



CENTRO DE INVESTIGACIONES
EN OPTICA, A.C.

“INVESTIGACIÓN SOBRE LAS PROPIEDADES ELÁSTICAS DE LA PIEL USANDO ÓPTICA NO INVASIVA”



Tesis que para obtener el grado de Doctor en Ciencias (Óptica)

Presenta: José Luis Silva Acosta

Director de Tesis: Dr. Fernando Mendoza Santoyo

León · Guanajuato · México

Diciembre de 2020

Versión definitiva. Incluye cambios sugeridos por revisores

La presente tesis está dedicada a mi familia, a mis profesores y a todos mis compañeros y amigos. A mi familia, mi padre, mi madre y mis hermanos, por ser ese pilar fundamental en mi estabilidad emocional y por compartir conmigo todos los momentos especiales. A todos los profesores que apoyaron en mi formación académica durante mi carrera y por brindarme, además de los conocimientos, su amistad. A mis compañeros y amigos por apoyarme todo el tiempo. Si he salido adelante en mi formación académica ha sido por el constante apoyo de todos.

Agradecimientos

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por su apoyo y patrocinio en la realización de este proyecto. Agradezco toda la confianza que se depositó en mí. Agradezco especialmente a mi asesor; el Dr. Fernando Mendoza Santoyo, por su valiosa ayuda y soporte en la dirección y realización de cada una de las etapas de este proyecto. También quiero agradecer especialmente a la Dra. María del Socorro Hernández Montes quien se desempeñó como supervisora de mi trabajo en los laboratorios y que me brindó recursos y herramientas que fueron necesarios para llevar a cabo el proceso de investigación. Agradezco que me hayan dado la oportunidad de ser parte de sus proyectos, fue todo un placer trabajar con ambos. Especial mención y agradecimiento a los profesores y compañeros del departamento de Metrología Óptica del centro de investigaciones en óptica (CIO) y otras áreas; Dr. Jorge Mauricio Flores Moreno, Dr. Manuel H. de la Torre Ibarra, Silvino Muños Solís, Gloria Frausto Rea, Gustavo Adolfo Gómez Méndez y Natalith Palacios, por su inestimable colaboración y apoyo durante mi trabajo de investigación, por proveerme la capacitación, motivación y las herramientas necesarias para la realización experimental del presente trabajo de tesis. Finalmente expreso mi sincero agradecimiento a todos mis compañeros y amigos quienes siempre me han brindado su apoyo.

Resumen

Mantener una piel saludable es esencial debido a que este órgano protege al cuerpo humano de afecciones ocasionadas por bacterias, sustancias químicas, cambios de temperatura y exposición a la radiación ultravioleta (UV). En el UV se distinguen varios subtipos de radiación entre los cuales se encuentran el UVA, UVB y el UVC: la radiación UVC es la más perjudicial para la vida. La radiación UV es un factor que ha demostrado inducir tanto enfermedades como alteraciones considerablemente dañinas en la piel. Las enfermedades de la piel suelen diagnosticarse cualitativamente con base en inspecciones visuales y táctiles, lo que conlleva a un diagnóstico basado en la experiencia clínica y en la información que proporciona el paciente. Por tal motivo, es siempre deseable el desarrollo de nuevas técnicas que ayuden a diagnosticar las enfermedades de la piel mediante el uso de parámetros cuantificables. En este trabajo de tesis se presenta una investigación sobre los efectos de la irradiación ultravioleta sobre la piel. El trabajo está enfocado en la medición de parámetros físicos relacionados con la elasticidad o con los cambios de elasticidad de muestras de piel animal. Para la medición de parámetros, se hizo uso de técnicas holográficas como los son la holografía digital interferométrica y la holografía digital interferométrica de promedio temporal, DHI (Digital Holographic Interferometry) y TADHI (Time Average Digital Holographic Interferometry), respectivamente. Como fuente de emisión de radiación UV se utilizaron dos fuentes distintas; un compartimiento de radiación UV en donde se utilizaron los rangos del UVA, UVB y UVC, en conjunto. La otra fuente utilizada fue un láser con una longitud de onda en el rango del ultravioleta cercano. Los efectos de estas fuentes de radiación se manifestaron como un envejecimiento en la piel y cada una de las fuentes fue usada en un experimento distinto. En uno de los experimentos se usó piel de ratón y la técnica DHI mientras que en el otro se usó piel de cerdo y la técnica TADHI. Se presentan los métodos de medición y los parámetros medidos en cada uno de los experimentos. Los principales resultados encontrados se presentan como una disminución de elasticidad o aumento de rigidez, un aumento de la tensión por unidad de longitud y una disminución en la densidad de área. La tensión por unidad de longitud puede entenderse como la tracción que ejerce la piel al intentar recuperar su forma original mientras que la densidad de área se define como la masa total del objeto dividida por su área total. Los efectos se presentan debido a la exposición de las muestras a la radiación UV.

Abstract

Skin health is essential since this organ protects the human body from affections caused by bacteria, chemicals substances, changes in temperature, and exposure to ultraviolet radiation (UV). In UV, several subtypes of radiation are distinguished, among which are UVA, UVB, and UVC: UVC radiation is the most harmful to life. The UV radiation is a factor that has been shown to induce either diseases and considerably harmful alterations in the skin. Skin diseases are often diagnosed qualitatively based on visual and tactile inspections, leading to a diagnosis based on clinical experience of the physician and information provided by the patient. Therefore, the development of new techniques that help to diagnose skin diseases through the use of quantifiable parameters is always desirable. This work presents an investigation of the effects of ultraviolet radiation on the skin. The work is focused on the measurement of physical parameters related to the elasticity or elasticity changes of animal skin samples. Parameters were measured using two separate holographic techniques such as digital holographic interferometry and time-average digital holographic interferometry (DHI and TADHI, respectively). The UV skin aging was performed with two different sources: a UV radiation chamber and a laser with a wavelength in the near-ultraviolet range. The UV radiation chamber was used to induce aging effects in pigskin, and the effects were analyzed by digital holographic interferometry. The near-ultraviolet laser was used to induce aging effects in mouse skin, and the effects were analyzed by time-average digital holographic interferometry. The measurement methods and the measured parameters are presented. The results found are presented as a decrease in elasticity or an increase in stiffness, an increase in tension per unit length, and a decrease in area density. Tension per unit length can be understood as the traction exerted by the skin when trying to recover its original shape, while area density is defined as the total mass of the object divided by its total area. The effects occur due to the exposure of the samples to UV radiation.

Índice general

Agradecimientos	II
Resumen	III
Abstract	IV
Lista de figuras	VIII
Capítulo 1	
1. Introducción	1
Capítulo 2	
2. Teoría y conceptos generales	4
2.1. Teoría general de la elasticidad	4
2.1.1. Ecuaciones importantes en la teoría general de la elasticidad	4
2.1.2. Matriz de rigidez	5
2.1.3. Elasticidad en una membrana	6
2.2. Vibración inducida en una membrana circular	8
2.2.1. Uso de la vibración forzada	9
2.2.2. Solución de la vibración forzada en una membrana circular	9
2.2.3. Significado físico de las variables en la vibración forzada	13
Capítulo 3	
3. Holografía digital interferométrica y holografía digital interferométrica	

de tiempo promedio	15
3.1. Holografía digital interferométrica	15
3.1.1. Principio matemático	15
3.1.2. Relación entre diferencia de fase y campo de desplazamientos	19
3.1.3. Separación de las componentes del campo de desplazamientos	19
3.2. Holografía digital interferométrica de tiempo promedio	21
3.2.1. Principio matemático	21
3.2.2. Función característica	23
3.2.3. Simulación de patrones TADHI	24

Capítulo 4

4. Estudios sobre cambios de la rigidez de piel porcina al ser expuesta a radiación UV	25
4.1. Procedimiento experimental	25
4.1.1. Arreglo experimental y adquisición de hologramas	25
4.1.2. Preparación de las muestras de piel	27
4.2. Resultados experimentales y análisis de datos	27
4.2.1. Resultados experimentales	27
4.2.2. Análisis de resultados	28

Capítulo 5

5. Estudio de los efectos de la radiación UV sobre la piel	31
5.1. Materiales y métodos	31
5.1.1. Muestras de piel	31
5.1.2. Inducción de vibración e iluminación de la piel	32
5.1.3. Arreglo experimental	33
5.2. Resultados experimentales y análisis de datos	34

5.2.1. Resultados experimentales	34
5.2.2. Resultados numéricos y análisis de datos	36
Capítulo 6	
6. Conclusiones	41
Lista de Artículos generados por este trabajo de Tesis	43
Trabajos a futuro	44
Bibliografía	45
Apéndices	50
A. Procedimiento para la obtención de valores de tensión y densidad de área	51

Índice de figuras

3.1. Esquema de un sistema DHI básico.	16
3.2. a) Representación esquemática en dos dimensiones del valor absoluto de la ecuación (3.9). b) Representación esquemática de un perfil diagonal por el centro de los lóbulos de la figura a). c) Imagen real del valor absoluto de la ecuación (3.9).	17
3.3. Representación: a) esquemática y real b) de la extracción y filtrado de la función C . Lo que se observa en la imagen b) es el valor absoluto de la ecuación (3.10).	18
3.4. Iluminación en DHI: a) utilizando tres longitudes de onda distintas y b) utilizando una sola longitud de onda.	20
4.1. Visualización esquematizada del arreglo experimental DHI.	26
4.2. Holograma después a) y antes b) de la presión del sonido; c) Mapa de fase obtenido mediante el procedimiento descrito en la sección 3.1.	26
4.3. Campo de desplazamiento obtenido a: a) 0, b) 3, c) 6, d) 9 and e)12 minutos de exposición a la irradiación UV.	28
4.4. Cambios en la rigidez de la piel de cerdo después de la irradiación UV.	29
5.1. Diagrama de anillos impresos en 3D, b) imagen del soporte circular y c) imagen de una muestra de piel.	32
5.2. a) Imagen del arreglo experimental, b) Esquematización del arreglo experimental.	34
5.3. Evolución del patrón de franjas en una muestra de piel. Los números que aparecen bajo cada patrón de franjas representan las dosis de irradiación que recibieron (Una dosis = $5,865Wm^{-2}s$).	35

5.4.	Variación de la amplitud normalizada en función del incremento en las dosis de irradiación. Las diferencias de amplitud entre dosis de irradiación consecutivas se deben al ruido de speckle y debido al hecho de que no se trata de un movimiento sinusoidal puro.	36
5.5.	Simulación de los patrones de franjas de la Figura 5.3. Los números que aparecen bajo cada patrón de franjas representan las dosis de irradiación que recibieron (Una dosis = $5,865 W m^{-2} s$).	37
5.6.	Densidad de área ρ_s vs. dosis de irradiación. De esta gráfica se puede observar que la densidad de área comienza a decrecer rápidamente después de las 2000 dosis. Después de la dosis 6000, la pérdida de densidad de área se vuelve significativamente más lenta. El procedimiento que se utilizó para obtener estos valores se describe en el Apéndice A.	38
5.7.	Tensión β vs. dosis de irradiación. De esta gráfica se puede observar que la tensión comienza a incrementar significativamente después de la dosis 2000. El procedimiento que se utilizó para obtener estos valores se describe en el Apéndice A.	38
5.8.	Simulación de las amplitudes normalizadas.	39

Capítulo 1

Introducción

La piel es el órgano más grande y extenso del cuerpo humano. Supone hasta un sexto del peso corporal total, y una de sus principales funciones es como regulador de la temperatura corporal y del intercambio de humedad con el medio ambiente. Otra de sus funciones principales es la de proteger al organismo de infecciones ocasionadas por las condiciones del medio ambiente debido a la presencia de bacterias, sustancias químicas y exposición a radiación electromagnética.* La piel secreta sustancias químicas para destruir bacterias, contiene un pigmento químico llamado melanina que sirve de protección contra la radiación de rayos ultravioleta (UV) provenientes del sol. Todas estas características hacen que la piel sea un órgano esencial que debe mantenerse saludable.

Actualmente, en la mayor parte del país, las enfermedades de la piel son diagnosticadas cualitativamente por los dermatólogos con base en una inspección visual y palpando el área afectada, lo que conlleva a un entrenamiento basado en la experiencia clínica del médico tratante, que se apoya con la información que proporciona el paciente. Es por este motivo, que es deseable que se desarrollen nuevas técnicas que ayuden a diagnosticar las enfermedades de la piel, o que ayuden a comprender mejor los mecanismos de estas enfermedades, mediante el uso de parámetros cuantificables. Por ejemplo, el diagnóstico de cáncer de piel es comúnmente detectado por cambios en la rigidez de un tumor con respecto al tejido que lo rodea y que puede ser identificado en una exploración cualitativa. Entonces, el estudio de la rigidez o elasticidad puede ayudar al diagnóstico temprano y tratamiento de enfermedades relacionadas con la aparición de cáncer de piel. Existen algunos trabajos que han correlacionado los cambios en la elasticidad de la piel con exposición a la radiación UV, por ejemplo, en la referencia [1], se reporta que después de largos períodos de exposición a los rayos ultravioleta (UVA, UVB) la piel sufre una microdestrucción en sus fibras elásticas que podría resultar en una estructura compacta con menos elasticidad. En la referencia [2], se reporta una reducción de la elasticidad en la piel humana en función de la edad, aparentemente causada por la exposición a la luz solar. En la referencia [3], se reportan algunas alteraciones de fibras elásticas en ligamentos nucales de bovinos debido a la continua exposición de rayos UV. Se supone que estas alteraciones juegan un rol significativo en la reducción de elasticidad observada en la piel expuesta al UV. México

*<https://www.stanfordchildrens.org/es/topic/default?id=anatomadelapiel-85-P04436>

cuenta con una tasa alta de radiación solar y por ende un alto factor de UV, prácticamente a lo largo de todo el año. Esto representa un grave problema de salud pública en México y en muchos países con alta irradiación solar debido a que, además de reducir la elasticidad, la exposición prolongada a la radiación UV induce daños severos que pueden ir desde el daño interno y externo de las capas de la piel hasta enfermedades graves como el cáncer de piel [4–8]. Por tal motivo, hay una necesidad de estudiar continuamente los efectos inducidos por la radiación UV sobre la piel. En la literatura publicada se puede encontrar una diversidad de metodologías para evaluar los efectos del envejecimiento de la piel inducidos por la irradiación UV. Como ejemplo, en el trabajo realizado por Cheng-Che E. Lan et al. [9] han utilizado varios métodos y dispositivos especializados para evaluar las arrugas, la producción de especies reactivas al oxígeno y otros parámetros para medir los efectos del envejecimiento de la piel inducido por la radiación UVA. En otro trabajo realizado por Hironobu Ikehata et al. [10] han evaluado la inducción de mutaciones en la piel de ratones expuestos a radiación UVC y UVB mediante el uso de una metodología para determinar la presencia o ausencia de una proteína específica. Por otra parte, en el trabajo realizado por Kazuhisa Maeda [11] se ha utilizado una máquina de prueba de propiedades físicas (reómetro) y un cutómetro comercial para analizar el endurecimiento y la reducción de la elasticidad de geles de colágeno in vitro. Estos geles de colágeno se proponen como modelo de fotoenvejecimiento para analizar el daño de la piel por rayos UV in vitro. Muchos otros autores han realizado biopsias y procesos de tinción para evaluar los efectos de la irradiación, por ejemplo, léase la referencia [12].

A pesar de la variedad de métodos y parámetros propuestos para evaluar los efectos del envejecimiento de la piel, es deseable proponer nuevas metodologías y parámetros alternativos para realizar o complementar investigaciones futuras. En general, se buscan metodologías en donde las técnicas son remotas y no invasivas al realizar un estudio. Un ejemplo de lo anterior son las técnicas de holografía digital interferométrica y holografía digital interferométrica de tiempo promedio (DHI y TADHI por sus siglas en inglés, respectivamente) que han sido empleadas por más de dos décadas para proporcionar información cualitativa y cuantitativa acerca de diversas propiedades mecánicas en tejido suave y complejo como es el caso de la piel [13]. La holografía digital interferométrica es una técnica óptica no destructiva bien documentada que ofrece una inspección de objetos de campo visual completo y se ha utilizado con éxito en una amplia variedad de aplicaciones [14–19]. Para una descripción completa de la técnica, se remite al lector a [20–24]. Esta técnica es capaz de medir desplazamientos con alta precisión en toda la superficie, lo que es una ventaja clave en comparación con otros métodos como las pruebas mecánicas.

La holografía digital interferométrica de tiempo promedio es una técnica óptica no destructiva que se ha utilizado con éxito en la determinación y análisis de objetos en estado de vibración [25–28]. El análisis vibratorio de membranas se ha convertido en una herramienta útil para medir propiedades que pueden ser difíciles o imposibles de determinar mediante otros procedimientos. En este tipo de análisis, la vibración generalmente se induce con una fuente externa, por ejemplo, con un altavoz. Esta excitación se conoce como vibración forzada [29, 30]: el objeto está originalmente en reposo y la vibración comienza cuando se aplica una fuerza externa sobre el objeto. Este comportamiento contrasta con su propia vibración libre que se refiere a cualquier objeto que vibre naturalmente sin la necesidad de fuentes externas.

