



CENTRO DE INVESTIGACIONES
EN ÓPTICA, A.C.

“IMPLEMENTACIÓN DEL INTERFERÓMETRO DE GATES E ILUMINACIÓN
DE BAJA COHERENCIA EN LA TÉCNICA DE PROYECCIÓN DE FRANJAS
PARA LA EVALUACIÓN DE MICROTOPOGRAFÍA”



Tesis que para obtener el grado de Doctor en Ciencias (Óptica)

Presenta: José Rubén Sánchez Aguilar

Directora de Tesis: Dra. Amalia Martínez García

VERSIÓN DEFINITIVA. INCLUYE CAMBIOS
SUGERIDOS POR REVISORES

León · Guanajuato · México
Marzo de 2022

Vo. Bo. Asesora
Marzo 4, 2022

*A mi familia, amigos y asesores
por su apoyo durante la preparación de esta tesis.*

Agradecimientos

Agradezco infinitamente a las personas que con su ayuda hicieron posible cumplir el objetivo de la presente investigación. A mi madre y padre que con su apoyo incondicional me motivaron a seguir durante todo el proceso del Doctorado. Agradezco su paciencia y enseñanzas a la Doctora Amalia Martínez García que bajo su tutela esta investigación no hubiera sido posible. Al Doctor Juan Antonio Rayas, quien fue como un segundo asesor, agradezco inmensamente su apoyo siendo un ejemplo para mi. Al Doctor Miguel León Rodríguez por su gran colaboración en la escritura de la publicación basada en este trabajo de tesis. Y a todos los profesores y amigos que tuve durante mi estancia en el CIO. A CONACYT por la beca otorgada para la realización del doctorado.

Resumen

La presente investigación introduce una propuesta para la técnica de perfilometría de proyección de franjas a nivel microscópico basada en la configuración interferométrica de Gates utilizando como fuente de iluminación un diodo emisor de luz o led (también conocido por la sigla LED del inglés: light-emitting diode) y una lente de gran distancia de trabajo.

El interferómetro de Gates fue modificado introduciendo un segundo divisor que hizo posible, después de éste, la observación de un par de patrones de interferencia ubicados de manera simétrica con respecto al eje óptico del divisor, dada la iluminación provista por el LED, la cual presenta longitud de coherencia corta siendo además una fuente extendida. La muestra bajo estudio fue colocada en uno de los patrones de franjas, con frecuencia de 7 líneas/mm, las cuales son no localizadas y hace posible la obtención de su topografía, habiéndose implementado de esta forma la técnica de proyección de franjas generadas de manera interferométrica. Las dimensiones del objeto son de $2.4 \times 1.8 \text{ mm}^2$ así como una altura de $60 \mu\text{m}$. Con la finalidad de mostrar que franjas generadas mediante luz láser afectan la resolución de la técnica se hizo una comparación usando como fuentes de iluminación un LED y un láser de He-Ne de longitud de coherencia de $27 \mu\text{m}$ y 30 cm respectivamente. La resolución teórica en la medición es de 0.57 micras mediante el uso de iluminación láser y LED. El error en la medición es de $4.2 \mu\text{m}$ para luz láser y $1.7 \mu\text{m}$ para luz LED.

Se implementaron algoritmos de técnicas de demodulación de fase temporal como espacial para la demodulación de franjas, tales como la técnica de transformada de Fourier, corrimiento de fase.

Los resultados muestran el potencial para aplicar la propuesta en áreas tanto científicas como industriales ya que el arreglo presenta mucha estabilidad y robustez contra vibraciones mecánicas.

Índice general

Dedicatoria	I
Agradecimientos	II
Resumen	III
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del Problema	2
1.2. Objetivo General	2
1.2.1. Objetivos Específicos	2
1.3. Aportación científica y tecnológica del proyecto de la Investigación	3
1.4. Antecedentes	3
1.5. Organización de la Tesis	5
1.6. Conclusiones Parciales	5
2. Conceptos básicos: Metrología Óptica	6
2.1. Introducción	6
2.2. Metrología	6
2.3. Óptica	7
2.3.1. Onda electromagnética	8
2.3.2. Ecuación del campo eléctrico de una onda luminosa	9
2.3.3. Intensidad Óptica	11
2.4. Interferencia	11
2.4.1. Condiciones para observar interferencia	12
2.4.2. Ecuación de interferencia	12

2.4.3.	Intensidad en un patrón de interferencia	13
2.4.4.	Visibilidad de franjas de interferencia	14
2.4.5.	Interferómetros	14
2.4.6.	Interferómetros por división de frente de onda	15
2.4.7.	Interferómetros por división de amplitud	16
2.4.8.	Interferómetros de desplazamiento lateral, radial, rotacional y re- versión	17
2.5.	Coherencia de un haz luminoso	17
2.5.1.	Coherencia temporal	18
2.5.2.	Coherencia espacial	18
2.5.3.	Longitud de coherencia y tiempo de coherencia	18
2.5.4.	Sistema de imágenes: Parámetros fundamentales	18
2.5.5.	Proyección de luz estructurada	19
2.5.6.	Fuentes de luz	20
2.5.7.	Luz LED	20
2.6.	Conclusiones Parciales	22
3.	Análisis y proyección de franjas	23
3.1.	Introducción	23
3.2.	Análisis de patrones de franjas para la metrología óptica	23
3.2.1.	Función portadora	25
3.2.2.	Algoritmos de cambio de fase (PSAs)	25
3.2.3.	PSA algoritmo mínimo de tres y 4 pasos	27
3.2.4.	Análisis espectral FTF de PSA	27
3.2.5.	Método de la transformada de Fourier (Método Takeda)	29
3.2.6.	Transformada de Hilbert para la demodulación de fase	31
3.2.7.	Desenvolvimiento de fase	33
3.3.	Perfilometría por proyección de franjas	34
3.3.1.	Sistema convencional para la perfilometría por proyección de franjas	35
3.3.2.	Cálculo de altura	36
3.3.3.	Proyección de franjas	37
3.3.4.	Resolución de la técnica de proyección de franjas	39
4.	Sistema de proyección de franjas: hardware, software, metodología y resul- tados	40
4.1.	Introducción	40
4.2.	Teoría asociada al interferómetro de Gates	41
4.3.	Software utilizado en el proyecto	43

4.4.	Interferómetro de Gates para perfilometría de proyección de franjas con luz láser	44
4.4.1.	Hardware correspondiente al sistema óptico	44
4.4.1.1.	Fuente de luz Láser	45
4.4.1.2.	Colimación	45
4.4.1.3.	Unidad de adquisición de imagen	46
4.4.2.	Implementación	46
4.5.	Calibración (láser)	47
4.6.	Interferómetro de Gates para perfilometría de proyección de franjas con luz LED	48
4.6.1.	Hardware correspondiente al sistema óptico utilizado (LED)	49
4.6.2.	LED	50
4.6.2.1.	Alimentación de corriente y montura del LED	53
4.6.2.2.	Arreglo para colimación de LED	54
4.6.2.3.	Unidad de adquisición de imagen	54
4.6.3.	Corrimiento de fase	54
4.6.3.1.	PSA 8-Bell7	56
4.6.4.	Calibración: conversión píxeles a unidades reales	57
4.6.5.	Franjas Proyectadas	58
4.6.6.	Implementación	61
4.7.	Calibración (LED)	62
4.7.1.	Algunas reconstrucciones	63
4.8.	Conclusiones Parciales	64
5.	Conclusiones Generales y Trabajos a Futuro	67
5.1.	Conclusiones	67
5.2.	Trabajos a Futuro	68
A.	Publicación y trabajos presentados en congresos	69
A.1.	Publicación	69
A.2.	Trabajos presentados en congresos	69
B.	Algoritmo 8-BELL 7	70

Índice de figuras

2.1. Esquema de propagación de una onda electromagnética.	7
2.2. Ejemplo de una (a) onda transversal y (b) una onda longitudinal en un resorte.	8
2.3. Espectro Electromagnético [1].	8
2.4. Principio de Huygens donde, se observa un frente de onda 1, el punto de origen de la onda y el frente de onda 2 resultante para una onda plana y esférica.	15
2.5. Experimento de Young de la doble rendija (interferómetro de división de onda) donde un frente de onda plano incide sobre una apertura S generando un frente de onda esférico, el cual incide sobre dos aberturas S1 y S2, las cuales forman replicas del frente de onda proveniente de S, generando interferencia.	16
2.6. Interferómetro de Michelson. La luz procedente de la fuente S es dividida y redirigida por un divisor de haz BS, M1 y M2 representan espejos que reflejan los haces, la luz recorre dos caminos e interfieren en el detector D.	17
2.7. Parámetros fundamentales de un sistema de imagen.	19
2.8. Composición y encapsulado del diodo emisor de luz (LED) junto con su símbolo electrónico y diferentes encapsulados.	21
3.1. Simulación de un interferograma: (a) franjas abiertas, (b) franjas cerradas.	24
3.2. Patrón de un interferograma de franjas abiertas donde en a) podemos observar la portadora lineal temporal, y en b) el interferograma modulado por la fase	26

3.3.	Interfeogramas con desplazamiento de fase temporal simulado con paso de fase dado por (a) $\omega_0 = 0$. (b) $\omega_0 = \frac{2\pi}{3}$. (c) $\omega_0 = \frac{4\pi}{3}$, (d) fase envuelta obtenida al aplicar el algoritmo de tres pasos PSA.	28
3.4.	Representación unidimensional del proceso de demodulación de fase aplicado en el método de la transformada de Fourier introducido por Takeda. .	30
3.5.	Interferograma con una fase modulada: (a) interferograma simulado, (b) representación del espectro de Fourier del patrón del interferograma, (c) frecuencias filtradas, (d) fase envuelta recuperada.	32
3.6.	Simulación de demodulación de fase por la transformada de Hilbert (desenvuelta) (a) patrón de franjas deformadas simulado. (b) Fase simulada buscada, (c) fase recuperada mediante el uso de TH, (d) diferencias de la fase original y la estimada.	33
3.7.	(a) Fase envuelta con su perfil. (b) Fase desenvuelta con su perfil.	34
3.8.	Sistema básico de perfilometría por proyección de franjas.	36
3.9.	Esquema de recuperación de altura para un punto de la superficie. Sistema básico de perfilometría de proyección de franjas.	36
3.10.	Esquema de proyección de franjas sobre un objeto, donde, p es el periodo de las franjas proyectadas, θ es el ángulo entre la proyección y la observación.	37
3.11.	Patrón de franjas producido por la interferencia de dos rayos a cierto ángulo $\Delta\alpha$	38
4.1.	Configuración del interferómetro de Gates.	41
4.2.	Diagrama esquemático simplificado del interferómetro de Gates para la perfilometría por proyección de franjas.	42
4.3.	Trazado esquemático de rayos para una rotación del cubo del beamsplitter y los haces de salida, a) y b) representación del cubo y diagrama de rayos, respectivamente, demuestran el ángulo 2α de salida. β es el ángulo entre la normal de la unión de los prismas y el rayo incidente, mientras β' es el ángulo entre el rayo y la unión.	43
4.4.	Diagrama para proyección de franjas. Componentes: objetivo de microscopio (MO2), lente (L), cámara (CCD), Cubo divisor de haz (BS1)	44
4.5.	Arreglo experimental luz láser: A) Láser de He-Ne, B) espejo, C) Objetivo de microscopio con pinhole, D) lente colimadora, E) Cubo divisor de haz, F) objeto, G) cámara CCD.	45
4.6.	Láser Helio-Neón modelo HNL210L.	45
4.7.	Unidad de adquisición, cámara de alto rendimiento modelo PL-B956F. . .	46

4.8. Patrones de franjas observados en el plano de referencia, a) con mayor y b) menor frecuencia.	47
4.9. (a) Objeto con el patrón de franjas proyectadas sobre él, (b) mapa de fase recuperado.	47
4.10. a) Franjas proyectadas sobre el objeto, b) Fase envuelta.	48
4.11. a) Topografía, b) Perfil utilizando una fuente de luz (curva sólida) y un perfilómetro (curva discontinua).	48
4.12. Diagrama para con la configuración de Gates para proyección de franjas. .	49
4.13. Esquema del montaje experimental con luz LED. Componentes: objetivo de microscopio (MO y MO2), lente (L), cámara (CCD), Cubo divisor de haz (BS1 y BS2)	50
4.14. Esquema del montaje experimental con luz LED.	51
4.15. Fotografía del LED modelo LED645L marca Thorlabs.	51
4.16. Distribución de intensidad espectral del LED635L.	52
4.17. (a) Fuente de poder programable, (b) regulador LM317T.	53
4.18. Montura para el LED.	53
4.19. Objetivo de microscopio marca Edmund.	55
4.20. Esquema del montaje experimental con luz LED.	55
4.21. (a) Ventana de control (Thorlabs), (b) servo motor TDC001	56
4.22. (a) Función de transferencia de frecuencia FTF y (b) Robustez de desintonización del algoritmos 8-BELL7.	57
4.23. La tarjeta de calibración USAF 1951.	58
4.24. Patrones de franjas observados en el segundo cubo, a) con mayor y b) menor frecuencia.	58
4.25. Patrones de franjas observados en el plano de referencia, a) con mayor y b) menor frecuencia.	59
4.26. Imagen con el patrón de franjas adquirido y su banda de colores.	60
4.27. Imagen de la banda roja con su perfil.	61
4.28. Diagrama de flujo del procesamiento de datos.	62
4.29. a) Franjas proyectadas sobre el objeto, b) Fase envuelta.	63
4.30. a) Topografía, b) Perfil utilizando una fuente de luz (curva sólida) y un perfilómetro (curva discontinua).	63
4.31. a) Objeto a medir, b) objeto con las franjas proyectadas.	64
4.32. a) Fase envuelta, b) fase desenvuelta sin portadora.	64
4.33. Reconstrucción ROI moneda.	65

B.1. (a) Simulación de un interferograma con inclinación, (b) fase obtenida al aplicar el algoritmos 8-BELL7, (c) fase desenvuelta obtenida. (d) fase de obtenida, (e) diferencia de fase (error). 71

CAPÍTULO 1

Introducción

Hoy en día, los avances tecnológicos han permitido un desarrollo acelerado de la metrología óptica, ciencia que se enfoca en el estudio de la medición de parámetros físicos por medio de uso de métodos ópticos, que se fundamentan en las diferentes propiedades de la luz y los fenómenos asociados con estas, por ejemplo, la polarización de la luz, difracción e interferencia, por mencionar algunas.

La medición y digitalización tridimensional de superficies es una de las áreas más activas de la metrología óptica, debido a la alta demanda tanto en el ámbito industrial como en el científico. Un método para la obtención de información 3D de objetos, bastante popular en nuestros días, es la proyección de patrones de luz estructurada para la perfilometría de superficies [2]. Se basa en la proyección de patrones geométricos y la adquisición de dichos patrones modificados por el objeto en cuestión [3]. Esta tecnología ha sido desarrollada en los últimos años, teniendo diferentes aplicaciones y destacando su flexibilidad de uso en comparación de otras técnicas de medición.

La perfilometría por proyección de franjas (FPP por sus siglas en inglés: Fringe Projection Profilometry) es una de las técnicas más utilizadas dentro del método de proyección de luz estructurada [4]. Suele emplear un patrón de franjas de perfil sinusoidal, que mejora la resolución de la medición y la cantidad de información adquirida. Se aplica en diversos campos como aplicaciones biomédicas, la medición de la rugosidad superficial, la reflectometría, la inspección industrial, el control de calidad, la ingeniería inversa, la medicina y la robótica, entre otros muchos [4–8].

1.1. Planteamiento del Problema

Es fácil apreciar que uno de los principales desafíos en la técnica de proyección de franjas a escala microscópica (MFPP por sus siglas en inglés: Microscopic fringe projection profilometry), se centra en la generación de patrones de franjas de alta frecuencia que incrementen la resolución de la técnica para poder ser aplicados con campos de visión en escalas microscópicas.

Cuando se trabaja con la técnica de perfilometría por proyección de franjas, aplicándola a escala microscópica, a menudo se encuentran algunos problemas como la limitada profundidad de campo del patrón de franjas proyectado, típica de las lentes de imagen, problema que puede causar errores significativos en superficies de prueba cuya altura excede la profundidad de campo.

La MFPP implica habitualmente una distancia de trabajo óptica muy corta para la proyección y la observación con el fin de obtener un campo de visión (FOV por sus siglas en inglés: Field of view) micrométrico requerido.

1.2. Objetivo General

Desarrollar un sistema de perfilometría microscópica de proyección de franjas basado en el uso de luz LED y una configuración óptica basada en el interferómetro de Gates para la obtención de franjas generadas interferométricamente, así como la implementación de técnicas de demodulación de franjas.

1.2.1. Objetivos Específicos

- Proponer un sistema de perfilometría por proyección de franjas, aplicándola a escala microscópica.
- Utilizar una fuente de baja coherencia con la finalidad de reducir el moteado.
- Aplicar técnicas de demodulación de fase para la perfilometría por proyección de franjas, aplicándola a escala microscópica.

1.3. Aportación científica y tecnológica del proyecto de la Investigación

La tesis aportará un estudio utilizando la técnica de proyección de franjas en una escala microscópica en la evaluación de la topografía de objetos.

1.4. Antecedentes

Algunas de las investigaciones más recientes como base de la presente investigación son:

El artículo tipo reseña compilatoria aportado por Yan Hu et. al. [9] presenta una visión general de trabajos referentes a perfilometría por proyección de franjas microscópicas de última generación, haciendo un análisis y comparativa de los principios de medición y las estructuras de los sistemas con parámetros clave, como precisión, el campo de visión y velocidad, entre otros.

En la literatura se han presentado sistemas MFPP basados en estereomicroscopios que utilizan una rejilla de Ronchi [10], un modulador óptico o un proyector digital [11] para la generación de los patrones. Y sistemas MFPP basado en lentes de larga distancia de trabajo (LWD por sus siglas en inglés: Long Working Distance) que utilizan dispositivos de cristal líquido (LCD) [12], cristal líquido sobre silicio (LCos), o de dispositivos digitales como micro espejos [13] o LightCrafter [14] todos ellos acoplados a lentes LWD.

Basado en los prismas de Köster (1934) [15, 16], Gates (1955) [17] propuso el uso de un cubo divisor de haz en un interferómetro de desplazamiento (interferómetro de Gates).

Bath (1973) [18] modificó la configuración básica propuesta por Gates en términos de la incidencia de la luz al divisor de haz sin modificar su orientación, al utilizar un haz expandido de luz colimada que incide simultáneamente en ambas caras del cubo, a través de esta configuración en ambas salidas del cubo se obtienen patrones de interferencia (Salida 1 y 2) mediante la superposición de dos réplicas del mismo frente de onda incidente una invertida con respecto a la otra.

Ribak (1981) [19] presento un interferómetro estelar cuyo principio basado en un interferómetro de desplazamiento con el propósito de medir coherencia espacial de una

estrella (luz blanca) y distinguirla de aberraciones atmosféricas, una de las principales características de su arreglo es el uso de dos cubos divisores de haz con la misma orientación propuesta por Gates.

Santarsiero y Borghi (2009) [6] utilizaron un cubo divisor de haz en un interferómetro Young para medir la coherencia espacial de un campo luminoso parcialmente coherente.

Ferrari por su parte [20] presento el uso de un cubo divisor de haz como un interferómetro de un solo elemento, pensado para medir objetos de fase.

N. Ghosh (2009) [21] propuso el uso de luz polarizada y polarizadores para realizar un desplazamiento en las franjas y poder aplicar técnicas de corrimiento de fase, nuevamente pensado para objetos de fase.

Peng Gao (2011) [22] presentó un interferómetro de desplazamiento de fase basado en la técnica de corrimiento de fase simultanea conocida también como corrimiento de fase paralela. Utilizó un cubo divisor de manera similar al interferómetro de Gates, y polarización para obtener dos interferogramas necesarios para aplicar la técnica antes mencionada de dos pasos.

Más recientemente Rayas (2017) [23] utilizó un solo cubo divisor para generar un patrón de franjas en un sistema de luz estructurada para metrología de superficies basado en la configuración de Gates y uso de iluminación láser. En su tesis doctoral [24] describe la innovación de la técnica de microscopía óptica que permite hacer mediciones tridimensionales en diversas microestructuras, además de incluir una aplicación del interferómetro de Gates para la técnica de perfilometría por proyección de franjas.

León-Rodríguez (2018) [25] con el propósito de recuperar información sobre objetos holográficos presentó un método basado en la adquisición de dos hologramas digitales, mediante un arreglo óptico compuesto de la configuración del interferómetro de Gates, con un esquema ligeramente fuera de eje.

B. Lam (2018) [26] desarrolló un interferómetro de desplazamiento estable, controlable y de desplazamiento de fase vectorial que puede caracterizar parámetros comunes del haz, que incluyen la amplitud, la fase, polarización la longitud de onda de haces de luz coherentes y parcialmente coherentes. utilizando como componente óptico principal un cubo divisor de haz.

Ortega (2019) [27] presentó un método para la interferometría de desplazamiento de fase mediante la rotación de un polarizador, utilizando las aberraciones de polarización debido a la geometría de un cubo divisor de haz colocado con la configuración del interferómetro de Gates. El método utilizado es similar al presentado por N. Ghosh (2009) [21]

1.5. Organización de la Tesis

La presente tesis se divide en 6 capítulos los cuales describen la investigación realizada. A continuación se presenta el contenido de dichos capítulos.

- Capítulo 1. Introducción.
Breve introducción con un bosquejo de los antecedentes, el planteamiento del problema y la solución que se abordó en la presente investigación.
- Capítulo 2. Conceptos básicos: Metrología Óptica.
Se describe los conceptos básicos de metrología óptica, que incluye la teoría de interferencia.
- Capítulo 3. Análisis y proyección de franjas.
Presenta la teoría referente al análisis de franjas (demodulación de franjas) así como el método de proyección de franjas.
- Capítulo 4. Desarrollo e implementación.
En el capítulo 4 se muestra la metodología utilizada en la propuesta para la proyección de franjas microscópicas.
- Capítulo 5. Conclusiones.
Aquí se presentan las conclusiones del proyecto de tesis y trabajo a futuro.

1.6. Conclusiones Parciales

En el presente capítulo se realiza una breve introducción con un bosquejo de los antecedentes y del planteamiento del problema y la solución que se abordó en la presente investigación, además se incluyó un breve resumen del contenido de los capítulos de la tesis.

Conceptos básicos: Metrología Óptica

2.1. Introducción

En este capítulo se describen los conceptos básicos de metrología óptica, que incluye la teoría de interferencia.

2.2. Metrología

La organización internacional de pesos y medidas *Bureau International des Poids et Mesures* (BIPM) fundada en 1875, define metrología como “la ciencia de la medición, que abarca tanto las determinaciones experimentales como las teóricas en cualquier nivel de incertidumbre en cualquier campo de la ciencia y la tecnología”, y medición como “el proceso de obtención experimental de uno o más valores de cantidad que pueden atribuirse razonablemente a una cantidad” [28]. La metrología óptica es la ciencia que se enfoca en el estudio de la medición por medio del uso de la luz y tiene el propósito de medir parámetros físicos usando métodos ópticos [29].

