



CENTRO DE INVESTIGACIONES  
EN OPTICA, A.C.

**“IMPLEMENTACIÓN EXPERIMENTAL DE SISTEMAS DE TOMOGRAFÍA DE  
COHERENCIA ÓPTICA CUÁNTICA DE CAMPO COMPLETO”**

**“ Versión definitiva. Incluye cambios sugeridos por los revisores ”**



Tesis que para obtener el grado de Doctor en Ciencias (Óptica)

***Presenta: Zeferino Ibarra Borja***

*Director de Tesis: Dr. Roberto Ramírez Alarcón*

*León · Guanajuato · México*

*Febrero de 2022*



CENTRO DE INVESTIGACIONES EN ÓPTICA, A.C.

---

IMPLEMENTACIÓN EXPERIMENTAL DE SISTEMAS  
DE TOMOGRAFÍA DE COHERENCIA ÓPTICA  
CUÁNTICA DE CAMPO COMPLETO

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
**Doctor en Ciencias (Óptica)**

PRESENTA:

**Zeferino Ibarra Borja**

TUTOR:

Dr. Roberto Ramírez Alarcón



León, Guanajuato, Febrero 2022



*A mi esposa Gabriela, a mis hijos Romina y Maximiliano. A mi familia, por el apoyo recibido de ustedes fue posible el presente trabajo.*



# Reconocimientos

---

Agradezco al Dr. Roberto Ramírez Alarcón por la oportunidad de formar parte de su grupo de trabajo y por compartir sus conocimientos, experiencias y consejos que fueron de gran ayuda. Dar las gracias a mis compañeros que conforman el laboratorio de Fotónica Cuántica por el apoyo recibido durante la realización de este trabajo. Aprecio la labor de los técnicos del CIO en aras del desarrollo de este trabajo. Reconozco el apoyo económico recibido por parte del CONACYT y el CIO que contribuyó en parte en la realización de este proyecto.



# Declaración de autenticidad

---

Por la presente declaro que, salvo cuando se haga referencia específica al trabajo de otras personas, el contenido de esta tesis es original y no se ha presentado total o parcialmente para su consideración para cualquier otro título o grado en esta o cualquier otro centro de estudios. Esta tesis es resultado de mi propio trabajo y no incluye nada que sea el resultado de algún trabajo realizado en colaboración, salvo que se indique específicamente en el texto.

Zeferino Ibarra Borja. León, Guanajuato, Febrero 2022



# Resumen

---

La tomografía de coherencia óptica (OCT), es una técnica de imagenología no invasiva que constituye una poderosa herramienta de diagnóstico médico con diversas aplicaciones clínicas, la cual nos permite obtener información acerca de la estructura interna de una muestra. Recientemente, emergió una versión cuántica de OCT denominada tomografía de coherencia óptica cuántica (QOCT), la cual emplea parejas de fotones generados en procesos no lineales como la conversión espontánea paramétrica descendente (SPDC) propagándose a través de interferómetros ópticos cuánticos, donde ocurren el fenómeno de interferencia de 2 fotones. Utilizar QOCT nos permite explotar las ventajas que tiene sobre OCT convencional, destacando la cancelación de los efectos de dispersión sobre la resolución axial de la técnica. Además, utilizando el mismo ancho de banda espectral, QOCT obtiene una mejoría en la resolución axial obtenida en OCT por un factor de 2, esto debido a las correlaciones espectrales de los pares de fotones utilizados en la versión cuántica.

En este trabajo implementamos dos configuraciones distintas de QOCT, que nos permitieron disminuir de forma drástica los tiempos de adquisición empleados en esta técnica. En la primera de ellas implementamos por primera vez un sistema de tomografía de coherencia óptica cuántica de campo completo (FF-QOCT) combinando un interferómetro Hong-Ou-Mandel con un sistema de detección transversal usando una cámara intensificada (ICCD). Implementando este sistema fuimos capaces de obtener información tridimensional sobre la estructura interna de una muestra realizando un solo escaneo axial.

En la segunda configuración explotamos el fenómeno de interferencia de dos fotones en un interferómetro de Michelson. Esta configuración se destaca por la simplicidad en su implementación experimental y el potencial uso de fuentes con alto flujo de fotones. En este sistema utilizamos la totalidad de los fotones convertidos en el proceso SPDC, por lo que se reduce el tiempo de adquisición de datos.



# Índice general

---

<b>Índice de figuras</b>	<b>XI</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>XIII</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Planteamiento del problema . . . . .	2
1.3. Objetivos . . . . .	4
1.4. Metodología . . . . .	4
1.5. Contribuciones . . . . .	5
1.6. Estructura de la tesis . . . . .	6
<b>2. Marco teórico</b>	<b>7</b>
2.1. Óptica no lineal . . . . .	7
2.1.1. Conversión espontánea paramétrica descendente SPDC . . . . .	8
2.2. Descripción cuántica del proceso SPDC . . . . .	13
2.3. Tratamiento cuántico de un divisor de haz y la interferencia de dos fotones	16
2.4. Interferómetro de Hong-Ou-Mandel utilizando SPDC . . . . .	19
2.5. Interferómetro de Michelson utilizando SPDC. . . . .	23
2.6. Tomografía de coherencia óptica . . . . .	26
2.7. Tomografía de coherencia óptica cuántica usando interferencia HOM. . .	29
2.8. Comparación QOCT vs OCT . . . . .	30
2.9. Tomografía de coherencia óptica cuántica usando un interferómetro de Michelson de dos fotones. . . . .	34
2.10. Descripción del estado cuántico de SPDC en la base de OAM . . . . .	36
2.11. Tomografía de coherencia óptica cuántica de campo completo . . . . .	36
<b>3. Desarrollo experimental</b>	<b>39</b>
3.1. Implementación experimental de las fuente SPDC . . . . .	39
3.1.1. Emisión SPDC Tipo I no colineal . . . . .	40
3.1.2. Configuración SPDC Tipo I colineal . . . . .	41
3.2. Interferómetro Hong-Ou-Mandel . . . . .	42
3.3. Sistema QOCT de campo completo utilizando interferencia HOM. . . . .	44

3.4. Sistema FF-QOCT utilizando interferencia Michelson . . . . .	46
<b>4. Análisis de Resultados</b>	<b>49</b>
4.1. Distribución espacial de los fotones SPDC . . . . .	49
4.1.1. Distribución espacial SPDC Tipo I no colineal . . . . .	49
4.1.2. Distribución espacial SPDC Tipo I colineal . . . . .	50
4.2. Interferencia HOM usando SPDC Tipo I no colineal. . . . .	50
4.2.1. Interferencia HOM utilizando detección estándar. . . . .	50
4.2.2. Interferencia HOM de campo completo. . . . .	54
4.3. QOCT utilizando interferencia Hong-Ou-Mandel . . . . .	58
4.3.1. QOCT utilizando detección estándar . . . . .	59
4.3.2. Sistema QOCT de campo completo . . . . .	61
4.4. QOCT utilizando interferencia de Michelson cuántica . . . . .	62
<b>5. Conclusiones y trabajo a futuro.</b>	<b>71</b>
<b>A. Apéndices</b>	<b>73</b>
A.1. Sistema de propagación óptica . . . . .	73
A.2. Preparación de la muestra . . . . .	75
A.3. Escritura directa con láser pulsado de femto-segundos. . . . .	77
<b>Bibliografía</b>	<b>79</b>

# Índice de figuras

---

2.1. Proceso no lineales de segundo orden DFG y SPDC . . . . .	9
2.2. Diagrama de generación, energías y momento lineal del proceso SPDC .	10
2.3. Representación geométrica de SPDC . . . . .	13
2.4. Representación cuántica de un divisor de haz. . . . .	17
2.5. Interferómetro de Hong-Ou-Mandel . . . . .	20
2.6. Simulación de interferencia HOM. . . . .	22
2.7. Interferómetro Michelson de 2 fotones . . . . .	23
2.8. Trayectorias de los fotones en un interferómetro de Michelson de dos fotones . . . . .	26
2.9. Configuración experimental de Tomografía de coherencia óptica. . . . .	28
2.10. Configuración experimental de Tomografía de coherencia óptica cuántica.	29
2.11. Simulación numérica del patrón de interferencia obtenido con OCT para un material compuesto por dos capas . . . . .	32
2.12. Comparación de la resolución OCT/QOCT e interferograma QOCT . .	33
2.13. Trayectorias de los fotones en un sistema QOCT basado en un inter- ferómetro de Michelson de dos fotones . . . . .	35
3.1. Arreglo experimental para obtener SPDC Tipo I en configuración no colineal . . . . .	40
3.2. Arreglo experimental para obtener SPDC Tipo I en configuración colineal	41
3.3. Arreglo experimental para implementar el interferómetro HOM utilizan- do SPDC Tipo I en configuración no colineal . . . . .	42
3.4. Arreglo experimental para implementar el sistema FF-QOCT utilizando interferencia HOM . . . . .	44
3.5. Arreglo experimental para implementar el sistema FF-QOCT utilizando interferencia Michelson . . . . .	46
4.1. Distribución espacial de los fotones SPDC Tipo I en configuración no colineal . . . . .	49
4.2. Distribución espacial transversal correspondiente a la propagación coli- neal de SPDC Tipo I. . . . .	50
4.3. Interferogramas HOM para distintos anchos de bandas espectrales . . .	51
4.4. Espectro de frecuencias de un filtro pasa bandas . . . . .	52

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

4.5. Imágenes correspondientes a interferencia HOM de campo completo . . .	54
4.6. Interferogramas HOM de campo completo para un ancho de banda espectral $\Delta\lambda = 10$ nm . . . . .	55
4.7. Muestra usada para demostrar distinguibilidad entre dos distribuciones espaciales . . . . .	56
4.8. Imágenes correspondientes a interferencia HOM de campo completo para distribuciones espaciales distinguibles . . . . .	57
4.9. Interferogramas HOM de campo completo para una muestra con morfología utilizando un ancho de banda espectral $\Delta\lambda = 10$ nm . . . . .	58
4.10. Regiones de estudio en una muestra bicapa. . . . .	59
4.11. Resolución de los interferogramas QOCT en función de $\Delta\lambda$ . . . . .	59
4.12. Resolución de los interferogramas QOCT en función de $\Delta\lambda$ . . . . .	60
4.13. Interferogramas QOCT obtenidos mediante detección estándar y reconstruido a partir de las imágenes en coincidencia. . . . .	61
4.14. C-scans obtenidos para posiciones axiales de interés. . . . .	62
4.15. Interferogramas Michelson para distintos anchos de banda espectrales . . . . .	63
4.16. Interferogramas QOCT utilizando interferencia Michelson de dos fotones para distintos anchos de banda espectral . . . . .	64
4.17. Transformada de Fourier de la tasa de coincidencias $P(\tau)$ para distintos anchos de banda espectrales . . . . .	65
4.18. Interferogramas Michelson filtrados para distintos anchos de banda espectrales . . . . .	66
4.19. Muestra utilizada en el proceso de QOCT tipo Michelson . . . . .	67
4.20. Imágenes en coincidencia FF-QOCT utilizando interferencia Michelson cuántica. . . . .	67
4.21. Interferogramas filtrados para distintas posiciones transversales en la muestra. . . . .	68
4.22. Reconstrucción de la muestra bicapa con el sistema FF-QOCT que utiliza interferencia Michelson cuántica. . . . .	70
A.1. Arreglo experimental del sistema de propagación óptica para obtener imágenes en coincidencia. . . . .	73
A.2. Coincidencias normalizadas por imagen en un tiempo de 10 s. . . . .	74
A.3. Proceso para la deposición de las películas delgadas de cobre . . . . .	76
A.4. Representación esquemática de la técnica de escritura con láser pulsado de femto-segundos . . . . .	77

# Índice de tablas

---

2.1. Distintas configuraciones de polarización de los fotones SPDC para un cristal uniaxial . . . . .	11
4.1. Parámetros característicos del interferómetro HOM. . . . .	53
4.2. Comparación de los parámetros típicos en OCT para las distintas técnicas en el dominio temporal. . . . .	69



# Introducción

---

## 1.1. Motivación

El surgimiento de nuevas técnicas de imagen, especialmente en áreas de medicina, requieren de resultados cada vez más precisos y menos invasivos. Con la llegada y desarrollo de fuentes de luz no clásicas surgió la interrogante si estas podrían usarse para mejorar algunas de las técnicas convencionales, cuyos límites de resolución están dictados por la física clásica. La respuesta a esta pregunta se torno positiva cuando se demostró que algunas de las mediciones de imagenología cuánticas tienen la capacidad de extraer mayor cantidad de información que la adquirida convencionalmente.

Una de las técnicas más importantes usadas en medicina es la llamada Tomografía de coherencia óptica (OCT) [1]. Esta técnica de imagenología sin contacto, no invasiva y de alta resolución nos permite obtener información acerca de la estructura interna de una muestra. La resolución axial de la técnica OCT esta asociada a la longitud de coherencia de la fuente de luz utilizada; es por ello que fuentes de un amplio ancho espectral son utilizadas para obtener altas resoluciones axiales. Conforme el ancho de banda espectral utilizado en OCT crece, los efectos de dispersión inherentes en la muestra bajo estudio comienzan a ser cada vez mas pronunciados. A consecuencia de esto, la resolución axial de OCT se ve deteriorada y es necesario implementar esquemas para compensar la dispersión a través de elementos ópticos o métodos numéricos. Por lo tanto, para que esta técnica funcione adecuadamente, las propiedades de dispersión del material bajo estudio deben ser caracterizadas apropiadamente de tal manera que se pueda implementar correctamente el elemento óptico o el algoritmo numérico.

En años recientes, se han desarrollado fuentes de luz no clásica cuya naturaleza ofrece ventajas en sistemas de imagen basadas en tomografía axial. Un ejemplo de estas fuentes de luz no clásica es la llamada Conversión Espontánea Paramétrica Descendente (SPDC por sus siglas en inglés [2]) que produce pares de fotones enredados en varios grados de libertad.

La versión cuántica de OCT llamada Tomografía de Coherencia Óptica Cuántica (QOCT) utiliza los pares de fotones producidos en SPDC para obtener mediciones interferométricas libres de efectos de dispersión. Lo anterior debido a las correlaciones en frecuencia de los fotones convertidos, que se traducen en la obtención de una mejor resolución axial. A pesar de que QOCT ofrece la ventaja de la cancelación de efectos de dispersión, aún no está considerada para una posible implementación práctica, debido a los grandes tiempos de adquisición que utiliza a causa de las bajas tasas de conversión y detección de los fotones SPDC.

El trabajo presentado en esta tesis se centra en disminuir los tiempos de adquisición empleados en QOCT, mediante la implementación de un sistema denominado de campo completo (FF por sus siglas en inglés), el cual nos permite prescindir del escaneo transversal utilizado en el sistema de adquisición de datos QOCT en el dominio temporal.

Esta técnica de FF-QOCT se implementa en dos distintas configuraciones que utilizan el fenómeno de interferencia de dos fotones. La primera se basa en la utilización de un interferómetro Hong-Ou-Mandel, mientras que la segunda utiliza una versión cuántica del interferómetro de Michelson.

### 1.2. Planteamiento del problema

La tomografía de coherencia óptica OCT es una técnica de imagen no invasiva que permite obtener imágenes internas de un tejido con una resolución axial y transversal micrométrica, que ronda entre  $1 - 15 \mu m$  [1]. OCT utiliza luz con una corta longitud de coherencia óptica para encontrar el perfil de reflectancia de la muestra a lo largo de la dirección axial, usualmente en un arreglo interferométrico tipo Michelson [3].

La resolución axial de OCT dicta la mínima separación entre interfaces que es capaz de resolver esta técnica, la cual es determinada por la longitud de coherencia óptica de la fuente luminosa [4]. Es por ello que fuentes de luz con longitud de coherencia corta resultan ideales para ser utilizadas en OCT, como lo son los láseres de pulsos ultra cortos y diodos superluminescentes. Sin embargo, que la fuente de luz posea una longitud de coherencia corta implica que su ancho de banda espectral sea grande, lo cual hace que la técnica OCT sea susceptible a efectos de dispersión [5]. Por esta razón, OCT está limitada a estudiar materiales asequibles en términos ópticos, como lo son la piel, los ojos y las superficies urinarias, gastrointestinal y vasculares. No obstante, gran parte de los tejidos son altamente dispersivos, resultando en una rápida degradación de la resolución axial de OCT limitando la profundidad del estudio y deteriorando la calidad de las imágenes obtenidas, resultando en el principal problema y en una seria restricción en el uso OCT.

La manera de corregir la degradación axial debido a los efectos de dispersión incluye

tanto métodos físicos como de procesamiento numérico de las señales [6, 7, 8]. En el caso de los métodos físicos, estos se basan en compensar la dispersión entre los dos brazos del interferómetro utilizando materiales ópticos o controlando el retardo de fase. Estos sistemas de compensación de dispersión suelen trabajar para muestras en específico, ya que es complicado que funcionen para muestras de distintos anchos o de materiales diferentes para el que fueron diseñados. Los sistemas de corrección basados en métodos numéricos usualmente son diseñados para compensar la dispersión a una cierta profundidad, por lo que resulta realmente complicado diseñar algoritmos capaces de compensar la dispersión para todas las capas de muestras reales de distintos materiales.

Una solución al problema de los efectos de dispersión en OCT surge de la implementación de QOCT, la cual fue propuesta inicialmente en el año 2002 [9] por Ayman F. Abouraddy, et al. e implementada experimentalmente por Nasr, et al. [10]. Esta técnica hace uso de las correlaciones no clásicas de las parejas provenientes del fenómeno cuántico no lineal de segundo orden SPDC [11]. La naturaleza de las correlaciones en frecuencia de los fotones SPDC impacta positivamente en la resolución de QOCT, dado que las mediciones obtenidas en QOCT son inmunes a efectos de dispersión, lo cual nos permitiría utilizar esta técnica de imagenología en una gran variedad de tejidos con distintos perfiles de dispersión.

La configuración estándar para poner en funcionamiento QOCT se basa en utilizar las parejas de fotones altamente correlacionados provenientes de SPDC Tipo I en propagación no colineal en un arreglo interferométrico Hong-Ou-Mandel (HOM) [9], en el que ocurren el fenómeno de óptica cuántica denominado interferencia de dos fotones. Una de las grandes desventajas de la implementación experimental de QOCT es que el interferómetro HOM requiere un gran número de componentes ópticos en su diseño, si se compara con el interferómetro Michelson en el que esta basado la mayoría de sistemas OCT. Además, las bajas tasas de conversión de los fotones SPDC y las bajas eficiencias de los sistemas de detección de fotones individuales se traducen en tiempos de adquisición muy grandes. Usualmente, los tiempos de adquisición para escaneos axiales de OCT son del orden de microsegundos y para QOCT del orden de segundos o inclusive minutos para muestras con bajas reflectancias.

Una configuración poco explotada por QOCT es el interferómetro de Michelson de dos fotones, el cual utiliza SPDC Tipo I en emisión colineal [12]. La configuración colineal de SPDC Tipo I nos permite utilizar la totalidad de los fotones para su propagación en el interferómetro de Michelson. Además, la configuración colineal nos permite reducir el número de elementos y la complejidad del arreglo experimental, mejorando el número de fotones detectados. A pesar de esto, sus tiempos de adquisición siguen siendo mucho más largos comparados con OCT clásico.

En resumen, OCT tiene la desventaja de perder resolución debido a los efectos de dispersión, limitando su funcionalidad a muestras poco dispersivas o muestras donde

la dispersión esta bien caracterizada y compensada. Por otro lado, el problema de QOCT reside en la baja eficiencia de conversión de las fuentes SPDC utilizadas, lo cual se traduce en largos tiempos de adquisición que imposibilitan la implementación de QOCT como un sistema práctico.

### 1.3. Objetivos

El presente trabajo de investigación tiene como objetivo principal reducir el tiempo de adquisición de QOCT a través de la implementación de un sistema de tomografía de coherencia óptica cuántica de campo completo FF-QOCT en el dominio temporal, lo cual nos permitirá reducir en varios órdenes de magnitud el tiempo de adquisición de esta técnica de imagenología cuántica, lo cual representaría un gran avance para la implementación práctica de QOCT.

### 1.4. Metodología

Se propone implementar dos sistemas de FF-QOCT como resultado de la combinación de las técnicas de: i) obtención de imágenes en coincidencia y de (ii) las técnicas utilizadas para generar interferencia de dos fotones (Hong-Ou-Mandel y Michelson).

Como primer paso, implementamos un sistema de interferometría HOM de campo completo utilizando una cámara intensificada trabajando en el régimen de coincidencias. El objetivo de este sistema es demostrar que el fenómeno de coalescencia presente en HOM se puede observar mediante imágenes en coincidencia, siempre y cuando los fotones pertenezcan a distribuciones espaciales indistinguibles.

Posteriormente, realizamos la transición al sistema FF-QOCT analizando una muestra bicapa con morfología en una de las superficies. La finalidad de este arreglo es demostrar que podemos eliminar el escaneo transversal de la muestra, el cual es estrictamente necesario para obtener una reconstrucción 3D de una muestra cuando se utiliza QOCT estándar.

Finalmente, ponemos en marcha el sistema FF-QOCT utilizando un interferómetro Michelson de dos fotones. La intención de este procedimiento es reducir la complejidad experimental del sistema FF-QOCT, así como aprovechar las ventajas que nos otorga emplear la emisión colineal de SPDC Tipo I. La principal ventaja es que podemos utilizar la totalidad de la luz producida en SPDC, lo cual nos permite reducir los tiempos de exposición respecto al arreglo FF-QOCT que utiliza interferencia HOM.

## 1.5. Contribuciones

Las principales contribuciones de esta tesis son:

- Caracterización de los interferogramas HOM y Michelson utilizando SPDC Tipo I para distintos anchos de banda espectrales.
- Se demuestra de forma experimental el fenómeno de interferencia HOM de campo completo utilizando fotones señal y acompañante pertenecientes a distribuciones espaciales indistinguibles.
- Se prueba que el sistema interferométrico HOM de campo completo puede detectar secciones distinguibles entre las distribuciones espaciales señal y acompañante que participan en el proceso de interferencia, que sirven como base para FF-QOCT.
- Mediciones experimentales que prueban que los sistemas FF-QOCT implementados pueden resolver variaciones en la morfología de las capas que conforman una muestra, sin la necesidad de realizar el escaneo transversal. Esto se traduce en una reducción del tiempo de adquisición de varios ordenes de magnitud respecto a QOCT estándar.

Los resultados de esta investigación pueden encontrarse en el artículo:

- Z. Ibarra-Borja, C. Sevilla-Gutierrez, R. Ramírez Alarcón, H. Cruz Ramírez, A. B. U'ren, "*Experimental demonstration of full-field quantum optical coherence tomography*", Photon. Res. 8, 51-56 (2020) <https://doi.org/10.1364/PRJ.8.000051>

Adicionalmente a este trabajo, se realizaron mediciones experimentales sobre la forma del ancho de banda espiral o ancho de banda OAM de SPDC Tipo I colineal en distintas bases y configuraciones experimentales, los resultados se pueden encontrar en los artículos:

- Z. Ibarra-Borja, C. Sevilla-Gutiérrez, R. Ramírez-Alarcón, Q. Zhan, H. Cruz-Ramírez, A. B. U'Ren, "*Direct observation of OAM correlations from spatially entangled bi-photon states*", Opt. Express 27, 25228-25240 (2019) <https://doi.org/10.1364/OE.27.025228>
- Z. Ibarra-Borja, R. Ramírez-Alarcón, C. Sevilla-Gutiérrez, H. Cruz-Ramírez, A. B. U'Ren, "*Imaging of OAM-entangled photon pairs in the Bessel-Gauss basis with full index control*," OSA Continuum 4, 2210-2220 (2021) <https://doi.org/10.1364/OSAC.414790>

### 1.6. Estructura de la tesis

El contenido de esta tesis se encuentra dividido en 4 partes. La primera parte, correspondiente a los capítulos 1 y 2, contiene una introducción general al tema que se va a desarrollar en este trabajo. Además, se proporciona la descripción teórica de SPDC, interferómetro HOM, interferencia Michelson de dos fotones y del sistema de tomografía de coherencia óptica cuántica de campo completo. La segunda parte, detallada en el capítulo 3, aborda la descripción general de los arreglos experimentales utilizados para implementar los interferómetros HOM y Michelson de dos fotones, así de como realizar la transición entre el interferómetro a su correspondiente sistema QOCT. En la tercera parte, contenida en el capítulo 4, se presentan los resultados y análisis de las mediciones experimentales de la interferencia HOM, Michelson y FF-QOCT. El capítulo 5, correspondiente a la cuarta parte, contiene las conclusiones de esta tesis y el potencial trabajo a futuro.

# Marco teórico

---

El propósito de este capítulo es revisar los fundamentos de los métodos utilizados en este trabajo de tesis.

## 2.1. Óptica no lineal

Cuando se habla de que un sistema físico responde de manera no lineal a cierto estímulo o perturbación se refiere a que la respuesta del sistema no es exactamente proporcional (lineal) a la perturbación que la produce. Si la perturbación es muy débil entonces la respuesta lineal del sistema será una muy buena aproximación. Sin embargo, en el caso en que la perturbación empieza a ser apreciable entonces la respuesta no lineal dará una mejor explicación del fenómeno. Los efectos ópticos cotidianos como la reflexión, refracción, absorción, difracción y esparcimiento explican una gran variedad de acontecimientos visuales comunes para nosotros, como los colores que vemos en el arcoiris o el enfocamiento de la luz a través de una lente simple. Esta serie de procesos ópticos pueden ser explicados asignando un pequeño conjunto de parámetros a los materiales. En la mayoría de eventos ópticos cotidianos, estos parámetros son constantes, independientes de la intensidad de la luz que permite su observación. Este régimen es el que llamamos óptica lineal. Con la invención del láser surgió el estudio de la óptica a altas intensidades, dando origen a fenómenos que no podrían observarse con luz ordinaria, como lo es la generación de nuevos colores al incidir luz monocromática sobre un cristal transparente. A las intensidades utilizadas para generar dicho tipo de efectos, los parámetros usuales que describen los materiales no pueden ser considerados constantes sino que varían en función de la intensidad de la luz. Este régimen de la óptica es llamado no lineal. En el campo de la óptica, estamos interesados en conocer la respuesta de los átomos y moléculas cuando es aplicado un campo electromagnético. En el caso de la óptica lineal, la polarización inducida o polarizabilidad  $\tilde{\mathbf{P}}(t)$  en un medio depende linealmente del campo eléctrico  $\tilde{\mathbf{E}}(t)$  aplicado y puede ser descrita a través de la relación [13]

$$\tilde{\mathbf{P}}(t) = \epsilon_0 \overset{\leftrightarrow}{\chi}^{(1)} \tilde{\mathbf{E}}(t), \quad (2.1)$$

donde  $\overset{\leftrightarrow}{\chi}^{(1)}$  es conocida como la susceptibilidad lineal y  $\epsilon_0$  es la permitividad del vacío. En óptica no lineal, la respuesta óptica puede ser descrita generalizando la ecuación 2.1, expresando la polarización inducida  $\tilde{\mathbf{P}}(t)$  como una serie de potencias de la amplitud del campo eléctrico  $\tilde{\mathbf{E}}(t)$  de la forma [13]:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{P}}(t) &= \epsilon_0 [\overset{\leftrightarrow}{\chi}^{(1)} \tilde{\mathbf{E}}(t) + \overset{\leftrightarrow}{\chi}^{(2)} \tilde{\mathbf{E}}^2(t) + \overset{\leftrightarrow}{\chi}^{(3)} \tilde{\mathbf{E}}^3(t) + \dots] \\ &= \tilde{\mathbf{P}}^{(1)}(t) + \tilde{\mathbf{P}}^{(2)}(t) + \tilde{\mathbf{P}}^{(3)}(t) + \dots \\ &= \tilde{\mathbf{P}}^{(1)}(t) + \tilde{\mathbf{P}}^{(NL)}(t), \end{aligned} \quad (2.2)$$

que corresponde a la generalización del caso lineal. Las constantes de proporcionalidad  $\overset{\leftrightarrow}{\chi}^{(2)}$  y  $\overset{\leftrightarrow}{\chi}^{(3)}$  son conocidas como los tensores de las susceptibilidades de segundo y tercer orden, respectivamente.  $\tilde{\mathbf{P}}^{(1)}(t)$  es llamada la polarizabilidad lineal mientras que  $\tilde{\mathbf{P}}^{(2)}(t)$  y  $\tilde{\mathbf{P}}^{(3)}(t)$  son las polarizabilidades no lineales de segundo y tercer orden, respectivamente. Típicamente,  $\overset{\leftrightarrow}{\chi}^{(2)}$  y  $\overset{\leftrightarrow}{\chi}^{(3)}$  son varios ordenes de magnitud menores que  $\overset{\leftrightarrow}{\chi}^{(1)}$  y como resultado solo vemos efectos no lineales a valores muy altos del campo [14]. La ecuación de onda que describe a un medio óptico no lineal homogéneo puede ser escrita como [13]:

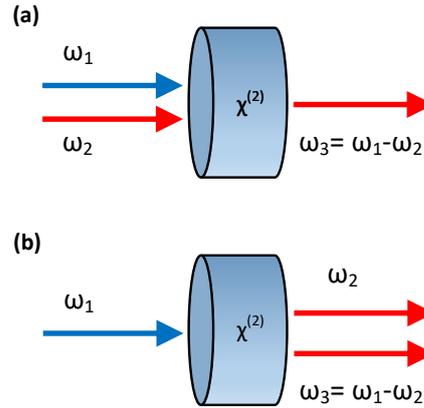
$$\nabla(\nabla \cdot \tilde{\mathbf{E}}(t)) - \nabla^2 \tilde{\mathbf{E}}(t) = -\mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ \epsilon_0 \left( 1 + \overset{\leftrightarrow}{\chi}^{(1)} \right) \tilde{\mathbf{E}}(t) + \tilde{\mathbf{P}}^{(NL)}(t) + \dots \right], \quad (2.3)$$

aquí  $1 + \overset{\leftrightarrow}{\chi}^{(1)} = n^2$  donde  $n$  es el índice de refracción lineal. El término  $\frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{P}}^{(NL)}}{\partial t^2}$  es el término que genera la radiación electromagnética correspondiente a la respuesta no lineal del medio.