En este trabajo de tesis se presentan dos estudios separados sobre los efectos inducidos por la radiación UV sobre muestras de piel animal. Cada uno de estos estudios se realizó mediante el uso de una técnica holográfica en condiciones controladas: un estudio con la técnica DHI sobre piel de cerdo y el otro estudio con la técnica TADHI sobre piel de ratón. En el primer estudio se analizaron las variaciones en la rigidez de la piel de cerdo causadas por la exposición a la radiación UV utilizando la holografía digital interferométrica. Se utilizó un compartimiento de radiación UV para exponer las muestras de piel a diferentes dosis de radiación. La holografía digital interferométrica proporcionó de forma precisa y fiable el desplazamiento de la superficie de la muestra de piel que fue directamente relacionado con su rigidez. Se propone un esquema matemático para medir la rigidez de la piel, donde se considera la naturaleza anisotrópica y heterogénea de la piel, siendo estos los principales problemas en el momento de medir la elasticidad. El esquema se basa en leyes generalizadas y ecuaciones elásticas para medios anisotrópicos y no lineales. Los cálculos de rigidez se realizaron utilizando los datos experimentales obtenidos con DHI, y los resultados muestran un aumento considerable de la rigidez tras la aplicación de altas dosis de UV, hecho que se puede interpretar como una reducción de su elasticidad. En el segundo estudio se presenta la investigación sobre el comportamiento mecánico de muestras de piel de ratón expuestas continuamente a dosis controladas de radiación UV. La novedad de este estudio radica en el análisis de dos parámetros principales, la densidad de área y la tensión por unidad de longitud que se ven afectados por la irradiación UV; estos parámetros se calculan mediante un modelo matemático. La densidad de área se define como la masa total del objeto dividida por el área total del objeto o la densidad promedio multiplicada por el espesor promedio del objeto. La tensión por unidad de longitud es una cantidad de fuerza ejercida en la superficie, perpendicular a una línea también de unidad de longitud. Puede entenderse como la tracción que ejerce la piel al intentar recuperar su forma original. Estos parámetros son valiosos para estudiar los efectos del envejecimiento de la piel porque muestran cambios significativos debido a la continua irradiación de UV. Para el modelo matemático presentado en este estudio, se consideró la vibración forzada para la cual se obtuvo una nueva solución. El método se basa en la obtención de patrones de vibración mediante la técnica TADHI y el uso del modelo matemático propuesto para la vibración forzada, para simular los patrones de vibración. Los resultados de este estudio indican que la densidad del área disminuye continuamente con las dosis de irradiación en contraposición a la tensión por unidad de longitud que aumenta continuamente. Este comportamiento podría ser relevante para comprender la formación de arrugas y otros procesos de envejecimiento de la piel. Finalmente, como se mostrará más adelante, los resultados presentados concuerdan de manera precisa entre la teoría matemática, las simulaciones y las mediciones experimentales.

Este trabajo de tesis está estructurado de la siguiente manera: en el capítulo 2 se presentan los conceptos generales, teorías y modelos matemáticos utilizados en los estudios; en el capítulo 3 se presentan los principios matemáticos y los métodos usados en el uso de las técnicas DHI y TADHI. En el capítulo 4 se presenta el estudio de la rigidez de la piel; en el capítulo 5 se presenta el estudio del comportamiento mecánico de la piel bajo irradiación continua de UV; y en seguida se presentan la discusión de resultados y las conclusiones.

Capítulo 2

Teoría y conceptos generales

2.1. Teoría general de la elasticidad

La teoría general de la elasticidad en materiales describe como un sólido se mueve y deforma como respuesta a fuerzas externas. De esta teoría se han desarrollado ecuaciones que han sido fundamentales para entender el comportamiento elástico de muchos materiales. A continuación se explicará, a manera de introducción, las ecuaciones utilizadas para desarrollar parte de este proyecto de tesis.

2.1.1. Ecuaciones importantes en la teoría general de la elasticidad

Para un medio elástico, la relación entre esfuerzos y deformaciones puede representarse mediante la ley de Hooke generalizada, que es válida cuando se trata con deformaciones infinitesimales (deformaciones mucho menores a las dimensiones del medio) a una temperatura fija. Esta ley está definida por la ecuación (2.1) [31]

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}\epsilon_{kl} \tag{2.1}$$

en donde se usa la notación indicial y la convención de suma de Einstein por simplicidad. Las componentes σ_{ij} representan el tensor de esfuerzos, las componentes ϵ_{kl} representan el tensor de deformaciones y los elementos c_{ijkl} representan los coeficientes de proporcionalidad entre esfuerzos y deformaciones, los cuales están relacionados con los módulos de Young y Poisson en cada dirección. Estos coeficientes definen la rigidez de un medio o material.

La importancia de la ecuación (2.1) reside en que el tensor de deformaciones está fuertemente relacionado con el campo de desplazamientos del medio. Esta relación viene dada por la ecuación (2.2) [32]

$$\epsilon_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \quad (2.2)$$

en donde las componentes u_k, u_l representan el campo de desplazamientos $\vec{U} = (u_1, u_2, u_3)$ y las componentes x_l, x_k representan los ejes coordenados $\vec{X} = (x_1, x_2, x_3)$. Debido a esta relación, es posible determinar indirectamente esfuerzos o constantes elásticas partiendo de la determinación del campo de desplazamientos.

Por otra parte, en la misma teoría de la elasticidad, existe un sistema de ecuaciones en derivadas parciales que describe el movimiento de un medio continuo y que es derivado de leyes de conservación de masa y de movimiento. Este sistema de ecuaciones está representado por la ecuación (2.3) [33]

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i \quad (2.3)$$

en donde ρ es la densidad del medio, t es el tiempo y f_i representa las fuerzas externas que actúan sobre el medio.

2.1.2. Matriz de rigidez

En la ecuación (2.1), los coeficientes c_{ijkl} representan los elementos de un tensor simétrico. Para materiales completamente anisótropos, se requieren 21 elementos independientes de este tensor. Estos elementos son conocidos como constantes elásticas. Por otro lado, tanto el tensor de deformaciones como el tensor de esfuerzos son también simétricos y debido a esto, para representar la relación de la ecuación (2.1), se suele emplear la notación

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{56} \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{yz}/2 \\ \gamma_{xz}/2 \\ \gamma_{xy}/2 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

en donde $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}$ y τ_{xy} son elementos del tensor de tensiones y $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$ y γ_{xy} son elementos del tensor de deformaciones y los elementos c_{ij} son una contracción de los elementos c_{ijkl} . Por otro lado, también se suele emplear la relación inversa de la ecuación (2.4) dada por

$$\begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{yz}/2 \\ \gamma_{xz}/2 \\ \gamma_{xy}/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ s_{14} & s_{24} & s_{34} & s_{44} & s_{45} & s_{46} \\ s_{15} & s_{25} & s_{35} & s_{45} & s_{55} & s_{56} \\ s_{16} & s_{26} & s_{36} & s_{46} & s_{56} & s_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

La matriz que aparece en la ecuación (2.4) se conoce como matriz de rigidez, mientras que la que aparece en la ecuación (2.5) se conoce como matriz de flexibilidad. Los elementos s_{ij} de esta última matriz son coeficientes de proporcionalidad entre deformaciones y esfuerzos que también están relacionados con módulos conocidos como el módulo de elasticidad de Young, el módulo de corte y el coeficiente de Poisson.

Cuando existe un plano de simetría elástica, el comportamiento del material es el mismo en las direcciones perpendiculares al plano y el número de elementos independientes se reduce a 13. Por ejemplo, si se tiene un plano de simetría en el plano xy , la representación de la ecuación (2.1) vendría dada por

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & c_{36} \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & c_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{45} & c_{55} & 0 \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{yz}/2 \\ \gamma_{xz}/2 \\ \gamma_{xy}/2 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Para materiales isótropos, se tienen solo dos constantes independientes y la representación de la ecuación (2.1) estaría dada por

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{22} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{11} - c_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{11} - c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{11} - c_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{yz}/2 \\ \gamma_{xz}/2 \\ \gamma_{xy}/2 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

2.1.3. Elasticidad en una membrana

Una membrana elástica es un elemento estructural que se caracteriza por poseer un espesor muy pequeño. Usualmente se trabaja con la superficie media en caso de membranas. Si un objeto elástico tiene un espesor muy pequeño en comparación con sus otras dimensiones, se podría hablar de una simetría elástica en el plano perpendicular al espesor. En este caso, su matriz de rigidez vendría dada por la matriz de la ecuación (2.6).

Suponiendo que el objeto es una membrana y sólo tiene desplazamientos muy pequeños en el eje z, entonces la relación de la ecuación (2.1) podría representarse como

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & c_{36} \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & c_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{45} & c_{55} & 0 \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \gamma_{yz}/2 \\ \gamma_{xz}/2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

De esta forma, desarrollando las relaciones en la última ecuación, se tendría

$$\sigma_x = c_{13} \quad , \quad \sigma_y = c_{23} \quad , \quad \sigma_z = c_{33} \quad , \quad \tau_{xy} = c_{36} \quad (2.9)$$

$$\tau_{yz} = c_{44} \frac{\gamma_{yz}}{2} + c_{45} \frac{\gamma_{xz}}{2} \quad (2.10)$$

$$\tau_{xz} = c_{45} \frac{\gamma_{yz}}{2} + c_{55} \frac{\gamma_{xz}}{2} \quad (2.11)$$

Retomando la ecuación (2.3), al desarrollar el sistema de ecuaciones se tendría

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = f_x \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = f_y \quad (2.13)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + f_z \quad (2.14)$$

Si se aplica la fuerza externa solo por un instante y se deja al sistema vibrar hasta retomar su punto de equilibrio, la ecuación que representará el movimiento estará dada por

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \quad (2.15)$$

Sustituyendo las relaciones de las ecuaciones (2.10) y (2.11), se tiene

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{45} \frac{\gamma_{yz}}{2} + c_{55} \frac{\gamma_{xz}}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{44} \frac{\gamma_{yz}}{2} + c_{45} \frac{\gamma_{xz}}{2} \right) \quad (2.16)$$

Haciendo uso de la definición de la ecuación (2.2), la ecuación anterior se puede reescribir como

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{c_{45}}{4} \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{c_{55}}{4} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{c_{44}}{4} \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{c_{45}}{4} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \quad (2.17)$$

Para un material ideal, los elementos c_{ijkl} son constantes en todo punto del material, sin embargo, para algunos materiales estos coeficientes pueden variar de un punto a otro. Tomando esto en consideración, la ecuación anterior tomaría la forma

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = c_{zxxz} \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + c_{zyyz} \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + 2c_{zxyz} \frac{\partial^2 u_z}{\partial y \partial x} + c_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + c_y \frac{\partial u_z}{\partial y} \quad (2.18)$$

en donde $c_{zxxz} = c_{55}/4$, $c_{zyyz} = c_{44}/4$ y $c_{zxyz} = c_{45}/4$ son los respectivos módulos de rigidez que proveen una medida de la rigidez local en la dirección z . Los coeficientes $c_x = \frac{\partial c_{zxxz}}{\partial x} + \frac{\partial c_{zxyz}}{\partial y}$ y $c_y = \frac{\partial c_{zxyz}}{\partial x} + \frac{\partial c_{zyyz}}{\partial y}$ representan las variaciones de los módulos de rigidez con respecto a su posición. En la ecuación (2.18), el campo de desplazamientos define a una superficie cuyas amplitudes en cada punto son dependientes del tiempo. Sin embargo, los coeficientes no dependen del tiempo, éstos deben permanecer constantes mientras no cambien las propiedades elásticas del material. Bajo esta situación, es posible construir el sistema de ecuaciones dada por

$$\begin{pmatrix} \rho \partial_{tt}^2 u_z^{(1)} \\ \vdots \\ \rho \partial_{tt}^2 u_z^{(5)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial_{xx}^2 u_z^{(1)} & \partial_{yy}^2 u_z^{(1)} & \dots & \partial_y u_z^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \partial_{xx}^2 u_z^{(5)} & \partial_{yy}^2 u_z^{(5)} & \dots & \partial_y u_z^{(5)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{zxxz} \\ c_{zyyz} \\ \vdots \\ c_y \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

en donde los números sobrescritos en paréntesis representan un campo de desplazamientos a un tiempo t_1, t_2 , etc.; ∂_i significa derivada parcial con respecto a la variable i y ∂_{ij}^2 representa la segunda derivada parcial con respecto a las variables i, j . De esta forma, los módulos de rigidez pueden obtenerse resolviendo el sistema de ecuaciones. La solución se encuentra para campos de desplazamiento independientes que a su vez requieren una gran cantidad de campos de desplazamiento, para los cuales se puede llevar a cabo un análisis estadístico con el objetivo de obtener mejores aproximaciones.

2.2. Vibración inducida en una membrana circular

La relación entre movimiento, oscilación y vibración podría entenderse de la siguiente manera: toda vibración es una oscilación y toda oscilación es un movimiento. Sin embargo, no todo movimiento es una oscilación y no toda oscilación es una vibración. Por ejemplo, podemos entender que un auto se mueve, pero no oscila y un péndulo oscila, pero no vibra. Mientras es entendible que no todo movimiento es una oscilación, la diferencia entre los conceptos de vibración y oscilación se encuentra en la energía. En las oscilaciones, en general, hay conversión de energías cinética en potencial gravitatoria y viceversa, mientras que en las vibraciones hay intercambio entre energía cinética y energía potencial elástica.

Para hablar de vibración de un sistema mecánico es necesario que aparezca la energía de deformación o la energía potencial elástica. La siguiente sección tiene como objetivo establecer los fundamentos matemáticos que se usaron en este trabajo para determinar la deformación de una membrana circular elástica bajo una vibración forzada.

2.2.1. Uso de la vibración forzada

Para llevar a cabo la holografía digital interferométrica de tiempo promedio, técnica de la cual se habla en el capítulo 3, se suele utilizar la vibración de objetos como placas, membranas o cualquier otro material que tenga la capacidad de vibrar. La vibración usualmente es inducida por medio de fuerzas externas como, por ejemplo, un altavoz. En este caso, cuando la vibración se induce por medio de fuerzas externas, se dice que la vibración es forzada [29, 30], el objeto está originalmente en reposo y la vibración comienza cuando se le aplica la fuerza externa. A diferencia con este tipo de vibración, en la vibración libre el objeto vibra naturalmente sin la necesidad de una fuerza externa.

En la literatura se puede encontrar una gran cantidad de soluciones exactas para la vibración libre de objetos con distintas geometrías y con distintas condiciones de amortiguamiento, por ejemplo, léase la referencia [34]. Por el contrario, para la vibración forzada es menos común encontrar soluciones exactas debido a la complejidad matemática que se maneja en esos problemas. En las referencias [35, 36], se muestran un par de soluciones que, aunque no son completamente adecuadas para el modelo utilizado en este trabajo, sirvieron de ayuda para la resolución. A continuación, se desarrolla una solución para la vibración forzada de una membrana circular.

2.2.2. Solución de la vibración forzada en una membrana circular

Considérese una membrana circular isotrópica sujeta por sus bordes a una tensión uniforme, β , cuya posición de equilibrio se encuentra en el plano $z = 0$, y que cuenta con un factor de amortiguamiento γ . El radio y la densidad superficial de la membrana son R y ρ_s , respectivamente. Supóngase que la membrana se somete a una presión dependiente del tiempo que puede describirse matemáticamente como $q_0 \sin(\omega t)$, en donde q_0 es una presión por unidad de área constante, ω es una frecuencia angular y t es el tiempo. Entonces, matemáticamente, el problema a resolver viene dado por la ecuación diferencial en coordenadas polares

$$\rho_s \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \beta \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) - \gamma \frac{\partial u_z}{\partial t} + q_0 \sin(\omega t) \quad , \quad 0 < r < R \quad , \quad t > 0 \quad (2.20)$$

en donde $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Esta ecuación debe estar sujeta a las condiciones iniciales

$$u_z(r, 0) = 0 \quad , \quad \left. \frac{\partial u_z}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 \quad (2.21)$$

y el requerimiento

$$u_z(R, t) = 0 \quad , \quad t > 0 \quad (2.22)$$

El requerimiento de la ecuación (2.22) significa, físicamente, que la membrana permanece fija por su borde en todo instante. Si se aplica una transformada de Laplace sobre la variable t , tomando en cuenta las propiedades de la transformada de Laplace, el problema se transforma en

$$r^2 \frac{dU(r, s)}{dr} + r \frac{dU(r, s)}{dr} - \left((\xi sr)^2 + \frac{\gamma r^2 s}{\beta} \right) U(r, s) = -\frac{q_0}{\beta} \frac{\omega r^2}{s^2 + \omega^2} \quad , \quad 0 < r < R \quad (2.23)$$

bajo las condiciones iniciales

$$U(R, 0) = 0 \quad , \quad U(r, s) \text{ finito cuando } r \rightarrow 0 \quad (2.24)$$

y en donde ξ y s están definidos en las ecuaciones

$$\xi^2 = \frac{\rho_s}{\beta} \quad , \quad U(r, s) = \int_0^\infty u_z(r, t) e^{-st} dt \quad (2.25)$$

La solución general para el problema de la ecuación (2.23) viene dada por

$$U(r, s) = AI_0 \left(r \sqrt{\xi^2 s^2 + \frac{\gamma s}{\beta}} \right) + BK_0 \left(r \sqrt{\xi^2 s^2 + \frac{\gamma s}{\beta}} \right) + \frac{q_0}{(\rho_s s^2 + \gamma s)} \frac{\omega}{(s^2 + \omega^2)} \quad (2.26)$$

en donde A, B son constantes arbitrarias y las funciones I_0, K_0 se conocen como funciones modificadas de Bessel de primera y segunda especie, respectivamente. La función K_0 tiende a infinito cuando $r \rightarrow 0$ y por tanto B tiene que ser igual cero pues la solución está restringida por las condiciones de la ecuación (2.24). La condición restante indica simplemente que la membrana está fija por su borde. Aplicando estas condiciones en la ecuación (2.26), se obtuvieron los coeficientes indeterminados, A y B , dados por la ecuación (2.27)

$$A = -\frac{q_0}{(\rho_s s^2 + \gamma s)} \frac{\omega}{(s^2 + \omega^2)} \frac{1}{I_0 \left(R \sqrt{\xi^2 s^2 + \frac{\gamma s}{\beta}} \right)} \quad , \quad B = 0 \quad (2.27)$$

Con esto, la solución se puede reescribir como

$$U(r, s) = \frac{q_0}{(\rho_s s^2 + \gamma s)} \frac{\omega}{(s^2 + \omega^2)} \left[1 - \frac{I_0 \left(r \sqrt{\xi^2 s^2 + \frac{\gamma s}{\beta}} \right)}{I_0 \left(R \sqrt{\xi^2 s^2 + \frac{\gamma s}{\beta}} \right)} \right] \quad (2.28)$$

El siguiente paso es aplicar la transformada inversa de Laplace en la ecuación (2.28) para obtener la solución deseada, i.e.,

$$\begin{aligned} u_z(r, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty U(r, s) e^{st} ds \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{q_0 e^{st}}{(\rho_s s^2 + \gamma s)} \frac{\omega}{(s^2 + \omega^2)} \left[1 - \frac{I_0 \left(r \sqrt{\xi^2 s^2 + \frac{\gamma s}{\beta}} \right)}{I_0 \left(R \sqrt{\xi^2 s^2 + \frac{\gamma s}{\beta}} \right)} \right] ds \end{aligned} \quad (2.29)$$

Pueden existir muchos métodos para resolver el problema de la ecuación (2.29), sin embargo, en este trabajo se resolvió usando el teorema de los residuos. La obtención de la solución, más que complicada, es muy laboriosa, por lo que se omitirán algunos pasos.

