



GENERACIÓN DE PARES DE FOTONES EN FIBRAS DE CRISTAL FOTÓNICO

—  —
Trabajo de tesis para obtener el grado de maestro en
ciencias (óptica)

Asesor: Dr. Roberto Ramírez Alarcón

Estudiante: Gustavo Adolfo Gutiérrez Valencia

Físico

Diciembre 2019
León, Guanajuato, México

Índice general

1. Introducción	1
2. Principios físicos del guiado de luz en fibras ópticas	9
2.1. Ecuaciones vectoriales de onda	11
2.1.1. Ecuaciones de Maxwell para un medio dieléctrico	12
2.1.2. Ecuaciones vectoriales de onda para un medio inhomogéneo	13
2.1.3. Coordenadas Cilíndricas	15
2.2. Ecuación de valores propios	17
2.3. Dispersión cromática	18
2.3.1. Dispersión de polarización	22
3. Efectos no lineales en fibras ópticas	24
3.1. Fibras de cristal fotónico	25
3.1.1. Modelo de índice escalonado	27

3.2.	Derivación de la ecuación de propagación no lineal	27
3.3.	Efectos de refracción no lineal: SPM y XPM	29
3.3.1.	Automodulación de fase, SPM	30
3.3.2.	Inestabilidad de modulación	31
3.3.3.	Modulación cruzada de fase (XPM)	33
3.4.	Efectos de esparcimiento inelástico estimulado: Raman y Brillouin	33
4.	Estado cuántico de dos fotones generado por SWFM	35
4.1.	Parejas de fotones generadas por SFWM y su estado cuántico . . .	36
4.2.	Función espectral conjunta	41
4.3.	Soluciones analíticas cerradas de la JSA a primer orden en el empa- tamiento de fases	44
5.	Metodología y resultados	48
5.1.	Fibra NL-750 (fibra referencia)	49
5.1.1.	Caracterización	49
5.1.2.	Función espectral conjunta (JSI)	52
5.2.	Fibras fabricadas	58
5.2.1.	Método de medición de parámetros para fibras Fabricadas.	58
5.2.2.	Dispersión cromática	61

5.2.3.	Función espectral conjunta (JSI)	65
5.2.3.1.	Fibra F1	67
5.2.3.2.	Fibra F2	71
5.2.3.3.	Fibra F3	73
5.2.4.	Montaje experimental	75
6.	Conclusiones	80

Resumen

En el presente trabajo se propone establecer una plataforma de diseño, fabricación y caracterización de fibras de cristal fotónico (PCF, por sus siglas en inglés) especiales que se produzcan totalmente en el CIO, para su uso en diversas aplicaciones de óptica e información cuántica, así como en estudios de análogos fotónicos de agujeros negros. Dicha plataforma complementará las capacidades de fabricación disponibles en el laboratorio de estirado de fibra óptica (LEFO) del CIO, fortaleciendo áreas de diseño y principalmente caracterización de las PCF's fabricadas mediante la medición del parámetro más importante de las PCF's, la dispersión cromática. De esta forma, un primer objetivo consiste en desarrollar las herramientas teórico-experimentales para caracterizar la dispersión cromática de las PCF's que se fabrican en el CIO.

La técnica que se usará para caracterizar la dispersión de las PCF's consiste en la medición de los espectros de generación de parejas de fotones mediante el proceso no lineal y paramétrico de mezcla espontánea de cuatro ondas (SFWM por sus siglas en inglés). Desde una perspectiva de óptica cuántica, dichas parejas de fotones están caracterizadas por la función de intensidad espectral conjunta (JSI por sus siglas en inglés), la cual describe las propiedades de correlación de los estados cuánticos que comparten las parejas. Al determinar teóricamente y medir experimentalmente los espectros de generación de las parejas de fotones, implícitamente se está caracterizando el estado cuántico en el que se generan las parejas. De esta forma, el segundo objetivo consiste en modelar teóricamente y

medir experimentalmente la JSI para caracterizar el estado cuántico de parejas de fotones que producen las PCF's fabricadas en el CIO.

Para dar certeza a las técnicas desarrolladas se consideró como referencia la fibra comercial NL-750 de NKT Photonics, la cual se modeló y caracterizó usando las herramientas teórico-experimentales desarrolladas. Se escogió esta PCF pues es la única fibra comercial con longitud de onda de cero de dispersión cercana a la región de $800nm$, región espectral requerida para las aplicaciones que se busca desarrollar en trabajos futuros. Usando esta fibra como modelo, se fabricaron tres fibras muestra (F1, F2 y F3) las cuales también se modelaron y caracterizaron. El modelado teórico y la caracterización experimental de la dispersión cromática y la JSI de la fibra referencia y las fibras fabricadas representan los principales resultados de este trabajo. En una etapa futura , se espera modelar, fabricar y caracterizar fibras con propiedades de dispersión diseñadas para aplicaciones específicas de óptica e información cuántica, así como para estudios de análogos fotónicos de agujeros negros.

Capítulo 1

Introducción

La llave que abrió la puerta para la óptica no lineal fue el desarrollo del maser (*microwave amplification by stimulated emission of radiation*) por Charles Townes y colaboradores [1] en 1953 en los Estados Unidos, usando moléculas de amonio. Theodore H. Maiman, siguiendo la idea de Townes, desarrolló un dispositivo similar para operar en las frecuencias ópticas. De esta forma, se originó el primer láser (*light amplification by stimulated emission of radiation*) en 1960 [2], construido en base al rubí. Uno de los primeros fenómenos en ser observados fue la generación de segundo armónico (*Second Harmonic Generation - SHG*), con el experimento de Peter Franken *et al.* [3] de la Universidad de Michigan. Al focalizar un haz de luz de un láser de rubí, en la región cercana a $694.3nm$, sobre un cristal de cuarzo se observó el surgimiento de un segundo color, de baja intensidad, en la región del ultravioleta ($347.15 nm$).

De esta forma, los fundamentos de la óptica no lineal se han estado consolidando gradualmente durante un largo periodo de tiempo, con contribuciones de diferentes teorías bien establecidas como los son el electromagnetismo, la dispersión electrónica

y la mecánica cuántica. Un conjunto interesante de fenómenos descubiertos en este trayecto, como la generación del tercer armónico, refracción no lineal, mezclado de cuatro ondas y esparcimiento Raman, que fueron de gran utilidad en usos tales como identificación de materiales y de estructuras cristalinas[4].

La fundamentación de la óptica no lineal, apoyada y aliada con el surgimiento de fuentes coherentes de alta potencia, permiten entender el comportamiento de la materia en función de campos eléctricos y magnéticos intensos. Una propiedad fundamental de un haz de láser, para el estudio y el desarrollo de la óptica no lineal, es su alto grado de coherencia, ya sea espacial o temporal, que consiste en millares de osciladores atómicos vibrando sincronizadamente y produciendo frentes de onda con fase constante en un determinado lapso de tiempo en una determinada distancia [4].

Armstrong, Bloembergen, Ducuing y Pershan [5], mostraron teóricamente, una posibilidad de la amplificación paramétrica de la luz, en 1962. Esta amplificación paramétrica realizada experimentalmente, por primera vez experimentalmente en 1965, por Wang y Racette [6] en el laboratorio de Investigación Aplicada de Philco. Stolen, Bjorkholm y Ashkin [7] observaron por primera vez, el mezclado de tres ondas en fibras ópticas en 1973 y publicaron los resultados en 1974.

El advenimiento de las comunicaciones por fibras ópticas fue un estímulo para el desarrollo mundial de las investigaciones y aplicaciones de los efectos no lineales durante los 80's y 90's, muchos de estos esfuerzos eran dirigidos a la búsqueda de nuevos materiales [8]. Durante este mismo período, se verificó que las fibras ópticas exhibían propiedades ópticas no lineales a pesar de que su coeficiente no lineal era muy pequeño comparado con otros materiales no lineales convencionales[8]. Existen dos razones por las cuales esto ocurre: la primera es que las fibras poseen un

área efectiva suficientemente pequeña, del orden de unas decenas de micrómetros cuadrados, lo que implica que se pueden obtener altas intensidades con bajas potencias de entrada y, la segunda, que las fibras presentan un coeficiente de atenuación intrínseco bastante bajo, permitiendo la producción de efectos no lineales a lo largo de la distancia de interacción efectiva de algunos kilómetros.

La posibilidad de controlar luz con luz es una de las propiedades que hace tan atrayente a la óptica no lineal, en especial en el área de telecomunicaciones, en donde la tasa de transferencia de información es cada vez más demandante por parte de la sociedad. Sin embargo, los sistemas de telecomunicaciones actuales no son completamente ópticos, sino que tienen una hibridación con la electrónica. Estos sistemas, explotan la alta capacidad y velocidad de los enlaces de transmisión por fibra óptica. Sin embargo, la velocidad de transmisión total se ve reducida en los cuellos de botella que se generan en las etapas de conversión de la información del dominio óptico al eléctrico [8], ya que los dispositivos empleados en la manipulación de las señales son eléctricos. Para poder superar esto, los siguientes sistemas a desarrollarse tendrán que ser completamente ópticos, por lo cual hace falta generar diversos dispositivos fotónicos que manipulen eficientemente la información en el dominio totalmente óptico [8].

Por otro lado, el desarrollo de fuentes de luz no-clásica ha tomado especial interés [9]. Particularmente, por medio de procesos paramétricos espontáneos tales como conversión paramétrica descendente (SPDC, *spontaneous parametric down conversion* y mezclado de cuatro ondas SFWM (*spontaneous four wave mixing*, por sus siglas en inglés) se pueden construir fuentes de luz no-clásica, por la interacción de campos electromagnéticos clásicos con materiales no-lineales [10]. Dado que son procesos paramétricos, tanto el momento y la energía son conservados, se supone

en principio que no hay transferencia neta de energía al material.

En el caso particular de SFWM, tres ondas incidentes dan lugar a una cuarta onda. En donde, características como la amplitud, fase y polarización de las ondas que se generan, pueden ser modificadas en función de los parámetros de las ondas incidentes. Por consiguiente, el mezclado de cuatro ondas ha sido involucrado en variadas investigaciones relacionadas con la conjugación óptica de la fase[11], la espectroscopia [12], la microscopía[13], la caracterización de las propiedades ópticas no lineales de diferentes materiales[14], etc. y recientemente en el desarrollo de tecnologías avanzadas para efectuar comunicaciones cuánticas [15], obtención de imágenes por debajo del límite de difracción [16] y dispositivos fotónicos totalmente ópticos, como por ejemplo: amplificadores, interruptores, puertas lógicas, etc. [17, 18].

Por mucho tiempo, el proceso SPDC fue el más empleado para desarrollar fuentes de luz no-clásicas en cristales no-lineales de susceptibilidad de segundo orden χ^2 [18]. A diferencia del FWM, éste proceso es un mezclado de tres ondas donde el fotón del haz de bombeo de frecuencia ω_p es aniquilado para emitir dos fotones con frecuencias ω_s y ω_i , señal y acompañante respectivamente. Estos fotones están correlacionados espectralmente, en momentos y en tiempo de emisión, todo producto del principio de conservación de momento y energía. El carácter no-clásico de la fuente de luz, se encuentra determinado a partir de las correlaciones mencionadas anteriormente, donde también se puede llegar a el entrelazamiento cuántico de dos fotones: definido como una correlación cuántica no-local de dos o más sistemas mecánico-cuánticos donde es imposible definirlos cada uno de manera separada. Esta propiedad, para dos fotones, se puede cuantificar a través del parámetro de cooperatividad K , definidos en términos de la descomposición de

Schmidt [19], donde $K = 1$ representa un estado separable (factorizable o libre de correlaciones) y $K \gg 1$ corresponde a un estado de alto grado de entrelazamiento.

La utilidad de los pares de fotones generados dependen de sus propios estados y la correlación que hay entre ellos: procesamiento de información cuántica y comunicación cuántica como un primer ejemplo, y compuertas lógicas con óptica lineal como un segundo ejemplo. En el primer ejemplo, se utilizan estados de dos fotones correlacionados y, en el caso del segundo, requieren paquetes de onda de un solo fotón en estado puro [20].

Por tanto se hace necesario conceptualizar cuando dos fotones no presentan correlación o cuando tienen algún grado de correlación. Físicamente dos fotones se encuentran libres de correlación cuando su estado como sistema global es un estado factorizable en sus estados individuales, que en términos cuánticos, quiere decir que la función de onda del estado puede ser representada como el producto de dos funciones independientes. En consecuencia, la factorabilidad lleva a la indistinguibilidad del par de fotones, donde la única información obtenida de un fotón a partir del otro es la de su existencia.

Existen diferentes tipos de correlación, entre las que se encuentra la espectral y espacial. Para la correlación espectral, es posible disminuirla mediante uso de filtros espectrales [21]. La correlación espacial, es posible suprimirla en guías de onda y fibras ópticas, para determinadas configuraciones. También existen otros mecanismos para la disminución de correlación espectral: mediante el método de empatamiento de la velocidad de grupo, al usar bombeo de láser pulsado y un cristal con propiedades particulares, esto para el caso del proceso paramétrico (SPDC) [22].

Por otro lado, la generación de pares de fotones con alto grado de correlación

cuántica (entrelazamiento), es útil para diferentes aplicaciones, en las que se encuentra la teleportación cuántica en paquetes de onda uni-fotónicos. En ese sentido, entrelazamiento cuántico puede ser sólo del tipo espectral cuando se propaga un unico modo transversal en un medio no-lineal. En los casos de alto grado de entrelazamiento ($K \gg 1$) bajo ciertas condiciones se puede obtener ancho de emisiones más amplios con bombeos de ancho de banda mas estrechos [19]. Estos casos generalmente son producidos por fuentes de parejas de fotones generadas en cristales no-lineales por SPDC.

Una de las motivaciones para el desarrollo de fuentes de parejas de fotones en fibras ópticas, es la de contar con una fuente que sea compatible con las redes de comunicación estándar. En ese sentido, de los dos procesos ya mencionados anteriormente, el SPDC presenta algunas desventajas en comparación al SFWM, como fuentes generadoras de pares de fotones. La primera de todas, es la limitación de la eficiencia de acoplamiento en fibras ópticas en el SPDC, por la cantidad de modos espectrales y espaciales en este proceso emite. Contrario a esto, el SFWM se alcanzan tasas de emisiones mucho mayores, principalmente a dos factores:

- La potencia de emisión en SFWM es proporcional al cuadrado de la potencia de bombeo, contrario al SPDC que es lineal.
- Una ampliado rango de longitudes de interacción en fibras ópticas, que son materiales de respuesta $\chi^{(3)}$ en comparación a los cristales de bulto de respuesta $\chi^{(2)}$, empleados para el proceso SPDC . Ya que las guías de onda $\chi^{(2)}$ se limitan al tamaño de los cristales.

De esta forma, el SFWM requiere fuentes cada vez más brillantes con fotones de menor ancho de banda, más apropiados para la emisión simultanea de pareja de

fotones.

Es posible generar pares de fotones correlacionados, como por ejemplo en el trabajo de la referencia [23], en el régimen de dispersión anómala. Dentro de este régimen, los fotones se acercan a la frecuencia de bombeo y son susceptibles a interferir con fotones producidos por esparcimiento Raman espontáneo, principal causante del ruido de fondo para la generación de pares de fotones en el caso de SFWM [24]. Para evitar este inconveniente, se usan fibras de cristal fotónico, ya que es posible generar fotones suficientemente separados de la frecuencia central de bombeo, en el régimen de dispersión normal, donde se reduce el efecto Raman. Adicional a esto, las PCF's también ofrecen una serie de ventajas adicionales, como su potencial de confinamiento debido al tamaño del núcleo que beneficia la generación de efectos no-lineales, las longitudes de interacción mucha mayores que en cristales $\chi^{(2)}$, régimen monomodal operando en todas la frecuencias y la dispersión manejable.

Así mismo ha sido posible la generación de pares de fotones por SFWM, donde se observa la correlación espectral[25, 26, 27].

Los objetivos generales de esta tesis es desarrollar una plataforma de diseño, fabricación y caracterización de fibras de cristal fotónico especiales producidas completamente en el CIO, para su uso en diversas aplicaciones de óptica e información cuántica. Como primera parte del estudio se desarrollaron herramientas teórico-computacionales para modelar la dispersión cromática y la curva de emisión característica del SFWM de 4 PCF's, además de obtener la función de intensidad espectral conjunta (JSI), que caracteriza los estados cuánticos generados.

A continuación se muestran los objetivos de la presente tesis.

Objetivos

- Modelar las curvas de dispersión de cuatro fibras. Con especial interés en la fibra NL-750, por sus características de dispersión conocidas.
- Obtener las curvas de emisión de pares de fotones, que caracteriza el proceso de SFWM para cada PFC, en las configuraciones de bombeo co-polarizado y contra-polarizado.
- Hallar los contornos de empatamiento de fase y empatamiento de la velocidad de grupo, ya que de estos contornos se extrae información sobre los casos factorizables de los fotones emitidos.
- Hallar las JSI para diferentes anchos de banda, y longitud de la fibra, obtener el caso factorizable.

Capítulo 2

Principios físicos del guiado de luz en fibras ópticas

El guiado de ondas tiene un amplia utilidad en las comunicaciones, específicamente, las fibras ópticas permiten el guiado de ondas electromagnéticas dentro del rango visible [28]. Actualmente estas fibras están clasificadas fundamentalmente en dos grupos según su estructura de fabricación: las fibras ópticas estándar y las fibras ópticas de cristal fotónico (PCF, por sus siglas en inglés).

El diseño de la fibra óptica estándar es el más simple entre los dos grupos de fibras, su diseño emplea dos medios de diferente índice de refracción: el núcleo, material de mayor índice de refracción (donde se produce el guiado de luz) y el revestimiento el cual rodea el núcleo y cuyo material es de menor índice de refracción. Mientras que, en el diseño de las fibras de cristal fotónico se tiene una estructura periódica de distinto material (o vacío) al núcleo que permiten el confinamiento y guiado de luz por la estructura de bandas característica de las PCF's [39]. Estos mecanismos de guiado están fuertemente sustentados en la teoría electromagnética clásica, donde la propagación de estas ondas dentro de la fibra pueden ser modeladas con alta precisión mediante el uso de las ecuaciones de Bessel, dada la simetría

cilíndrica de la guía. Adicionalmente existe clasificación de fibras según su índice de refracción: de índice escalonado (Step-index) o índice graduado. Las fibras de índice escalonado, tienen un índice de refracción constante en el núcleo y el revestimiento, con índice del núcleo de mayor valor que el revestimiento. Mientras en las de índice graduado, el índice de refracción depende de la distancia al núcleo.