2.3. Óptica

La óptica es la ciencia y/o rama de la física involucrada en el estudio de la luz incluyendo su origen, propagación y su detección. Los seres humanos han buscado durante siglos el comprender a la luz, sin embargo, la respuesta más aceptada llegó hasta que la electricidad y el magnetismo se unificaran en la disciplina del electromagnetismo, descrita por las ecuaciones de Maxwell. Estas ecuaciones describen un campo eléctrico que varía con el tiempo generando un campo magnético. Estos campos se complementan y forman una onda electromagnética que se propaga en el espacio.

La luz visible es energía en forma de radiación electromagnética y es descrita como una onda electromagnética (EM) por lo tanto las ondas luminosas son consideradas ondas electromagnéticas (transversales) ver Figura 2.1.

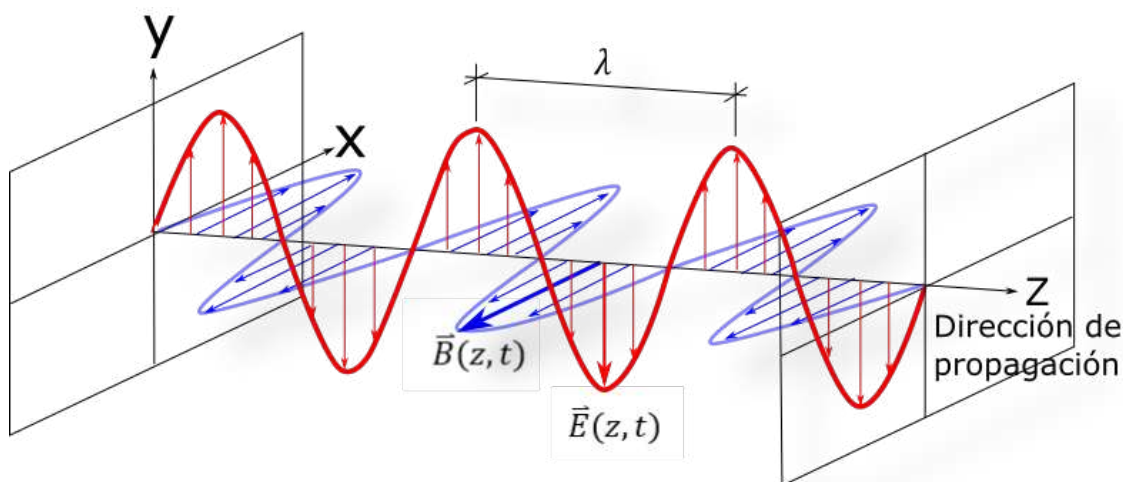


Figura 2.1: Esquema de propagación de una onda electromagnética.

En una onda transversal el medio se desplaza en una dirección perpendicular al movimiento de la onda, ejemplo de este tipo de ondas se encuentra las ondas luminosas (electromagnéticas). En el caso de las ondas longitudinales el medio se desplaza en la dirección del movimiento de la onda, un ejemplo de esto, son las ondas sonoras. Ejemplo de ambos tipos de onda se muestran en la Figura 2.2.

El espectro electromagnético abarca las longitudes de onda que incluyen las ondas electromagnéticas producidas por fuentes como estaciones de radio o antenas de televisión e incluso máquinas de rayos x, etc. [30].



Figura 2.2: Ejemplo de una (a) onda transversal y (b) una onda longitudinal en un resorte.

La luz visible pertenece únicamente a la radiación que puede ser percibida por el ojo humano, por lo que el término luz, se refiere comúnmente a toda radiación visible, que abarca longitudes de onda (λ) entre 400 nm a 700 nm dentro del espectro electromagnético, ver Figura 2.3. Sin embargo, el dominio óptico, es decir, el rango que se utiliza en la óptica, comprende además de la radiación visible, la radiación infrarroja (cercano y lejano) y la ultravioleta, mismos que abarcan longitudes de onda desde 0.03 mm a $0.72 \mu\text{m}$ y de 400 nm a 50 nm respectivamente [31].

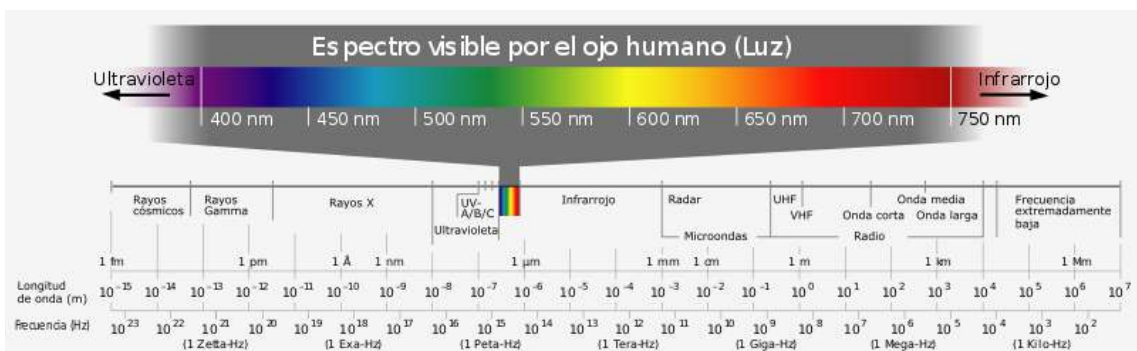


Figura 2.3: Espectro Electromagnético [1].

2.3.1. Onda electromagnética

Las ondas electromagnéticas (EM) son ondas generadas por cargas eléctricas en movimiento que producen un campo eléctrico que varía en el tiempo, que a su vez está asociado a un campo magnético.

Las ondas EM se propagan a través de medios guiados como lo son fibras ópticas y no guiados como aire. Estos medios donde las ondas ópticas se propagan se caracterizan por el índice de refracción n , el cual es la razón de la velocidad de la luz en el vacío c y la velocidad de la luz en el medio v , mediante la siguiente relación:

$$n = \frac{v}{c} \quad (2.1)$$

Si el índice de refracción es constante en el medio donde se propagan las ondas, se trata de un medio homogéneo, de no ser el caso será un medio no homogéneo. Además, si la luz viaja con la misma velocidad en cualquier dirección de propagación dentro de un medio, éste es isotrópico, de lo contrario, se trata de un medio anisotrópico [31].

Los campos de una onda EM son relacionados mediante las ecuaciones de Maxwell de la siguiente manera (Ecuación 2.2):

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \end{aligned} \quad (2.2)$$

donde ρ es la densidad de carga eléctrica, \mathbf{E} y \mathbf{H} son el campo eléctrico y magnético respectivamente, \mathbf{D} y \mathbf{B} son las densidades de desplazamiento eléctrico y magnético respectivamente y \mathbf{J} es la densidad de corriente.

2.3.2. Ecuación del campo eléctrico de una onda luminosa

Una onda luminosa (electromagnética) transversal suele ser descrita por conveniencia como una onda plana armónica sinusoidal, monocromática y polarizada linealmente, la cual nos proporciona el valor instantáneo del campo eléctrico E en función de la posición y del tiempo.

El campo eléctrico E de una onda luminosa que se propaga en la dirección z se describe matemáticamente como:

$$E(z,t) = E_0 \cos(\varphi) = E_0 \cos(\omega t - kz + \delta), \quad (2.3)$$

donde, E_0 es la magnitud del campo eléctrico, φ es la fase de la onda, ω es la frecuencia angular, k es el número de onda, δ es la fase inicial.

La relación de las magnitudes k y ω con los parámetros de longitud de onda λ y frecuencia ν se da a través de:

$$k = |\mathbf{K}| = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (2.4)$$

$$\omega = 2\pi\nu, \quad (2.5)$$

$$\nu = \lambda\nu = \pm \frac{\omega}{k}. \quad (2.6)$$

El período T está relacionada con la frecuencia según la Ecuación 2.7.

$$T = \frac{1}{\nu}. \quad (2.7)$$

Considerando la fase φ constante, durante la duración de un periodo T el frente de onda se mueve una longitud de onda en la dirección de propagación.

Un frente de onda se define como un lugar geométrico donde la onda luminosa tiene una fase constante y el disturbio ondulatorio es máximo [32].

La Ecuación 2.3 puede ser reescrita utilizando números complejos y la fórmula de Euler en su representación exponencial compleja para facilitar el manejo de operaciones matemáticas [33].

Un número complejo se puede expresar por la Ecuación 2.8.

$$Z = a + ib, \quad (2.8)$$

donde a representa la parte real y b la parte imaginaria.

La Fórmula de Euler está dada por la Ecuación 2.9:

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta, \quad (2.9)$$

por lo que la onda puede ser representada de manera compleja como ($\delta = 0$):

$$E(z, t) = \Re\{E_0 \exp i(\omega t - kz)\}, \quad (2.10)$$

donde $\Re\{\}$ es la parte real de la expresión dentro de las llaves, e $i = (-1)^{\frac{1}{2}}$. La Ecuación 2.10 se puede separar en el factor variación espacial y el factor variable en el tiempo y ser

reescrita como:

$$\begin{aligned}
 E(z,t) &= \Re\{E_0 \exp(-ikz) \exp(i\omega t)\} \\
 &= \Re\{E_0 \exp(-i\phi) \exp(i\omega t)\} \\
 &= \Re\{A \exp(i\omega t)\},
 \end{aligned}
 \tag{2.11}$$

donde $\phi = \frac{2\pi z}{\lambda}$ y $A = E_0 \exp(-i\phi)$ conocida como la amplitud compleja.

2.3.3. Intensidad Óptica

Debido a que la frecuencia de las ondas luminosas está entre los $300 THz$ hasta los $600 THz$, no existe detector que permita registrar directamente su periodicidad en el tiempo. Solamente se puede medir la intensidad media I de una onda luminosa, la cual es fundamentalmente proporcional al cuadrado de un valor medio del campo eléctrico en el tiempo. Matemáticamente se da la siguiente relación entre la intensidad y amplitud:

$$I = \langle E^2 \rangle_t = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\int_0^t (E(z,t))^2 dt}{t} = \frac{E_0^2}{2}.
 \tag{2.12}$$

Convencionalmente, el factor de $\frac{1}{2}$ es omitido. la intensidad óptica es definida como:

$$I = E_0^2 = AA^* = |A|^2,
 \tag{2.13}$$

donde $A^* = E_0 \exp(i\phi)$ es el conjugado complejo de A .

2.4. Interferencia

La interferencia es un método de medición que se basa en la superposición de ondas. El fenómeno de interferencia se produce cuando dos ondas coherentes se superponen en una región del espacio, se requiere de ciertas condiciones para poder ser observadas, por lo que es posible definir interferencia como un caso particular de superposición de ondas. Éste fenómeno puede ser generado manipulando la luz mediante sistemas ópticos llamados interferómetros.

Un patrón de interferencia, también llamado interferograma, está formado por franjas brillantes y oscuras y representa la diferencia de fase entre los frentes de onda que están siendo superpuestos.

Cuando se genera interferencia con $\lambda_1 \neq \lambda_2$ se dice que es interferencia heterodinia e igual homodinia cuando $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$.

2.4.1. Condiciones para observar interferencia

Una fuente de radiación emite ondas electromagnéticas, las cuales pueden interferir entre sí en múltiples ocasiones cuando éstas coinciden en algún punto de su trayectoria de propagación, sin embargo, si la irradiancia resultante en un punto fluctúa muy rápido debido a la aleatoriedad con que son emitidas, la detección de éstas será muy complicada o imposible. Para que el fenómeno de interferencia sea apreciable por el ojo humano u otros sensores, las ondas electromagnéticas deben cumplir con los siguientes requisitos.

1. Las variaciones de las amplitudes de los campos eléctricos involucrados ($E_{01}(t)$ y $E_{02}(t)$) y las fluctuaciones temporales de la fase absoluta ($\phi_1(t)$ y $\phi_2(t)$) deberán ser mínimas, es decir, que se mantienen constantes mediante un intervalo de tiempo mayor al de observación. Estas propiedades están relacionadas con la coherencia mutua entre los haces superpuestos.
2. Las dos longitudes de onda a superponer no estén muy lejanas entre sí, es decir, la diferencia en longitud de onda no tiene que ser muy grande, para evitar que la longitud del tren de onda sea pequeña y las variaciones de irradiancia resultantes muy rápidas.
3. Los estados de polarización de las ondas electromagnéticas superpuestas sean las mismas ($E_{01}(r,t) \cdot E_{02}(r,t) \neq 0$), esto es, para garantizar que el valor de la irradiancia resultante en el punto de análisis se deba exclusivamente a la diferencia de fase. Por consiguiente, se debe cumplir la Ecuación 2.14:

$$\frac{E_{01}(t) \cdot E_{02}(t)}{|E_{01}(t)||E_{02}(t)|} = 1, \quad (2.14)$$

2.4.2. Ecuación de interferencia

Suponemos que tenemos dos ondas electromagnéticas con la misma polarización en dirección z e igual longitud de onda, con fase distinta, y diferente amplitud:

$$\vec{E}_1(z,t) = \vec{E}_{01} e^{i(kz - \omega t + \phi_1)} \quad \text{y} \quad \vec{E}_2(z,t) = \vec{E}_{02} e^{i(kz - \omega t + \phi_2)}, \quad (2.15)$$

Por el principio de superposición:

$$\vec{E}_T(z, t) = \vec{E}_1(z, t) + \vec{E}_2(z, t) \quad (2.16)$$

Calculando la distribución de irradiancia:

$$\begin{aligned} I_T &= \frac{1}{2} n \epsilon_0 c |\vec{E}_T(z, t)|^2 \\ &= \frac{1}{2} n \epsilon_0 c \langle (\vec{E}_1(z, t) + \vec{E}_2(z, t)) \cdot (\vec{E}_1^*(z, t) + \vec{E}_2^*(z, t)) \rangle, \\ &= \frac{1}{2} n \epsilon_0 c [\langle \vec{E}_1(z, t) + \vec{E}_2(z, t) \rangle \cdot \vec{E}_1^*(z, t) + \vec{E}_2^*(z, t)] \end{aligned} \quad (2.17)$$

donde $\frac{1}{2} n \epsilon_0 c$ es el termino de proporcionalidad y $|\vec{E}_T(z, t)|^2$ es el módulo cuadrado del campo eléctrico.

2.4.3. Intensidad en un patrón de interferencia

La amplitud compleja A en cualquier punto de un patrón de interferencia es la suma de las amplitudes complejas de las dos ondas que se superponen (interferencia), ésta se puede escribir como:

$$A = A_1 + A_2, \quad (2.18)$$

donde $A_1 = E_1 \exp(-i\phi_1)$ y $A_2 = E_2 \exp(-i\phi_2)$ son las amplitudes complejas de las dos ondas superpuestas. La intensidad resultante de la interferencia es:

$$\begin{aligned} I &= |A|^2 \\ &= (A_1 + A_2)(A_1^* + A_2^*) \\ &= |A_1|^2 + |A_2|^2 + A_1 A_2^* + A_1^* A_2 \\ &= I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{\frac{1}{2}} \cos \Delta\phi, \end{aligned} \quad (2.19)$$

donde I_1 e I_2 son las intensidades de las dos ondas actuando separadamente, y $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ es la diferencia de fase entre ellas. Si las dos ondas son derivadas de una fuente en común, estas tienen la misma fase en el origen la diferencia de fase $\Delta\phi$ corresponde a la diferencia de camino óptico.

$$\Delta p = (\lambda / 2\pi) \Delta\phi. \quad (2.20)$$

Tiempo de retardo

$$\tau = \frac{\Delta p}{c} = (\lambda/2\pi c)\Delta\phi. \quad (2.21)$$

El orden de interferencia es

$$N = \Delta\phi/2\phi = \Delta p/\lambda = v\tau. \quad (2.22)$$

2.4.4. Visibilidad de franjas de interferencia

Una medida del contraste de las franjas que se puede utilizar para cuantificar la calidad de la interferencia de franjas es su visibilidad V , esta se define mediante la relación.

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}. \quad (2.23)$$

Cuando la diferencia de fase $\Delta\phi$ es igual a $2m\pi$, donde m es un valor entero, el valor máximo de intensidad en un patrón de interferencia es descrito por:

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.24)$$

Y su valor mínimo cuando la diferencia de fase $\Delta\phi$ es igual a $(2m + 1)\pi$:

$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2(I_1 I_2)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.25)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.24 y 2.25, la visibilidad tomará valores entre $0 \leq v \leq 1$ [33],

$$V = \frac{2(I_1 I_2)^{\frac{1}{2}}}{I_1 + I_2}. \quad (2.26)$$

La visibilidad tiene un valor adimensional que proporciona una idea de la calidad de nuestro patrón de interferencia, siendo $V = 1$ un patrón con la mejor calidad de interferencia y $V = 0$ cuando la visibilidad es nula. No existe un valor mínimo de visibilidad que nos confirme que se puede o no utilizar el patrón en nuestra aplicación específica, por lo que no es recomendable utilizar este único valor como referencia.

2.4.5. Interferómetros

Los interferómetros son sistemas ópticos diseñados para medir parámetros físicos, mediante la generación de patrones de interferencia, los cuales se crean mediante réplicas de un frente de onda original y de manipular sus trayectorias para ser superpuestos en algún lugar del espacio, comúnmente mediante componentes ópticas como espejos, cubos divisores de haz, fibras ópticas, etc. Existe una gran cantidad de diferentes interferómetros,

los cuales se pueden dividir en dos categorías: por división de frente de onda y por división de amplitud.

2.4.6. Interferómetros por división de frente de onda

Los interferómetros por división de onda, toman al menos dos puntos del frente de onda emitidos por una fuente principal para generar las nuevas fuentes de iluminación secundarias. Se emplea el principio de Huygens, el cual establece que cualquier punto sobre el cual llega una perturbación ondulatoria se convierte en una fuente secundaria de ondas. Como se muestra en la Figura 2.4 donde, se observa un frente de onda 1 el punto de origen de la onda y el frente de onda 2 resultante para una onda plana y esférica.

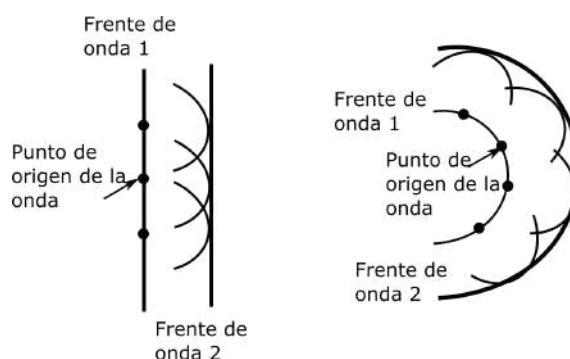


Figura 2.4: Principio de Huygens donde, se observa un frente de onda 1, el punto de origen de la onda y el frente de onda 2 resultante para una onda plana y esférica.

El interferómetro más conocido por división de frente de onda es el interferómetro de Young o experimento de Young. Este interferómetro de la doble rendija de Young propuesto en 1802, donde se describe cómo un haz de luz monocromática se hace pasar primero a través de una abertura simple con el propósito de obtener una fuente puntual. La luz se propaga en forma de ondas esféricas de acuerdo al principio de Huygens e incide sobre un par de aberturas muy cercanas como fuentes secundarias (ver Figura 2.4). Las aberturas pueden considerarse fuentes puntuales de luz coherente y tienen una extensión parecida [34].

Las franjas de interferencia estarán presentes en todo el espacio tridimensional que rodea las aberturas (Ver Figura 2.5). Las condiciones para interferencia constructiva y destructiva describen superficies hiperboloides de revolución con focos localizados en las aberturas. Las superficies donde se encuentran las interferencias constructivas se llaman ventrales y sobre las que se dan las destructivas nodales. Debido a que las franjas se extienden a través del espacio rodeando las dos fuentes, se dice que las franjas son no

localizadas.

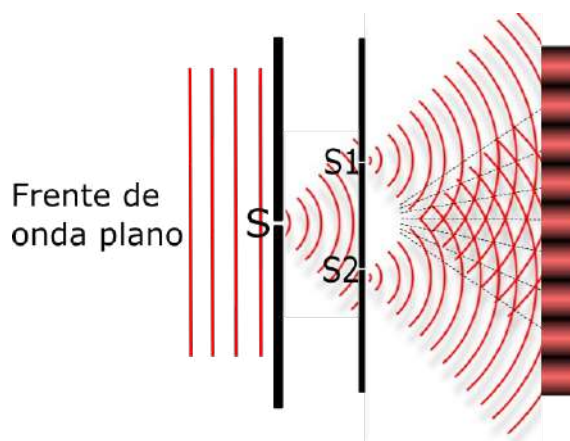


Figura 2.5: Experimento de Young de la doble rendija (interferómetro de división de onda) donde un frente de onda plano incide sobre una apertura S generando un frente de onda esférico, el cual incide sobre dos aberturas S1 y S2, las cuales forman replicas del frente de onda proveniente de S, generando interferencia.

2.4.7. Interferómetros por división de amplitud

Los interferómetros por división de amplitud, como su nombre lo indica, se basan en fraccionar la amplitud de un frente de onda incidente, pero sin modificar la forma del frente de onda, en esta categoría se encuentra uno de los interferómetros clásicos llamado el interferómetro de Michelson, fue introducido en el año 1881 por Alber A. Michelson. Este interferómetro dirige las trayectorias de los haces a superponer por separado mediante el uso de espejos y un divisor de haz, ver Figura 2.6. El interferómetro mediante un divisor de haz que puede ser una placa o un cubo divisor de haz, divide el frente de onda incidente en dos “brazos” del interferómetro, por lo general con una proporción 50% de transmisión y 50% de reflexión, mediante espejos los haces serán redirigidos, uno de los espejos será móvil mientras el otro fijo, la distancia en que se encuentren los espejos del divisor será lo que recorrerán en camino óptico los haces, donde se encuentra la pantalla se podrá observar franjas cerradas o abiertas dependiendo de la inclinación del espejo móvil y la forma en que lleguen los frentes de onda.

Otros interferómetros que entran en esta categoría son los interferómetros de desplazamiento lateral, radial rotacional y reversión.

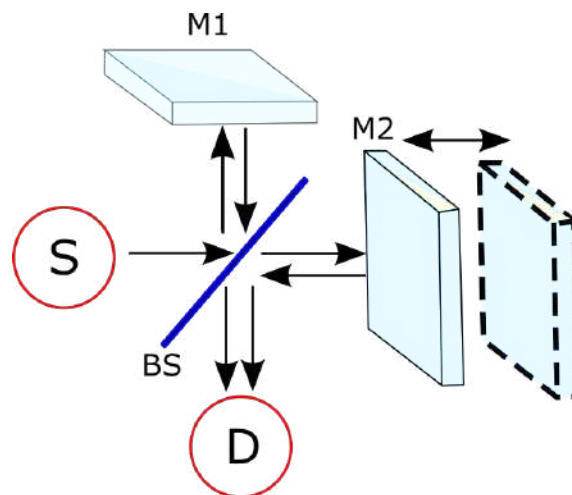


Figura 2.6: Interferómetro de Michelson. La luz procedente de la fuente S es dividida y redirigida por un divisor de haz BS, M1 y M2 representan espejos que reflejan los haces, la luz recorre dos caminos e interfieren en el detector D.