La ecuación (2.29) se compone de dos integrales, la primera es

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \left[\frac{q_0 e^{st}}{(\rho_s s^2 + \gamma s)} \frac{\omega}{(s^2 + \omega^2)} \right] ds \quad (2.30)$$

que tiene como resultado

$$\frac{q_0 e^{i\omega t}}{2i(i\omega\gamma - \omega^2\rho_s)} + \frac{q_0 e^{-i\omega t}}{2i(i\omega\gamma + \omega^2\rho_s)} \quad (2.31)$$

La segunda integral está dada por

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{I_0 \left(r \sqrt{\xi^2 s^2 + \frac{\gamma s}{\beta}} \right)}{I_0 \left(R \sqrt{\xi^2 s^2 + \frac{\gamma s}{\beta}} \right)} \frac{q_0 e^{st}}{(\rho_s s^2 + \gamma s)} \frac{\omega}{(s^2 + \omega^2)} ds \quad (2.32)$$

y su solución está dada por

$$\begin{aligned}
& \frac{q_0 e^{i\omega t}}{2i(i\omega\gamma - \omega^2\rho_s)} \frac{\mathcal{J}_0\left(r\sqrt{\xi^2\omega^2 - i\frac{\gamma}{\beta}\omega}\right)}{\mathcal{J}_0\left(R\sqrt{\xi^2\omega^2 - i\frac{\gamma}{\beta}\omega}\right)} + \frac{q_0 e^{-i\omega t}}{2i(i\omega\gamma + \omega^2\rho_s)} \frac{\mathcal{J}_0\left(r\sqrt{\xi^2\omega^2 + i\frac{\gamma}{\beta}\omega}\right)}{\mathcal{J}_0\left(R\sqrt{\xi^2\omega^2 + i\frac{\gamma}{\beta}\omega}\right)} \\
& - \frac{2q_0}{\rho_s\omega^2} \sum_{n=0}^{\infty} \mathcal{K}_n \frac{\mathcal{J}_0\left(\frac{\mu_n r}{R}\right)}{\mathcal{J}_1(\mu_n)} \sin\left(\sqrt{\mu_n^2 - \left(\frac{\xi\gamma R}{2\rho_s}\right)^2} \frac{t}{\xi R} + \psi\right)
\end{aligned} \tag{2.33}$$

en donde las funciones \mathcal{K}_n y ψ vienen dadas por las siguientes ecuaciones

$$\mathcal{K}_n = \frac{2(\xi\omega R)^3 e^{-\frac{\gamma t}{2\rho_s}}}{\mu_n \sqrt{\mu_n^2 - \left(\frac{\xi\gamma R}{2\rho_s}\right)^2} \sqrt{((\xi\omega R)^2 - \mu_n^2) + \left(\frac{\xi^2 R^2 \omega \gamma}{\rho_s}\right)^2}} \tag{2.34}$$

$$\psi = \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{\xi\gamma R}{\rho_s} \sqrt{\mu_n^2 - \left(\frac{\xi\gamma R}{2\rho_s}\right)^2}}{((\xi\omega R)^2 - \mu_n^2) + \left(\frac{\xi^2 R^2 \omega \gamma}{\rho_s}\right)^2}\right) \tag{2.35}$$

Las funciones \mathcal{J}_0 y \mathcal{J}_1 representan las funciones de Bessel de orden cero y primer orden, respectivamente. μ_n representa la n -ésima raíz positiva de \mathcal{J}_0 , i.e., los valores para los cuales se cumple que $\mathcal{J}_0(\mu_n) = 0$. Entonces, la solución exacta de la ecuación diferencial dada en la ecuación (2.20) bajo las condiciones de las ecuaciones (2.21) y (2.22), se puede escribir como

$$\begin{aligned}
u_z(r, t) &= \frac{q_0}{2\rho_s\omega^2|z|} \left(\frac{\mathcal{J}_0(\xi\omega r|z|^{1/2}e^{-i\varphi/2})}{\mathcal{J}_0(\xi\omega R|z|^{1/2}e^{-i\varphi/2})} - 1 \right) e^{i(\omega t + \varphi - \pi/2)} \\
&+ \frac{q_0}{2\rho_s\omega^2|z|} \left(\frac{\mathcal{J}_0(\xi\omega r|z|^{1/2}e^{i\varphi/2})}{\mathcal{J}_0(\xi\omega R|z|^{1/2}e^{i\varphi/2})} - 1 \right) e^{-i(\omega t + \varphi - \pi/2)} \\
&- \frac{2q_0}{\rho_s\omega^2} \sum_{n=0}^{\infty} \mathcal{K}_n \frac{\mathcal{J}_0\left(\frac{\mu_n r}{R}\right)}{\mathcal{J}_1(\mu_n)} \sin\left(\sqrt{\mu_n^2 - \left(\frac{\xi\gamma R}{2\rho_s}\right)^2} \frac{t}{\xi R} + \psi\right)
\end{aligned} \tag{2.36}$$

en donde

$$|z| = \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma}{\omega\rho_s}\right)^2}, \quad \xi^2 = \frac{\rho_s}{\beta} \quad \text{y} \quad \varphi = \operatorname{atan}\left(\frac{\gamma}{\omega\rho_s}\right) \tag{2.37}$$

En esta ecuación, $|z|$ representa la impedancia mecánica. La ecuación (2.36) fue utilizada para simular algunos patrones de vibración que se obtuvieron por medio de holografía digital interferométrica de tiempo promedio.

2.2.3. Significado físico de las variables en la vibración forzada

En la ecuación (2.36) intervienen una gran cantidad de variables de las cuales la mayoría pueden ser físicamente medibles con relativa facilidad. En esta subsección, se le da una interpretación física a cada variable y se exponen sus posibles formas de medición.

Tal vez las variables más fáciles de medir son el tiempo, t , y el radio de la membrana, R . Mientras que t representa simplemente al tiempo, R representa al radio del soporte circular que fija la membrana por sus bordes. De hecho, la membrana debe tener un radio mayor a R para que pueda fijarse al soporte circular. Una posible forma para fijar la membrana se explica en la sección 5.1.1. Las variables R y t son relativamente fáciles de medir con instrumentos precisos como un cronómetro y un Vernier.

Las variables q_0 y ω son los parámetros de la fuerza externa la cual fue establecida como una onda acústica sinusoidal generada por un altavoz. q_0 representa la presión por unidad de área que ejerce la fuerza externa sobre la membrana. Esta variable se puede medir con un sonómetro que mide la presión sonora, sobre una determinada posición, en dB . El valor en dB puede ser convertido después a Pa , pues es la unidad utilizada en este trabajo. La variable ω representa la frecuencia angular de la señal sinusoidal estimuladora. Es importante mencionar aquí que esta frecuencia angular no es la frecuencia exacta de vibración de la membrana, solo representa la frecuencia angular de la señal estimuladora. Esta variable, más que medida, debe ser establecida desde un generador de funciones el cual envía la señal al altavoz. También es importante mencionar que es posible que desde el generador de funciones solo se pueda establecer una frecuencia espacial, ν , sin embargo, se puede hacer uso de la relación $\omega = 2\pi\nu$.

La variable ρ_s representa la densidad de área de la membrana. Esta variable puede definirse de dos maneras: $\rho_s = \frac{m}{A}$ y $\rho_s = \rho \cdot l$, donde m es la masa total de la membrana, A es el área total de la membrana, ρ es la densidad media y l es el espesor medio de la membrana. Cada una de estas variables puede ser físicamente medidas con facilidad.

Las variables γ y β son cantidades no fáciles de medir. γ representa al factor de amortiguamiento y es el responsable de que el movimiento de la membrana tenga una amplitud máxima. Una forma de medir esta variable es mediante un análisis de vibraciones para determinar la máxima amplitud y, así, establecer un rango aceptable de valores. La variable β representa la tensión por unidad de longitud a la cual está sujeta la membrana. Esta variable es de especial interés para este trabajo debido a que sufre una variación cuando se expone la piel a la radiación UV (en el rango del UV cercano). En este estudio, esta variable se determinó con base holografía digital de promedio temporal y simulaciones numéricas, como se describe en el capítulo 5.

En cuanto a la variable ξ , ésta viene definida por las variables ρ_s y β , mencionadas arriba. Esta variable tiene unidades inversas a la velocidad, es decir, el producto $\xi\omega R$ es adimensional. Conforme este producto se aproxima a un valor, μ_n , tal que $\mathcal{J}_0(\mu_n) = 0$, la amplitud del campo de desplazamientos $u_z(r, t)$ incrementa. Si el factor de amortiguamiento fuera igual a cero, la función $u_z(r, t)$ se volvería indeterminada en aquellos valores para los cuales $\xi\omega R = \mu_n$. Es por tanto necesaria la inclusión del factor de amortiguamiento en esta

teoría, puesto que en la práctica nunca se alcanza esa indeterminación.

Capítulo 3

Holografía digital interferométrica y holografía digital interferométrica de tiempo promedio

3.1. Holografía digital interferométrica

Como se menciona en la introducción, la holografía digital interferométrica es una técnica óptica no destructiva bien documentada que se ha utilizado con éxito en el estudio de deformaciones mecánicas y en una amplia variedad de aplicaciones. En esta sección se desarrolla el principio matemático de la holografía digital interferométrica usando doble exposición.

3.1.1. Principio matemático

Supóngase un objeto que es iluminado como se muestra en la Figura 3.1. La luz esparcida por el objeto pasa por una lente para formar una imagen del mismo en el sensor CCD, y suele llamarse haz objeto. El otro haz suele llamarse haz de referencia y se coloca a un pequeño ángulo con respecto al haz objeto para introducir una frecuencia portadora.

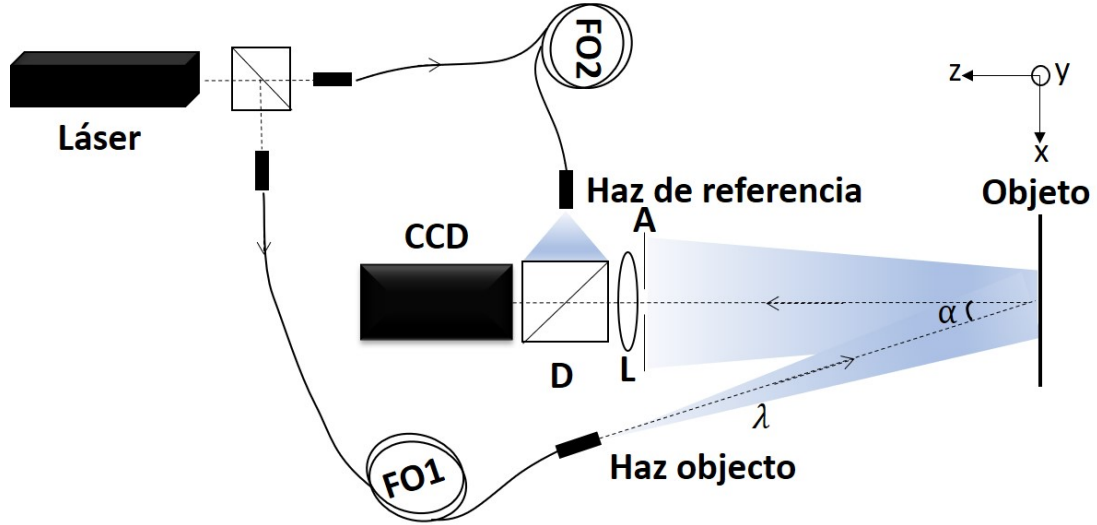


Figura 3.1: Esquema de un sistema DHI básico.

Para el caso de una onda monocromática considerando que se propaga en un medio isotrópico, homogéneo, lineal, no dispersivo y no magnético, matemáticamente, el haz de referencia puede ser convenientemente expresado como

$$E_r(x, y) = A_r(x, y) e^{-2\pi i(f_x x + f_y y)} \quad (3.1)$$

en donde A_r es su amplitud compleja y (f_x, f_y) es la frecuencia portadora. Por otro lado, el haz objeto puede ser expresado como

$$E_o(x, y, t) = A_o(x, y) e^{i\varphi(x, y)} \quad (3.2)$$

en donde A_o es su amplitud compleja y φ es la fase óptica. La superposición de los dos haces, E_T , y la intensidad en el plano del sensor de la CCD, I , pueden expresarse como

$$E_T(x, y, t) = A_o e^{i\varphi(x, y)} + A_r e^{-2\pi i(f_x x + f_y y)} \quad (3.3)$$

$$I(x, y) = A_o^2 + A_r^2 + A_o^* A_r e^{-2\pi i(f_x x + f_y y) - i\varphi(x, y)} + A_o A_r^* e^{2\pi i(f_x x + f_y y) + i\varphi(x, y)} \quad (3.4)$$

en donde $*$ denota el complejo conjugado de A_o y A_r . Por simplicidad, es posible reescribir la última ecuación de la forma

$$I(x, y, t) = a(x, y) + c^*(x, y) e^{-2\pi i(f_x x + f_y y)} + c(x, y) e^{2\pi i(f_x x + f_y y)} \quad (3.5)$$

en donde los términos a y c están dados por

$$a(x, y) = A_o^2 + A_r^2 \quad (3.6)$$

$$c(x, y) = A_o A_r^* e^{i\varphi(x, y)} \quad (3.7)$$

Teniendo en cuenta que la transformada integral de Fourier en dos dimensiones está definida por

$$H(k, w) = \iint_{-\infty}^{\infty} h(x, y) e^{-2\pi i(kx + wy)} dx dy \quad (3.8)$$

cuando se aplica esta transformada a la ecuación (3.5), se obtiene

$$F\{I(x, y)\} = A(f_{0x}, f_{0y}) + C^*(f_{0x} - f_x, f_{0y} - f_y) + C(f_{0x} + f_x, f_{0y} + f_y) \quad (3.9)$$

en donde A y C son las transformadas de Fourier de $a(x, y)$ y $c(x, y)$, respectivamente. Los términos a la derecha de la ecuación (3.9) están representados gráficamente en dos dimensiones en la Figura 3.2 a). La Figura 3.2 b) representa un perfil diagonal de la Figura 3.2 a), justo por el centro de los lóbulos. La Figura 3.2 c) es una imagen real del valor absoluto de la ecuación (3.9). El primer término a la derecha de la ecuación (3.9), A , es el denominado orden cero de difracción. El tercer término, C , contiene toda la información del haz objeto y es de especial interés en el uso de esta técnica. El segundo término, C^* , contiene la información del complejo conjugado del haz objeto. Los términos C y C^* contienen la misma información de fase, pero con signo contrario.

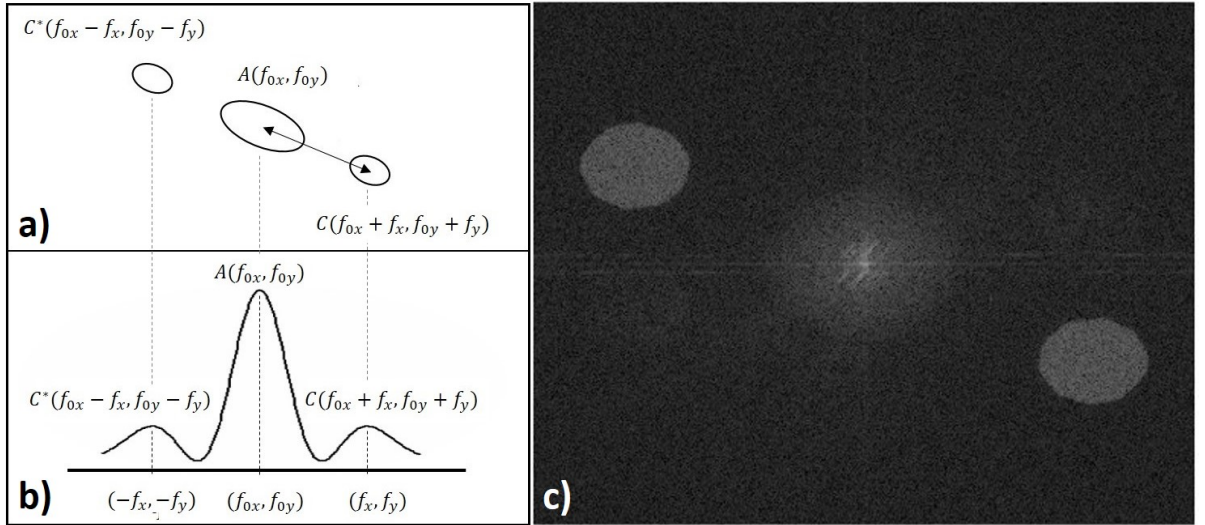


Figura 3.2: a) Representación esquemática en dos dimensiones del valor absoluto de la ecuación (3.9). b) Representación esquemática de un perfil diagonal por el centro de los lóbulos de la figura a). c) Imagen real del valor absoluto de la ecuación (3.9).

Con la intención de obtener la información de fase del haz objeto, es necesario realizar una operación para extraer la función C y centrarla en el espectro de frecuencias. Matemáticamente, esto se puede expresar de la siguiente forma

$$B(f_x, f_y) \otimes F\{I(x, y)\} = C(f_{0x}, f_{0y}) \quad (3.10)$$

en donde la función $B(f_x, f_y)$ actúa como un filtro en dos dimensiones y el símbolo \otimes representa una multiplicación directa. Un ejemplo gráfico se muestra en la Figura 3.3.

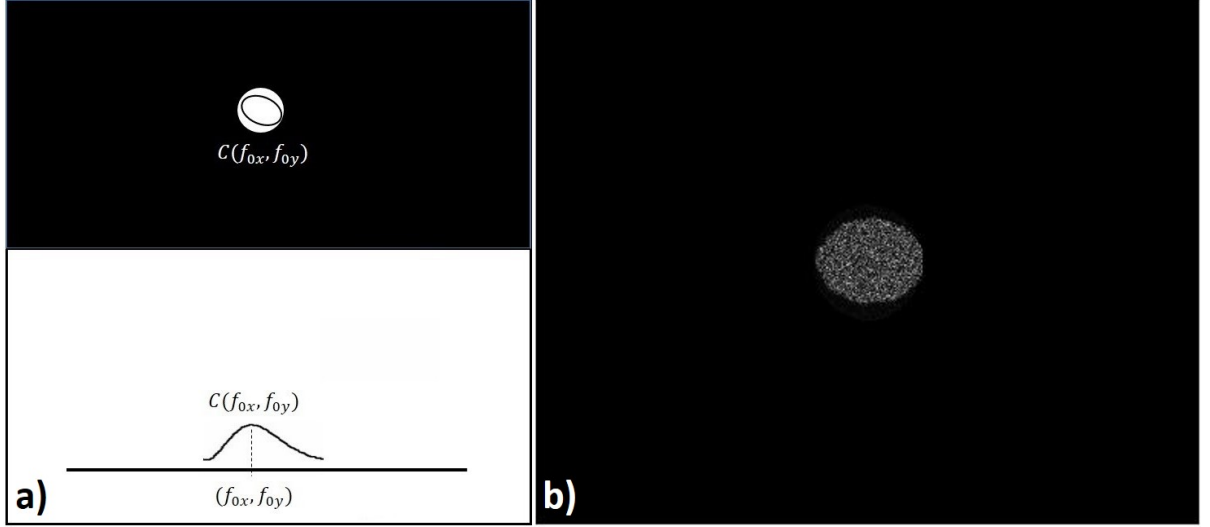


Figura 3.3: Representación: a) esquemática y real b) de la extracción y filtrado de la función C . Lo que se observa en la imagen b) es el valor absoluto de la ecuación (3.10).