En la siguiente sección se dará el sustento teórico de la propagación dentro de una guía de ondas de simetría cilíndrica en general, tales como lo son las PCF. Para esto se debe tener en cuenta las condiciones de continuidad de los campos. Un número finito de soluciones discretas determinan los índices efectivos de los modos guiados, lo que permite escribir las ecuaciones para luego calcular las componentes del campo en todos los puntos del plano de la sección transversal de la fibra.

En términos de rayos de luz, para asegurar la reflexión total interna en la interfaz núcleo-revestimiento, $n_{co} > n_{cl}$, $n_{max} = n_{co}$. Siendo n_{co} y n_{cl} , índice del núcleo e índice del revestimiento respectivamente. Donde se debe cumplir que $kn_{cl} \leq \beta \leq kn_{co}$, siendo k el vector de onda de la onda propagante y β la constante de propagación, donde se infiere que:

$$\begin{aligned} k^2 n_{co}^2 - \beta^2 &\geq 0 \text{ (para el núcleo de la fibra)} \\ k^2 n_{cl}^2 - \beta^2 &\leq 0 \text{ (para el revestimiento de la fibra)}. \end{aligned} \tag{2.1}$$

Para una guía de onda de dos capas, es más común y más práctico definir los siguientes parámetros modales normalizados que pueden ser positivos o nulos:

$$\begin{cases} U^2 = \rho^2(k^2 n_{co}^2 - \beta^2) = k^2 \rho^2(n_{co}^2 - n_{eff}^2) \\ W^2 = \rho^2(\beta^2 - k^2 n_{cl}^2) = k^2 \rho^2(n_{eff}^2 - n_{cl}^2). \end{cases} \quad (2.2)$$

2.1. Ecuaciones vectoriales de onda

La descripción del sistema onda-fibra, se hace al considerar la propagación de una onda electromagnética (OEM) en un medio material caracterizado por poseer una geometría particular, esta onda por simplicidad se considera tal que sus frentes de ondas sean planos[39].

A partir de ahí se puede hacer uso de las ecuaciones generales de Maxwell, cuya solución permite estudiar la manera en que se propaga las OEMs dentro de la guía de onda.

De esta forma, se establecerán las ecuaciones vectoriales no homogéneas para el caso de los medios dieléctricos, que normalmente constituyen las guías de ondas de luz. Para estos materiales, para los que no se admite (en principio) carga ni corriente, se deducirá las ecuaciones vectoriales de onda para medios homogéneos. Además, si el medio de propagación es invariante en traslación, las soluciones a estas ecuaciones describen los campos de los modos de luz que son propagados a lo largo de la guía de onda (fibra).

En el caso de las fibras de índice escalonado (Step-index), los modos de los campos pueden ser expresados analíticamente en términos de las funciones de Bessel y funciones de Bessel modificadas. En el caso de guías de onda unidimensionales, la soluciones son expresadas en términos de funciones exponenciales o polares [29].

2.1.1. Ecuaciones de Maxwell para un medio dieléctrico

El desarrollo teórico detallado de la siguiente sección se encuentra en la referencia [29]. En general, el campo eléctrico \mathbf{E} y el campo magnético \mathbf{H} de una onda electromagnética monocromática se expresan como:

$$\begin{cases} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}(x, y, z)e^{-i\omega t}, \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{H}(x, y, z)e^{-i\omega t}, \end{cases} \quad (2.3)$$

en coordenadas cartesianas, o

$$\begin{cases} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}(r, \phi, z)e^{-i\omega t}, \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{H}(r, \phi, z)e^{-i\omega t}, \end{cases} \quad (2.4)$$

donde $\omega = 2\pi c/\lambda = k/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$ que es igual a la frecuencia angular. En coordenadas cilíndricas. Los medios dieléctricos se caracterizan por tener una permitividad dieléctrica $\varepsilon(\mathbf{r}) = n^2(\mathbf{r})\varepsilon_0$ y una permeabilidad magnética μ . En la práctica, la fibra está construida de sílice que es un material no magnético, de manera que la permeabilidad en el medio es considerada igual que en el vacío, por tanto $\mu = \mu_0$. Las ecuaciones de Maxwell que vinculan las derivadas espaciales de un campo a las derivadas de tiempo del otro campo son [39]:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = i\omega\mu_0 \mathbf{H} = i\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} k \mathbf{H} \quad (2.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} - \epsilon_0 n^2 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mathbf{J} - i\omega\epsilon_0 n^2 \mathbf{E} = \mathbf{J} - ikn^2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \mathbf{E}, \quad (2.6)$$

junto con las divergencias que serían:

$$\begin{cases} \nabla \cdot (\epsilon_0 n^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)) = \sigma, \\ \nabla \cdot (\mu_0 n^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)) = 0, \end{cases} \quad (2.7)$$

donde \mathbf{J} es la densidad de corriente y σ la densidad de carga.

2.1.2. Ecuaciones vectoriales de onda para un medio inhomogéneo

Para una solución adecuada el sistema de ecuaciones vectoriales (2.5) y (2.6), es preferible expresar un campo en función del otro. Estas ecuaciones se consideran inhomogéneas (no homogéneas) ya que aún contienen la densidad de corriente \mathbf{J} . Usando las identidades vectoriales que involucran tanto campos vectoriales y escalares, como los operadores gradiente ∇ , divergencia ($\vec{\nabla}$), laplaciano vectorial ($\vec{\nabla}^2$) y laplaciano escalar (∇^2) se llega a [39] :

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = i\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left\{ k \mathbf{J} - i\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} k^2 n^2 \mathbf{E} \right\},$$

para el campo eléctrico y:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{H}) - \nabla^2 \mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{J} - i\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} k \nabla \times n^2 \mathbf{E};$$

para el campo magnético. Deduciendo de estas ecuaciones a las expresiones:

$$(\nabla^2 + k^2 n^2) \mathbf{E} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - i \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} k \mathbf{J} \quad (2.8)$$

$$(\nabla^2 + k^2 n^2) \mathbf{H} = -\nabla \times \mathbf{J} + i \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} k \nabla n^2 \times \mathbf{E}. \quad (2.9)$$

Donde finalmente se obtienen las ecuaciones vectoriales de onda para un medio inhomogéneo:

$$(\nabla^2 + k^2 n^2) \mathbf{E} = \nabla (\mathbf{E} \cdot \nabla \ln n^2) - i \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \left\{ k \mathbf{J} + \frac{1}{k} \nabla \left(\frac{\nabla \cdot \mathbf{J}}{n^2} \right) \right\}, \quad (2.10)$$

$$(\nabla^2 + k^2 n^2) \mathbf{H} = (\nabla \times \mathbf{H}) \times \nabla \ln n^2 - \nabla \times \mathbf{J} - \mathbf{J} \times \nabla \ln n^2 \times \mathbf{E}. \quad (2.11)$$

Dadas estas ecuaciones, es perentorio definir las condiciones de frontera y las condiciones iniciales para poder encontrar sus soluciones analíticas. Para esto, se debe reescribir las ecuaciones en el sistema de coordenadas acorde a la geometría de la guía, que en este caso es de geometría cilíndrica.

Específicamente, para el caso de las PCF sus condiciones de frontera vendrán dadas por la estructura del cristal fotónico que se puede caracterizar al incluir las variaciones periódicas que tiene la permitividad eléctrica $\varepsilon(\mathbf{r})$, por otro lado, las condiciones iniciales y la geometría de la guía de onda es idéntica a la usada para una FO convencional. La solución de este planteamiento para las PCF's se hace mediante el uso del método de ondas planas generalizado que abarca la naturaleza vectorial de las ecuaciones de Maxwell [28].

Puntualmente, el problema anterior de encontrar las soluciones de la ecuación de onda para una PCF puede reescribirse como un problema de autovalores, en donde luego es posible obtener su solución mediante simulación numérica al aplicar el método ya mencionado de ondas planas, que incorpora el uso del teorema de Bloch y lleva el espacio de trabajo al espacio recíproco incorporando expansiones en series de Fourier y su transformada, para obtener las bandas de energía permitidas y prohibidas que surgen producto de la periodicidad que adquieren las funciones que describen este sistema físico cuya característica principal es tener una estructura de red periódica [28].

2.1.3. Coordenadas Cilíndricas

Dado que la fibra óptica es una guía de onda de simetría axial, las ecuaciones (2.10) y (2.11), se deben trabajar, por simplicidad, en un sistema de coordenadas polares o cilíndricas y obtener sus soluciones analíticas. Para esto, es necesario tener ciertas consideraciones físicas: la onda viaja de manera longitudinal dentro de la fibra, convencionalmente en dirección del eje z , y sus oscilaciones electromagnéticas son transversales, en el plano XY .

Por tanto, el laplaciano que aparece en el sistema de ecuaciones anteriormente descrito puede descomponerse en una parte longitudinal y otra parte transversal, siendo invariante en el eje z debido a las características geométricas de la fibra óptica. Esto permite expresar los campos magnéticos y eléctricos como una superposición de campos y de forma separable. Teniendo en cuenta lo anterior y considerando la forma del laplaciano en cilíndricas, se obtiene lo siguiente :

$$\begin{cases} (\nabla_t + n^2 k^2) \mathbf{e} &= -(\nabla_t + i\beta \hat{\mathbf{z}})(\mathbf{e}_t \cdot \nabla_t \ln \mathbf{n}^2) \\ (\nabla_t + n^2 k^2) \mathbf{h} &= \{(\nabla_t + i\beta \hat{\mathbf{z}}) \times \mathbf{h}\} \nabla_t \ln \mathbf{n}^2, \end{cases} \quad (2.12)$$

Considerando una fibra de índice escalonado (SIF, por sus siglas en inglés), sus índices son constantes, se simplifica la ecuación más general (2.12) queda como:

$$\begin{cases} (\nabla_t + \{n^2 k^2 - \beta^2\}) \mathbf{e}_z &= 0 \\ (\nabla_t + \{n^2 k^2 - \beta^2\}) \mathbf{h}_z &= 0. \end{cases} \quad (2.13)$$

Al expresar el operador ∇_t en coordenadas cilíndricas, se tienen dos ecuaciones diferenciales tipo Bessel para el revestimiento y el núcleo. Cuyas soluciones son de la forma de las funciones de Bessel de primer tipo y de Bessel modificadas de segundo tipo. Siendo éstas, las únicas de las cuatro clases de funciones Bessel que tienen interpretación física. Por tanto las componentes longitudinales de los dos campos quedan de la forma:

$$\begin{aligned} e_z(r, \phi) &= A f_v(\phi) \begin{cases} J_v(Ur/\rho) & 0 \leq r \leq \rho \\ K_v(Wr/\rho) & r > \rho \end{cases} \\ h_z(r, \phi) &= B g_v(\phi) \begin{cases} J_v(Ur/\rho) & 0 \leq r \leq \rho \\ K_v(Wr/\rho) & r > \rho. \end{cases} \end{aligned} \quad (2.14)$$

donde las funciones axiales son

$$\begin{aligned}
f_v(\phi) &= \begin{cases} \cos v\phi & \text{modos pares} \\ \sin v\phi & \text{modos impares} \end{cases} \\
g_v(\phi) &= \begin{cases} -\sin v\phi & \text{modos pares} \\ \cos v\phi & \text{modos impares.} \end{cases}
\end{aligned} \tag{2.15}$$

Es preciso obtener las componentes transversales en términos de las componentes longitudinales de los campos eléctricos y magnéticos. Esto se logra usando el sistema de ecuaciones (2.12):

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}_r &= \frac{1}{n^2k^2 - \beta^2} \left\{ \beta \frac{\partial i\mathbf{e}_z}{\partial r} + \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{k}{r} \frac{\partial i\mathbf{h}_z}{\partial \phi} \right\} \\
\mathbf{e}_\phi &= \frac{1}{n^2k^2 - \beta^2} \left\{ \frac{\beta}{r} \frac{\partial i\mathbf{e}_z}{\partial \phi} - \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} k \frac{\partial i\mathbf{h}_z}{\partial r} \right\} \\
\mathbf{h}_r &= \frac{1}{n^2k^2 - \beta^2} \left\{ \beta \frac{\partial i\mathbf{h}_z}{\partial r} - \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{kn^2}{r} \frac{\partial i\mathbf{e}_z}{\partial \phi} \right\} \\
\mathbf{h}_\phi &= \frac{1}{n^2k^2 - \beta^2} \left\{ \frac{\beta}{r} \frac{\partial i\mathbf{h}_z}{\partial \phi} + \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} kn^2 \frac{\partial i\mathbf{e}_z}{\partial r} \right\}.
\end{aligned} \tag{2.16}$$

2.2. Ecuación de valores propios

La ecuación de valores propios para guías de onda ópticas se deriva de las ecuaciones de Maxwell, al exigir que los campos electromagnéticos satisfagan las condiciones de contorno en la interfaz entre el revestimiento y el núcleo, es decir que exista la continuidad de las componentes tangenciales, lo cual se observa en la expresión 2.14. Mientras que para las componentes longitudinales, e_z y h_z asegura la continuidad en $r = \rho$. Se requiere únicamente dos de las otras dos componente restantes $e_r(h_r)$

o $e_\phi(h_\phi)$, para cualquiera de los pares que se escoja se llegará al mismo resultado. Por tanto al sustituir las ecuaciones (2.14) en las ecuaciones (2.16), se garantiza la continuidad de las componentes, puede ser expresado en un formalismo matricial de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} v\beta \left(\frac{V^2}{W^2U^2} \right) & -\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left(\frac{J'_v(U)}{UJ_v(U)} + \frac{K'_v(W)}{WK_v(W)} \right) \\ \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} n_{eff}^2 \left(\frac{J'_v(U)}{UJ_v(U)} + \frac{n_{co}^2}{n_{co}^2} \frac{K'_v(W)}{WK_v(W)} \right) & v\beta \left(\frac{V^2}{W^2U^2} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = 0 . \quad (2.17)$$

Para garantizar otras soluciones, distintas a la trivial, se debe imponer que el determinante asociado al sistema debe dar 0, de esta forma se obtiene la ecuación de valores propios de los modos guiados en una fibra SIF:

$$\left\{ v \frac{n_{eff}}{n_{co}} \right\}^2 \left\{ \frac{V}{UW} \right\}^4 = \left\{ \frac{J'_v(U)}{UJ_v(U)} + \frac{n_{eff}^2}{n_{co}^2} \frac{K'_v(W)}{WK_v(W)} \right\} \times \left\{ \frac{J'_v(U)}{UJ_v(U)} + \frac{K'_v(W)}{WK_v(W)} \right\}. \quad (2.18)$$

2.3. Dispersión cromática

Al propagarse una onda electromagnética en un dieléctrico esta interactuá con los electrones enlazados del material, por lo que la respuesta del medio, en general, depende de una frecuencia ω . Esta propiedad, se le conoce como dispersión cromática, se manifiesta a través de la dependencia del índice de refracción con la frecuencia $n(\omega)$.

En fibras ópticas en general, la dispersión adquiere mayor relevancia cuanto más pulsado sea la forma de la luz acoplada. Por definición, todo pulso óptico tiene un ancho de banda en frecuencias ($\Delta\omega$), el cual es inversamente proporcional a su duración. La dispersión causa que cada componente espectral viaje a una velocidad de fase distinta, conduciendo a un ensanchamiento temporal del pulso. En particular en fibras ópticas, el conjunto de la dispersión del material, la dispersión de guía de onda; y en menor medida las dispersiones de polarización y modal, es lo que produce el efecto de dispersión [30].

A nivel fundamental, el origen de la dispersión cromática tiene que ver o se encuentra relacionado con la frecuencia de resonancia característica en la que el medio absorbe radiación electromagnética por medio de las oscilaciones de sus electrones ligados. Lejos de la frecuencia de resonancia del medio, el índice de refracción se encuentra bien modelado a través de la ecuación :

$$\begin{aligned} n^2(\omega) &= 1 + \sum_{j=1}^m \frac{B_j \omega_j^2}{\omega_j^2 - \omega^2} \\ n^2(\lambda) &= 1 + \sum_{j=1}^m \frac{B_j \omega_j^2}{\lambda^2 - \lambda_j^2}. \end{aligned} \tag{2.19}$$

Conocida como la ecuación del Sellmeier [10] donde ω_j es la frecuencia de resonancia y B_j en este caso son los coeficientes de Sellmeier. Cada término de la suma que representa una absorción de resonancia con peso B_j de la j -ésima resonancia. La suma de la ecuación (2.19) se extiende sobre todas las resonancias del material que contribuyen al rango de frecuencias (o longitudes de onda) de interés. Para la sílice estos parámetros son : $B_1 = 0.6961663$, $B_2 = 0.4079426$, $B_3 = 0.8974794$, $\lambda_1 = 0.0684043 \mu\text{m}$, $\lambda_2 = 0.1162414 \mu\text{m}$ y $\lambda_3 = 9.896161 \mu\text{m}$ [30].

La dispersión de la fibra juega un papel crítico en la propagación de pulsos ópticos cortos debido a que diferentes componentes espectrales asociados con la

propagación del pulso a diferentes velocidades dadas por $c/n(\omega)$. Incluso cuando los efectos no lineales no son importantes, el ensanchamiento del pulso inducido por la dispersión puede ser perjudicial para los sistemas de comunicación óptica.

Es habitual y conveniente para realizar esta descripción considerar un espectro centrado alrededor de una frecuencia ω_0 . En el caso de que el ancho espectral total ($\Delta\omega$) sea mucho menor que la frecuencia central ($\Delta\omega \ll \omega_0$), podemos describir la constante de propagación en todo el rango espectral de interés mediante un desarrollo en serie de Taylor:

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (2.20)$$

donde

$$\beta_i = \left. \frac{d^i \beta}{d\omega^i} \right|_{\omega=\omega_0},$$

Los parámetros β_1 y β_2 están relacionados con el índice de refracción $n(\omega)$ y sus derivadas a través de las relaciones:

$$\beta_1 = \frac{1}{v_g} = \frac{n_g}{c} = \frac{1}{c} \left(n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right), \quad (2.21)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{c} \left(2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2 n}{d\omega^2} \right). \quad (2.22)$$

La interpretación física de β_1 y β_2 puede hacerse a través de los conceptos de velocidad de fase y de grupo. La velocidad de fase (v_f) es el cociente entre la

frecuencia angular ω y la constante de propagación β y puede entenderse como la velocidad a la que se propagan los frentes de una onda armónica (por ejemplo, producida por un láser continuo) a lo largo de la fibra . La velocidad de grupo, sin embargo, se define como la derivada de la frecuencia respecto a la constante de propagación y coincide con el inverso de β_1 :

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = \frac{1}{\beta_1}. \quad (2.23)$$

La velocidad de grupo es la velocidad a la que se propaga la envolvente de una onda armónica (por ejemplo una senoide que modula la salida un láser). En general la velocidad de grupo y de fase no son iguales, en general, salvo que β y ω se relacionen linealmente. Sin embargo, en fibras aunque no son iguales, estas velocidades son muy parecidas y aproximadamente iguales a 2×10^8 m/s.

