, P. Lodahl, and N. Rotenberg. Coherent nonlinear optics of quantum emitters in nanophotonic waveguides. *Nanophotonics*, 8(10):1641–1657, 2019.
- [11] B. M. Rodríguez-Lara. Propagation of nonclassical states of light through one-dimensional photonic lattices. *J. Opt. Soc. Am. B*, 31(4):878–881, Apr 2014.
- [12] B. E. A. Saleh and M. C. Teich. *Fundamentals of photonics*. John Wiley and sons, 2019.
- [13] M. Swain, A. Rai, M. K. Selvan, and P. K. Panigrahi. Single photon generation and non-locality of perfect w-state. *Journal of Optics*, 22(7):075202, jun 2020.
- [14] M. Swain and A. Rai. Non-classical light in a j x photonic lattice. *Journal of Optics*, 23(3):035202, 2021.
- [15] Y. Bromberg, Y. Lahini, R. Morandotti, and Y. Silberberg. Quantum and classical correlations in waveguide lattices. *Phys. Rev. Lett.*, 102:253904, Jun 2009.
- [16] D. J. Griffiths. *Introduction to Quantum Mechanics*. Pearson Education, Inc., 2 edition, 2005.
- [17] Yeong-Cherng Liang, Yu-Hao Yeh, P. E. M. F. Mendonça, R. Y. Teh, M. D. Reid, and P. D. Drummond. Quantum fidelity measures for mixed states. *Reports on Progress in Physics*, 82(7):076001, jun 2019.
- [18] M. A Nielsen and I. Chuang. *Quantum computation and quantum information*, 2002.
- [19] Y. Lahini, Y. Bromberg, D. N. Christodoulides, and Y. Silberberg. Quantum correlations in two-particle anderson localization. *Phys. Rev. Lett.*, 105:163905, Oct 2010.
- [20] R. Horodecki, P. Horodecki, M. Horodecki, and K. Horodecki. Quantum entanglement. *Rev. Mod. Phys.*, 81:865–942, Jun 2009.
- [21] A. Rai, G. S. Agarwal, and J. H. H. Perk. Transport and quantum walk of nonclassical light in coupled waveguides. *Phys. Rev. A*, 78(4):042304, 2008.
- [22] D. N. Klyshko. The nonclassical light. *Physics-Uspekhi*, 39(6):573, jun 1996.

- [23] J. Garrison and R. Chiao. *Quantum optics*. OUP Oxford, 2008.
- [24] A. M. Fox et al. *Quantum optics: an introduction*, volume 15. Oxford University Press, 2006.
- [25] D. M. Meekhof, C. Monroe, B. E. King, W. M. Itano, and D. J. Wineland. Generation of nonclassical motional states of a trapped atom. *Phys. Rev. Lett.*, 76:1796–1799, Mar 1996.
- [26] A. Ourjoumtsev, R. Tualle-Brouri, and P. Grangier. Quantum homodyne tomography of a two-photon fock state. *Phys. Rev. Lett.*, 96:213601, Jun 2006.
- [27] J. I. Cirac, R. Blatt, A. S. Parkins, and P. Zoller. Preparation of fock states by observation of quantum jumps in an ion trap. *Phys. Rev. Lett.*, 70:762–765, Feb 1993.
- [28] K. R. Brown, K. M. Dani, D. M. Stamper-Kurn, and K. B. Whaley. Deterministic optical fock-state generation. *Phys. Rev. A*, 67:043818, Apr 2003.
- [29] E. Waks, E. Diamanti, and Y. Yamamoto. Generation of photon number states. *New Journal of Physics*, 8(1):4, jan 2006.
- [30] R. J. Glauber. Coherent and incoherent states of the radiation field. *Phys. Rev.*, 131:2766–2788, Sep 1963.
- [31] R. J. Glauber. The quantum theory of optical coherence. *Phys. Rev.*, 130:2529–2539, Jun 1963.
- [32] J. R. Klauder and E. C. G. Sudarshan. *Fundamentals of quantum optics*. Courier Corporation, 2006.
- [33] B. Huttner, N. Imoto, N. Gisin, and T. Mor. Quantum cryptography with coherent states. *Phys. Rev. A*, 51:1863–1869, Mar 1995.
- [34] S. J. Van Enk and O. Hirota. Entangled coherent states: Teleportation and decoherence. *Phys. Rev. A*, 64:022313, Jul 2001.
- [35] O. Hirota, K. Kato, and D. Murakami. Effectiveness of entangled coherent state in quantum metrology, 2011.
- [36] D. F. Walls. Squeezed states of light. *Nature*, 306(5939):141–146, 1983.