El paso siguiente consiste en aplicar la transformada inversa de Fourier a la ecuación (3.10), obteniendo como resultado

$$F^{-1}\{B(f_x, f_y) \otimes F\{I(x, y)\}\} = c(x, y) \quad (3.11)$$

Como se puede observar, el resultado contiene toda la información deseada del haz objeto. La fase, φ , puede extraerse a partir de la función c por medio de la operación

$$\varphi(x, y) = \arctan\left(\frac{\text{Im}[c(x, y)]}{\text{Re}[c(x, y)]}\right) \quad (3.12)$$

Tomando en cuenta que c es una función compleja.

3.1.2. Relación entre diferencia de fase y campo de desplazamientos

El proceso de obtención de fase puede realizarse en dos estados del objeto: un estado inicial o de referencia, con el objeto sin ningún tipo de perturbación, y un estado con el objeto deformado. Las fases pueden definirse como φ_0 y φ_d para los estados inicial y deformado, respectivamente. La diferencia entre estas fases está directamente relacionado al campo de desplazamientos, \vec{U} , por medio de la ecuación

$$\Delta\varphi(x, y) = \varphi_d(x, y) - \varphi_0(x, y) = \vec{k} \cdot \vec{U} \quad (3.13)$$

en donde $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ es el vector de sensibilidad [37] que depende de la longitud de onda utilizada y de la localización de algunos componentes del arreglo como: el objeto, el sensor CCD y los haces que se usan para la iluminación. La última ecuación puede tomar valores en el intervalo $[-\pi, \pi]$ conformando un mapa de fase módulo 2π . Debido a esto, la fase se encuentra indefinida en los múltiplos aditivos de 2π y por tanto es necesario llevar un proceso llamado “desenvolvimiento” (phase unwrapping) para que el mapa de fase sea continuo. Para este proceso se conocen diferentes algoritmos disponibles en paquetes comerciales como MATLAB [®].

Manualmente, la diferencia de fase entre el objeto deformado y el objeto no deformado se calcula de la siguiente forma:

$$\Delta\varphi = \begin{cases} \varphi_d - \varphi_0 & \text{si } \varphi_d \geq \varphi_0 \\ \varphi_d - \varphi_0 + 2\pi & \text{si } \varphi_d < \varphi_0 \end{cases}, \quad (3.14)$$

La ecuación (3.13) es muy importante cuando se trabaja con objetos que sufren pequeñas deformaciones, a partir de esta relación es posible determinar un campo de deformaciones y relacionarlo con fracturas o esfuerzos.

3.1.3. Separación de las componentes del campo de desplazamientos

Si se ilumina el objeto desde tres posiciones distintas, se puede obtener una diferencia de fases para cada posición del haz. Alternativamente, un solo haz puede dividirse en tres partes y colocarlas en distintas posiciones o se pueden utilizar tres distintas fuentes de iluminación en diferentes posiciones. La información de los desplazamientos será la misma para cada diferencia de fase obtenida desde diferentes posiciones de la iluminación, como se muestra en la Figura 3.4. La única diferencia estará contenida en el vector de sensibilidad, debido a que depende de la posición de los haces objeto y referencia.

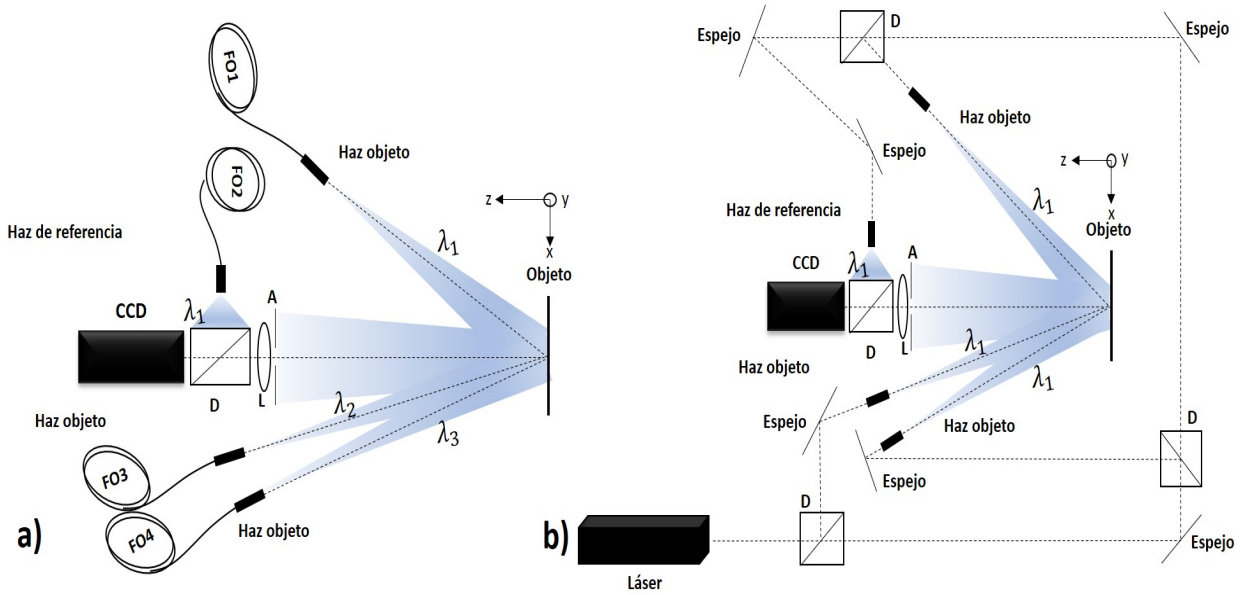


Figura 3.4: Iluminación en DHI: a) utilizando tres longitudes de onda distintas y b) utilizando una sola longitud de onda.

Suponiendo que los vectores de sensibilidad para tres posiciones de iluminación distintas son \vec{k}_1 , \vec{k}_2 y \vec{k}_3 , las respectivas diferencias de fase estarían dadas por

$$\Delta\varphi_i = \vec{k}_i \cdot \vec{U} \quad \text{para } i = 1, 2, 3 \quad (3.15)$$

Esta ecuación se puede expresar de forma matricial de la forma

$$\begin{pmatrix} \Delta\varphi_1 \\ \Delta\varphi_2 \\ \Delta\varphi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{1x} & k_{1y} & k_{1z} \\ k_{2x} & k_{2y} & k_{2z} \\ k_{3x} & k_{3y} & k_{3z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Dada esta relación, es posible separar las componentes del campo de desplazamientos al invertir la matriz de los vectores de sensibilidad de tal forma que

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{1x} & k_{1y} & k_{1z} \\ k_{2x} & k_{2y} & k_{2z} \\ k_{3x} & k_{3y} & k_{3z} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Delta\varphi_1 \\ \Delta\varphi_2 \\ \Delta\varphi_3 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Este método es usualmente conocido como 3D-DHI [38] y se ha usado en distintos trabajos de investigación, por ejemplo, léase las referencias [39, 40].

3.2. Holografía digital interferométrica de tiempo promedio

A diferencia de la holografía digital interferométrica, en la holografía digital interferométrica de tiempo promedio se graban hologramas con una exposición de iluminación prolongada mientras que el objeto se encuentra en un proceso dinámico. Con esta técnica no se obtiene la fase directamente, lo que se obtiene es un patrón de franjas, el cual depende fuertemente de la dinámica de los desplazamientos. Esta característica ha sido de utilidad en diversos trabajos de investigación que se centran en la determinación de patrones vibratorios en diferentes materiales, por ejemplo, en las referencias [41–49]. En la siguiente sección se desarrolla el principio matemático en el cual esta técnica está basada.

3.2.1. Principio matemático

De la misma forma que en la holografía digital interferométrica, en esta técnica se comienza con la definición del haz de referencia. Para el caso de una onda monocromática considerando que se propaga en un medio isotrópico, homogéneo, lineal, no dispersivo y no magnético, el haz de referencia está dado por la ecuación

$$E_r(x, y) = A_r(x, y) e^{-2\pi i(f_x x + f_y y)} \quad (3.18)$$

mientras que el haz objeto estaría dada por

$$E_o(x, y, t) = A_o(x, y) e^{i\vec{k} \cdot \vec{U}(x, y, t)} \quad (3.19)$$

A diferencia de la definición de la sección anterior, en esta última ecuación los desplazamientos dependen del tiempo, t . Para cualquier instante de tiempo, la superposición de los dos haces vendría dada por

$$E_T(x, y, t) = A_o e^{i\vec{k} \cdot \vec{U}(x, y, t)} + A_r e^{-2\pi i(f_x x + f_y y)} \quad (3.20)$$

mientras que la intensidad, de igual manera en cada instante de tiempo, puede escribirse matemáticamente como

$$I(x, y, t) = A_o^2 + A_r^2 + A_o^* A_r e^{-2\pi i(f_x x + f_y y) - i\vec{k} \cdot \vec{U}(x, y, t)} + A_o A_r^* e^{2\pi i(f_x x + f_y y) + i\vec{k} \cdot \vec{U}(x, y, t)} \quad (3.21)$$

Sin embargo, el proceso de grabado en esta técnica se lleva a cabo con un tiempo de exposición, τ , prolongado por ejemplo en comparación con la duración del ciclo de vibración.

De esta forma, la intensidad grabada en el sensor será el promedio en el tiempo de la ecuación (3.21). Esta intensidad puede ser escrita matemáticamente como

$$\begin{aligned} I_T(x, y) &= \frac{1}{\tau} \int_0^\tau I(x, y, t) dt \\ &= a(x, y) + c(x, y) e^{2\pi i(f_x x + f_y y)} + c^*(x, y) e^{-2\pi i(f_x x + f_y y)} \end{aligned} \quad (3.22)$$

en donde las funciones $a(x, y)$ y $c(x, y)$ estarán dadas por

$$a(x, y) = A_o^2 + A_r^2 \quad (3.23)$$

$$c(x, y) = A_o A_r \frac{1}{\tau} \int_0^\tau e^{i\vec{k} \cdot \vec{U}(x, y, t)} dt \quad (3.24)$$

La ecuación (3.22) representa a un holograma digital de tiempo promedio: si se le aplica una transformada de Fourier se obtendrá el mismo resultado de la Figura 3.2 que consiste en tres lóbulos separados de acuerdo con la ecuación

$$F\{I_T(x, y)\} = A(f_{0x}, f_{0y}) + C(f_{0x} + f_x, f_{0y} + f_y) + C^*(f_{0x} - f_x, f_{0y} - f_y) \quad (3.25)$$

La información deseada en la última ecuación está contenida en la función C , es por tanto necesario realizar una operación para extraerla y centrarla en el espectro de frecuencias. Para esto se aplica un filtro, $B(f_x, f_y)$, de tal forma que

$$B(f_x, f_y) \otimes F\{I_T(x, y)\} = C(f_{0x}, f_{0y}) \quad (3.26)$$

y aplicando una transformada inversa de Fourier el resultado será

$$F^{-1}\{B(f_x, f_y) \otimes F\{I_T(x, y)\}\} = c(x, y) \quad (3.27)$$

Como se puede observar en la ecuación (3.24), la función $c(x, y)$ está compuesta por dos partes: las amplitudes, A_o y A_r , de los haces utilizados para la iluminación del objeto y el haz de referencia, y por una función que suele definirse como

$$M(x, y) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau e^{i\vec{k} \cdot \vec{U}(x, y, t)} dt \quad (3.28)$$

Las amplitudes de los haces objeto y referencia le dan un cambio de contraste a la función $M(x, y)$ y normalmente se suele tomar un holograma de referencia para eliminar estos

términos. Esta última ecuación es conocida como *función característica* y representa el patrón de franjas obtenido como una matriz de píxeles.

3.2.2. Función característica

Como se mencionó al inicio de la sección, el patrón de franjas representado por la función característica depende fuertemente de la dinámica de los desplazamientos. En algunos casos, tanto el vector de sensibilidad como el campo de desplazamientos pueden aproximarse por $\vec{k} \approx (0, 0, k_z)$ y $\vec{U} = (0, 0, u_z)$. En estos casos, la función característica se reduce a

$$M(x, y) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau e^{ik_z u_z(x, y, t)} dt \quad (3.29)$$

Si los desplazamientos dependientes del tiempo describen un movimiento sinusoidal, o si fuese posible aproximarlos por $u_z(x, y, t) \approx u_z(x, y) \sin(\omega_0 t)$, la función $M(x, y)$ podría reescribirse como

$$M(x, y) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau e^{ik_z u_z(x, y) \sin(\omega_0 t)} dt \quad (3.30)$$

en donde los desplazamientos $u_z(x, y)$ serán independientes del tiempo, mientras que ω_0 sería la frecuencia angular del movimiento.

Por otra parte, es necesario tomar en cuenta que el tiempo de exposición puede expresarse como

$$\tau = NT + t_0 \quad (3.31)$$

en donde NT representa un número entero, N , de periodos cubiertos por el tiempo de exposición mientras que t_0 es la duración del último periodo incompleto, también cubierto por el tiempo de exposición. Entonces, la ecuación (3.30) se puede reescribir como

$$\begin{aligned} M(x, y) &= \frac{1}{NT + t_0} \int_0^{NT+t_0} e^{ik_z u_z(x, y) \sin(\omega_0 t)} dt \\ &= \frac{NT}{NT + t_0} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ik_z u_z(x, y) \sin(\theta)} d\theta + \frac{T}{NT + t_0} \frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega_0 t_0} e^{ik_z u_z(x, y) \sin(\theta)} d\theta \end{aligned} \quad (3.32)$$

en donde $\theta = \omega_0 t$. De esta última ecuación, se puede deducir que cuando $\omega_0 \tau \gg 1$, la función $M(x, y)$ podrá aproximarse como

$$M(x, y) \approx \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ik_z u_z(x, y) \sin(\theta)} d\theta = \mathcal{J}_0(|k_z u_z|) \quad (3.33)$$

en donde \mathcal{J}_0 es la función de Bessel de orden cero. En este punto, se puede afirmar que la función característica converge a \mathcal{J}_0 cuando sea posible expresar el desplazamiento dependiente del tiempo como $u_z(x, y, t) = u_z(x, y) \sin(\omega_0 t)$ y cuando $\omega_0 \tau \gg 1$. Sin embargo, en la siguiente sección se verá que, en el caso de una vibración forzada de membranas circulares, estas condiciones no siempre se cumplen. Por este motivo, en este trabajo de Tesis se trabajó directamente con la ecuación (3.29) en vez de la función de Bessel de orden cero.

3.2.3. Simulación de patrones TADHI

La función característica definida en la ecuación (3.29) se puede aproximar idealmente a una función de Bessel de orden cero, como se muestra en la sección 3.2.2. Sin embargo, para esta aproximación es necesario que $u_z(r, t) \approx u_z(r) \sin(\omega_0 t)$, siendo ω_0 la frecuencia angular de la vibración o desplazamiento de la membrana. Como se puede ver en la sección 2.2.2, en el caso de una vibración forzada, la función $u_z(r, t)$ no representa un movimiento puramente sinusoidal y no sería conveniente usar la aproximación anterior para simular patrones de vibración obtenidos experimentalmente con TADHI en donde la vibración es inducida por medio de una onda acústica sinusoidal.

En este trabajo de Tesis, la simulación se realizó mediante la aproximación numérica de la integral definida en la ecuación (3.29) y usando la definición de $u_z(r, t)$ dada por la ecuación (2.36). Esta representación numérica, define con exactitud a los patrones de franjas obtenidos experimentalmente, en contraste con las simulaciones en donde se aproxima la función de Bessel de orden cero. La diferencia entre ambos enfoques está tanto en la posición como en el contraste de las franjas oscuras y brillantes. Además, el enfoque de la aproximación numérica tiene la ventaja de contar con variables que son medibles y que ayudan a determinar una amplitud de desplazamientos $u_z(r, t)$ para cada instante, a diferencia del otro enfoque para el cual sería necesario proponer una amplitud aproximada para $u_z(r, t)$.

Capítulo 4

Estudios sobre cambios de la rigidez de piel porcina al ser expuesta a radiación UV

4.1. Procedimiento experimental

Una vez comprendidos los principios matemáticos que se definen para una membrana en la teoría general de la elasticidad, este estudio bien puede extenderse para objetos biológicos sujetos a vibraciones como es el caso de la piel, que es el objetivo de esta tesis. A continuación describiremos el procedimiento experimental y demás secciones relativas al arreglo experimental utilizado y preparación de las muestras

4.1.1. Arreglo experimental y adquisición de hologramas

El arreglo experimental se muestra esquemáticamente en la Figura 4.1. Se utilizó un haz láser con una longitud de onda de 532 nm y una potencia máxima de salida de 1.5 W . Este láser fue dividido en dos haces, objeto y referencia, por medio de un divisor (D) y cada haz fue acoplado a una fibra óptica monomodo (FO1 y FO2). La fibra óptica, FO1, se colocó a un pequeño ángulo α con respecto al eje z con la finalidad de iluminar la muestra. El haz de la fibra óptica, FO2, se dirigió hacia un divisor de haz que reflejó el 50 % de la intensidad hacia una cámara CCD (pco.pixelfly qe @ 1392x1024 pixels, the Cooke Corporation). Se utilizó una lente (L) con una distancia focal de 4.5 cm y una apertura (A) frente a esta lente para recoger la luz esparcida por la superficie de la muestra. Se utilizó un generador de funciones, AFG 3102 Tektronix, para controlar el voltaje suministrado a un altavoz que transmite el sonido a la muestra. La señal estimuladora fue configurada como una onda sinusoidal con 1.3 kHz de frecuencia espacial que presentó una presión de sonido de 93 dB SPL (0.893 Pa). Esta presión fue suficiente para inducir desplazamientos sobre el eje z (desplazamientos normales a la superficie de la muestra).