Físicamente hablando, la envolvente de un pulso óptico se mueve a la velocidad de grupo, mientras que el parámetro β_2 representa la dispersión de la velocidad de grupo y es responsable del ensanchamiento del pulso. Este fenómeno se conoce como dispersión de velocidad de grupo (GVD), y β_2 es el parámetro GVD. El parámetro de dispersión D está relacionado con con β_2 y n mediante la siguiente relación:

$$D = \frac{d\beta_1}{d\lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2}. \quad (2.24)$$

La longitud de onda para la cual D es cero se denomina longitud de onda de cero dispersión (λ_{zd}) y es el punto en el cual la dispersión de la guía de onda compensa la dispersión material[10].

En la dispersión de las PCF's hay dos regímenes, marcados por los ceros de dispersión λ_{zd} . El primer régimen es el de la dispersión normal, en el que $D < 0$ para longitudes de onda menores que λ_{zd} . En este punto, las componentes con menor longitud de onda (mayor frecuencia) viajan más rápido que las componentes de mayor longitud de onda (menor frecuencia). Contrariamente, en el régimen de dispersión anómala, donde $D > 0$ para longitudes de onda mayores que λ_{zd} , las componentes con mayor longitud de onda (menor frecuencia) viajan más rápido que las componentes de menor longitud de onda (mayor frecuencia). Los efectos que pueda originar la fibra por la propagación del pulso, depende fuertemente del régimen que se trabaje y tendrán características diferenciadas.

Como anteriormente se mencionó, el ensanchamiento del pulso depende de la dispersión, en consecuencia del punto de cero de dispersión, de ahí la importancia que la longitud de onda central de la onda propagante se encuentre cerca del cero de dispersión, en los casos que se requiera conservación de la forma del pulso en su propagación. En SIFs estándar, no es posible mover el cero de dispersión por debajo de $1.27 \mu m$, por su bajo contraste. Al contrario de las fibras de cristal fotónico donde se puede mover el cero cercano al visible [31].

2.3.1. Dispersión de polarización

En la práctica las fibras monomodo guían en realidad dos modos en direcciones ortogonales. Si la fibra es perfecta, estos dos modos son degenerados, es decir, tienen una única constante de propagación $\beta_x = \beta_y = \beta$. No obstante, pueden existir imperfecciones dentro de la geometría de la fibra, que ocasionen que el índice de refracción efectivo en cualquiera de las direcciones transversales sea distinto, por lo que $\beta_x \neq \beta_y$. En este caso se dice que la fibra presenta una cierta

birrefringencia dada por $\Delta B = \beta_x - \beta_y$. Las fibras en las que esta birrefringencia se ha inducido de forma expresa y se mantiene espacialmente se denominan fibras de alta birrefringencia o fibras que mantienen la polarización, según el uso que se les de[32].

Si la luz transmitida al final de la fibra se divide de forma idéntica en los dos modos de polarización, es una fibra que presenta alta birrefringencia. Lo que indica que hay un desfase entre los modos de $\tau = \Delta BL/\omega$. Esto es la longitud para la cual el retardo entre los dos modos de polarización es exactamente igual a un periodo ($L_B = 2\pi/\Delta B$).

En el caso de la transmisión de un pulso en una fibra de alta birrefringencia, a la entrada de la fibra, la mitad de la potencia se acoplaría a cada uno de los modos de polarización (rápido y lento) de la fibra. A la salida de la fibra, en el extremo receptor, se distinguirían dos replicas del pulso (correspondientes cada una a un modo de polarización), con un retardo de grupo diferencial DGD (*Differential Group Delay*, por sus en inglés) entre las dos dada por:

$$\Delta\tau = \frac{d\Delta BL}{d\omega}. \quad (2.25)$$

Con los procedimientos sofisticados de estirado de fibra utilizados actualmente, siempre habrá cierta cantidad de birrefringencia residual que varía longitudinalmente de forma aleatoria. La presencia de esta birrefringencia aleatoria se traduce en un ensanchamiento de los pulsos transmitidos. Este fenómeno dispersivo se conoce como dispersión de polarización (*polarization mode dispersion*, PMD) y ha recibido una gran atención en los últimos años por su naturaleza estocástica, este efecto es difícil de caracterizar de forma completa [32].

Capítulo 3

Efectos no lineales en fibras ópticas

El efecto de confinamiento de la fibra permite que la onda se propague dentro de una dirección preferente, a su vez, también hay transmisión de energía y por consiguiente potencia. Cuando se llega a una determinada potencia (potencia umbral), la respuesta del material en su polarización inducida deja de ser una respuesta lineal, es una condición necesaria para para producir efectos no lineales en la fibra.

Existen dos tipos básicos de efectos no lineales en las fibras ópticas [10]: los efectos de ganancia o atenuación no lineal (también llamados efectos de esparcimiento inelástico estimulado), ligados a la respuesta retardada del medio a la presencia de un campo intenso; por otro lado, los efectos de modulación del índice de refracción de la fibra con la potencia óptica incidente. En el primer tipo encontramos los efectos Brillouin y Raman. En el segundo tipo se encuentran los efectos de auto-modulación de fase (self-phase modulation, SPM), modulación cruzada de fase

(cross-phase modulation, XPM) y los procesos asociados con la mezcla de cuatro ondas (four-wave mixing, FWM), denominados también procesos paramétricos.

El presente trabajo está enfocado en la generación de pares de fotones a través del proceso de SFWM en PFC, sin embargo se debe conocer algunos procesos no lineales que pueden ser generados en estas condiciones. En las siguientes secciones se hará una descripción breve de algunos de los efectos más comunes en PFC, como también la definición de lo que es una PCF.

3.1. Fibras de cristal fotónico

Para realizar el presente trabajo, se requiere de un medio que permita controlar sus propiedades dispersivas. Dentro de la clasificación de las fibras ópticas, las PCF's se postulan como los medios más idóneos porque además de sus características de dispersión controlable, permiten un confinamiento alto del modo propagado en el núcleo de la fibra, favoreciendo la producción de efectos no-lineales. Además, pueden ser fabricadas para soportar la propagación de un solo modo a todas las longitudes de onda [23]. Aunque se han generado parejas de fotones en fibras de dispersión corrida (DSF, Dispersion-Shifted Fiber, por sus siglas en inglés), con el punto de cero dispersión en la banda de telecomunicaciones (alrededor de $1.55 \mu\text{m}$) [23], las características de dispersión únicas de las PCF's son potencialmente útiles para la construcción de fuentes de parejas de fotones que presenten propiedades de correlación espectral particulares.

En general los cristales fotónicos (CF), son materiales estructurales cuya función dieléctrica es periódica, y se pueden construir de acuerdo a su dimensionalidad;

de una dimensión (1D), de dos dimensiones (2D) y tres dimensiones (3D). Específicamente, las fibras de cristal fotónico (PCF) poseen una simetría similar con estructuras periódicas 2D, cuya periodicidad determina el confinamiento y guiado de luz a través de la interacción de radiaciones electromagnéticas que tengan longitudes de onda comparables con la periodicidad de la fibra. Generalmente la estructura de las PCF son de arreglos de huecos de aire que permanecen invariantes en la fibra, en el que pueden tener núcleo sólido y núcleo hueco. Las PCF de núcleo sólido pueden guiar la fibra por reflexión total interna (igual que las fibras estándar), en cambio las PCF de núcleo hueco pueden guiar por el efecto de las brechas fotónicas o la banda de energías prohibidas que indican el rango de longitudes de onda permitidas para propagarse dentro de la fibra [33].

En el presente trabajo la fibra con la que se modela la curva de dispersión, fue la fibra NL-750. Esta fibra, es una PCF diseñada para generar efectos no lineales. Otro parámetro a tener en cuenta en este tipo de fibras es la fracción de llenado de aire, que llega a ser aproximado a la relación $f = \frac{d}{\Lambda}$, donde d es el diámetro de los huecos y Λ la distancia de los centros de los huecos (periodicidad). Por otro lado, las PCF's se caracterizan por un contraste dieléctrico bastante alto debido a que la cubierta, formada por la estructura de huecos de aire, tiene un índice de refracción que puede incluso aproximarse a la unidad para f muy grande. Existe un valor límite de r (para cada f) en el cual estos puntos de cero dispersión convergen a uno solo, en una longitud de onda que yace en la parte visible del espectro; para valores del radio menores a éste, el parámetro de dispersión se hace negativo en todo el rango de longitudes de onda y por lo tanto la fibra exhibe dispersión normal. Qué tanto se puede correr el punto de cero dispersión hacia el visible, está condicionado por el contraste dieléctrico.

3.1.1. Modelo de índice escalonado

Este estudio considero el modelo de la dispersión para el caso en que la fibra tiene índice escalonado, este modelo se encuentra detallado en la referencia [36], donde es posible calcular la constante de propagación del modo propagado en la fibra como función de la frecuencia óptica, en el espacio de parámetros r, f . En este modelo, el índice de refracción del núcleo corresponde al del material de la fibra (silice) y el revestimiento el índice de refracción es modelado como el índice medio de la micro-estructura, lo que es lo mismo, $n_2 = f + (1 - f)n_1$. La distribución de los huecos y la forma no esta considerada bajo este modelo, no obstante su validez ha sido comprobada y contrastada con resultados de otros modelos numéricos ya implementados en recientes trabajos [36], como por ejemplo, el modelo vectorial completo para valores de f entre $0.1 - 0.9$.

Ademas de modelar la curva de dispersión , adicionalmente el modelo permite explorar las propiedades de empatamiento de fase y propiedades de correlación espectral de parejas de fotones generados por SFWM, en PCF para diferentes parámetros de red.

3.2. Derivación de la ecuación de propagación no lineal

Para obtener la ecuación de propagación en presencia de efectos no lineales en la fibra es preciso establecer ciertas suposiciones que faciliten la resolución del problema [34]. La primera de las suposiciones que suelen establecerse en la literatura de efectos no lineales en fibras, es la consideración que la polarización del campo

es constante a lo largo de toda la fibra, por lo que es válida una aproximación escalar, dada por:

$$\nabla^2 E + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}. \quad (3.1)$$

Para obtener una descripción completa del campo eléctrico, es necesario encontrar una relación entre P y E . Esta relación es normalmente una relación fenomenológica similar a un desarrollo en serie:

$$\begin{aligned} P(r, t) = & \epsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\chi}^{(1)}(t-t') \cdot \mathbf{E}(r, t') dt' + \\ & + \epsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\chi}^{(2)}(t-t_1, t-t_2) : \mathbf{E}(r, t_1) \mathbf{E}(r, t_2) dt_1 dt_2 + \\ & + \epsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\chi}^{(3)}(t-t_1, t-t_2, t-t_3) : \mathbf{E}(r, t_1) \mathbf{E}(r, t_2) \mathbf{E}(r, t_3) dt_1 dt_2 dt_3 + \\ & + \dots \end{aligned} \quad (3.2)$$

Observe que el primer término de la ecuación anterior, donde se encuentra $\tilde{\chi}^{(1)}$, corresponde a la respuesta lineal de la fibra. En este caso se ignoran los efectos de orden superior a tres ya que son muy poco eficientes. Particularmente, se considera que el material de la fibra es en su mayoría de sílice, por lo que se puede eliminar los términos de orden par, por la simetría de inversión que caracteriza el material. Cabe resaltar que, el orden de la susceptibilidad en general no corresponde al orden del tensor, el orden del tensor está un grado por encima, siendo por ejemplo la susceptibilidad de primer orden un tensor de orden dos.

En suma, al ser un medio isótropo la expresión 3.2 se simplifica aún más. Por un lado, $\tilde{\chi}^{(1)}$ puede ser descrito mediante una única componente escalar $\chi^{(1)}(t)$ y el tensor $\tilde{\chi}^{(3)}$ contiene tan sólo cuatro componentes no nulas : $\chi_{xxxx}^{(3)}(t)$, $\chi_{xxyy}^{(3)}(t)$, $\chi_{xyxy}^{(3)}(t)$ y $\chi_{xyyx}^{(3)}(t)$. Por otro lado, por la condición de simetría de Kleinman [36] impone la siguiente relación para las componentes del tensor $\tilde{\chi}^{(3)}$:

$$\begin{aligned}\chi_{xyyx}^{(3)}(t) &= \chi_{xyxy}^{(3)}(t) \\ \chi_{xxyy}^{(3)}(t) &= \chi_{xxxx}^{(3)}(t) - 2\chi_{xyxy}^{(3)}(t).\end{aligned}$$

En resumen, los efectos lineales tienen dependencia en con la respuesta de $\chi^{(1)}(t)$ y los efectos no-lineales con ordenes mayores a $\tilde{\chi}^{(3)}$, estos últimos empiezan a ser considerados cuando la potencia empieza a ser grande .

3.3. Efectos de refracción no lineal: SPM y XPM

En general el índice de refracción de un material es independiente de cualquier radiación que se propague en el, no obstante, cuando se alcanza una potencia umbral el índice de refracción empieza a depender de la intensidad de la luz incidente. Esto es conocido como refracción no lineal, por tanto la dependencia del índice de refracción de la fibra viene dado por:

$$n(E) = n_0 + n_2 I. \quad (3.3)$$

El valor del segundo índice n_2 es muy bajo, se requiere altas potencias y longitudes de fibra considerables para que en esta modulación haya diferencias de fase apreciables.

3.3.1. Automodulación de fase, SPM

Considerando la respuesta del campo instantánea, de la literatura se obtiene la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A = i\gamma |A|^2 A, \quad (3.4)$$

esta ecuación es conocida como la ecuación no lineal de Schrödinger (NLSE). Donde β_1 es el inverso de la velocidad de grupo, β_2 es la GVD, α y γ son los coeficientes de atenuación y no lineal del medio, respectivamente. De esta ecuación se deriva el efecto no lineal de automodulación de fase. Cuya solución es una envolvente que depende de una amplitud normalizada $U(z, \tau)$:

$$A(z, \tau) = \sqrt{P_0} \exp\left(\frac{-\alpha z}{2}\right) U(z, \tau), \quad (3.5)$$

donde P_0 es la potencia pico del pulso incidente. Simplificando el caso para $\beta_2 = 0$, la solución de la ecuación (3.4) en $z = L$ está dada por:

$$U(L, \tau) = U(0, \tau) \exp(i\phi_{NL}) = U(0, \tau) \exp(i\gamma P_0 L_e |U(0, \tau)|^2), \quad (3.6)$$

Donde L_e es la longitud efectiva, longitud donde se genera el efecto no lineal teniendo en cuenta las pérdidas que produce la fibra [10].

La ecuación (3.6) lleva a dos conclusiones interesantes:

1. La modulación con la potencia del índice de refracción genera un desplazamiento de la fase de la señal que depende de la intensidad y de la forma del pulso. La variación temporal de dicha fase conllevará un ensanchamiento del espectro de la señal [37].
2. La intensidad de dichos cambios de fase vendrá fuertemente determinada por la magnitud del producto $P_0 \cdot L_e$. La automodulación de fase empieza a tener un efecto significativo cuando el producto $P_0 \cdot L_e$ es aproximadamente $1 \text{ W} \cdot \text{km}$.

Se pueden hacer sistemas que compensen la distorsión del pulso propagado combinando la dispersión del material con SPM.

3.3.2. Inestabilidad de modulación

La inestabilidad modulacional (MI, por su siglas en inglés) se manifiesta a través de la aparición de un tren de pulsos a partir de un haz continuo o como también la aparición de sendos lóbulos laterales en el espectro de potencia de un haz continuo que se propaga en la fibra. Es un fenómeno común en el régimen de dispersión anómalo ($\beta_2 < 0, D > 0$) de la fibra y para casos donde se cumple $PL_e \geq 1 \text{ Wkm}$ [10].

En términos más matemáticos la inestabilidad de modulación se deriva de la ecuación (NLS) (3.4) donde se desprecian las pérdidas de la fibra y se considera el haz como continuo :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \gamma |A|^2 A, \quad (3.7)$$

donde $T = t - z/v_g$ se ha tomado como la referencia de tiempo. La solución estacionaria de la ecuación anterior es $A(z, T) = \sqrt{P_0} \exp(i\gamma P_0 z)$. Para estudiar la estabilidad de la solución se hace uso de una función de prueba $A(z, T) = (\sqrt{P_0} + a) \exp(i\gamma P_0 z)$, con a como :

$$a(z, T) = \frac{1}{2} [a(z, \Omega) \exp(i(\Omega T - Kz)) + a(z, -\Omega) \exp(-i(\Omega T - Kz))] \quad (3.8)$$

$$K = \pm \frac{1}{2} |\beta_2 \Omega| \sqrt{\Omega^2 + 4 \frac{\gamma P_0}{\beta_2}}. \quad (3.9)$$

Siendo Ω la separación en frecuencia con respecto a longitud de onda de bombeo, la K dada en la ecuación (3.9) son las soluciones al substituir (3.8) en (3.7).

La estabilidad de la solución estacionaria depende del signo de β_2 , por ejemplo para dispersión normal, K es real para todo Ω y las soluciones obtenidas para la perturbación presentan una amplitud constante, ya que $\beta_2 > 0$, por tanto bajo estas condiciones la solución se considera estable a pequeñas perturbaciones. El caso cambia para el régimen anómalo, ya que hay soluciones imaginarias para K y por tanto la amplitud de la perturbación crece exponencial mente con la distancia.

La modulación, $g(\Omega)$ está dado directamente a partir de K por:

$$g(\Omega) = 2\Im(K) = |\beta_2 \Omega| \sqrt{\frac{4\gamma P_0}{|\beta_2|} - \Omega^2}. \quad (3.10)$$

3.3.3. Modulación cruzada de fase (XPM)

En cuanto a otros fenomenos no-lineales relacionados con la refracción no lineal, se encuentra la modulación cruzada de fase. Este efecto o conjuntos de efectos se les conoce por la modulación fase de la señal óptica inducida por la potencia óptica de otra señal de un canal vecino. Como es lógico, la modulación cruzada de fase aparece siempre acompañada de la SPM. Para el estudio de este efecto se considera en general que los canales co-propagantes pueden ser de distinta longitud de onda e idéntica polarización o de parecida longitud de onda pero polarización cruzada.