### 2.1.1. Conversión espontánea paramétrica descendente SPDC

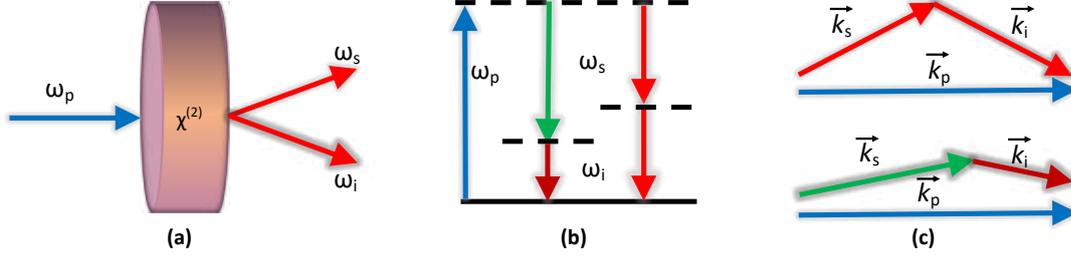
Existe una variedad de efectos no lineales de segundo orden que ocurren dentro de un medio no lineal, tales como la generación de segundo armónico, generación de suma de frecuencias y la generación de diferencia de frecuencias. El efecto no lineal de segundo orden utilizado en este trabajo es la conversión espontánea paramétrica descendente (SPDC). En el fenómeno SPDC, un solo fotón de entrada de frecuencia  $\omega_1$ , llamado usualmente fotón de bombeo, interactúa con un cristal no lineal y es convertido en dos fotones con frecuencias menores  $\omega_2$  y  $\omega_3$ , llamados fotones señal (s) y acompañante (i). El efecto SPDC es un tipo especial de diferencia de frecuencias. En el proceso de

generación de diferencia de frecuencias, si el campo a la frecuencia  $\omega_2$  esta presente como campo de entrada, este estimula la generación de diferencia de frecuencias  $\omega_3 = \omega_1 - \omega_2$ , que resulta ser un proceso bastante eficiente llamado *oscilación paramétrica óptica*, un esquema de este proceso se muestra en la Fig. 2.1(a). Cuando no tenemos un campo de entrada a  $\omega_2$ , como se muestra en la Fig. 2.1(b), aún podemos obtener la generación de diferencia de frecuencias  $\omega_3 = \omega_1 - \omega_2$  acompañado por la generación de  $\omega_2$ . Sin embargo, en este caso la generación de diferencia de frecuencias es estimulada por un modo de vacío a la frecuencia  $\omega_2$  como campo de entrada y por consecuencia este proceso es bastante ineficiente. Este proceso de generación de diferencia de frecuencias  $\omega_3$  y  $\omega_2$  a partir de la frecuencia de entrada  $\omega_1$  es denominada fluorescencia paramétrica ó conversion espontánea paramétrica descendente [13]. La etiqueta espontánea se refiere a que el proceso es estimulado por un modo de vacío de frecuencia  $\omega_2$  como campo de entrada y la expresión paramétrica significa que la totalidad de la energía se conserva durante el proceso. Este proceso es de gran importancia en óptica cuántica y tiene gran variedad de aplicaciones, como lo son la criptografía [15, 16], teleportación [17, 18], metrología cuántica [19, 20] e imagenología [21, 22].



**Figura 2.1:** a) Proceso de generación de diferencia de frecuencias. b) Proceso de conversión espontánea paramétrica descendente.

La generación de SPDC ocurre de la siguiente forma: se hace incidir un haz de bombeo sobre un cristal no lineal no centro-simétrico, ya que los procesos no lineales no permitidos en materiales con simetría de inversión, donde el valor de  $\chi^{\leftrightarrow(2)}$  es distinto de cero, en dicho cristal algunos de los fotones de bombeo con frecuencia  $\omega_p$ , son absorbidos y el absorbedor pasa a un estado virtual. Después, decae al estado base emitiendo una pareja de fotones llamados señal (*s* de *signal*) y acompañante (*i* de *idler*) a las frecuencias  $\omega_s$  y  $\omega_i = \omega_p - \omega_s$ . Las restricciones debido a la conservación de energía y momento lineal del proceso SPDC hace que los fotones convertidos estén enredados en varios grados de libertad que incluyen energía-tiempo [23], posición-momento [24], polarización [25] y momento angular orbital [26]. Usualmente un fotón de bombeo puede dar origen a una pareja de fotones con una probabilidad del orden  $10^{-12}$ .



**Figura 2.2:** Conversión espontánea paramétrica descendente. (a) El fotón de bombeo con frecuencia  $\omega_p$  incide sobre el cristal no lineal dando origen a la pareja de fotones con frecuencias  $\omega_s$  y  $\omega_i$ . (b) Diagrama de niveles de energías del proceso SPDC. (c) Diagrama de conservación de momento lineal del proceso SPDC.

Como se mencionó anteriormente, el proceso de creación de la pareja de fotones señal y acompañante obedece las leyes de conservación de momento y energía, que se expresan de la siguiente forma [27]:

$$\omega_p = \omega_s + \omega_i, \quad (2.4)$$

$$\vec{k}_p = \vec{k}_s + \vec{k}_i, \quad (2.5)$$

donde  $\omega_p$ ,  $\omega_s$ ,  $\omega_i$  son las frecuencias y  $\vec{k}_p$ ,  $\vec{k}_s$  y  $\vec{k}_i$  los vectores de onda correspondientes a los fotones de bombeo ( $p$ ), señal ( $s$ ) y acompañante ( $i$ ), como se muestra en las Fig. 2.2 b) y Fig. 2.2 c). La ecuación (2.5) es llamada *condición de empatamiento de fase*, la cual determina la distribución espacial y espectral de los fotones SPDC. En la mayoría de los materiales el índice de refracción tiende a aumentar con la frecuencia, por debajo de la frecuencia de resonancia, la conservación de energía (2.4) y la condición de empatamiento de fase (2.5) no pueden cumplirse simultáneamente en materiales isotrópicos que trabajan en el régimen de dispersión normal. Para satisfacer la condición de empatamiento de fase es necesario la utilización de cristales anisotrópicos [28] haciendo uso de su birrefringencia. La birrefringencia es un fenómeno que puede ser de dos tipos: uniaxial y biaxial. Para los propósitos de esta tesis, el caso de cristales uniaxiales será descrito [29], ya que es el tipo de cristal utilizado en este trabajo. Si el material tiene un solo eje principal de anisotropía óptica es llamado uniaxial y su birrefringencia puede describirse asignando dos índices de refracción diferentes al material para distintas polarizaciones denominados índice de refracción ordinario  $n_o$  e índice de refracción extraordinario  $n_e$ . Una de las propiedades más importantes de los cristales uniaxiales es el llamado eje óptico, que es la dirección de propagación de la onda incidente en la que el índice de refracción es independiente de la polarización. Existen dos tipos de luz que se pueden propagar en un cristal uniaxial;

- (i) Luz linealmente polarizada perpendicular al plano formado por el eje óptico del cristal y la dirección de incidencia. A esto se le llama eje ordinario ( $o$ ). En este

caso, la luz atraviesa el cristal de forma esperada, cumpliendo con la ley de Snell y es su índice de refracción asociado a ella es  $n_o$ .

- (ii) También tenemos luz linealmente polarizada paralela al plano formado por el eje óptico del cristal y la dirección de incidencia, la cual es denominada luz extraordinaria y el índice de refracción extraordinario  $n_e$  depende del ángulo entre el vector de onda incidente y el vector del eje óptico del cristal.

Para este tipo de materiales si se cumple que  $n_o > n_e$ , entonces es denominado cristal uniaxial *negativo* y si  $n_o < n_e$  hablamos de un cristal uniaxial positivo. Si consideramos todos los escenarios de polarización posibles y factibles para los fotones de bombeo, señal y acompañante que pueden satisfacer la condición de empatamiento de fase para un cristal uniaxial que tiene dispersión normal (por ejemplo un cristal BBO), tenemos los siguientes escenarios:

Tipo	Cristal	$\omega_p$	$\omega_s$	$\omega_i$
Tipo I	Positivo	o	e	e
Tipo I	Negativo	e	o	o
Tipo II	Positivo	o	e	o
Tipo II	Positivo	o	o	e
Tipo II	Negativo	e	e	o
Tipo II	Negativo	e	o	e

**Tabla 2.1:** Distintas configuraciones de polarización de los fotones SPDC para un cristal uniaxial.

En general, cuando los fotones señal y acompañante tienen la misma polarización nos referimos a un proceso SPDC con un empatamiento de fase **Tipo I** y cuando tienen polarizaciones ortogonales tenemos un empatamiento de fase **Tipo II**. Para cristales uniaxiales positivos el haz de bombeo tiene que tener polarización ordinaria de tal forma que se satisfaga la condición de empatamiento de fase, mientras que para cristales negativos se necesita que el bombeo tenga polarización extraordinaria para satisfacer dicha condición [30].

En este trabajo utilizaremos SPDC Tipo I obtenido de en un cristal uniaxial negativo, como lo es el BBO. En SPDC Tipo I el haz de bombeo  $\vec{k}_p$  tienen polarización extraordinaria, mientras que los fotones generados  $\vec{k}_s$  y  $\vec{k}_i$  tienen polarización ordinaria. Entonces, tenemos que la conservación de momento se puede escribir como:

$$\Delta\vec{k} = \vec{k}_p^e(\omega_p) - \vec{k}_s^o(\omega_s) - \vec{k}_i^o(\omega_i), \quad (2.6)$$

donde los superíndices  $e$  y  $o$  denotan polarización extraordinaria y ordinaria, respectivamente. Dado que la polarización del bombeo es extraordinaria, la magnitud de su vector de onda depende del ángulo formado entre la dirección de incidencia y el eje ópti-

## 2. MARCO TEÓRICO

---

co, dicho ángulo es usualmente llamado ángulo de empatamiento de fase  $\theta_{pm}$ . Dicha dependencia se describe a través de la siguiente relación:

$$\frac{1}{n_p^2(\omega_{pm})} = \frac{\text{sen}^2(\theta_{pm})}{n_e^2} + \frac{\text{cos}^2(\theta_{pm})}{n_o^2}. \quad (2.7)$$

Los valores de índice de refracción para la luz ordinaria y extraordinaria viajando en cristales uniaxiales pueden ser encontradas en la literatura. Sin embargo, estos valores pueden ser aproximados utilizando las ecuaciones de Sellmeier, que en el caso específico del cristal BBO están dadas por [29]:

$$n_o = \left( 2.7359 + \frac{0.01878}{\lambda^2 - 0.01822} - 0.01354\lambda^2 \right)^{1/2}, \quad (2.8)$$

$$n_e = \left( 2.3753 + \frac{0.01224}{\lambda^2 - 0.01667} - 0.01516\lambda^2 \right)^{1/2}. \quad (2.9)$$

Debido a la simetría azimutal del proceso SPDC Tipo I, los fotones convertidos señal y acompañante son emitidos en dos conos colineales centrados en el eje del bombeo  $\vec{k}_p$ . Se puede encontrar los fotones correlacionados trazando una línea imaginaria desde uno de los extremos del cono señal hasta el extremo opuesto del cono del fotón pasando pasando a través del centro.

De la ecuación (2.6) podemos separar las condiciones de empatamiento de fase longitudinal y transversal, obteniendo el siguiente conjunto de relaciones:

$$k_p^e(\omega_p) = k_s^o(\omega_s) \cos \phi_s + k_i^o(\omega_i) \cos \phi_s, \quad (2.10)$$

$$k_s^o(\omega_s) \text{sen} \phi_s = -k_i^o(\omega_i) \text{sen} \phi_i. \quad (2.11)$$

Los ángulos de emisión de los fotones señal y acompañante son dados por la ecuación de Snell dadas por:

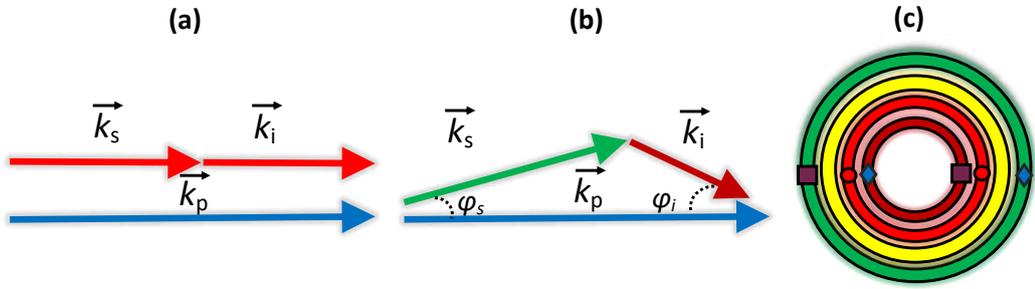
$$\phi_{ei} = \arcsin(n_i \text{sen} \phi_i), \quad (2.12)$$

$$\phi_{es} = \arcsin(n_s \text{sen} \phi_s). \quad (2.13)$$

Utilizando las ecuaciones (2.8)-(2.11) en combinación de de los coeficientes de Sellmeier para calcular  $n_p(\lambda_p)$ ,  $n_s(\lambda_s)$  y  $n_i(\lambda_i)$  del BBO, podemos determinar los ángulos de emisión para los fotones señal y acompañante para cada valor del ángulo de empatamiento de fase. Por lo que cambiando la orientación del eje óptico del cristal podemos obtener SPDC Tipo I en configuraciones de emisión no colineal y colineal.

En el caso de **Emisión colineal de Tipo I** los ángulos de emisión de los fotones señal  $\phi_{es}$  y acompañante  $\phi_{ei}$  tienden a cero, por lo que sus direcciones de propagación son paralelas a la dirección de propagación del bombeo. Si además los fotones tienen

la mitad de la energía del fotón del bombeo tendremos el caso colineal *degenerado* que se puede apreciar en la Fig.2.3(a). Mientras que en el caso de **Emisión no colineal de Tipo I** los fotones no se propagan en la misma dirección del bombeo, en general los fotones pueden no tener el mismo valor de longitud de onda y aún así cumplir la restricción impuesta por la conservación de energía, esta configuración se muestra en la Fig.2.3(b). En este caso el valor de  $\phi_{es}$  y  $\phi_{es}$  puede ser controlado por la rotación del cristal, en el cual un corte transversal de los conos de emisión de los fotones señal y acompañante corresponde a una distribución anular, en el cual los puntos que son diametralmente opuestos corresponden a parejas de fotones correlacionados como se muestra en la Fig.2.3(c).



**Figura 2.3:** Configuraciones de SPDC conforme a la dirección de emisión de los fotones señal y acompañante. (a) Emisión colineal degenerada. (b) Emisión colineal no degenerada. (c) Distribución transversal de SPDC Tipo I en el cual las figuras idénticas corresponden a secciones de anillo que están correlacionadas.

## 2.2. Descripción cuántica del proceso SPDC

En esta sección presentamos la derivación del estado bi-fotónico obtenido en la generación de SPDC. Primero, es necesario derivar el Hamiltoniano  $\hat{H}(t)$  para este proceso. Partimos de la expresión para la energía de un campo clásico de bombeo dentro de un material [31]

$$H(t) = \frac{1}{2} \int_V [\vec{E}_p \cdot \vec{D}_p] dV, \quad (2.14)$$

donde  $\vec{E}_p$  es el vector de campo eléctrico y  $\vec{D}_p$  es el vector de desplazamiento eléctrico que cumplen la restricción  $\vec{D}_p = \epsilon_0 \vec{E}_p + \vec{P}_p$ . Si consideramos que la polarizabilidad del medio depende del campo eléctrico, la podemos escribir como:

$$\vec{P}_p = \vec{P}_p^{(0)} + \underbrace{\epsilon_0 \chi^{(1)} \cdot \vec{E}_p}_{\vec{P}_p^{(1)}} + \underbrace{\epsilon_0 \chi^{(2)} : \vec{E}_s \vec{E}_i}_{\vec{P}_p^{(2)}} + \dots, \quad (2.15)$$

donde  $\vec{P}_p^{(0)}$  es la polarización espontánea del medio,  $\chi^{(1)}$  y  $\chi^{(2)}$  son las susceptibilidades de primer y segundo orden del medio,  $\vec{E}_s$  y  $\vec{E}_i$  son los campos eléctricos señal y acompañante. Se puede demostrar que para una interacción paramétrica dentro de un cristal uniaxial negativo el Hamiltoniano esta dado por [32]:

$$H_I(t) = \int_V 2\epsilon_0 d_{eff}(\vec{r}) \vec{E}_p \vec{E}_s \vec{E}_i dV, \quad (2.16)$$

donde  $d_{eff}(\vec{r})$  es el coeficiente no lineal efectivo de segundo orden. Podemos sustituir en la ecuación (2.16) los vectores por los operadores de campo para los fotones de bombeo  $\hat{E}_p$ , señal  $\hat{E}_s$  y acompañante  $\hat{E}_i$ . En general, podemos expresar cada uno de los operadores de campo como una suma de sus frecuencias positivas y negativas, escribiéndolos como  $\hat{E}_\mu = \hat{E}_\mu^{(+)} + \hat{E}_\mu^{(-)}$  con  $(\mu = p, s, i)$ . Sustituyendo lo anterior en nuestro Hamiltoniano de interacción y manteniendo solo los términos que conservan energía tenemos que el operador Hamiltoniano de interacción para el proceso SPDC tiene la forma:

$$\hat{H}_I = 2\epsilon_0 \int_V d_{eff}(\vec{r}) \hat{E}_p^{(-)} \hat{E}_s^{(+)} \hat{E}_i^{(+)} dV + H.C., \quad (2.17)$$

donde  $H.C.$  es el Hermitiano conjugado. Podemos emplear ahora el operador unitario de evolución temporal para determinar el estado cuántico al tiempo  $t$  dado un estado inicial  $|\Psi_0\rangle$ , el cual esta dado por [31]:

$$|\Psi(t)\rangle = \exp \left[ \frac{1}{i\hbar} \int_0^t dt' \hat{H}_I(t') \right] |\Psi_0\rangle, \quad (2.18)$$

donde  $\hat{H}_I(t)$  es el Hamiltoniano dependiente del tiempo dado por la ecuación (2.17). Para tiempos de interacción que son pequeños en comparación con el tiempo que transcurre entre interacciones paramétricas sucesivas, podemos expandir el exponencial como:

$$|\Psi(t)\rangle \approx \left[ 1 + \frac{1}{i\hbar} \int_0^t dt' \hat{H}_I(t') \right] |\text{vac}\rangle, \quad (2.19)$$

donde se ha considerado el estado inicial como el estado de vacío, el cual está dado por:

$$|\text{vac}\rangle = |0\rangle_s \otimes |0\rangle_i. \quad (2.20)$$

Podemos truncar la expansión de el exponencial en la ecuación (2.18) a primer orden, ya que resulta en emisión de parejas de fotones. Los términos de orden superior en dicha expansión resultan en la emisión de múltiples pares de fotones. Dado que la emisión de SPDC opera en el límite que en la emisión de múltiples pares de fotones es

despreciable, podemos prescindir de los términos de orden superior.

Para continuar, asumimos que las tres ondas que interactúan en el proceso SPDC están descritas por ondas planas. Entonces, los operadores de campo eléctrico para los modos señal y acompañante son (con  $\mu = s, i$ ) [33]:

$$\hat{E}_\mu(\vec{r}, t) = i \int d\omega_\mu \ell(\omega_\mu) \hat{a}_\mu(\omega_\mu) \exp \left[ i(\vec{k}_\mu(\omega_\mu) \cdot \vec{r} - \omega_\mu t) \right] + H.C., \quad (2.21)$$

donde

$$\ell(\omega_\mu) = \left( \frac{\hbar \omega_\mu}{2\epsilon_0 (2\pi)^3 n^2(\omega_\mu)} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.22)$$

donde  $\hat{a}_\mu$  representa el operador de aniquilación para el modo  $\mu$ . Por otro lado, el haz de bombeo es tratado clásicamente y lo podemos escribir como:

$$\hat{E}_p(\vec{r}, t) = A_p \int d\omega_p \alpha_p(\omega_p) \exp \left[ i(\vec{k}_p(\omega_p) \cdot \vec{r} - \omega_p t) \right] + C.C., \quad (2.23)$$

donde  $A_p$  y  $\alpha_p(\omega_p)$  representan la amplitud y el perfil espectral del campo de bombeo, respectivamente. Sustituyendo las ecuaciones (2.21) y (2.23) en la ecuación (2.17) para el Hamiltoniano obtenemos:

$$\begin{aligned} \hat{H}(t) = & A_p \int \int \int d\omega_p d\omega_s d\omega_i \ell(\omega_s) \ell(\omega_i) \alpha(\omega_p) \exp \left[ -i(\omega_p - \omega_s - \omega_i)t \right] \hat{a}_s^\dagger(\omega_s) \hat{a}_i^\dagger(\omega_i) \\ & \times \int dV d_{eff}(\vec{r}) \exp \left[ i\{\vec{k}_p(\omega_p) - \vec{k}_s(\omega_s) - \vec{k}_i(\omega_i)\} \cdot \vec{r} \right]. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Si sustituimos la ecuación (2.24) en (2.19) y representamos el empatamiento de fase como  $\Delta\vec{k} = \vec{k}_p - \vec{k}_s - \vec{k}_i$  y en frecuencia  $\Delta\omega = \omega_p - \omega_s - \omega_i$  podemos escribir el estado de SPDC como [33, 34]:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle = & |\text{vac}\rangle + \frac{VA_p t}{i\hbar} \int \int \int d\omega_p d\omega_s d\omega_i \left\{ \frac{1}{t} \int_0^t dt' e^{-i\Delta\omega t'} \right\} \ell(\omega_s) \ell(\omega_i) \alpha(\omega_p) \\ & \times \left\{ \frac{1}{V} \int dV d_{eff}(\vec{r}) e^{i\Delta\vec{k} \cdot \vec{r}} \right\} \hat{a}_s^\dagger(\omega_s) \hat{a}_i^\dagger(\omega_i) |\text{vac}\rangle. \end{aligned} \quad (2.25)$$

El primer termino dentro de las llaves  $\{*\}$  en la ecuación (2.25), al integrar corresponde a una función delta de Dirac  $\delta(\Delta\omega)$ . Entonces podemos escribir el estado que se produce en el proceso SPDC como:

$$|\psi\rangle = |\text{vac}\rangle + \eta \int \int d\omega_s d\omega_i \ell(\omega_s) \ell(\omega_i) \alpha(\omega_s + \omega_i) \phi(\omega_s, \omega_i) \hat{a}_s^\dagger(\omega_s) \hat{a}_i^\dagger(\omega_i) |\text{vac}\rangle, \quad (2.26)$$

donde el parámetro  $\eta$  absorbe las constantes fuera de la integral y donde

$$\phi(\omega_s, \omega_i) = \frac{1}{V} \int dV d_{eff}(\vec{r}) e^{i\Delta\vec{k}\cdot\vec{r}}, \quad (2.27)$$

es conocida como la función de empataamiento de fase que incorpora las propiedades de dispersión del cristal. Podemos definir la función:

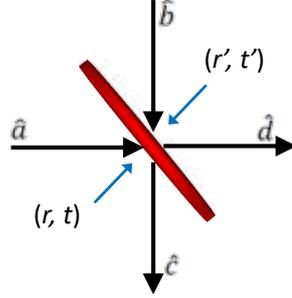
$$f(\omega_s, \omega_i) = \ell(\omega_s) \ell(\omega_i) \alpha(\omega_s + \omega_i) \phi(\omega_s, \omega_i), \quad (2.28)$$

que representa un factor de peso en las probabilidades de los operadores de creación actuando sobre el vacío. Esta función dicta la probabilidad de generar un fotón señal con vector de onda  $\vec{k}_s$  y frecuencia  $\omega_s$  y simultáneamente un fotón con vector de onda  $\vec{k}_i$  y frecuencia  $\omega_s$ . Esta función es denominada función de amplitud espectral conjunta.

### 2.3. Tratamiento cuántico de un divisor de haz y la interferencia de dos fotones

Los divisores de haz juegan un papel importante en muchos experimentos de óptica, utilizados a menudo en la manipulación del haz. Sin embargo, este elemento óptico tan sencillo también ejemplifica algunos de los problemas más fundamentales en óptica cuántica. El divisor de haz más simple es una película dieléctrica uniforme, como se muestra en la Fig. 2.4, pero en la práctica los divisores de haz generalmente se componen de varias capas de dieléctricos, donde el índice de refracción de cada capa se elige para producir los coeficientes de reflexión  $r$  y transmisión  $t$  deseados. Si el medio circundante es el mismo en ambos lados del dispositivo, y las propiedades ópticas de las capas son simétricas alrededor del plano medio, entonces la amplitud de los coeficientes de reflexión y transmisión son los mismos para la luz incidente desde cualquier lado. Esto es la definición de un divisor de haz simétrico [35].

A nivel de un solo fotón o de pocos fotones la descripción clásica de divisor de haz arroja resultados erróneos, ya que no toma en cuenta las fluctuaciones del vacío en puertos de entrada del divisor donde no hay un campo entrando en dicho puerto. La descripción cuántica del divisor de haz toma en cuenta los modos o fluctuaciones de vacío que entran por los puertos no utilizados del divisor de haz. Dichas fluctuaciones de vacío tienen importantes efectos físicos y es por ello que son tomados en cuenta en la descripción cuántica de los divisores de haz. Como resultado de dichas consideraciones



**Figura 2.4:** Representación cuántica de un divisor de haz

podemos escribir las transformaciones del divisor de haz para los operadores de campo como [27]:

$$\hat{c} = r\hat{b} + t'\hat{a}, \quad \hat{d} = t\hat{b} + r'\hat{a}, \quad (2.29)$$

o de forma matricial

$$\begin{pmatrix} \hat{c} \\ \hat{d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t' & r \\ r' & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \end{pmatrix}. \quad (2.30)$$

El cambio de fase de los haces transmitidos y reflejados depende de la construcción del divisor de haz. Si el divisor de haz es construido por una monocapa dieléctrica, los haces transmitidos y reflejados diferirán en fase por un factor de  $\exp(\pm i\pi/2) = \pm i$ . Para un divisor de haz 50:50, asumiendo que el haz reflejado sufre un cambio de fase de  $\pi/2$ , los modos de entrada y de salida están relacionados de la siguiente forma [27]:

$$\hat{c} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a} + i\hat{b}), \quad \hat{d} = \frac{1}{\sqrt{2}} (i\hat{a} + \hat{b}). \quad (2.31)$$

Ahora nos interesa conocer el estado a la salida del divisor de haz para un cierto estado de entrada. Recordemos que todos los estados número  $|n\rangle$  pueden ser construidos por la acción de elevar a la  $n$  el operador de creación en el vacío. Como primer ejemplo, estudiamos el caso en que entra un estado número de un solo fotón en la forma  $|0\rangle_a |1\rangle_b$ , donde  $|0\rangle_0$  indica que por el puerto de entrada  $a$  incide un estado de vacío, mientras que  $|1\rangle_b$  nos dice que en el puerto  $b$  entra un solo fotón al divisor de haz. Este estado puede escribirse en términos del operador de creación  $\hat{b}^\dagger |0\rangle_a |0\rangle_b$ . Podemos deducir  $\hat{b}^\dagger$  del divisor de haz simétrico, de las ecuaciones (2.31) obtenemos [27]:

$$\hat{c}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a}^\dagger - i\hat{b}^\dagger), \quad (2.32)$$

$$\hat{d}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} (-i\hat{a}^\dagger + \hat{b}^\dagger). \quad (2.33)$$

## 2. MARCO TEÓRICO

---

Multiplicando por  $i$  la ecuación (2.32) y sumando el resultado a la ecuación (2.33) obtenemos:

$$\begin{aligned} i\hat{c}^\dagger + \hat{d}^\dagger &= \frac{i}{\sqrt{2}}\hat{a}^\dagger + \frac{\hat{b}^\dagger}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}\hat{a}^\dagger + \frac{\hat{b}^\dagger}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\hat{b}^\dagger \\ \therefore \hat{b}^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{2}}(i\hat{c}^\dagger + \hat{d}^\dagger), \end{aligned} \quad (2.34)$$

de esta forma encontramos el estado a la salida del divisor de haz dado por

$$|0\rangle_a |1\rangle_b \xrightarrow{\text{Divisor}} \frac{1}{\sqrt{2}}(i\hat{c}^\dagger + \hat{d}^\dagger) |0\rangle_c |0\rangle_d = \frac{1}{\sqrt{2}}(i|1\rangle_c |0\rangle_d + |0\rangle_c |1\rangle_d). \quad (2.35)$$

Este resultado nos dice lo siguiente: si un solo fotón incide por uno de los puertos de entrada del divisor de haz, mientras que en el otro puerto de entrada solo tenemos el estado vacío, el fotón puede reflejarse o transmitirse en su totalidad con idéntica probabilidad. Es de esperarse que si se colocan dos detectores a la salida del divisor de haz no exista coincidencia temporal entre las señales producidas por ellos, el experimento que comprueba este hecho fue llevado a cabo por Philippe Grangier et al. en 1986 en el experimento llamado *prueba de existencia del fotón* [36], que se basa en el hecho de indivisibilidad del fotón.

Ahora estudiaremos el caso dos fotones entrando de manera simultánea uno por cada puerto de entrada de un divisor de haz simétrico. Un caso de interés es cuando los fotones entrantes tienen la misma frecuencia, misma polarización y mismo modo espacial. El estado incidente inicial de los fotones viene dado por  $|1\rangle_a |1\rangle_b = \hat{a}^\dagger \hat{b}^\dagger |0\rangle_a |0\rangle_b$ , donde  $\hat{a}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{c}^\dagger + i\hat{d}^\dagger)$  y  $\hat{b}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(i\hat{c}^\dagger + \hat{d}^\dagger)$ . Por lo que el estado de salida del divisor de haz es:

$$\begin{aligned} |1\rangle_a |1\rangle_b &\xrightarrow{\text{Divisor}} \frac{1}{2}(\hat{c}^\dagger + i\hat{d}^\dagger)(i\hat{c}^\dagger + \hat{d}^\dagger) |0\rangle_c |0\rangle_d \\ &= \left(\frac{i}{2}\hat{c}^\dagger \hat{c}^\dagger + \frac{1}{2}\hat{c}^\dagger \hat{d}^\dagger - \frac{1}{2}\hat{d}^\dagger \hat{c}^\dagger + \frac{i}{2}\hat{d}^\dagger \hat{d}^\dagger\right) |0\rangle_c |0\rangle_d \\ &= \left(\frac{i}{2}\hat{c}^\dagger \hat{c}^\dagger + \frac{i}{2}\hat{d}^\dagger \hat{d}^\dagger + \frac{1}{2}[\hat{c}^\dagger, \hat{d}^\dagger]\right) |0\rangle_c |0\rangle_d \\ &= \frac{i}{\sqrt{2}}(|2\rangle_c |0\rangle_d + |0\rangle_c |2\rangle_d). \end{aligned} \quad (2.36)$$

El resultado obtenido nos dice que los dos fotones siempre salen juntos por uno de los puertos del divisor de haz, ya sea el puerto de salida  $c$  ó  $d$  con idéntica probabilidad.

Experimentalmente si colocáramos detectores en cada uno de los puertos de salida no obtendremos coincidencias. Esta no detección de coincidencias entre los detectores ocurre debido a la *interferencia destructiva* entre amplitudes de probabilidad de obtener el estado  $|1\rangle_c |1\rangle_d$ ; el cual ocurre cuando ambos fotones incidentes son transmitidos o ambos son reflejados. Este fenómeno de coalescencia o cancelación de coincidencias ocurre cuando los procesos que corresponden a la obtención del estado  $|1\rangle_c |1\rangle_d$  son indistinguibles. Cuando los fotones son distinguibles en algún grado de libertad (por ejemplo el tiempo de llegada al divisor de haz) el proceso de interferencia destructiva no se lleva a cabo, dando origen a coincidencias.

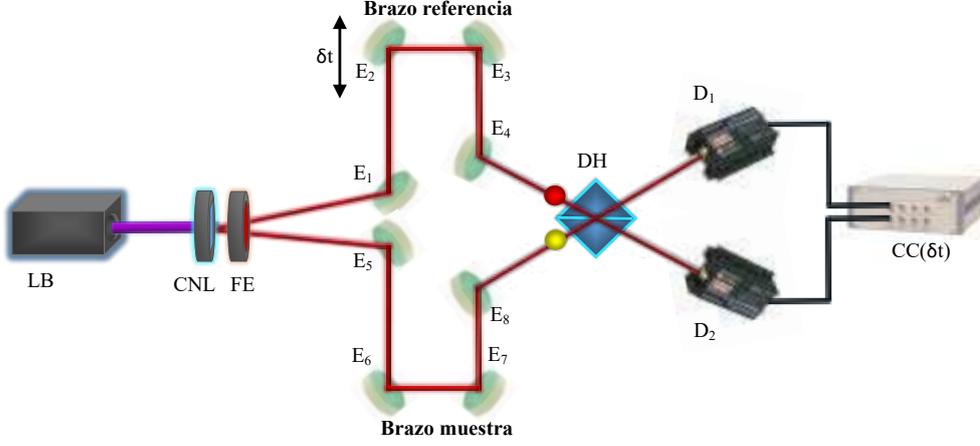
Este fenómeno de coalescencia, es decir, la tendencia de los fotones a salir juntos por alguno de los puertos de salida del divisor de haz, es una propiedad Bosónica de los fotones.