2.4.8. Interferómetros de desplazamiento lateral, radial, rotacional y reversión

Los interferómetros de desplazamiento lateral son ampliamente utilizados en múltiples aplicaciones como pruebas de componentes ópticos y sistemas de estudio de fluidos de gases y líquidos [16], su principio se basa en duplicar un frente de onda incidente (bajo estudio) y desplazar la réplica del frente de onda una pequeña cantidad, produciendo interferencia entre el frente de onda original y el desplazado.

Otros interferómetros menos populares que el interferómetro de desplazamiento lateral pero igual de útiles son los interferómetros radiales, rotacionales y de reversión [16]. El interferómetro radial modifica uno de los frentes de onda expandiendo o contrayendo con respecto al frente de onda de referencia. El rotacional, como su nombre lo sugiere, su principio se basa en rotar un frente de onda con respecto al otro. El interferómetro invertido, invierte un frente de onda con respecto al de referencia.

2.5. Coherencia de un haz luminoso

La coherencia entre dos fuentes se define como la capacidad que tienen para interferir entre sí las ondas luminosas por una fuente de luz y formar franjas de interferencia. La capacidad de interferir entre sí es mayor cuanto más relacionadas y sincronizadas estén entre sí las fases de ambas ondas y no varían en el tiempo (se mantienen constantes). Cuando dos ondas son totalmente incoherentes entre sí no se obtienen interferencia por lo

tanto, no se obtendrán patrones de franjas [16].

2.5.1. Coherencia temporal

La coherencia temporal es un término utilizado para relacionar la correlación de fases de un tren de ondas en un determinado punto en dos instantes de tiempo diferentes, y está relacionada directamente con la luz monocromática de las fuentes de luz.

2.5.2. Coherencia espacial

La coherencia espacial hace referencia a la relación de fase en la sección transversal de un haz de luz, y esta relacionado con el tamaño de la fuente de luz.

2.5.3. Longitud de coherencia y tiempo de coherencia

La longitud de coherencia es definida como la distancia donde una onda que se propaga mantiene cierto grado específico de coherencia, en otras palabras es la distancia donde la onda se mantiene coherente.

Por su parte el tiempo de coherencia es definido como el intervalo de tiempo en el que podemos predecir la fase de la onda luminosa en un punto dado del espacio.

2.5.4. Sistema de imágenes: Parámetros fundamentales

Los sistemas de imágenes desempeñan un papel fundamental en las aplicaciones ópticas, donde es necesario la formación de imágenes mediante dispositivos ópticos. Los siguientes parámetros fundamentales de un sistema de imágenes se puede observar en la Figura 2.7, y consiste en:

Campo de visión (FOV por sus siglas en inglés: field of view): Es el área del objeto bajo inspección que puede observar el sensor de la cámara.

Distancia de trabajo (WD por sus siglas en inglés: working distance): Es definida como la distancia del objeto de inspección hasta la parte frontal de la lente del sistema de imagen. Cuanto más rango de WD se requiere, más complejo se vuelve el diseño sistema.

Resolución: La resolución es una medida de la capacidad de un sistema de imágenes para poder distinguir detalles de un objeto y es un factor de la capacidad de la óptica del

sistema y el tamaño de píxel del sensor entre otros factores.

Profundidad de campo (DOF por sus siglas en inglés: depth of field): Es la profundidad máxima donde se puede mantener un enfoque aceptable del objeto.

Tamaño del sensor: El tamaño del área activa del sensor de una cámara, generalmente especificada en la dimensión horizontal.

Amplificación primaria (PMAG por sus siglas en inglés: primary magnification): La amplificación primaria es definida como la relación entre el tamaño del sensor y el campo de visión.

$$PMAG = \frac{\text{Tamaño del sensor (mm)}}{\text{Campo de visión (mm)}}, \quad (2.27)$$

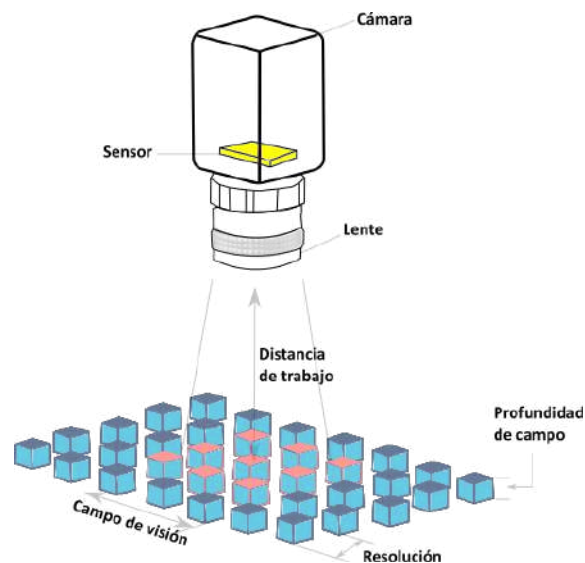


Figura 2.7: Parámetros fundamentales de un sistema de imagen.

Otras especificaciones que se tienen que tomar en cuenta es la distorsión y aberraciones de la lente que hacen que la calidad de las imágenes se aleje a lo deseado. Además, se tiene que tomar en cuenta el rango de longitud de onda que una lente está diseñada para cubrir.

2.5.5. Proyección de luz estructurada

El uso de la luz estructurada en la medición tridimensional (3D) de superficies de objetos se ha convertido en una herramienta importante en la metrología óptica [35]. Se basa

principalmente en la creación y proyección mediante dispositivos ópticos de diferentes patrones geométricos como los son puntos, líneas rectas, etc. [2, 3], y la adquisición de dichos patrones que contienen información codificada de la topografía de la superficie del objeto a medir. Es utilizada en diversos campos, algunas aplicaciones incluyen, la medición de la rugosidad superficial, la reflectometría, la inspección industrial, el control de calidad, la ingeniería inversa, la medicina, la robótica, entre muchos otros [4–8].

2.5.6. Fuentes de luz

Las fuentes de luz son aquellos objetos capaces de emitir luz, es decir, de poder generar ondas electromagnéticas con longitudes de onda dentro del espectro visible por el ojo humano, un ejemplo común es un filamento incandescente de una bombilla eléctrica que emite luz visible. Las fuentes de luz blanca convencionales son consideradas policromáticas por que incluyen todas las longitudes de onda. Mediante el uso de filtros es posible seleccionar una banda angosta de longitudes de onda, esta luz es aproximadamente monocromática (solo una longitud de onda o un solo color), en la práctica no existen fuentes puramente monocromáticas, utilizar una sola longitud de onda es una idealización inalcanzable, sin embargo, la luz láser cuenta con un ancho de línea espectral muy angosta, por lo que es considerada como la luz más cercana a ser monocromática que cualquier que se obtenga de otra manera. Otra clasificación de las fuentes de luz se debe a su tamaño, éstas se pueden ser clasificadas como fuentes puntuales o fuentes extendidas. Una fuente puntual como su nombre lo indica se define como una fuente que genera luz desde un punto muy reducido o desde una distancia considerable por ejemplo el infinito. Por otra parte, las fuentes extendidas pueden ser descritas como una colección de fuentes puntuales emitiendo radiaciones aleatoriamente no coherentes entre sí.

2.5.7. Luz LED

Los diodos emisores de luz LED por sus siglas en inglés *Light Emitter Diode*, son diodos capaces de emitir luz al ser polarizados directamente mediante una carga eléctrica [36]. Esta tecnología de iluminación ha sido desarrollada rápidamente en la pasada década. En la actualidad los LED han ganado terreno comercial en comparación con los focos incandescentes tradicionales. Éstos se pueden ver desde aparatos electrónicos, hasta iluminaria pública o residencial. Ofrecen una mejora en su consumo de energía y con una vida útil más larga debido a su robustez física en comparación a la luz incandescente convencional [37].

Los colores de emisión más comunes que se encuentran en el mercado son el color

rojo ($625\text{ nm} < \lambda < 740\text{ nm}$), verde ($520\text{ nm} < \lambda < 565\text{ nm}$), azul ($430\text{ nm} < \lambda < 500\text{ nm}$), y blanco (espectro amplio), sin embargo, se pueden encontrar en múltiples colores e incluso está disponible luz infrarroja. Suelen tener anchos de banda que varía entre algunos nanómetros, los LED cuentan con muy baja coherencia espacial y temporal ya que se pueden considerar como una fuente extendida.

En la Figura 2.8 se muestra la composición de un LED convencional, su símbolo electrónico el cual es parcialmente idéntico al de un diodo, además, se incluyó diferentes encapsulados, presentaciones que se pueden conseguir comercialmente.

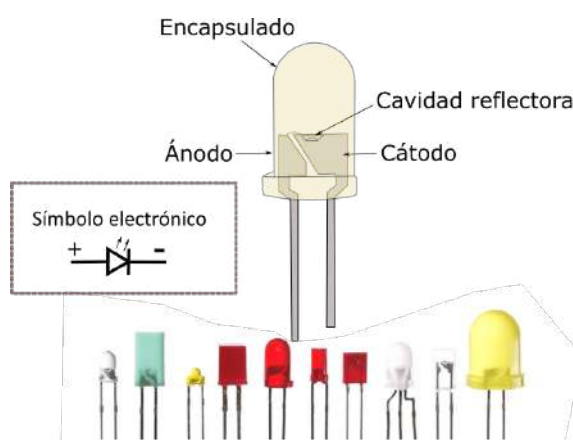


Figura 2.8: Composición y encapsulado del diodo emisor de luz (LED) junto con su símbolo electrónico y diferentes encapsulados.

2.6. Conclusiones Parciales

En este capítulo se presentaron los conceptos básicos de metrología óptica para el desarrollo de la presente investigación. Se incluyó la teoría como la matemática de interferencia.

Análisis y proyección de franjas

3.1. Introducción

En este capítulo se presenta la teoría básica del análisis y proyección de franjas utilizadas en este trabajo de tesis.

3.2. Análisis de patrones de franjas para la metrología óptica

Un patrón de franjas se definirá como una señal con perfil sinusoidal, la cual se puede generar mediante un interferómetro, un sistema de moiré, un modulador óptico, mediante simulación, etc.

El principal objetivo del análisis de patrones de franjas es de realizar la demodulación de la función de fase la cual esta modulada y está relacionada con la cantidad física la cual se está midiendo.

La intensidad de un patrón de franjas estacionario ideal se puede modelar mediante la siguiente ecuación:

$$I(x,y) = a(x,y) + b(x,y) \cos[\varphi(x,y)], \quad (3.1)$$

donde $a(x,y)$ y $b(x,y)$ representan el contraste de fondo y local de la función, respectiva-

mente; $\varphi(x,y)$ es la función de fase de interés. En la Figura 3.1 se muestra la simulación de dos patrones de franjas: a) franjas abiertas y b) franjas cerradas.



Figura 3.1: Simulación de un interferograma: (a) franjas abiertas, (b) franjas cerradas.

Como se puede deducir de la ecuación 3.1, la obtención de los parámetros del modelo buscados se convierte en un problema inverso, donde nuestros datos observados son la intensidad del patrón $I(x,y)$ y nuestra información buscada se encuentra en la fase $\varphi(x,y)$. Este último término no puede ser directamente estimado debido al desconocimiento de otras dos funciones $a(x,y)$ y $b(x,y)$.

Para facilitar la visualización de la posible solución reescribimos la ecuación de manera compleja:

$$I(x,y) = a(x,y) + \frac{1}{2}b(x,y) \exp[i\varphi(x,y)] + \frac{1}{2}b(x,y) \exp[-i\varphi(x,y)]. \quad (3.2)$$

De la ecuación, podemos observar que si separamos de alguna manera la señal analítica, $\frac{1}{2}b(x,y) \exp[i\varphi(x,y)]$ podemos estimar la fase mediante la siguiente ecuación:

$$\tan \hat{\varphi}(x,y) = \frac{\text{Im}[\frac{1}{2} \exp[i\varphi(x,y)]]}{\text{Re}[\frac{1}{2} \exp[i\varphi(x,y)]]}, \quad (3.3)$$

donde $b(x,y) \neq 0$, además, al utilizar la ecuación arctan la fase estimada se encuentra en vuelta, esto es $\varphi \bmod 2\pi$.

El objetivo de la mayoría de los métodos de análisis de franjas son aislar la señal analítica. Este proceso se logra al introducir información con previo conocimiento a nuestro patrón de franjas y modificar el argumento de la señal, por medio de portadores.

3.2.1. Función portadora

Como se mencionó anteriormente es necesario realizar un cambio en el argumento de nuestra señal sinusoidal para poder realizar el proceso de obtener la fase buscada, esto se logra mediante la introducción de una función conocida, llama portadora espacio-temporal en el patrón. En la práctica esta modificación a nuestra señal se realiza mediante sistemas opto-electrónicos como actuadores o sensores mecánicos o virtuales.

Al introducir nuestra función portadora a la ecuación 3.1 obtenemos:

$$I(x, y, t) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\varphi(x, y) + c(x, y, t)], \quad (3.4)$$

donde $c(x, y, t)$ es la función portadora temporal de nuestro interferograma. Algunas funciones temporales portadoras son: temporal lineal [38], espacial con inclinación [39], portadora cónica [40], pixelado [41], por mencionar algunas.

Las portadoras temporales y espaciales nos permiten aislar la función analítica $\frac{1}{2}b(x, y) \exp[i\varphi(x, y)]$, además de resolver el problema de ambigüedad de la señal debido a que $\cos[\varphi + c] \neq \cos[-\varphi + c]$.

En la Figura 3.2 se muestra una simulación de un patrón de un interferograma de franjas abiertas donde en a) podemos observar la portadora lineal temporal, y en b) el interferograma producido modulado por la función peaks de Matlab.

Por diseño, la portadora debe tener mayor frecuencia en comparación con la fase buscada esto es:

$$\|\nabla c(x, y, t)\| > \|\nabla \varphi(x, y, t)\|_{max}, \quad (3.5)$$

donde, ∇ es el operador nabla definido como $\nabla = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial t})$.

$$\sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial y}\right)^2} > \sqrt{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)^2}. \quad (3.6)$$

3.2.2. Algoritmos de cambio de fase (PSAs)

Los algoritmos de cambio de fase (PSAs por sus siglas en inglés de phase-shifting algorithms) se basan en adquirir muestras sucesivas de los patrones los cuales tienen un

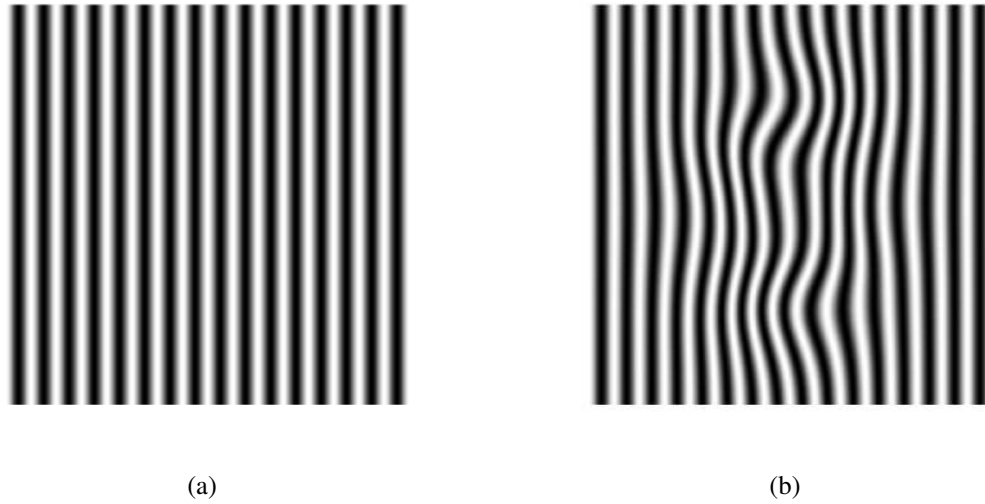


Figura 3.2: Patrón de un interferograma de franjas abiertas donde en a) podemos observar la portadora lineal temporal, y en b) el interferograma modulado por la fase

paso de fase uniforme (función portadora). A partir de la ecuación 3.39 e incluir un paso uniforme ω_0 a la fase, obtenemos:

$$\begin{aligned}
 I_0(x, y, t) &= a(x, y) + b(x, y) \cos[\varphi(x, y)], \\
 I_1(x, y, t) &= a(x, y) + b(x, y) \cos[\varphi(x, y) + \omega_0], \\
 I_2(x, y, t) &= a(x, y) + b(x, y) \cos[\varphi(x, y) + 2\omega_0], \\
 I_3(x, y, t) &= a(x, y) + b(x, y) \cos[\varphi(x, y) + 3\omega_0], \\
 &\vdots \\
 I_n(x, y, t) &= a(x, y) + b(x, y) \cos[\varphi(x, y) + n\omega_0].
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

El conjunto de ecuaciones anteriores corresponde a un interferograma temporal con desplazamiento de fase el cual podemos reescribir como:

$$I(x, y, t) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\varphi(x, y) + \omega_0 t].
 \tag{3.8}$$

Donde $\omega_0 t$ representa la modulación de fase de la portadora temporal.

3.2.3. PSA algoritmo mínimo de tres y 4 pasos

La derivación del algoritmo general de tres pasos PSAs consiste en considerar la toma de tres muestras del interferograma con un cambio de fase conocido:

$$\begin{aligned} I_0(x,y) &= a(x,y) + b(x,y) \cos[\varphi(x,y)], \\ I_1(x,y) &= a(x,y) + b(x,y) \cos[\varphi(x,y) + \omega_0], \\ I_2(x,y) &= a(x,y) + b(x,y) \cos[\varphi(x,y) + 2\omega_0]. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Al realizar una combinación lineal de las ecuaciones $I_0(x,y)$, $I_1(x,y)$ e $I_2(x,y)$ y utilizando identidades trigonométricas podemos resolver para despejar nuestra fase $[\varphi(x,y)]$ de la siguiente manera:

$$\tan[\varphi(x,y)] = \left[\frac{1 - \cos(\omega_0)}{\sin(\omega_0)} \right] \frac{I_2 - I_0}{I_0 - 2I_1 + I_2}. \quad (3.10)$$

Con un paso constante de $\omega = \frac{2\pi}{3}$ de la ecuación anterior obtenemos:

$$\varphi(x,y) = \tan^{-1} \left(-\sqrt{3} \frac{I_2 - I_0}{I_0 - 2I_1 + I_2} \right). \quad (3.11)$$

Al agregar una ecuación más al sistema y realizando los pasos en un corrimiento de $\omega = \frac{\pi}{2}$ y al manipular algebraicamente las ecuaciones obtenemos el algoritmo de cuatro pasos:

$$\varphi(x,y) = \tan^{-1} \left(-\frac{I_1 - I_3}{I_0 - I_2} \right). \quad (3.12)$$

La simulación de interfeogramas con desplazamiento de fase temporal de tres pasos puede observarse en la Figura 3.3.

3.2.4. Análisis espectral FTF de PSA

Las ecuaciones anteriores describen a los PSA de una manera clásica, en la actualidad una nueva forma de describir los PSAs es por medio del uso de la teoría función de transferencia de frecuencia (FTF por sus siglas en inglés de Frequency transfer function).

En general un PSA puede ser descrito como un filtro lineal de cuadratura que se caracteriza por una respuesta impulso $h(t)$, o por su FTF en el dominio de Fourier $H(\omega)$:

$$h(t) = \sum_{n=0}^{N-1} c_n \delta(t - n), \quad (3.13)$$

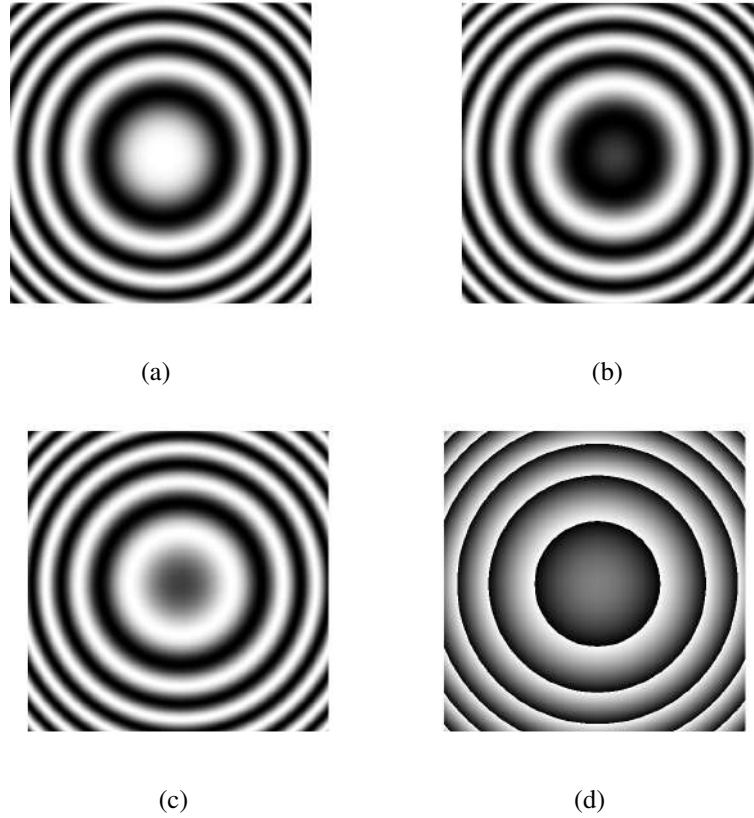


Figura 3.3: Interfeogramas con desplazamiento de fase temporal simulado con paso de fase dado por (a) $\omega_0 = 0$. (b) $\omega_0 = \frac{2\pi}{3}$. (c) $\omega_0 = \frac{4\pi}{3}$, (d) fase envuelta obtenida al aplicar el algoritmo de tres pasos PSA.

$$H(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} c_n \exp(-i\omega n). \quad (3.14)$$

Nuestra FTF debe cumplir con la siguiente condiciones para ser valido en un PSA:

$$H(0) = H(-\omega_0) = 0, H(\omega_0) \neq 0. \quad (3.15)$$

por lo que la aplicación de este filtro de cuadratura produce la siguiente señal analítica para $t = N - 1$

$$A_0 \exp[i\hat{\varphi}(x, y)] = \sum_{n=0}^{N-1} c_n I(x, y, n). \quad (3.16)$$

Es evidente que a partir de nuestra función analítica podemos obtener nuestra fase buscada $\hat{\varphi}(x, y) \bmod 2\pi$ al calcular la función ángulo.