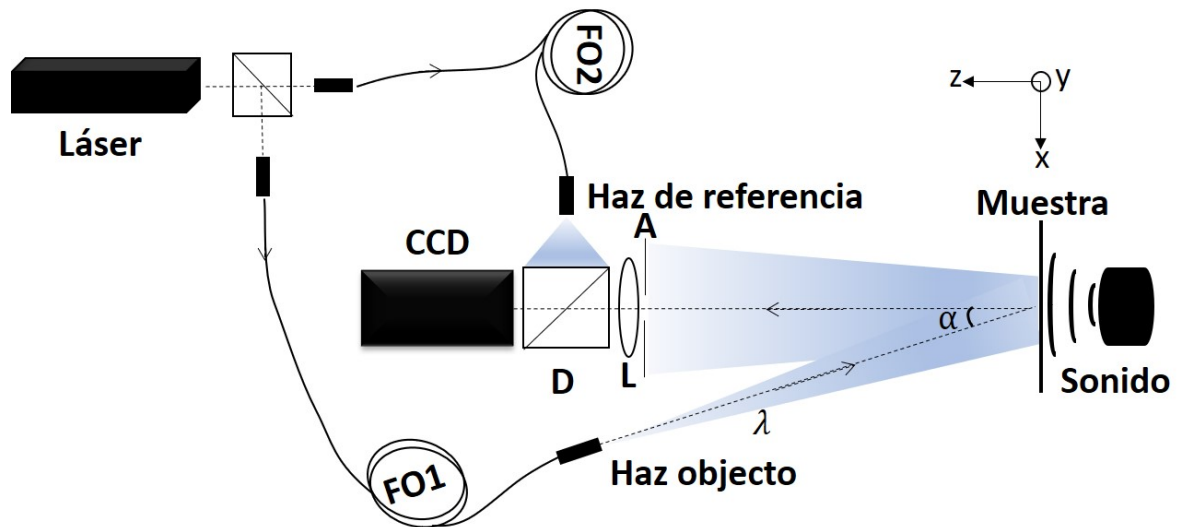


Figura 4.1: Visualización esquematizada del arreglo experimental DHI.

El resultado de la superposición de los haces, objeto y referencia, en el sensor CCD es un patrón de franjas descrito matemáticamente por la ecuación (3.5) a partir del cual, utilizando el procedimiento descrito en la sección 3.1, se obtiene la información del mapa de fase. En la Figura 4.2 se muestra un ejemplo de los hologramas registrados para una muestra de piel de cerdo y su respectivo mapa de fase.

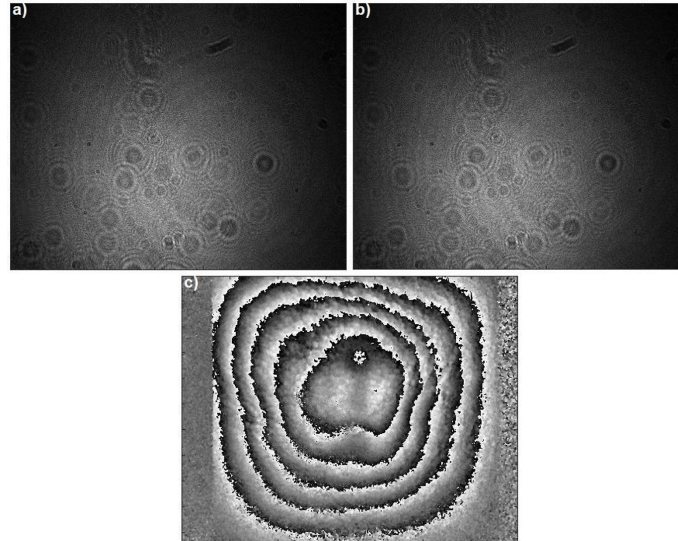


Figura 4.2: Holograma después a) y antes b) de la presión del sonido; c) Mapa de fase obtenido mediante el procedimiento descrito en la sección 3.1.

La adquisición de hologramas se realizó mediante sincronización entre el sensor CCD y el generador de funciones. Primero, se analizó el comportamiento vibratorio de cada muestra registrando una serie de hologramas consecutivos. A continuación, se configuró el generador de funciones para que se enviara una señal de disparo (paralela a la señal enviada al altavoz) a la cámara CCD, mientras que la cámara CCD se acondicionó para grabar un

holograma después de cada señal de disparo. Para cada muestra, se registraron diferentes hologramas utilizando la señal de activación y el proceso se repitió en condiciones experimentales idénticas con el fin de analizar estadísticamente los resultados. Las derivadas parciales en la ecuación (2.19) se obtuvieron mediante la diferenciación numérica del campo de desplazamiento resultante dado por la ecuación (3.13). Las derivadas con respecto al tiempo se calcularon utilizando diferencias en los desplazamientos entre la adquisición de hologramas consecutivos y los períodos de tiempo. La manipulación de los datos se realizó mediante métodos numéricos convencionales y procesamiento digital de imágenes.

4.1.2. Preparación de las muestras de piel

Se prepararon seis muestras de piel porcina con las mismas dimensiones geométricas: $25\text{ mm} \times 25\text{ mm} \times 1\text{ mm}$, extrayendo la mayor parte de la hipodermis utilizando un bisturí quirúrgico. La piel de cerdo utilizada en este estudio se obtuvo de un mayorista local dentro de las cuatro horas posteriores al sacrificio del animal. El peso del cerdo era de $70 \pm 10\text{ kg}$ y las muestras de piel se extrajeron de su región dorsal.

En un estudio llevado a cabo por Ranamukhaarachchi et al. [50], se establece que la piel porcina fresca a una alta humedad relativa (HR) tiene propiedades mecánicas más comparables a la piel humana fresca. Las medidas de rigidez se realizaron a 20°C (80 % de HR) y dos horas después de que se obtuvo la piel porcina. Las muestras de piel se sujetaron a un soporte con un orificio rectangular de $2\text{ cm} \times 2\text{ cm}$, con un altavoz colocado detrás de éste, pero sin contacto. Utilizando DHI, se midieron los coeficientes de rigidez de la piel de las muestras antes y después de envejecer en el compartimiento de radiación 8 mW/cm^2 UVA, 8 mW/cm^2 UVB y 10 mW/cm^2 UVC durante períodos de 3 minutos. La cantidad de radiación UV que reciben las muestras es mucho mayor que la cantidad recomendada que recibe una persona del sol en un día promedio (entre 10 y 60 minutos según el tipo de piel y el índice UV).

4.2. Resultados experimentales y análisis de datos

4.2.1. Resultados experimentales

La evolución de los campos de desplazamiento de la normal a la superficie obtenidos para diferentes períodos de tiempo de exposición a la irradiación UV se muestra en la Figura 4.3. Como se puede observar en esta imagen, hubo errores en los desplazamientos cerca de los bordes de la muestra causados por las sombras del soporte. Por tal motivo, las derivadas parciales numéricas se calcularon en la misma región de $20\text{ mm} \times 20\text{ mm}$, sobre todos los campos de desplazamiento (excluyendo los errores de los bordes durante el análisis de datos).

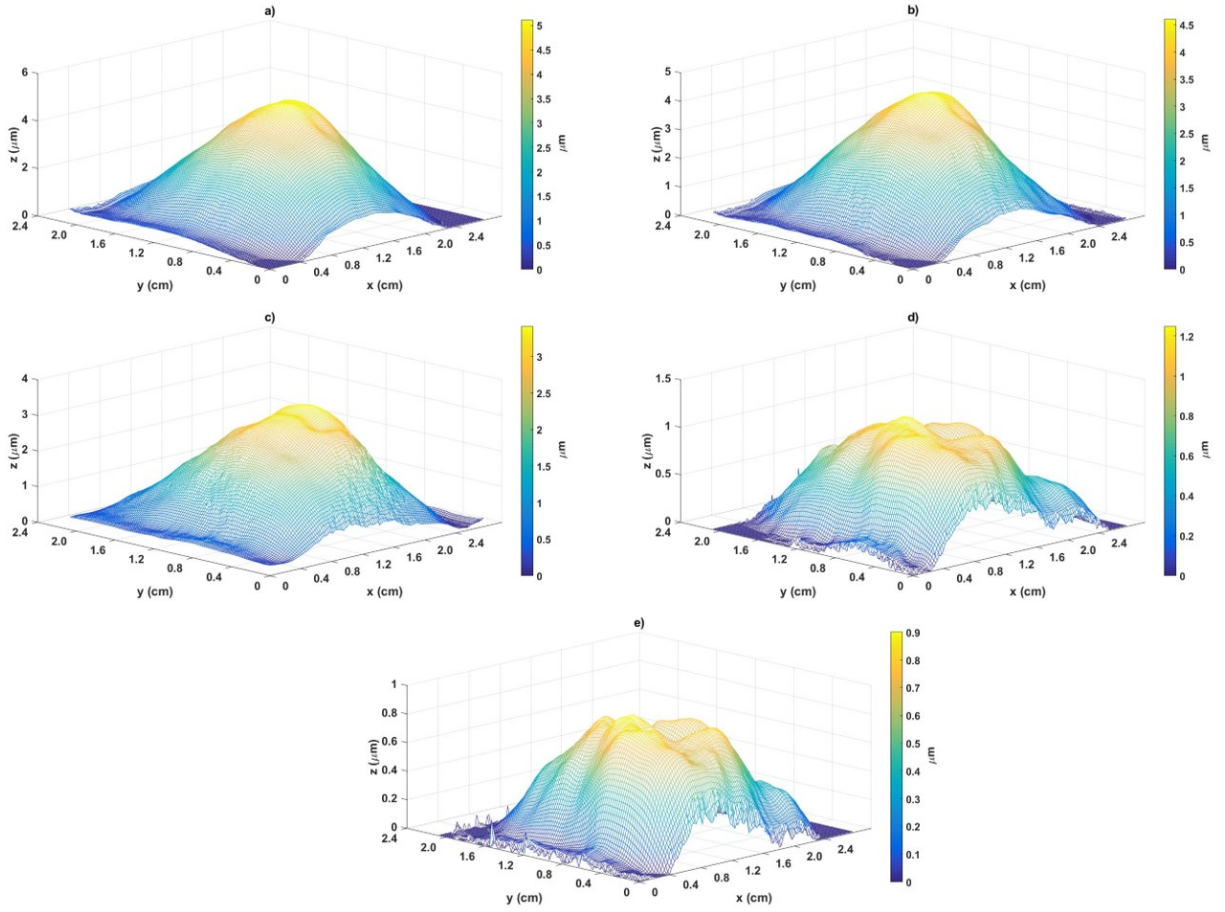


Figura 4.3: Campo de desplazamiento obtenido a: a) 0, b) 3, c) 6, d) 9 and e)12 minutos de exposición a la irradiación UV.

4.2.2. Análisis de resultados

Los coeficientes de rigidez, c_{zxxz} , c_{zyyz} y c_{zxyz} , se calcularon y analizaron estadísticamente para cada período de exposición a la irradiación UV. Los resultados se muestran en la tabla 1 en donde los valores correspondientes se expresan como la media \pm desviación estándar para todas las muestras. Cero minutos significa que los coeficientes de rigidez se midieron antes de que la muestra fuera expuesta a la radiación UV.

Time (min)	c_{zxxz} (MPa)	c_{zyyz} (MPa)	c_{zxyz} (MPa)
0	$0,89 \pm 0,08$	$0,53 \pm 0,08$	$0,50 \pm 0,04$
3	$0,94 \pm 0,07$	$0,65 \pm 0,09$	$0,57 \pm 0,06$
6	$1,28 \pm 0,22$	$0,86 \pm 0,24$	$0,75 \pm 0,20$
9	$1,89 \pm 0,25$	$0,91 \pm 0,07$	$1,15 \pm 0,07$
12	$2,32 \pm 0,16$	$1,12 \pm 0,20$	$1,49 \pm 0,16$

Cuadro 4.1: Variación media de los coeficientes de rigidez debido a la exposición a la irradiación UV en varios períodos de tiempo.

En la Figura 4.4, se muestran los coeficientes de rigidez medios, c_{zxxz} , c_{zyyz} y c_{zxyz} frente al tiempo de exposición a la irradiación UV. El valor de incremento de los coeficientes de rigidez significa que la elasticidad del tejido se redujo después de cada período de radiación UV. Se puede ver un pequeño incremento de rigidez durante los primeros seis minutos, mientras que se observa un incremento mayor después de seis minutos. Como se mencionó anteriormente, después de períodos más prolongados de exposición UV, la piel sufre una microdestrucción en las fibras elásticas dando como resultado una estructura más compacta con menor elasticidad. Esto podría explicar los incrementos en la rigidez después de exposiciones prolongadas al UV. Aunque las muestras de piel tenían coeficientes de rigidez ligeramente diferentes, se mostró un comportamiento similar: la rigidez aumentaba de forma no lineal después del período de exposición a la irradiación UV. Entonces, aunque la piel presente diferencias de grosor y diferentes coeficientes de rigidez según la región analizada (región dorsal, región abdominal, etc.), se puede esperar el mismo comportamiento de la rigidez tras largos periodos de exposición al UV. Con base en los datos experimentales resultantes y en el gráfico de la Figura 4.4, se puede afirmar que la rigidez en la piel porcina aumenta de manera no lineal con el tiempo de radiación UV, sin embargo, es posible que se puedan influir incrementos mayores de rigidez por deshidratación de las muestras de piel.

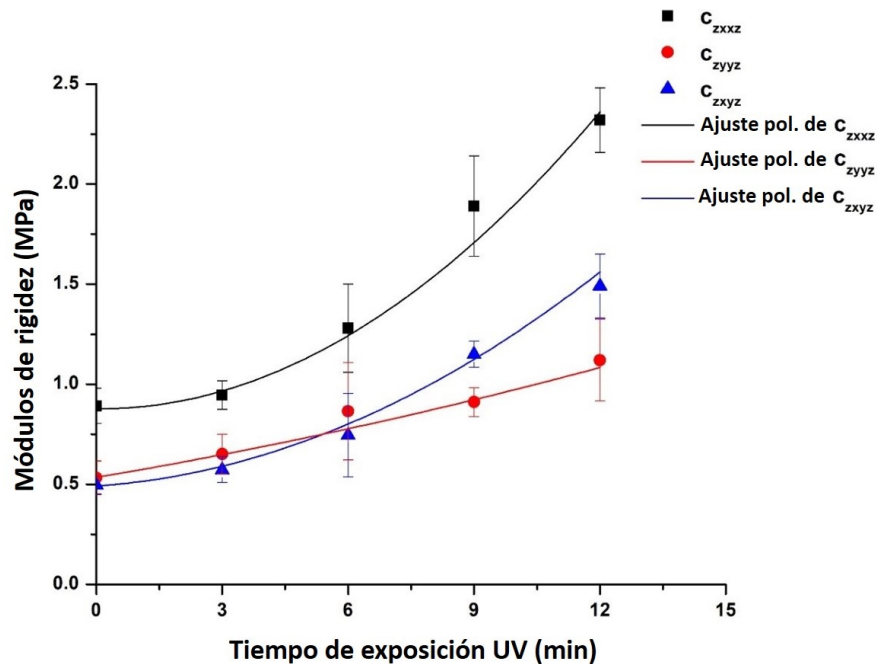


Figura 4.4: Cambios en la rigidez de la piel de cerdo después de la irradiación UV.

Según las observaciones y los resultados aquí presentados, la relación entre el incremento de la rigidez y el tiempo de exposición a los rayos UV presenta un comportamiento que podría modelarse como una curva cuadrática. El ajuste polinómico de segundo orden, que se muestra en la Figura 4.4, son las curvas que mejor se ajustan a los datos con un valor de $R^2_{adj} = 98\%$. Este modelo nos dice que el daño causado por la radiación ultravioleta puede aumentar considerablemente después de cada período de exposición. La cantidad

de radiación ultravioleta que recibieron las muestras fue lo suficientemente alta como para causar quemaduras y daños internos. Esto podría ser la causa del crecimiento acelerado de la rigidez, aunque también la deshidratación a largo plazo.

Capítulo 5

Estudio de los efectos de la radiación UV sobre la piel

5.1. Materiales y métodos

A diferencia del estudio descrito en el capítulo 4, en este estudio se utilizó radiación UVA proveniente de un láser y los hologramas se obtuvieron directamente con este tipo de iluminación. En el estudio anterior, la piel fue irradiada con UV en un compartimento para después ser montada en el arreglo holográfico y poder medir sus cambios elásticos. A continuación se describen los materiales y el procedimiento utilizado en este estudio.

5.1.1. Muestras de piel

Las muestras de piel que se utilizaron para este estudio fueron donadas por el Hospital Regional de Alta Especialidad del Bajío localizado en la ciudad de León, Guanajuato, México, por lo que aquí el autor de esta Tesis agradece esta contribución. En total se donaron cinco muestras con dimensiones aproximadas de $3 \times 3 \text{ cm}^2$ y fueron extraídas de ratones hembra de la cepa NIH(n=2). Los ratones se mantuvieron en jaulas metabólicas autoventiladas en un ambiente de ciclos de 12 horas de luz/obscuridad, humedad al 50-60%, temperatura constante a 21°C , dieta estándar y agua a libre demanda. La escisión de piel se realizó bajo el procedimiento del *modelo murino de escisión de piel* [51]. Los animales no fueron sacrificados. El espesor promedio de las muestras fue de $0,7 \pm 0,18 \text{ mm}$. Las muestras se almacenaron en Formaldehído y fueron refrigeradas hasta el momento de su uso.

Las muestras de piel se colocaron en un soporte circular de 1 cm de diámetro. Para fijar la muestra se diseñaron dos tipos de anillos con radios internos de 1 cm de diámetro y fueron impresos en 3D. Un esquema del diseño de estos anillos se muestra en la Figura 5.1 a). Los especímenes fueron ligeramente estirados y colocados entre anillos de diferente tipo. Finalmente, cada espécimen fue fijado a una montura para lentes con rosca interna y

asegurado con anillos retenedores. En la Figura 5.1 b) se muestra el soporte con los anillos impresos en 3D y en la Figura 5.1 c) se presenta la imagen de una muestra de piel.