El primer experimento en que este fenómeno fue demostrado, denominado *valle HOM* o en inglés *HOM dip*, fue realizada por Hong, Ou y Mandel en el año de 1987 [37], implementando un arreglo óptico denominado **Interferómetro de Hong Ou Mandel**.

## 2.4. Interferómetro de Hong-Ou-Mandel utilizando SPDC

El interferómetro de Hong-Ou-Mandel, que corresponde a la primera observación experimental del fenómeno de interferencia de dos fotones, fue implementada por C.K. Hong, Z.Y. Ou y L. Mandel en 1987 [37]. Los fotones individuales empleados en este interferómetro corresponden a la pareja de fotones señal y acompañante producidos en una configuración de SPDC tipo I no colineal. Para que se de el fenómeno de interferencia de dos fotones, los modos señal y acompañante deben ser indistinguibles, es decir, son preparados de tal forma que tengan la misma frecuencia, misma polarización, correspondan al mismo modo espacial y lleguen de forma simultánea al divisor de haz 50:50. En los puertos de salida del divisor de haz simétrico se colocan detectores cuya señal es enviada a un contador de coincidencias, todo este proceso se bosqueja en la Fig. 2.5. El cambio en la posición de los espejos  $E_2$  y  $E_3$  nos permite controlar la diferencia temporal entre los fotones incidentes en el divisor de haz; cuando no existe diferencia temporal entre los fotones, no hay registro de coincidencias en el contador.

Para realizar una descripción correcta de la interferencia HOM, debemos considerar que los espectros de los fotones señal y acompañante que son producidos en SPDC no son monocromáticos, por lo que debemos considerar el caso en que los modos de la pareja de fotones convertida sea un estado multimodal en frecuencia [38]. Comencemos con el estado cuántico del proceso SPDC dado por la ecuación (2.26) escrito en términos de la función espectral conjunta dada por la ecuación (2.28) obtenemos:



**Figura 2.5: Interferómetro de Hong-Ou-Mandel.** Un láser de bombeo (LB) incide sobre un cristal no lineal (CNL) creando pares de fotones SPDC Tipo I no colineal. El haz de bombeo que no participa en el proceso SPDC es eliminado utilizando un filtro espectral (FE). Los fotones SPDC viajan separados por distintos brazos del interferómetro. Posteriormente, los fotones entran uno por cada puerto del divisor de haz 50:50 (DH), los fotones a la salida de ambos puertos del divisor son detectados por los detectores  $D_1$  y  $D_2$  cuya señal es enviada a un contador de coincidencias CC. Los espejos  $E_2$  y  $E_3$  son espejos móviles que determinan el desfase temporal  $\delta t$  entre los fotones llegando al divisor de haz, dicho desfase determina el número de coincidencias medido por el CC.

$$|\Psi\rangle = |\text{vac}\rangle + \eta \int \int d\omega_s d\omega_i f(\omega_s, \omega_i) \hat{a}_s^\dagger(\omega_s) \hat{a}_i^\dagger(\omega_i) |\text{vac}\rangle. \quad (2.37)$$

Los fotones de SPDC Tipo I en emisión no colineal viajan por diferentes brazos del interferómetro HOM, por lo que los fotones señal entran por el puerto  $a$  del divisor de haz, mientras que los fotones acompañantes entran por el puerto  $b$ , entonces podemos escribir el estado a la entrada del divisor de haz como:

$$|\Psi\rangle = |\text{vac}\rangle + \eta \int \int d\omega_s d\omega_i f(\omega_s, \omega_i) \hat{a}^\dagger(\omega_s) \hat{b}^\dagger(\omega_i) |\text{vac}\rangle, \quad (2.38)$$

donde podemos calcular  $\hat{a}^\dagger(\omega_s) \hat{b}^\dagger(\omega_i)$ :

$$\begin{aligned} \hat{a}^\dagger(\omega_s) \hat{b}^\dagger(\omega_i) &= \left( r \hat{c}^\dagger(\omega_s) + t \hat{d}^\dagger(\omega_s) \right) \left( t \hat{c}^\dagger(\omega_i) + r \hat{d}^\dagger(\omega_i) \right) \\ &= r t \hat{c}^\dagger(\omega_s) \hat{c}^\dagger(\omega_i) + r^2 \hat{c}^\dagger(\omega_s) \hat{d}^\dagger(\omega_i) + t^2 \hat{d}^\dagger(\omega_s) \hat{c}^\dagger(\omega_i) + t r \hat{d}^\dagger(\omega_s) \hat{d}^\dagger(\omega_i) \\ &= \underbrace{\frac{i}{2} \left( \hat{c}^\dagger(\omega_s) \hat{c}^\dagger(\omega_i) + \hat{d}^\dagger(\omega_s) \hat{d}^\dagger(\omega_i) \right)}_{\text{no coincidencias}} + \underbrace{\frac{1}{2} \left( \hat{d}^\dagger(\omega_s) \hat{c}^\dagger(\omega_i) - \hat{c}^\dagger(\omega_s) \hat{d}^\dagger(\omega_i) \right)}_{\text{coincidencias}}. \end{aligned} \quad (2.39)$$

La parte del estado  $|\Psi\rangle$  en el que los fotones salen ambos puertos del divisor de haz y que da origen a coincidencias se puede escribir como:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle_{cc} &= \frac{\eta}{2} \int \int d\omega_s d\omega_i f(\omega_s, \omega_i) \left( \hat{d}^\dagger(\omega_s) \hat{c}^\dagger(\omega_i) - \hat{c}^\dagger(\omega_s) \hat{d}^\dagger(\omega_i) \right) |\text{vac}\rangle \\ &= \frac{\eta}{2} \int \int d\omega_s d\omega_i f(\omega_s, \omega_i) \left( |\omega_s\rangle_d |\omega_i\rangle_c - |\omega_s\rangle_c |\omega_i\rangle_d \right). \end{aligned} \quad (2.40)$$

La probabilidad de detectar coincidencias viene dada por la expresión:

$$P_{s,i} = \int \int d\omega_s d\omega_i |\langle \omega_s, \omega_i | \Psi \rangle|^2. \quad (2.41)$$

Calculando  $\langle \omega'_s, \omega'_i | \Psi \rangle$ , que corresponde a la proyección de un estado con frecuencias fijas  $\omega'_s$  y  $\omega'_i$  [39]:

$$\begin{aligned} \langle \omega'_s, \omega'_i | \Psi \rangle &= \int \int f(\omega_s, \omega_i) \frac{1}{2} \left( \delta(\omega'_s - \omega_s) \delta(\omega'_i - \omega_i) - \delta(\omega'_s - \omega_i) \delta(\omega'_i - \omega_s) \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( f(\omega_s, \omega_i) - f(\omega_i, \omega_s) \right), \end{aligned} \quad (2.42)$$

entonces la probabilidad de obtener coincidencias cuando los fotones señal y acompañante entran simultáneamente por distintos puertos de entrada del divisor de haz es:

$$P_{s,i} = \frac{1}{4} \int \int d\omega_s d\omega_i |f(\omega_s, \omega_i) - f(\omega_i, \omega_s)|^2. \quad (2.43)$$

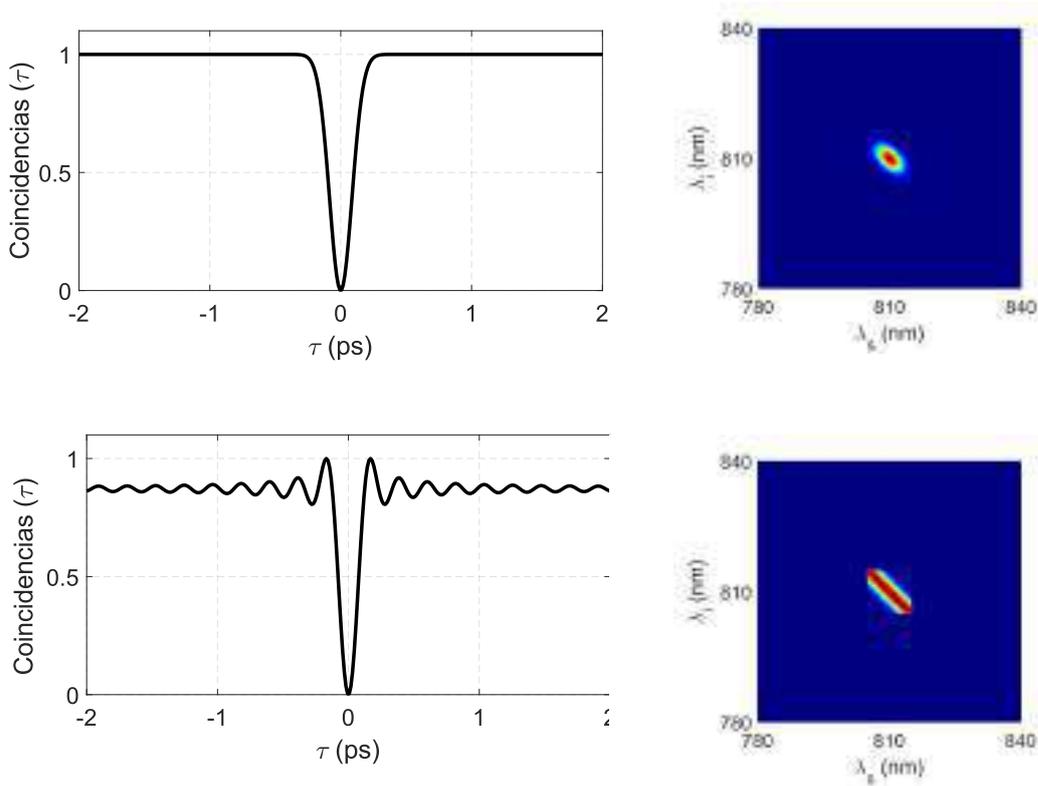
En el caso en el que los fotones tengan distintos tiempos de llegada al divisor de haz, con tiempos de viajes dados por  $\omega_s t_1$  y  $\omega_i t_2$ . Esta propagación añade un término de fase  $e^{i\omega_s t_1 + i\omega_i t_2}$  a la función de amplitud conjunta, por lo que tenemos que la probabilidad de coincidencias es dictada por:

$$\begin{aligned} P_{s,i} &= \frac{1}{4} \int \int d\omega_s d\omega_i |f(\omega_s, \omega_i) e^{i\omega_s t_1 + i\omega_i t_2} - f(\omega_i, \omega_s) e^{i\omega_i t_1 + i\omega_s t_2}|^2 \\ &= \frac{1}{4} \int \int d\omega_s d\omega_i |f(\omega_s, \omega_i) - f(\omega_i, \omega_s) e^{-i(\omega_i - \omega_s)(t_2 - t_1)}|^2 \\ &= \frac{1}{4} \int \int d\omega_s d\omega_i |f(\omega_s, \omega_i) - f(\omega_i, \omega_s) e^{-i\Omega\tau}|^2, \end{aligned} \quad (2.44)$$

donde  $\Omega = \omega_i - \omega_s$  es el desempatamiento en frecuencia y  $\tau$  es el desfase temporal en el tiempo de llegada de los fotones al divisor de haz.

## 2. MARCO TEÓRICO

De la ecuación (2.44) podemos notar que en el caso especial en que  $\tau = 0$  y  $f(\omega_s, \omega_i) = f(\omega_i, \omega_s)$  el valor de  $P_{s,i} = 0$ , esto significa que no habrá coincidencias entre los dos detectores colocados en los puertos de salida del divisor de haz [38]. Esto significa que podemos replicar, idealmente, el fenómeno de interferencia de dos fotones del caso monocromático utilizando un estado multi-frecuencia. Sin embargo, la función  $f(\omega_s, \omega_i)$  no es siempre simétrica respecto a  $\omega_s$  y  $\omega_i$ . Por lo anterior, la forma del interferograma HOM depende en gran medida de la forma de la función de amplitud espectral conjunta, la cual tiene gran dependencia de los parámetros experimentales de generación y detección, como se puede apreciar en la Fig. 2.6, donde se presentan dos tipos de interferogramas con el mismo ancho de banda espectral pero distintos perfiles espectrales para los filtros, en este caso un perfil espectral Gaussiano y otro rectangular.



**Figura 2.6: Simulación de interferencia HOM.** Las coincidencias registradas son función de la diferencia temporal  $\tau$  de los fotones SPDC al llegar al divisor de haz. Ambos interferogramas corresponden a un ancho de banda espectral de FWHM de 10 nm centrado en  $\lambda_{s,i} = 810$  nm, pero fueron obtenidos utilizando filtros espectrales de perfil Gaussiano y rectangular.

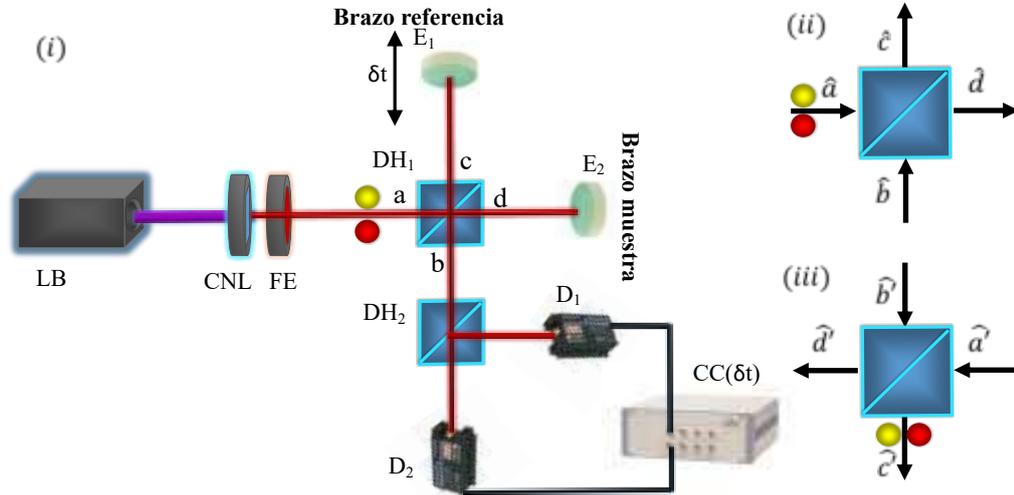
En los interferogramas HOM hay dos parámetros de gran importancia que los caracterizan, los cuales son la visibilidad y la anchura a media altura (FWHM por sus

siglas en inglés) del interferograma. La visibilidad del *dip* HOM viene dada por

$$V = \frac{C_{prom} - C_{min}}{C_{prom} + C_{min}}, \quad (2.45)$$

donde  $C_{prom}$  y  $C_{min}$  son el número de coincidencias promedio y mínimo en el interferograma, respectivamente. La visibilidad del interferograma refleja el grado de indistinguibilidad entre los dos fotones de entrada en el divisor de haz.

## 2.5. Interferómetro de Michelson utilizando SPDC.



**Figura 2.7:** (i) Interferómetro Michelson de 2 fotones utilizando SPDC. Un láser de bombeo (LB) incide sobre un cristal no lineal (CNL) creando pares de fotones SPDC Tipo I colineales. El haz de bombeo es eliminado utilizando un filtro espectral (FE). Ambos fotones SPDC entran por el puerto  $a$  del divisor de haz 50:50 ( $DH_1$ ), donde después pueden viajar por el brazo de referencia o por el brazo muestra para posteriormente recombinarse en ( $DH_1$ ). Los pares de fotones que emergen por el puerto  $b$ , son separados estadísticamente utilizando el divisor de haz  $DH_2$  en cuyos puertos de salida se colocan los detectores  $D_1$  y  $D_2$ , para medir coincidencias en función del espejo móvil  $E_1$  con el contador de coincidencias  $CC$ . (ii) Transformaciones del divisor de haz para el viaje de ida de los fotones SPDC. (iii) Transformaciones del divisor de haz para el viaje de vuelta de los fotones SPDC.

En esta sección se realiza la descripción del interferómetro de Michelson de dos fotones [40], cuando los modos de SPDC entran ambos por el puerto  $a$  del divisor de haz como se muestra en la Fig. 2.7(i). Las transformaciones del divisor de haz para las dos interacciones de los fotones SPDC en el divisor de haz donde ocurre la interferencia se bosquejan en las Fig. 2.7(ii) y Fig. 2.7(iii).

El estado de entrada en el divisor de haz se puede escribir como

$$|\Psi\rangle = |\text{vac}\rangle + \eta \int \int d\omega_s d\omega_i f(\omega_s, \omega_i) \hat{a}^\dagger(\omega_s) \hat{a}^\dagger(\omega_i) |\text{vac}\rangle. \quad (2.46)$$

Los fotones que viajen (se reflejen) por el camino  $c$  adquieren una fase adicional  $e^{i\omega\tau}$  respecto los fotones transmitidos que viajan por el camino  $d$ , lo cual nos lleva a:

$$\hat{a}^\dagger = r e^{i\omega\tau} \hat{c}^\dagger(\omega) + t \hat{d}^\dagger(\omega). \quad (2.47)$$

Por lo tanto, el término  $\hat{a}^\dagger(\omega_s) \hat{a}^\dagger(\omega_i)$  está dado por:

$$\begin{aligned} \hat{a}^\dagger(\omega_s) \hat{a}^\dagger(\omega_i) &= \left( r e^{i\omega_s\tau} \hat{c}^\dagger(\omega_s) + t \hat{d}^\dagger(\omega_s) \right) \left( r e^{i\omega_i\tau} \hat{c}^\dagger(\omega_i) + t \hat{d}^\dagger(\omega_i) \right) \\ &= \left( r e^{i\omega_s\tau} \left( t \hat{c}^\dagger(\omega_s) + r \hat{d}^\dagger(\omega_s) \right) + t \left( r \hat{c}^\dagger(\omega_s) + t \hat{d}^\dagger(\omega_s) \right) \right) \\ &\quad \times \left( r e^{i\omega_i\tau} \left( t \hat{c}^\dagger(\omega_i) + r \hat{d}^\dagger(\omega_i) \right) + t \left( r \hat{c}^\dagger(\omega_i) + t \hat{d}^\dagger(\omega_i) \right) \right), \end{aligned} \quad (2.48)$$

de la ecuación (2.48) solo nos interesan los términos que contengan información del puerto de salida  $c'$ , que es el camino donde se coloca el segundo divisor de haz para obtener coincidencias, por lo tanto tenemos que:

$$\begin{aligned} \hat{a}^\dagger(\omega_s) \hat{a}^\dagger(\omega_i) &= r^2 t^2 (e^{i\omega_s\tau} + 1) (e^{i\omega_i\tau} + 1) \hat{c}^\dagger(\omega_s) \hat{c}^\dagger(\omega_i) \\ &= -\frac{1}{4} (e^{i\omega_s\tau} + 1) (e^{i\omega_i\tau} + 1) \hat{c}^\dagger(\omega_s) \hat{c}^\dagger(\omega_i). \end{aligned} \quad (2.49)$$

Entonces, podemos escribir el estado a la salida del divisor de haz como:

$$|\Psi\rangle^{\text{salida}} = -\frac{1}{4} \int \int d\omega_s d\omega_i f(\omega_s, \omega_i) (e^{i\omega_s\tau} + 1) (e^{i\omega_i\tau} + 1) \hat{c}^\dagger(\omega_s) \hat{c}^\dagger(\omega_i) |\text{vac}\rangle, \quad (2.50)$$

por lo que la probabilidad de obtener coincidencias viene dada por:

$$P_{s,i} = \frac{1}{8} \int \int d\omega_s d\omega_i |f(\omega_s, \omega_i)|^2 |e^{i\omega_s\tau} + 1|^2 |e^{i\omega_i\tau} + 1|^2. \quad (2.51)$$

Finalmente, desarrollando los módulos cuadrados en la ecuación (2.51) podemos escribir la probabilidad de obtener coincidencias como:

$$P_{s,i} = \frac{1}{8} \int \int d\omega_s d\omega_i S(\omega_s, \omega_i) (1 + \cos(\omega_s\tau)) (1 + \cos(\omega_i\tau)), \quad (2.52)$$

donde  $S(\omega_s, \omega_i)$  es la función de Intensidad espectral conjunta (JSI por sus siglas en inglés).

El patrón de interferencia del estado de dos fotones depende de la forma particular de la JSI.

Experimentalmente, la detección de pares de fotones se realiza a través de fotodetectores trabajando en coincidencia. Usualmente se utilizan filtros pasabandas colocados antes de los detectores para reducir el ruido de fondo y eliminar los fotones remanentes del bombeo. El uso de filtros modifica la JSI seleccionando solo ciertos valores de  $\omega_s$  y  $\omega_i$ , por lo que podemos reescribirla como:

$$S(\omega_s, \omega_i) \rightarrow F_s(\omega_s)F_i(\omega_i)S(\omega_s, \omega_i), \quad (2.53)$$

donde  $F_s$  y  $F_i$  son las funciones de transmisión de los filtros pasabandas. Si asumimos que la intensidad espectral del bombeo depende de una sola variable  $P(\omega)$  y que los filtros pasabandas actúan de forma idéntica para los modos señal y acompañante  $F(\omega_s) = F(\omega_i)$  operando en una frecuencia central  $\bar{\omega} = \frac{\omega_p}{2}$  y además se cumpla que  $F(\omega) \propto F^2(\omega)$ . Estas condiciones se cumplen utilizando un láser de bombeo continuo cuyo perfil espectral Gaussiano tiene un ancho de banda estrecho, el cual genera un espectro de los fotones generados concentrados alrededor de la constricción  $\omega_s + \omega_i = \bar{\omega}_p$ . En estas condiciones la JSI se puede escribir de la forma:

$$S(\omega_s, \omega_i) \approx P(\omega_p)F(\omega_s). \quad (2.54)$$

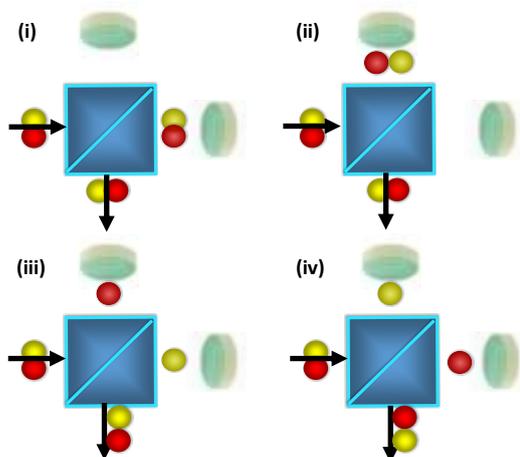
De esta forma, la JSI puede ser controlada experimentalmente por dos parámetros: el ancho de banda del láser de bombeo y el ancho de banda de los filtros espectrales.

Utilizando la aproximación  $S(\omega_s, \omega_i) \approx P(\omega_p)F(\omega_s)$  en la ecuación 2.52, el proceso de integración nos da el interferograma de cuarto orden dado por [40]:

$$P_{s,i}(\tau) \propto \underbrace{1}_I + \underbrace{\frac{1}{2}\Gamma_p(\tau)\Gamma_F(2\tau)}_{II} + \underbrace{[\Gamma_p(\tau) + 1]\Gamma_F(\tau)\cos(\omega_0\tau)}_{III} + \underbrace{\frac{1}{2}\Gamma_p(\tau)\cos(2\omega_0\tau)}_{IV}, \quad (2.55)$$

donde  $\Gamma_p(\tau) = \int d\omega_p P(\omega_p + \bar{\omega}_p)\cos(\omega_p\tau)$  y  $\Gamma_F(\tau) = \int d\omega_s F(\omega_s + \omega_0)\cos(\omega_s\tau)$ . Los filtros espectrales se eligen de tal forma que su frecuencia central  $\bar{\omega}_F$  empate con la frecuencia central de los fotones de bombeo  $\bar{\omega}_p$  en la proporción  $\bar{\omega}_F = \omega_0 = \bar{\omega}_p/2$ .

El interferograma de coincidencias de la ecuación (2.55) contiene 4 contribuciones. El término  $I$  es una constante que se origina de todas las posibilidades de caminos que son distinguibles. El término  $II$  corresponde a la interferencia de dos modos monocromáticos. Este término es equivalente al valle HOM explicado en la sección 2.4. El término  $III$  pertenece a la interferencia de dos fotones viajando por distintos brazos



**Figura 2.8:** Trayectorias de los fotones en un interferómetro de Michelson de dos fotones. La interferencia en las coincidencias ocurre debido a las cuatro posibilidades de camino en que los dos fotones salen del interferómetro (i) en el viaje de ida ambos fotones son transmitidos y en su regreso ambos son reflejados (ii) ambos son reflejados y luego transmitidos (iii) y (iv) un fotón es transmitido/reflejado mientras que el segundo es reflejado/transmitido.

(casos (iii) y (iv) de la Fig. 2.8). Por último, el término  $IV$  se origina cuando ambos fotones viajan por el mismo brazo (casos (i) y (ii) de la Fig. 2.8).

## 2.6. Tomografía de coherencia óptica

OCT es una técnica óptica no invasiva basada en la interferometría de baja coherencia [41]. El objetivo principal de esta técnica es inspeccionar un material tridimensional generando imágenes o cortes bidimensionales de alta resolución del mismo. El ya avanzado desarrollo de esta técnica de imagen ha facilitado la aplicación exitosa de OCT en distintos campos de la medicina, especialmente en oftalmología [42], angiografía [43] y dermatología [44]. Su principal ventaja, en aplicaciones médicas, es que permite realizar una *biopsia óptica* del tejido en tiempo real, sin la necesidad de remover o seccionar el mismo.

El funcionamiento de OCT está basado en medir la magnitud y tiempo de llegada de la luz esparcida-reflejada por la muestra. Secciones transversales del material son generadas realizando múltiples escaneos axiales del tiempo de retraso de la luz reflejada por el material (A-scans) y escaneando el haz incidente transversalmente. Esto produce un conjunto de datos bidimensionales, que representan la reflexión óptica en un plano transversal a través del tejido. La información tridimensional de la muestra es generada por la adquisición secuencial de imágenes transversales escaneando el haz incidente de forma rasterizada.

La mayoría de los sistemas OCT utilizan un arreglo interferométrico tipo Michelson, donde interfiere la luz proveniente del brazo de referencia y la luz reflejada por el material colocado en el brazo muestra, como se muestra en la Fig. 2.9.

La resolución de las imágenes en técnicas de medicina es uno de los parámetros más importantes, por lo que la obtención de una alta resolución es tema de estudio hoy en día. La resolución axial de OCT está determinada por la longitud de coherencia de la fuente, que es inversamente proporcional al ancho de banda espectral de la fuente [41]. En el caso de una fuente luminosa con perfil espectral Gaussiano la resolución axial está dada por  $L_c = \frac{2 \ln 2}{\pi} \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$  donde  $\Delta \lambda$  es la anchura a media altura (FWHM) del espectro y  $\lambda$  es la longitud de onda central de la fuente. Dado que la resolución axial es inversamente proporcional al ancho de banda de la fuente de luz, se requieren fuentes con anchos espectrales muy grandes para obtener una alta resolución axial. Los valores típicos de resolución axial de OCT oscila entre los 1 – 15  $\mu m$ , donde la mejor resolución alcanzada por un sistema OCT es 0.75  $\mu m$  [45].

La resolución transversal de OCT está determinada por el tamaño del haz enfocado en la muestra. El tamaño del haz de enfoque es inversamente proporcional a la apertura numérica de la lente de enfoque. La resolución transversal viene dada por:

$$\Delta x = \frac{4\lambda f}{\pi d}, \quad (2.56)$$

donde  $d$  es el tamaño del haz en la lente y  $f$  es la distancia focal de la lente. Un escaneo transversal fino puede lograrse si se utiliza una apertura numérica para enfocar el haz en la muestra. Sin embargo, un incremento en la resolución transversal significa una disminución en la profundidad del campo del sistema dada por

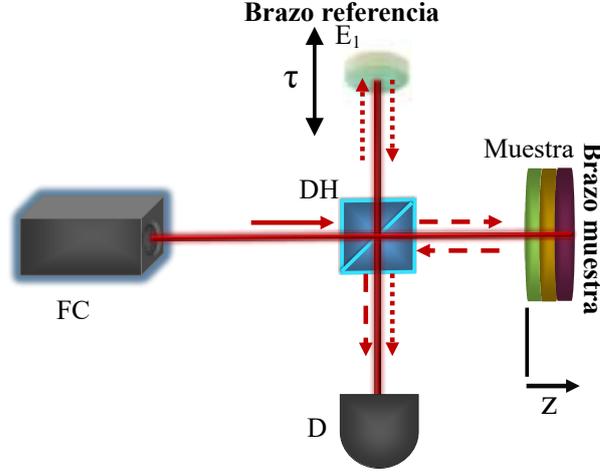
$$b = \frac{\pi \Delta x^2}{\lambda}. \quad (2.57)$$

Usualmente, en OCT se utilizan aperturas numéricas pequeñas de tal forma que la profundidad de campo sea grande.

Para describir matemáticamente OCT, esquematizado en la Fig. 2.9, consideremos que la muestra bajo estudio está modelada por la función de transferencia  $H(\omega)$  la cual describe la estructura interna del material, ya que toma en cuenta todas las reflexiones correspondientes a las estructuras distribuidas en la dirección  $z$ , dentro del material, dicha función está dada por [9]:

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} r(\omega, z) e^{i \frac{2n(\omega, z)\omega z}{c}} dz, \quad (2.58)$$

donde  $r(\omega, z)$  es el coeficiente de reflexión complejo proveniente de las características estructurales de la muestra,  $n(\omega, z)$  es el índice de refracción de grupo, el cual depende de la frecuencia y de la profundidad. El término exponencial es la fase acumulada por



**Figura 2.9:** Configuración experimental de OCT. El divisor de haz DH es donde ocurre el fenómeno de interferencia, cuyo patrón es reproducido gracias a un detector (D).

la onda mientras viaja a través de la muestra hasta la profundidad  $z$  y regresar al punto de referencia  $z = 0$  (por ello el factor de 2).

El sistema mostrado en la Fig. 2.9 corresponde a un sistema OCT en el dominio temporal, donde un espejo de referencia  $E_1$  es trasladado axialmente introduciendo un retraso temporal  $\tau$  para igualar los caminos ópticos de los brazos de referencia con las distintas reflexiones provenientes de cada una de las muestra. Si asumimos que la fuente clásica FC produce luz incoherente en modo continuo con un ancho espectral grande, podemos caracterizar la fuente  $S$  con una densidad espectral dada por  $S(\omega_0 + \Omega)$  donde  $\Omega$  es la desviación de la frecuencia angular central  $\omega_0$  de la fuente clásica. El patrón de interferencia  $I(\tau)$  obtenido para un escaneo axial es de la forma [9]:

$$I(\tau) \propto \Gamma_0 + 2\Re\{\Gamma(\tau)e^{-i\omega_0\tau}\}, \quad (2.59)$$

donde  $\Gamma_0$  corresponde a los términos de intensidad de la muestra dado por:

$$\Gamma_0 = \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega (1 + |H(\omega_0 + \Omega)|^2 S(\Omega)), \quad (2.60)$$

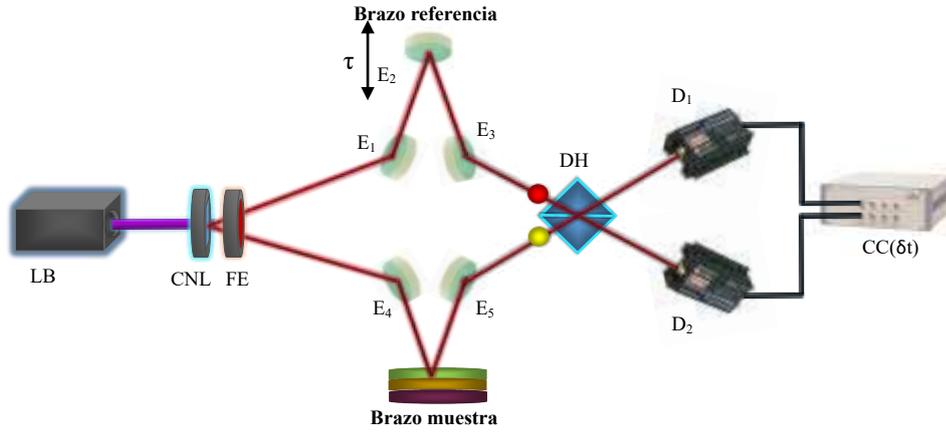
mientras que el término  $\Gamma(\tau)$  refiere el término de interferencia cruzada es:

$$\Gamma(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega H(\omega_0 + \Omega) S(\Omega) e^{-i\Omega\tau} = h_c(\tau) * s(\tau), \quad (2.61)$$

donde  $h_c(\tau)$  es la transformada de Fourier inversa de  $H(\omega_0 + \Omega)$  con respecto de  $\Omega$  y  $s(\tau)$  es la función de correlación de la fuente.