La formulación analítica FTF para mínimos cuadrados de tres pasos PSA viene dada por su función de tranferencia:

$$H(0) = [1 - \exp(i\omega)][1 - (\omega + \omega_0)], \quad (3.17)$$

y por su señal analítica:

$$A_0(x, y) \exp [i\hat{\phi}(x, y)] = 2I_0 - (1 + i\sqrt{3})I_1 - (1 - i\sqrt{3})I_2, \quad (3.18)$$

3.2.5. Método de la transformada de Fourier (Método Takeda)

La técnica de perfilometría tridimensional por transformada de Fourier fue introducida por Mitsuo Takeda a inicios de los años 80s [42], surgió a través de una serie de experimentos, los cuales demostraron el uso de la técnica en franjas portadoras espaciales. Esta técnica se basa en el método de transformada de Fourier (MTF) para la demodulación de franjas y fue inspirada en el esquema de demodulación en la teoría de comunicaciones [43]. La técnica permite obtener la fase de una señal que se encuentra modulada o codificada dentro de una señal portadora, esta recuperación de fase se realiza mediante el uso de filtros en el dominio de la frecuencia y las propiedades de la transformada de Fourier.

Una señal de una dimensión (1D) de franjas portadoras detectadas por un sensor, puede ser expresada como:

$$g(x) = a(x) + b(x) \cos [2\pi f_p x + \phi(x)], \quad (3.19)$$

donde $a(x)$ es la intensidad de fondo no deseada, $b(x)$ es la amplitud de la señal, f_p es la frecuencia portadora la cual es modulada por $\phi(x)$ que es la fase buscada la cual se asume varía más lento que f_p .

Alternativamente la señal $g(x)$ puede ser reescrita en su forma compleja como:

$$g(x) = a(x) + \frac{1}{2}b(x) \exp [i\phi(x)] \exp (2\pi i f_p x) + \frac{1}{2}b(x) \exp [-i\phi(x)] \exp (-2\pi i f_p x), \quad (3.20)$$

$$g(x) = a(x) + c(x) \exp (2\pi i f_p x) + c^*(x) \exp (-2\pi i f_p x), \quad (3.21)$$

$$c(x) = \frac{1}{2}b(x) \exp [i\phi(x)]. \quad (3.22)$$

Donde $c(x)$ es la amplitud compleja de la señal (franjas), y c^* es el complejo conjugado

do de la amplitud $c(x)$.

Al aplicar la transformada de Fourier a la señal $g(x)$ obtenemos las componentes de frecuencia del espectro que constituyen a la señal. La transformada de Fourier de la señal es definida como:

$$G(f) = F[g(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \exp(-2\pi i f x) dx. \quad (3.23)$$

Al evaluar la señal y hacer uso de la propiedad de la transformada de Fourier correspondiente al teorema de desplazamiento obtenemos la siguiente ecuación:

$$G(f) = A(f) + C(f - f_p) + C^*[-(f + f_p)], \quad (3.24)$$

donde, $A(f)$ representa las componentes de frecuencia del ruido de fondo, separadas entre sí, simétricamente se encuentran la parte real $C(f - f_p)$ y la parte imaginaria $C^*[-(f + f_p)]$ de la componente fundamental. La propiedad de la Transforma de Fourier nos permite realizar un filtro selectivo o ventana (windowed en inglés) de la segunda componente del espectro. Por metodología se elige $C(f - f_p)$ para ser filtrada. El siguiente paso es remover la frecuencia portadora y separar el término $C(f)$, ésto se realiza haciendo un desplazamiento hacia el origen. En la Figura 3.4 se muestra una representación unidimensional del proceso de demodulación por el método de Takeda.

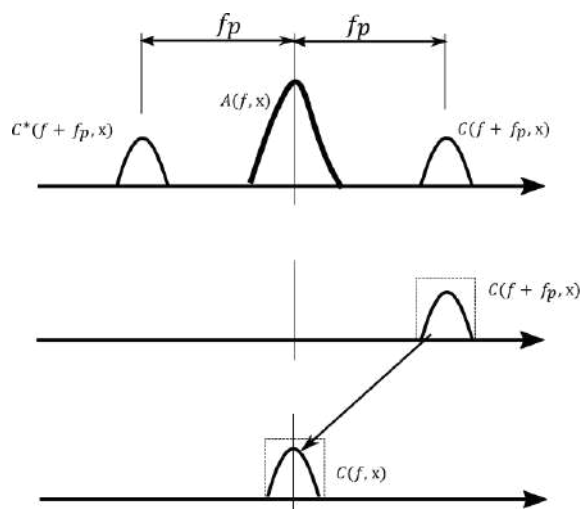


Figura 3.4: Representación unidimensional del proceso de demodulación de fase aplicado en el método de la transformada de Fourier introducido por Takeda.

La transformada de Fourier, establece que la señal puede ser reconstruida por la superposición de los armónicos complejos, y es utilizada para recuperar la amplitud compleja

de la señal:

$$c(x) = f^{-1}[c(f)] = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) \exp(2\pi ifx) df. \quad (3.25)$$

Al aplicar el algoritmo natural a la señal compleja resultante podemos obtener:

$$\log[c(x)] = \log \frac{1}{2} b(x) + i\phi(x), \quad (3.26)$$

donde podemos extraer la amplitud y la fase deseada, pero en este caso envuelta. La misma teoría se puede expandir a 2D al introducir una frecuencia portadora con componentes en $(f_{px}x + f_{py}y)$ Donde la señal detectada pasa a ser:

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos [2\pi(f_{px}x + f_{py}y) + \phi(x, y)]. \quad (3.27)$$

Al aplicar la transformada de Fourier a la señal $g(x, y)$ obtenemos.

$$G(f_x, f_y) = A(f_x, f_y) + C(f_x - f_{px}, f_y - f_{py}) + C^*[-(f_x - f_{px}), -(f_y - f_{py})]. \quad (3.28)$$

El proceso es el mismo que el realizado para una dimensión. En la Figura 3.5 se muestra la simulación de la técnica de Takeda para la demodulación de franjas en dos dimensiones.

3.2.6. Transformada de Hilbert para la demodulación de fase

EL principio de la demodulación de fase mediante el uso de la Transformada de Hilbert (HT Hilbert transform) se basa en emplear HT como un operador lineal que toma una función y produce otra con un desplazamiento de $\frac{\pi}{2}$ en el dominio espacial, ambas funciones son utilizadas para realizar la demodulación de franjas [44, 45].

Retomando la ecuación que describe un patrón de franjas:

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \phi(x, y)], \quad (3.29)$$

donde $2\pi f_0 x$ es nuestra franja portadora y $\phi(x, y)$ es la fase buscada, los términos han sido explicados anteriormente.

Para poder aplicar la transformada de Hilbert es necesario eliminar el ruido de fondo de nuestro patrón $a(x, y)$ por medio de algún filtro pasa altas en el dominio espacial, como resultado obtendríamos:

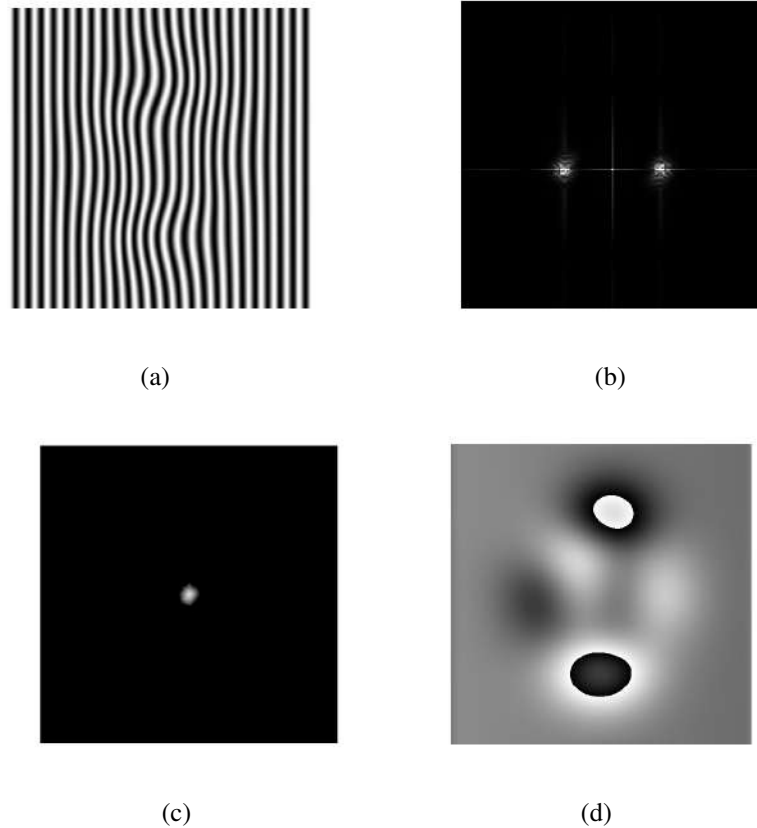


Figura 3.5: Interferograma con una fase modulada: (a) interferograma simulado, (b) representación del espectro de Fourier del patrón del interferograma, (c) frecuencias filtradas, (d) fase envuelta recuperada.

$$I'(x, y) = b(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \varphi(x, y)]. \quad (3.30)$$

La transformada de Hilbert puede ser expresada como [46]:

$$HT(f(t)) = \frac{1}{\pi} \int \frac{f(\tau)}{t - \tau} d\tau. \quad (3.31)$$

Al aplicar la transformada de Hilbert a nuestra función obtenemos:

$$HT[I'(x, y)] = b(x, y) \sin[2\pi f_0 x + \varphi(x, y)]. \quad (3.32)$$

Nuestra señal analítica estará formada por:

$$Z(x) = \frac{1}{2} I'(x) + i HT[I'(x)]. \quad (3.33)$$

La fase puede ser estimada a partir de:

$$\Delta\varphi = \arctan \frac{HT[I'(x)]}{I'(x)}. \quad (3.34)$$

La técnica simulada es presentada en la Figura 3.6

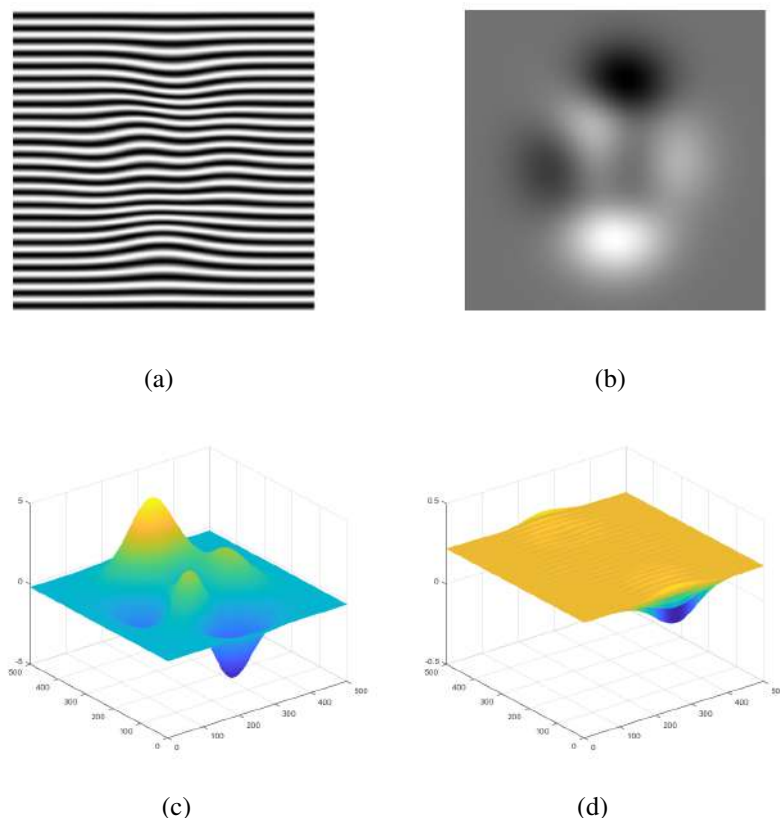


Figura 3.6: Simulación de demodulación de fase por la transformada de Hilbert (desenvuelta) (a) patrón de franjas deformadas simulado. (b) Fase simulada buscada, (c) fase recuperada mediante el uso de TH, (d) diferencias de la fase original y la estimada.

3.2.7. Desenvolvimiento de fase

Como se menciono anteriormente la fase estimada en la mayoría de técnicas de demodulación se encuentra $\text{mod } 2\pi$ rad. Lo que significa que nuestra fase obtenida tiene discontinuidades, llamada comúnmente como fase envuelta. Es necesario aplicar un algoritmo de desenvolvimiento el cual se encarga de corregir estas discontinuidades al agregar o restar múltiplos de 2π a nuestra fase envuelta. Esta etapa ha sido ampliamente investigada, estos son algunos algoritmos presentados: métodos de seguimiento de trayectorias guiadas de calidad [47], Goldstein [48], corte de máscara [49], Flynn [50], rejilla

múltiple [51], y por pesos, por mencionar algunos. La simulación de una fase envuelta se muestra en la Figura 3.7 (a) mientras que la fase desenvuelta tras aplicar un algoritmo de desenvolvimiento se muestra en la Figura 3.7 (b).

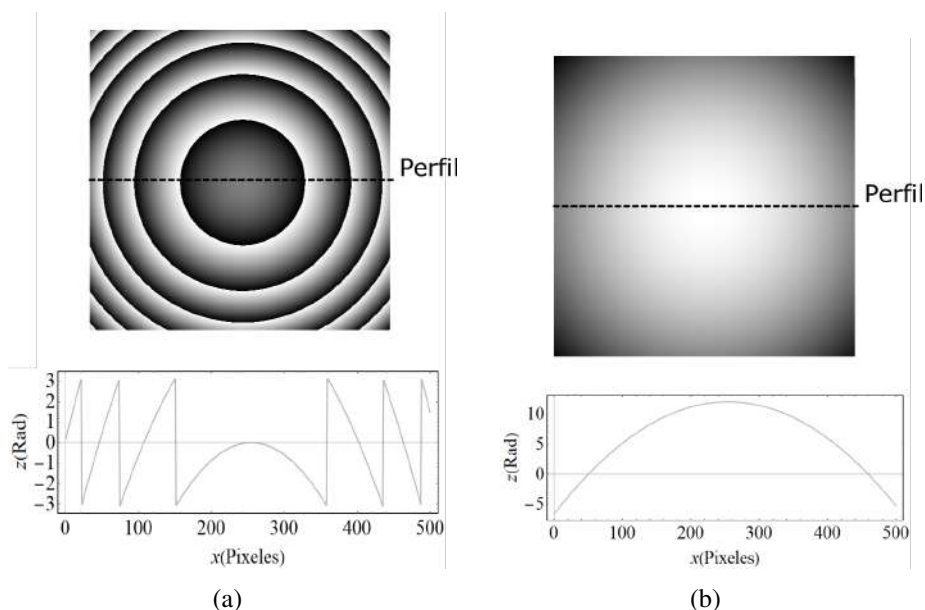


Figura 3.7: (a) Fase envuelta con su perfil. (b) Fase desenvuelta con su perfil.

3.3. Perfilometría por proyección de franjas

La perfilometría de proyección de franjas (FPP) es una de las técnicas más utilizadas dentro del método de proyección de luz estructurada [4]. Suele emplear un patrón de franjas de perfil sinusoidal, que mejora la resolución de la medición y la cantidad de información adquirida. Se aplica en diversos campos.

La técnica FPP para obtener la forma 3D de objetos comprende una metodología bien establecida. En cada paso, debemos considerar varios parámetros. Aunque podemos resumir en:

1. **Proyección y Adquisición**, abarca tanto la generación y proyección del patrón de franjas sinusoidales (patrón estructurado) sobre la superficie del objeto y el registro de las imágenes del patrón de franjas deformado por el objeto.
2. **Análisis de franjas**, incluye la aplicación de algunas técnicas de demodulación de franjas para calcular la distribución de fase de las imágenes, la cual es modulada por la distribución de la altura del objeto.

3. **Desenvolvimiento de la fase**, incluye aplicar un algoritmo adecuado de desenvolvimento de la fase, debido, a que la mayoría de los métodos de análisis de franjas utilizan la función matemática \arctan para recuperar la fase correcta que puede variar en más de 2π . Por lo tanto, la fase obtenida contiene discontinuidades artificiales que se corrigen integrando múltiplos de 2π cuando es necesario.
4. **Etapa de calibración**, es necesario realizar la conversión del mapa de fase a unidades reales, relacionando la altura del objeto mediante el conocimiento previo del sistema y corregir las aberraciones ópticas y la perspectiva del sistema. Para la implementación de la técnica se utilizan sistemas ópticos.

3.3.1. Sistema convencional para la perfilometría por proyección de franjas

Un sistema convencional de perfilometría por proyección de franjas se ilustra en la Figura 3.8. Consta de tres unidades fundamentales: una unidad de proyección, una unidad de adquisición de imágenes y una unidad de análisis. Para proyectar el patrón de franjas se suelen utilizar dispositivos de proyección de video digital. Para la adquirir las imágenes se utiliza un dispositivo de carga acoplada (CCD) o una cámara de vídeo de óxido metálico complementario (CMOS). Este tipo de sistemas suelen usarse para objetos de tamaño mediano, sin embargo, el mismo principio se puede utilizar para sistemas con escalas de nivel de objetos micrométricos.

El proyector de vídeo digital (DVP por sus siglas en ingles: Digital Video Projector) suele ser utilizado para realizar la proyección. Los DVP permiten obtener buenos perfiles de franjas y la posibilidad de ajustar los parámetros de las franjas computacionalmente como lo son el período de franjas, el color de las mismas, entre otras cosas. Sin embargo, algunos problemas de la utilización de DVP en la proyección de franjas son la proyección divergente y la oblicua, además la respuesta no lineal del proyector, parámetro que podría modificar los perfiles de las franjas afectándose la medición de la topografía 3D por lo que es necesario aplicar algoritmos computacionales para corregir estos problemas, algunos propuestos son el método de calibración [52], el cálculo iterativo [53], y corrección gamma [54] por mencionar algunos.

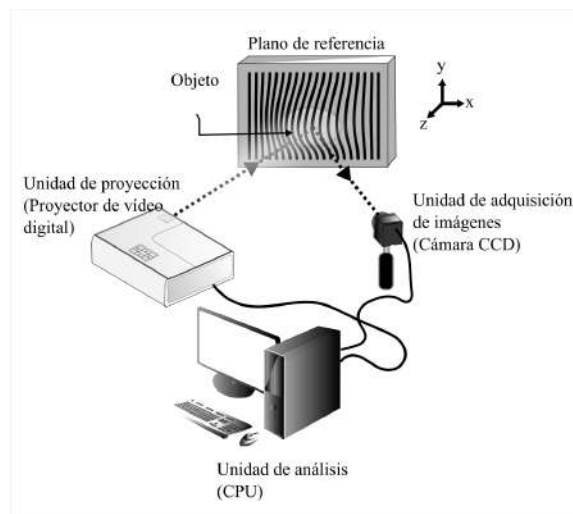


Figura 3.8: Sistema básico de perfilometría por proyección de franjas.

3.3.2. Cálculo de altura

Para determinar la altura de un objeto en un punto basta con utilizar la unidad de proyección (ver Figura anterior) y proyectar un spot luminoso sobre el plano de referencia (altura de un objeto $Z = 0$), adquirir una imagen, posteriormente colocar el objeto y adquirir una segunda imagen. El sistema registra con los sensores ópticos de la unidad de adquisición de imagen en la primera imagen, el spot en el punto A (véase la Figura 3.9). En la segunda imagen, el mismo spot luminoso proyectado cambia su posición al punto B , aunque debido a la insensibilidad de la cámara en Z , aparentemente estará situado en C , donde la altura local Z provoca el desplazamiento lateral aparente de d .

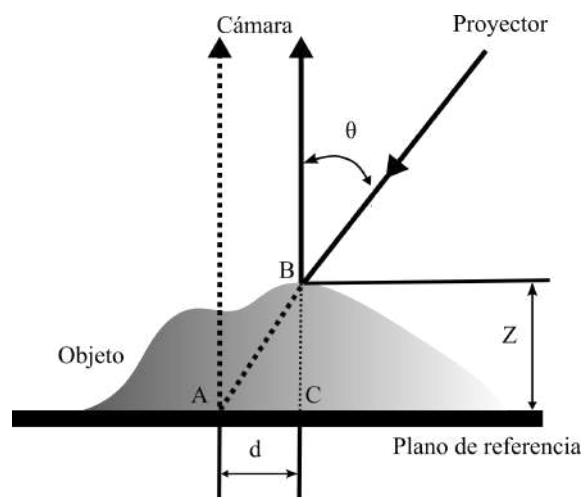


Figura 3.9: Esquema de recuperación de altura para un punto de la superficie. Sistema básico de perfilometría de proyección de franjas.

Asimismo, el principio puede aplicarse a cada punto (x,y) de las superficies del objeto para digitalizar su forma, lo que se conoce comúnmente como reconstrucción 3D o simplemente mapa de altura. Con esta información, el cálculo de la altura del objeto se simplifica a un mero problema de trigonometría y geometría, se puede determinar mediante la siguiente ecuación:

$$Z(x,y) = \frac{d(x,y)}{\tan \theta}, \quad (3.35)$$

donde $Z(x,y)$ es el mapa de altura, θ es el ángulo entre la unidad de proyección y la unidad de adquisición, y como hemos mencionado antes, $d(x,y)$ es el desplazamiento lateral aparente.

3.3.3. Proyección de franjas

En la Figura 3.10 se muestra la proyección de franjas sobre la superficie de un objeto de prueba, la iluminación es colimada y se asume que el periodo p de las franjas tienen una distancia constante, θ es el ángulo entre la proyección de las franjas y la observación, C es el intervalo de contorno y D es el periodo de las franjas observadas.

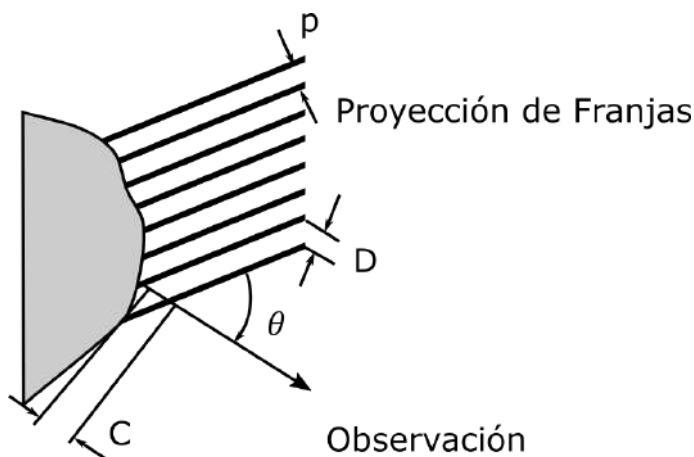


Figura 3.10: Esquema de proyección de franjas sobre un objeto, donde, p es el periodo de las franjas proyectadas, θ es el ángulo entre la proyección y la observación.