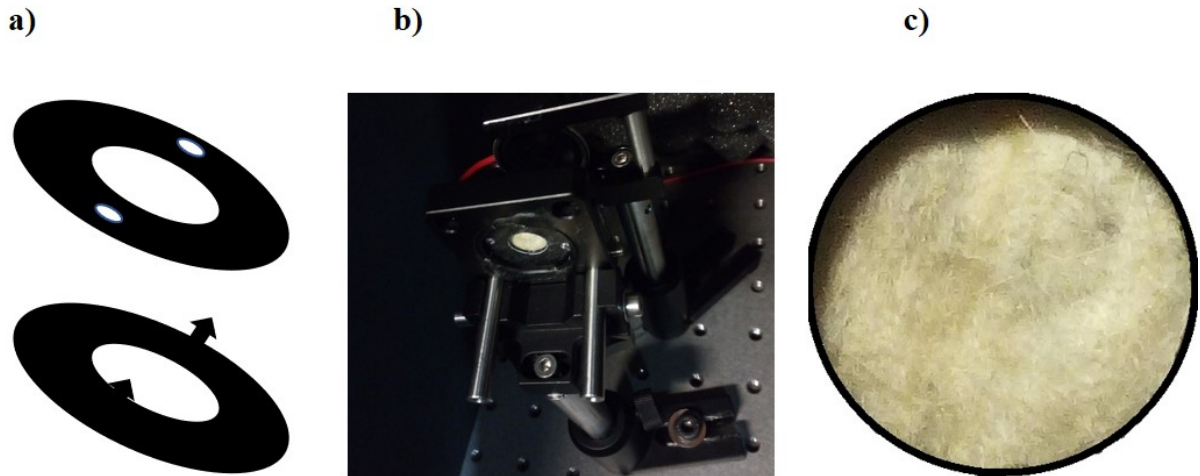


Figura 5.1: Diagrama de anillos impresos en 3D, b) imagen del soporte circular y c) imagen de una muestra de piel.

5.1.2. Inducción de vibración e iluminación de la piel

Para inducir la vibración a la muestra se utilizó un generador de funciones capaz de generar una señal sinusoidal a un altavoz colocado detrás del soporte circular en donde se fijó la muestra. La señal contó con una amplitud pico a pico de $1,5 V_{pp}$ y una frecuencia espacial de $\nu = 728,468 Hz$. Se mantuvieron estos parámetros desde el inicio hasta el final del experimento, es decir, la señal se mantuvo constante durante todo el experimento. Es importante mantener la señal constante para asegurar que los efectos observados sean debidos solamente a los cambios en las propiedades físicas de la piel que a su vez son inducidos por la irradiación UV. Por otra parte, se midió la presión del sonido en la posición de la muestra usando un sonómetro. El valor de esta presión fue de $0,4 Pa$: fue medida en dB y después convertido a Pa .

Para la iluminación, se utilizó un láser en el rango del ultravioleta cercano con longitud de onda de $\lambda = 355 nm$ y con una potencia de salida de $20 mW$. La iluminación se dividió en dos haces (objeto y referencia) con el uso de un divisor UV 50 : 50 por lo que la potencia que recibió la muestra de piel fue mucho menor a los $20 mW$. Se utilizó esta longitud de onda para inducir envejecimiento en la piel de tal forma que se presenten cambios en las propiedades físicas de la piel y que fuese posible observar un cambio en los patrones de franjas obtenidos. Aquí debe notarse que la longitud de onda se encuentra en el rango del UVA y que este tipo de radiación no es tan destructiva como la radiación en el rango del UVB, por tal motivo, se espera que el envejecimiento de la piel sea más lento en comparación con el envejecimiento inducido con una longitud de onda en el rango del UVB.

Como se mencionó en la sección 3.2, el tiempo de exposición debe ser mucho más grande

que el periodo de vibración de la muestra, pero al mismo tiempo debe ser suficientemente pequeño para no obtener una sobreexposición de intensidad en proceso de grabado. Mediante la realización de pruebas experimentales en estos experimentos se determinó un tiempo de exposición óptimo de 10 *ms*.

Debido a la relativamente poca cantidad de irradiación UV, se estimaron cambios lentos en las propiedades físicas de la piel y, por tanto, el experimento arrojaría una gran cantidad de hologramas en el caso de que el sensor obtuviera una grabación cada 10 *ms*. Para evitar la falta de espacio de almacenamiento, se configuró el sensor UV de tal forma que se obtuviera una grabación cada 1,35 segundos.

Finalmente, el proceso de grabado se discretizó en dosis de irradiación cuantificadas como

$$D = E \cdot t \quad (W \cdot m^{-2} \cdot s) \quad (5.1)$$

en donde D es la dosis de irradiación, $E = \frac{\text{potencia del láser}}{\text{área irradiada}}$ es la irradiancia y t es el tiempo de irradiación. Esto significa que las muestras de piel fueron irradiadas continuamente, pero se grabó cada holograma después de completar una dosis de irradiación. Se completa una dosis de irradiación cada 1,35 segundos. La potencia del láser medida en la posición de la muestra fue de $3,41 \pm 0,19 \text{ mW}$. Consecuentemente, entre un holograma y otro hay una diferencia de una dosis de irradiación de $D = 5,865 (W \cdot m^{-2} \cdot s)$. Esta discretización es utilizada para presentar los resultados.

5.1.3. Arreglo experimental

El arreglo experimental se muestra en la Figura 5.2 a), y esquemáticamente en la Figura 5.2 b). En esta última se muestra como el láser UV fue dividido en haz objeto y haz de referencia por medio de un divisor (D1). El haz de referencia fue acoplado a una fibra óptica y llevado hacia un segundo divisor (D2) que refleja el 50 % de la intensidad del haz hacia la cámara CCD (sensor UV). Esta cámara es sensible a la radiación UV. Después se expandió el haz objeto usando lentes especiales para UV (L1 y L2) y se dirigió hacia la muestra de piel. Parte de la luz UV reflejada por la piel es recibida por la cámara CCD a un ángulo de $\alpha = 14^\circ$ con respecto al eje óptico. Para obtener la imagen de la muestra de piel sobre el sensor y para reducir el ruido se utilizó una lente UV (L3) con una distancia focal de 7,5 *cm* y un diafragma (A) frente al sensor. Como se menciona en las secciones anteriores, se fijaron las muestras de piel a un soporte circular de 1 *cm* de diámetro y se estimularon con una onda acústica proveniente de un altavoz colocado atrás del soporte sin llegar a tocarlo. Se utilizó un generador de funciones para establecer los parámetros de la onda acústica y para controlar el voltaje suministrado al altavoz.

El haz objeto no fue colimado debido a que había una pérdida considerable de intensidad que afectaba el contraste de los hologramas y el procesamiento digital de éstos. Sin embargo, el hecho de que el haz no haya sido colimado solo tiene efecto en el contraste de las franjas circulares y no en su posición, de esta forma, los resultados no se ven afectados. Por

otra parte, se midió un perfil de intensidades sobre el área de la muestra para comprobar que la luz incidente sobre el área de la muestra fuese aproximadamente uniforme.

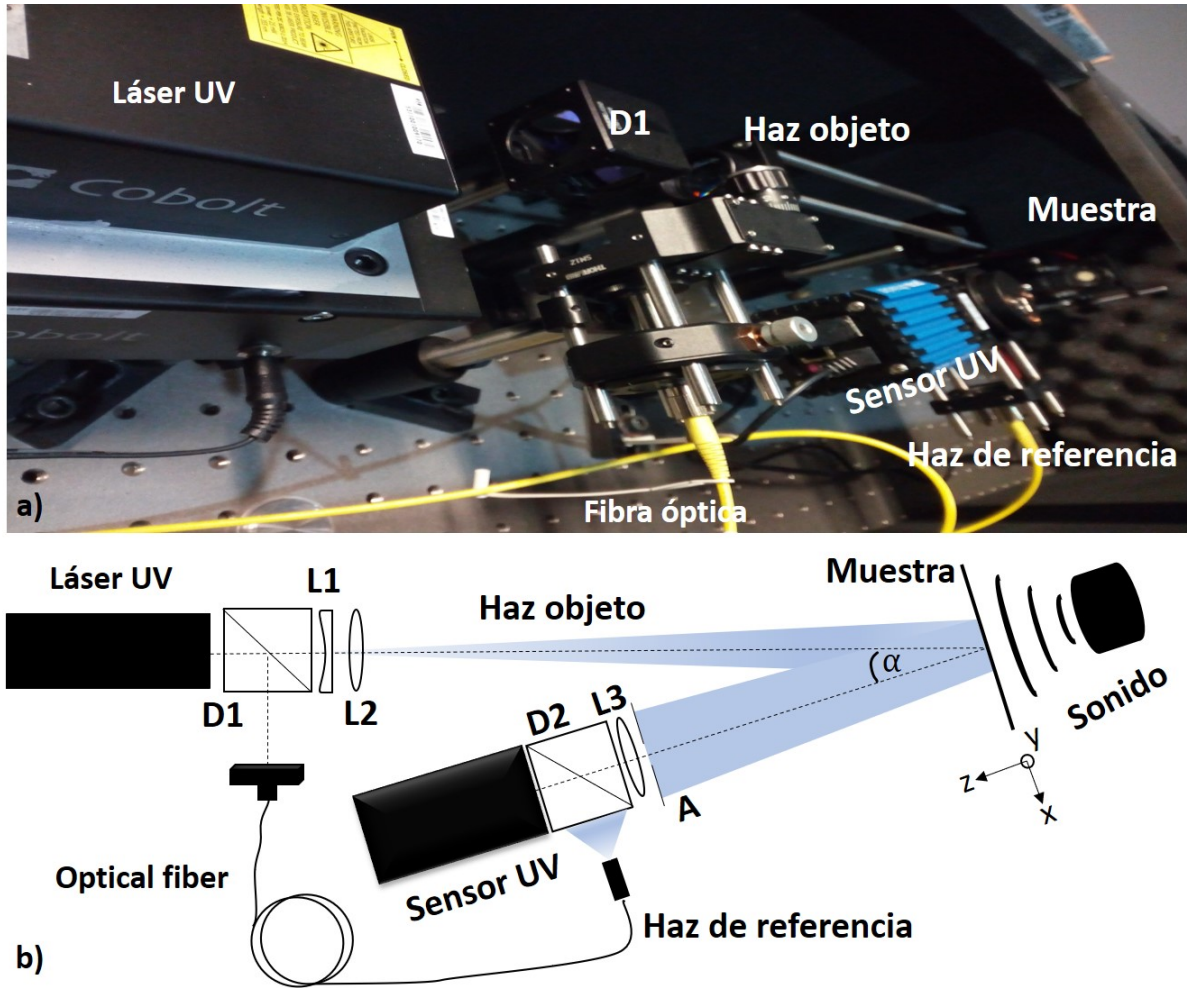


Figura 5.2: a) Imagen del arreglo experimental, b) Esquematización del arreglo experimental.

5.2. Resultados experimentales y análisis de datos

5.2.1. Resultados experimentales

El comportamiento mecánico de una muestra de piel bajo la irradiación continua del láser UV se presenta en la Figura 5.3. En esta imagen se aprecia un aumento y luego una disminución del número de franjas conforme se acumulan las dosis de irradiación. El número de franjas que se muestra en cada patrón está directamente relacionado con la amplitud de desplazamiento, o amplitud de vibración de la muestra, de tal manera que un mayor número de franjas representa una mayor amplitud. Entonces, el comportamiento mecánico de la muestra se puede visualizar como una vibración en la cual se empieza con

una amplitud baja que aumenta con las dosis de irradiación hasta llegar a una amplitud máxima, aproximadamente a la dosis 5500, en donde su amplitud comienza a disminuir. Este comportamiento puede predecirse con la ecuación (2.36). Nótese que las franjas se vuelven más simétricas después de que se alcanza la amplitud máxima. A medida que la muestra de piel recibe dosis de irradiación, la tensión no sólo aumenta, sino que también se distribuye de forma más uniforme.

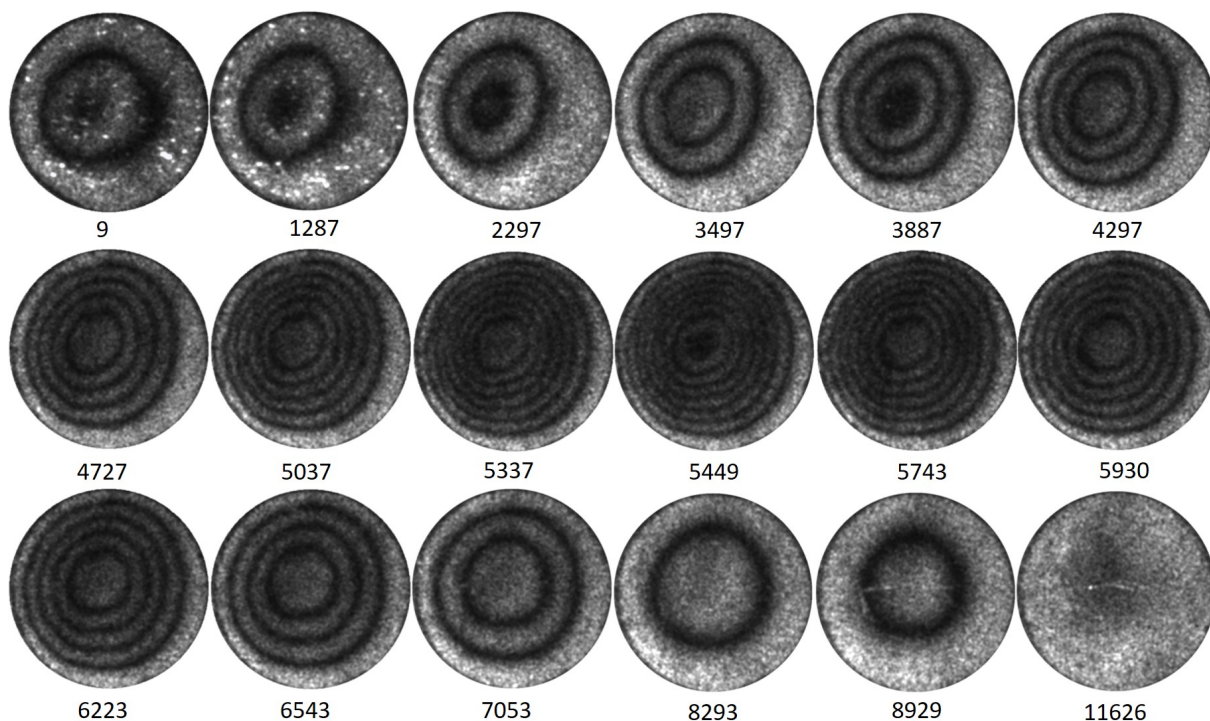


Figura 5.3: Evolución del patrón de franjas en una muestra de piel. Los números que aparecen bajo cada patrón de franjas representan las dosis de irradiación que recibieron (Una dosis = $5,865Wm^{-2}s$).

En la gráfica de la Figura 5.4, se presenta una normalización de las amplitudes del desplazamiento de la muestra durante todo el experimento. Dicho de otra manera, cada punto en la gráfica de la Figura 5.4 representa la amplitud normalizada de la muestra al momento de la captura de cada holograma.

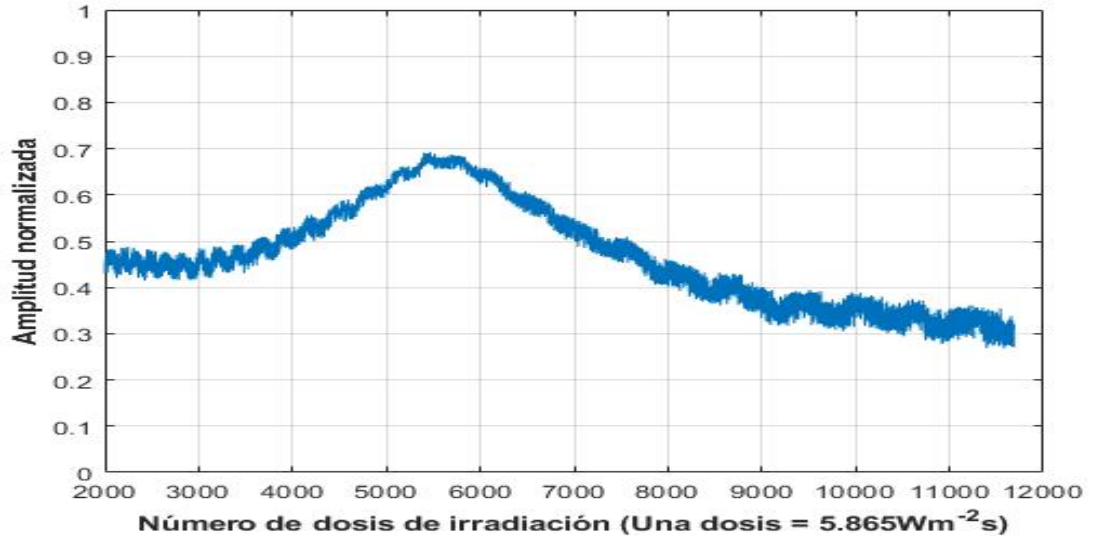


Figura 5.4: Variación de la amplitud normalizada en función del incremento en las dosis de irradiación. Las diferencias de amplitud entre dosis de irradiación consecutivas se deben al ruido de speckle y debido al hecho de que no se trata de un movimiento sinusoidal puro.

Las amplitudes de los desplazamientos fueron normalizadas mediante la definición de la norma N dada por la ecuación (5.2), en donde el símbolo $|| \cdot ||$, denota la norma de Frobenius definida para cualquier matriz, M , como

$$||M|| = \sqrt{\text{traza}(M \cdot M^T)}$$

en donde M^T es la matriz transpuesta de M y \cdot denota la multiplicación conocida entre matrices.

$$N = 1 - \frac{||\text{abs}(M(x, y))||}{\# \text{ elementos de la imagen}} \quad (5.2)$$

N incrementa a medida que el número de franjas incrementa y viceversa. Por tanto, la variación de las amplitudes de los desplazamientos queda bien representada con el uso de esta norma.

5.2.2. Resultados numéricos y análisis de datos

En la Figura 5.5 se presenta una simulación de los patrones de franjas obtenidos experimentalmente que se muestran en la Figura 5.3. Estas simulaciones fueron realizadas mediante la aproximación de la integral que aparece en la ecuación (3.29) y el uso de la función de la ecuación (2.36). Los patrones de franjas experimentales fueron replicados mediante la variación de los parámetros ρ_s , β y γ , que aparecen en esta última ecuación

y los valores aproximados de estas variables fueron usados para interpolar los resultados experimentales completos. El procedimiento que se llevó a cabo para las simulaciones se describe en el Apéndice A.