## 2.7. Tomografía de coherencia óptica cuántica usando interferencia HOM.

La primera versión cuántica de la técnica OCT utilizó un arreglo interferométrico HOM empleando fotones provenientes del fenómeno SPDC como se muestra en la Fig. 2.10.



**Figura 2.10:** Configuración experimental de QOCT.

Analicemos entonces, que pasa si sustituimos el espejo fijo en el interferómetro HOM por una muestra modelada a través de la función de transferencia  $H(\omega)$ . Sabemos que la probabilidad de obtener coincidencias en un interferómetro HOM utilizando fotones SPDC viene dada por [9]:

$$P_{s,i} = \frac{1}{4} \int \int d\omega_s d\omega_i |f(\omega_s, \omega_i) - f(\omega_i, \omega_s)|^2. \quad (2.62)$$

Usualmente denominamos fotones señal a los fotones que viajan en el brazo de referencia donde se encuentra el espejo móvil que controla el retraso temporal  $\tau$ , por lo que los fotones señal adquieren una fase adicional  $\Omega\tau$ , por lo que tenemos:

$$f(\omega_s) \rightarrow f(\omega_s)e^{i\Omega\tau}. \quad (2.63)$$

Mientras que los fotones acompañante son enviados al brazo muestra, donde interactúan con el material bajo estudio con función de transferencia  $H(\omega_i)$ , por lo tanto para los fotones acompañante tenemos que:

$$f(\omega_i) \rightarrow f(\omega_i)H(\omega_i), \quad (2.64)$$

por lo tanto la función de amplitud conjunta se puede escribir como

$$f(\omega_s, \omega_i) \rightarrow f(\omega_s, \omega_i)H(\omega_i)e^{i\Omega\tau}, \quad (2.65)$$

de tal forma que la probabilidad de coincidencia teniendo una muestra se escribe como:

$$\begin{aligned} P_{s,i} &= \frac{1}{4} \int \int d\omega_s d\omega_i |f(\omega_s, \omega_i)H(\omega_i)e^{i\Omega\tau} - f(\omega_i, \omega_s)H(\omega_s)e^{-i\Omega\tau}|^2 \\ &= \frac{1}{4} \int \int d\omega_s d\omega_i |f(\omega_s, \omega_i)H(\omega_i) - f(\omega_i, \omega_s)H(\omega_s)e^{-i2\Omega\tau}|^2, \end{aligned} \quad (2.66)$$

desarrollando el módulo al cuadrado, podemos escribir la probabilidad de coincidencias como:

$$P_{s,i} = \Gamma_0 - \Re\{\Gamma(\tau)\}, \quad (2.67)$$

donde

$$\Gamma_0 = \frac{1}{4} \int \int d\omega_s d\omega_i (|f(\omega_s, \omega_i)H(\omega_i)|^2 + |f(\omega_i, \omega_s)H(\omega_s)|^2), \quad (2.68)$$

y

$$\Gamma(\tau) = \frac{1}{2} \int \int d\omega_s d\omega_i f(\omega_s, \omega_i)H(\omega_i)f^*(\omega_i, \omega_s)H^*(\omega_s)e^{i2\Omega\tau}. \quad (2.69)$$

Podemos reescribir las ecuaciones (2.68) y (2.69) como [9]:

$$\Gamma_0 = \frac{1}{4} \int \int d\Omega S(\Omega) |H(\omega_0 + \Omega)|^2, \quad (2.70)$$

y

$$\Gamma(\tau) = \frac{1}{2} \int \int d\Omega H(\omega_0 + \Omega)H^*(\omega_0 - \Omega)S(\Omega)e^{-i2\Omega\tau}, \quad (2.71)$$

donde  $\Omega$  es la diferencia en frecuencia respecto a la frecuencia central de los fotones generados  $\omega_0 = \bar{\omega}_p/2$ . Al escribir las ecuaciones (2.70) y (2.71) se asume que la función de amplitud espectral conjunta es simétrica  $f(\omega_s, \omega_i) = f(\omega_i, \omega_s)$ , por lo tanto podemos escribir la JSI como  $S(\Omega) = |f(\Omega)|^2$

## 2.8. Comparación QOCT vs OCT

Para propósitos de realizar un modelo de la muestra, podemos idealizar la función  $H(\omega)$  descrita en la ecuación (2.58) como una suma discreta dada por [9]:

$$H(\omega) = \sum_p r_p(\omega, z) e^{i\frac{2n(\omega, z)\omega z}{c}} = \sum_p r_p(\omega, z) e^{i2\varphi_p(\omega, z)}, \quad (2.72)$$

donde  $r_p$  representa el coeficiente de reflexión de la  $p$ -ésima capa de la totalidad de capas que contiene la muestra, lo cual es una buena aproximación para sistemas biológicos que están compuestos por un número finito de capas. Por simplicidad, y sin pérdida de generalidad, se asume que el perfil de dispersión entre las capas es el mismo, es decir,  $\varphi_p(\omega) = \beta(\omega)z_p$  donde  $\beta(\omega) = \frac{n(\omega)\omega}{c}$  es el número de onda a una frecuencia  $\omega$  y  $z_p$  es la profundidad de la  $p$ -ésima capa. Expandiendo  $\beta(\omega_0 + \Omega)$  hasta segundo orden en  $\Omega$  tenemos que

$$\beta(\omega_0 + \Omega) \approx \beta_0 + \beta' \Omega + \frac{1}{2} \beta'' \Omega^2, \quad (2.73)$$

donde  $\beta'$  es el inverso de la velocidad de grupo  $v_0$  a  $\omega_0$  y  $\beta''$  representa la dispersión de la velocidad de grupo (GVD) a  $\omega_0$  [46].

Sustituyendo la ecuación (2.72) en (2.61), el término de interferencia cruzada para OCT puede escribirse como:

$$\Gamma(\tau) = \sum_p r_p s_d^{(0p)} \left( \tau - 2 \frac{z_p}{v_0} \right) e^{i2\beta_0 z_p}, \quad (2.74)$$

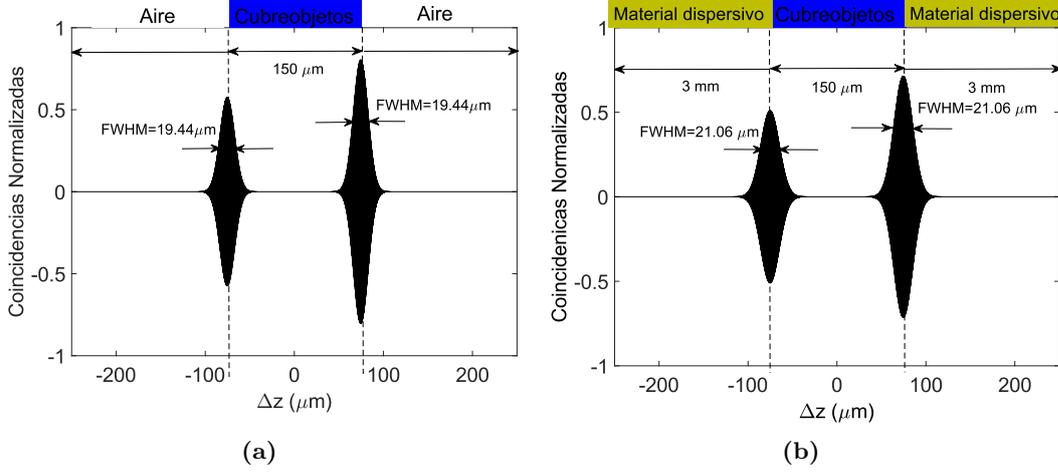
donde  $s_d^{(0p)}$  surge de la reflexión de la  $p$ -ésima capa después de sufrir GVD durante una distancia de propagación  $2z_p$ , el subíndice  $d$  indica dispersión y el superíndice  $(0p)$  indica que la dispersión es incluida desde la superficie inicial de la muestra hasta la capa número  $p$ . El término  $s_d^{(0p)}$  es la transformación de Fresnel de  $S(\Omega)$  con coeficiente de dispersión  $\beta''$  dada por [46]

$$s_d^{(pq)} = \int d\Omega S(\Omega) e^{i2\beta'' \Omega^2 (z_p - z_q)} e^{-i\Omega \tau}. \quad (2.75)$$

La utilización de OCT clásico se ve limitada al estudio de muestras que no exhiban una GVD apreciable a la profundidad de interés de la muestra. Un ejemplo de degradación de la resolución axial se puede apreciar en la Fig. 2.11, donde se presentan los interferogramas OCT que muestran el ensanchamiento de los patrones Michelson debido a GVD del material donde se encuentra sumergida la muestra.

Haciendo el mismo análisis para el sistema QOCT, tenemos que el término de interferencia cruzada  $\Gamma(\tau)$  en el caso QOCT puede escribirse como la suma de dos contribuciones [9]:

$$\Gamma(\tau) = \underbrace{\sum_p |r_p|^2 s \left( \tau - 4 \frac{z_p}{v_0} \right)} + \underbrace{\sum_{p \neq q} r_p r_q^* s_d^{(pq)} \left( \tau - 2 \frac{z_p + z_q}{v_0} \right) e^{i2\beta_0 (z_p - z_q)}} , \quad (2.76)$$



**Figura 2.11:** Simulación numérica del patrón de interferencia obtenido con OCT para un material compuesto por dos capas, en los casos en que a) el material esta sumergido en aire y b) el material esta inmerso en un medio con GVD no despreciable.

el primer término representa las reflexiones de cada una de las capas *sin* GVD, mientras que el segundo término representa los términos cruzados que surgen de la interferencia entre cada par de capas, este efecto se manifiesta en un pico o valle adicional por cada par de capas en el interferograma QOCT y son llamados *artefactos*, los cuales podemos observar en la Fig. 2.12 b). El término  $s$  es la función de correlación de la fuente y  $s_d^{(pq)}$  es la transformación de Fresnel dada por la ecuación (2.75). Podemos notar que a diferencia de OCT, en QOCT solo se hace presente la dispersión existente entre la  $p$ -ésima y la  $q$ -ésima capa. El primer término en (2.76) es el que nos brinda la información acerca de la profundidad y reflectancia de las capas de las que está compuesta la muestra. El segundo término se dispersa debido a la propagación de la distancia entre capas, el cual contiene información inaccesible utilizando OCT.

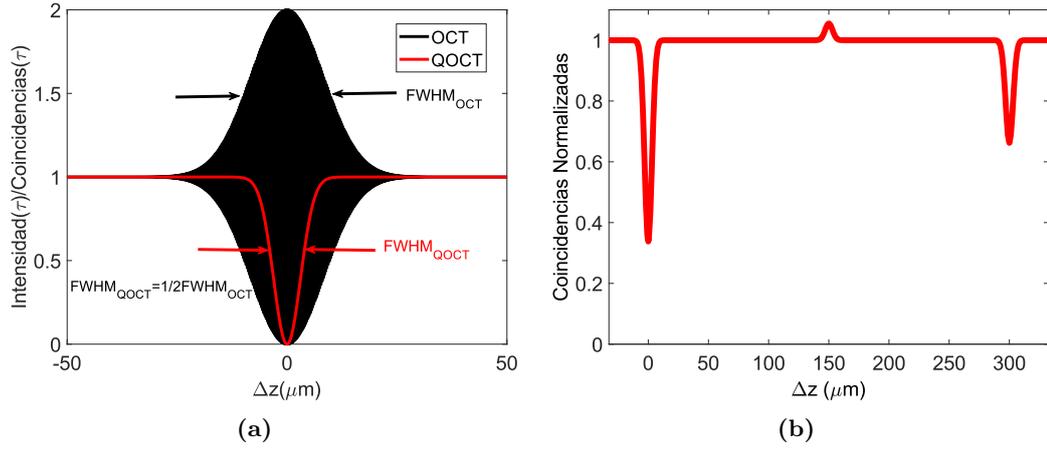
A partir de esta información, podemos hacer una comparativa entre OCT y QOCT.

$$\underbrace{\Gamma_0 = \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega \left( \boxed{1} + |H(\omega_0 + \Omega)|^2 S(\Omega) \right)}_{OCT} \quad \underbrace{\Gamma_0 = \frac{1}{4} \int \int d\Omega S(\Omega) |H(\omega_0 + \Omega)|^2}_{QOCT}$$

Como podemos notar, el término constante en  $\Gamma_0$  de OCT no se encuentra presente en  $\Gamma_0$  de QOCT, lo cual favorece la relación señal-ruido en QOCT.

$$\underbrace{\Gamma(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega H(\omega_0 + \Omega) S(\Omega) e^{-i\Omega\tau}}_{OCT}$$

$$\Gamma(\tau) = \underbrace{\frac{1}{2} \int \int d\Omega H(\omega_0 + \Omega) H^*(\omega_0 - \Omega) S(\Omega) e^{-i2\Omega\tau}}_{\text{QOCT}}.$$



**Figura 2.12:** a) Comparación de la resolución OCT/QOCT. b) Interferograma QOCT correspondiente a un material compuesto por dos capas.

Además, el término de interferencia cruzada  $\Gamma(\tau)$  en QOCT está relacionado cuadráticamente con la reflexión de la muestra por lo que la muestra es analizada a las frecuencias  $\omega_0 + \Omega$  y  $\omega_0 - \Omega$ . Por otro lado, el factor de 2 que aparece en el término de interferencia cruzada QOCT  $\Gamma(\tau)$  que le da forma a  $P_{s,i}$ , en comparación con el término  $\Gamma(\tau)$  de OCT, lleva a una mejora en la resolución a favor de QOCT, como se puede observar en la [Fig. 2.12 a](#)).

Haciendo una lista de las ventajas y desventajas que tiene QOCT en comparación de OCT, las cuales son:

#### *Ventajas*

- \* Mejor relación señal-ruido.
- \* Obtener el doble de la resolución obtenida con OCT, en medios no dispersivos, utilizando el mismo ancho de banda espectral.
- \* Las mediciones QOCT no se ven afectadas por la GVD, por lo que podemos aumentar la profundidad de estudio de las muestras.

#### *Desventajas*

- Tiempos de exposición gigantescos, en el orden de segundos para un solo escaneo axial.

- El arreglo experimental HOM es mucho más complicado de implementar que un interferómetro Michelson clásico.
- Los detectores de fotodiodos de avalancha usados en la implementación de QOCT tienen una eficiencia cuántica máxima de  $\eta = 74\%$ .

## 2.9. Tomografía de coherencia óptica cuántica usando un interferómetro de Michelson de dos fotones.

Como ya se mostró en la sección 2.5 el interferograma de Michelson de dos fotones contiene información equivalente a la obtenida con interferencia HOM. Por lo tanto, podemos implementar un sistema QOCT utilizando el arreglo Michelson y los fotones SPDC en emisión colineal, el cual resulta convenientemente mucho más sencillo de implementar. El interferograma obtenido para una muestra modelada por la función de transferencia  $H(\omega)$ , es una generalización de la ecuación (2.55) y esta dado por [47]:

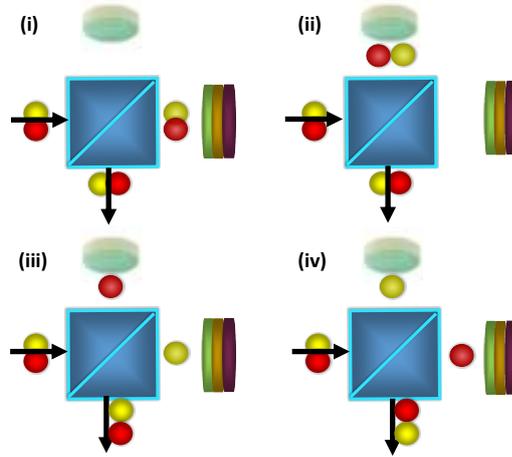
$$P(\tau) \propto P_0 + 2\Re\{P_1(2\tau)\} + 4\Re\{P_2(\tau)e^{-i\omega_0\tau}\} + 2\Re\{P_3(\tau)e^{-i2\omega_0\tau}\}, \quad (2.77)$$

donde los términos de interferencia  $P_i$  están dados:

$$\begin{aligned} P_0 &= \int d\Omega (1 + |H(\omega_0 - \Omega)|^2)(1 + |H(\omega_0 + \Omega)|^2)S(\Omega), \\ P_1(\tau) &= \int d\Omega H(\omega_0 + \Omega)H^*(\omega_0 - \Omega)S(\Omega)e^{i\Omega\tau}, \\ P_2(\tau) &= \int d\Omega (1 + |H(\omega_0 - \Omega)|^2)H(\omega_0 + \Omega)S(\Omega)e^{-i\Omega\tau}, \\ P_3 &= \int d\Omega H(\omega_0 + \Omega)H(\omega_0 - \Omega)S(\Omega). \end{aligned} \quad (2.78)$$

El término de auto-interferencia dado por  $P_0$  corresponde al número promedio de coincidencias. Los casos (iii) y (iv) mostrados en la Fig. 2.13 son los términos de interferencia cruzada  $P_1$  y  $P_2$ . El término  $P_1$  es producido por el fenómeno de coalescencia equivalente al término  $\Gamma(\tau)$  de la ecuación (2.71), el cual contiene la información de las capas de la muestra la cual no se ve afectada por la dispersión. El término  $P_2$  es equivalente al interferograma clásico de cuarto orden entre los casos (iii) y (iv), que produce franjas de interferencia oscilando a la frecuencia  $\omega_0$ . Finalmente, el término  $P_3$  es producido por la interferencia de los casos (i) y(ii), que corresponde a los casos en que los fotones viajan juntos por alguno de los brazos del interferómetro. Debido al enredamiento de este proceso, la interferencia de los casos (i) y (ii) da origen a franjas oscilando a  $2\omega_0$ .

El interferograma dado por la ecuación (2.77) no provee más información que el



**Figura 2.13:** Trayectorias de los fotones en un sistema QOCT basado en un interferómetro de Michelson de dos fotones. La interferencia en las coincidencias ocurre debido a las cuatro posibilidades de camino en que los dos fotones salen del interferómetro (i) en el viaje de ida ambos fotones son transmitidos y en su regreso ambos son reflejados (ii) ambos son reflejados y luego transmitidos (iii) y (iv) un fotón es transmitido/reflejado mientras que el segundo es reflejado/transmitido.

interferograma clásico obtenido en OCT, al contrario, el patrón de interferencia resulta mucho más complicado de analizar ya que contiene términos oscilando a  $\omega_0$  y a  $2\omega_0$ . Esta puede ser una razón por lo que esta configuración no es muy utilizada en QOCT. Con la finalidad de utilizar la interferencia Michelson de dos fotones en un sistema QOCT, es necesario aislar el término  $P_1$  que es equivalente al término  $\Gamma(\tau)$ . El término  $P_0$  corresponde a las coincidencias promedio, las cuales se pueden sustraer del interferograma. Los términos  $P_2$  y  $P_3$  oscilan a las frecuencias  $\omega_0$  y  $2\omega_0$ , respectivamente, mientras que  $P_1$  tiene una frecuencia  $\omega_0 = 0$ . Por lo anterior, podemos descomponer espectralmente  $P(\tau)$  utilizando la transformada de Fourier, de forma que podemos aislar  $P_1$  aplicando un filtro pasabajos. Una vez aislado el término  $P_1(\omega_0 = 0)$ , obtenemos su transformada inversa de Fourier para obtener información equivalente al término  $\Gamma(\tau)$ .

Con este proceso numérico podemos obtener la misma información que el sistema QOCT HOM, es decir, obtenemos interferogramas inmunes a efectos de dispersión y con una resolución axial mejorada. Adicionalmente, dado que la configuración QOCT-Michelson utiliza la configuración de emisión colineal de SPDC Tipo I, el sistema es más sencillo de implementar y podemos utilizar la totalidad de los fotones convertidos. Esto es una gran ventaja, ya que en el caso HOM solo utilizamos solo una parte de la luz SPDC que corresponde a secciones del anillo correlacionadas. Esto puede ayudar a mejorar en un orden de magnitud el tiempo de adquisición de la técnica QOCT.

## 2.10. Descripción del estado cuántico de SPDC en la base de OAM

Es bien sabido que en el proceso de generación de SPDC satisface las condiciones de conservación de energía y de momento lineal:  $\omega_p = \omega_s + \omega_i$  y  $\vec{k}_p = \vec{k}_s + \vec{k}_i$ . Adicionalmente, para la emisión colineal de SPDC Tipo I tenemos la siguiente condición de transferencia de momento angular orbital (OAM por sus siglas en inglés):

$$\hbar\ell_p = \hbar\ell_s + \hbar\ell_i, \quad (2.79)$$

donde  $\hbar\ell_p, \hbar\ell_s, \hbar\ell_i$  son los valores de OAM para los de bombeo, señal y acompañante, respectivamente. La ecuación (2.79) se cumple si se colectan todos los vectores de onda emitidos en el proceso de SPDC, cuando tenemos solo secciones de cono, esta regla de selección no necesariamente prevalece. En el caso de la emisión de SPDC Tipo I colineal, podemos escribir el estado bifotónico SPDC como una superposición de modos con OAM de la forma:

$$|\Psi\rangle_{SPDC} = \sum_{\ell_s} \sum_{\ell_i} C_{\ell_s, \ell_i} |\ell_s\rangle_s |\ell_i\rangle_i. \quad (2.80)$$

El fenómeno de interferencia HOM depende del grado de indistinguibilidad entre los fotones que participan en el proceso. Usualmente, en experimentos HOM la indistinguibilidad en el grado de libertad de modo espacial se logra utilizando un solo modo en el proceso de interferencia, el cual a menudo es un modo fundamental Gaussiano. Sin embargo, esta selección mono-modal de los fotones detectados repercute en el tiempo de adquisición de la técnica QOCT basado en el fenómeno HOM. Además, un sistema QOCT basado en interferencia HOM pierde gran parte de la luz SPDC al utilizar emisión no colineal.

Por otro lado, el sistema QOCT basado en interferencia Michelson puede hacer uso (o no) de la totalidad de los fotones SPDC convertidos, gracias a que utiliza la emisión Tipo I colineal. Para utilizar la totalidad de los fotones, el sistema de detección debe captar la mayor cantidad de modos producidos en la ecuación (2.80), lo cual ayuda a reducir el tiempo de adquisición respecto a QOCT basado en interferencia HOM. Cabe mencionar que utilizar una gran cantidad de modos en el proceso de interferencia puede afectar la visibilidad de los interferogramas obtenidos con QOCT-Michelson, por lo que el algoritmo de filtraje debe ser optimizado para poder distinguir los picos que nos dan información de las capas de la muestra.

## 2.11. Tomografía de coherencia óptica cuántica de campo completo

Cada sistema OCT suele utilizar diferentes combinaciones de sistemas de escaneo y detección para su funcionamiento. En el dominio temporal se emplea un sistema

de escaneo axial para obtener la información sobre las capas internas de la muestra, en un punto específico de la misma, utilizando detectores puntuales. Para obtener la información completa sobre la muestra bajo estudio, es necesario utilizar un escaneo transversal para poder obtener todos los interferogramas axiales y a partir de ellos hacer una reconstrucción volumétrica del objeto bajo estudio. En imagenología, existen las denominadas configuraciones de campo extendido o campo completo (FF por sus siglas en inglés) que permiten obtener información de varios puntos de la muestra a la vez.

La tomografía de coherencia óptica de campo completo (FF-OCT) [41] es una variante de la técnica OCT que es capaz de registrar vistas o cortes bidimensionales de la muestra (C-scans) a una profundidad dada. Para registrar la tomografía 3D, la muestra solamente se escanea en la dirección axial. Por lo tanto, la diferencia principal entre un sistema de OCT clásico y un sistema FF-QOCT es la ausencia del escaneo transversal. Para llevar a cabo la captura de las imágenes 2D a una profundidad dada se utiliza usualmente una cámara CCD que, en combinación con un escaneo axial, permite obtener una reconstrucción 3D.

Algunas de las ventajas de utilizar FF-OCT son:

- Debido a que un sistema FF-OCT analiza una sola profundidad a la vez, es posible utilizar objetivos de microscopio con apertura numérica NA grande. Esto permite aumentar la resolución transversal de la técnica, incluso por debajo de  $1\ \mu\text{m}$ .
- Los sistemas OCT son muy sensibles a cambios de alineación. Sus componentes ópticos y electrónicos deben de ser capaces de trabajar altas frecuencias con velocidad constante, lo cual limita su velocidad de adquisición.
- Además, escanear en dos direcciones impone un equilibrio entre el tiempo de exposición y el campo de visión. En OCT cada punto de la muestra suele ser iluminada unos pocos microsegundos, mientras que en FF-OCT todo el campo de visión suele ser iluminado pocos milisegundos. Esta diferencia en el tiempo de iluminación de la muestra ayuda a disminuir las fluctuaciones rápidas de *speckle* que son un problema en OCT.

Para poder implementar un sistema FF-OCT en el régimen cuántico que nos permita reducir los tiempos de adquisición, el sistema de detección debe de cumplir las siguientes características:

- \* Debe ser capaz de detectar muy bajas intensidades como las producidas en el fenómeno de SPDC.
- \* Estar constituido por una serie de detectores individuales trabajando en paralelo.
- \* Que sea capaz de detectar coincidencias, que es el principio fundamental de la técnica QOCT.

## 2. MARCO TEÓRICO

---

El reciente desarrollo en las tecnologías de sensores trabajando a bajas intensidades ha dado origen a los llamados sensores CCD intensificados que tienen excepcionales eficiencias de detección y que trabajan en la detección de eventos de ultra-precisa sincronización, como lo es la detección de parejas de fotones SPDC. En este trabajo hacemos uso de una ICCD para implementar por primera vez sistemas de FF-QOCT en dos distintas configuraciones.

---

## Desarrollo experimental

---

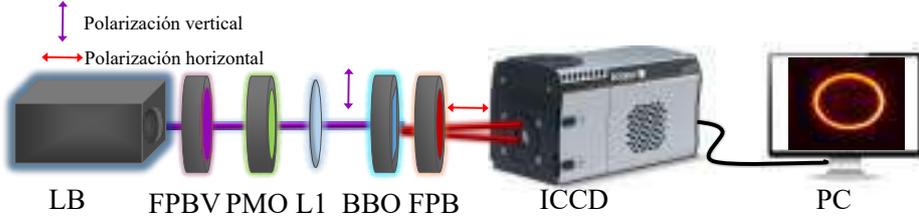
La implementación experimental de QOCT en su versión de campo completo se llevó a cabo en dos distintas configuraciones, las cuales explotan las ventajas inherentes al tipo de fuente de luz no clásica utilizada en dichas configuraciones de FF-QOCT. La primera configuración utiliza los fotones señal y acompañante provenientes de SPDC Tipo I en emisión no colineal en combinación de un arreglo interferométrico Hong-Ou-Mandel. Para llevar a cabo la segunda configuración se emplea una fuente de pares de fotones SPDC Tipo I configurada en emisión colineal que se propagan en un interferómetro tipo Michelson de dos fotones.

### 3.1. Implementación experimental de las fuente SPDC

Existen distintos cristales de bulto utilizados para generar SPDC como lo son el Niobato de Litio ( $\text{LiNbO}_3$ ), el Borato de bario- $\beta$  (BBO), el Fosfato diácido de Potasio (KDP) y el Fosfato diácido de Amonio (ADP). Los cristales de bulto como el BBO no tienen grandes eficiencias de conversión, como sí la tienen los recientemente diseñados cristales periódicamente polarizados como el Titanil Fosfato de Potasio (PP-KTP) o el Niobato de Litio (PPLN). Sin embargo, para estudios experimentales que no requieran una alta tasa de conversión, los cristales como el BBO siguen siendo utilizados. Esto es debido a que el proceso de cuasi empatamiento de fase que ocurre en los cristales periódicamente polarizados que permite obtener una mayor tasa en conversión, en comparación con los cristales de bulto, limita drásticamente los rangos de empatamiento de fase. A consecuencia de ello, estos cristales periódicamente polarizados son diseñados para tener una alta eficiencia de conversión en una configuración de emisión colineal, por lo que el cuasi-empatamiento de fase en estos cristales no nos permite utilizarlos para una configuración de emisión no colineal. Caso contrario ocurre en los cristales BBO, donde tenemos un gran rango de ángulos donde el empatamiento de fase puede ser logrado. En este tipo de cristales las condiciones de empatamiento tanto para la emisión colineal y no colineal pueden ser alcanzadas tan solo cambiando el ángulo entre el eje óptico del cristal y la dirección de propagación del bombeo. Nuestra demostración de un sistema FF-QOCT se realiza en configuraciones que ocupan ambos tipo de emisión (colineal y no colineal), por lo que decidimos utilizar un cristal BBO como fuente de SPDC aun y cuando sacrificamos el flujo de fotones convertidos.

### 3.1.1. Emisión SPDC Tipo I no colineal

A continuación, en la Fig. 3.1 se muestra el arreglo experimental utilizado para la obtención de SPDC Tipo I no colineal.

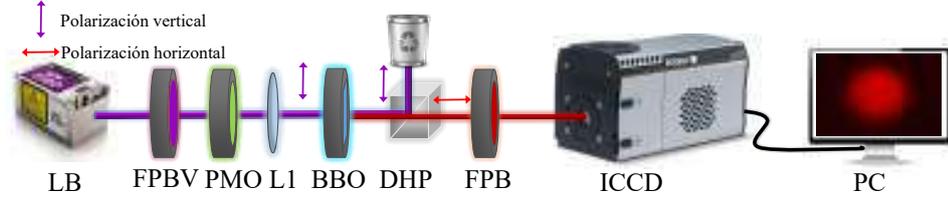


**Figura 3.1:** Arreglo experimental para obtener SPDC Tipo I en configuración no colineal. LB: láser de bombeo, FPBV: Filtro pasa-bandas para el violeta, PMO: placa retardadora de media onda, L1: Lente  $f=1000$  mm, BBO: Cristal borato de bario  $\beta$ , FPB: Filtros espectrales pasa bandas, ICCD: Cámara CCD intensificada.