El periodo observado por las franjas (D) se determina mediante [16, 55]:

$$D = \frac{p}{\cos(\theta)}. \quad (3.36)$$

El intervalo de contorno C es determinado mediante:

$$C = \frac{p}{\sin \theta} = \frac{D}{\tan \theta}. \quad (3.37)$$

Mientras mayor sea el ángulo θ menor será los intervalos de contorno. Por lo que a un ángulo $\theta = 90^\circ$, C sera igual a p y se obtendrá la sensibilidad máxima del sistema. Al contrario cuando $\theta = 0$ la sensibilidad de la medición será cero. Es importante mencionar que la topografía de la superficie del objeto a medir puede producir oclusiones o sombras a ciertos ángulos, por lo que es importante elegir el mejor ángulo para el objeto a medir.

Como se mencionó anteriormente una alternativa para producir un patrón de franjas es por medio de interferencia como se muestra en la Figura 3.11, el periodo esta dado por:

$$p = \frac{\lambda}{2 \sin(\Delta\alpha)}, \quad (3.38)$$

donde λ es la longitud de onda de la iluminación y $\Delta\alpha$ es el ángulo entre los dos rayos que interfieren.

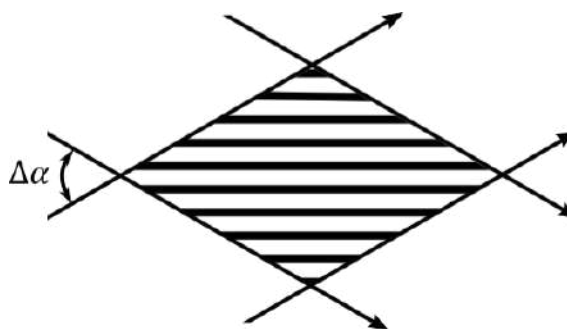


Figura 3.11: Patrón de franjas producido por la interferencia de dos rayos a cierto ángulo $\Delta\alpha$.

El modelo matemático que describe la distribución de la intensidad de un patrón de franjas sinusoidal con frecuencia portadora lineal observada (adquirida) por la cámara se define por:

$$I(x,y) = a(x,y) + b(x,y) \cos\left[x \frac{2\pi}{p} + \phi(x,y)\right], \quad (3.39)$$

donde $a(x,y)$ es el ruido de fondo, y $b(x,y)$ representa el contraste local de la función, p es el periodo del patrón de franjas, $\phi(x,y)$ es la fase buscada que es modificada por la superficie topográfica del objeto.

Cuando la topografía del objeto produce un desplazamiento de fase igual a un período del patrón de franjas ($d = p$), éste ocupará el lugar de las franjas vecinas, lo que corresponde a un valor de fase de 2π rad; este valor de altura se conoce como “intervalo de contorno” (Δz). Por tanto, sustituyendo d por $n\Delta z = \frac{p\phi}{2\pi}$ en la ecuación 3.35, la topografía se describirá por:

$$Z(x,y) = \frac{\phi(x,y)}{2\pi} \cdot \frac{p}{\tan(\theta)}, \quad (3.40)$$

3.3.4. Resolución de la técnica de proyección de franjas

La resolución axial r_z de la técnica es análoga a la resolución óptica lateral $r_{x,y} = \frac{0,061\lambda}{NA}$, donde λ es la longitud de onda de la luz, y NA es la apertura numérica de la lente. Dependiendo de la sensibilidad en la que el sistema puede medir el desplazamiento lateral aparente (d) del punto de luz proyectado, y el ángulo de proyección es la resolución máxima del sistema descrito por la siguiente ecuación:

$$r_z = \frac{r_{x,y}}{\tan \theta}. \quad (3.41)$$

Sin embargo, cuando se trabaja con FOV a escala micrométrica, el valor del tamaño del píxel sustituye a $r_{x,y}$ [23].

Sistema de proyección de franjas: hardware, software, metodología y resultados

4.1. Introducción

En este capítulo se presenta el desarrollo y la implementación de dos sistemas para la técnica perfilometría de proyección de franjas a nivel microscópico, donde uno utiliza iluminación que proviene de un láser y otro de un diodo emisor de luz (también conocido por la sigla LED, del inglés Light Emitting Diode). Las franjas proyectadas son generadas interferométricamente usando un interferómetro de Gates cuyo funcionamiento se basa en el uso de un cubo divisor. Como se esperaba, se obtuvieron franjas de buen contraste y con menor ruido al utilizar el LED como fuente de iluminación, dada la corta longitud de coherencia que presenta, donde los resultados fueron comparados con los obtenidos mediante iluminación láser. Los sistemas ópticos implementados tienen la ventaja de usar pocas componentes en su implementación.

El uso de un cubo divisor de haces con la configuración interferométrica de Gates se había empleado ampliamente en investigaciones recientes. Ferrari [20] implementó un único elemento en un interferómetro robusto. Del mismo modo, Ghosh [21] presentó la interferometría de cambio de fase utilizando la misma idea. También se implementó en la holografía digital [25] y en otras investigaciones diversas [26, 27, 56]. Riback [19] presentó la disposición más similar a la utilizada en este trabajo en un interferómetro de fase modulada, con luz blanca; sin embargo, en mayor concordancia con nuestro trabajo,

Rayas [23] presentó la primera aproximación al uso de la configuración de Gates en un sistema de perfilometría de proyección de franjas, que mostró buenos resultados utilizando una fuente de luz láser.

La capacidad monolítica del cubo proporciona un sistema estable, con portabilidad y bajo costo, en comparación con el uso de moduladores y las rejillas de Ronchi. Las propiedades monolíticas del cubo proporcionan estabilidad y robustez contra vibraciones mecánicas, lo que nos permitió obtener franjas estables. La justificación del uso de franjas generadas interferométricamente es debido a que se pueden obtener patrones de franjas de alta frecuencia y así evaluar la topografía de micro-objetos.

4.2. Teoría asociada al interferómetro de Gates

El interferómetro presentado por Gates [16, 17] utiliza un cubo divisor de haz como su componente óptico fundamental para generar el patrón de interferencia. Su principio se basa en colocar un cubo divisor de haz orientado con la capa de adhesivo que une a los dos prismas en paralelo a la dirección de haz de luz en una de las caras del cubo, las reflexiones y refracciones que se generan en el interior del cubo producen dos frentes de onda uno invertido con respecto al otro a la salida del cubo. La configuración del interferómetro de Gates puede observarse en la Fig.4.1, donde, S y S' representan la fuente de luz primaria y secundaria respectivamente, mientras M es un espejo.

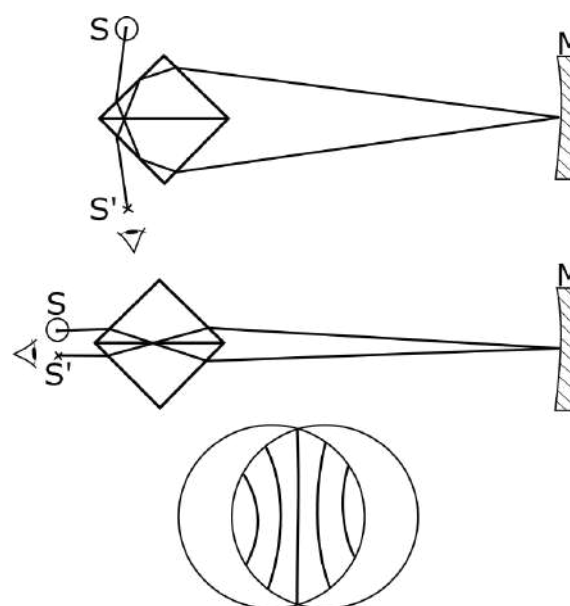


Figura 4.1: Configuración del interferómetro de Gates.

En la Figura 4.2 se ilustra una modificación del sistema de interferómetro de desplazamiento sugerido por Gates [16] para la proyección de franjas. Como se menciona anteriormente se utiliza como elemento principal un cubo divisor de haz (BSC) formado por dos prismas similares en ángulo recto cementados por su hipotenusa. Una de las caras está revestida de un dieléctrico para controlar el coeficiente de reflexión y transmisión. Es común ver los BSC implementados en interferómetros de amplitud. La clave del interferómetro es la orientación del cubo, con la capa de adhesivo paralela a la dirección de un rayo láser expandido y colimado.

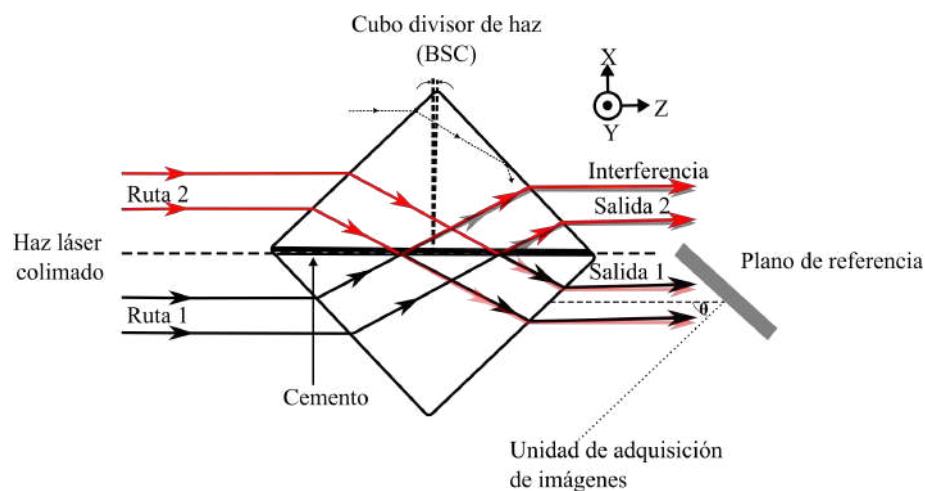


Figura 4.2: Diagrama esquemático simplificado del interferómetro de Gates para la perfilometría por proyección de franjas.

Las líneas de flechas rojas y negras indican la parte del rayo incidente en la mitad inferior y superior del cubo BSC y su trayectoria. Si seguimos los rayos de la mitad superior a través del medio, se puede ver que los rayos incidentes se refractan y se redirigen hacia la unión de los prismas, donde una porción se refleja y la otra se transmite. Finalmente, salen del cubo divisor de haz. Para diferenciar la trayectoria de los rayos que sufren una transmisión fueron desvanecidos. El mismo proceso es igual para la otra mitad.

En consecuencia, a la salida de la mitad inferior y superior del cubo BSC, obtenemos dos patrones de interferencia (Salida 1 y 2) por la superposición de dos réplicas del mismo frente de onda incidente, una invertida respecto a la otra. Una parte de los rayos del láser colimado, representada por la línea punteada en la parte superior del cubo, no tiene la trayectoria correcta, debido que su trayectoria no incide en la unión de los prismas. En consecuencia, en la salida, tenemos sólo una parte del rayo incidente.

Como se muestra en el esquema de trazo de rayos de la Figura 4.3, al girar BSC un ángulo α (tilt), la porción transmitida del rayo láser que incide en la parte inferior del

BSC emerge con el mismo ángulo con el que entró, mientras que la que incide en la parte superior emerge con un ángulo 2α (inclina la porción reflejada), este mismo proceso ocurre para las dos salidas interferométricas. Así, el periodo de las franjas interferométricas se define por [16]:

$$p = \frac{\lambda}{2 \sin(2\alpha)}, \quad (4.1)$$

donde λ es la longitud de onda de la fuente, y α es el ángulo de rotación (inclinación). Por lo tanto, el período resultante del patrón de franjas puede modificarse girando el cubo sobre su eje.

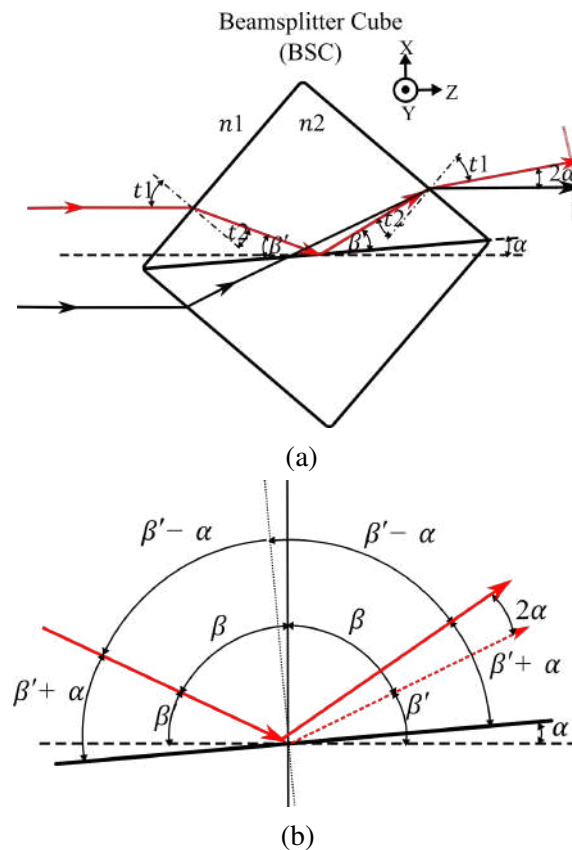


Figura 4.3: Trazado esquemático de rayos para una rotación del cubo del beamsplitter y los haces de salida, a) y b) representación del cubo y diagrama de rayos, respectivamente, demuestran el ángulo 2α de salida. β es el ángulo entre la normal de la unión de los prismas y el rayo incidente, mientras β' es el ángulo entre el rayo y la unión.

4.3. Software utilizado en el proyecto

Se utilizó el software matemático Matlab (Laboratorio de matrices) para la programación de los algoritmos de demodulación de fase y desenvolvimiento de fase. El software

nos ofreció un entorno de desarrollo integral en un lenguaje de cálculo técnico de alto nivel, diseñado para el desarrollo de algoritmos, análisis de datos, visualización de datos, simulación, entre otras. También se requirió de programas de apoyo de MATLAB® llamados Toolbox los cuales incrementan las funciones posibles a utilizar. Se hizo uso del Image Processing Toolbox™ el cual proporciona un conjunto de algoritmos, funciones y aplicaciones de referencia estándar para el procesamiento, análisis y visualización de imágenes, así como el desarrollo de algoritmos. La rutina para adquirir las imágenes, el procesamiento de las mismas y el control de un servomotor se codificaron en el software LabVIEW™, asegurando los pasos adecuados. Los gráficos y la visualización de los datos se compusieron en WOLFRAM MATHEMATICA.

4.4. Interferómetro de Gates para perfilometría de proyección de franjas con luz láser

Para la implementación de un sistema de proyección de franjas de alta frecuencia mediante interferencia y luz láser se utilizó la configuración del interferómetro de Gates basado en el esquema presentado en la Figura 4.2.

4.4.1. Hardware correspondiente al sistema óptico

El diagrama esquemático propuesto para la proyección de franjas por medio del interferómetro de Gates para la perfilometría por franjas se muestra en la Figura 4.4.

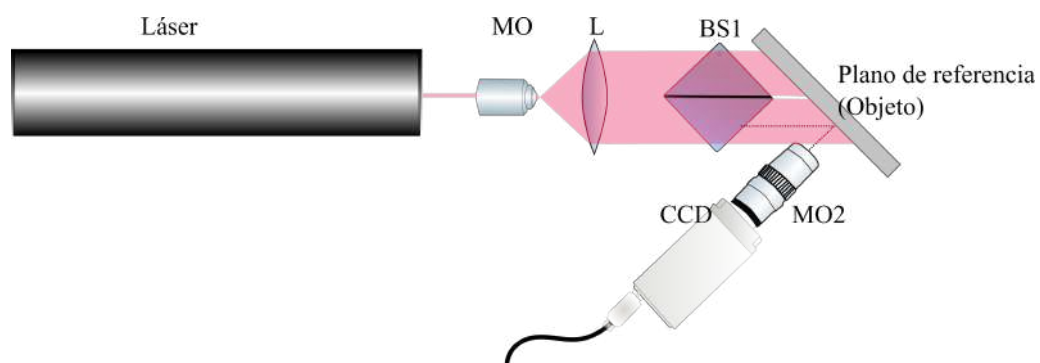


Figura 4.4: Diagrama para proyección de franjas. Componentes: objetivo de microscopio (MO2), lente (L), cámara (CCD), Cubo divisor de haz (BS1)

Una foto del arreglo experimental se muestra en la Figura 4.5. A continuación se presenta los componentes principales utilizados.

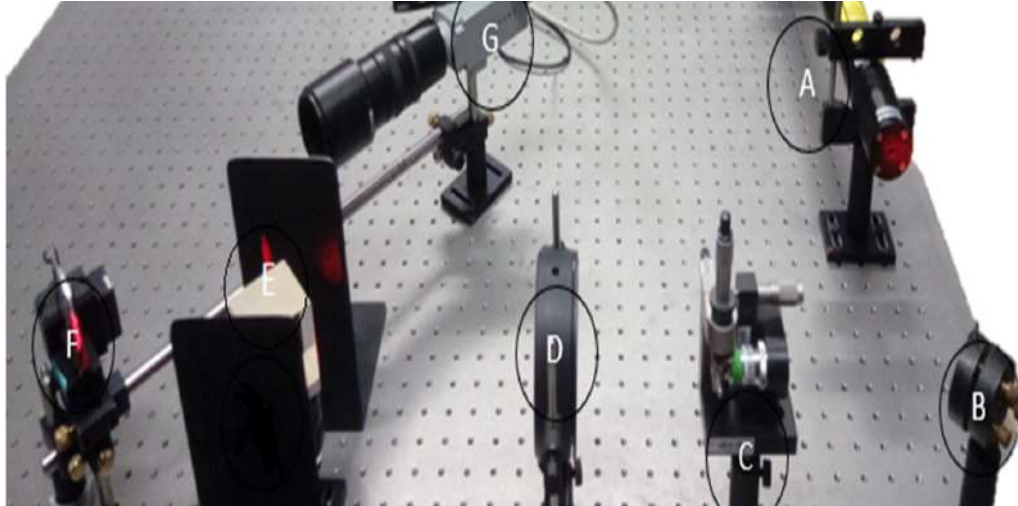


Figura 4.5: Arreglo experimental luz láser: A) Láser de He-Ne, B) espejo, C) Objetivo de microscopio con pinhole, D) lente colimadora, E) Cubo divisor de haz, F) objeto, G) cámara CCD.

4.4.1.1. Fuente de luz Láser

Como fuente de luz se utilizó un láser Helio-Neón modelo *HNL210L* el cual cuenta con las siguientes especificaciones del fabricante; 633 nm de longitud de onda central (color rojo), 21.0 mW de potencia mínima de salida, 0.70 mm de diámetro de haz y aproximadamente 30 cm de longitud de coherencia. El láser se muestra en la Figura 4.6.



Figura 4.6: Láser Helio-Neón modelo HNL210L.

4.4.1.2. Colimación

El haz proveniente del láser presenta un diámetro aproximado de 0.70 mm , se utilizó entonces un objetivo de microscopio de $40\times$ así como un "pinhole" de 10 micras con la

finalidad de amplificar el tamaño del haz del láser. El filtro espacial configurado con las componentes anteriores genera una fuente de iluminación divergente. Para colimar la luz se hace uso de una lente que es colocada a su distancia focal de 15 cm, con respecto al filtro espacial, generándose un haz de luz colimado el cual incide en el cubo divisor que está alineado con respecto al eje óptico.

4.4.1.3. Unidad de adquisición de imagen

Como parte de la unidad de adquisición se utilizó una cámara de alto rendimiento modelo PL-B956F la cual es una cámara con un sensor de dispositivo de carga acoplada (CCD por sus siglas en inglés de charged coupled device) en color, de 1.4 megapíxeles y cuenta con una resolución de 1392 (Horizontal) x 1040 (Vertical). Esta cámara encapsulada cuenta con una interfaz FireWire, y su sensor de barrido progresivo es el Sony ICX285 el cual tiene un formato óptico de $\frac{2}{3}$ de pulgada y un paso de píxel de 6.45 μm [57], la cámara se puede observar en la Figura 4.7.



Figura 4.7: Unidad de adquisición, cámara de alto rendimiento modelo PL-B956F.

4.4.2. Implementación

Se proyectó el patrón de franjas sobre el plano de referencia. Para la demodulación de franjas se utilizó la técnica de Fourier (sección 3.1.5), por lo que se requirió obtener el patrón de franjas con alta frecuencia, ésto se logró girando el cubo en su propio eje (tilt) dos grados.

En la Figura 4.8 se muestran dos patrones de franjas proyectados sobre el plano de referencia utilizando el arreglo de la sección 4.1 y Figura 4.4.

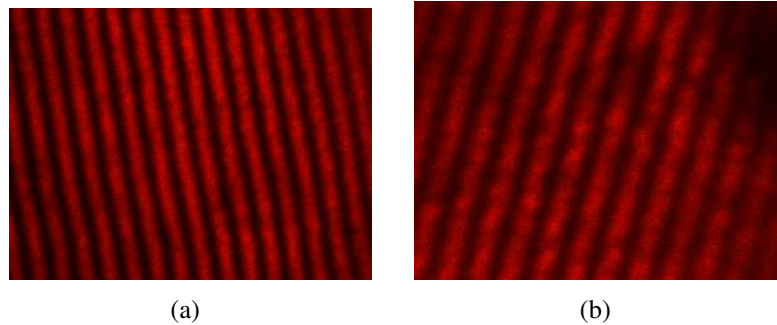


Figura 4.8: Patrones de franjas observados en el plano de referencia, a) con mayor y b) menor frecuencia.

Debido a la longitud de coherencia del láser que es aproximadamente 30 cm, es fácil realizar la interferencia entre los dos frentes de onda, esto incluye incrementar la frecuencia de las franjas al rotar (tilt) del cubo divisor de haz. Lo que permite aplicar fácilmente la técnica de Takeda.

La Figura 4.9 muestra la obtención de fase aplicando la técnica de transformada de Fourier.

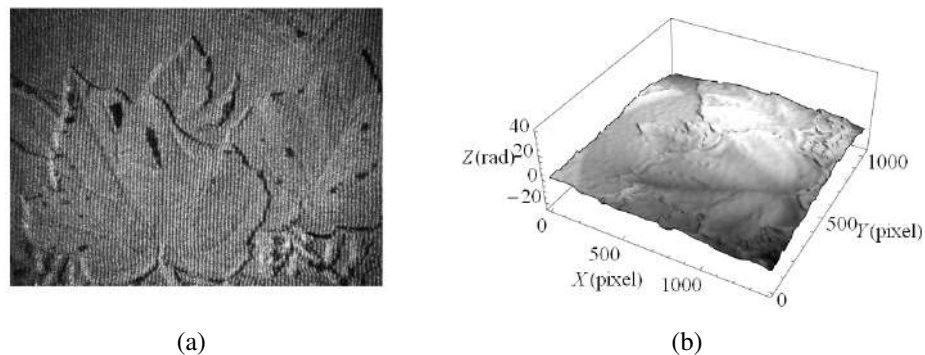


Figura 4.9: (a) Objeto con el patrón de franjas proyectadas sobre él, (b) mapa de fase recuperado.

4.5. Calibración (láser)

En la Figura 4.10a franjas proyectadas sobre una placa metálica con una concavidad y en la Figura 4.10b la fase envuelta utilizando la técnica de corrimiento de fase mencionada anteriormente.