3.4. Efectos de esparcimiento inelástico estimulado: Raman y Brillouin

Generalmente, los cambios de fase en las longitudes de onda o intercambio de potencia entre las distintas longitudes de onda presentes en la fibra son efectos debidos a la parte real de la susceptibilidad, sin embargo existe conservación de energía total en el dominio óptico [10]. Para el caso de los efectos de esparcimiento inelástico estimulado, parte de la energía de la onda incidente es transferida al medio, mientras que la energía restante es empleada en procesos de amplificación en ondas de frecuencia inferior. Los modos de vibración (acústica o molecular) de los materiales que componen la fibra son inherentes al medio mismo y sus propiedades, que son las que establecen el proceso de interacción entre la onda y el material de la fibra, que es generalmente de sílice amorfo. A grosso modo, es posible afirmar que un fotón incidente es absorbido por el medio para crear un fotón de energía menor y un fonón, existiendo aún el principio de conservación para momentos y

energías adecuadas. En función de la energía del fonon involucrado (y por tanto de la diferencia de frecuencias entre el fotón incidente y el generado), se habla de fonones ópticos ($\sim 10 THz$) o acústicos ($\sim 10 GHz$), y en cada caso también de un distinto tipo de esparcimiento: Raman o Brillouin [10]. Restringiéndose solamente a la región de frecuencias cercana a las frecuencias que introducimos en la fibra ($\sim 200 THz$), se suele decir que en estos efectos no se conserva la energía, sino el número de fotones [10, 34].

Desde un punto de vista de la mecánica cuántica, en el proceso Raman un fotón de frecuencia mas alta es aniquilado para crear, de forma estimulada, un fotón de energía mas baja y un fonon de energía adecuada para permitir a la molécula del silice tener una transición molecular entre dos estados vibracionales. Desde el punto de vista electromagnético tratado hasta ahora, este proceso por el cual se transfieren fotones a una onda de frecuencia inferior es tratado a partir de la contribución molecular (no instantánea) a la susceptibilidad de orden tres.

Similarmente, el efecto Brillouin puede verse desde un punto de vista cuántico. Un fotón de cierta energía es aniquilado para generar un fotón de energía menor y un fonon acústico de la energía y cantidad de movimiento adecuadas para verificar las leyes de conservación de estas magnitudes [10]. Existen diferencias con el efecto Raman, todas ellas debidas a que en el efecto Raman los fonones generados son ópticos en vez de fonones acústicos, como es el caso del efecto Brillouin.

Capítulo 4

Estado cuántico de dos fotones generado por SWFM

El estado cuántico de dos fotones generado a partir del mezclado de cuatro ondas, puede fundamentarse en la teoría de las perturbaciones estándar siempre y cuando se esté en el régimen de emisión espontánea. En el presente capítulo se presenta el desarrollo analítico que permite deducir el estado de los dos fotones según sea la configuración de los campos interactuantes, es decir, para campos que interactúan de forma co-polarizada y campos que interactúan de forma contra-polarizado. Adicionalmente se define la función espectral conjunta y se determina la tasa de emisión de fotones como una función dependiente de parámetros como longitud de onda, ancho de banda, longitud de la fibra, frecuencia de bombeo, etc.

4.1. Parejas de fotones generadas por SFWM y su estado cuántico

Los efectos no lineales del mezclado de cuatro ondas espontaneo en fibras ópticas monomodales se originan siempre y cuando la susceptibilidad eléctrica sea un tensor de tercer orden, $\chi^{(3)}$. En éste proceso, los fotones generados por los campos \mathbf{E}_1 y \mathbf{E}_2 respectivamente, son aniquilados conjuntamente para la creación de otro par de fotones, fotón señal (s) con campo \hat{E}_s y fotón acompañante (i) con campo \hat{E}_i .

Por otra parte, la energía del campo electromagnético total en un volumen dado V al interior de la fibra puede expresarse como:

$$H = \frac{1}{2} \int (W_e + W_m) dv, \quad (4.1)$$

donde $W_e = \mathbf{E} \cdot \mathbf{D}$ y $W_m = \mathbf{H} \cdot \mathbf{B}$, representan la densidad de energía eléctrica y la densidad magnética, respectivamente [34]. Como es sabido los vectores \mathbf{D} y \mathbf{B} , están relacionados con los campos \mathbf{E} y \mathbf{H} mediante las relaciones materiales constitutivas [38]. Como se vio en secciones anteriores, y en alternativa a la expresión fenomenológica de la ecuación 3.2, la polarización \mathbf{P} puede ser escrita como la suma macroscópica de los momentos dipolares eléctricos inducidos en el medio debido a la acción del campo \mathbf{E} . Las fibras ópticas al no poseer una respuesta magnética efectiva, se puede despreciar la densidad de magnetización \mathbf{M} [39].

La respuesta eléctrica de un medio no lineal puede ser representada mediante una

serie de potencias del campo \mathbf{E} . Para el caso de las fibras ópticas la respuesta del medio es instantánea y puede ser escrita como:

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E} + \epsilon_0 \chi^{(3)} \mathbf{E} \mathbf{E} \mathbf{E} + \dots \quad (4.2)$$

La susceptibilidad eléctrica lineal o de primer orden $\chi^{(1)}$, está relacionado con los fenómenos ópticos que no dependen de la intensidad de la luz, mientras que la susceptibilidad de tercer orden $\chi^{(3)}$, como se mencionó en la sección 3.2, es la responsable de los efectos ópticos no lineales de orden más bajo en las fibras, tales como la refracción no lineal y el mezclado de cuatro de ondas, también se mencionó las causas de la nulidad de $\chi^{(2)}$ en fibras (centrosimetría).

Por otra parte, el campo eléctrico al interior de la fibra puede escribirse como: $\mathbf{E} = (E_1 + E_2 + E_s + E_i) \hat{x}$, donde \hat{x} indica la dirección de polarización, los campos E_1 y E_2 representan los campos clásicos de bombeo, E_s y E_i corresponden a los campos señal y acompañante generados (cuantizados). Adicionalmente, el campo $\mathbf{E}_\mu = \frac{1}{2} (\mathbf{E}_\mu^{(+)} + \mathbf{E}_\mu^{(-)})$ oscila a una frecuencia angular ω_μ , para $\mu = 1, 2, s, i$. Los símbolos (+) y (-) representan las componentes con frecuencia positiva y negativa de los campos.

Bajo estas consideraciones, reemplazando la ecuación (35) en la ecuación (33) y conservando únicamente los términos de interés para el actual análisis, se obtiene que el vector de desplazamiento eléctrico del campo a la frecuencia ω_1 está dado por:

$$D = \frac{1}{2} \left[\epsilon (\mathbf{E}_1^{(+)} + E_1^{(-)}) + \frac{3}{4} \epsilon_0 \chi^{(3)} 2 (E_2^{(+)} E_s^{(-)} E_i^{(-)} + E_2^{(-)} E_s^{(+)} E_i^{(+)}) \right] \hat{x}, \quad (4.3)$$

donde ϵ_0 es la permitividad eléctrica del medio. Por otro lado, n corresponde al índice de refracción, el cual puede ser escrito como:

$$n = n_0 + n_2 \left(|E_1|^2 + 2|E_2|^2 \right). \quad (4.4)$$

Aquí, n_0 corresponde al índice de refracción lineal, n_2 al índice de refracción no-lineal del medio.

Es de gran relevancia señalar que, los campos señal y acompañante se consideran muy débiles en comparación con los campos de bombeo, de tal manera que el efecto de éstos sobre el índice de refracción es despreciable.

Siguiendo con la ecuación 4.4, el término proporcional a $|E_1|^2$ es responsable del efecto de auto-modulación de fase del bombeo E_1 , mientras que el término proporcional a $|E_2|^2$ contribuye a la modulación de fase cruzada entre E_1 y E_2 . A partir de la definición de \mathbf{E} y la ecuación 4.4 se puede demostrar que la densidad de energía eléctrica asociada al proceso de FWM esta dada por :

$$W_e = \frac{3}{4} \epsilon_0 \chi^{(3)} E_1^{(+)} E_2^{(+)} E_s^{(-)} E_i^{(-)}. \quad (4.5)$$

Análogamente, es posible demostrar que la densidad de energía magnética es cuantitativamente igual a W_e . Así, al reemplazar la ecuación 4.5 en la ecuación 4.1, es posible determinar el Hamiltoniano de interacción correspondiente al proceso de SFWM, obteniendo que:

$$H = \frac{3}{4} \epsilon_0 \chi^{(3)} \int \left[E_1^{(+)}(\mathbf{r}, t) E_2^{(+)}(\mathbf{r}, t) \hat{E}_s^{(-)}(\mathbf{r}, t) \hat{E}_i^{(-)}(\mathbf{r}, t) \right] dV, \quad (4.6)$$

Donde ahora los campos cuantizados señal y acompañante son explícitamente operadores. La expresión para el campo eléctrico señal y acompañante puede deducirse de la cuantización del campo electromagnético libre [40] en un medio dieléctrico lineal. De esto, es posible demostrar que el campo eléctrico señal y acompañante, en unidades MKS, puede ser escrito convenientemente en la forma

$$\hat{E}_\mu^{(+)}(\mathbf{r}, t) = \frac{i\sqrt{\delta k}}{\sqrt{\Theta_\mu}} f_\mu(x, y) \sum_{k_\mu} \exp[-i(\omega(k_\mu)t - k_\mu z)] \ell(k_\mu) \hat{a}_\mu(k_\mu), \quad (4.7)$$

En la ecuación 4.7 las variables $\hat{a}(k)$ y $f(x, y)$, son el operador de aniquilación y el perfil transversal del modo propagado en la fibra, donde $\Theta = \int \int |f(x, y)|^2 dx dy$.

donde $\mu = s, i$; δk es el espaciamiento entre modos, el cual está dado en términos de la longitud de cuantización L_Q

$$\delta k = 2\pi/L_Q \quad (4.8)$$

y

$$\ell(k) = \sqrt{\frac{\hbar\omega_\mu}{\pi\epsilon_o n^2(\omega_\mu)}} \quad (4.9)$$

En el marco de interacción, siguiendo el análisis perturbativo estándar [34], es posible escribir el estado de dos fotones a la salida de la fibra, después de un tiempo t como

$$|\Psi\rangle = \left[1 + \frac{1}{i\hbar} \int_0^t dt' \hat{H}(t') \right] |0\rangle_s |0\rangle_i + |\Psi_2\rangle, \quad (4.10)$$

siendo \hat{H} y $|0\rangle_s|0\rangle_i$ el Hamiltoniano de interacción dado por la ecuación 4.6 y los estados del vacío para los estados del fotón señal y acompañante, respectivamente. Donde finalmente la variable faltante en la expresión 4.10 por definir es $|\Psi_2\rangle$. Al hacer varias operaciones algebraicas y analíticas, se puede obtener el estado de dos fotones generado por SFWM, dado por la expresión:

$$|\Psi_2\rangle = \zeta \sum_{k_s} \sum_{k_i} G(k_s, k_i) \hat{a}^\dagger(k_s) \hat{a}^\dagger(k_i) |0\rangle_s |0\rangle_i, \quad (4.11)$$

Donde $\hat{a}^\dagger(k_\mu)$ es el operador que al actuar en el vacío da lugar a un fotón en el modo k_μ (ω_μ), con $\mu = s, i$ y ζ está relacionada con la eficiencia de la generación de pares de fotones, expresada como $\zeta = \frac{i2\pi(2)\epsilon_0 cn(\omega_1)}{\hbar\omega_1} L \gamma(\omega_1) \sqrt{P_1 P_2} \delta k$. Finalmente la expresión $G(k_s, k_i)$ es la función espectral conjunta definida como :

$$G(k_s, k_i) = \ell(k_s) \ell(k_i) \int \alpha(\omega) \alpha(\omega_s + \omega_i - \omega) \sin c \left[\frac{L}{S} \Delta k \right] e^{i \frac{L}{S} \Delta k} d\omega, \quad (4.12)$$

donde Δk se expresa como

$$\Delta k = k(\omega) + k(\omega_s + \omega_i - \omega) - k(\omega_s) - k(\omega_i) - \gamma(P_1 + P_2) \quad (4.13)$$

$$\Delta k = k(\omega) + k(\omega_s + \omega_i - \omega) - k(\omega_s) - k(\omega_i) + 2\Delta n \frac{\omega_p}{c} - \frac{\gamma(P_1 + P_2)}{3}. \quad (4.14)$$

Las ecuaciones 4.13 y 4.14, representan los empatamientos en el modo co-polarizado y contra-polarizado respectivamente. Los términos no-lineales son debidos a los procesos de automodulación de fase y fase cruzada.

La existencia de correlación entre los pares de fotones generados la da la función espectral conjunta (JSF) $G(k_s, k_i)$, ésta es una función de probabilidad de peso en la suma de todos los modos posibles k_s y k_i . La correlación surge de la conservación de energía y momento inherente al proceso paramétrico. Sin embargo, en principio en la ecuación 4.11 revela que el estado de dos fotones no puede ser expresado por el producto de dos estados de un solo fotón, independientes, a menos que sea factorizable de la forma $G(k_s, k_i) = S(k_s)I(k_i)$.

De lo que se deduce, que el grado de correlación espectral de las parejas de fotones generadas por SFMW es establecido por la función $G(k_s, k_i)$.

4.2. Función espectral conjunta

Las parejas de fotones generadas por SFWM tiene propiedades de correlación espectral, las cuales son establecidas por la función $G(k_s, k_i)$, en términos de la frecuencia, ésta se puede expresar como:

$$G(k_s, K_i) = \ell(\omega_s)\ell(\omega_i)F(\omega_s, \omega_i), \quad (4.15)$$

donde se ha definido la función $F(\omega_s, \omega_i)$ como sigue:

$$F(\omega_s, \omega_i) = \int \alpha(\omega)\alpha(\omega_s + \omega_i - \omega)\text{sinc} \left[\frac{L}{2}\Delta k \right] e^{i\frac{L}{2}\Delta k} d\omega. \quad (4.16)$$

Al ser $\ell(\omega_{\text{p}})$ (ver ecuación 4.9) una función lenta de ω_{p} en el rango espectral de interés, la correlación espectral de parejas de fotones se determinan, en últimas,

por la función $F(\omega_s, \omega_i)$ [41]. Por lo que, a partir de este punto, la función espectral conjunta (JSA) de parejas de fotones generadas por SFWM es la expresión 4.16

En la práctica, la función indicada para describir la correlación entre los pares de fotones emitidos, es la intensidad espectral conjunta (JSI) definida como:

$$I(\omega_s, \omega_i) = |F(\omega_s, \omega_i)|^2. \quad (4.17)$$

Dado el carácter estadístico de la JSI, ésta representa la distribución de probabilidad de emisión simultánea de un fotón señal a la frecuencia ω_s y un fotón acompañante a la frecuencia ω_i [42]. De manera que, si se determina que el fotón señal tiene una frecuencia ω_s , se puede hallar la frecuencia ω_i del fotón acompañante (emitido simultáneamente) dentro de un rango determinado por JSI. El ancho de esta función, da una idea del grado de correlación espectral de la pareja de fotones generados, siempre y cuando la función se encuentra en el espacio de frecuencias ω_s, ω_i [42]. La relación entre el ancho de esta función con el grado de correlación es inversa, entre más separados se encuentren los valores probables la correlación disminuye, y viceversa. Lo que indica que si se tiene una función demasiado ancha, dado un valor medido fijo, por ejemplo, de ω_s es improbable conocer con certeza la frecuencia en este caso del fotón acompañante, sin hacerse una medida sobre éste.

También el tipo de bombeo influye de manera directa con la correlación. Para un bombeo en el límite CW , los fotones generados están completamente correlacionados debido a que las frecuencias ω_s y ω_i siempre deben sumar el valor fijo $2\omega_p$ [43], pero también es cierto, que conforme el ancho de banda del campo de bombeo se incrementa, las frecuencias de los fotones señal y acompañante pueden sumarse a cualquier valor $2\omega_p$, llevando a la pérdida de correlación espectral para este caso.

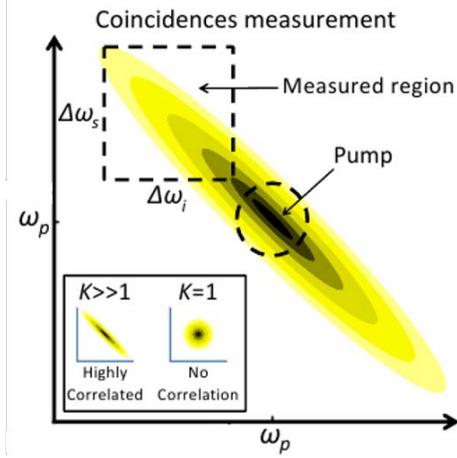


Figura 4.1: Medida convencional de JSI tomada de [44]

Tomando como ejemplo la figura 4.1, para una frecuencia de señal $\omega_{so} = 2\pi c/\lambda_{so}$, no es posible determinar con certeza la frecuencia del fotón acompañante solo a través de la JSI, debido a que éste podría ser emitido en cualquier frecuencia dentro del rango $\Delta\lambda_{io}$.

En el caso de campos pulsados, la JSI en el SWFM no es necesariamente simétrica. En este caso los anchos de banda del fotón señal y acompañante difieren en el ancho de banda. La explicación a esto se encuentra en las características propias de una fuente pulsada, ya que temporalmente tiene un pulso muy corto, por lo que en el espacio de frecuencias su ancho es bastante amplio, lo que implica que el rango de frecuencias puede ser mucho mayor para un fotón que su contraparte conjugada. Mediante el espectro individual de fotones para los modos señal y acompañante, se pueden evidenciar este tipo de características, el cual se obtiene desde la JSI (ver ecuación 4.17) a través de la relación:

$$S(\omega) = \int d\omega' I(\omega, \omega'). \quad (4.18)$$

Así, las marginales de la función de espectro conjunto, que son variables tipo estadístico, son los espectros individuales de los fotones de un par, es decir la proyección de la JSI sobre cada uno de los ejes ω_s y ω_i .

Como se mencionó anteriormente, los espectros individuales de los paquetes de onda señal y acompañante ya no necesariamente tienen el mismo ancho de banda en frecuencia, para un bombeo pulsado. La asimetría entre las propiedades de los fotones señal y acompañante se va haciendo más significativa, en la medida que el ancho de banda del pulso incidente se incrementa.

A través de la evaluación numérica de la JSI se puede observar las correlaciones espectrales de los pares de fotones generados por SFWM, sin embargo, en muchos de los casos se requiere extraer mayor información acerca de las propiedades de correlación espectral de los fotones creados solo con la expresión la JSI en el dominio de las frecuencias, dada por la ecuación 4.16. Por lo que se requiere buscar una expresión analítica cerrada de $F(\omega_s, \omega_i)$, desde la cual se pueda extraer mayor información acerca de las correlaciones espectrales entre los modos señal y acompañante. Cabe resaltar, que general, para SFWM no es posible encontrar una expresión cerrada para la JSA.