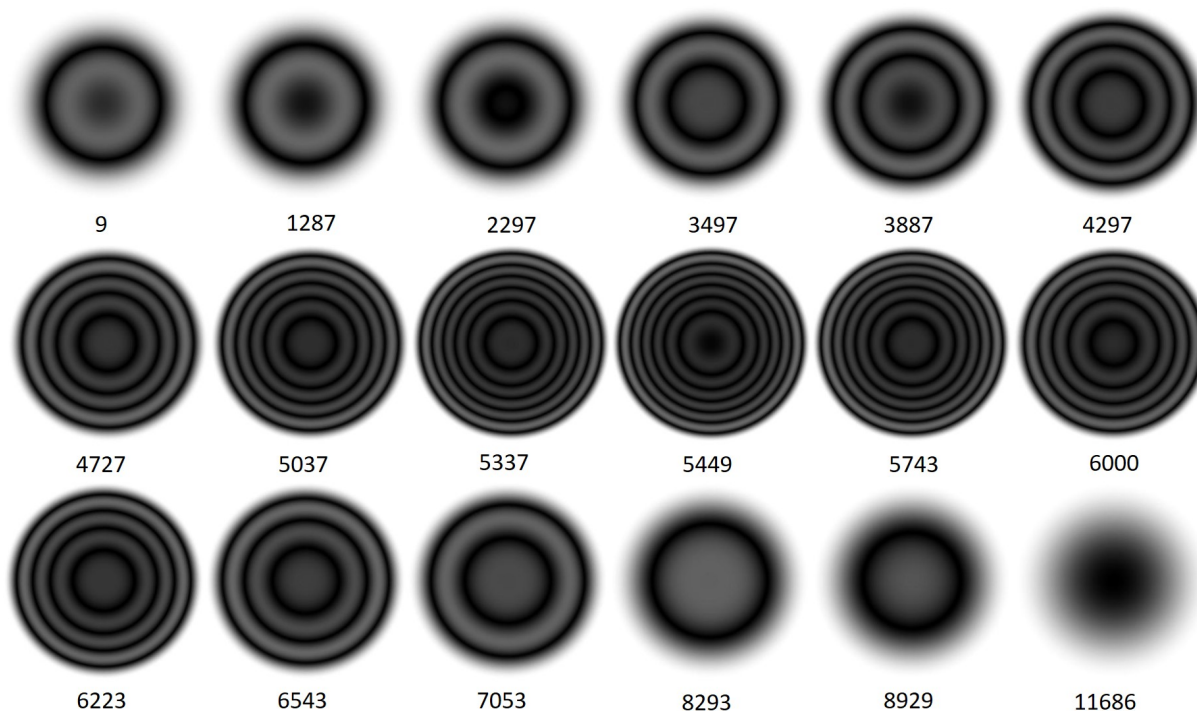


Figura 5.5: Simulación de los patrones de franjas de la Figura 5.3. Los números que aparecen bajo cada patrón de franjas representan las dosis de irradiación que recibieron (Una dosis = $5,865Wm^{-2}s$).

En las gráficas de las Figuras 5.6 y 5.7 se muestran los valores aproximados de ρ_s y β que fueron determinados mediante su variación hasta obtener los patrones de franjas más similares a los obtenidos experimentalmente. El coeficiente de amortiguamiento, γ , es un valor que determina la máxima amplitud de desplazamiento y su determinación se detalla en el Apéndice A. Los parámetros restantes que aparecen en la ecuación (2.36) se establecieron de acuerdo con los valores reales del experimento.

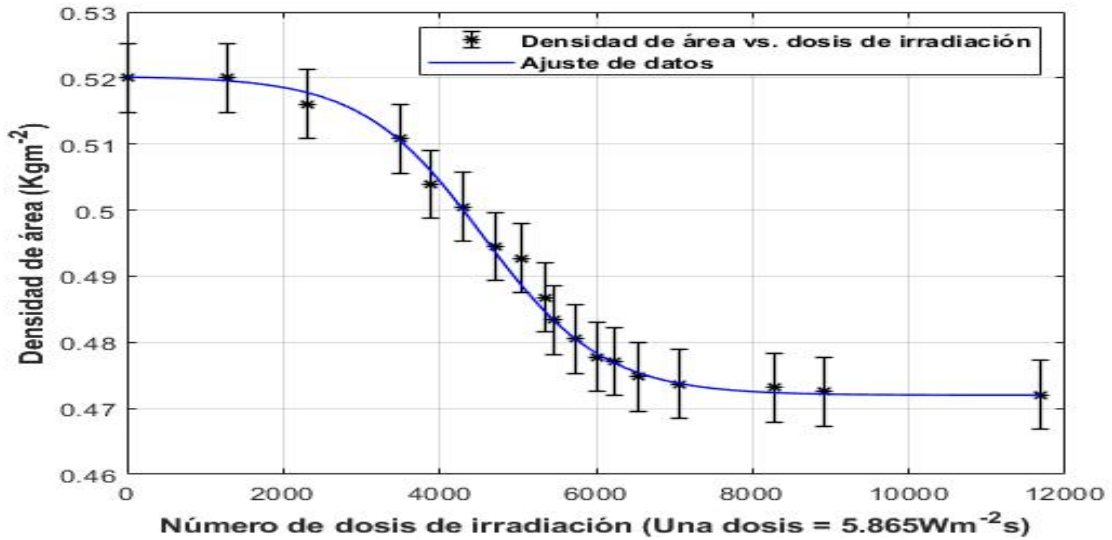


Figura 5.6: Densidad de área ρ_s vs. dosis de irradiación. De esta gráfica se puede observar que la densidad de área comienza a decrecer rápidamente después de las 2000 dosis. Después de la dosis 6000, la pérdida de densidad de área se vuelve significativamente más lenta. El procedimiento que se utilizó para obtener estos valores se describe en el Apéndice A.

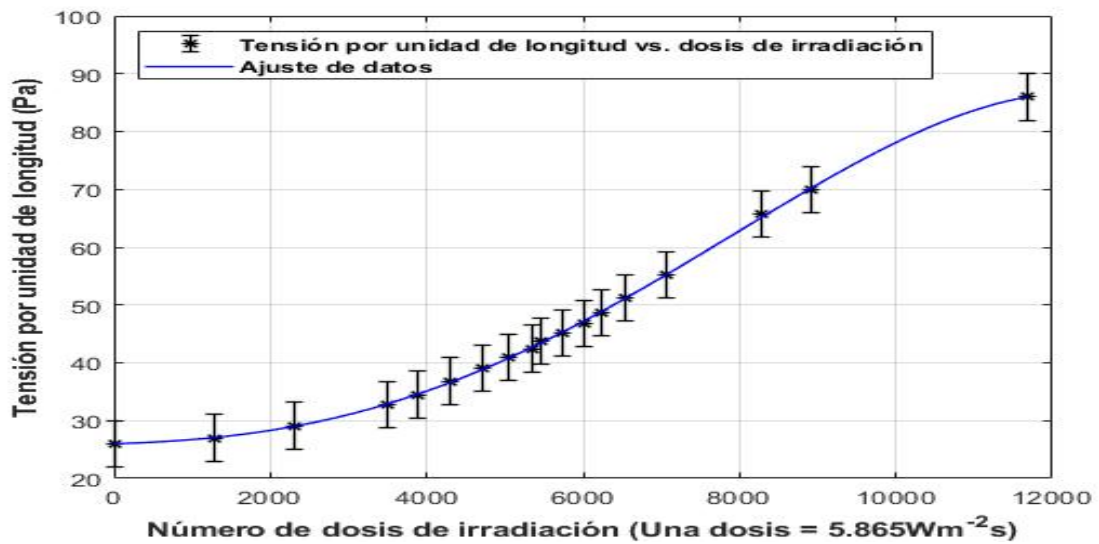


Figura 5.7: Tensión β vs. dosis de irradiación. De esta gráfica se puede observar que la tensión comienza a incrementar significativamente después de la dosis 2000. El procedimiento que se utilizó para obtener estos valores se describe en el Apéndice A.

Las líneas azules que se muestran en las gráficas de las Figuras 5.6 y 5.7 son funciones que se ajustan a los datos obtenidos experimentalmente. Estas funciones representan el inicio y la finalización de la tensión y la densidad de área. Las barras de error fueron calculadas usando un método Montecarlo en donde se incluyeron todas las fuentes de

error, incluyendo el ruido de speckle que afecta la localización de las franjas. El método Montecarlo consistió en identificar las fuentes de error, establecer su rango de variación y realizar un gran número de simulaciones del experimento tomando valores aleatorios dentro del rango de variación de las fuentes de error. Se realizó un análisis estadístico de los resultados para obtener su varianza y ésta se utilizó para establecer las barras de error.

La gráfica de la Figura 5.8 muestra una simulación de las amplitudes de desplazamiento normalizadas. Para esta simulación se utilizaron los datos de las funciones mencionadas anteriormente (líneas azules en las gráficas de las Figuras 5.6 y 5.7).

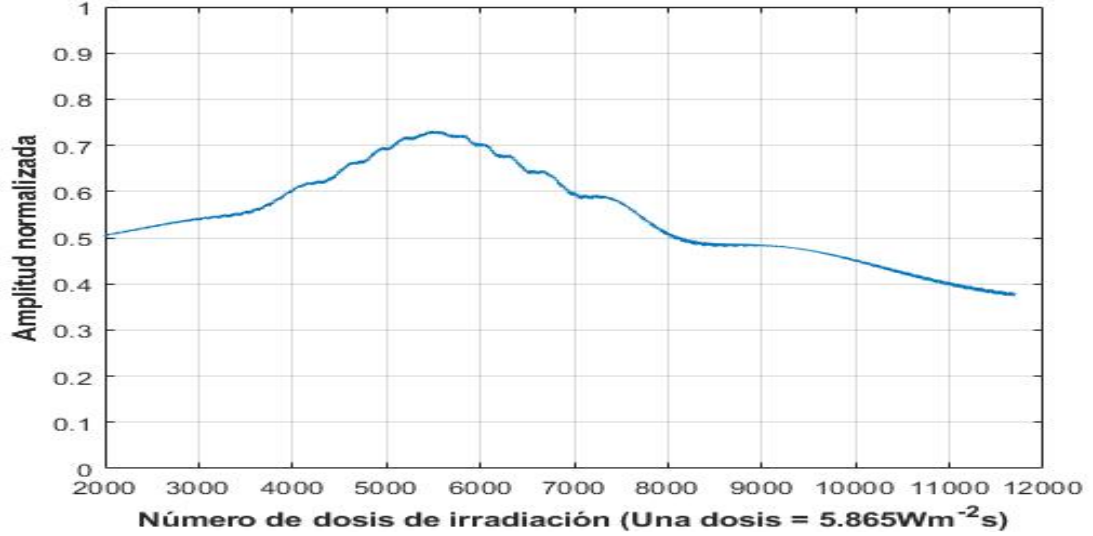


Figura 5.8: Simulación de las amplitudes normalizadas.

Note que la gráfica de la Figura 5.8 es muy similar a la que se obtuvo experimentalmente (Figura 5.4). Las diferencias en las amplitudes entre ambas gráficas surgen del ruido de speckle presente en los patrones de franjas obtenidos experimentalmente. Este ruido afecta levemente en la normalización.

Las ecuaciones (5.3) y (5.5) representan las funciones para la densidad de área y la tensión por unidad de longitud que se utilizaron para la simulación de la Figura 5.8.

$$\rho_s(x) = a_0 \left(\frac{1}{1 + e^{b_0(x-\chi_0)}} \right) + d_0 \quad (5.3)$$

$$a_0 = 0,04826 \quad , \quad b_0 = 0,0013 \quad , \quad \chi_0 = 4550 \quad , \quad d_0 = 0,472 \quad (5.4)$$

$$\beta(x) = p_1x^4 + p_2x^3 + p_3x^2 + p_4x + p_5 \quad (5.5)$$

$$p_1 = -6,273 \times 10^{-15} \quad , \quad p_2 = 9,162 \times 10^{-11} \quad , \quad (5.6)$$

$$p_3 = 1,845 \times 10^{-7} \quad , \quad p_4 = 4,758 \times 10^{-4} \quad , \quad p_5 = 25,98$$

x representa el número de dosis de irradiación y los coeficientes a_0 , b_0 , χ_0 , d_0 , p_1 , p_2 , p_3 , p_4 y p_5 pueden variar para cada muestra de piel. En estas ecuaciones se puede notar que la densidad de área tiende a decrecer de forma más rápida en las primeras dosis de irradiación, mientras que la tensión tiene un incremento más significativo a medida que se acumulan las dosis de irradiación. Después de varias dosis de irradiación, la piel podría contraerse tanto que podría sufrir daño permanente, desencadenando la aparición de arrugas como las que se observaron en la referencia [52]. La predicción, formación y evolución de arrugas en varios materiales es un tema de investigación abierto. Se han publicado varios artículos interesantes, por ejemplo, los trabajos en las referencias [53–55]. Por otra parte, la asimetría en los patrones de franjas obtenidos experimentalmente puede estar relacionada a la inhomogeneidad de la densidad, de acuerdo con el trabajo en la referencia [56]. La pérdida de densidad y el aumento de la tensión podrían causar que se reduzca la inhomogeneidad.

Capítulo 6

Conclusiones

En trabajos anteriores se ha mencionado una diferencia significativa entre la elasticidad de la piel humana sana y la elasticidad de la piel no saludable, por tal motivo, el enfoque para estudiar la rigidez en tejidos biológicos tiene un alto potencial para ser aplicado al estudio de enfermedades de la piel, como el cáncer de piel, midiendo cambios en la rigidez entre pieles sanas y no saludables. Las diferencias de rigidez podrían dar características importantes que pueden ayudar en la detección temprana del cáncer de piel. En este sentido, el uso de pruebas DHI podría ser importante en la evaluación del nivel de rigidez en materiales biológicos por sus características no destructivas y gran precisión en la medición de desplazamientos.

Según las observaciones y resultados del primer trabajo de investigación, la relación entre el incremento de la rigidez y el tiempo de exposición a los rayos UV parece ser no lineal, un comportamiento que podría modelarse como una curva cuadrática. El ajuste polinomial de segundo orden, que se muestra en la Figura 4.4, son las curvas que mejor se ajustan a los datos con un valor de $R^2_{adj} = 98\%$. Antes de la exposición a los rayos UV las mediciones de los módulos de rigidez de la piel de cerdo se calcularon en $c_{zxxz} = 0,89 \pm 0,08$ MPa, $c_{zyyz} = 0,53 \pm 0,08$ MPa y $c_{zxyz} = 0,50 \pm 0,04$ MPa. Después de una larga exposición ultravioleta (12 min) estos coeficientes aumentaron a $2,32 \pm 0,16$ MPa, $1,12 \pm 0,20$ MPa y $1,49 \pm 0,16$ MPa. Estos resultados nos dicen que el daño causado por la radiación ultravioleta puede aumentar considerablemente después de cada período de exposición. La cantidad de radiación ultravioleta que recibieron las muestras fue lo suficientemente alta como para causar quemaduras y daños internos. Esto podría ser la causa del crecimiento acelerado de la rigidez, aunque también la deshidratación a largo plazo podría influir en el aumento de la rigidez. Los coeficientes de rigidez se calcularon con un nuevo esquema matemático que tiene en cuenta la naturaleza anisotrópica y heterogénea de la piel; una característica no tratada en trabajos de investigación previamente reportados. Este nuevo esquema se puede utilizar con otros tipos de material ya que se puede relacionar con variables como la razón de Poisson y el módulo de Young.

Las similitudes entre los resultados experimentales y de las simulaciones, en el segundo trabajo de investigación, demuestran que las amplitudes de desplazamiento de una membrana circular bajo una vibración forzada dependen en gran medida de parámetros físicos

como su densidad de área, su tensión, su radio y la frecuencia de excitación. Tomando esto en cuenta, este trabajo muestra que cuando solo se permite variar la tensión y la densidad de área, manteniendo fijos los demás parámetros, es posible realizar un análisis de estas propiedades, reproduciendo con precisión los resultados experimentales mediante simulaciones.

Los resultados obtenidos en este último trabajo indican que la tensión de las muestras de piel aumenta mientras que la densidad de área disminuye debido al daño o envejecimiento causado por la irradiación UV. El comportamiento notable es que la tensión crece a un mayor ritmo cuando la densidad del área alcanza su menor valor. Este comportamiento puede deberse a la deshidratación y el daño que sufre la piel debido a la radiación UV, en este caso, se pierde densidad a medida que la piel se deshidrata y sufre daño interno haciendo que las muestras de piel traten de encogerse, pero al estar sujetas por sus bordes, la tensión aumenta considerablemente. Este fenómeno podría desencadenar la aparición de arrugas en la piel, debido al estiramiento y la contracción que se sufre después del aumento de tensión.

El análisis de este trabajo resultó en dos ecuaciones que describen el comportamiento de estas propiedades. Es importante resaltar aquí que los coeficientes de estas ecuaciones pueden variar de una muestra de piel a otra, debido a la inhomogeneidad de la piel; sin embargo, todas las muestras analizadas presentaron el mismo comportamiento descrito por estas ecuaciones. Estos coeficientes podrían ser útiles para determinar diferencias de homogeneidad entre muestras de piel. El modelo utilizado en las simulaciones y las ecuaciones obtenidas del ajuste de datos de la densidad y la tensión de área muestran una buena concordancia con los resultados experimentales, por lo que se puede utilizar con seguridad para trabajos futuros relacionados con el envejecimiento de la piel. El modelo también se puede utilizar para otros fines, como la evaluación de la eficacia del protector solar, para analizar diferentes tipos de materiales y para determinar la amplitud de desplazamiento de una membrana bajo la técnica de holografía digital interferométrica de tiempo promedio.

Lista de Artículos generados por este trabajo de Tesis

José Luis Silva Acosta, Fernando Mendoza Santoyo, Jorge Mauricio Flores Moreno, María del Socorro Hernández Montes, Manuel H De la Torre Ibarra, Gloria Frausto R, Silvino Muñoz S, Edgard Efrén Lozada Hernández, «Study of skin aging effects induced by near UV radiation using time average digital holographic interferometry,» *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 137, pp. 106345, 2021.

Luis Silva Acosta, María del Socorro Hernández M., Fernando Mendoza Santoyo, Manuel H. De la Torre I., Jorge Mauricio Flores Moreno, Gloria Frausto R., Silvino Muñoz S., «Study of skin rigidity variations due to UV radiation using digital holographic interferometry,» *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 126, pp. 105909, 2020.

María del Socorro Hernández M., Fernando Mendoza Santoyo, Jorge Mauricio Flores Moreno, Manuel de la Torre-Ibarra, Luis Silva Acosta, Natalith Palacios-Ortega, «Macro to nano specimen measurements using photons and electrons with digital holographic interferometry: a review,» *J. Eur. Opt. Soc.-Rapid Publ*, vol. 16, pp. 16, 2020.