- [37] A. I. Lvovsky. *Squeezed Light*, chapter 5, pages 121–163. John Wiley Sons, Ltd, 2015.
- [38] A. Furusawa, J. L. Sørensen, S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble, and E. S. Polzik. Unconditional quantum teleportation. *Science*, 282(5389):706–709, 1998.
- [39] N. C. Menicucci, P. van Loock, M. Gu, C. Weedbrook, T. C. Ralph, and M. A. Nielsen. Universal quantum computation with continuous-variable cluster states. *Phys. Rev. Lett.*, 97:110501, Sep 2006.
- [40] U. L. Andersen, T. Gehring, C. Marquardt, and G. Leuchs. 30 years of squeezed light generation. *Physica Scripta*, 91(5):053001, apr 2016.
- [41] M. Bergmann and P. van Loock. Quantum error correction against photon loss using noon states. *Phys. Rev. A*, 94:012311, Jul 2016.
- [42] V. Giovannetti, S. Lloyd, and L. Maccone. Advances in quantum metrology. *Nature Photonics*, 5(4):222–229, 2011.
- [43] P. Kok, S. L. Braunstein, and J. P. Dowling. Quantum lithography, entanglement and heisenberg-limited parameter estimation. *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics*, 6(8):S811, jul 2004.
- [44] Schrödinger, E. Die gegenwärtige situation in der quantenmechanik. *Naturwissenschaften*, 23(50):844–849, 1935.
- [45] F. Fröwis, P. Sekatski, W. Dür, N. Gisin, and N. Sangouard. Macroscopic quantum states: Measures, fragility, and implementations. *Rev. Mod. Phys.*, 90:025004, May 2018.
- [46] B. Yurke and D. Stoler. The dynamic generation of schrödinger cats and their detection. *Physica B+C*, 151(1):298–301, 1988.
- [47] C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, and D. J. Wineland. A "Schrödinger Cat" Superposition State of an Atom. *Science*, 272(5265):1131–1136, 1996.
- [48] C. C. Gerry and P. L. Knight. Quantum superpositions and schrödinger cat states in quantum optics. *American Journal of Physics*, 65(10):964–974, 1997.

- [49] S. Haroche, M. Brune, and J.-M. Raimond. Schrödinger cat states and decoherence studies in cavity QED. *The European Physical Journal Special Topics*, 159(1):19–26, 2008.
- [50] M. C. de Oliveira and W. J. Munro. Quantum computation with mesoscopic superposition states. *Phys. Rev. A*, 61:042309, Mar 2000.
- [51] A. Rai, S. Das, and G. S. Agarwal. Quantum entanglement in coupled lossy waveguides. *Opt. Express*, 18(6):6241–6254, Mar 2010.
- [52] A. Perez-Leija, H. Moya-Cessa, A. Szameit, and D. N. Christodoulides. Glauber-fock photonic lattices. *Opt. Lett.*, 35(14):2409–2411, Jul 2010.
- [53] A. Rai and D. G. Angelakis. Quantum light in Glauber-Fock photonic lattices. *Journal of Optics*, 21(6):065201, apr 2019.
- [54] B. Yurke and D. Stoler. Generating quantum mechanical superpositions of macroscopically distinguishable states via amplitude dispersion. *Phys. Rev. Lett.*, 57:13–16, Jul 1986.