Para llevar a cabo esta configuración experimental utilizamos un diodo láser de bombeo (LB) cuya potencia incidiendo sobre el cristal BBO fue de 50 mW, emitiendo a una longitud de onda central de  $\lambda_p = 403.6$  nm, con un ancho de banda espectral es de FWHM=1.4 nm. La polarización del haz de bombeo es controlada por una placa retardadora de media onda PMO, lo cual a posteriori nos permite seleccionar la polarización de los fotones que son generados en el proceso SPDC. Posteriormente, el haz láser de bombeo es enfocado sobre la posición del cristal BBO utilizando una lente  $L_1$  con una distancia focal  $f = 1000$  mm, obteniendo un enfoque cuyo diámetro en la cintura de haz es de aproximadamente  $300 \mu m$ , este valor se mantiene constante mientras que el haz de bombeo atraviesa el grosor de 2 mm del cristal BBO. Para poder obtener de manera eficiente emisión SPDC Tipo I proveniente del cristal BBO, se requiere incidencia normal del haz de bombeo sobre el cristal no lineal, cuyo eje óptico debe formar un ángulo de  $29.2^\circ$  respecto a la dirección de propagación de bombeo. De esta forma, los fotones degenerados producidos a 808 nm se propagan fuera del cristal con un ángulo de  $3^\circ$  respecto al eje definido por el haz de bombeo. Para lograr la emisión de los fotones propagándose a  $3^\circ$ , el cristal BBO es colocado sobre una montura adaptada de espejo que permite controlar el valor del ángulo de empatamiento de fase  $\theta_{pm}$ , de tal forma que sintonizamos un valor de  $\theta_{pm} = 29.2^\circ$  y posteriormente el cristal permanece inmóvil durante las mediciones. Para eliminar la parte del haz de bombeo que no participó en el proceso de conversión SPDC, utilizamos un sistema de filtraje espectral que nos permiten eliminar la mayor parte de los fotones de bombeo residuales; el cual está constituido por filtros espectrales FPB que nos permiten seleccionar el ancho de banda de SPDC que deseamos utilizar. Dependiendo de la configuración de filtros utilizados podemos acceder a anchos de banda espectrales de SPDC con valores de  $\Delta\lambda = 10, 40$  y 120 nm. Para observar la distribución transversal de SPDC utilizamos una cámara CCD intensificada la cual tiene sensibilidad a muy bajas intensidades.

### 3.1.2. Configuración SPDC Tipo I colineal

En la Fig. 3.2 tenemos el bosquejo experimental utilizado para obtener emisión colineal de SPDC Tipo I.

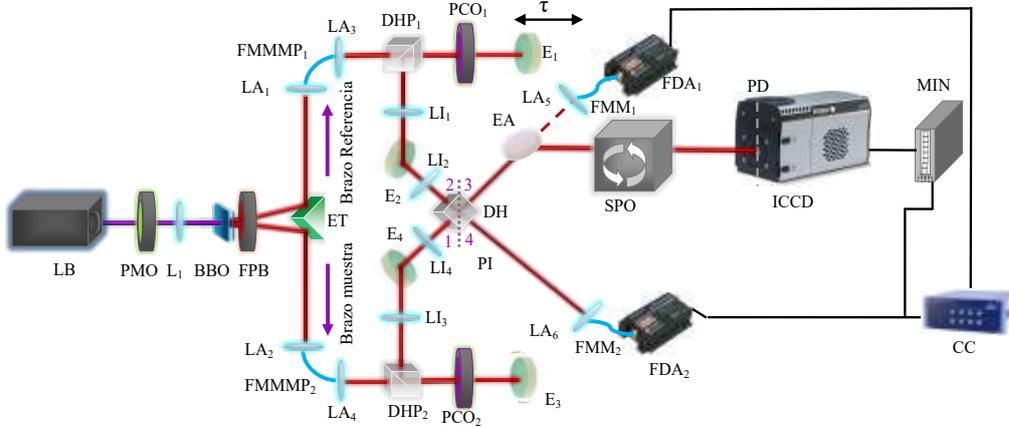


**Figura 3.2:** Arreglo experimental para obtener SPDC Tipo I en configuración colineal. LB: láser de bombeo, FPBV: Filtro espectral pasabandas para el violeta, PMO: placa retardadora de media onda, L1: Lente  $f=1000$  mm, BBO: Cristal borato de bario  $\beta$ , DHP: Divisor de haz polarizado, FPB: Filtros espectrales pasa bandas, ICCD: Cámara CCD intensificada.

En esta configuración es importante eliminar de forma eficaz el haz bombeo, ya que en la emisión colineal los fotones convertidos en el proceso SPDC viajan en la misma dirección que los fotones de bombeo. De forma inicial, el haz de bombeo LB con longitud de onda  $\lambda_p = 405.2$  nm, pasa a través de un filtro pasabandas FPBV que solo permite el paso de luz con longitudes de onda en el rango 360-580 nm, con ello prevenimos el paso de fotones con longitudes de onda cercanas a las longitudes de onda de los fotones SPDC, los cuales pueden ser emitidos por el material del que este constituido el láser. A continuación, el láser adquiere polarización vertical al pasar a través de una placa retardadora de media onda PMO para posteriormente ser enfocado sobre el cristal BBO utilizando la lente  $L_1$ , cuya distancia focal es de  $f_1 = 1000$  mm. Para obtener una emisión colineal se debe de cumplir la condición de que el ángulo de empatamiento de fase deber ser  $\theta_{pm} = 28.9^\circ$ . Después de salir del BBO, el remanente del haz de bombeo y la pareja de fotones SPDC viajan en la misma dirección pero con polarizaciones ortogonales. Utilizando un divisor de haz sensible a polarización DHP podemos eliminar gran parte del remanente del bombeo, ya que este dispositivo refleja la luz incidente con polarización vertical y transmite aquella con polarización horizontal. Existe una pequeña parte de los fotones de bombeo que aún se transmiten, debido a que la mayoría de los láseres comerciales tienen polarización elíptica, la cual es eliminada empleando un filtro pasa-bandas FPB trabajando en el infrarrojo cercano. La distribución transversal de intensidad de la emisión SPDC Tipo I colineal corresponde a un *spot* que es una superposición de modos con simetría azimutal, como se menciona en la sección 2.10 la cual se puede observar utilizando la cámara intensificada ICCD.

### 3.2. Interferómetro Hong-Ou-Mandel

En la Fig. 3.3 se bosqueja el arreglo experimental de un interferómetro HOM utilizando fotones SPDC Tipo I en emisión no colineal. El primer paso fue obtener emisión no colineal a  $3^\circ$  de los fotones señal y acompañante conforme a lo descrito en la sección 3.1.1. Los fotones son separados por medio de un espejo con forma de prisma triangular (ET), los fotones señal  $\lambda_s$  son enviados al brazo de referencia mientras que los fotones acompañante  $\lambda_i$  son enviados al brazo muestra. Como se menciona en la sección 2.10 los fotones señal y acompañante pueden pertenecer a alguno de los modos con simetría azimutal en el que se puede descomponer el estado bi-fotónico de SPDC. Para asegurarnos de obtener el mayor grado de indistinguibilidad entre los pares de fotones que han de llevar a cabo el proceso de interferencia HOM, los fotones deben ser filtrados para mantener solo aquellos que pertenecen a un mismo modo espacial. Esto se realiza acoplando los fotones mediante lentes aséricas ( $LA_1$  y  $LA_2$ ) a fibras monomodales que mantienen la polarización de los fotones entrantes (FMMMP<sub>1</sub> y FMMMP<sub>2</sub>), por lo que a la salida de la fibra solo conservamos fotones con polarización horizontal pertenecientes al modo fundamental Gaussiano. A la salida de las fibras es necesario realizar un proceso de colimación utilizando las lentes aséricas  $LA_3$  y  $LA_4$ .



**Figura 3.3:** Arreglo experimental para implementar el interferómetro HOM utilizando SPDC Tipo I en configuración no colineal. LB: láser de bombeo, PMO: placa retardadora de media onda,  $L_1$ : Lente  $f=1000$  mm, BBO: Cristal borato de bario  $\beta$ , FPB: Filtro pasa bandas, ET: Espejo triangular, LA: Lente asférica, FMMMP: Fibra mono-modo que mantiene polarización, DHP: Divisor de haz polarizado, PCO: Placa retardadora de cuarto de onda, E: Espejo, LI: Lentes para infrarrojo, DH: Divisor de Haz, EA: Espejo abatible, FMM: Fibra monomodo, FDA: Fotodetectores de avalancha, CC: Contador de coincidencias, SPO: Sistema de propagación óptica, ICCD: Cámara intensificada, MIN: Módulo de instrumentación nuclear, PI: Plano de interferencia, PD: Plano de detección.

El fotón señal propagándose por el brazo de referencia es enviado a un sistema de retraso temporal compuesto por un divisor de haz polarizado  $DHP_1$ , una placa de cuarto de onda acromática  $PCO_1$  y un espejo  $E_1$  montado sobre un sistema de traslación axial. Dada la polarización horizontal de los fotones señal estos atraviesan el divisor de haz polarizado  $DHP_1$  para cambiar su polarización a circular cuando interactúan con la placa de cuarto de onda  $PCO_1$ , posteriormente son reflejados en el espejo  $E_1$ . El espejo  $E_1$  está montado sobre un motor de traslación lineal que nos permite controlar el tiempo de llegada de los fotones señal al divisor de haz  $DH$  donde ha de ocurrir la interferencia. Los fotones señal reflejados por el espejo  $E_1$  pasan nuevamente por la  $PCO_1$  adquiriendo polarización vertical, por lo que son reflejados en el  $DHP_1$ . Finalmente, los fotones  $\lambda_s$  son enviados, utilizando el espejo  $E_2$ , al puerto de entrada 2 del divisor de haz simétrico. Los fotones acompañantes propagándose por el brazo muestra interactúan con exactamente los mismos componentes ópticos antes de ser enviados al puerto de entrada 1 del divisor de haz  $DH$ , la única diferencia es que el espejo  $E_3$  permanece inmóvil. En el plano de interferencia  $PI$  situado en la interfaz del  $DH$ , ocurre el fenómeno de interferencia de dos fotones a medida que la diferencia de camino óptico entre los fotones señal y acompañante tiende a cero.

Nuestro sistema es capaz de obtener mediciones en coincidencia espacialmente resueltas utilizando la cámara ICCD como sistema de detección, así como también los interferogramas HOM con la detección estándar implementada con fotodetectores. Para implementar la detección estándar de interferencia HOM; los fotones que emergen en los puertos de salida 3 y 4 del  $DH$  son colectados en las fibras mono-modo  $FMM_1$  y  $FMM_2$  utilizando las lentes esféricas  $LA_5$  y  $LA_6$  para ser detectados por los fotodiodos de avalancha  $FDA_1$  y  $FDA_2$ . Las señales electrónicas producidas por los fotodetectores son enviadas a un contador de coincidencias  $CC$ , en donde se produce una coincidencia si y sólo si ambas señales son detectadas dentro de una ventana temporal de 5 ns. El interferograma HOM se obtiene trasladando axialmente el espejo  $E_1$  mientras monitoreamos la tasa de coincidencias  $C(\tau)$  entre los detectores  $FDA_1$  y  $FDA_2$ .

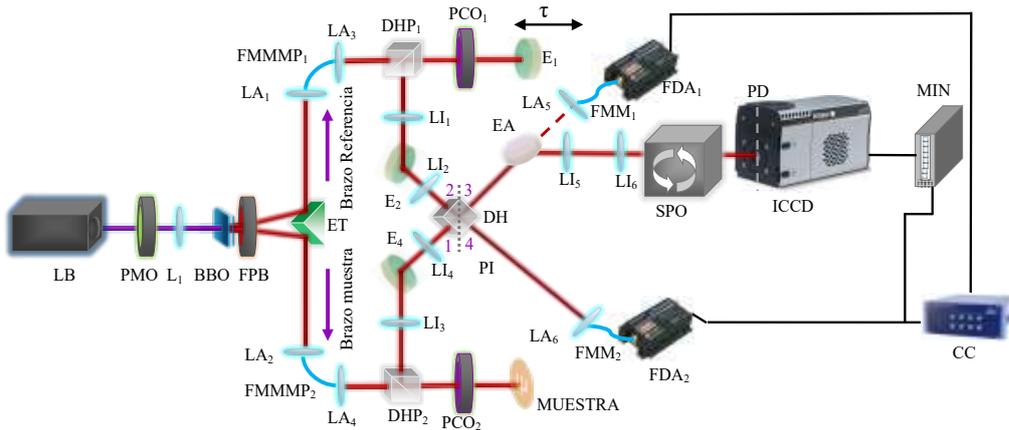
Para poder obtener mediciones espacialmente resueltas los fotones que emergen por el camino 3 son desviados hacia el camino que conduce a la ICCD, este desvío se efectúa empleando un espejo abatible  $EA$  que nos permite cambiar fácilmente entre la detección espacialmente resuelta y la detección estándar. Las distribuciones espaciales a estudiar con este sistema espacialmente resuelto, son las correspondientes a los fotones señal y acompañante formadas en la superficie de los espejos  $E_1$  y  $E_3$ , las cuales se recrean en el plano de interferencia  $PI$  utilizando telescopios de magnificación unitaria compuestos por las parejas de lentes  $LI_1-LI_2$  y  $LI_3-LI_4$ , todas con una distancia focal de 150 mm. Notemos que la ICCD debe ser utilizada en configuración de disparo para generar imágenes en coincidencia. Para producir el pulso que dispara la ICCD es necesario enviar la señal TTL producida por el detector  $FDA_2$  a una serie de módulos de instrumentación nuclear NIM, en donde el pulso es discriminado y su ancho temporal es ajustado a un valor de 12 ns, de tal forma que pueda realizar el disparo de la cámara correctamente. El proceso electrónico de disparo de la ICCD da origen a un desfase temporal entre

### 3. DESARROLLO EXPERIMENTAL

las señales que generan los fotones que viajan en los caminos 3 y 4. Por lo anterior, es necesario construir un sistema de propagación óptica SPO (ver detalles en A.1) que nos permita compensar el retraso temporal electrónico de la señal de disparo. En este caso el SPO está constituido por una serie de telescopios con el fin de replicar la imagen del plano de interferencia PI en el plano de detección PD donde se coloca la cámara ICCD.

Para poder observar el fenómeno de interferencia HOM con la cámara, es necesario tomar una imagen en coincidencia para cada valor  $\tau$  del espejo  $E_1$ . La reconstrucción del fenómeno de interferencia con la ICCD puede obtenerse graficando el total de coincidencias en el sensor (o por píxel) para cada valor de  $\tau$ .

### 3.3. Sistema QOCT de campo completo utilizando interferencia HOM.



**Figura 3.4:** Arreglo experimental para implementar el sistema FF-QOCT utilizando interferencia HOM. LB: láser de bombeo, PMO: placa retardadora de media onda,  $L_1$ : Lente  $f=1000$  mm, BBO: Cristal borato de bario  $\beta$ , FPB: Filtro pasa bandas, ET: Espejo triangular, LA: Lente asférica, FMMMP: Fibra mono-modo que mantiene polarización, DHP: Divisor de haz polarizado, PCO: Placa retardadora de cuarto de onda, E: Espejo, LI: Lente para infrarrojo, DH: Divisor de Haz, EA: Espejo abatible, FMM: Fibra monomodo, FDA: Fotodetectores de avalancha, CC: Contador de coincidencias, SPO: Sistema de propagación óptica, ICCD: Cámara intensificada, MIN: Módulo de instrumentación nuclear, PI: Plano imagen, DP: Plano de detección.

Para implementar un sistema QOCT de campo completo utilizando interferencia HOM, solo requerimos hacer algunas modificaciones al arreglo utilizado para implementar el interferómetro HOM detallado en la [sección 3.2](#), dichos cambios se detallan a continuación. Se sustituye el espejo fijo  $E_3$  que se encuentra en el brazo muestra

por el material que ha de ser estudiado. Por lo anterior, ahora la distribución espacial que ha de ser sujeta a estudio, es la reflejada por la muestra; la cual es replicada en el PI mediante el telescopio 4f conformado por  $LI_3$  ( $f=150$  mm) y  $LI_4$  ( $f=150$  mm). Adicionalmente, los fotones propagándose por el camino 3 y que son desviados por el espejo EA, pasan a través de un telescopio formado por las lentes plano convexas  $LI_5$  con ( $f=60$  mm) y  $LI_6$  ( $f=150$  mm), con una magnificación de 2.5x, para formar una replica ampliada del plano PI a la entrada del SPO, el cual será finalmente replicado y detectado en el plano PD.

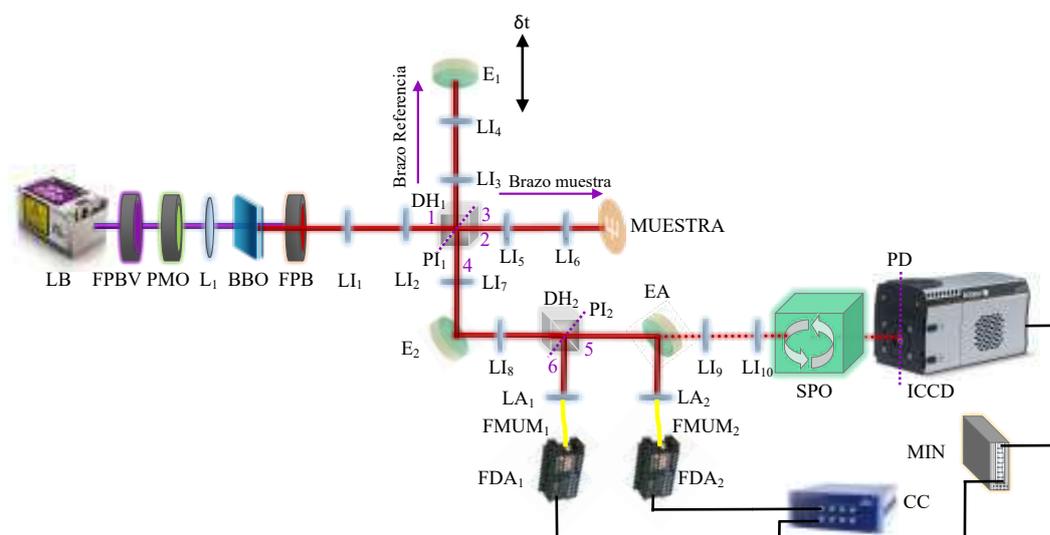
La muestra a estudiar es un cubreobjetos circular con 12 mm de diámetro y un espesor de  $174 \mu\text{m}$ , cuyo índice de refracción medido es de  $n=1.51$  para una longitud de onda de 800 nm. En las caras del cubreobjetos han sido depositadas películas delgadas de cobre que nos permiten incrementar la reflectancia de las mismas, obteniendo los valores de  $R_1 = 0.45$  y  $R_2 = 0.8$  a incidencia normal para la cara frontal y posterior para una longitud de onda de 800 nm.

Utilizando una técnica de escritura láser directa con un láser de femtosegundos (FDLW), podemos controlar el grosor de la película delgada de cobre depositada en la superficie frontal en áreas seleccionadas. Este proceso de escritura nos permite imprimir cualquier tipo de diseño con una resolución lateral de  $5 \mu\text{m}$  simulando el daño o morfología de una muestra real. Hemos definido dos áreas a estudiar delimitadas en cuadros de  $1500 \mu\text{m} \times 1500 \mu\text{m}$  en la superficie frontal, en uno de ellos se imprime una letra  $\Psi$  con dimensiones  $500 \mu\text{m} \times 400 \mu\text{m}$ , que ha de ser revelado por la técnica FF-QOCT, el otro recuadro permanece sin daño. La impresión de la letra  $\Psi$  ocurre en una película delgada con grosor de algunos pocos nanómetros, por lo que las variaciones en el grosor de la película delgada debido al daño no pueden ser detectadas debido a la resolución de la técnica OCT. Dicho esto, el utilizar esta muestra nos permitirá determinar si estamos en posibilidad de: (i) adquirir un C-scan completo en una sola toma y (ii) obtener una reconstrucción 3D de la estructura interna de la muestra con un solo A-scan.

Al igual que en el arreglo descrito en la sección [sección 3.2](#), somos capaces de obtener mediciones con la detección tradicional (QOCT) y con el sistema espacialmente resuelto (FF-QOCT). Primero, obtenemos el interferograma QOCT (A-scan) desplazando el espejo  $E_1$  a lo largo de la dirección  $z$  mientras monitoreamos el número de coincidencias  $C(\tau)$  ocurridas entre las señales de  $FDA_1$  y  $FDA_2$  en un tiempo de adquisición de 1s con una ventana de coincidencia de 10 ns.

En el caso de las mediciones FF-QOCT, obtenemos un C-scan para cada valor de  $\tau$  de un único A-scan (descrito por la ecuación [2.66](#)). Los C-scan son el resultado de obtener imágenes 2D en coincidencia en un tiempo de adquisición de 180 segundos, elegido arbitrariamente.

### 3.4. Sistema FF-QOCT utilizando interferencia Michelson



**Figura 3.5:** Arreglo experimental para implementar el sistema FF-QOCT utilizando interferencia Michelson. LB: láser de bombeo, FPBV: Filtro pasa-banda para el violeta, PMO: placa retardadora de media onda,  $L_1$ : Lente  $f=1000$  mm, BBO: Cristal borato de bario  $\beta$ , FPB: Filtro pasa bandas, LI: Lente para infrarrojo, DH: Divisor de haz, E: Espejo, EA: Espejo abatible, LA: Lente asférica, FMUM: Fibra multi-modo, FDA: Fotodetectores de avalancha, CC: Contador de coincidencias, SPO: Sistema de propagación óptica, ICCD: Cámara intensificada, MIN: Módulo de instrumentación nuclear, PI: Plano imagen, PD: Plano de detección.

En la Fig. 3.5 se delinea el arreglo experimental de un sistema FF-QOCT utilizando fotones SPDC Tipo I en emisión colineal propagándose en un arreglo interferométrico tipo Michelson. El primer paso fue obtener emisión colineal de los fotones señal y acompañante utilizando el procedimiento enunciado en la sección 3.1.2. Posteriormente, los modos señal y acompañante pasan a través de un telescopio, constituido por las lentes  $LI_1$  y  $LI_2$  con magnificación 3.3x, que mapea el plano del cristal BBO en el plano PI situado en la posición del divisor de haz DH. Entonces, los fotones señal y acompañante son separados por el divisor de haz 50:50, aquellos que son reflejados viajan a través del brazo referencia mientras que los transmitidos se propagan por el brazo muestra. En el brazo muestra se coloca un telescopio 4f de magnificación unitaria compuesto por las lentes  $LI_5$  y  $LI_6$  ( $f=75$  mm), que nos permite recrear la distribución espacial reflejada, por cada una de las capas de la muestra, en el plano de interferencia PI. Lo mismo ocurre para los fotones en el brazo de referencia, en el que con el uso del telescopio conformado por las lentes  $LI_3$  y  $LI_4$  recreamos la distribución espacial reflejada por la superficie del espejo  $E_1$  en el PI. En la posición PI ocurre el fenómeno de

interferencia de dos fotones debido a las 4 posibilidades indistinguibles de camino que tienen los fotones que pueden originar coincidencias. El plano de interferencia PI en el divisor de haz DH<sub>1</sub> es mapeado en el plano PI<sub>2</sub> utilizando un telescopio 4f conformado por las lentes L<sub>7</sub> y L<sub>8</sub> de  $f=200$  mm. En la posición PI<sub>2</sub> se coloca un divisor de haz DH<sub>2</sub> cuyos puertos de salida definen los caminos 5 y 6. De la misma forma que en el caso de FF-QOCT implementado con interferencia HOM, este sistema es capaz de obtener interferogramas utilizando detección estándar que emplea FDA y mediciones espacialmente resueltas haciendo uso de la ICCD.

Para obtener los interferogramas QOCT convencionales, los fotones que emergen por los caminos 5 y 6 del divisor de haz DH<sub>2</sub> son colectados a fibras multimodales FMUM con el uso de lentes esféricas LA. Las fibras son conectadas a los fotodetectores de avalancha cuyas señales son detectadas por el contador de coincidencias. Se puede obtener el interferograma QOCT monitoreando el valor de coincidencias en el CC para cada valor de  $\tau$  consecuencia de la traslación axial de E<sub>1</sub>.

Para cambiar al modo FF-QOCT, el espejo abatible EA es retirado de forma que los fotones viajando por el camino 5 pasan a través del sistema de propagación óptica SPO, el cual mapea el plano PI en el plano de detección DP, donde se coloca de la cámara ICCD. La cámara trabaja en el régimen de coincidencias cuando es disparada por la señal producida por el FDA<sub>1</sub>, cuyo pulso es previamente discriminado y optimizado mediante el uso del módulo MIN.

En el caso de las mediciones FF-QOCT, obtenemos un C-scan para cada valor de  $\tau$  de un único A-scan (descrito por la ecuación 2.77). Los C-scan son el resultado de obtener imágenes 2D en coincidencia en un tiempo de adquisición de 5 segundos.



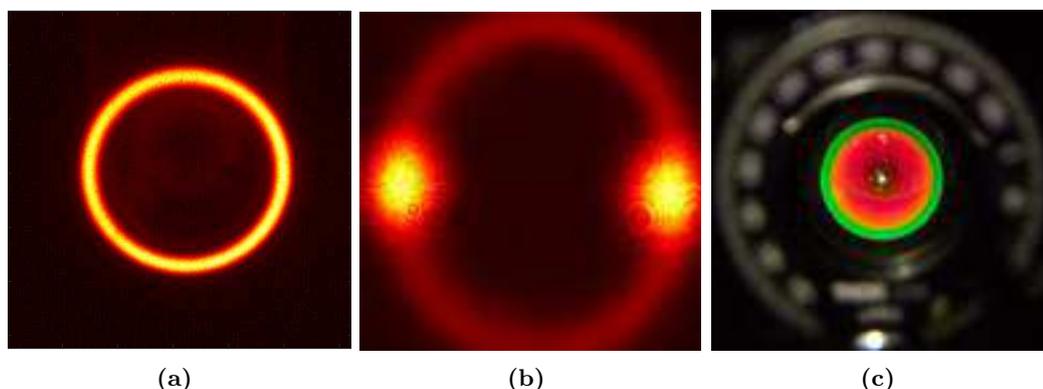
# Análisis de Resultados

En este capítulo se presentan los resultados experimentales y el respectivo análisis de los arreglos descritos en el capítulo 3. Parte de estos resultados están publicados en el artículo “*Experimental demonstration of full-field quantum optical coherence tomography*”, *Photon. Res.* 8, 51-56 (2020) <https://doi.org/10.1364/PRJ.8.000051>

## 4.1. Distribución espacial de los fotones SPDC

### 4.1.1. Distribución espacial SPDC Tipo I no colineal

La distribución espacial de los fotones SPDC Tipo I en emisión no colineal se obtuvo utilizando la configuración experimental detallada en la [sección 3.1.1](#).



**Figura 4.1:** Distribución espacial de los fotones SPDC Tipo I en configuración no colineal. (a) Adquirida en el campo cercano utilizando una combinación de un filtro pasa altas con longitud de corte en  $\lambda_c = 500$  nm y un filtro pasa bandas centrado en 800 nm con un FWHM=40 nm. (b) Anillo de SPDC Tipo I no colineal en el campo cercano y láser guía utilizado para simular su propagación. (c) Distribución SPDC Tipo I no colineal producida en el espectro visible.

Las imágenes en el infrarrojo cercano se obtuvieron utilizando la cámara ICCD, mientras que en el rango visible mediante una cámara profesional, los resultados se

muestran en la Fig. 4.1. La imagen Fig. 4.1 (a) corresponde a una imagen transversal de la distribución espacial en el campo cercano de SPDC Tipo I no colineal, en ella utilizamos filtros para obtener el caso degenerado  $\lambda_s = \lambda_i \sim 800$  nm. Dado que la generación de fotones SPDC es poco eficiente y produce muy bajas intensidades, es necesario utilizar un haz guía que nos permite simular la propagación de los fotones a través de los arreglos ópticos con la finalidad de optimizar la detección de los fotones SPDC. En la Fig. 4.1(b) podemos observar la superposición del anillo de SPDC Tipo I y el haz guía. Las posiciones diametralmente opuestas del anillo iluminadas por el láser guía corresponden a parejas de fotones que conservan momento lineal y son los utilizados en este trabajo. En la Fig. 4.1(c) presentamos una imagen que muestra la generación de SPDC en rango espectral del visible.

### 4.1.2. Distribución espacial SPDC Tipo I colineal

Para producir la emisión colineal de SPDC Tipo I implementamos el arreglo descrito en la sección 3.1.2. Para obtener esta configuración el ángulo de empatamiento de fase debe ser  $\theta_{pm} = 28.9^\circ$ . En la Fig. 4.2 mostramos la distribución espacial para la propagación colineal obtenida utilizando un filtro espectral pasabandas centrado en  $\lambda_{s,i} = 800 \pm 40$  nm.



**Figura 4.2:** Distribución espacial transversal correspondiente a la propagación colineal de SPDC Tipo I.

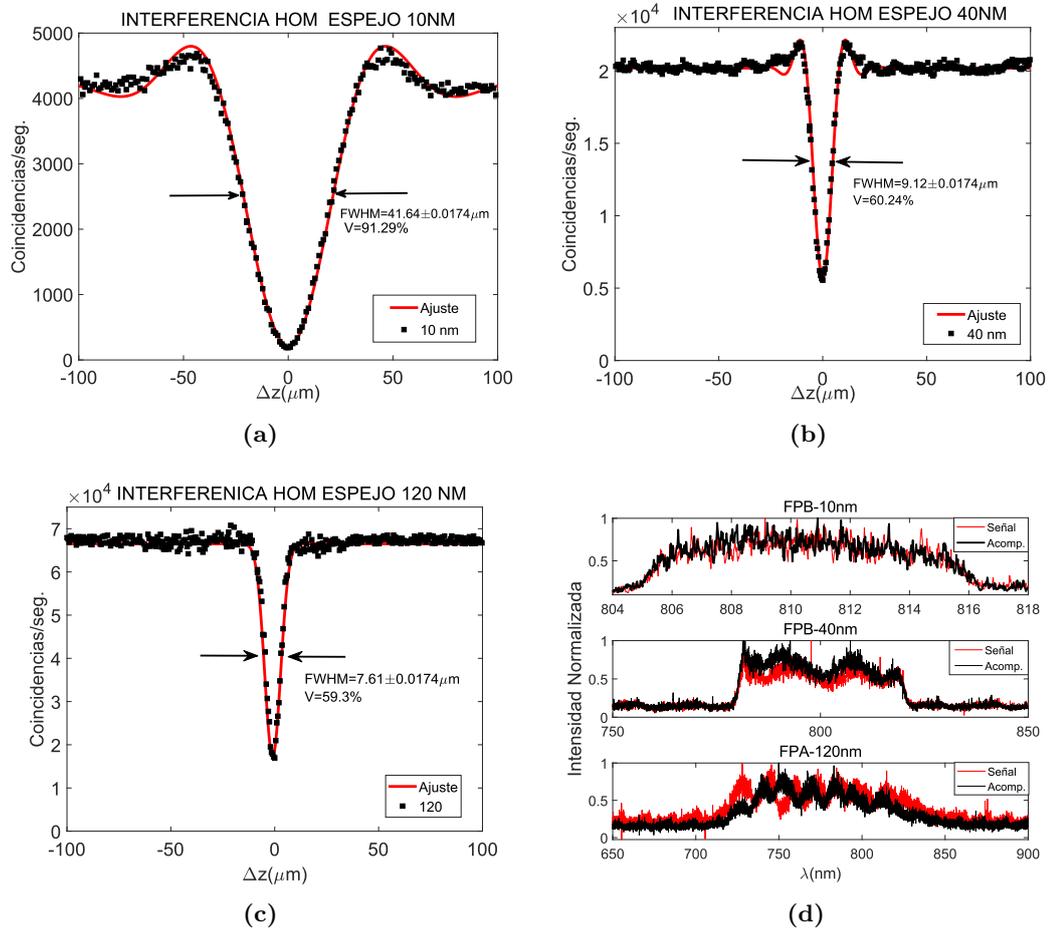
## 4.2. Interferencia HOM usando SPDC Tipo I no colineal.

En esta sección se presentan los resultados obtenidos implementando el arreglo experimental explicado en la sección 3.3.1.

### 4.2.1. Interferencia HOM utilizando detección estándar.

Existen 3 parámetros en la técnica de QOCT que son de gran relevancia en la implementación de la técnica: visibilidad, resolución axial y flujo de fotones SPDC.