La Figura 4.11 muestra la reconstrucción tridimensional de la concavidad y su respec-

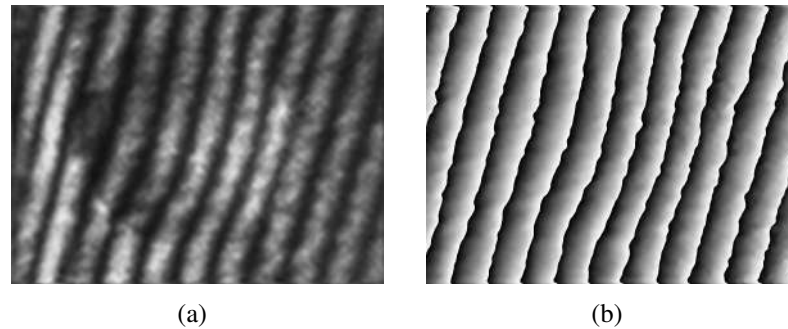


Figura 4.10: a) Frangas proyectadas sobre el objeto, b) Fase envuelta.

tivo perfil el cual es comparado con el perfil tomado de un perfilómetro comercial modelo surfanalyzer 4000.

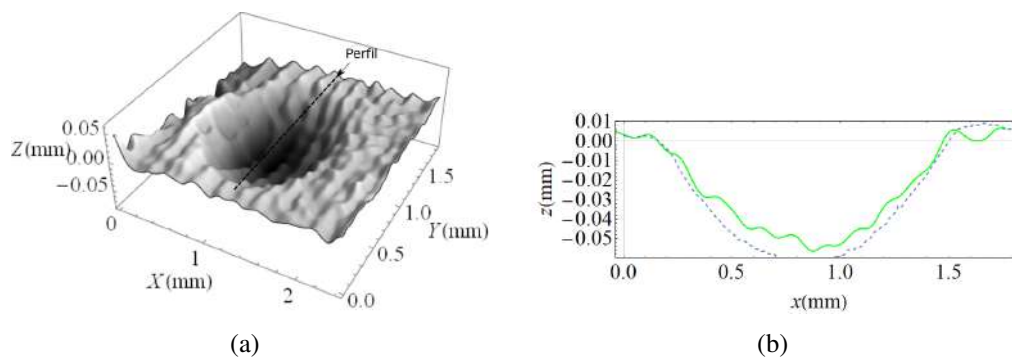


Figura 4.11: a) Topografía, b) Perfil utilizando una fuente de luz (curva sólida) y un perfilómetro (curva discontinua).

4.6. Interferómetro de Gates para perfilometría de proyección de franjas con luz LED

El interferómetro de Gates para proyección de franjas puede ser relativamente fácil de implementar al usar una fuente altamente coherente como es el caso de la luz láser, sin embargo, es necesario realizar algunos cambios para poder utilizar luz de baja coherencia como es el caso de la luz LED. En esta sección se describe el diagrama esquemático y la explicación de los elementos incluidos para poder obtener franjas estables utilizando una fuente de luz LED.

La luz LED se caracteriza por tener una baja coherencia tanto espacial como temporal. Con longitudes de coherencias mucho menores a la de luz láser, los LED pueden ser con-

siderados como una fuente extendida, descritas como una colección de fuentes puntuales que emiten radiación aleatoriamente no coherente entre si (baja coherencia espacial).

La propuesta incluye utilizar un segundo cubo divisor de haz, el cual requiere estar con la misma configuración del interferómetro de Gates, con la capa de adhesivo de los prismas en dirección paralela a un haz de luz LED colimado. La Figura 4.12 muestra el trazo de rayos correspondientes mediante el uso de los dos cubos divisores. En este caso, se utiliza solo la parte superior del primer cubo obstaculizando la parte inferior del mismo. Después del segundo cubo, se pueden obtener dos patrones de interferencia los cuales son posibles gracias a que se obtiene haces que provienen de una misma fuente.

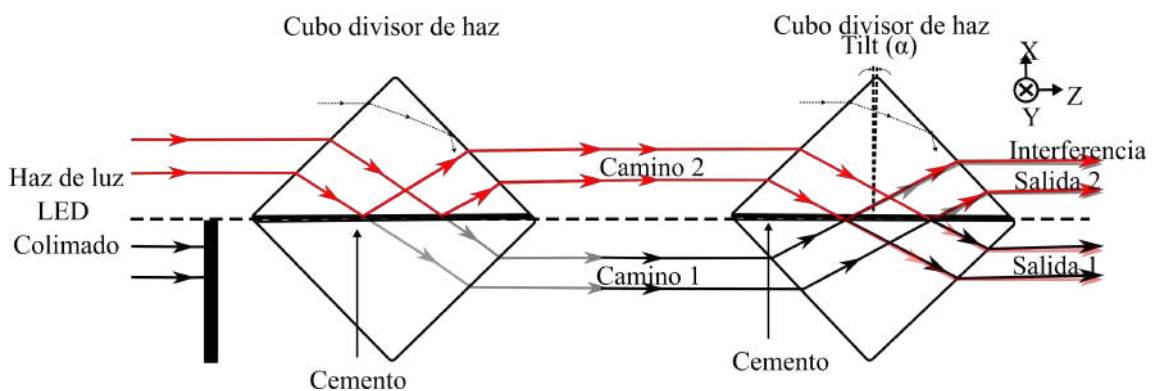


Figura 4.12: Diagrama para con la configuración de Gates para proyección de franjas.

La teoría del interferómetro de Gates es la misma para la configuración con luz LED, por lo tanto, la frecuencia de las franjas es modificada mediante el "tilt" del segundo cubo, la distancia entre franjas puede ser calculada mediante la ecuación 4.1.

4.6.1. Hardware correspondiente al sistema óptico utilizado (LED)

La Figura 4.13 presenta el montaje del arreglo experimental al usar un LED como fuente de iluminación.

El arreglo experimental y la disposición de los componentes ópticos propuestos para un perfilómetro de proyección de franjas microscópicas basadas en luz LED y la configuración del interferómetro de Gates se presenta en la Figura 4.14.

Además del uso de una fuente de luz LED, la configuración óptica de este trabajo utilizó dos cubos divisores de haz en lugar de uno, una variación necesaria del interferómetro de Gates convencional. Los cubos fueron orientados con la capa de recubrimiento paralela a la dirección del rayo expandido y colimado de la fuente de iluminación. La fuente de luz

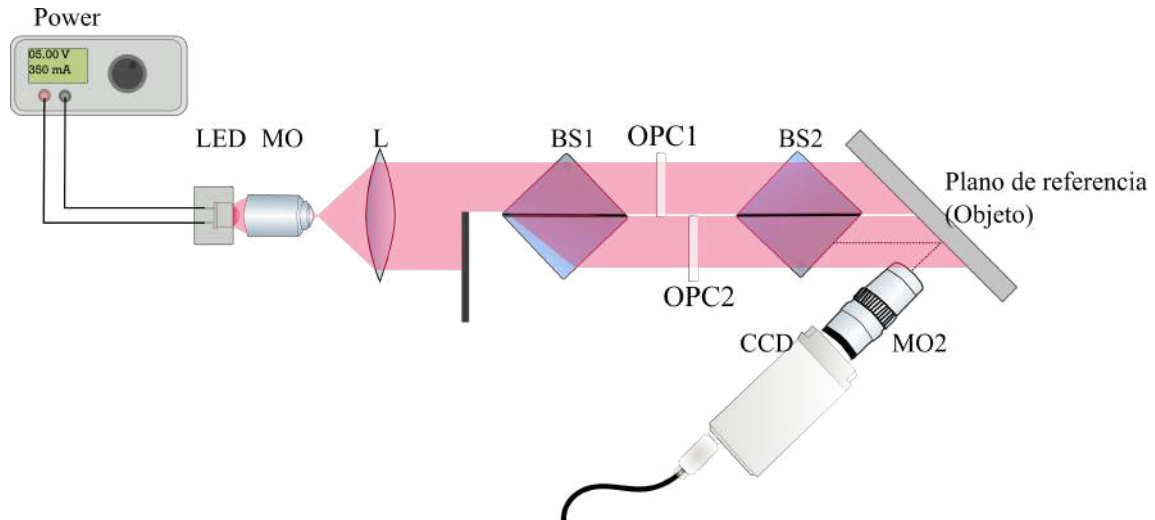


Figura 4.13: Esquema del montaje experimental con luz LED. Componentes: objetivo de microscopio (MO y MO2), lente (L), cámara (CCD), Cubo divisor de haz (BS1 y BS2)

LED está conformada por múltiples fuentes puntuales independientes con baja coherencia espacial. Dado lo anterior, no es posible obtener interferencia de la luz entre los haces que inciden en la parte izquierda y derecha, después del primer cubo. Se bloquea entonces una de las secciones del cubo para tener interferencia después del segundo cubo, el cual conformaría el interferómetro de Gates.

Los cubos están fabricados con vidrio Crown-Borosilicato N-BK7 (Pyrex), que cuentan con una baja dilatación térmica $\alpha = 3,2 \times 10^{-6} K^{-1}$ y una alta rigidez mecánica de $E = 82 GPa$. Además son no polarizados y respecto a la transmitancia y reflectancia de 50:50.

4.6.2. LED

Como fuente de luz se utilizó un LED de la marca Thorlabs, modelo LED635L el cual puede observarse en la ver Figura 4.15, con las siguientes especificaciones del fabricante; emite luz con una salida espectral central (longitud de onda) de 635 nm , una anchura a media altura (FWHM por sus siglas en inglés: full width at half maximum) de 15 nm , un ángulo de proyección a media vista de 7° , y una potencia óptica de corriente directa (DC) de 350 mA . El LED está alojado en un encapsulado TO-39, además cuenta con una lente esférica de vidrio, sin embargo, el fabricante no proporciona la distancia focal de la lente ni material de la misma. La potencia óptica mínima es de 80 mW y típica de 170 mW .

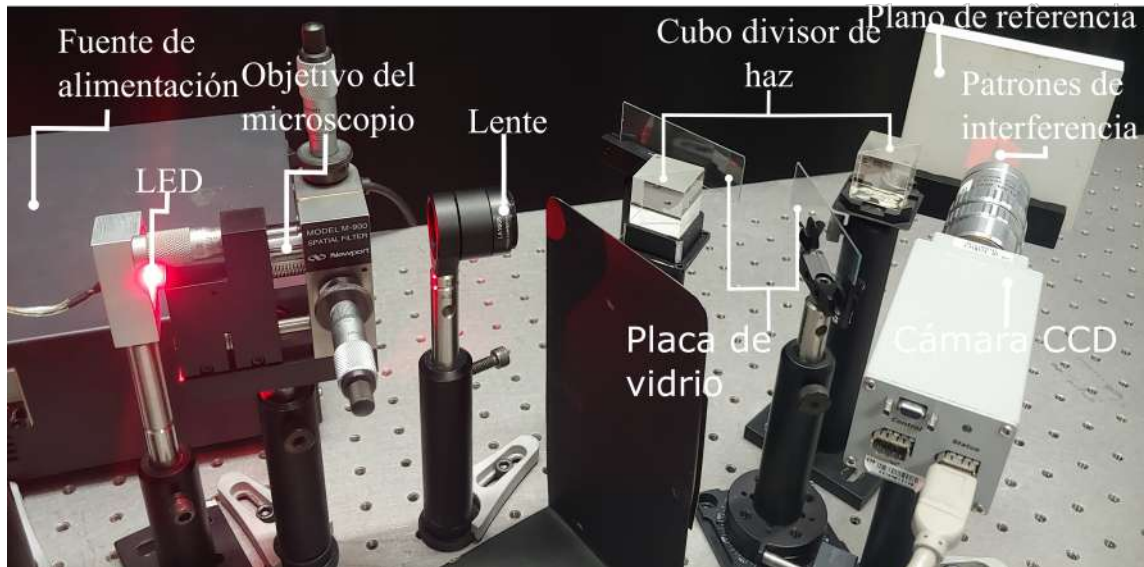


Figura 4.14: Esquema del montaje experimental con luz LED.



Figura 4.15: Fotografía del LED modelo LED645L marca Thorlabs.

Mediante un analizador de espectro óptico Aq-6315 se adquirió la distribución de intensidad espectral. La Figura 4.16 muestra la distribución de intensidad espectral del LED635L, además, mediante el mismo dispositivo se calculó la anchura espectral $\Delta\lambda$, la longitud de onda del ancho de línea de la fuente de luz λ y la longitud de onda central l_c .

La longitud de coherencia del LED se estimó mediante la siguiente ecuación,

$$l_c = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}. \quad (4.2)$$

Donde l_c es la longitud de coherencia, λ es la longitud de onda central, y $\Delta\lambda$ es la longitud de onda del ancho de línea de la fuente de luz. Se compararon los datos proporcionados del fabricante y los obtenidos mediante el analizador de espectro óptico, además, se implementó un interferómetro de Michelson para apoyar la longitud de coherencia calculada.

El valor de longitud de coherencia del LED l_c calculado por el analizador de espectro óptico fue de $22.73 \mu m$, utilizando los datos del fabricante se obtuvo $26,8 \mu m$, un valor similar al obtenido con el interferómetro de Michelson, que fue de $27 \mu m$. La diferencia de valores no es muy grande, esta diferencia puede deberse a la antigüedad del analizador de espectro óptico, sin embargo, los resultados nos muestran que el LED utilizado cuenta con una longitud de coherencia el doble que un LED con un encapsulado $T - 1\frac{3}{4}$ los cuales comercialmente son más comunes y pueden conseguirse en una tienda de electrónica. Este incremento considerable de l_c nos permite utilizarlo en el interferómetro propuesto, debido a que una mayor longitud de coherencia esta relacionada con la posibilidad de obtener una mayor frecuencia de franjas. La separación de los frentes de onda del interferómetro de Gates está relacionada con la rotación del cubo y el ángulo de salida de los rayos.

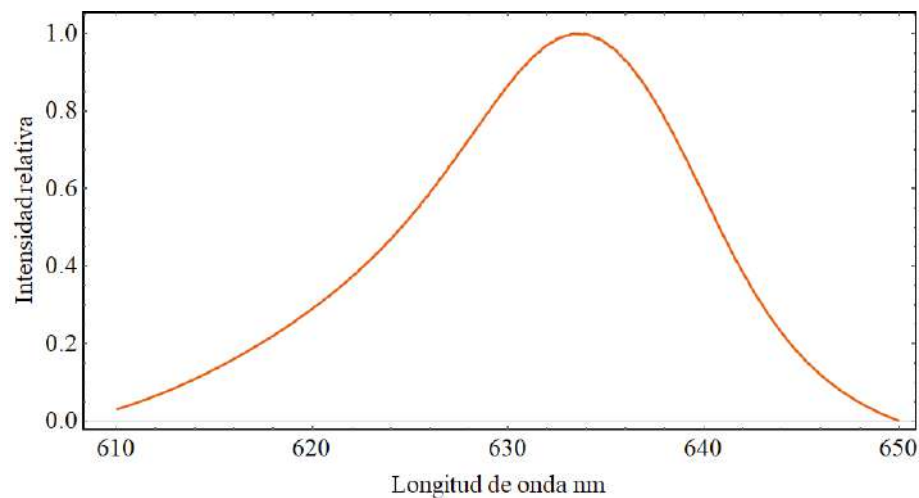


Figura 4.16: Distribución de intensidad espectral del LED635L.

4.6.2.1. Alimentación de corriente y montura del LED

Se utilizó un driver que consistió en un regulador LM317T de tres pines de amplia temperatura, y una resistencia de alta potencia. Se alimentó con 5 voltios mediante una fuente de alimentación para gestionar la corriente de funcionamiento típica del dispositivo electrónico, ver Figura 4.17.



(a)



(b)

Figura 4.17: (a) Fuente de poder programable, (b) regulador LM317T.

El LED se montó en una estructura de aluminio especialmente diseñada para evitar daños de sobrecalentamiento. La montura se diseñó mediante el software SolidWorks y se muestra en la Figura 4.18.

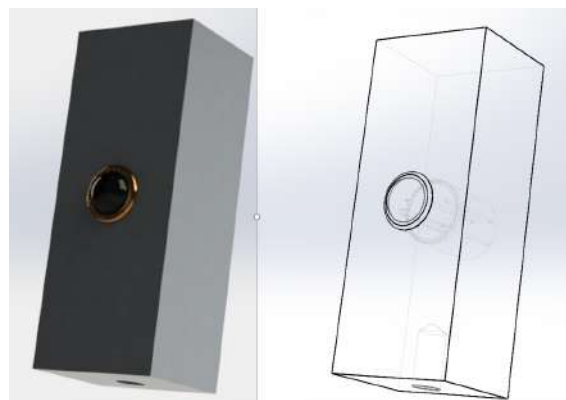


Figura 4.18: Montura para el LED.

4.6.2.2. Arreglo para colimación de LED

Se colocó un objetivo de microscopio (MO) de 60X en dirección de los rayos de luz del LED, el MO tenía como propósito dos cosas principalmente, la primera consistió en servir como un diafragma para limitar el tamaño del área del LED donde pasaría la luz, esto incrementa la coherencia espacial de nuestra fuente de luz. La segunda es expandir el haz de luz para poder ser colimado mediante una lente, en el caso del arreglo experimental se colocó una lente con una distancia focal 7.5 mm en dirección de la fuente de luz expandida, por lo tanto, a la salida se obtenía un frente de onda plano con mayor coherencia espacial que el del LED original. No se utilizó un “pinhole” como filtro debido a que la baja coherencia temporal del LED no permite interferencia espuria, además, que disminuiría considerablemente la intensidad de luz que pasa por arreglo.

4.6.2.3. Unidad de adquisición de imagen

Como parte de la unidad de adquisición se utilizó una cámara de alto rendimiento modelo PL-B956F la cual es una cámara con un sensor de dispositivo de carga acoplada (CCD por sus siglas en inglés de charged coupled device) en color, de 1.4 megapíxeles y cuenta con una resolución de 1392 (Horizontal) x 1040 (Vertical). Esta cámara encapsulada cuenta con una interfaz FireWire, y su sensor de barrido progresivo es el Sony ICX285 el cual tiene un formato óptico de $\frac{2}{3}$ de pulgada y un paso de píxel de $6.45\ \mu\text{m}$ [57].

Acoplada a la cámara se colocó un objetivo de microscopio marca Edmund, de larga distancia de trabajo con corrección al infinito, cuenta con óptica de alta calidad en diseño plano apocromático que mantiene una gran distancia de trabajo con una distancia focal de lente de tubo de 200 mm , con un poder de resolución de 0.7 micras. Una magnificación de 20X y una apertura numérica (NA) de 0.42 ver Figura 4.19. Mediante la configuración cámara objetivo de microscopio anteriormente mencionado, se obtuvo un campo de visión (FOV) con dimensiones de $2.4 \times 1.8\text{ mm}^2$.

4.6.3. Corrimiento de fase

Un método propuesto para poder aplicar la técnica de corrimiento de fase, se logra utilizando una placa plano paralela, colocada de manera perpendicular a la dirección de los rayos de luz, la cual nos permite cambiar la longitud del camino óptico de uno de los brazos del interferómetro.



Figura 4.19: Objetivo de microscopio marca Edmund.

Entre los dos cubos se situaron dos placas plano paralelas con un espesor de 2 mm , definidas en el arreglo de la Figura 4.20 como OPC1 y OPC2, estas placas se utilizaron para aplicar el control de cambio de fase del patrón de franjas para poder realizar la técnica de demodulación de franjas temporal conocida como corrimiento de fase. El desplazamiento se realizó mediante la rotación de OPC2 utilizando un servo motor TDC001. Debido a la no linealidad del instrumento utilizado para realizar el giro de una de las placas el camino óptico no fue calculado, en su lugar la distancia necesaria recorrida por el servo motor fue calculada mediante un programa en LabVIEW™, el cual almacena la distancia recorrida por el servo motor cuando la diferencia de fase entre un perfil de referencia y de muestra corresponde al paso de fase del algoritmo de desenvolvimiento utilizado. El arreglo y la interfase se muestran en la Figura 4.20 y 4.21.

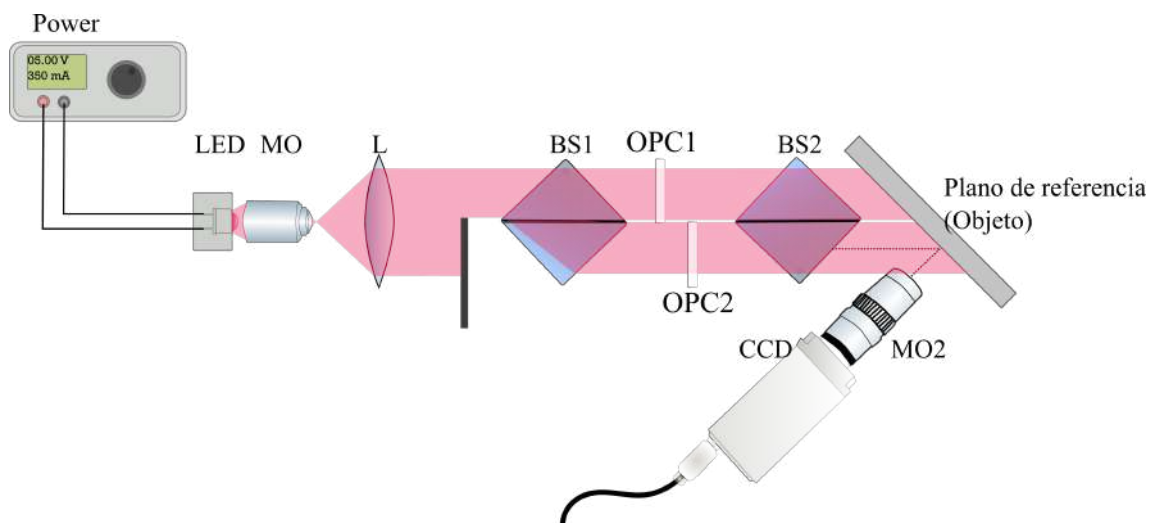


Figura 4.20: Esquema del montaje experimental con luz LED.

En cuanto a la longitud de coherencia y el camino óptico recorrido por los haces, es necesario asegurar que la diferencia de caminos óptico que produce la unión de los prismas sea menor a la fuente de luz, por lo que puede ser necesario incluir en los caminos ópticos dos elementos que modifiquen y compensen estos caminos ópticos.



(a)



(b)

Figura 4.21: (a) Ventana de control (Thorlabs), (b) servo motor TDC001

4.6.3.1. PSA 8-Bell7

Para realizar la demodulación de fase mediante la técnica temporal de corrimiento de fase se utilizó principalmente el algoritmo 8-Bell7.

El PSA, auto llamado 8-Bell7 presentado por Schmit [58, 59] es un algoritmo extremadamente robusto contra errores de desintonización (detuning errors) de los pasos entre imágenes.