4.3. Soluciones analíticas cerradas de la JSA a primer orden en el empatamiento de fases

Es indispensable conocer en detalle los aspectos que gobiernan el comportamiento de las correlaciones espectrales en el estado de dos fotones, como función de los parámetros físicos de una configuración particular, hace necesario re-expresar la

JSA en una forma cerrada, los físicos se encuentran en [45, 46].

Para empezar, dado que el perfil más común de las fuentes coherentes es gaussiano, la envolvente espectral de los campos de bombeo será modelada de esta forma, como

$$\alpha(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma} \exp \left[-\frac{(\omega - \omega^o)^2}{\sigma^2} \right], \quad (4.19)$$

donde ω_o y σ son la frecuencia central y el ancho de banda (HW1/eM) del pulso, respectivamente. Esta función debe ser normalizada tal que $\int d\omega \alpha(\omega) = 1$. Por otro lado, considerando los términos a primer orden en la expansión en serie de Taylor de la constante de propagación, alrededor de las frecuencias ω_μ para las cuales existe empatamiento de fases perfecto ($\mu = s, i, 1, 2$), el producto $L\Delta k$ puede ser aproximado por

$$L\Delta k_L = L\Delta k^o + \tau_p \nu_p + \tau_s \nu_s + \tau_i \nu_i, \quad (4.20)$$

donde $\nu_p = \omega - \omega^o$ y $\nu_\mu = \omega_\mu - \omega_\mu^o$ ($\mu = s, i$), son sintonizaciones definidas con ω_μ^o representando la frecuencia central de los modos señal y acompañante. Para satisfacer la condición de empatamiento de fases, el producto $L\Delta k^o$, dado por la ecuación y evaluando en las frecuencias ω_μ^o centrales. Los coeficientes τ_p y τ_μ están dados por las relaciones

$$\begin{aligned} \tau_\mu &= L \left[k^{(1)}(\omega_2^o) - k^{(1)}(\omega_\mu^o) \right], \\ \tau_p &= L \left[k^{(1)}(\omega_o) - k^{(1)}(\omega_2^o) \right], \end{aligned} \quad (4.21)$$

en las que $k^{(n)}(\omega) = d^n k / d\omega^n |_{\omega=\omega_p^o}$, siendo $k^{(1)}(\omega)$ el inverso de la velocidad de grupo de un paquete de onda centrado en ω ; $\omega_2^o = \omega_s^o + \omega_i^o - \omega^o$, lo cual viene de la conservación de energía; τ_p representa el empatamiento de velocidad de grupo entre los dos bombeos y τ_p corresponde al empatamiento de velocidad de grupo entre el bombeo centrado en la frecuencia ω_2^o y el fotón generado, centrado en la frecuencia ω_p^o .

Es pertinente establecer la nomenclatura relacionada con la configuración de los campos de bombeo. Cuando $\omega_1 \neq \omega_2$, el proceso sera considerado como producido en la configuración de bombeos no-degenerados (NDP). En contraste, si $\omega_1 = \omega_2 = \omega_p$, este proceso de bombeos degenerados (DP). Cabe resaltar que el presente trabajo se centrará en el último caso.

Para obtener la JSA en la aproximación lineal de Δk se requiere el uso de la función *sinc*, las ecuaciones 4.14 y 4.20. Al hacer los cálculos necesarios se llega a:

$$F_{lin}(\nu_s, \nu_i) = \alpha(\nu_s, \nu_i)\varphi(\nu_s, \nu_i), \quad (4.22)$$

donde $\alpha(\nu_s, \nu_i)$ es la función de envolvente espectral del bombeo, la cual determina el rango de frecuencias de bombeo disponibles para el proceso de SFMW en la configuración (DP) de interés, esta dada por

$$\alpha(\nu_s, \nu_i) = \frac{1}{\pi\sigma_p^2} \exp\left[-\frac{(\nu_s + \nu_i)^2}{2\sigma_p^2}\right]. \quad (4.23)$$

Las propiedades de empatamiento de fases en la fibra se encuentran determinadas por $\varphi(\nu_s, \nu_i)$, que da cuenta de cómo la energía de bombeo es distribuida entre los modos señal y acompañante. Donde finalmente se halla la expresión analítica en

modo DP:

$$\varphi(\nu_s, \nu_i) = \frac{\sqrt{\pi}\sigma}{\sqrt{2}} \operatorname{sinc} \left[\frac{L\Delta k_{lin}}{2} \right] \exp \left[\frac{iL\Delta k_{lin}}{2} \right], \quad (4.24)$$

Es posible afirmar que estas formas funcionales determinan las propiedades del empataamiento de fase en el efecto de SFWM .

Capítulo 5

Metodología y resultados

Como se ya se ha mencionado en secciones anteriores, el presente trabajo propone establecer una plataforma de diseño, fabricación y caracterización de fibras de cristal fotónico (PCF's) especiales que se produzcan totalmente en el CIO, para su uso en diversas aplicaciones de óptica e información cuántica, así como en estudios de análogos fotónicos de agujeros negros. Dada la versatilidad y variedad de las PCF's, es posible construir diferentes diseños en el que se modifiquen sus propiedades dispersivas, cambiando parámetros tales como el radio del núcleo o el parámetro de red. Históricamente, el CIO se ha interesado en la fabricación de PCF's con cero de dispersión alrededor de la segunda y tercer ventana de comunicación (centradas en $\sim 1300\text{ nm}$ y $\sim 1550\text{ nm}$ respectivamente), no obstante, hasta la fecha no ha habido una plataforma que sea implementada para la primera ventana ($\sim 800\text{ nm}$). Las motivaciones por las cuales se quieren construir fibras con cero de dispersión en esta ventana van dirigidas a aplicaciones específicas de óptica e información cuántica.

5.1. Fibra NL-750 (fibra referencia)

5.1.1. Caracterización

Simulación dispersión cromática

El primer paso de este proyecto, consistió en replicar la curva de dispersión de la siguiente fibra comercial: NL-750 de la empresa NKT Photonics. Para ello, usando la ecuación de valores propios (2.18), se obtuvieron las longitudes de onda de los modos permitidos, almacenandolos dentro rutina numérica la cual se desarrolló para el cálculo de la curva de dispersión, con los parámetros suministrados en la tabla de la base de datos de NKT photonics que se muestra en la figura 5.1.

Physical properties	
Material	Pure Silica
Cladding diameter	120 ± 5 μm
Coating diameter	240 ± 10 μm
Coating material, single layer	Acrylate
Core diameter	1.8 ± 0.3 μm

Optical properties	
Short Zero dispersion wavelength	750 ± 15 nm
Long Zero dispersion wavelength	1260 ± 20 nm
Attenuation @ 780 nm	<0.05 dB/m
Cut-off wavelength	<650 nm
Mode field diameter @ 780 nm	1.6 ± 0.3 μm
Numerical aperture @ 780 nm	0.38 ± 0.05
Nonlinear coefficient @ 780 nm	- 95 (Wkm) ⁻¹
Birefringence @ 780 nm	>3·10 ⁻⁴

Figura 5.1: Tabla de parámetros de fabricación fibra NL-750

Para hacer estas simulaciones, se consideró un modelo donde se tomó en cuenta el diámetro del núcleo a , el índice de refracción del núcleo aproximado con la ecuación de Sellmeier (sección 2.3) y además el índice de refracción del revestimiento cuya aproximación empleada fue la del índice efectivo. Para completar el cálculo, se

requería parámetros adicionales tales como f o Λ (fracción de llenado y parámetro del núcleo respectivamente), que no son reportados por el fabricante (ver figura 5.10). Motivo por el cual, se varió tanto el diámetro del núcleo como la fracción de llenado, dentro de un conjunto de valores, teniendo en cuenta los rangos de certidumbre de: $\pm 0.3 \mu m$ para el diámetro del núcleo y valores que se encuentren dentro de 0.1 – 0.9 para la fracción de llenado. Se graficaron diversas curvas, ajustando con estos dos parámetros hasta encontrar la curva óptima. Esto se logró, con los siguientes valores introducidos en el programa: fracción de llenado $f = 0.54$ y diámetro del núcleo $a = 1.8 \mu m$. De esta manera, se obtuvo la curva de dispersión más aproximada a la reportada por el fabricante como se puede observar en la figura 5.2 .

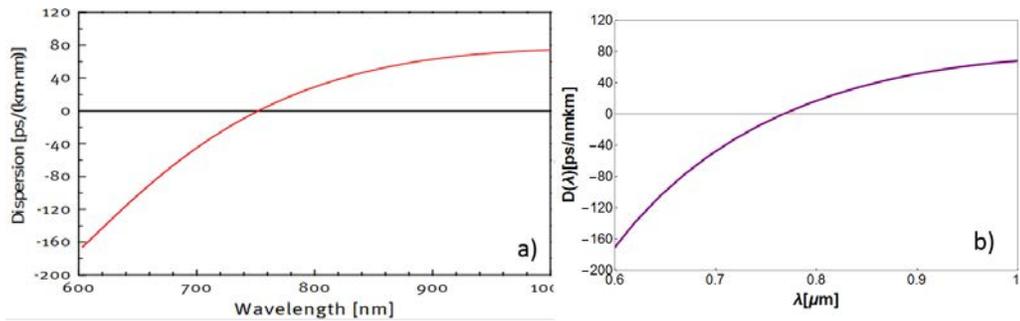


Figura 5.2: Curva de dispersión de fibra comercial NL-750 . a) Curva reportada por NKT Photonics: diámetro del núcleo $a = 1.8 \pm 0.3 \mu m$, ceros de dispersión : $\lambda_{1z} = 0.750 \pm 0.15 \mu m$ y $\lambda_{2z} = 1.26 \pm 0.20 \mu m$. b) Curva Calculada: diámetro del núcleo $a = 1.8 \mu m$, ceros de dispersión : $\lambda_{1z} = 0.766 \mu m$ y $\lambda_{2z} = 1.27 \mu m$ y fracción $f = 0.54$ estimada.

Los ceros dispersión obtenidos del modelo son: $\lambda_{1z} = 0.766 \mu m$ y $\lambda_{2z} = 1.27 \mu m$, lo que da cuenta de la buena aproximación del modelo usado.

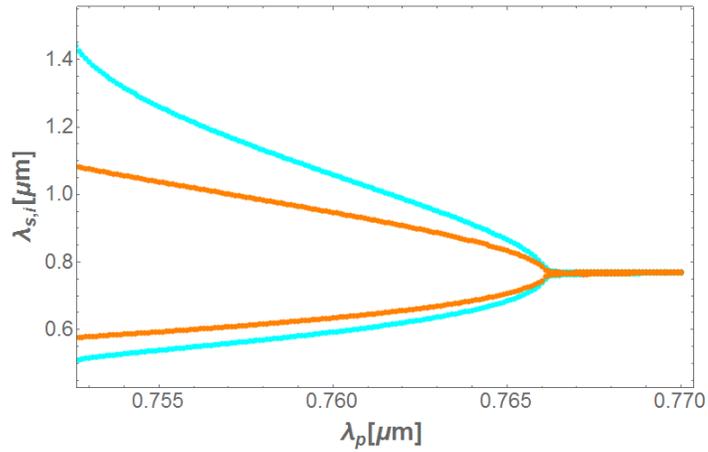


Figura 5.3: Curva de emisión de fotones para la fibra NL-750. Conjuntos de puntos cian, caso contra-polarizado. Conjuntos de puntos naranjas, caso co-polarizado.

Curvas de Emisión

A partir de la ecuación de valores propios de la fibra definida en el capítulo 2 (ecuación 2.17), se obtienen las longitudes de onda de los modos propagantes propia de la fibra. Posteriormente, se almacenaron las soluciones permitidas en una rutina numérica diseñada. Con estos datos almacenados, se reconstruyó constante de propagación β mediante el uso de métodos de interpolación empleados por el programa Mathematica 11. Esto se hizo, tanto para el dominio de las longitudes onda como para el dominio de las frecuencias, hallando de esta forma la constante de propagación β como función de λ en un caso y ω en otro. Ya con $\beta(\lambda)$, se establecen las condiciones de empatamiento de fases y de velocidad de grupo para el caso co-polarizado, que deben ser satisfechas para cierto rango de valores λ de los fotones generados por SFWM, tanto para el caso co-polarizado como el contra-polarizado. Nuevamente, del rango de valores que cumplen estas condiciones, se almacenaron los datos suficientes para obtener las gráficas de emisión: longitud de onda del fotón señal y acompañante versus longitud de onda de bombeo.

La gráfica de emisión (o curvas de empatamiento de fases de SFWM) de la figura 5.3, se presentan para casos co-polarizado y contra-polarizado, con los parámetros obtenidos previamente, como la constante β . En todos los casos, se tomaron en cuenta los siguientes valores: Potencia de bombeo $P = 50mW$, coeficiente no lineal $\gamma = 95(Wkm)^{-1}$ y birefringencia $\Delta n = 3 \times 10^4$.

En las dos polarizaciones, claramente se detalla la generación de pares de fotones: para cada longitud de bombeo hay dos valores de longitud de onda, la longitud de onda del fotón señal y longitud de onda del fotón acompañante. A medida que el bombeo se aproxima al cero de dispersión las longitudes de los dos fotones se encuentran muy próximas entre sí, sin llegar a tener la misma longitud de onda. La región donde se estrechan las frecuencias de los fotones emitidos coincide con el primer cero de dispersión observado en la curva calculada para esta fibra.

5.1.2. Función espectral conjunta (JSI)

Como ya se mencionó anteriormente, la importancia de la función espectral conjunta se centra en que a través de su intensidad se puede obtener la distribución de probabilidad de emisión simultánea de un fotón señal a la frecuencia ω_s y fotón acompañante a la frecuencia ω_i . De esta forma, al tomar una medida que determine la frecuencia del fotón señal ω_s , se puede encontrar un rango de valores posibles para las frecuencias acompañantes ω_i . Este rango lo determina la JSI estableciendo el grado de correlación espectral de los fotones emitidos, que en resumidas cuentas, lo da el ancho de la misma JSI, es decir, una JSI angosta señalaría un alto grado de correlación entre los fotones emitidos; conocido un valor exacto de la frecuencia del fotón señal se puede conocer con mayor certeza el valor de la frecuencia del otro fotón sin realizar la medición.

Gráficas de contorno de empatamiento de fase y la velocidad de grupo para FWM.

Con el fin de investigar la JSI, en esta sección se estudiarán las propiedades generales de empatamiento de velocidades de grupo, (GVM, por sus siglas en inglés) en el proceso de SFWM, en la fibra NL-750, considerando sólo el caso de bombeo degenerado. Para esto se requirió estudiar los contornos del empatamiento de fases y el ángulo de orientación de la función de empatamiento de velocidades de grupo ϕ . Los contornos fueron hallados por medio de las funciones ya calculadas anteriormente, $\beta(\lambda)$ y $\beta(\omega)$, que no es más que la componente longitudinal de los vectores de onda multiplicados por el índice del medio en el que la onda se propaga. El físico para los contornos se realizó en Mathematica 11. De la ecuación 4.14 del capítulo 2, para el caso degenerado se puede reescribir y obtener una nueva expresión de la orientación de la función empatamiento de GVD:

$$\theta_{s,i} = -\arctan \left[\frac{\beta'(\omega_p) - \beta'(\omega_s)}{\beta'(\omega_p) - \beta'(\omega_i)} \right] \frac{180^\circ}{\pi}. \quad (5.1)$$

Lo que muestra que hay una fuerte dependencia con la dispersión de la fibra, directamente con la relación entre velocidades de grupo del bombeo y los modos: señal y acompañante. De esta forma, es posible a través de la manipulación de las propiedades dispersivas de la fibra manejar la orientación de la función de empatamiento de fases, lo que a su vez, con la selección apropiada de ancho de banda y longitud de la fibra, la orientación de la JSI y el grado de correlación espectral de la pareja de fotones generados, estarán inherentemente determinados por relaciones de las velocidades de grupo entre los campos involucrados. Por tanto, el graficar los contornos GVM (ecuación 5.1) junto con el contorno de

empatamiento de fases ($\Delta\beta(\omega)$) en el espacio de frecuencias $\{\omega_p, \Delta_{s,i}\}$, permite conocer las frecuencias de bombeo, frecuencias de los fotones señal y acompañante para los cuales la función empatamiento de fases tiene una orientación determinada.

Por ejemplo, de la ecuación (5.1) se puede deducir que para el caso de $\theta_{s,i} = 45^\circ$ conlleva a que las velocidades del bombeo y los fotones generados satisfacen la relación:

$$2\beta'(\omega_p) = \beta'(\omega_s) + \beta'(\omega_i). \quad (5.2)$$

Este tipo de relación se le conoce como empatamiento simétrico de velocidades de grupo. Esta definición tiene que ver con el desplazamiento de las velocidades de grupo de los fotones generados en comparación a las del bombeo, que en este caso es simétrica. Contrariamente, el empatamiento asimétrico sucede cuando se cumple que $\beta'(\omega_p) - \beta'(\omega_s) = 0$ a $\beta'(\omega_p) - \beta'(\omega_i) = 0$, lo que indica que los fotones generados se desplazan a la misma velocidad que el bombeo, lo cual sólo puede ocurrir para $\theta_{s,i} = 0^\circ$ a $\theta_{s,i} = 90^\circ$. Para cada de uno de estos casos, seleccionando un ancho de banda adecuado se puede obtener estados factorizables.

Cabe señalar que para el empatamiento de velocidades de grupo simétrico, se cumple que $\beta'(\omega_p) - \beta'(\omega_s) = -(\beta'(\omega_p) - \beta'(\omega_i))$ lo que implica que tanto la función de empatamiento de fases ϕ como la envolvente α de bombeo se orientan en la misma dirección, lo que hace que el traslape de las dos funciones sea el mejor posible para este caso.

Siguiendo con el análisis de datos, en la figura 5.4, se muestra los contornos de empatamiento de fases (contorno en línea negra) y empatamiento GVD (línea

roja) que cumplen con la condición de orientación $\theta = 45^\circ$. La gráfica, muestra la existencia de un conjunto de pares $(\omega_p, \omega_{s,i})$ que cumplen cada condición por separado. Para establecer las condiciones de generación de estados factorizables en la pareja de fotones emitidos en SFWM, se requiere que cumplan ambas condiciones simultáneamente, ya que es una condición necesaria en este caso. De manera que, los puntos de intersección de esas dos curvas se encuentran las frecuencias de bombeo donde es más probable generar este tipo de estados.