Gloria Frausto Rea, Manuel H De la Torre Ibarra, Jorge Mauricio Flores Moreno, Luis Silva Acosta, Manuel Briones-R, Fernando Mendoza Santoyo, «Micrometric size measurement of biological samples using a simple and non-invasive transmission interferometric set up,» *Opt. Express*, vol 27, pp. 26251-26263, 2019.

Luis Silva Acosta, Fernando Mendoza Santoyo, Maria del Socorro Hernández Montes, Silvino Muñoz Soliz, «Quantitative analysis of elasticity changes in UV radiated skin,» *Proc. SPIE 10834*, Speckle 2018: VII International Conference on Speckle Metrology, 108341N, 2018.

Trabajos a futuro

En el proyecto del cual se desprende este trabajo de tesis, se contempla desarrollar un método para determinar las diferencias de elasticidad entre un tumor cancerígeno y sus alrededores o entre un tumor maligno y uno benigno. Teóricamente, estas diferencias de elasticidad tendrían un efecto sobre los patrones de vibración de la piel y este efecto podría ser observado y analizado mediante holografía digital de tiempo promedio. La diferencia de elasticidad entre un tumor y sus alrededores se reflejaría en forma de patrones de franjas irregulares que podrían analizarse mediante los modelos que se presentan en este trabajo de tesis. De la misma forma, se podrían analizar muestras de piel con distintos tipos de enfermedades con el objetivo de encontrar diferencias y diagnosticar dichas enfermedades mediante sus propiedades elásticas. El único inconveniente, tal vez, sería conseguir muestras con enfermedades, ya que son difíciles de conseguir.

Por otra parte, el uso de dos distintas fuentes de irradiación dejó en evidencia que el UVA induce un menor envejecimiento en la piel, comparado con el envejecimiento con UVA, UVB y UVC en conjunto. De aquí se desprende la idea de analizar analizar los efectos inducidos por UVA, UVB y UVC por separado con el objetivo de cuantificar o diferenciar el daño que causa cada uno de estos tipos de radiación.

Finalmente, desde mi punto de vista, se pueden realizar aún muchos trabajos de investigación con el uso del láser ultravioleta en conjunto con técnicas holográficas. La ventaja con este láser es que todos los efectos inducidos se observan y se registran en vivo, por lo cual se puede realizar un análisis de todo lo ocurrido durante el experimento. Esta ventaja podría usarse para analizar los efectos de envejecimiento en distintos tipos de biomateriales.

Bibliografía

- [1] Imokawa, G. and Ishida, K., “Biological mechanisms underlying the ultraviolet radiation-induced formation of skin wrinkling and sagging i: Reduced skin elasticity, highly associated with enhanced dermal elastase activity, triggers wrinkling and sagging,” *International Journal of Molecular Sciences*, vol. 16, no. 4, pp. 7753–7775 (2015).
- [2] Grahame, R. and Holt, P., “The influence of ageing on the in vivo elasticity of human skin,” *Gerontology*, vol. 15, no. 2-3, pp. 121–139 (1969).
- [3] Dhital, B., Durlík, P., Rathod, P., Gul-E-Noor, F., Wang, Z., Sun, C., Chang, E. J., Itin, B., and Boutis, G. S., “Ultraviolet radiation reduces desmosine cross-links in elastin,” *Biochemistry and Biophysics Reports*, vol. 10, pp. 172 – 177 (2017).
- [4] Mullenders, L. H. F., “Solar uv damage to cellular dna: from mechanisms to biological effects,” *Photochem. Photobiol. Sci.*, vol. 17, pp. 1842–1852 (2018).
- [5] Mao, P., Wyrick, J. J., Roberts, S. A., and Smerdon, M. J., “Uv-induced dna damage and mutagenesis in chromatin,” *Photochemistry and Photobiology*, vol. 93, no. 1, pp. 216–228 (2017).
- [6] Cadet, J. and Douki, T., “Formation of uv-induced dna damage contributing to skin cancer development,” *Photochem. Photobiol. Sci.*, vol. 17, pp. 1816–1841 (2018).
- [7] Panich, U., “Antioxidant defense and uv-induced melanogenesis: Implications for melanoma prevention,” *Current Management of Malignant Melanoma. Rijeka: Intech*, pp. 227–52 (2011).
- [8] Ichihashi, M., Ueda, M., Budiyanto, A., Bito, T., Oka, M., Fukunaga, M., Tsuru, K., and Horikawa, T., “Uv-induced skin damage,” *Toxicology*, vol. 189, no. 1, pp. 21 – 39 (2003).
- [9] Lan, C.-C. E., Hung, Y.-T., Fang, A.-H., and Ching-Shuang, W., “Effects of irradiance on uva-induced skin aging,” *Journal of Dermatological Science*, vol. 94, no. 1, pp. 220 – 228 (2019).
- [10] Ikehata, H., Mori, T., Douki, T., Cadet, J., and Yamamoto, M., “Quantitative analysis of uv photolesions suggests that cyclobutane pyrimidine dimers produced in mouse skin by uvb are more mutagenic than those produced by uvc,” *Photochem. Photobiol. Sci.*, vol. 17, pp. 404–413 (2018).

- [11] Maeda, K., “Analysis of ultraviolet radiation wavelengths causing hardening and reduced elasticity of collagen gels in vitro,” *Cosmetics*, vol. 5, no. 1 (2018).
- [12] Phillips, T. J., Bhawan, J., Yaar, M., Bello, Y., LoPiccolo, D., and Nash, J., “Effect of daily versus intermittent sunscreen application on solar simulated uv radiation-induced skin response in humans,” *Journal of the American Academy of Dermatology*, vol. 43, no. 4, pp. 610 – 618 (2000).
- [13] Marghoob, A. A., Swindle, L. D., Moricz, C. Z., Sanchez Negron, F. A., Slue, B., Halpern, A. C., and Kopf, A. W., “Instruments and new technologies for the in vivo diagnosis of melanoma,” *Journal of the American Academy of Dermatology*, vol. 49, no. 5, pp. 777–797 (2003).
- [14] Schedin, S., Pedrini, G., and Tiziani, H. J., “Pulsed digital holography for deformation measurements on biological tissues,” *Appl. Opt.*, vol. 39, pp. 2853–2857 (2000).
- [15] Arevalo Diaz, L., Fanjul Velez, F., Rodriguez Colmenares, M. A., and Arce Diego, J. L., “Optical characterization of tissue-simulating phantoms with microparticles by digital image plane holography,” *Proc. SPIE*, vol. 10074, pp. 100741R–100741R–5 (2017).
- [16] Flores-Moreno, J. M., Santoyo, F. M., and Rico, J. C. E., “Holographic otoscope using dual-shot-acquisition for the study of eardrum biomechanical displacements,” *Appl. Opt.*, vol. 52, pp. 1731–1742 (2013).
- [17] Hernández Montes, M. d. S., Furlong, C., Rosowski, J. J., Hulli, N., Harrington, E., Cheng, J. T., Ravicz, M. E., and Mendoza Santoyo, F., “Optoelectronic holographic otoscope for measurement of nano-displacements in tympanic membranes,” *Journal of Biomedical Optics*, vol. 14, no. 3, pp. 034023–034023–9 (2009).
- [18] Zhao, Z. M., Liu, L., Li, Y. Y., Ji, R. D., Zhang, J. H., and Shen, L. B., “Application of Holographic Double Exposure Interferometry in the Displacement Measurement of a Cantilever Beam Based on Digital Image Processing,” *LASERS IN ENGINEERING*, vol. 28, no. 1-2, pp. 81–94 (2014).
- [19] Hernández Montes, M. d. S., Mendoza Santoyo, F., Pérez López, C., Muñoz Solís, S., and Esquivel, J., “Digital holographic interferometry applied to the study of tympanic membrane displacements,” *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 49, no. 6, pp. 698 – 702 (2011).
- [20] De la Torre Ibarra, M., Mendoza Santoyo, F., Pérez López, C., and Saucedo, T., “Detection of surface strain by three-dimensional digital holography,” *Appl. Opt.*, vol. 44, pp. 27–31 (2005).
- [21] De la Torre Ibarra, M., Hernández Montes, M. d. S., Flores-Moreno, J. M., and Mendoza Santoyo, F., “Laser speckle based digital optical methods in structural mechanics: A review,” *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 87, pp. 32 – 58 (2016).
- [22] del Socorro Hernández-Montes, M., Muñoz, S., Torre, M. D. L., Flores, M., Pérez, C., and Mendoza-Santoyo, F., “Quantification of the vocal folds’ dynamic displacements,” *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 49, p. 175401 (2016).

- [23] Pedrini, G., Osten, W., and Gusev, M. E., “High-speed digital holographic interferometry for vibration measurement,” *Appl. Opt.*, vol. 45, pp. 3456–3462 (2006).
- [24] Quan, C., Tay, C., and Chen, W., “Determination of displacement derivative in digital holographic interferometry,” *Optics Communications*, vol. 282, no. 5, pp. 809 – 815 (2009).
- [25] Psota, P., Mokřý, P., Lédl, V., Stašík, M., Matoušek, O., and Kredba, J., “Absolute and pixel-wise measurements of vibration amplitudes using time-averaged digital holography,” *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 121, pp. 236 – 245 (2019).
- [26] Deepan, B., Quan, C., and Tay, C. J., “Quantitative vibration analysis using a single fringe pattern in time-average speckle interferometry,” *Appl. Opt.*, vol. 55, pp. 5876–5883 (2016).
- [27] Demoli, N. and Vukicevic, D., “Detection of hidden stationary deformations of vibrating surfaces by use of time-averaged digital holographic interferometry,” *Opt. Lett.*, vol. 29, pp. 2423–2425 (2004).
- [28] Furlong, C., Rosowski, J. J., Hulli, N., and Ravicz, M. E., “Preliminary analyses of tympanic-membrane motion from holographic measurements,” *Strain*, vol. 45, no. 3, pp. 301–309 (2009).
- [29] Kang, J.-H., “Closed form exact solutions of viscously damped free and forced vibrations of rectangular membranes,” *Journal of Vibration and Control*, vol. 24, no. 10, pp. 2096–2106 (2018).
- [30] Liu, C.-j., Zheng, Z.-L., Jun, L., Guo, J.-J., and Wu, K., “Dynamic analysis for nonlinear vibration of prestressed orthotropic membranes with viscous damping,” *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, vol. 13, no. 02, p. 1350018 (2013).
- [31] Timoshenko, S. and Goodier, J. N., *Theory of elasticity*. Engineering societies monographs, McGraw-Hill (2001).
- [32] Landau, L. D., Landau, L. D., and Lifshits, E., *Teoría de la elasticidad*, vol. 7. Reverté (1969).
- [33] Sokolnikoff, I. S., *Mathematical theory of elasticity*. McGraw-Hill book company (1956).
- [34] Downs, B., “The generation of dynamically corrected flat plate finite elements and their application to the transverse vibration of flat plates,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 122, no. 1, pp. 43 – 68 (1988).
- [35] Vodička, V., “On forced vibrations of composite circular membranes,” *Czechoslovakij fyziceskij zurnal B*, vol. 13, no. 7, pp. 493–498 (1963).
- [36] Rashidifar, M. A. and Rashidifar, A. A., “Vibrations analysis of circular plate with piezoelectric actuator using thin plate theory and bessel function,” *American Journal of Engineering, Technology and Society*, vol. 2, no. 6, p. 140 (2015).

- [37] Stetson, K. A., “Use of sensitivity vector variations to determine absolute displacements in double exposure hologram interferometry,” *Appl. Opt.*, vol. 29, pp. 502–504 (1990).
- [38] Schedin, S., Pedrini, G., Tiziani, H. J., and Santoyo, F. M., “Simultaneous three-dimensional dynamic deformation measurements with pulsed digital holography,” *Appl. Opt.*, vol. 38, pp. 7056–7062 (1999).
- [39] Sánchez A., A., De la Torre Ibarra, M. H., Mendoza Santoyo, F., Saucedo A., T., and Reyes R., D., “Simultaneous 3d digital holographic interferometry for strain measurements validated with fem,” *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 52, pp. 178 – 183 (2014).
- [40] Sánchez Alvarez, A., De la Torre Ibarra, M. H., Mendoza Santoyo, F., and Saucedo Anaya, T., “Strain determination in bone sections with simultaneous 3d digital holographic interferometry,” *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 57, pp. 101 – 108 (2014).
- [41] Stipčević, M., Demoli, N., Skenderović, H., Lončarić, M., Radman, A., Gladić, J., and Lovrić, D., “Effective procedure for determination of unknown vibration frequency and phase using time-averaged digital holography,” *Opt. Express*, vol. 25, pp. 10241–10254 (2017).
- [42] Stetson, K. A. and Brohinsky, W. R., “Fringe-shifting technique for numerical analysis of time-average holograms of vibrating objects,” *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 5, pp. 1472–1476 (1988).
- [43] Vikram, C. S., “A scheme for quantitative holographic vibration analysis from reconstructed irradiance data,” *Journal of Modern Optics*, vol. 39, no. 10, pp. 1987–1989 (1992).
- [44] Pedrini, G. and Osten, W., “Time resolved digital holographic interferometry for investigations of dynamical events in mechanical components and biological tissues,” *Strain*, vol. 43, no. 3, pp. 240–249 (2007).
- [45] Saifollah Rasouli, M. T. T., “Determination of vibration parameters of a large-scale structure by measuring the visibility changes on the time-averaged images of a sinusoidal pattern fixed on it,” *Optical Engineering*, vol. 47, no. 5, pp. 1 – 6 – 6 (2008).
- [46] Borza, D. N., “High-resolution time-average electronic holography for vibration measurement,” *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 41, no. 3, pp. 515 – 527 (2004).
- [47] Borza, D. N., “Mechanical vibration measurement by high-resolution time-averaged digital holography,” *Measurement Science and Technology*, vol. 16, pp. 1853–1864 (2005).
- [48] Asundi, A. and Singh, V. R., “Time-averaged in-line digital holographic interferometry for vibration analysis,” *Appl. Opt.*, vol. 45, pp. 2391–2395 (2006).
- [49] Romero, G. G., Alanís, E. E., Martínez, C. C., Nallim, L. G., Toledo, M. W., and Álvarez, L., “Vibration analysis of perforated plates using time-average digital speckle pattern interferometry,” *Experimental Mechanics*, vol. 50, pp. 1013–1021 (2010).

- [50] Ranamukhaarachchi, S., Lehnert, S., Ranamukhaarachchi, S., Sprenger, L., Schneider, T., Mansoor, I., Rai, K., Häfeli, U., and Stoeber, B., “A micromechanical comparison of human and porcine skin before and after preservation by freezing for medical device development,” *Scientific reports*, vol. 6, p. 32074 (2016).
- [51] Vázquez-Zapien, G. J., Mata-Miranda, M., García-Sánchez, F. J., Campos-Soto, S. S., Sánchez-Brito, M., and Martínez-Cuazitl, A., “Caracterización Biomolecular Mediante Microespectroscopía FTIR en la Fase de Remodelación de la Cicatrización en un Modelo Murino de Lesión Excisional,” *International Journal of Morphology*, vol. 37, pp. 1234 – 1244 (2019).
- [52] Amano, S., “Characterization and mechanisms of photoageing-related changes in skin. damages of basement membrane and dermal structures.,” *Experimental dermatology*, vol. 25 Suppl 3, pp. 14–9 (2016).
- [53] Androulidakis, C., Koukaras, E. N., Pastore Carbone, M. G., Hadjinicolaou, M., and Galiotis, C., “Wrinkling formation in simply-supported graphenes under tension and compression loadings,” *Nanoscale*, vol. 9, pp. 18180–18188 (2017).
- [54] Cutolo, A., Pagliarulo, V., Merola, F., Coppola, S., Ferraro, P., and Fraldi, M., “Wrinkling prediction, formation and evolution in thin films adhering on polymeric substrate,” *Materials & Design*, vol. 187, p. 108314 (2020).
- [55] Matsumoto, T., Ikuta, N., Mori, M., and Nagayama, K., “Mechanics of wrinkle formation: micromechanical analysis of skin deformation during wrinkle formation in ultraviolet-irradiated mice,” *Skin Research and Technology*, vol. 16, no. 2, pp. 179–189 (2010).
- [56] Homolya, S., Svalbe, I., and Osborne, C., “Numerical determination of the density profile of an inhomogeneous membrane: solution of the inverse vibration problem,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 261, no. 2, pp. 193 – 211 (2003).

Apéndices

Apéndice A

Procedimiento para la obtención de valores de tensión y densidad de área

El proceso de simulación para la obtención de los valores de la densidad de área y la tensión por unidad de longitud se realizó mediante los siguientes pasos:

Primero, se determinó la frecuencia más baja para la que fue posible observar patrones de franjas.

En segundo lugar, se midió la densidad de área en 4 momentos diferentes del experimento, tratando de tomar una medida lo más cercana posible al momento de máxima amplitud (mayor número de franjas). Se pueden tomar medidas más de 4 veces.

En tercer lugar, los patrones de franjas se procesaron digitalmente de manera que se ubicaron las franjas oscuras y brillantes. Este paso se realizó con el objetivo de localizar las posiciones de las franjas para obtener mejores resultados en las simulaciones de los resultados experimentales.

Cuarto, considerando que el patrón de franjas con mayor número de franjas se obtiene aproximadamente cuando $\beta = \frac{\rho_s \omega^2 R^2}{\mu_1^2}$, una aproximación de β se determinó para el patrón de franjas más cercano al patrón de franjas de máxima amplitud.

Quinto, con los valores de β y ρ_s , se simuló el patrón de franjas anterior para aproximar el valor de γ mediante su variación en las ecuaciones (3.29) y (2.36).

En sexto lugar, comprendiendo una pequeña variación de γ , los patrones de franjas para los que se midió la densidad se simularon utilizando la variación de β en las ecuaciones (3.29) y (2.36).

Séptimo, se generaron muchos patrones de franjas simulados variando β y ρ_s en los rangos de las aproximaciones anteriores, utilizando las ecuaciones (3.29) y (2.36).

Finalmente, los patrones de franjas experimentales se compararon con los patrones de franjas simulados y se eligieron los patrones de franjas simulados más similares. Luego, la

tensión y la densidad de área utilizadas para generar estos patrones de franjas simulados se consideraron como la tensión y la densidad de áreas de los patrones de franjas experimentales. En este trabajo, se midió la similitud entre los patrones de franjas experimentales y simulados mediante coeficientes de correlación y se eligieron las simulaciones con mayor coincidencia.