La visibilidad está relacionada de forma directa con la indistinguibilidad de los fotones que inciden en el divisor de haz donde sucede la interferencia. En la implementación experimental descrita en la [sección 3.2](#) hemos asegurado la indistinguibilidad de los fotones en los grados de libertad de: modo espacial (utilizando fibras mono-modales), polarización (mediante el uso de divisores de haz sensibles a polarización), temporal (controlando el tiempo de viaje de uno de los fotones con la posición del espejo de referencia) y en frecuencia (utilizando filtros espectrales). Tener una buena visibilidad nos permite agilizar el análisis de datos, ya que las caídas en las coincidencias pueden ser fácilmente detectadas por los algoritmos de reconstrucción, bajas visibilidades podrían llevar a la no detección de capas internas de la muestra.



**Figura 4.3:** Interferogramas HOM para distintos anchos de bandas espectrales. a) Usando un filtro pasa bandas con  $FWHM = 10$  nm centrado en  $\lambda = 810$  nm. b) Empleando un filtro pasa bandas con  $FWHM = 40$  nm centrado en  $\lambda = 800$  nm. c) Aplicando un filtro espectral pasa altas con longitud de onda de corte  $\lambda_c = 500$  nm. d) Espectros de emisión para los distintos filtros utilizados.

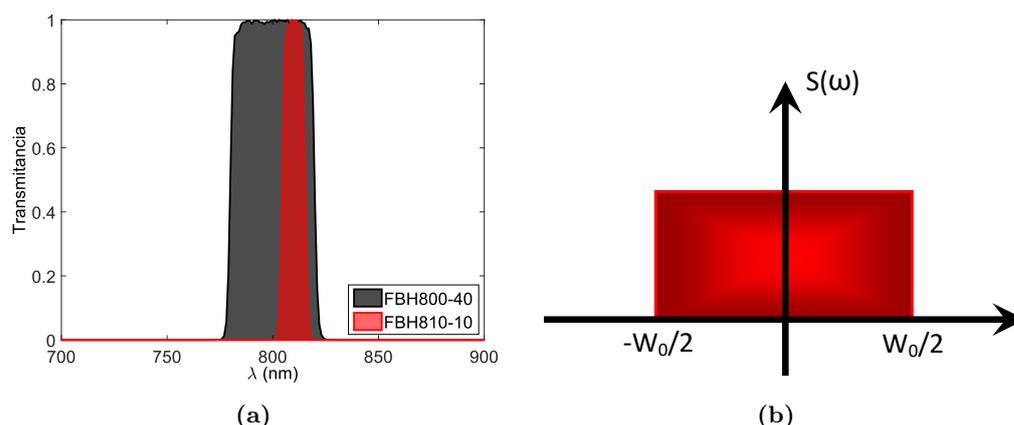
#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

---

La resolución axial de la técnica, la cual nos permite resolver 2 interfaces diferentes en la muestra, depende de la longitud de coherencia  $L_c$  de la fuente, que esta relacionado con el ancho de banda de los fotones interfiriendo en el divisor de haz.

El flujo de los fotones que intervienen en el proceso de interferencia determina el tiempo de adquisición de datos necesario para obtener una medición de calidad. Para un valor de potencia fijo del haz de bombeo, el flujo de fotones aumenta de forma proporcional con el ancho espectral. Estos tres parámetros están ligados y dependiendo de la aplicación o material bajo estudio es como podemos determinar la configuración correcta a utilizar.

Los resultados experimentales de la interferencia HOM para distintos anchos de banda espectrales se pueden observar en la Fig. 4.3. Podemos notar en la Fig. 4.3(a) y Fig. 4.3(b), que para los espectros cuyo ancho de banda es limitado por un filtro pasa bandas, el interferograma HOM adquiere la forma de una distribución  $\text{sinc}(x)$ . En el caso que utilizamos un filtro pasa altas, Fig. 4.3 (c), muestran un comportamiento Gaussiano. En general la forma del interferograma HOM depende de la forma espectral de los fotones interfiriendo en el divisor de haz y detectados por los FDA, dichos espectros se muestran en Fig. 4.3 (d). En el caso del filtro pasa altas, la envolvente de la distribución espectral de los fotones es una función Gaussiana por lo que su respuesta en el dominio temporal preserva su forma Gaussiana con un ancho distinto, como lo podemos ver en la Fig. 4.3(c). Por otro lado, para los filtros pasa bandas utilizados en nuestro sistema, la respuesta en el dominio temporal viene dada por la transformada inversa de Fourier de la función de respuesta en frecuencia.



**Figura 4.4:** Espectro de frecuencias de un filtro pasa bandas. b) Valores experimentales de los filtros pasa bandas FBH800-40 y FBH810-10 proporcionados por Thorlabs. a) Filtro pasa bandas ideal con un ancho de banda  $W_0$ .

Si consideramos que, dadas las especificaciones para nuestros filtros pasa bandas, estos permiten el paso de una ventana rectangular uniforme de frecuencias, como se

puede observar en la Fig. 4.4, la respuesta de los filtro pasa bandas en el dominio temporal viene dado por [48]

$$f(\delta\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)e^{i2\pi\omega\tau} = \frac{\sin(\pi W_0\tau)}{\pi W_0\tau} = \text{sinc}(W_0\tau), \quad (4.1)$$

donde  $W_0$  es el ancho de banda espectral del filtro. De esta forma, el ajuste a los interferogramas HOM para los casos donde se utilizan filtros pasa bandas corresponde a un ajuste tipo

$$N_c = \frac{1}{2} \{1 - V [\text{sinc}(\Delta\omega\delta\tau) \cos(\delta\omega\delta\tau) \cos(\omega)]\}. \quad (4.2)$$

De los interferogramas de la Fig. 4.3 podemos obtener el valor de los 3 parámetros que nos interesan: visibilidad (V), resolución(FWHM) y flujo de fotones detectados; dichos valores se presentan en Tabla 4.1. En todos los interferogramas mostrados, las cuentas y coincidencias de ruido fueron sustraídos. En el caso de las mediciones en coincidencia, el valor por ruido o *coincidencias oscuras* era para la mayoría de los casos prácticamente nulos, por lo que no se muestra valor incertidumbre para dicho parámetro en la tabla.

	<b>Filtro PSB 10 nm</b>	<b>Filtro PSB 40 nm</b>	<b>Filtro PA ~120 nm</b>
<b>Visibilidad</b>	91.26 %	60.24 %	59.30 %
<b>Resolución (FWHM)</b>	41.64 ± 0.0174 μm	9.12 ± 0.0174 μm	7.61 ± 0.0174 μm
<b>Cuentas individuales/seg.</b>	83.81k ± 467	305.69k ± 1197	1679.59k ± 5818
<b>Cuentas en coincidencia (promedio)/seg.</b>	3.42k	19.71k	65.72k

**Tabla 4.1:** Parámetros característicos del interferómetro HOM para distintas configuraciones espectrales.

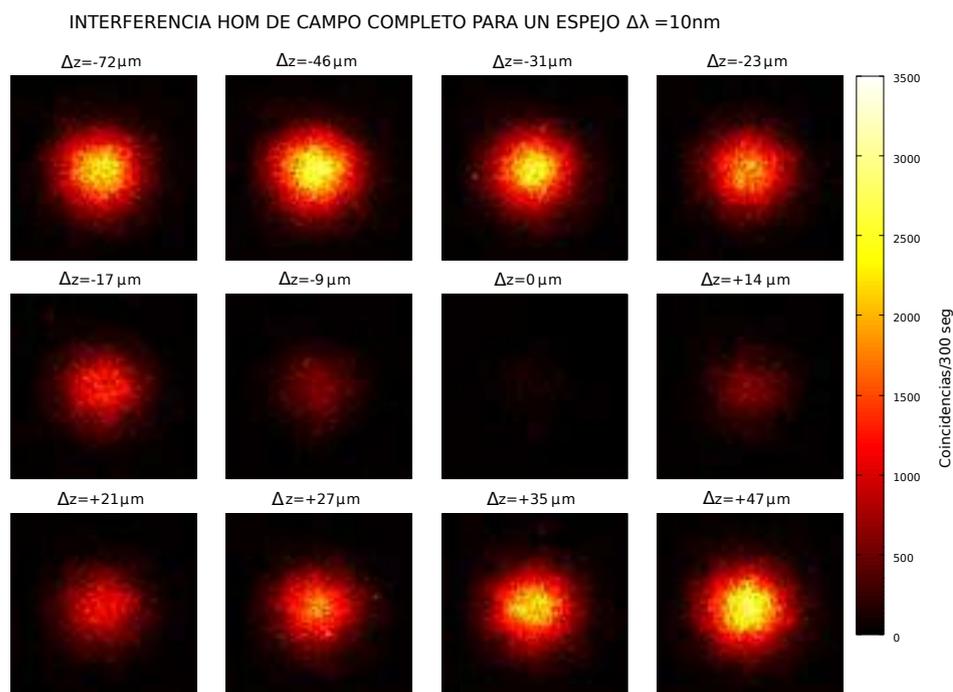
Podemos deducir de los valores de la Tabla 4.1 que para fines de implementar lo que llamamos Interferometría HOM de campo completo utilizaremos la configuración que emplea un FPB de 10 nm, ya que la visibilidad de esta configuración nos permitirá obtener mejores resultados para detectar distinguibilidad de los fotones en cualquier grado de libertad. Para aplicaciones de QOCT, la configuración que nos permite alcanzar mejores resultados, es decir una mejor resolución axial y un menor tiempo de adquisición, es la que utiliza el FPA que posibilita el paso de un ancho espectral de ~120 nm. Esta

## 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

---

configuración nos permite obtener una resolución axial de  $\text{FWHM}=7.61\pm 0.0174 \mu\text{m}$  con un valor de cuentas en coincidencias de  $\text{CC}=65.72\text{k}$  que nos permite reducir el tiempo de adquisición de datos.

### 4.2.2. Interferencia HOM de campo completo.

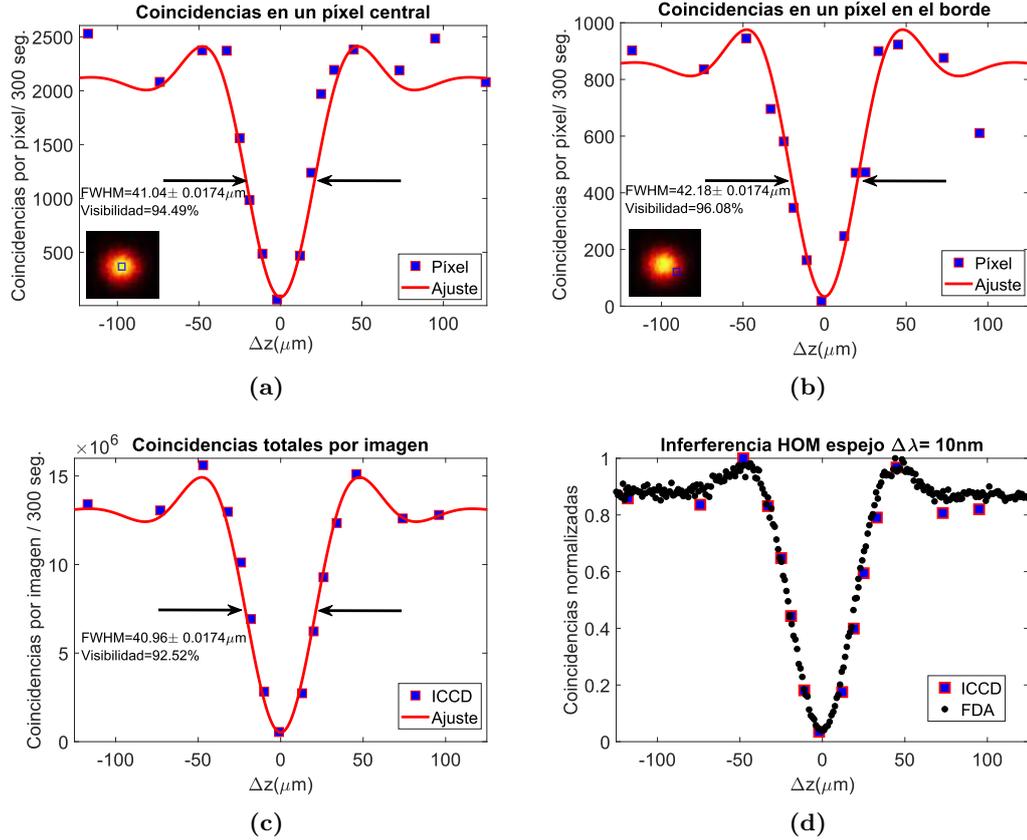


**Figura 4.5:** Imágenes correspondientes a interferencia HOM de campo completo

En esta sección presentamos los resultados obtenidos para la implementación de la técnica de interferencia HOM de campo completo. Como se describe en la [sección 3.2](#), podemos pasar de obtener interferogramas HOM de coincidencias a obtener imágenes en coincidencias con un sistema espacialmente resuelto, constituido principalmente por la cámara ICCD trabajando en el régimen de coincidencias.

La idea detrás de la técnica es que cada píxel de la cámara ICCD funciona como un detector de fotones individuales que, cuando cuyo funcionamiento es condicionado a través de un pulso de disparo, es capaz de mostrar el fenómeno de coalescencia HOM de forma independiente. Entonces, este arreglo matricial de detectores individuales funcionando en paralelo nos permitirían detectar distinguibilidades en cualquier parámetro físico entre las distribuciones espaciales correspondientes a los fotones señal y acompañante que se forman en el plano de interferencia PI del divisor de haz simétrico. En este trabajo en específico nos atañe el estudiar la detección de diferencias temporales en el tiempo de llegada al divisor de haz entre los fotones señal y acompañante.

En general, la información registrada por cada píxel nos puede dar información espacialmente localizada sobre las distinguibilidad entre las distribuciones espaciales que interfieren en el divisor de haz.



**Figura 4.6:** Interferogramas HOM obtenidos de las imágenes en coincidencia (a) Correspondiente a un píxel central de la distribución en coincidencia. (b) Correspondiente a un píxel en el borde de la distribución en coincidencia. (c) Correspondiente a la totalidad de píxeles de la distribución en coincidencia. (d) Comparación interferograma obtenido con FDA y con ICCD.

Para comenzar con nuestro estudio, los espejos  $E_1$  y  $E_3$  del arreglo experimental mostrado en la Fig. 3.3 deben ser idénticos, lo cual nos permite interferir dos distribuciones espaciales a priori indistinguibles, esto debido a que los fotones que forman dichas distribuciones tienen la misma polarización, están acotados en un rango de longitudes de onda muy pequeño  $\Delta\lambda = 10\text{ nm}$  y ambos pertenecen a un modo fundamental Gaussiano de idénticas dimensiones e intensidades en el PI. En la Fig. 4.5 mostramos las imágenes en coincidencia para varios valores de diferencia de camino óptico.

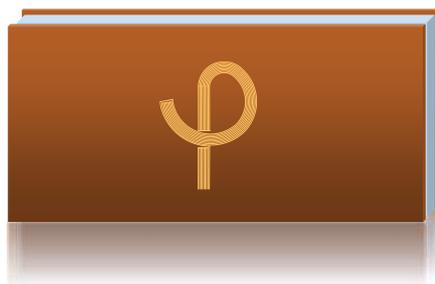
Cada píxel en la ICCD registra información acerca del número de coincidencias registradas en un tiempo de exposición de 300 segundos. Podemos entonces construir un

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

---

interferograma HOM para cada píxel de la cámara, esto nos permite obtener un sistema espacialmente resuelto capaz de detectar distinguibilidades en cualquier grado de libertad entre los modos señal y acompañante superpuestos en el divisor de haz. Podemos observar en las imágenes en coincidencia que nuestro sistema es capaz de detectar el fenómeno de coalescencia HOM, el cual se refleja en la caída de las coincidencias por píxel cuando  $\Delta z$  se aproxima cero. En este caso, al tener distribuciones espaciales idénticas todos los píxeles muestran el mismo fenómeno de coalescencia, como se muestran en la Fig.4.6(a) y Fig.4.6(b) que corresponden a los interferogramas obtenidos de un píxel en el centro y de un píxel del borde exterior de la distribución espacial en coincidencia. También podemos obtener un interferograma que muestra el fenómeno de coalescencia promedio de la imagen completa, mostrado en la Fig.4.6(c), que replica el mismo efecto de interferencia obtenido con la utilización de detección estándar, se muestra una comparativa entre las dos detecciones en la Fig.4.6(d).

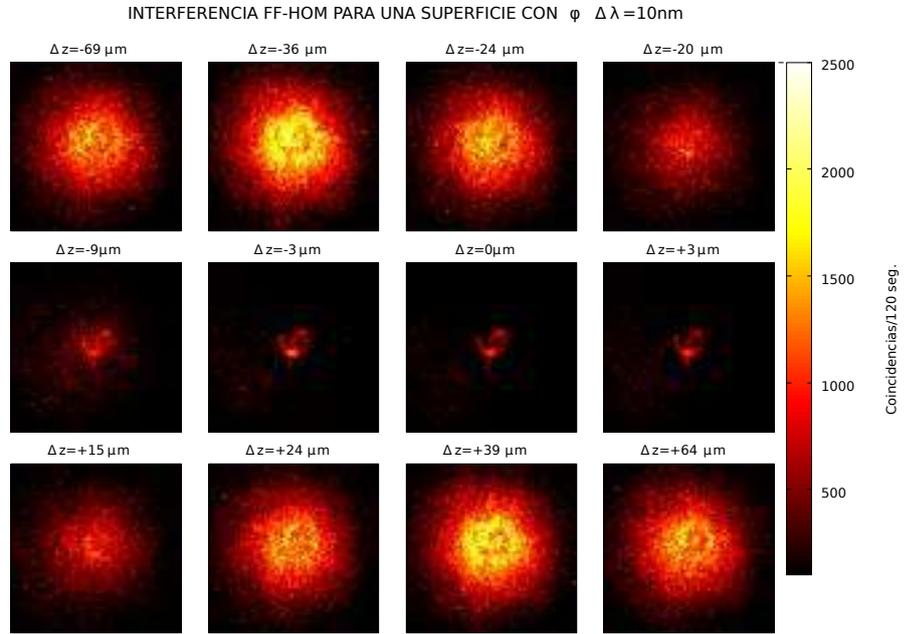
Para verificar si nuestro sistema es capaz de determinar distinguibilidad entre las distribuciones espaciales correspondientes a los fotones señal y acompañante que interfieren, hemos sustituido el espejo  $E_3$  por un portaobjetos en cuyas caras han sido depositadas películas delgadas de cobre, de tal forma en que ambas superficies sean 100 % reflejantes. En la primera superficie realizamos un daño en forma de  $\varphi$  como se muestra en la Fig. 4.7, que nos permite reducir de forma considerable la reflectancia de la zona dañada en la primera capa. Al iluminar una sección transversal que incluya la zona donde tenemos el daño inducido, tendremos fotones provenientes de la reflexión de la primera capa y fotones provenientes de la segunda capa, estos últimos son aquellos fotones que incidieron en la zona de la letra  $\varphi$  y atravesaron el material hasta ser reflejados por la segunda capa.



**Figura 4.7:** Muestra usada para demostrar distinguibilidad entre dos distribuciones espaciales.

En la Fig. 4.8 mostramos las imágenes en coincidencia para varios valores de diferencia de camino óptico obtenidos para esta muestra  $\varphi$ . El modo de iluminación tanto en la muestra como en el espejo de referencia es un modo fundamental Gaussiano de idénticas dimensiones e intensidades. La diferencia o distinguibilidad entre las dos distribuciones reflejadas que interfieren en el divisor de haz radica en el grado de libertad

temporal, ya que los fotones que inciden sobre la región donde esta el grabado  $\varphi$  viajan un camino óptico adicional (alrededor de mm) antes de ser reflejados por la segunda capa. Por lo tanto, cuando la posición del espejo  $E_1$  es tal que la diferencia de camino óptico entre los fotones reflejados en la primera superficie del portaobjetos y los reflejados en el espejo de referencia al llegar al divisor de haz es cero, observamos la caída en las coincidencias detectadas en la ICCD, excepto en los píxeles que corresponden a la región donde fue grabada la letra  $\varphi$ , como se observa en las imagen para el caso  $\Delta z = 0 \mu\text{m}$  de la Fig. 4.8. De las imágenes, se revela que este sistema es capaz de detectar distinguibilidades, en este caso en el grado de libertad temporal, que nos dan información acerca de la morfología de la muestra.

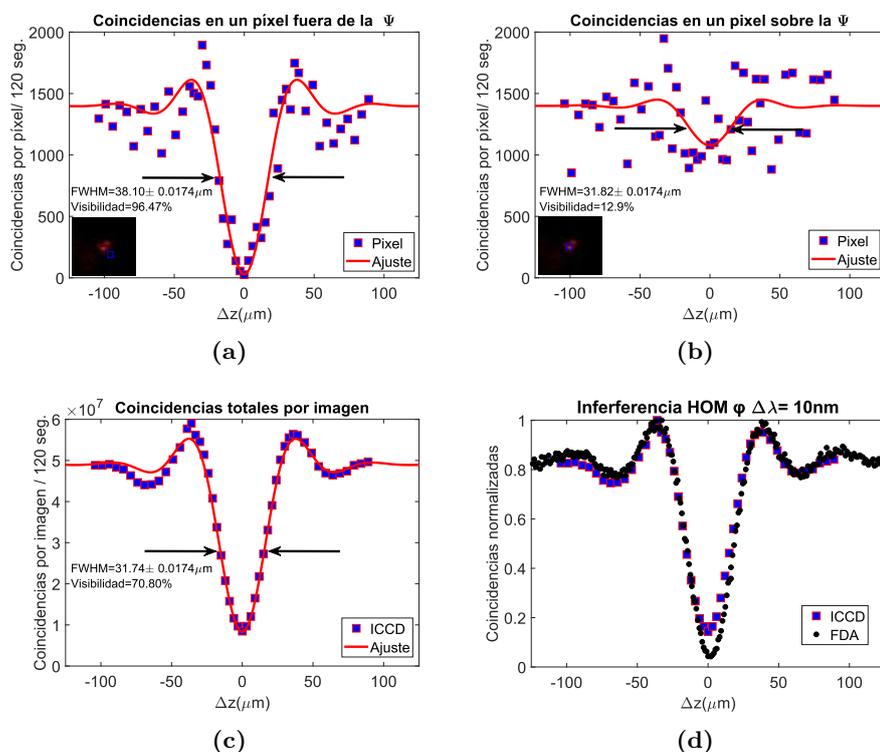


**Figura 4.8:** Imágenes correspondientes a interferencia HOM de campo completo para distribuciones espaciales distinguibles

Un análisis más a detalle resulta de obtener los interferogramas para los píxeles fuera y dentro de la zona dañada. El interferograma que corresponde a la zona no dañada, presentado en la Fig.4.9(a), muestra el comportamiento HOM esperado para fotones indistinguibles. Por otro lado, el interferograma para una zona que corresponde a un píxel dentro de la región dañada no muestra una caída significativa en coincidencias, como se observa en la Fig.4.9(b), ya que tiene distinguibilidad de tiempo de arribo de los fotones al DH para el escaneo axial mostrado. De igual forma, se obtiene un interferograma que muestra el fenómeno de coalescencia promedio de la imagen completa, mostrado en la Fig.4.9(c), que tiene una buena concordancia con el efecto de interferencia registrado con el uso de fotodetectores, lo cual se aprecia en la comparativa entre las dos detecciones de la Fig.4.9(d). Los resultados obtenidos en esta fase nos permiten

## 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

avanzar hacia la implementación de FF-QOCT.

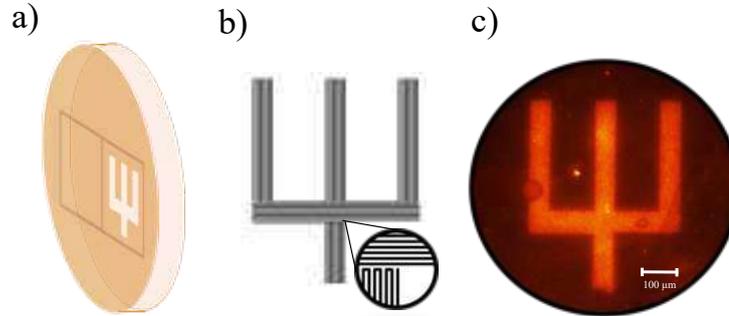


**Figura 4.9:** Interferogramas HOM de campo completo para una muestra con morfología utilizando un ancho de banda espectral  $\Delta\lambda = 10$  nm (a) Correspondiente a un píxel fuera de la zona dañada de la muestra. (b) Correspondiente a un píxel dentro de la zona dañada. (c) Correspondiente a la totalidad de píxeles de la distribución en coincidencia. (d) Comparación interferograma obtenido con FDA y con ICCD.

### 4.3. QOCT utilizando interferencia Hong-Ou-Mandel

Para la realización de los experimentos QOCT con detección estándar y FF-QOCT se preparó una muestra bicapa conforme lo explicado en la [sección 3.3](#), los resultados de dicha preparación se muestran en la [Fig. 4.10](#). En la [Fig. 4.10a](#)) se muestran las dos áreas de estudio en que se divide la muestra bicapa (con y sin  $\Psi$  impresa), la [Fig. 4.10b](#)) corresponde al diseño en forma de  $\Psi$  impreso sobre una de las regiones de estudio y la [Fig. 4.10c](#)) es una imagen transversal de la región donde  $\Psi$  se ha grabado.

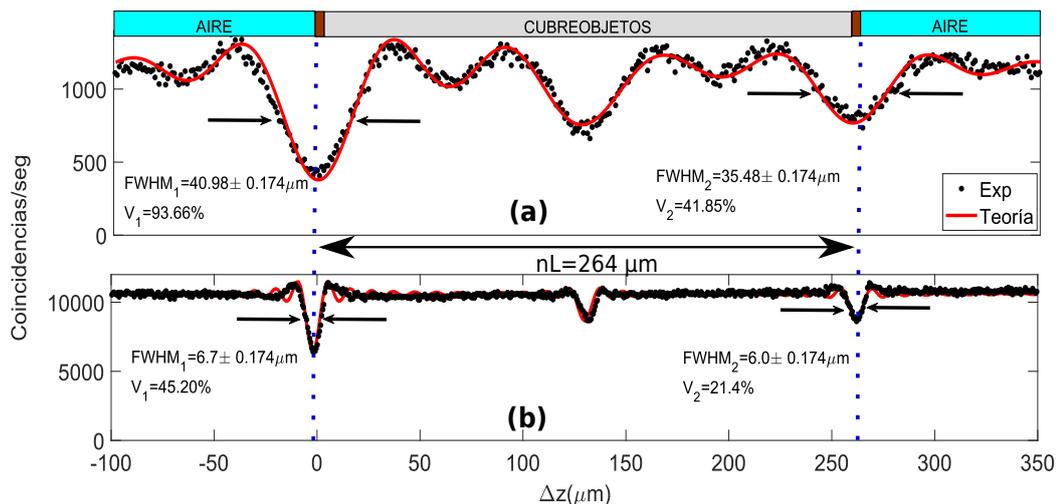
Con la técnica de escritura láser se han determinado dos áreas de estudio delimitadas por recuadros de dimensiones  $1500 \mu\text{m} \times 1500 \mu\text{m}$  en la primera superficie. En el primer recuadro la superficie del material depositado permanece intacta, manteniendo una deposición uniforme. Por otro lado, en el segundo recuadro se ha inscrito una letra  $\Psi$  de  $500 \mu\text{m} \times 400 \mu\text{m}$  removiendo la película delgada de cobre.



**Figura 4.10:** Regiones de estudio en una muestra bicapa. a) Secciones de estudio de la muestra bicapa. b) Diseño del daño a imprimir en la primera superficie del cubreobjetos. c) Daño impreso en la primera superficie vista con iluminación láser.

#### 4.3.1. QOCT utilizando detección estándar

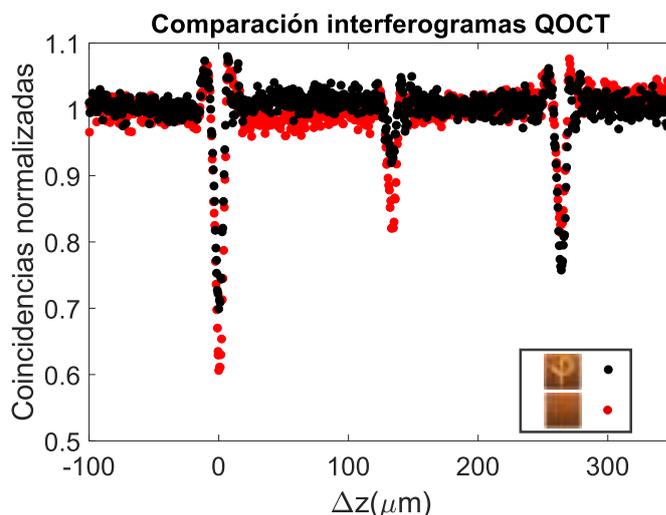
En la Fig. 4.11 se muestran los interferogramas, obtenidos conforme a lo descrito en la Sección 3.3, para dos anchos de banda espectrales distintos. La Fig. 4.11 (a) muestra el caso para un ancho espectral de  $\Delta\lambda = 10$  nm y la Fig. 4.11(b) el caso para un  $\Delta\lambda = 120$  nm, esta última configuración nos permite acceder a una mayor resolución axial de la técnica y una mejora en el tiempo de exposición requerido para obtener mediciones QOCT, ya que el flujo de coincidencias por segundo es mayor que en el caso  $\Delta\lambda = 10$  nm.



**Figura 4.11:** Resolución de los interferogramas QOCT en función de  $\Delta\lambda$ . (a) Correspondiente a un ancho de banda  $\Delta\lambda = 10$  nm. (b) Correspondiente a un ancho de banda  $\Delta\lambda = 120$  nm. La curva teórica corresponde a la simulación de la ecuación (2.66).

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los interferogramas muestran dos valles característicos, cuyos mínimos locales se asocian a la posición de las superficies reflectoras. También aparece un valle central correspondiente al término de interferencia cruzada para cada par de superficies. Debido a la resolución axial de la técnica y el paso mínimo de 174 nm de los motores utilizados para realizar el escaneo axial, no es posible obtener los valles correspondientes a las transiciones película delgada-cubreobjetos, ya que el grosor de la deposición de cobre es unas pocas decenas de nanómetros. La distancia óptica  $nL$  entre los valles determina el grosor  $L$  del cubreobjetos. La medición del índice de refracción  $n$  de nuestro cubreobjetos se realizó utilizando un refráctometro de Abbe, que nos proporciona un valor de  $n = 1.51650 \pm 0.00005$ . La distancia óptica entre los mínimos de los valles tiene un valor de  $nL = 263.8260 \pm 0.0017 \mu\text{m}$ , con esto podemos deducir el grosor del cubreobjetos que arroja un valor de  $L = 173.97032 \pm 0.00003 \mu\text{m}$ , que concuerda con el valor obtenido mediante un vernier electrónico.

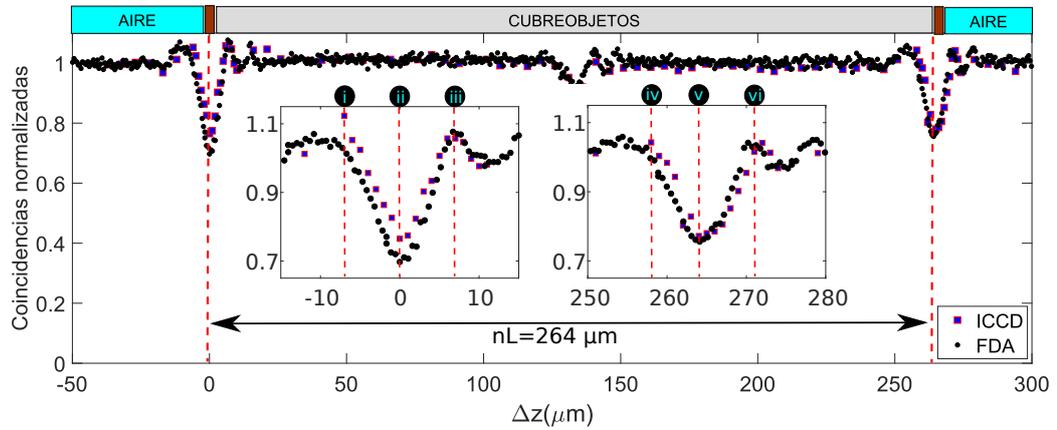


**Figura 4.12:** Resolución de los interferogramas QOCT en función de  $\Delta\lambda$ . (a) Correspondiente a un ancho de banda  $\Delta\lambda = 10$  nm. (b) Correspondiente a un ancho de banda  $\Delta\lambda = 120$  nm.