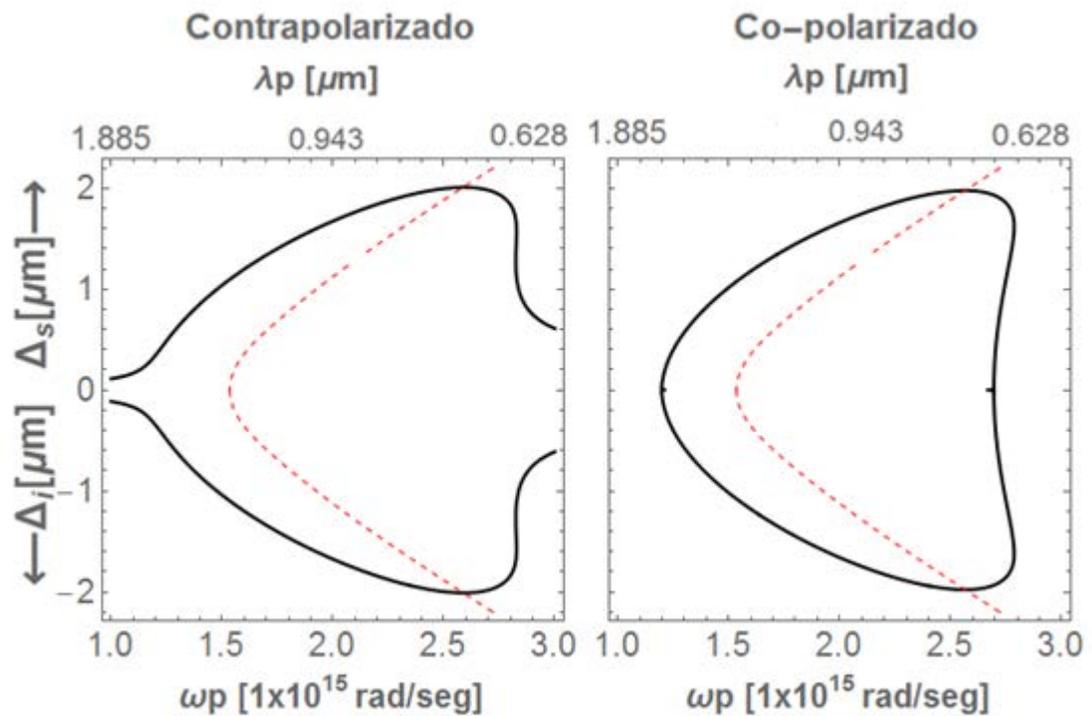


Figura 5.4: Gráficas de contorno de empatamiento de fase y la velocidad de grupo para lafibra NL-750.

Para este caso, las longitudes de onda de bombeo más probables para la generación de estados factorizables son de aproximadamente de $0.82 \mu m$ y $0.829 \mu m$ para la configuración contra-polarizada y co-polarizada respectivamente.

En la siguiente sección se llevará a cabo el estudio de las funciones JSI, empezando

con el estudio para tres diferentes anchos de pulso, longitud de fibra y las dos configuraciones de propagación con bombeo degenerado. Dado que la intensidad de la función espectral conjunta tiene dependencia con la envolvente de bombeo y la función de empatamiento de fases, en algunos casos se analizará estas funciones. Luego se obtendrá la JSI para el caso particular de los estados factorizables, de los datos obtenidos de longitud de bombeo de la intersección de los contornos de empatamiento.

Gráfica de función espectral conjunta (JSI)

Posteriormente, se tomaron tres anchos de banda distintos y una longitud de fibra fija ($L = 15 \text{ cm}$) comparándose los casos contra-polarizado y co-polarizado tal como se observa en la figura . El ancho de la JSI es más susceptible a cambios del ancho del bombeo en el caso co-polarizado. Evidentemente esto influye en la correlación tipo espectral del par de fotones generados, en el que se observa que las regiones en la JSI tienden a formas semicirculares o elípticas, en la configuración co-polarizada, donde hay bajo nivel de correlación, donde dado un valor de frecuencia de un fotón emitido no es posible deducir gráficamente la correspondencia uno a uno de la frecuencia del otro fotón. Sin embargo, no es posible afirmar que sean completamente no-relacionados, y por ende que los estados de los fotones emitidos sean factorizables. Por otro lado, en la configuración contra-polarizada su orientación permanece casi constante, adicionalmente, no hay un notable cambio en el ancho de la JSI para los tres anchos de bombeo.

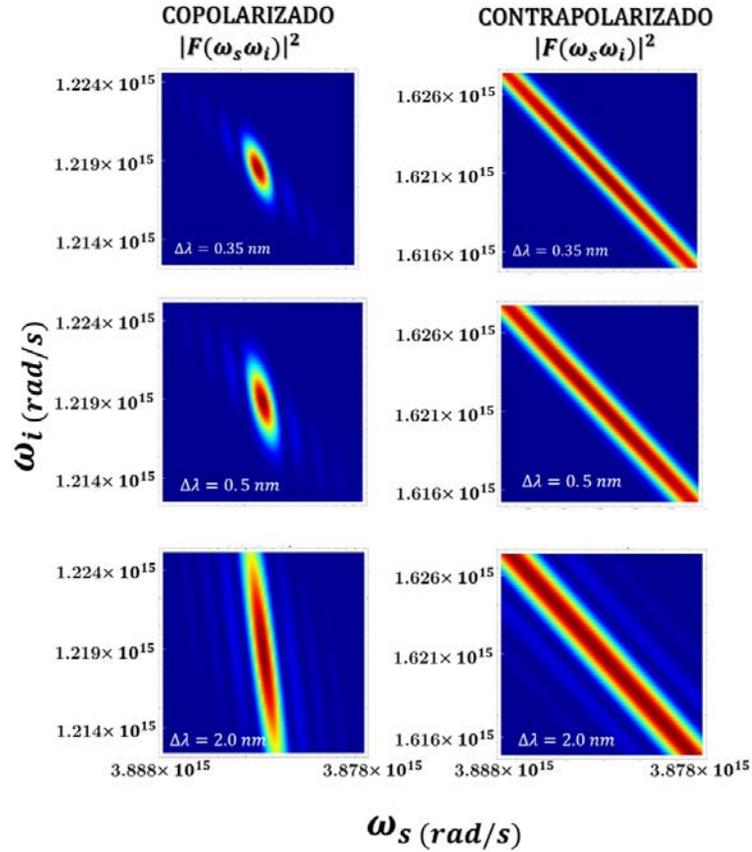


Figura 5.5: JSI para la fibra comercial NL-750 en las dos configuraciones de bombeo, variando anchos de banda y longitud de la fibra.

Los anteriores espectros fueron obtenidos a una longitud de bombeo de $0.766 \mu m$ en el cero de dispersión de la fibra.

Finalmente, de los datos extraídos de la condición de empatamiento simétrica, se generaron los espectros de la JSI correspondientes a estados factorizables mostradas en la figura 5.6. En la primera fila de gráficas, de izquierda a derecha, se encuentran la función envolvente de bombeo, la función empatamiento de fases y la JSI para la configuración contra-polarizada, la segunda fila corresponde a la configuración co-polarizada. Se consideraron para este caso anchos de banda

de bombeo de $\Delta\lambda = 0.5 \text{ nm}$ y una longitud de fibra fija de $L = 15 \text{ cm}$.

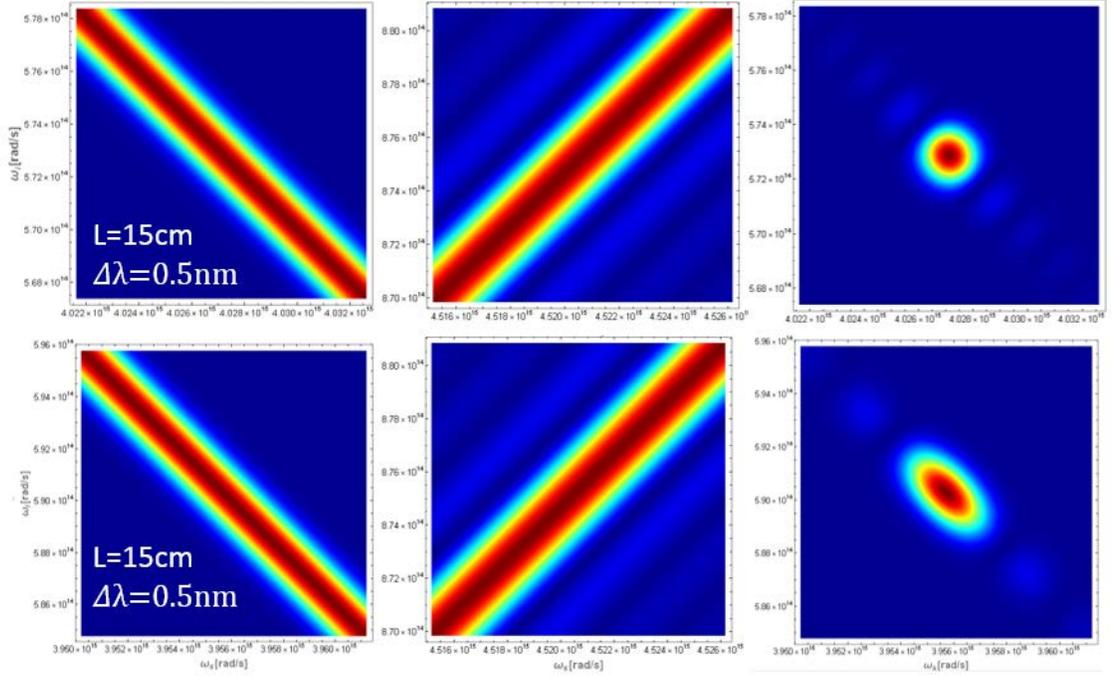


Figura 5.6: Función envolvente de bombeo, función empatamiento de fases y JSI para estados factorizables en la fibra NL-750 para las dos configuraciones de polarización

5.2. Fibras fabricadas

5.2.1. Método de medición de parámetros para fibras Fabricadas.

Dada la amplia gama de familias de PCF's, es importante resaltar que la fibra NL-750 pertenece a la familia de fibras de cristal fotónico catalogadas como altamente no-lineales (HNL). Fibras diseñadas para generar efectos no lineales

con alta eficiencia. En colaboración con el grupo del Dr. Vladimir Minkovich en el LEFO del CIO, se fabricaron PCF's del tipo mencionado (HNL) , fibras que pueden ser usadas para futuras implementaciones experimentales, así como para la corroboración experimental, la cual no se pudo realizar, del presente del modelo teórico del presente trabajo. Posteriormente a la fabricación, se hicieron las mediciones del diámetro del núcleo (a), del diámetro de los huecos de la estructura periódica (d) y el parámetro de red (Λ), a través de un microscopio de fuerza atómica (AFM, por sus siglas en inglés), y en colaboración del grupo del Dr. Minkovich.

El AFM consta principalmente de una micropalanca (cantilever), un sistema de detección por láser de las flexiones y de un sistema de posicionamiento 3D que interactuá con la topología presente en la superficie de una muestra. La micropalanca (cantilever) posee un punta piramidal que sensa las fuerzas interatómicas entre la superficie de la punta del cantilever y la superficie de la muestra. Estas fuerzas interatómicas son medidas por el sistema de detección láser a través de las flexiones que experimenta el cantilever, ya que un fotodetector de 4 cuadrantes es capaz de medir los cambios del haz reflejado por el cantilever procedentes de un diodo láser. Finalmente, al tomar medidas punto a punto dentro de un área de barrido específica se puede generar una imagen con la información de la topología de la muestra.

Para obtener los parámetros microestructurales de las PCF's fabricadas se utilizó un AFM modelo Dimension 3100 con una resolución de 10 nm para imagenes de $5 \times 5\ \mu\text{m}$. La manera en como se obtuvieron las mediciones para el parámetro de red, el diametro del hueco y el diametro del núcleo se muestran a continuación:

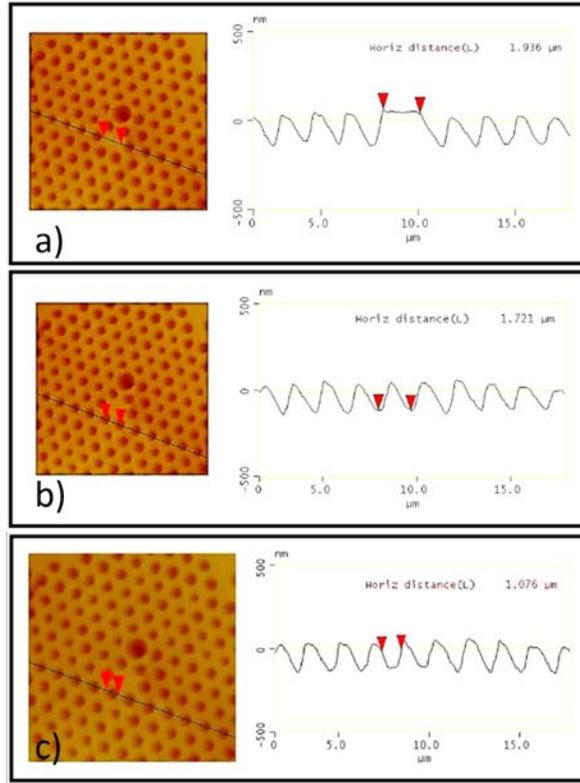


Figura 5.7: Recolección de las medidas de los parámetros microestructurales de una PCF. a) Medida del diámetro del núcleo. b) Medida del parámetro de red Λ . c) Medida del diámetro del núcleo.

Se tomaron tres medidas de cada parámetro para cada PCF y se calculó su promedio. Los resultados se muestran en el siguiente cuadro:

Fibras	$d(\mu m)$	$\Lambda(\mu m)$	$\bar{d}(\mu m)$	$\bar{\Lambda}(\mu m)$	$a(\mu m)$	$f = \frac{d}{\Lambda}$
F1	1.083	1.773	1.07	1.75	1.77	0.61
	1.083	1.774				
	1.029	1.717				
F2	1.207	1.968	1.35	1.97	1.58	0.68
	1.466	1.968				
	1.379	1.968				
F3	1.076	1.721	1.15	1.65	1.4	0.70
	1.147	1.578				
	1.219	1.648				

Cuadro 5.1: Medida del diámetro de hueco y el parámetro de red de la serie de PCF's mediante el uso del microscopio de fuerza atómica.

En el cuadro 5.1 se reporta la fracción de llenado de las estructuras de huecos dentro de la fibra f , cuya relación esta dada por la división entre Λ y d . La preforma usada en una de las fibras fabricadas pueden observarse en la figura 5.8:

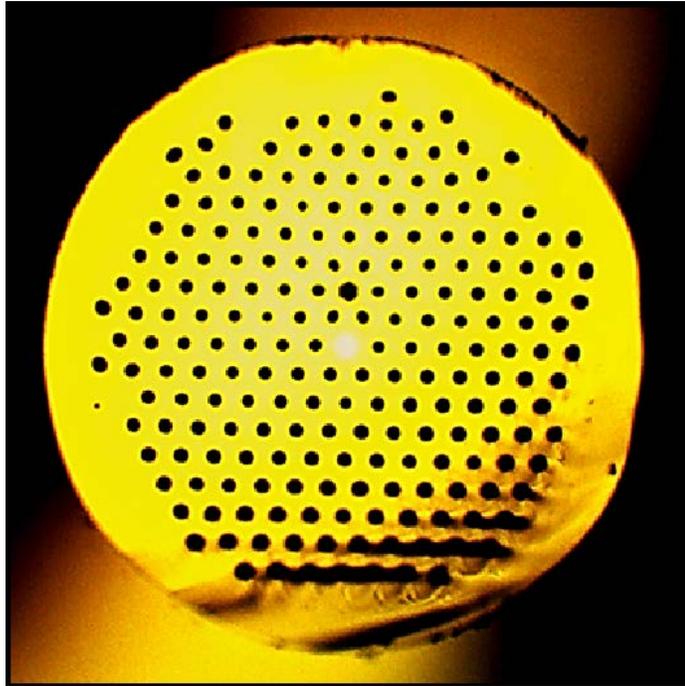


Figura 5.8: Sección transversal de la primer preforma fabricada en el CIO vista desde un microscopio óptico.

5.2.2. Dispersión cromática

Usando el mismo método que en el caso de la fibra NL-750, se graficaron el parámetro de dispersión D en función de λ para las tres fibras fabricadas (ver figura 5.9). Obsérvese que hay un corrimiento en los dos ceros de dispersión con respecto a cada curva, siendo mucho más pronunciado en los segundos ceros de dispersión. Esto pone en evidencia la capacidad maleable de las sus propiedades dispersivas PCF's, por medio de la modificación de sus parámetros de diseño, como lo son el radio del núcleo y la fracción del llenado.

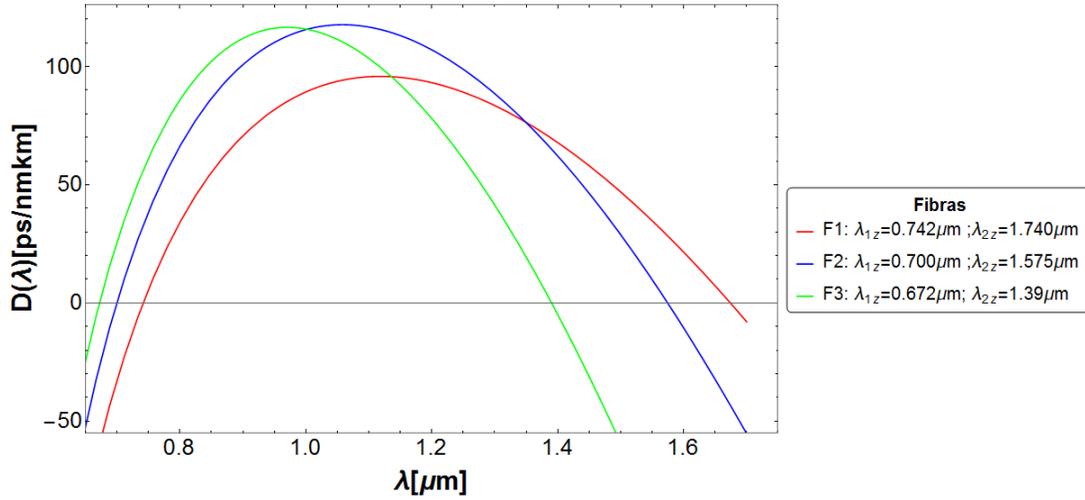


Figura 5.9: Curvas de dispersión de las fibras fabricadas F1, F2 y F3. Se muestran los dos ceros de dispersión para cada fibra.