El nombre del algoritmo 8-Bell 7 tiene el siguiente significado: 8 está relacionado con el número de imágenes (frames) necesarios para el algoritmo. BELL es por tener una función de ventana en forma de campana, y el 7 proviene de un algoritmo propuesto por Schmit [59] a partir de la técnica de promedio extendido y una ecuación presentada en su trabajo.

Su función de transferencia de frecuencia (FTF por sus siglas en inglés de Frequency transfer function) y su formulación analítica está dada por un desplazamiento entre fase de $\omega_0 = \frac{\pi}{2}$ y se muestran a continuación:

$$H(\omega) = [1 - \exp(i\omega)][1 - \exp i(\omega + \omega_0)]^5 [1 - \exp i(\omega + 2\omega_0)], \quad (4.3)$$

$$A_0 \exp i\hat{\omega}(x,y) = (1+i)I_0 + (5-i5)I_1 - (11+i11)I_2 - (15-i15)I_3 + (15+i15)I_4 \\ + (11-i11)I_5 - (5+i5)I_6 - (1-i)I_7. \quad (4.4)$$

Su FTF y una comparación de la robustez contra otros algoritmos se muestra en la Figura 4.22.

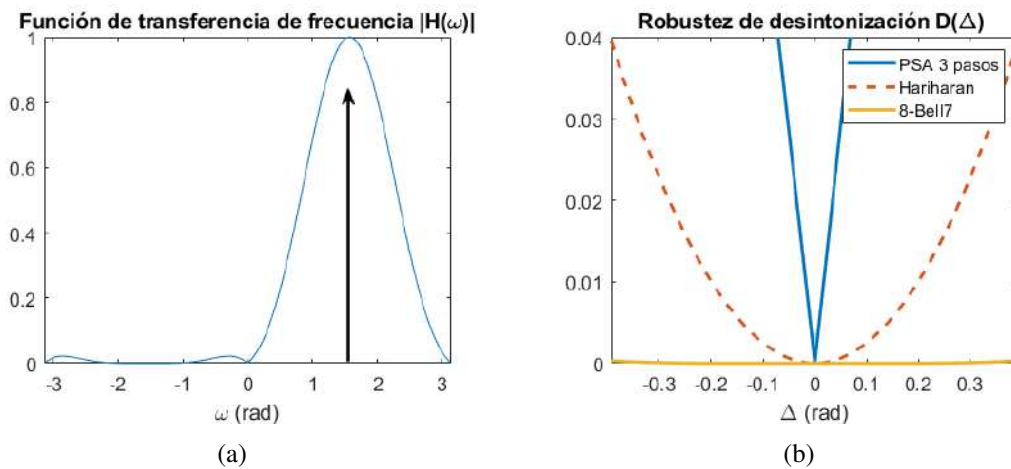


Figura 4.22: (a) Función de transferencia de frecuencia FTF y (b) Robustez de desintonización del algoritmos 8-BELL7.

Es claro la robustez tan grande que tiene contra la desintonización, sin embargo, este algoritmo tiene una ganancia de la relación señal/ruido de 5.7 mucho menor a un algoritmo de PSA de 8 pasos cuya señal/ruido es de 8, además, es muy sensible a la distorsión no lineal.

Las ventajas del algoritmo son evidentes desde un principio y es su gran robustez contra desintonización y el poco error de demodulación de fase obtenido, sin embargo, al tomar las imágenes (8 frames) se incrementa la probabilidad de no realizar correctamente el desplazamiento requerido por el algoritmo en alguna de las imágenes. La simulación del algoritmo se muestra en apéndice B.

4.6.4. Calibración: conversión píxeles a unidades reales

Para la conversión de los valores de imágenes de píxeles a coordenadas reales se utilizo una tarjeta de resolución de porta objetos de vidrio USAF 1951 con patrones positivos.

La tarjeta de resolución se puede observar en la Figura 4.23. La conversión se logró al generar un perfil y realizar una relación con la cantidad de píxeles en el perfil.

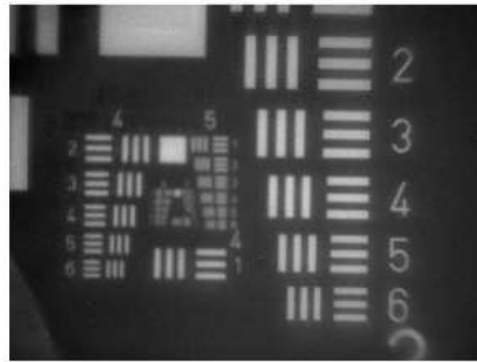


Figura 4.23: La tarjeta de calibración USAF 1951.

4.6.5. Franjas Proyectadas

En la Figura 4.24 se muestra el patrón de interferencia proyectado directamente sobre el sensor.

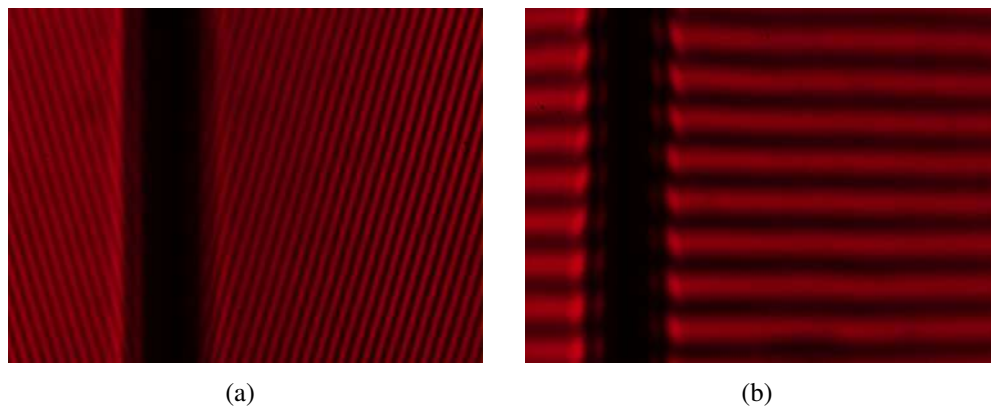


Figura 4.24: Patrones de franjas observados en el segundo cubo, a) con mayor y b) menor frecuencia.

Se evidencia que a mayor frecuencia de franjas se percibe una inclinación en el patrón, además, de una modulación causada por las fuentes aleatorias puntuales provenientes del

LED.

En la Figura 4.25 se muestran dos patrones de franjas proyectados sobre el plano de referencia utilizando el arreglo de luz LED, observados por la cámara con el objetivo de larga distancia de trabajo.

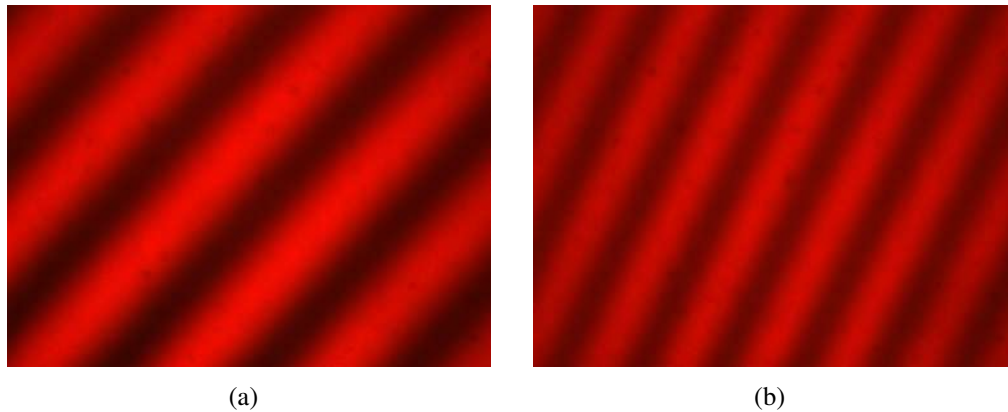


Figura 4.25: Patrones de franjas observados en el plano de referencia, a) con mayor y b) menor frecuencia.

Se observa un cambio en la inclinación de las franjas a medida que se aumenta la frecuencia.

La Figura 4.26 muestra una imagen a color adquirida por la cámara con el patrón de franjas proyectadas en el plano de referencia utilizando la disposición óptica de la Figura y sus tres bandas RGB (Red, Green Blue,). Como era lo esperado la cámara detectó una mayor intensidad en la banda de color rojo, y una inmensidad casi nula en la banda de color azul, debido a la longitud de onda del LED utilizado. El uso de una cámara de color nos permite "filtrar" las diferentes bandas y evitar posibles desplazamientos de fase producidos por alguna dispersión cromática sufrida por el paso de los prismas (cubos divisores). Sin embargo, es posible utilizar una cámara monocromática en su lugar y así evitar tener que procesar la imagen a color.

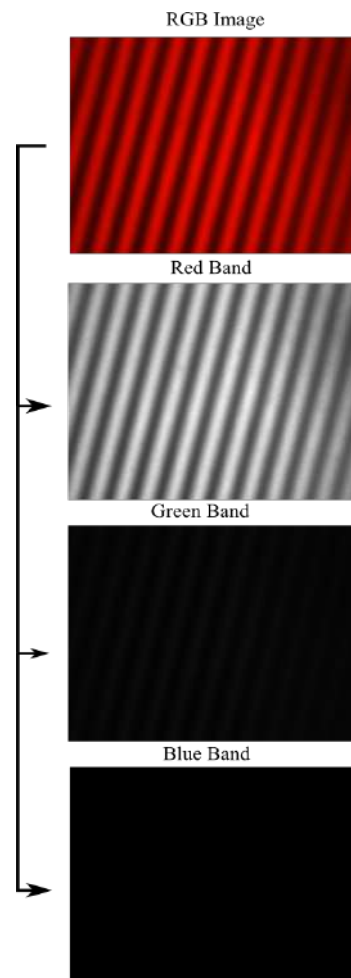


Figura 4.26: Imagen con el patrón de franjas adquirido y su banda de colores.

La Figura 4.27 muestra una imagen del patrón de referencia de la banda Roja y su perfil, después de aplicar un filtro de pasa bajo con un núcleo de 3×3 para reducir las imperfecciones de la superficie y el ruido de la cámara, El patrón de las franjas tenía un perfil sinusoidal bien definido y de una alta frecuencia, con un período igual a $228 \mu m$.

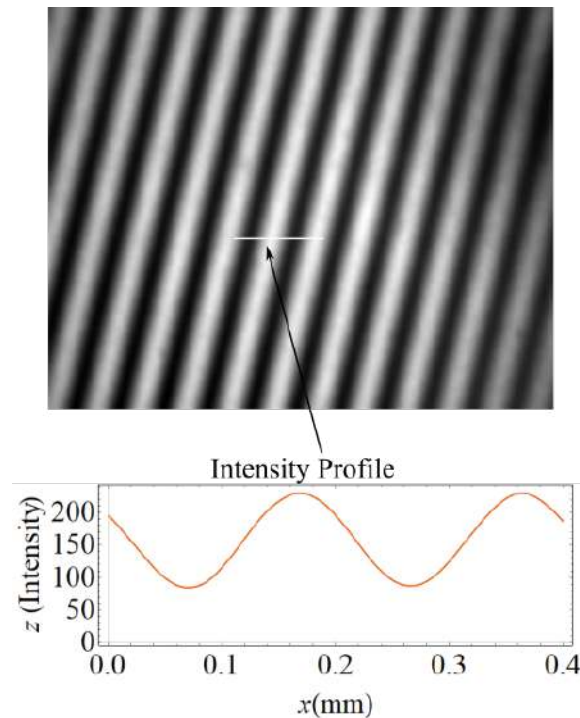


Figura 4.27: Imagen de la banda roja con su perfil.

La resolución teórica del sistema fue de $0.57 \mu m$, calculada mediante la ecuación 3.41.

4.6.6. Implementación

Se proyectó el patrón de franjas sobre el plano de referencia, obteniéndose su fase desenvuelta, posteriormente se proyectan las franjas sobre el objeto de interés el cual es colocado sobre el plano de referencia, se obtiene la fase desenvuelta asociada al objeto. Posteriormente se hace la diferencia de fases, entre el plano de referencia y del objeto. Para obtener el valor de la altura se hace uso de la ecuación 3.40.

Para la demodulación de franjas se utilizó la técnica de corrimiento de fase (sección 3.1.6) con el algoritmo 8-Bell7, por lo que se requirió obtener el patrón de franjas con alta frecuencia, ésto se logró girando el cubo en su propio eje (tilt) dos grados.

El esquema del procesamiento de datos se muestra en a Figura 4.28. Inicia con la adquisición de imágenes mediante la cámara CCD y el desplazamiento de fase se rea-

liza mecánicamente mediante el sistema de desplazamiento de fase, una vez adquiridas las imágenes necesarias el siguiente paso es la estimación de fase, mediante el algoritmo propuesto (8-Bell7), como es común en este tipo de algoritmos la fase se encuentra envuelta por lo que es necesario aplicar un algoritmo de desenvolvimiento de fase, antes del último paso se sustrae una referencia que incluye realizar los mismos procedimiento para un plano de referencia ($z = 0$), para eliminar las aberraciones ópticas residuales. Por último se realiza el escalamiento el cual consiste en pasar de valores de fase a valores de longitud.

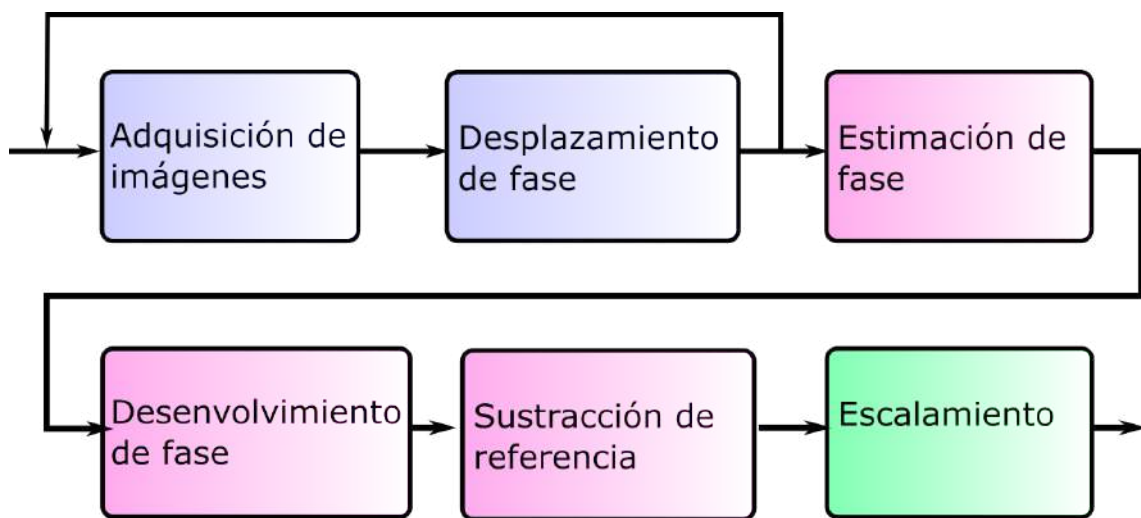


Figura 4.28: Diagrama de flujo del procesamiento de datos.

4.7. Calibración (LED)

En la Figura 4.29 se muestra las franjas proyectadas sobre una placa metálica con una concavidad y la fase envuelta utilizando la técnica de corrimiento de fase.

La Figura 4.30 muestra la reconstrucción tridimensional de la concavidad y su respectivo perfil el cual es comparado con el perfil tomado de un perfilómetro comercial.

El uso de una fuente de luz LED en el sistema de proyección de franjas fue mejor en general en la medición; teniendo una dispersión base de $1.7 \mu m$ (desviación estándar), un valor alto a través del alta de la cavidad esférica de $60 \mu m$.

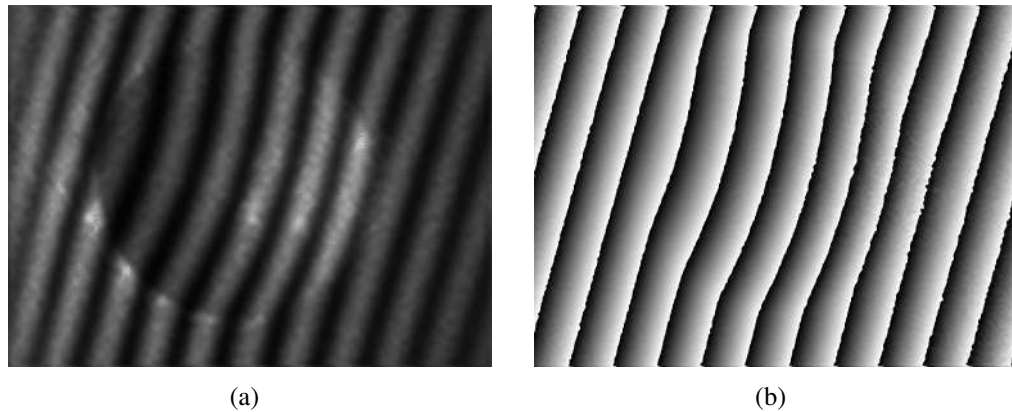


Figura 4.29: a) Franjas proyectadas sobre el objeto, b) Fase envuelta.

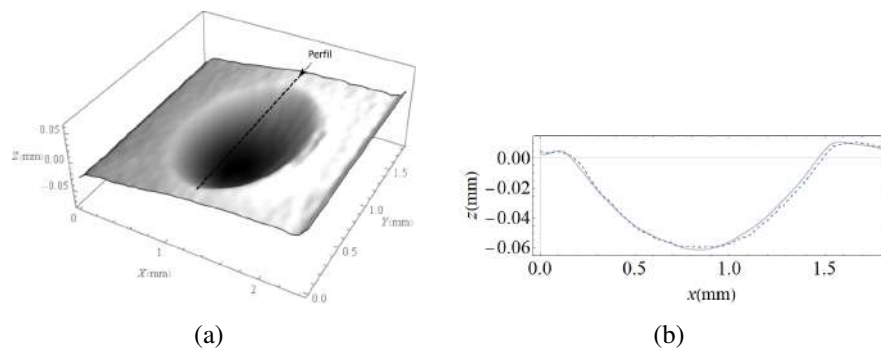


Figura 4.30: a) Topografía, b) Perfil utilizando una fuente de luz (curva sólida) y un perfilómetro (curva discontinua).

4.7.1. Algunas reconstrucciones

La Figura 4.31 presenta una sección de la moneda digitalizada; el cuadrado de línea negra discontinua en la Figura representa el área de la región de interés (ROI).

La fase envuelta y la fase desenvuelta sin portadora se presentan en la Figura 4.32. Las fases no presentan ningún error de desintonización evidente y tiene muy poco ruido.

La reconstrucción en 3D se observa en la Figura 4.33. Algo de textura debido al revestimiento de pintura utilizado y al ruido de la imagen.

En resumen, estos resultados indican que el uso de la luz LED puede utilizarse en un sistema MFPP para realizar mediciones a nivel micrométrico y tiene mejor rendimiento que el uso de la luz láser. La capacidad monolítica de los cubos proporciona un sistema estable, con pocos elementos y un bajo costo, en comparación con las referencias encontradas en la literatura.



Figura 4.31: a) Objeto a medir, b) objeto con las franjas proyectadas.

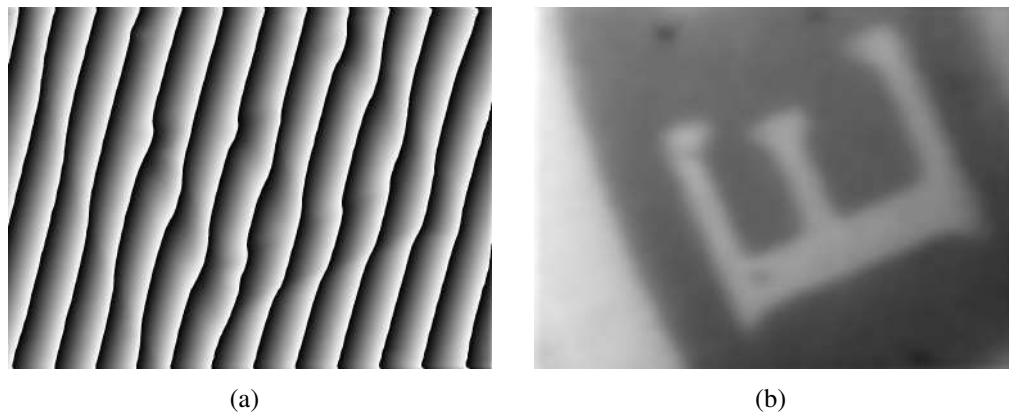


Figura 4.32: a) Fase envuelta, b) fase desenvuelta sin portadora.

4.8. Conclusiones Parciales

En esta capítulo se presentó una propuesta para la generación de franjas interferométricas en el uso de la técnica de proyección de franjas en la evaluación de micro objetos. Las franjas se generan teniendo como base el interferómetro de Gates. Se utilizan como fuentes de iluminación un láser y un LED respectivamente. En la observación de las franjas se utiliza un objetivo LWD.

Se aplicó una técnica de desplazamiento de fase para recuperar la fase. Ésta presenta la ventaja de franjas sin ruido en comparación a las generadas usando como fuente un láser lo cual mejora la resolución en la medición de la topografía.

Por primera vez, hasta donde sabemos, la configuración interferométrica presentada en esta tesis se empleó en una MFPP con una fuente de luz LED.

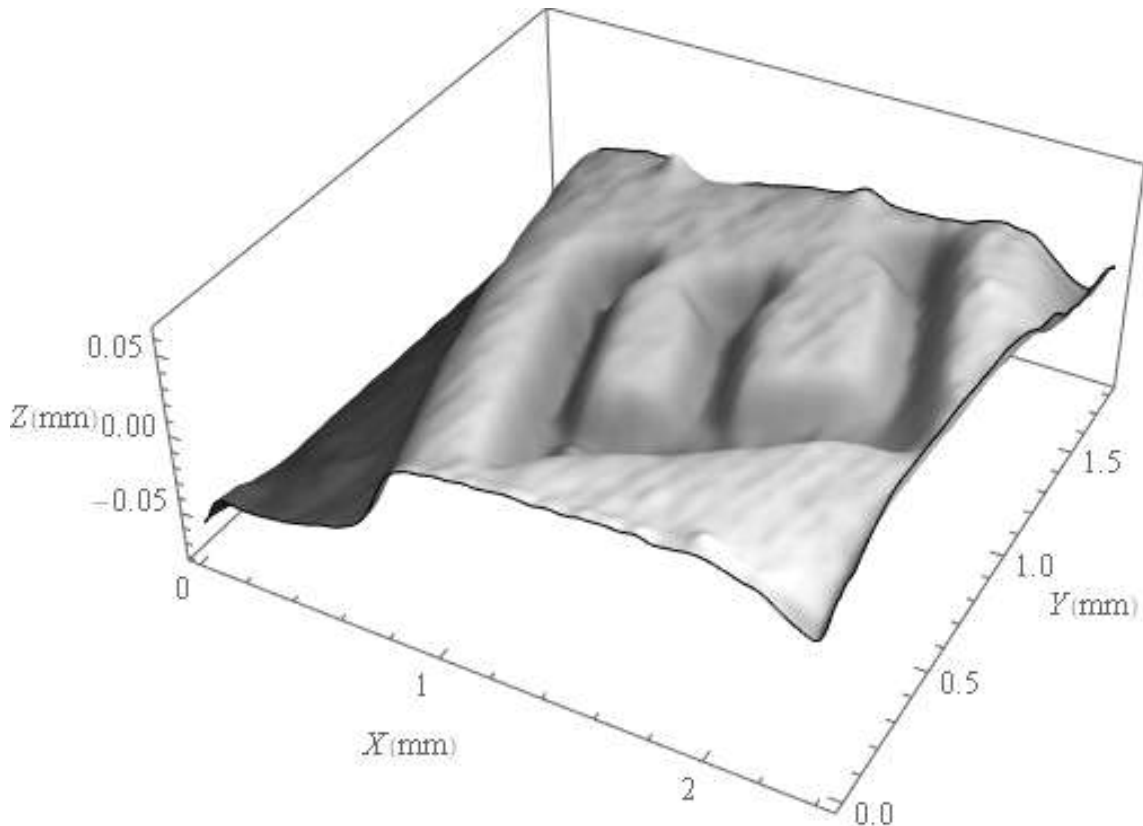


Figura 4.33: Reconstrucción ROI moneda.