En la Fig. 4.12 mostramos los interferogramas obtenidos cuando los fotones reflejados en el brazo de muestra inciden en la región con daño y sin daño. Los resultados muestran una pequeña variación entre los dos interferogramas, lo que nos indica que un escaneo-A responde a diferencias en la morfología entre las regiones donde  $\Psi$  fue impresa y donde no. Sin embargo, es evidente que a pesar de detectar esa diferencia no podemos obtener información detallada sobre que origina la discrepancia entre los interferogramas.

### 4.3.2. Sistema QOCT de campo completo

En esta sección exponemos los resultados obtenidos para la implementación del sistema QOCT de campo completo. Como se describe en la [sección 3.4](#), podemos pasar de obtener interferogramas QOCT de coincidencias (A-scans) a obtener una colección de C-scans de la muestra, uno por cada punto del A-scan, utilizando el sistema espacialmente resuelto empleando la cámara ICCD trabajando en el régimen de coincidencias.



**Figura 4.13:** Interferogramas QOCT obtenidos mediante detección estándar y obtenido a partir de las imágenes en coincidencia para un ancho de banda de  $\Delta\lambda = 120$  nm.

Cada C-scan corresponde a una imagen en coincidencia obtenida en un tiempo de exposición de 180 segundos y que utiliza una área de  $370 \times 370$  píxeles en la ICCD, equivalente a una área de  $4810 \mu\text{m} \times 4810 \mu\text{m}$  en el plano PD. En la [Fig. 4.13](#) se presentan los interferogramas QOCT (A-scan) para la región donde se ha impreso la  $\Psi$  obtenidos de dos formas: (i) utilizando los fotodiodos de avalancha y (ii) sumando los valores de todos los píxeles de cada C-scan. Es evidente que ambas mediciones concuerdan de forma razonable.

En la [Fig. 4.14](#) se muestran los C-scan etiquetados del (i) al (vi) que corresponden a los valores de diferencia óptica  $\Delta z$  marcados en la [Fig. 4.13](#) con líneas punteadas de color rojo. Estas seis regiones en el interferograma QOCT se eligen para una posición en el flanco izquierdo, al centro y en el flanco derecho de cada una de las dos caídas HOM. Podemos observar que en las imágenes (i), (iii), (iv) y (vi) la letra  $\Psi$  esencialmente no puede ser percibida. Por otro lado, en la imagen (ii), que corresponde al mínimo del valle de la primera superficie, la letra  $\Psi$  resalta debido a que tiene un mayor número de coincidencias comparada con las regiones circundantes. Esto debido a que los fotones incidentes en la región de la letra  $\Psi$  solamente pueden ser reflejados por la segunda superficie, lo cual los vuelve distinguibles en tiempo de arribo al DH respecto a los fotones reflejados en la primera superficie. Contrariamente, en la imagen (v) los píxeles donde encuentra la letra  $\Psi$  se destaca las regiones vecinas debido a que presenta un

## 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

---

menor número de cuentas. Esto es consecuencia de que los fotones que pasan a través de la  $\Psi$  solamente son afectados por la segunda superficie, mostrando una caída en coincidencia similar a la que tenemos con un solo espejo. A forma de comparación, se muestran dentro de los recuadros los C-scans obtenidos para la región sin daños, esto nos permite comprobar que nuestro sistema es capaz de resolver el diseño impreso en la primera superficie de la muestra bajo estudio con una resolución axial de  $6.5 \mu\text{m}$  y transversal de  $5.2 \mu\text{m}$ .

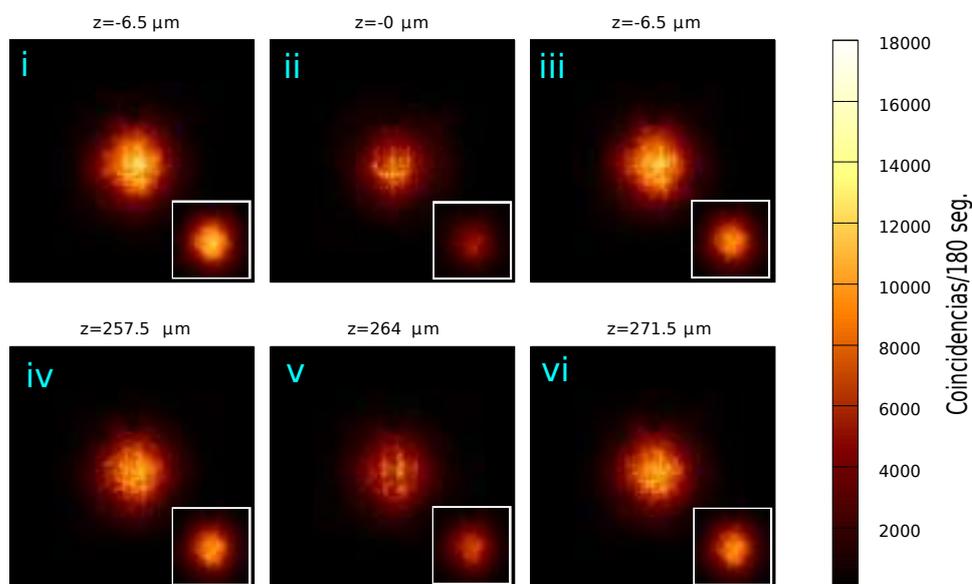


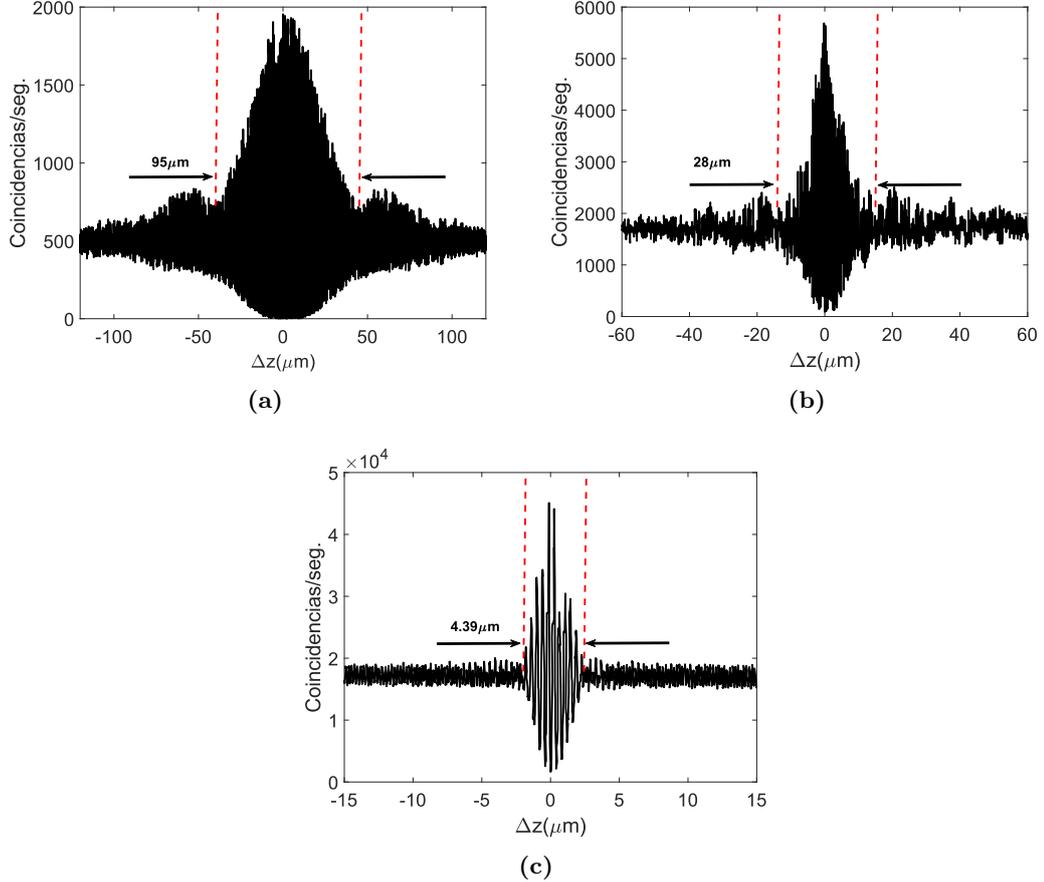
Figura 4.14: C-scans obtenidos para posiciones axiales de interés.

### 4.4. QOCT utilizando interferencia de Michelson cuántica

En esta sección se presentan los resultados de la implementación experimental descrita en la [sección 3.4](#).

Como se menciona en la descripción experimental, en esta configuración los fotones de bombeo viajan en la misma dirección que los fotones generados en SPDC, por ello es importante cerciorarse de que el haz de bombeo no participen en el proceso de interferencia. Primero, realizamos un estudio de los cambios en los interferogramas Michelson para distintos anchos de banda espectrales para un espejo 100 % reflejante, esto utilizando la detección estándar con FDA.

En la [Fig. 4.15](#) se muestran los interferogramas Michelson de cuarto orden para  $\Delta\lambda = 10, 40$  y  $120 \text{ nm}$ . Podemos observar que se presenta una dependencia del ancho del interferograma con  $\Delta\lambda$ , lo cual demuestra que no hay presencia de los fotones de bombeo en la detección. Podemos observar que todos los interferogramas presentan altas visibilidades mayores a 90 %.



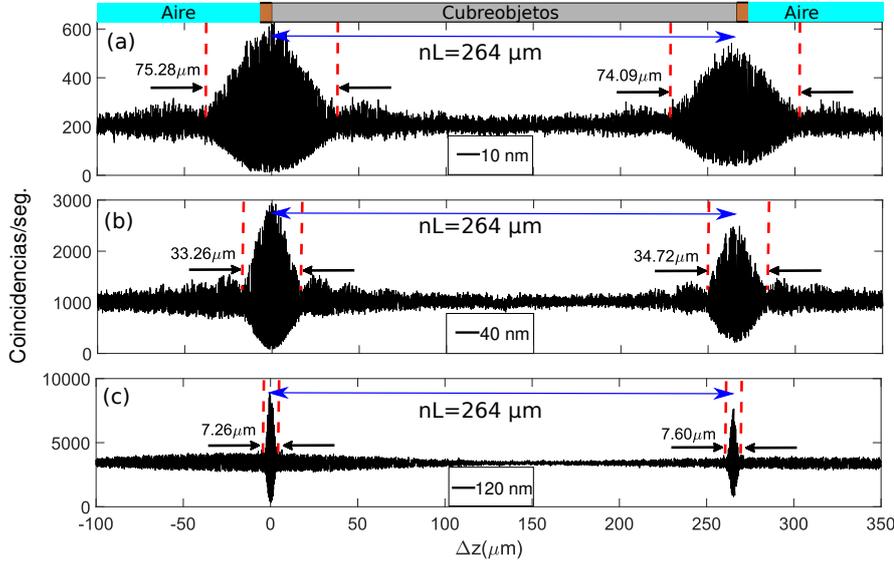
**Figura 4.15:** Interferogramas Michelson para distintos anchos de banda espectrales (a) Correspondiente a un ancho de banda  $\Delta\lambda = 10$  nm. (b) Correspondiente a un ancho de banda  $\Delta\lambda = 40$  nm (c) Correspondiente a un ancho de banda  $\Delta\lambda = 120$  nm

El siguiente paso es obtener los interferogramas QOCT utilizando detección estándar. En este caso la muestra bajo estudio sigue siendo una estructura bicapa utilizada en el caso QOCT con HOM.

Se han obtenido los interferogramas de la muestra bajo estudio para para distintos ancho de banda espectrales, los cuales incluyen los valores  $\Delta\lambda = 10, 40$  y  $120$  nm. Podemos observar en la Fig. 4.16 como aparece un patrón de interferencia tipo Michelson por cada una de las capas que componen la muestra, cuyo ancho disminuye conforme el ancho de banda espectral de los fotones presentes en el interferómetro aumenta. La separación entre máximos (o mínimos) entre cada patrón de interferencia nos da la distancia óptica  $nL = 264 \mu\text{m}$ , que concuerda con el valor obtenido mediante la técnica que utiliza interferencia HOM. Sin embargo, en comparación con la QOCT basado en interferometría HOM, la resolución axial de la técnica se degrada debido a los términos

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

que oscilan a  $\omega_0$  y  $2\omega_0$ .

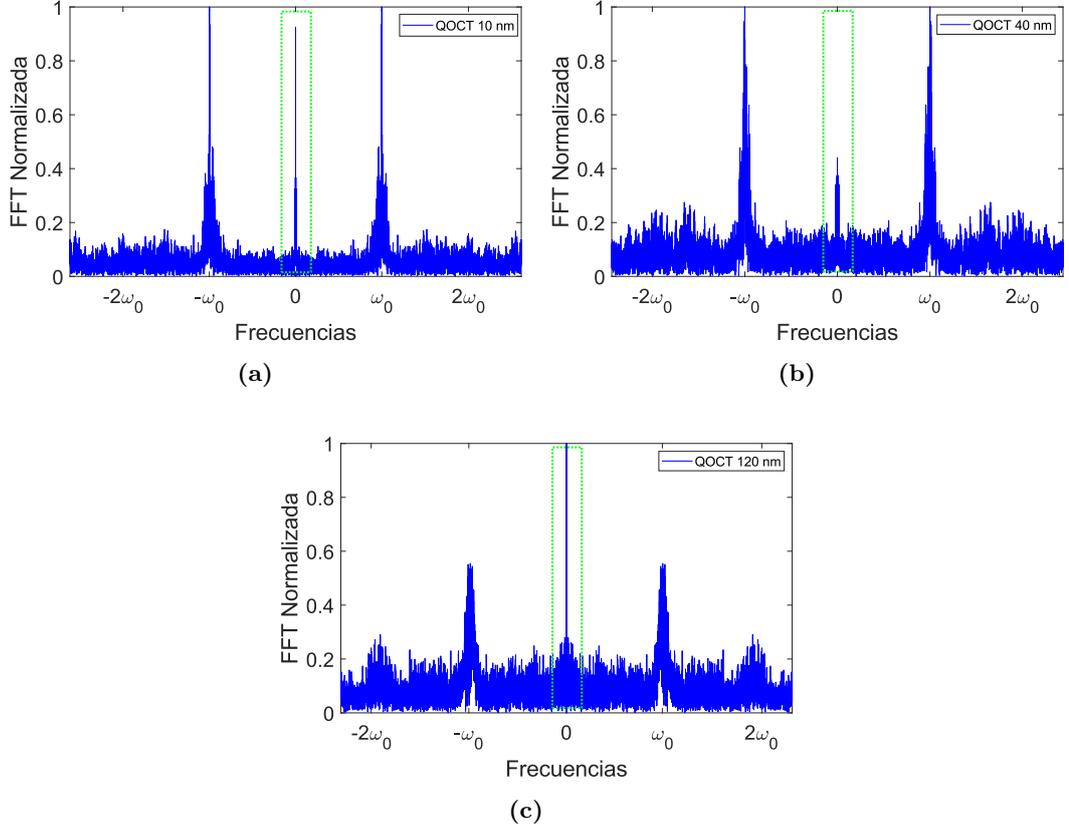


**Figura 4.16:** Interferogramas QOCT utilizando interferencia Michelson de dos fotones para distintos anchos de banda espectral (a) Para un ancho de banda espectral de  $\Delta\lambda=10$  nm (b) Para un ancho de banda espectral de  $\Delta\lambda=40$  nm (c) Para un ancho de banda espectral de  $\Delta\lambda=120$  nm.

Para extraer de los interferogramas Michelson mostrados en la Fig. 4.16 el término de coalescencia  $P_1$ , que contiene información equivalente al caso HOM, utilizamos un proceso numérico correspondiente a un filtro pasa-bajas. Para ello restamos el término de auto-interferencia  $P_0$  correspondiente al número promedio de coincidencias. Posteriormente, separamos espectralmente los componentes en frecuencia de los interferogramas utilizando transformada de Fourier mostrados en la Fig. 4.17. La transformada de Fourier revela la separación espectral de los componentes que oscilan a las frecuencias  $\omega = 0$ ,  $\omega = \omega_0$  y  $\omega = 2\omega_0$ . El término  $P_1(\omega)$  es extraído aplicando un filtro pasabajas centrado en  $\omega = 0$ , para posteriormente obtener la transformada inversa de Fourier para obtener los interferogramas QOCT.

Los interferogramas filtrados QOCT se muestran en la Fig. 4.18. Podemos observar que los interferogramas tienen tres picos característicos, dos de ellos asociados a las posiciones de las superficies, mientras que el tercer pico surge por la interferencia entre ambas superficies, que es equivalente al pico o valle obtenido en el caso HOM. Nuevamente, la distancia entre los picos nos da el camino óptico medido  $nL=264 \mu\text{m}$  que corresponde a un valor de grosor del cubreobjetos de  $L=174.08 \mu\text{m}$ .

Ahora nos enfocaremos en el sistema FF-QOCT utilizando interferencia tipo Michelson para la misma muestra bicapa. Sin embargo, hemos añadido un grabado en la segunda superficie con el fin de determinar si el sistema FF-QOCT puede resolver daños



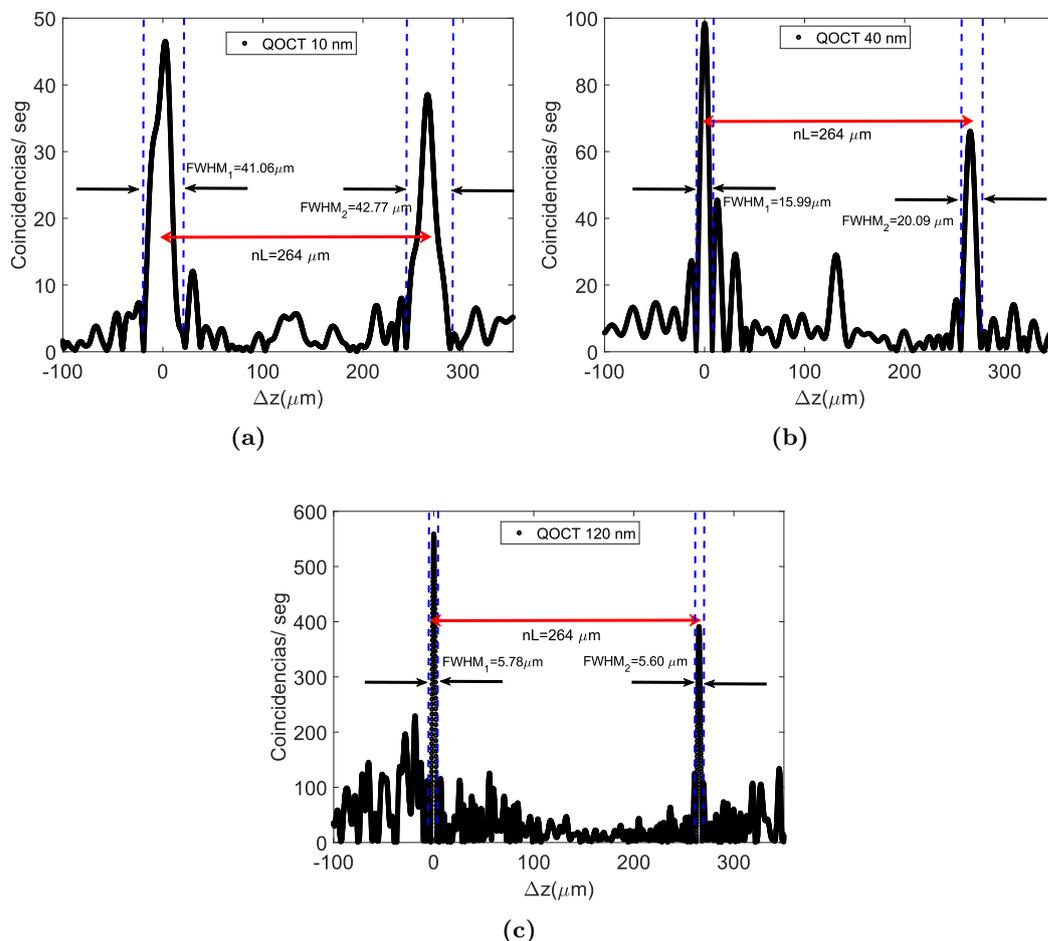
**Figura 4.17:** Transformada de Fourier de la tasa de coincidencias  $M(\tau)$  para distintos anchos de banda espectrales (a) Correspondiente a un ancho de banda  $\Delta\lambda = 10$  nm. (b) Correspondiente a un ancho de banda  $\Delta\lambda = 40$  nm (c) Correspondiente a un ancho de banda  $\Delta\lambda = 120$  nm.

en ambas superficies de la muestra, con distintas morfologías. Por ende, la muestra se ha diseñado de tal forma en que ambas películas delgadas contengan inscripciones. En la primera capa la letra  $\varphi$  ha sido grabada mientras que la segunda contiene impreso el símbolo  $\Psi$ . Además ambos diseños están traslapados transversalmente en la dirección axial. Se bosqueja la muestra bicapa en la [Fig. 4.19](#)

En la [Fig. 4.20](#) se presentan algunas de las imágenes obtenidas en un solo escaneo axial, se eligen aquellas que corresponden a las zonas de interés marcados en el interferograma con líneas rojas punteadas.

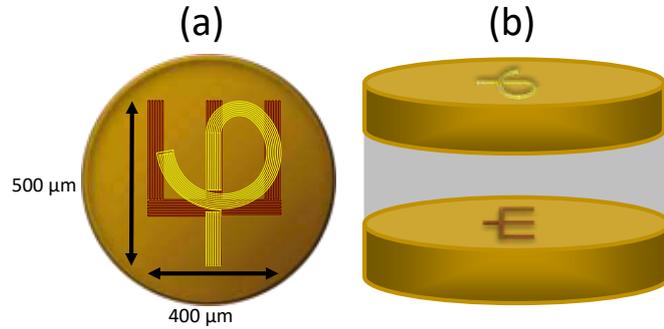
Podemos observar que las imágenes (i), (ii), (iii), (vii), (viii), (ix), (xiii), (xiv) y (xv), que corresponden a zonas del interferograma fuera de la región de interferencia, permanecen constantes y no ofrecen información relevante acerca de la morfología de la muestra. Por otro lado, las imágenes (iv), (v) y (vi) que corresponden a la zona

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

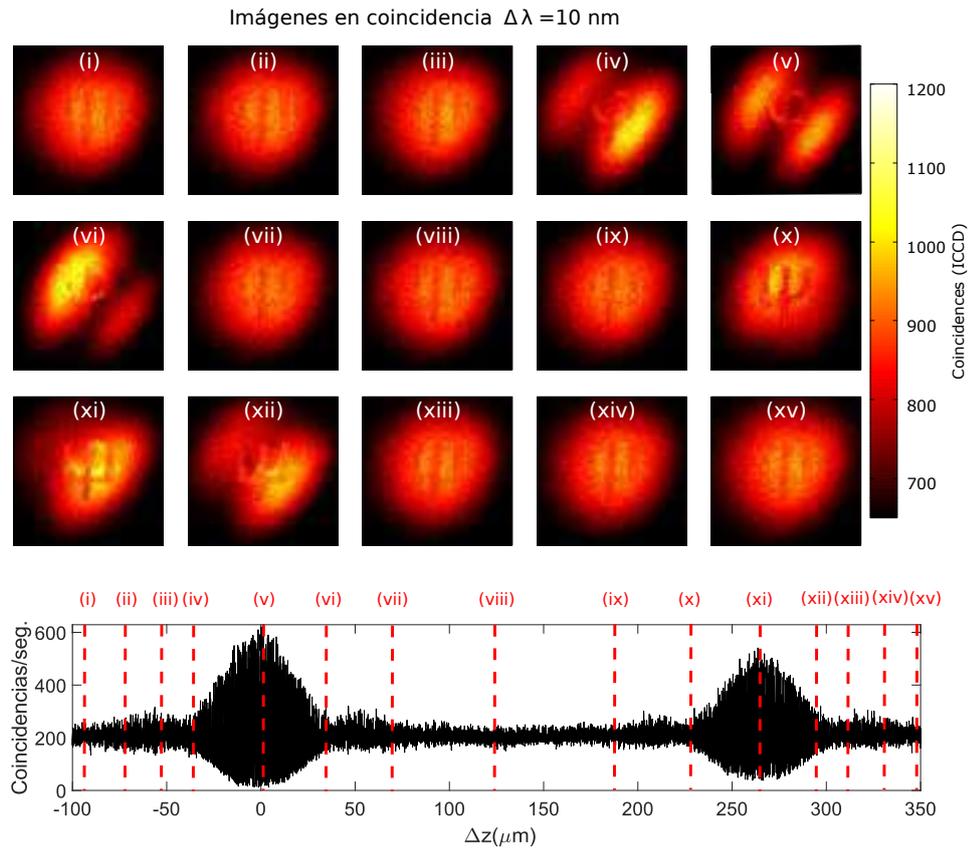


**Figura 4.18:** Interferogramas Michelson filtrados para distintos anchos de banda espectrales (a) Correspondiente a un ancho de banda  $\Delta\lambda = 10$  nm. (b) Correspondiente a un ancho de banda  $\Delta\lambda = 40$  nm (c) Correspondiente a un ancho de banda  $\Delta\lambda = 120$  nm.

de interferencia de la primera capa, nos ofrecen información visual de la morfología de la primera capa. La foto número (v) corresponde a una posición axial del motor tal que la diferencia de camino óptico es  $\Delta z = 0$  entre los fotones reflejados en el espejo de referencia y aquellos reflejados en la primera capa del cubreobjetos, en esta imagen podemos observar que se resalta la letra  $\varphi$ , que es el daño impreso en la primera superficie. Las fotos (ix), (x) y (xi) pertenecen a la región de interferencia de la segunda superficie. En la imagen (xi), cuando  $\Delta z = 0$  con la segunda superficie, se presenta la figura  $\Psi$  presentando un alto contraste. A pesar de que las imágenes obtenidas nos pueden dar información de primera mano acerca de la morfología de la muestra, es necesario realizar el procesamiento de la información para obtener una reconstrucción de las capas.

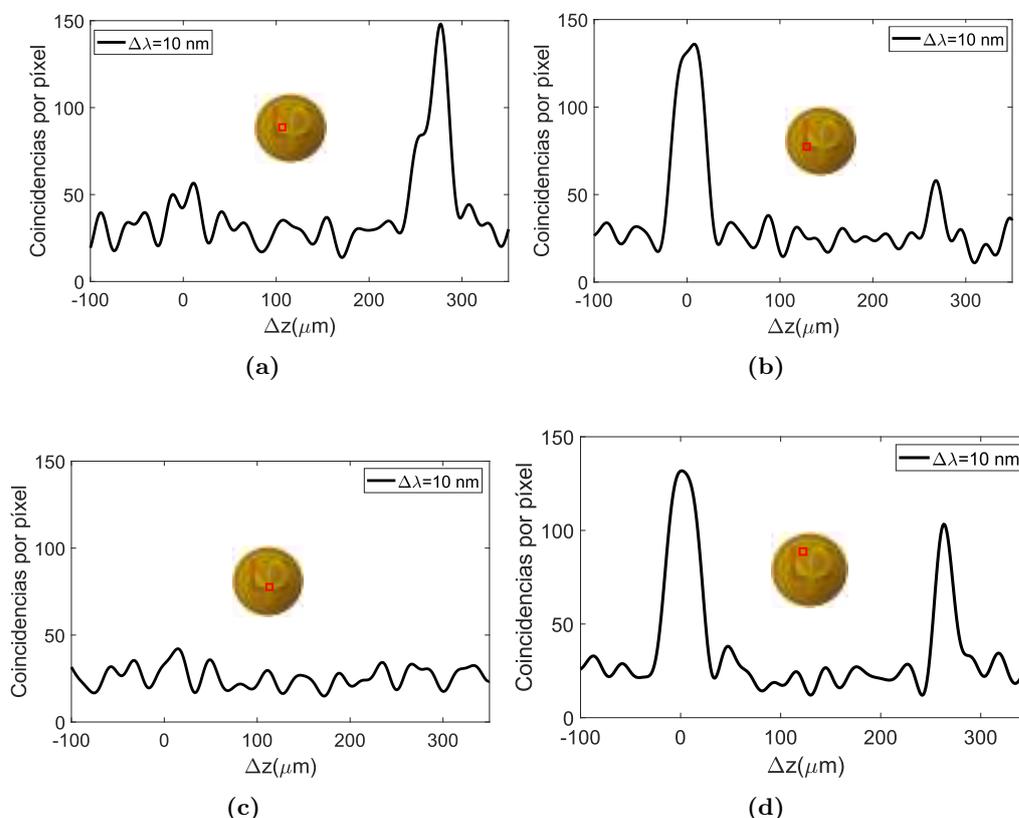


**Figura 4.19:** Muestra utilizada en el proceso de QOCT tipo Michelson (a) Vista frontal de la muestra donde las letras  $\varphi$  y  $\Psi$  comparten la misma área de iluminación transversal. (b) Vista axial de la muestra donde se aprecia que la primera capa tiene inscrita una letra  $\varphi$  y la segunda capa el símbolo  $\Psi$ .



**Figura 4.20:** Imágenes en coincidencia FF-QOCT utilizando interferencia Michelson cuántica para un  $\Delta\lambda = 10$  nm

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS



**Figura 4.21:** Interferogramas filtrados para distintas posiciones transversales en la muestra (a) Para un píxel que axialmente contenga daño solamente en la primera superficie (b) Para un píxel que axialmente contenga daño solamente en la segunda superficie (c) Para un píxel con daño en ambas superficies (d) Para un píxel sin daño en ambas superficies.

Para recuperar la información de las capas, es necesario obtener los interferogramas axiales filtrados para cada píxel de la ICCD y a partir de esa información reconstruir las capas de la muestra.

Para esta muestra en específico podemos esperar la presencia de 4 diferentes formas en los interferogramas, según la zona transversal de incidencia a la que pertenece el píxel. Dichas zonas son: (a) correspondiente a la región donde solo está presente la letra  $\psi$ , (b) correspondiente a la zona donde solo está presente la letra  $\varphi$ , (c) correspondiente a la zona donde se traslapan transversalmente ambas letras y (d) la zona donde no hay daño en ninguna de las superficies. Los resultados se muestran en la [Fig. 4.21](#).

El interferograma de la [Fig. 4.21\(a\)](#) pertenece a la zona en que los fotones solo son reflejados en la segunda capa, ya que la reflectancia de la primera se ve disminuida drásticamente por la impresión de  $\Psi$ , por lo que solo obtenemos el pico correspondiente

a la segunda superficie. A continuación, la Fig. 4.21(b) corresponde a la zona en que solo detectamos fotones reflejados en la primera superficie, ya que no hay reflexión en la segunda capa debido al daño en forma de  $\psi$ , por lo tanto, solo obtenemos el pico correspondiente a la primera superficie. Por su parte, la Fig. 4.21(c) compete a la zona donde ambos grabados se traslapan transversalmente, por lo que los fotones atraviesan la muestra sin ser reflejados por lo que no aparecen picos asociados en este caso. Finalmente, la Fig. 4.21(d) atañe a la zona que no contiene inscripción alguna, por lo que obtenemos los picos para ambas superficies en este caso.