Curvas de emisión

Una forma de caracterización de la fibra es a través de las curvas de emisión del SFWM. Éstas brindan información de los ceros de dispersión que puede ser utilizado también para reconstruir la curva de dispersión. Las gráficas de emisión obtenidas para las tres fibras (figuras 5.10-5.12), se tuvieron las siguientes consideraciones: contraste birrefringente $\Delta n \approx 3 \times 10^{-4}$, potencia de bombeo $P = 100 \text{ mW}$ y coeficiente no-lineal $\gamma = 95 \text{ Km}^{-1}\text{W}^{-1}$, en el caso de la longitud de onda de bombeo se tomó dependiendo de la fibra, la que permitiera obtener un estado factorizable.

Empatamiento de fase no lineal

En las tres fibras, las gráficas de emisión (o curvas de empatamiento de fases de SFWM), se consideraron los casos co-polarizado y contra-polarizado. Para ambos casos, claramente se observa que para cada longitud de bombeo hay dos valores

de longitud de onda: la longitud de onda del fotón señal y longitud de onda del fotón acompañante. A medida que el bombeo se acerca al cero de dispersión las longitudes de los dos fotones tiende a aproximarse entre sí, sin llegar a tener la misma longitud de onda. En tal punto, así como se vio en el caso anterior, la longitud de onda de bombeo coincide con el primer cero de dispersión en los cuatro tipos de fibra.

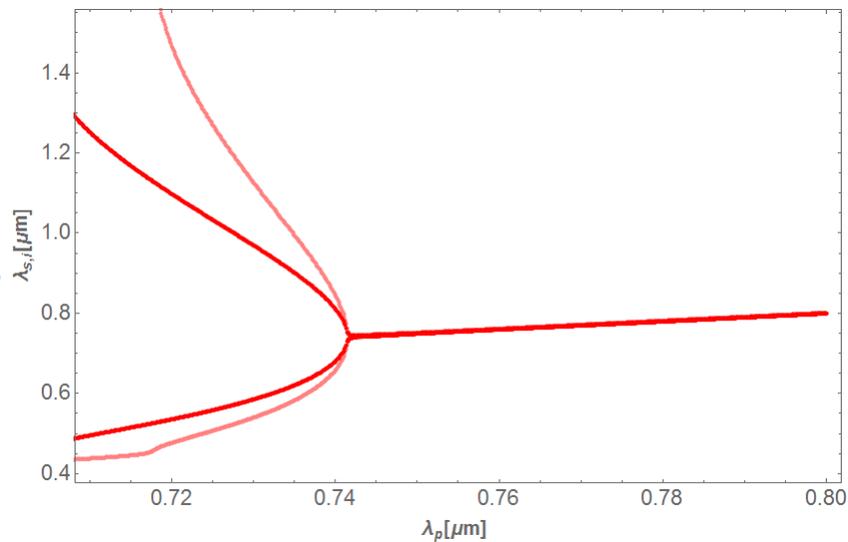


Figura 5.10: Curva de emisión de fotones para la fibra F1. Línea rosa, caso contra-polarizado. Línea roja, caso co-polarizado

En este sentido, se puede observar que hay dos regiones claramente diferenciadas: la región de las longitudes de onda de bombeo grandes por encima del cero de dispersión (régimen de dispersión anómala), y la región de longitudes de onda de bombeo cortas por debajo del cero de dispersión (régimen de dispersión normal). En el régimen anómalo, las longitudes de onda paramétricas están cerca de la longitud de onda de bombeo y las longitudes de onda dependen en gran medida de la potencia. Esto se conoce convencionalmente como inestabilidad de modulación (MI), y se ha utilizado previamente para la generación de pares de fotones correlacionados

en fibra óptica [23]. En el régimen normal, las longitudes de onda paramétricas están lejos del bombeo y las longitudes de onda solo dependen débilmente de la potencia.

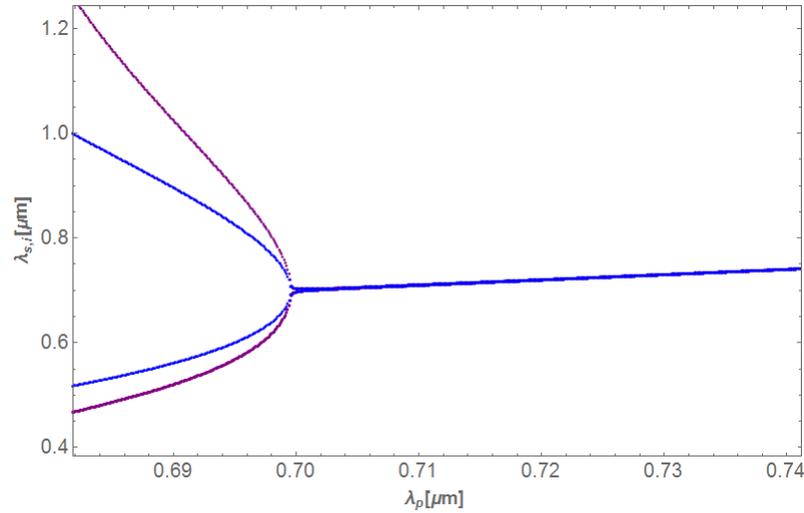


Figura 5.11: Curva de emisión de fotones para fibra F2. Línea Púrpura, caso contra-polarizado. Línea azul, caso co-polarizado

Otra notable característica en las tres figuras (5.10, 5.11 y 5.12) es la diferencia de las curvas de emisión en las dos configuraciones de propagación. Se observa que los fotones generados en el régimen normal se encuentran más separados, espectralmente hablando, para el caso contra-polarizado. Lo que sucede en este caso, es debido el carácter birrefringente de la fibra está presente en el emparejamiento de fase a diferencia del caso co-polarizado, donde la expresión no posee el término adicional proporcional al contraste de índices de refracción (Δn), con valor de aproximado de 3×10^{-4} común en este tipo de fibras con estructuras hexagonales, que es muy pequeño pero suficiente para producir mayor separación espectral entre los fotones emitidos en comparación al espectro de emisión co-polarizado. Particularmente, esta birrefringencia es causada por pequeñas asimetrías presente en el arreglo de huecos de la PCF como también el estrés interno del vidrio.

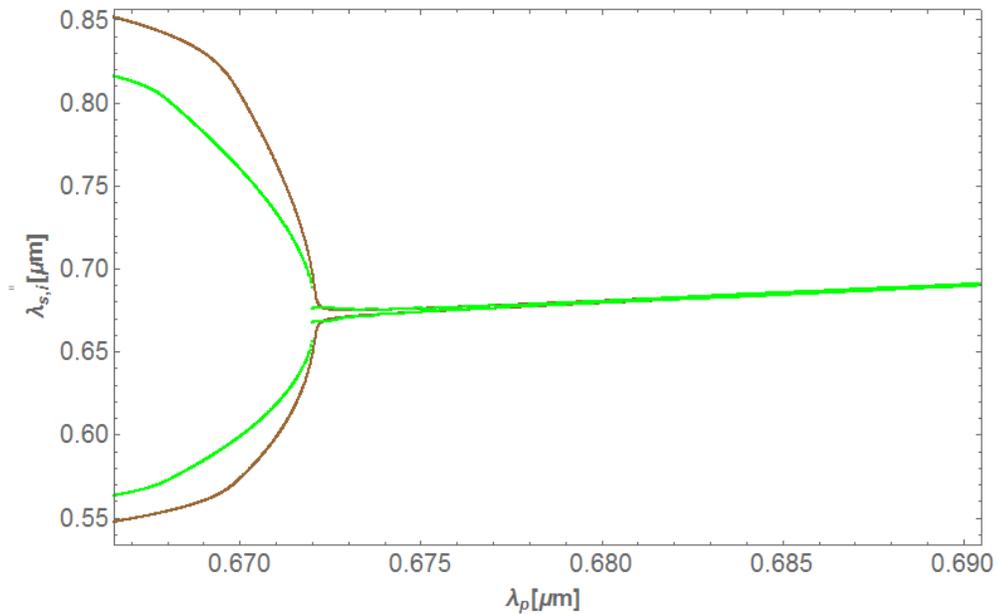


Figura 5.12: Curva de emisión de fotones para una fibra F3. Línea marrón, caso contra-polarizado. Línea verde, caso co-polarizado

5.2.3. Función espectral conjunta (JSI)

Gráficas de contorno de emparejamiento de fase y la velocidad de grupo para FWM.

Como en el caso de la fibra NL-750, se obtuvieron las gráficas de contorno para las tres fibras objeto de estudio anteriormente citadas en los casos contra-polarizados y co-polarizados las cuales se encuentran en la figura (5.13). En todas las fibras y en las dos configuraciones se observa, la existencia de un solo par $\omega_{s,i}$ en la intersección de las curvas para cada frecuencia de bombeo, es decir, hay un solo par de fotones con emparejamiento simétrico generados por SFWM en este tipo de fibras en las dos configuraciones de bombeo. Estos pares de fotones que cumplen con la condición de emparejamiento simétrico, donde adicionalmente se puede obtener los estados

factorizables.

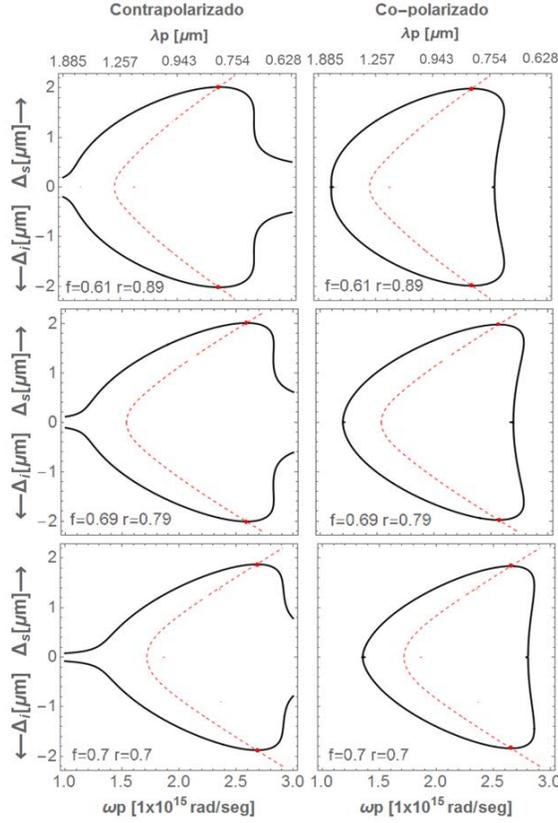


Figura 5.13: Gráficas de contorno de empatamiento de fase y la velocidad de grupo para las tres fibras fabricadas.

En dirección de lo que se ha venido haciendo en secciones anteriores, en esta sección se llevará a cabo el estudio de las funciones JSI para las tres fibras, empezando con el estudio para tres diferentes anchos de pulso, longitud de fibra y las dos configuraciones de propagación con bombeo degenerado. Dado que la intensidad de la función espectral conjunta tiene dependencia con la envolvente de bombeo y la función de empatamiento de fases, en algunos casos se analizará estas funciones. Luego se obtendrá la JSI para el caso particular de los estados factorizables, de los datos obtenidos de longitud de bombeo de la intersección de los contornos de empatamiento.

	Longitudes de bombeo para generación de Estados Factorizables			
	F1	F2	F3	NL-750
contra-polarizado	0.798 μm	0.815 μm	0.692 μm	0.830 μm
co-polarizado	0.929 μm	0.796 μm	0.697 μm	0.829 μm

Table 5.2: Longitudes de onda de bombeo para generación de estados factorizables en cada fibra.

En la tabla 5.2, se resume las longitudes de bombeo que generan estados factorizables para cada fibra:

Gráfica Función espectral conjunta (JSI)

A continuación se muestran, para cada una de las fibras analizadas en esta tesis, los resultados obtenidos para la JSI, así como de las propiedades relacionadas.

5.2.3.1. Fibra F1

En orden que se ha establecido, se empezó por el análisis de la fibra F1, iniciando por las funciones de empataamiento de fases y la envolvente espectral conjunta de los fotones generados en las configuraciones contra-polarizada y co-polarizada para un ancho de banda de pulso de $\Delta\lambda = 0.35 \text{ nm}$ y longitud de la fibra de $L = 15 \text{ cm}$ (figura 5.14). Como es de esperar, la orientación de las funciones envolventes no cambian con respecto a las configuraciones de polarización y del ancho de banda, está tiene una inclinación de $\theta_{s,i} = 45^\circ$ en el espacio $\{\omega_s, \omega_i\}$ como se muestra en la figura 5.14. Por el contrario, la función de empataamiento de fases ϕ presenta una orientación dependiente de la polarización, donde la orientación espectral es casi perpendicular en el caso contra-polarizado.

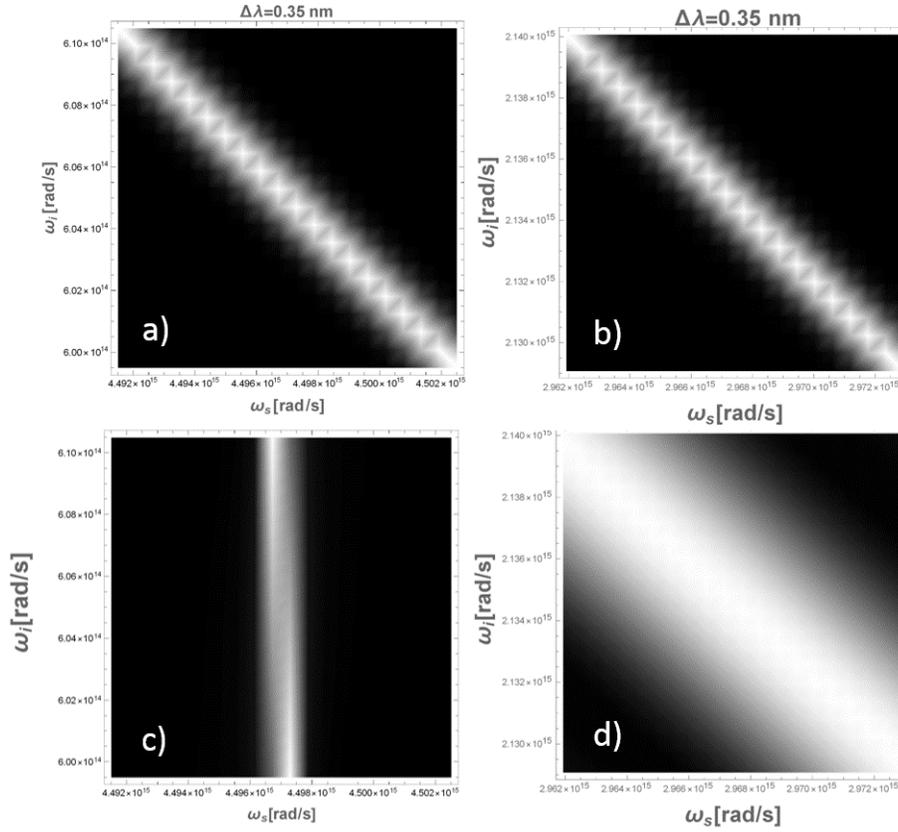


Figura 5.14: Funciones empataamiento de fases y envolvente de bombeo para fibra F1. a) - b) envolntes de bombeo en configuraci3n contra-polarizada y co-polarizada respectivamente con un ancho de banda de $\Delta\lambda = 0.35$ nm. c) - d) Funci3n empataamiento de fases en configuraci3n contra-polarizada y co-polarizada respectivamente con longitud de fibra $L = 15$ cm.

Para el caso de las JSI, se tomaron tres anchos de banda distintos y una longitud de fibra fija compar3ndose los casos contra-polarizado y co-polarizado tal como se observa en la figura 5.15. Donde, los anchos de las JSI exhiben una dependencia de los anchos de banda del bombeo siendo m3s notable para el caso co-polarizado, en el que se ensancha en la medida que el pulso del bombeo ambientan lo hace. Evidentemente esto influye en la correlaci3n espectral del par de fotones generados, teniendo una correlaci3n no tan pronunciada para todos los casos en la configuraci3n

co-polarizada, ya que gráficamente solo se puede extraer información de un fotón a partir del otro dentro de un intervalo de certidumbre. Sin embargo no es posible afirmar que sean completamente no-correlacionados, y por ende que los estados de los fotones emitidos sean factorizables. Por otro lado, en la configuración contrapolarizada su orientación tiende a ser casi en ángulo recto, tendiendo ser casos factorizables asimétricos.