Cuando la luz coherente interactúa con una superficie rugosa, aparece el fenómeno de moteado. La presencia de moteado en el patrón de franjas es una de las principales razones por la que se evita el uso de luz láser en sistemas de proyección de franjas. Puede afectar a las mediciones y contribuir a la variación de la resolución teórica y experimental de la medición. El contraste del moteado es proporcional a la longitud de coherencia, entre otras cosas; por lo tanto, una forma de disminuir el moteado es reducir la longitud de coherencia de la fuente de luz, como cuando se utiliza luz LED, como es el caso en esta investigación.

En el caso del uso de luz LED, la configuración óptica de este trabajo utilizó dos cubos divisores de haces en lugar de uno, una variación necesaria del interferómetro de Gates convencional. La fuente de luz LED puede considerarse como múltiples fuentes puntuales independientes con baja coherencia espacial, por lo tanto, el cubo BS1 está destinado a dividir la onda, mientras que la pantalla pretende obstruir la mitad del haz y permitir que los rayos interfieran después del segundo cubo. En consecuencia, se genera la interferencia de cada fuente. El patrón de franjas obtenidas presenta una inclinación que resulta de la rotación de los frentes de onda. Las imperfecciones en el ángulo varía de un cubo divisor

de haz a otro, y depende de cómo se haya fabricado, un tema bien explicado en un estudio anterior [25].

Una ventaja atractiva del sistema propuesto es que el patrón de franjas proyectado no está localizado. El objeto podría estar localizado a lo largo de la dirección de propagación de la luz; sin embargo, la distancia efectiva en la que aparece la interferencia está limitada por el ángulo de rotación del cubo divisor de haz. Otra ventaja de este método reside en su capacidad para generar franjas estables.

La densidad de las franjas puede variarse cambiando el ángulo de rotación del cubo divisor de haz. El ruido se redujo utilizando una fuente de baja coherencia, lo que aumenta la resolución axial de la medición de la topografía.

Como se muestra en la sección correspondiente, el uso de luz LED mejora los resultados cuantitativos y cualitativos. La implicación de estos hallazgos es el potencial para utilizar la configuración del interferómetro Gates con luz de baja coherencia como luz LED en un sistema de proyección de franjas para la micro medición.

Conclusiones Generales y Trabajos a Futuro

5.1. Conclusiones

La resolución de la medición de topografía usando la técnica de proyección de franjas, depende del periodo de las franjas proyectadas, del ángulo de incidencia de las franjas así como la técnica de demodulación de fase utilizada, principalmente en el caso de franjas generadas digitalmente, sin embargo, al generarlas interferométricamente, las franjas vienen acompañadas por ruido, al usarse un láser como fuente de iluminación. En este trabajo de investigación se implementó un sistema de proyección de franjas las cuales fueron generadas interferométricamente teniendo como base un interferómetro de Gates. La ventaja es que se pueden obtener franjas de alta frecuencia en comparación con las generadas digitalmente y entonces aumentar la resolución de la técnica, sin embargo, al usar un láser como fuente de iluminación, se presenta el problema de la generación de ruido dado el moteado generado como consecuencia de la alta coherencia de este tipo de iluminación, lo cual afectaría experimentalmente la resolución de las mediciones. Como una solución a la disminución de ruido, se prueba con iluminación de baja coherencia, usando como fuente un LED.

La resolución teórica corresponde a $0.57 \mu m$. La diferencia en la resolución experimental alcanzada y la teórica se debe en gran medida a la contribución que todavía pueda existir en el uso de iluminación de baja coherencia.

La técnica busca evaluar la topografía de objetos en miniatura, se muestran resultados

para un campo de visión de objetos de $2.4 \times 1.8 \text{ mm}^2$, lo cual va a depender de una lente con una distancia de trabajo larga. La medición de la topografía tiene una desviación estándar de $1.7 \mu\text{m}$ al usar iluminación de baja coherencia como la proporcionada por el uso del LED. En el caso de iluminación láser, caracterizado por su alta coherencia, la desviación estándar es de $4.2 \mu\text{m}$. Ambos sistemas ópticos presentan gran estabilidad dado que corresponden a interferómetros de trayectoria común haciendo posible la aplicación de técnicas de demodulación de fase temporal. Los algoritmos aplicados son robustos y permiten obtener reconstrucciones de calidad, aprovechando la buena calidad de los perfiles sinusoidales de las franjas producidos por los LEDs.

Se mostró entonces la capacidad del arreglo para el uso en microscopía por proyección de franjas mediante luz LED y una modificación a la configuración del interferómetro de Gates donde la iluminación de baja coherencia disminuye el ruido en las franjas proyectadas mejorando la resolución experimental en la medición de la microtopografía.

5.2. Trabajos a Futuro

Las principales metas para trabajos a futuro son:

- Implementar el arreglo en un sistema híbrido mecánico para la reconstrucción tridimensional de piel humana en vivo.
- Realizar un prototipo miniaturizado del sistema.
- Disminuir el FOV para reconstrucción de objetos microscópicos.

Publicación y trabajos presentados en congresos

A.1. Publicación

José Rubén Sánchez, Amalia Martínez-García, Juan Antonio Rayas, Miguel León-Rodríguez, “LED source interferometer for microscopic fringe projection profilometry using a Gates’ interferometer configuration”, *Optics and Lasers in Engineering*, volumen 149, páginas 106822-7, año 2022, doi: <https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2021.106822>, factor de impacto 4.836.

A.2. Trabajos presentados en congresos

José Rubén Sánchez-Aguilar, J. A. Rayas, Amalia Martínez-García, Miguel León-Rodríguez, Gates’ interferometer configuration as a fringe projection unit, 19TH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON OPTOMECHATRONIC TECHNOLOGY (ISOT2018), Cancún, Quintana Roo, del 5 al 8 de noviembre del 2018. Modalidad póster.

Amalia Martínez-García, José Rubén Sánchez-Aguilar, Juan Antonio Radyas-Alvarez, Miguel León-Rodríguez, Projected fringes technique using low coherence source, 20TH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON OPTOMECHATRONIC TECHNOLOGY (ISOT 2019), Goa, India, Modalidad plática invitada.

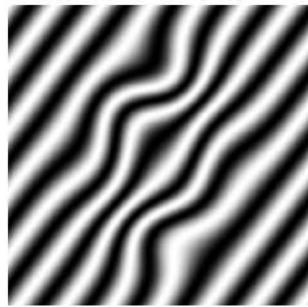
APÉNDICE B

Algoritmo 8-BELL 7

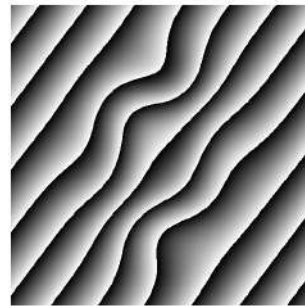
El PSA, auto llamado 8-Bell7 presentado por Schimit [58, 59] es un algoritmo extremadamente robusto contra errores de desintonización (detuning errors) de los pasos entre imágenes.

El nombre del algoritmo 8-Bell7 tiene el siguiente significado: 8 está relacionado con el número de imágenes (frames) necesarios para el algoritmo. BELL es por tener una función de ventana en forma de campana, y el 7 proviene de un algoritmo propuesto por [59] a partir de la técnica de promedio extendido y una ecuación presentada en su trabajo.

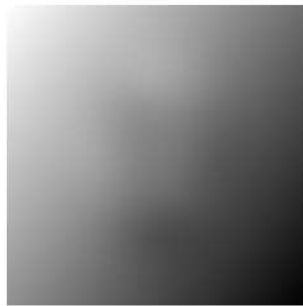
En la Figura B.1 se muestra la simulación del algoritmo 8-Bell7 programado en MATLAB.



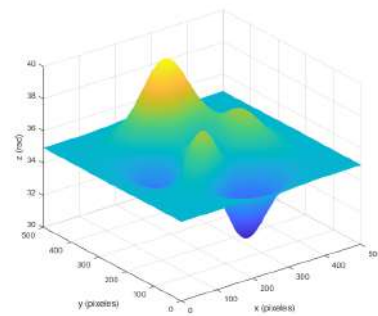
(a)



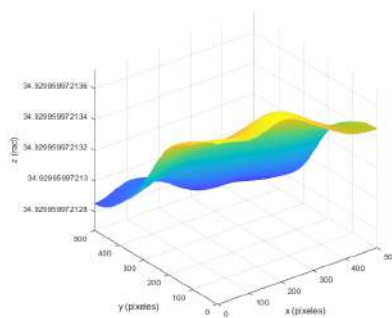
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura B.1: (a) Simulación de un interferograma con inclinación, (b) fase obtenida al aplicar el algoritmos 8-BELL7, (c) fase desenvuelta obtenida. (d) fase de obtenida, (e) diferencia de fase (error).

- [1] Electromagnetic spectrum. [Online]. Available: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Electromagnetic_spectrum-es.svg
- [2] J. Salvi, S. Fernandez, T. Pribanic, and X. Llado, “A state of the art in structured light patterns for surface profilometry,” *Pattern Recognition*, vol. 43, no. 8, pp. 2666–2680, 2010. [Online]. Available: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S003132031000124X>
- [3] J. Geng, “Structured-light 3D surface imaging: a tutorial,” *Advances in Optics and Photonics*, vol. 3, pp. 128–160, 2011.
- [4] S. S. Gorthi and P. Rastogi, “Fringe projection techniques: Whither we are?” *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 48, no. 2, pp. 133–140, 2010.
- [5] J. Burke, T. Bothe, W. Osten, and C. F. Hess, “Reverse engineering by fringe projection,” in *Interferometry XI: Applications*, W. Osten, Ed., vol. 4778, International Society for Optics and Photonics. SPIE, 2002, pp. 312–324. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1117/12.473547>
- [6] G. Sansoni, M. Trebeschi, and F. Docchio, “State-of-the-art and applications of 3d imaging sensors in industry, cultural heritage, medicine, and criminal investigation,” *Sensors*, vol. 9, pp. 568–601, 2009.
- [7] H. Du, X. Chen, J. Xi, C. Yu, and Z. Bao, “Development and verification of a novel robot-integrated fringe projection 3d scanning system for large-scale metrology,” *Sensors*, vol. 17, p. 2886, 2017.
- [8] L. Rey-Barroso, F. J. Burgos-Fernández, M. Ares, S. Royo, S. Puig, J. Malvehy, G. Pellacani, D. Espinar, N. Sicilia, and M. V. Ricart, “Morphological study of

- skin cancer lesions through a 3d scanner based on fringe projection and machine learning,” *Biomedical Optics Express*, vol. 10, no. 7, pp. 3404–3409, 2019. [Online]. Available: <http://www.osapublishing.org/boe/abstract.cfm?URI=boe-10-7-3404>
- [9] Y. Hu, Q. Chen, S. Feng, and C. Zuo, “Microscopic fringe projection profilometry: A review,” *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 135, pp. 106–192, 2020. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143816619319815>
- [10] R. Windecker, M. Fleischer, and H. J. Tiziani, “Three-dimensional topometry with stereo microscopes,” *Optical Engineering*, vol. 36, no. 12, pp. 3372–3377, 1997. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1117/1.601576>
- [11] F. Chen, G. M. Brown, and M. Song, “Overview of 3-D shape measurement using optical methods,” *Optical Engineering*, vol. 39, no. 1, pp. 10–22, 2000. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1117/1.602438>
- [12] W. Wang, Y. Wong, and G. Hong, “3d measurement of crater wear by phase shifting method,” *Wear*, vol. 261, no. 2, pp. 164–171, 2006. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0043164805004655>
- [13] M. Wang, Y. Yin, D. Deng, X. Meng, X. Liu, and X. Peng, “Improved performance of multi-view fringe projection 3D microscopy,” *Opt. Express*, vol. 25, no. 16, pp. 19 408–19 421, 2017. [Online]. Available: <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-25-16-19408>
- [14] Y. Hu, Q. Chen, S. Feng, T. Tao, A. Asundi, and C. Zuo, “A new microscopic telecentric stereo vision system - calibration, rectification, and three-dimensional reconstruction,” *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 113, pp. 14–22, 2019. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143816618306353>
- [15] W. Kōsters, *Interferenzdoppelprisma fur Messwecke* ”, German patent 59521 (1934).
- [16] D. Malacara, *Optical Shop Testing*, ser. Wiley Series in Pure and Applied Optics. Wiley, 2007. [Online]. Available: <https://books.google.com.mx/books?id=qMHKB1mKFr4C>
- [17] J. W. Gates, “Reverse-shearing interferometry,” *Nature*, vol. 176, no. 4477, pp. 359–360, Aug 1955. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1038/176359a0>

- [18] K.-L. Bath, “Ein einfaches interferometer zur prüfung astronomischer optik.” *Sterne und Weltraum*, vol. 12, pp. 177–180, 1973.
- [19] E. Ribak and S. G. Lipson, “Complex spatial coherence function: its measurement by means of a phase-modulated shearing interferometer,” *Applied Optics*, vol. 20, no. 6, pp. 1102–1106, 1981. [Online]. Available: <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-20-6-1102>
- [20] J. A. Ferrari and E. M. Frins, “Single-element interferometer,” *Optics Communications*, vol. 279, no. 2, pp. 235–239, 2007. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0030401807007584>
- [21] N. Ghosh and K. Bhattacharya, “Cube beam-splitter interferometer for phase shifting interferometry,” *Journal of Optics*, vol. 38, pp. 191–198, 2009.
- [22] P. Gao, B. Yao, J. Min, R. Guo, J. Zheng, and T. Ye, “Parallel two-step phase-shifting microscopic interferometry based on a cube beamsplitter,” *Optics Communications*, vol. 284, no. 18, pp. 4136–4140, 2011. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1016/j.optcom.2011.04.049>
- [23] J. A. Rayas, M. León-Rodríguez, A. Martínez-García, K. Genovese, O. M. Medina, and R. R. Cordero, “Using a single-cube beam-splitter as a fringe pattern generator within a structured-light projection system for surface metrology,” *Optical Engineering*, vol. 56, no. 4, pp. 1–8, 2017. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1117/1.OE.56.4.044103>
- [24] J. A. Rayas, “Desarrollo e implementación de un microscopio interferencial dual con trampa óptica para análisis morfológicos tridimensionales,” Ph.D. dissertation, Universidad de Santiago de Chile, Santiago de Chile, Chile, 2017.
- [25] M. León-Rodríguez, J. A. Rayas, R. R. Cordero, A. Martínez-García, A. Martínez-Gonzalez, A. T.-Q. ones, P. Y. nez Contreras, and O. Medina-Cázares, “Dual-plane slightly off-axis digital holography based on a single cube beam splitter,” *Applied Optics*, vol. 57, no. 10, pp. 2727–2735, 2018. [Online]. Available: <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-57-10-2727>
- [26] B. Lam and C. Guo, “Complete characterization of ultrashort optical pulses with a phase-shifting wedged reversal shearing interferometer,” *Light: Science Applications*, vol. 7, 2018.
- [27] U. Rivera-Ortega and D. Lopez-Mago, “Simple phase shifting by polarizer rotations in a cube beam-splitter interferometer,” *Applied Optics*, vol. 58, no. 4, pp.

- 1005–1009, February 2019. [Online]. Available: <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-58-4-1005>
- [28] *Joint Committee for Guides in Metrology “International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM) ”*, Francia: 2008.
- [29] M. Bass and O. S. of America, *Handbook of optics*, ser. Handbook of Optics. McGraw-Hill, 2001, no. v. 1-2. [Online]. Available: <https://books.google.com.mx/books?id=owg6AQAAIAAJ>
- [30] Sears and Zemansky, *FÍSICA UNIVERSITARIA 13ED*, ser. Ediciones Científicas Universitarias.
- [31] D. Malacara and D. H, *Optica Basica*, ser. Ciencia y Tecnología Series. Fondo De Cultura Economica USA, 2004. [Online]. Available: <https://books.google.com.mx/books?id=UCQMZ6QrIsgC>
- [32] K. Sharma, *Optics: Principles and Applications*. Academic Press, 2006. [Online]. Available: <https://books.google.com.mx/books?id=RHHslAEACAAJ>
- [33] P. Hariharan, *Basics of Interferometry*, 01 2012.
- [34] E. Hecht, *Optics*. Pearson, 2012. [Online]. Available: <https://books.google.com.mx/books?id=wcMWpBMMzIkC>
- [35] S. Xing and H. Guo, “Correction of projector nonlinearity in multi-frequency phase-shifting fringe projection profilometry,” *Optics Express*, vol. 26, no. 13, p. 16277, 2018.
- [36] M. Gómez, *Electrónica General. (Ciclos Formativos: Grado Medio)*, ser. Ciclo formativo (Ra-Ma). RA-MA S.A. Editorial y Publicaciones, 2006. [Online]. Available: <https://books.google.com.mx/books?id=w-2ZGAAACAAJ>
- [37] T. Khan, P. Bodrogi, Q. Vinh, and H. Winkler, *LED Lighting: Technology and Perception*. Wiley, 2015. [Online]. Available: <https://books.google.com.mx/books?id=vIgoDAAAQBAJ>
- [38] 1966. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1088/0026-1394/2/1/005>
- [39] Y. Ichioka and M. Inuiya, “Direct phase detecting system,” *Applied Optics*, vol. 11, no. 7, pp. 1507–1514, Jul 1972. [Online]. Available: <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-11-7-1507>

- [40] M. Servin, “Synchronous phase-demodulation of concentric-rings placido mires in corneal topography and wavefront aberrometry (theoretical considerations),” 2012. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/1204.1950>
- [41] J. Millerd, N. Brock, J. Hayes, M. North-Morris, B. Kimbrough, and J. Wyant, “Pixelated phase-mask dynamic interferometers,” in *Fringe 2005*, W. Osten, Ed. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2006, pp. 640–647.
- [42] M. Takeda and K. Mutoh, “Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-d object shapes,” *Applied Optics.*, vol. 22, no. 24, pp. 3977–3982, Dec 1983. [Online]. Available: <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-22-24-3977>
- [43] P. Rastogi and E. Hack, *Phase Estimation in Optical Interferometry*. CRC Press, 2014. [Online]. Available: <https://books.google.com.mx/books?id=8HrSBQAAQBAJ>
- [44] S. Agarwal, V. Kumar, and C. Shakher, “Analysis of red blood cell parameters by talbot projected fringes,” *Journal of Biomedical Optics*, vol. 22, p. 106009, 10 2017.
- [45] A. Chatterjee, P. Singh, V. Bhatia, and S. Prakash, “Hilbert transform based phase extraction algorithm for fringe projection profilometry,” in *2018 3rd International Conference on Microwave and Photonics (ICMAP)*, 2018, pp. 1–2.
- [46] Z. Peng, P. W. Tse, and F. Chu, “A comparison study of improved hilbert–huang transform and wavelet transform: Application to fault diagnosis for rolling bearing,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 19, no. 5, pp. 974–988, 2005. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327004000111>
- [47] S. Feng, C. Zuo, L. Zhang, T. Tao, Y. Hu, W. Yin, J. Qian, and Q. Chen, “Calibration of fringe projection profilometry: A comparative review,” *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 143, p. 106622, 2021. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143816621000920>
- [48] R. Goldstein, H. Zebker, and C. Werner, “Satellite radar interferometry: Two-dimensional phase unwrapping,” *Radio Science*, vol. 23, 09 1988.
- [49] B. Gutmann and H. Weber, “Phase unwrapping with the branch-cut method: role of phase-field direction,” *Applied Optics.*, vol. 39, no. 26, pp. 4802–4816, Sep 2000. [Online]. Available: <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-39-26-4802>

- [50] T. J. Flynn, “Two-dimensional phase unwrapping with minimum weighted discontinuity,” *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 14, no. 10, pp. 2692–2701, Oct 1997. [Online]. Available: <http://josaa.osa.org/abstract.cfm?URI=josaa-14-10-2692>
- [51] M. Pritt, “Phase unwrapping by means of multigrid techniques for interferometric sar,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 34, no. 3, pp. 728–738, 1996.
- [52] F. J. Cuevas, M. Servin, and R. Rodriguez-Vera, “Depth object recovery using radial basis functions,” *Optics Communications*, vol. 163, no. 4-6, pp. 270–277, 1999.
- [53] A. Martínez, J. A. Rayas, H. J. Puga, and K. Genovese, “Iterative estimation of the topography measurement by fringe-projection method with divergent illumination by considering the pitch variation along the x and z directions,” *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 48, no. 9, pp. 877–881, 2010.
- [54] S. Zhang and S.-t. Yau, “Three-Dimensional Shape Measurement Using a Digital Video Projector,” *Applied Optics*, vol. 46, no. 1, pp. 36–43, 2007.
- [55] K. Gåsvik, *Optical Metrology*, ser. Online access: EBSCO Computers & Applied Sciences Complete. Wiley, 2003. [Online]. Available: <https://books.google.com.ec/books?id=u15atbXzADUC>
- [56] J. Sun, C. P. Lee, C. K. Ang, and W. Q. Qu, “Novel and simple reversed lateral shear interferometer with single-cube beam splitter and spatial fourier transform for symmetric lens measurement.” European Alliance for Innovation, 2018.
- [57] Camara pl-b956f (sony icx285). [Online]. Available: <https://www.avsupply.com/ITM/33609/pl-b956f.html>
- [58] M. Servin, J. Quiroga, and M. Padilla, *Fringe Pattern Analysis for Optical Metrology: Theory, Algorithms, and Applications*. Wiley, 2014. [Online]. Available: <https://books.google.com.mx/books?id=mXDrAwAAQBAJ>
- [59] J. Schmit and K. Creath, “Window function influence on phase error in phase-shifting algorithms,” *Applied Optics*, vol. 35, no. 28, pp. 5642–5649, 1996. [Online]. Available: <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-35-28-5642>