A partir de la colección de los picos de todos los interferogramas podemos obtener información sobre la morfología de cada una de las capas que componen la muestra. En la Fig. 4.22 se presentan las reconstrucciones para un ancho de banda de  $\Delta\lambda=10$  nm y 120 nm, esta última nos permitió obtener una resolución axial de  $6.6 \mu\text{m}$ , mientras que la resolución transversal del sistema es de  $4.2 \mu\text{m}$ . En dichas imágenes podemos ver que es posible reconstruir con buena calidad las morfologías de ambas superficies, con la gran ventaja de que no necesitamos utilizar un escaneo transversal. Como consecuencia, disminuye el tiempo de adquisición en comparación de QOCT estándar y también respecto al FF-QOCT que utiliza HOM, ya que estamos utilizando fibras multimodo para utilizar la mayor parte producida en SPDC.

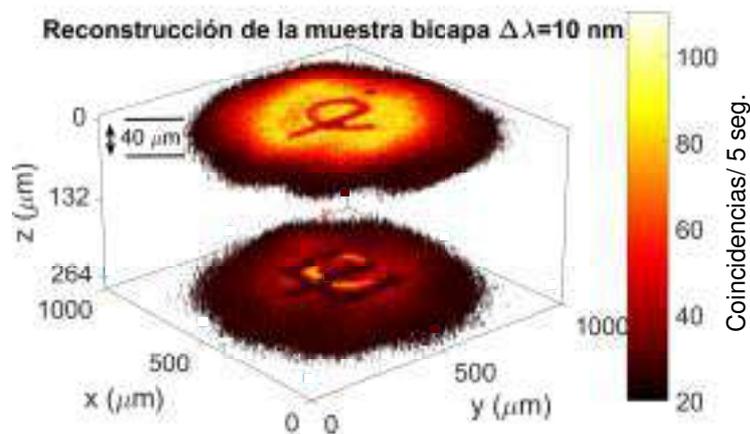
Si comparamos la velocidad de adquisición de datos con los sistemas QOCT convencionales hasta ahora reportados para reconstruir una muestra bajo estudio [9], el sistema FF-QOCT que utiliza interferencia HOM es 3 órdenes de magnitud más rápido, mientras que el sistema que utiliza un arreglo tipo Michelson es 4 órdenes de magnitud más rápido, esto para obtener mediciones con resolución axial, transversal y tamaño de muestra similares, lo cual se muestra en la Tabla 4.2.

Técnica	Resolución axial ( $\mu\text{m}$ )	Resolución transversal ( $\mu\text{m}$ )	Tamaño de la muestra ( $\mu\text{m}$ )	Tiempo de adquisición (s)
QOCT	1.1-18.5 $\mu\text{m}$	12-15 $\mu\text{m}$	875×875 $\mu\text{m}$	45×10 <sup>5</sup> s
FF-QOCT HOM.	6.5 $\mu\text{m}$	5.2 $\mu\text{m}$	875×875 $\mu\text{m}$	5400 s
FF-QOCT Mich.	6.6 $\mu\text{m}$	4.2 $\mu\text{m}$	875×875 $\mu\text{m}$	150 s
OCT	2-20 $\mu\text{m}$	5-15 $\mu\text{m}$	875×875 $\mu\text{m}$	0.1 s

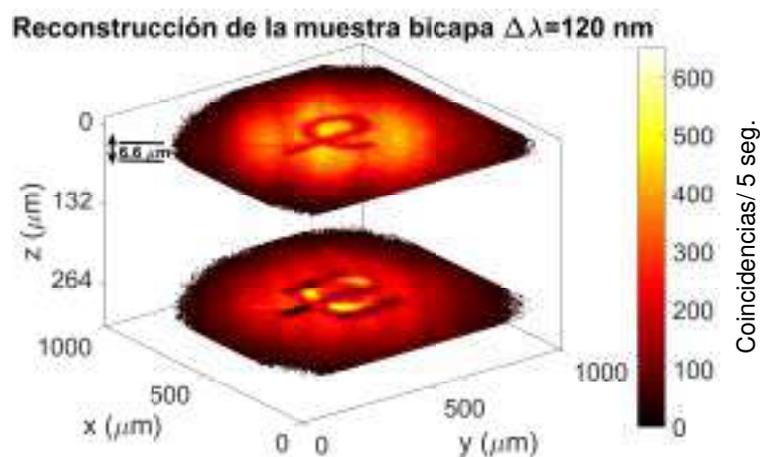
**Tabla 4.2:** Comparación de los parámetros típicos en OCT para las distintas técnicas en el dominio temporal.

Los sistemas FF-QOCT implementados en este trabajo tienen una resolución axial de alrededor de 6.5 micras y lateral de 5 micras, los cuales son valores comunes de OCT clásico, donde la resolución axial ronda entre 2-20  $\mu\text{m}$  y la transversal alrededor de 5-15  $\mu\text{m}$ . Sin embargo, al comparar con las velocidades de la técnica OCT la cual es capaz

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS



(a)



(b)

**Figura 4.22:** Reconstrucción de la muestra bicapa con el sistema FF-QOCT que utiliza interferencia Michelson cuántica para  $\Delta\lambda = 10$  nm y  $\Delta\lambda = 120$  nm.

de adquirir alrededor de 200,000 escaneos axiales por segundo en muestras biológicas, la técnica FF-QOCT aún no es suficiente para implementarse de forma práctica. Sin embargo, con la implementación de estos sistemas FF-QOCT se da un paso adelante hacia una posible implementación funcional.

## Conclusiones y trabajo a futuro.

---

Se implementaron dos sistemas de FF-QOCT basado en el fenómeno de interferencia de dos fotones e imágenes en coincidencia, que nos permite eliminar el escaneo transversal estrictamente necesario en trabajos anteriores referentes a QOCT. Esto lleva a una reducción de 3 órdenes de magnitud en el tiempo de adquisición utilizando el sistema FF-QOCT que usa interferencia HOM y de 4 órdenes de magnitud para el sistema que emplea interferencia de dos fotones en un arreglo tipo Michelson, respecto a trabajos previos en QOCT. El tiempo de adquisición es uno de los principales problemas para implementación práctica de QOCT, por lo que esta mejora significa un paso adelante hacia su posible utilización en sistemas comerciales.

Como parte del proceso de implementación del sistema FF-QOCT; se ha observado por primera vez el fenómeno de interferencia HOM mediante imágenes en coincidencia, cuya visibilidad depende de la indistinguibilidad de las distribuciones espaciales a las que pertenecen los fotones señal y acompañante incidiendo en un divisor de haz simétrico. Esta configuración, que denominamos interferencia HOM de campo completo, nos permitió detectar distinguibilidad temporal (puede ser cualquier otro grado de libertad) entre algunas de las secciones que conforman a las distribuciones espaciales que interfieren. Esta capacidad de detección de distinguibilidad transversal trabajando en paralelo fue la base para implementar, por primera vez, un sistema de FF-QOCT basado en interferencia HOM.

En nuestro sistema HOM FF-QOCT, bastó realizar un escaneo axial (A-scan) para obtener una colección de imágenes transversales (C-scan), a partir de las cuales podemos recuperar una reconstrucción tridimensional de la muestra bajo estudio. La muestra bajo estudio fue un cubreobjetos en cuyas caras fueron depositadas películas delgadas de cobre, con una letra  $\Psi$  impresa en la superficie frontal. Debido a que la visibilidad de la interferencia HOM para una cierta región transversal depende de las reflectividades de la primera y segunda superficie, nos fue posible recuperar la morfología en forma de  $\Psi$  analizando el comportamiento de las coincidencias en los píxeles que pertenecen a la región dañada. Esto nos permitió reducir en 3 ordenes de magnitud, respecto a QOCT estándar, el tiempo de adquisición de datos.

Adicionalmente, se mostró la implementación de un sistema FF-QOCT basado en

## 5. CONCLUSIONES Y TRABAJO A FUTURO.

---

un interferómetro de Michelson de dos fotones, el cual nos permite extraer mediante un proceso numérico la misma información acerca de la estructura interna de la muestra que adquirimos con el sistema HOM FF-QOCT, pero utilizando una configuración experimental mucho más sencilla de implementar. Pudimos obtener la reconstrucción 3D de un cubreobjetos con daño en forma de símbolos griegos  $\varphi$  y  $\Psi$  en la cara superior e inferior, respectivamente. El tiempo de adquisición de datos empleando este sistema se reduce en un orden de magnitud respecto a FF-QOCT que utiliza interferencia HOM, debido a que utilizamos en este esquema toda la luz proveniente del fenómeno SPDC.

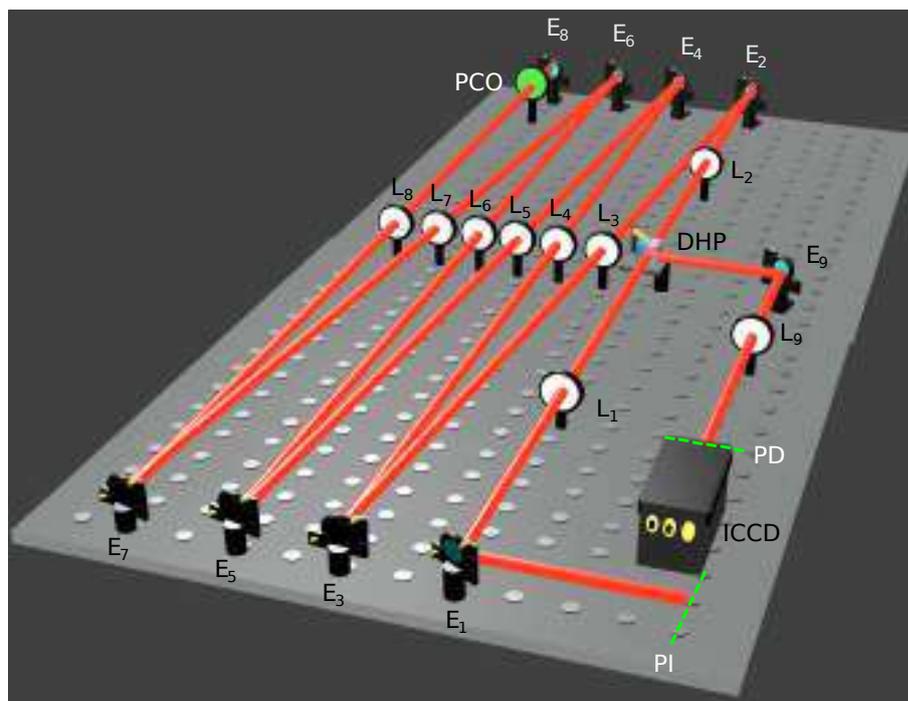
Este sistema basado en interferencia Michelson de dos fotones se puede adaptar fácilmente a fuentes de parejas de fotones mucho más brillantes, como la emisión colineal de SPDC Tipo II proveniente de cristales a-periodicamente polarizados; que en combinación con novedosos sistemas de detección nos permitirían reducir el tiempo de adquisición de la técnica QOCT en el dominio temporal en al menos un par de órdenes de magnitud y aumentar la resolución axial a un orden sub-micrométrico.

Ambos sistemas FF-QOCT nos proporcionan una resolución axial máxima de alrededor de 6.5 micras y transversal de 5 micras, los cuales son valores típicos de OCT clásico, cuya resolución axial ronda entre 5-20  $\mu\text{m}$  y la transversal alrededor de 15  $\mu\text{m}$ , adicionando la ventaja de que ambos sistemas son inmunes a efectos de dispersión. Esta característica puede permitir implementar QOCT como una técnica que nos permita estudiar distintos tipo de tejidos en un mismo equipo, ya que no habría la necesidad de compensar los efectos de dispersión para cada tipo de muestra, como sucede usualmente en OCT clásico.

El estudio de muestras biológicas en estos sistemas FF-QOCT puede ser llevado a cabo integrando objetivos de microscopio como lentes de escaneo en el brazo muestra, esto es necesario ya que las muestras de este tipo tienen esparcimiento no despreciable. El uso de estos objetivos de microscopio no solo permite mejorar la señal detectada sino también permiten mejorar la resolución transversal de la técnica.

La meta final en el desarrollo de la técnica QOCT es poder eliminar los escaneos axial y transversal, esto puede suceder si de alguna manera combinamos el trabajo de FF-QOCT, aquí expuesto, con la técnica de QOCT en el dominio de las frecuencias que han desarrollado otros grupos alrededor del mundo.

### A.1. Sistema de propagación óptica

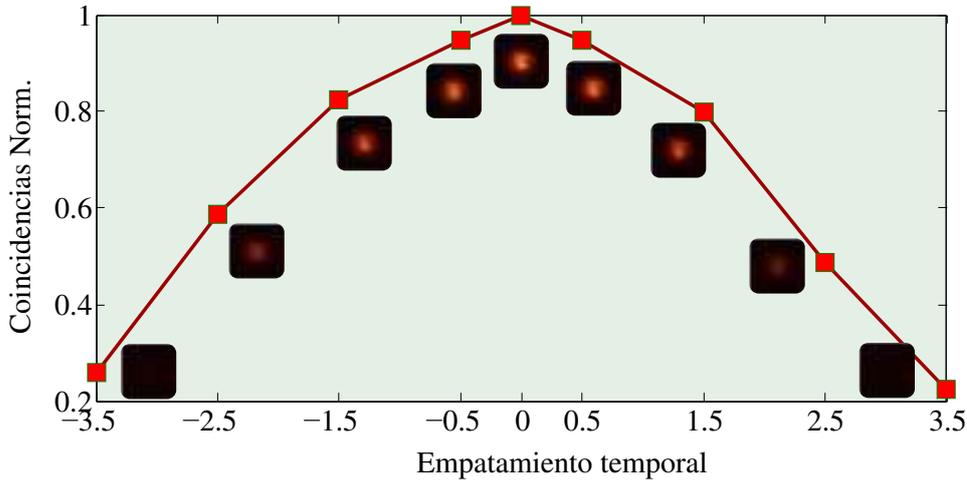


**Figura A.1:** Arreglo experimental del sistema de propagación óptica para obtener imágenes en coincidencia.

El sistema de propagación óptica SPO, mostrado en la [Fig. A.1](#) tiene como finalidad compensar el retraso electrónico producido por el sistema de disparo de la cámara ICCD para poder obtener imágenes en coincidencias. Existe distintas formas de compensar este retraso electrónico, este diseño en especial tiene la finalidad de preservar la distribución espacial de entrada en el plano PI para replicarla en el plano de detección PD de la cámara ICCD. Este sistema está compuesto de tal manera que los fotones

atraviesan ocho telescopios 4f consecutivos de magnificación unitaria, en un viaje de ida y vuelta. Los fotones que entran al SPO deben tener una polarización  $p$  al entrar al sistema, de tal forma que se al llegar al divisor de haz polarizado DHP se transmitan. El divisor de haz polarizado es colocado en el plano focal del primer telescopio 1x, el cual esta conformado por dos lentes biconvexas ( $L_1$  y  $L_2$ ) de 2 pulgadas de diámetro y distancia focal idéntica de 500 mm. Después, los fotones viajan por tres telescopios 1x consecutivos formados por las lentes biconvexas de 2 pulgadas  $L_3$  hasta  $L_8$ , cuya distancia focal es de 1000 mm. Antes de ser reflejado por el último espejo  $E_8$  los fotones cambian su polarización a circular debido a su paso a través de una placa de cuarto de onda PCO. Después de ser reflejados en  $E_8$ , los fotones pasan nuevamente a través de la PCO adquiriendo polarización  $s$ , viajando nuevamente por los tres telescopios conformados por lentes de 1000 mm. Debido a que ahora los fotones tienen polarización  $s$  los fotones son reflejados al llegar en su viaje de regreso al DHP, definiendo así una nueva trayectoria, la cual incluye el telescopio conformado por las lentes  $L_2$  y  $L_9$ . Este último telescopio nos permite propagar el plano imagen de entrada al plano de detección PD, donde la cámara ICCD es colocada para obtener las imágenes en coincidencias.

Para obtener las imágenes en coincidencia, es necesario que exista un traslape temporal entre la señal que dispara la cámara ICCD y la señal producida por los fotones entrando al sensor de la ICCD. Este traslape temporal se debe dar en un intervalo de tiempo de 12 ns, que es definido por el ancho temporal del pulso electrónico de disparo. El módulo MIN nos permite sintonizar un valor de retraso de la señal de disparo que nos permite maximizar el traslape entre ambas señales, como se muestra en la [Fig. A.2](#)



**Figura A.2:** Coincidencias normalizadas por imagen en un tiempo de 10 s. Una sintonización fina del retraso electrónico nos permite optimizar la adquisición de imágenes. La configuración de cero retraso es utilizada en los experimentos presentados en esta tesis.

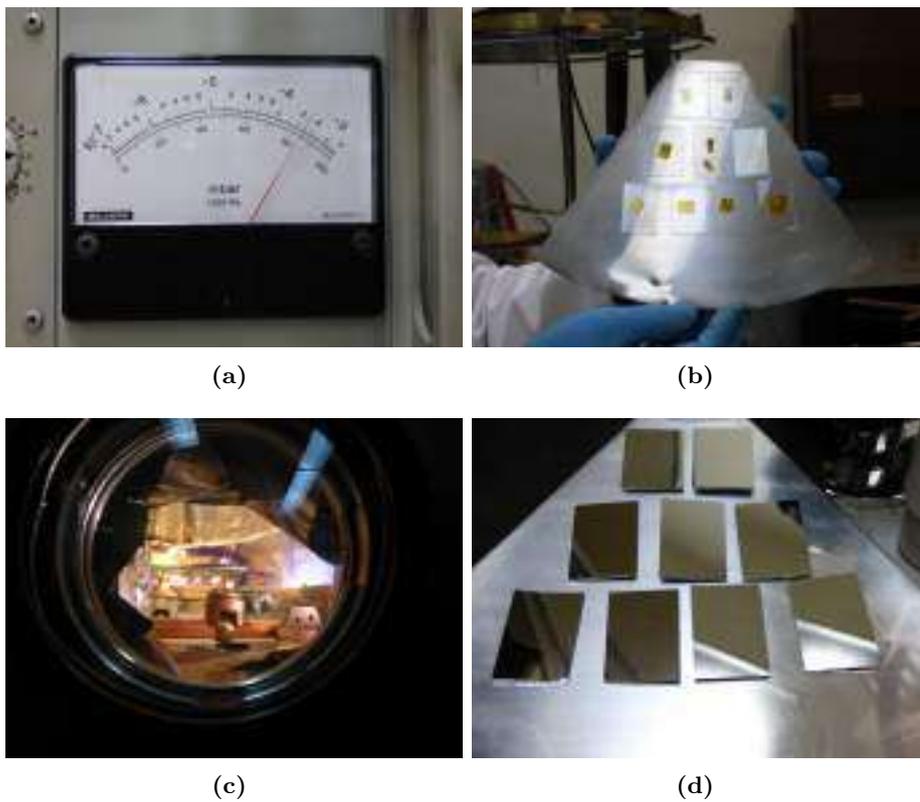
## A.2. Preparación de la muestra

En este trabajo se utilizó el método de evaporación [49] para la deposición de películas delgadas de cobre en las superficies de portaobjetos y cubreobjetos, ya que gran número de metales y otros materiales pueden ser evaporados con relativa facilidad en el vacío. El método de evaporación consiste simplemente en aumentar la temperatura del material que se quiere depositar hasta que alcance la temperatura de fusión. Cuando esto sucede, una parte de los átomos del material se evapora para condensarse después sobre la superficie fría del cubreobjetos.

La evaporación se realiza en una cámara en la cual se hace un vacío alrededor de  $10^{-4}$  milibares. El alto vacío es estrictamente indispensable para evitar la oxidación de los metales a depositarse. Una velocidad típica de evaporación, determinada por el material y el sistema de calentamiento, puede ser alrededor de 10 nanómetros por segundo. En el caso de películas delgadas de cobre, este material se evaporó utilizando la maquina Balzer-510, la cual utiliza un arco eléctrico. El procedimiento de la formación de la película delgada de cobre depositada sobre nuestras muestras es el siguiente:

- \* Limpieza del sustrato, en este caso del portaobjetos y cubreobjetos utilizados para realizar la deposición.
- \* Colocar los sustratos en una canastilla rotatoria, la cual se encuentra dentro de la Balzer-510. La rotación de la canastilla nos permite obtener una deposición uniforme de la película delgada en los sustratos.
- \* Controlar el espesor de la película delgada, mediante sensores conformados por laminillas de cuarzo que reciben una frecuencia inicial de 6 MHz, conforme la película delgada crece, esa frecuencia cambia y el grosor de la película es calculado por un software integrado.
- \* Retirar la muestra, se debe esperar unos cuantos minutos para que el filamento de tungsteno del arco eléctrico se enfríe, para evitar que se oxide y eventualmente se rompa.

En la [Fig. A.3](#) presentamos algunas de la imágenes del proceso de deposición de las películas delgadas de cobre:

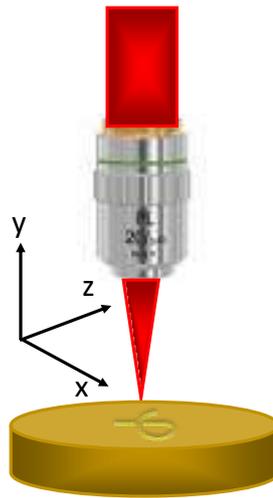


**Figura A.3:** ]

Proceso para la deposición de las películas delgadas de cobre. a) Alto vacío requerido para el proceso de deposición. b) Portaobjetos y cubreobjetos donde se depositan las películas delgadas. c) Filamento de tungsteno para el proceso de calentamiento del material. d) Vista final de las películas delgadas de cobre depositadas en el sustrato.

### A.3. Escritura directa con láser pulsado de femto-segundos.

En este trabajo hemos dañado las películas delgadas de cobre con ciertas morfologías para probar nuestro sistema FF-QOCT. La técnica utilizada es la llamada escritura directa con láser de femtosegundos (FLDW). Esta técnica de micro-maquinado láser consiste en enfocar un láser pulsado usando un objetivo de microscopio de tal forma que se modifican las propiedades del material debido a la alta energía enfocada en el material. Esta técnica es bastante utilizada en la fabricación de guías de onda micro-métricas en materiales transparentes. En nuestro caso, esta técnica se utilizó para remover la película delgada de cobre depositada sobre los sustratos, de tal forma que pudiera simular un daño en alguna de las capas que conforman la muestra. Generalmente, la muestra es trasladada por un sistema de traslación tridimensional  $xyz$ , que nos permite elaborar cualquier diseño tridimensional.



**Figura A.4:** Representación esquemática de la técnica de escritura con láser pulsado de femto-segundos



# Bibliografía

---

- [1] J.G. Fujimoto. Optical coherence tomography for ultrahigh resolution in vivo imaging. *Nat. Biotechnol* 21, (11):1361–7, 2003. [1](#), [2](#)
- [2] R.P. Wag, H.R. Zhang Theory for Quantum State of Photon Pairs Generated from Spontaneous Parametric down-Conversion Nonlinear Process. *Optics and Spectroscopy*, (207):148-152, 2007. [1](#)
- [3] A. Gh. Podolenanu. Optical coherence tomography. *Journal of Microscopy*, 247(3):209–219, 2012. [2](#)
- [4] D. Huang et al Optical coherence tomography. *Science (N.Y.)* 254, (5035):1178-1181, 1991. [2](#)
- [5] T. Hillman, D. Sampson The effect of water dispersion and absorption on axial resolution in ultrahigh-resolution optical coherence tomography. *Optics express* 13, (6):1860-1874, 2005. [2](#)
- [6] K. J. Resch, P. Puvanathan Classical dispersion-cancellation interferometry. *Optics express* 15, (14):8797-8804, 2007. [3](#)
- [7] V. A. Matkivsky, A. Moiseev Medium chromatic dispersion calculation and correction in spectral-domain optical coherence tomography. *Front. Optoelectron* 10, (3):323-328, 2017. [3](#)
- [8] Y. Hai, L. Dongxiong, X. Yongzhao, H. Xiaoyuan Dispersion and compensation of optical coherence tomography using double-path rapid scanning optical delay line. *Proceedings of the SPIE 9656*, (6), 2055. [3](#)
- [9] A. F. Abouraddy, M. B. Nasr, B. E. A. Saleh, A. V. Sergienko, and M. C. Teich. Quantum-optical coherence tomography with dispersion cancellation. *Phys. Rev. A*, 65(053817), 2002. [3](#), [27](#), [28](#), [29](#), [30](#), [31](#), [69](#)
- [10] M. B. Nasr, D. P. Goode, N. Nguyen, G. Rong, L. Yang, B. M. Reinhard, B. E. A. Saleh, and M. C. Teich. Quantum optical coherence tomography of a biological sample. *Optics Communications*, 282(6):1154 – 1159, 2008. [3](#)

- [11] D. C. Burnham and D. L. Weinberg. Observation of simultaneity in parametric production of optical photon pairs. *Phys. Rev. Lett.* **3**
- [12] A. V. Burlakov, M. V. Chekhova, O. A. Karabutova, and S. P. Kulik. Collinear two-photon state with spectral properties of type-i and polarization properties of type ii spontaneous parametric down-conversion: Preparation and testing. *Phys. Rev. A*, 64(041803), 2001. **3**
- [13] R. W. Boyd. *Nonlinear Optics Third Edition*. Academic Press, Chicago, 2008. **7, 8, 9**
- [14] M. Bock, A. Lenhard, C. Chunnillall, and C. Becher. Highly efficient heralded single-photon source for telecom wavelengths based on a ppln waveguide. *Optics Express*, 24, (23992), 2016. **8**
- [15] A. V. Sergienko, M. Atatüre, Z. Walton, G. Jaeger, B. E. A. Saleh, and M. C. Teich. Quantum cryptography using femtosecond-pulsed parametric down-conversion. *Physical Review A*, 60:R2622–R265, 1999. **9**
- [16] Y. Luo, K.T. Chan. Quantum cryptography with perfect multiphoton entanglement. *J. Opt. Soc. Am.*, 22:R1003–1006, 2005. **9**
- [17] T. Jennewein, G. Weihs, and A. Zeilinger. Photon statistics and quantum teleportation experiments. *Jornal Phys. Soc. Jpn.* 72, 72(Suppl.C):pp. 168–173, 2003. **9**
- [18] R. Jin, M. Takeoka, U. Takagi, R. Shimizu, and M. Sasaki. Highly efficient entanglement swapping and teleportation at telecom wavelength. *Scientific Reports*, 5(9333), 2015. **9**
- [19] A. V. Sergienko. Quantum metrology with entangled photons. *IOS Press*, (CXLVI), 2001. **9**
- [20] B. Bell, S. Kannan, A. McMillan, A. S. Clark, W. Wadsworth, and J. G. Rarity. Multiphoton quantum metrology with entangled photons. *Phys. Rev. Lett.*, 111(093603), 2013. **9**
- [21] G. B. Lemos, V. Borish, and A. Zeillinger. Quantum imaging with undetected photons. *Nature*, 512:409–412, 2014. **9**
- [22] M. L. Padgett, R. W. Boyd. An introduction to ghost imaging: quantum and classical. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 375, 2016. **9**
- [23] J.D. Franson. Bell inequality for position and time *Phi. Rev. Let.*, 62:2205, 1989. **9**
- [24] T.B. Pittman, Y.H. Shih, A.V. Segienko Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement *Phi. Rev. A.*, 74, 1995. **9**

- 
- [25] S.M. Lee, H. Kim, M. Cha Polarization-entangled photon-pair source obtained via type-II non-collinear SPDC process with PPKTP crystal *Opt. Exp.*, 24, 2016. [9](#)
- [26] M. Kreen, A. Zeillinger Orbital angular momentum of photons and the entanglement of Laguerre–Gaussian modes *Phi. Tran. A*, 375(2087), 2017. [9](#)
- [27] C. C. Gerry and P. L. Knigh. *Introductory Quantum Optics*. Cambridge University Press, New York, 2005. [10](#), [17](#)
- [28] G. J. Gbur. *Singular Optics*. CRC Press, Florida, 2017. [10](#)
- [29] SPIE. *Field Guide to Nonlinear Optics*. SPIE samples, Bellingham.
- [30] V. G. Dimitrev, G. G. Gurzadyan and D. N. Nikogosyan. . *Handbook of Nonlinear Optical Crystals*. Springer Series in Optical Sciences, 3rd edition, 1999. [10](#), [12](#)
- [31] L. Mandel and E. Wolf. *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge University Press, 1995. [11](#)
- [32] C.K. Hong and L. Mandel. *Theory of parametric down conversion of lighth*. Phys. Rev. A 31,4:2409–2418, 1985. [13](#), [14](#)  
[14](#)
- [33] R. Loudon. *Quantum Theory of lighth*. Oxford Science Publications, 3rd. Ed, 2000. [15](#)
- [34] A. U’Ren. *Multi-photon state engineering for quantum information processing applications..* University of Rochester, 2004. [15](#)
- [35] G. Weihs and A. Zeilinger. *Photon statistics at beam-splitters: an essential tool in quantum information and teleportation*, manual Chapter 1 - Introduction, page i. Coherence and Statistics of Photons and Atoms, J. Perina (Ed.), Wiley, 2001. [16](#)
- [36] P. Grangier, G. Roger, and A. Aspect. Experimental evidence for a photon anti-correlation effect on a beam splitter: A new light on single-photon interferences. *Europhys. Lett.* 1, (173–179), 1986. [18](#)
- [37] C.K. Hong, Z.Y. Ou, and L. Mandel. Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference. *Physics Review Letters*, 59(18):2044–2046, 1987. [19](#)
- [38] Z-Y. Ou. *Multi-Photon Quantum Interference*. Springer, Indianapolis, 2007. [19](#), [22](#)
- [39] P. Yepiz, A. Angulo, A. U’Ren. *Interference effects in quantumoptical coherence tomography using spectrally engineered photon pairs*. Sci. Rep. 9, 8954, 2019 [21](#)
- [40] D. Lopez, L. Novotny. *Coherence measurements with the two-photon Michelson interferometer*. Phy. Rev. A 86,2: 23820–23827, 2012 [23](#), [25](#)
-

## BIBLIOGRAFÍA

---

- [41] A. Dubois, A.C. Boccara. *Full-Field Optical Coherence Tomography*. Springer Berlin, 2008 [26](#), [27](#), [37](#)
- [42] A. F. Fercher, W. Drexler, C. K. Hitzenberger, and T. Lasser. Optical coherence tomography principles and applications. *Rep. Prog. Phys.*, 66(2):239, 2003. [26](#)
- [43] T. E. Carlo, A. Romano, N. K. Waheed, and J. S. Duker. A review of optical coherence tomography angiography (octa). *Internaional Journal Of Retina and Vitreous*, 1(1):5, 2015. [26](#)
- [44] J. Welzel. Optical coherence tomography in dermatology: a review. *Skin Res. Technol.*, 7:1–9, 2001. [26](#)
- [45] B. Povazay, K. Bizheva, A. Unterhuber, B. Hermann, H. Sattmann, A. F. Fercher, and W. Drexler. Submicrometer axial resolution optical coherence tomography. *Optics Letters*, (20):1800–1802, 2002. [27](#)
- [46] M. Born and E. Wolf. *Principles of Optics, 8th ed.* Cambridge University Press, New york. [31](#)
- [47] D. Lopez, L. Novotny. *Quantum-optical coherence tomography with collinear entangled photons*. *Opt. Let.* 37,19: 4077–4079, 2012 [34](#)
- [48] S. Bottachi. *Theory and Design of Terabit Optical Fiber Transmission Systems*. Cambridge University Press, New york. [53](#)
- [49] J. A. Venables. *Introduction to surface and thin film processes*. Cambridge University Press, New york. [75](#)