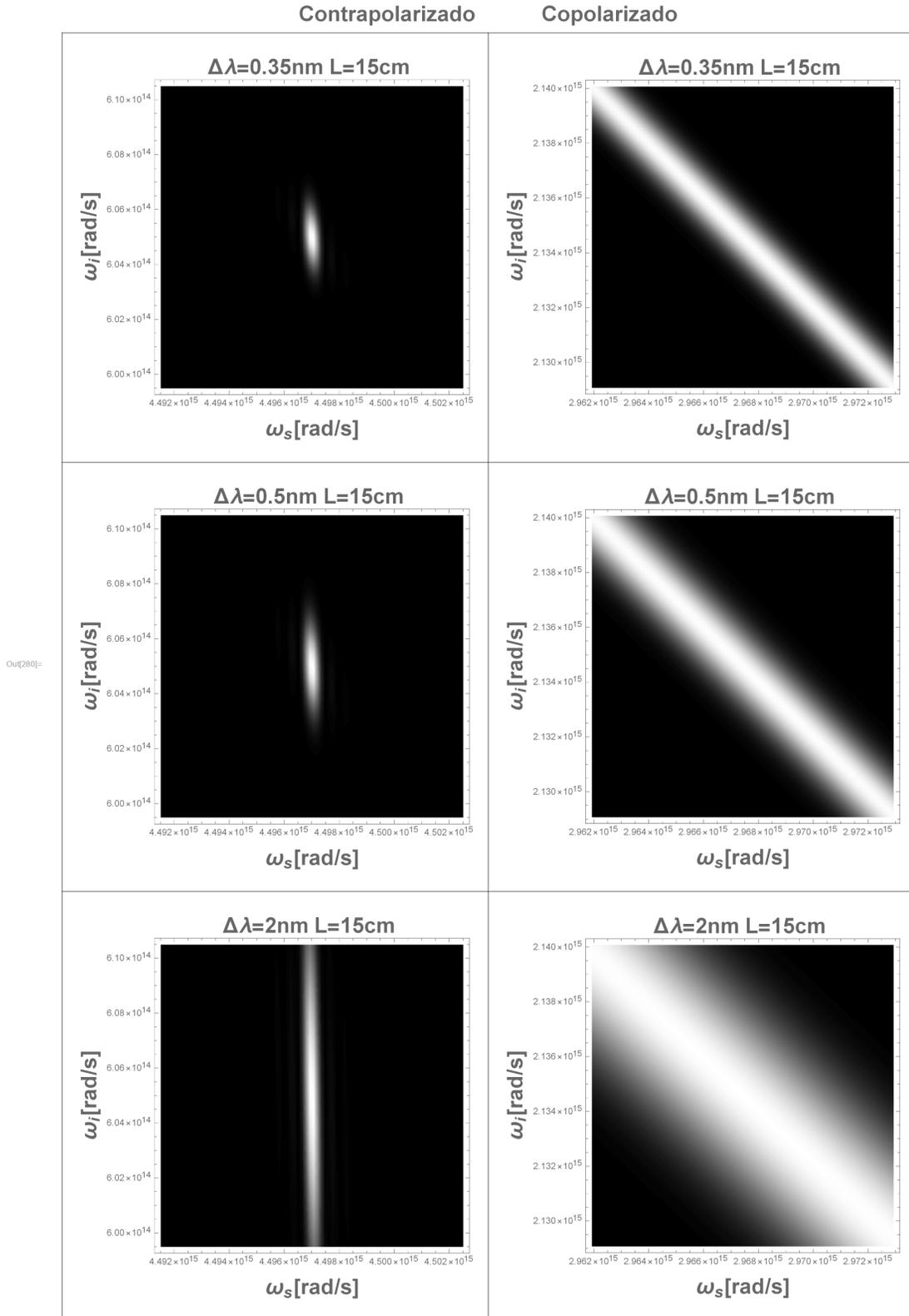


Figura 5.15: JSI para la fibra F1 en las dos configuraciones de bombeo, variando anchos de banda y longitud de la fibra

5.2.3.2. Fibra F2

Siguiendo el análisis de las JSI's en los diferentes diseños de PCF's, se encuentra la fibra F2. El abordaje fue el mismo a la fibra anterior, considerado los diferentes parámetros que influencia sobre los espectros de la JSI de los pares de fotones generados. Para este caso, a diferencia del caso anterior, las pendientes son contrarias en signo. Para el caso contra-polarizado el programa calculó una pendiente de $\theta_{s,i} = 44.73^\circ$ y $\theta_{s,i} = -45^\circ$ en el caso co-polarizado. Tanto en estos resultados como en los vistos en la figura 5.16 se evidencia una correlación espectral positiva para la configuración co-polarizada y una anti-correlación para el contra-polarizado. En todos los casos no se logra una correlación perfecta. La frecuencia central de bombeo utilizada fue al rededor de $0.74 \mu m$.

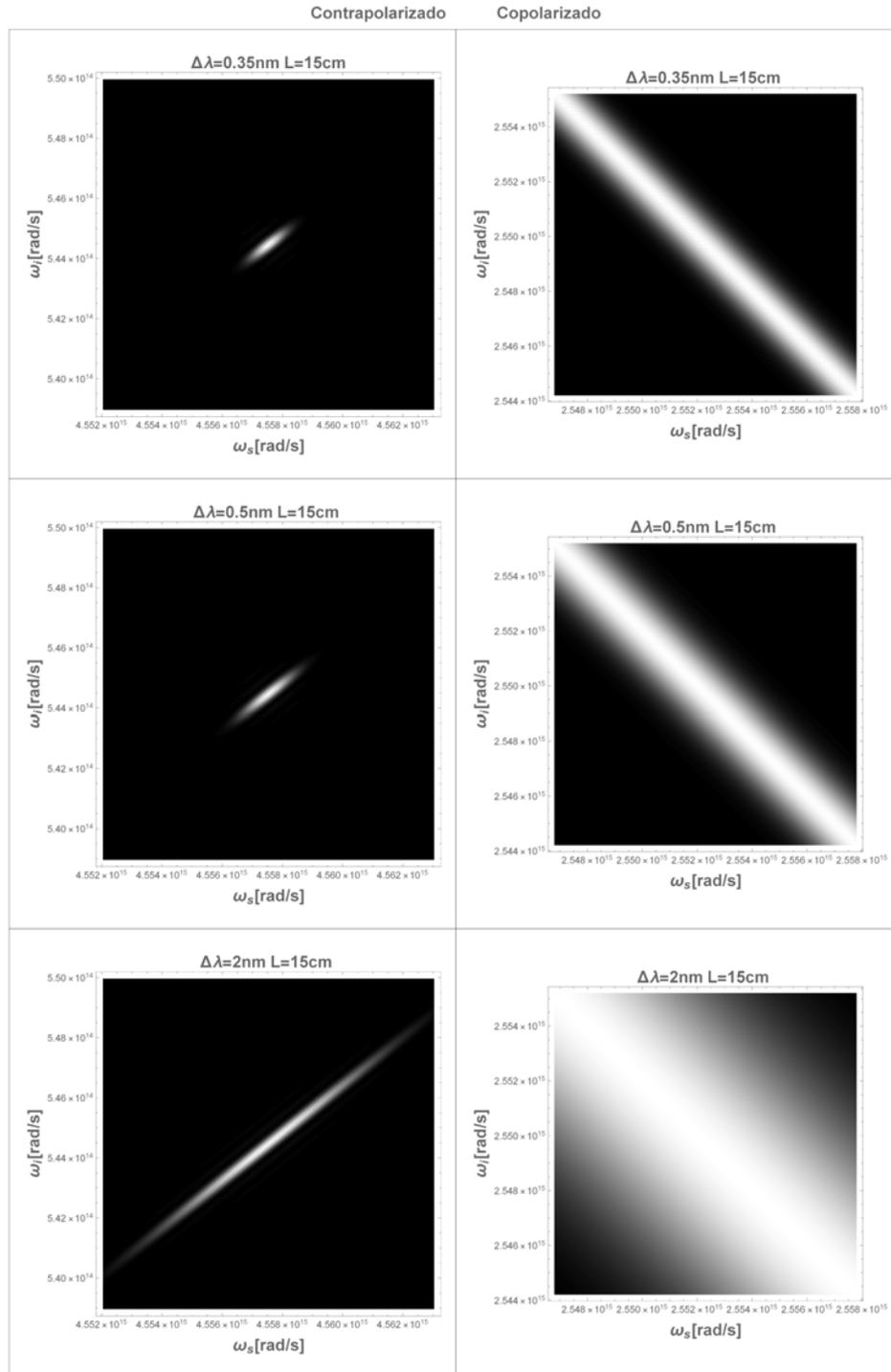


Figura 5.16: JSI para la fibra F2 en las dos configuraciones de bombeo, variando anchos de banda y longitud de la fibra

5.2.3.3. Fibra F3

Finalmente para la fibra F3, muestra un comportamiento en sus JSI muy similar a la fibra F2: correlación espectral positiva en el caso contra-polarizado y anti-correlación en el caso co-polarizado.

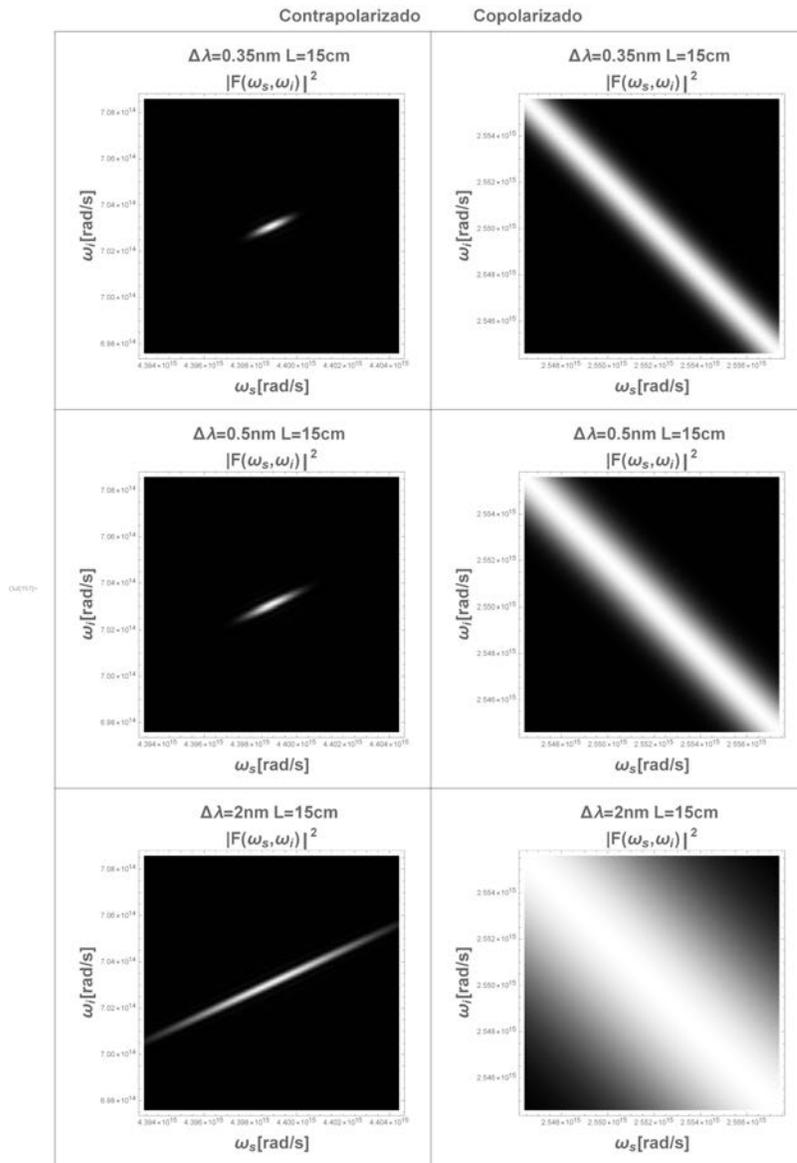


Figura 5.17: JSI para la fibra F3 en las dos configuraciones de bombeo, variando anchos de banda y longitud de la fibra

Estados Factorizables

Dado que se logró obtener las JSI para los estados factorizables en las tres fibras solo se mostrara los resultados para la F2, en aras de simplificar resultados, ya que son casi idénticos. En la figura , es posible observar que tanto para la configuración co-polarizada como la contra-polarizada, se obtiene un estado factorizable con los mismos parámetros de L y $\Delta\lambda$, en para longitudes de bombeo de $0.815 \mu\text{m}$ (contra-polarizado) y $0.796 \mu\text{m}$ (co-polarizado).

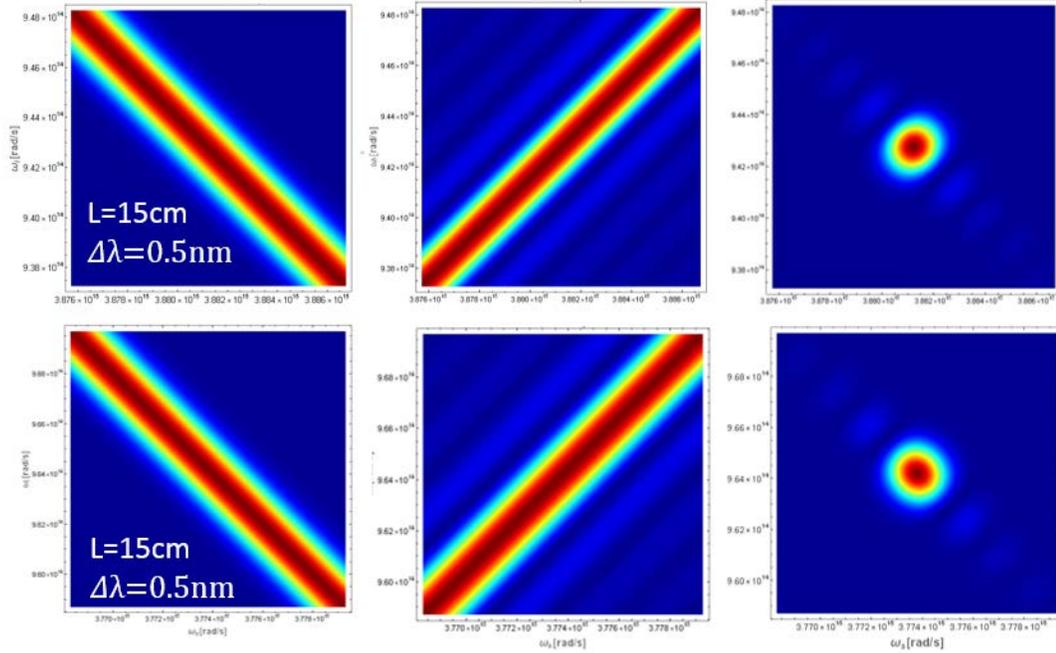


Figura 5.18: Envolvente, función empatamiento de fase y JSI, del estado simétrico del par de fotones emitidos en la fibra F2. Contra-polarizado primera fila, co-polarizado segunda fila de arriba a bajo.

5.2.4. Montaje experimental

El montaje experimental para realizar la medición de la dispersión cromática y la medición de la función de intensidad espectral conjunta (JSI) es esencialmente el mismo y consiste en un sistema de generación de parejas de fotones mediante spontaneous four wave mixing (SFWM). En el montaje experimental mostrado en la figura 5.19, se usa como bombeo un láser de Ti:Zafiro (Chameleon Vision I Coherent) que emite pulsos de $< 3 ps$, ancho de banda de $\approx 0.5 nm$, una tasa de repetición de 80 MHz, potencia promedio máxima de $2.5 W$ y un rango espectral de sintonización automatizada de 680-1080 nm. En nuestro caso nos interesa sintonizar el bombeo en una región cercana al cero de dispersión de las fibras que queremos caracterizar (figura 5.19) por lo que la región de interés estará en el rango $680 - 780 nm$ aproximadamente.

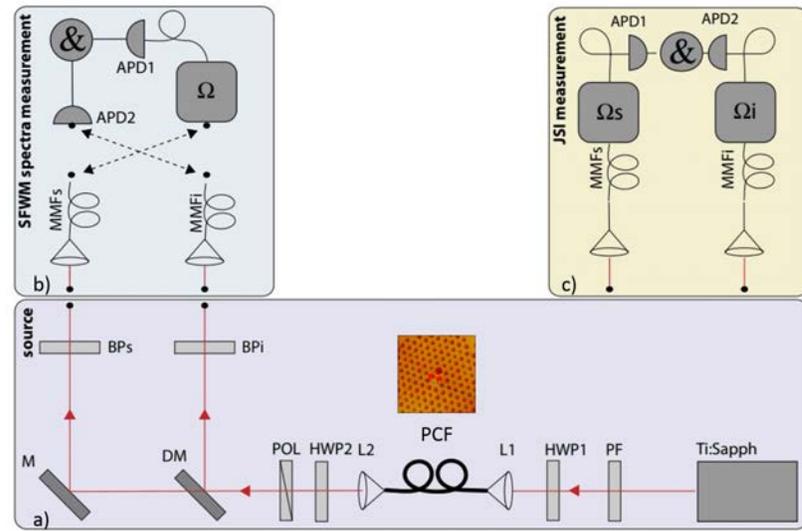


Figura 5.19: Montaje experimental usado para medir la dispersión cromática y la JSI de la PCF NL-750 modelo y las PCF's fabricadas. El montaje consiste en: a) Fuente de parejas de fotones basada en SFWM en configuración co-polarizada y contra-polarizada. b) Sistema de detección espectral de los fotones generados para determinar la dispersión cromática de la fibra. c) Sistema de medición de la JSI del estado de parejas de fotones.

El haz de bombeo hace pasar por un sistema de control de polarización (PF, HWP1) que permite manipular la polarización de entrada del haz de bombeo para orientarla en el eje rápido o lento de las fibras. La determinación experimental de los ejes rápido y lento de las fibras es un trabajo que está pendiente por realizar y en nuestros experimentos se busca una orientación de polarización del haz de entrada que optimice la generación de fotones en procesos co-polarizado y contra-polarizado. Para tener un número adecuado de fotones producidos en las PCF's típicamente es suficiente tramos de fibra de menos de un metro y potencias de bombeo de algunas decenas de mW . En nuestro caso se inyectará a la fibra una potencia de $50 mW$ y se usará tramos de fibra del orden de $\approx 15 cm$ de cada una de las muestras. La luz de bombeo se acopla a las PCF's con una lente esférica (L1; $f=8 mm$) y el bombeo residual junto con los fotones generados se desacoplan de la PCF con otra lente esférica (L2; $f = 8 mm$). A la salida de la fibra se cuenta con otro sistema de control de polarización formado por una placa de media onda (HWP2) y un polarizador de Glan-Thomson (POL), permitiendo seleccionar fotones de los procesos co-polarizado o contra-polarizado. Los fotones emitidos se separan mediante un filtro dicróico (DM) seguidos por filtros pasa banda (BPs y BPi) que terminan por eliminar todo el bombeo remanente.

En estos experimentos se emplean dos sistemas de detección diferentes. Primero se realiza la caracterización de la dispersión cromática de las fibras, usando el sistema de detección mostrado en la figura 5.19 b). En este caso es necesario medir las longitudes de onda de generación de los fotones para diferentes longitudes de onda del haz de bombeo, de forma que se puedan obtener mediciones que se ajusten a curvas como la mostrada en la figura 5.20. Para ello se acoplan los fotones señal ($\lambda > \lambda_p$) y acompañante ($\lambda < \lambda_p$) en fibras multimodo (MMFs y

MMFi). Las fibras MMFs inyectan los fotones en un monocromador de rejilla (Ω) (Andor Shamrock 500i) cuya salida es dirigida mediante otra fibra múltimodo a un fotodiodo de avalancha que detecta los fotones generados (APD1) (Excelitas *SPCM – AQRH – 13*), mientras que la fibra MMFi es conectada directamente a otro fotodiodo de avalancha (APD2). Para medir las longitudes de onda de generación de los fotones en el brazo señal monitoreamos las cuentas en coincidencia entre APD1 y APD2 mientras se escanea la longitud de onda central de transmisión del monocromador (Ω). De esta forma es posible medir el espectro del fotón señal en coincidencia con la medición no resulta espectralmente del correspondiente fotón acompañante. Para obtener la medición del espectro del fotón acompañante se procede de forma análoga invirtiendo los roles de los fotones, conectando al monocromador la fibra MMFi y conectando directamente al APD2 la fibra MMFs. La medición del espectro de los fotones señal y acompañante se realiza en coincidencias para minimizar ruido y contaminación por otros procesos no lineales como dispersión Raman [47]. Con las mediciones de los espectros de los fotones señal y acompañante para diferentes longitudes de onda de bombeo es posible reconstruir las curvas de generación para cada fibra y realizando un ajuste a los valores experimentales es posible obtener un ajuste preciso de la dispersión cromática de la PCF en cuestión [48].

Para medir la función de intensidad espectral conjunta (JSI) se utiliza el sistema de detección mostrado en la figura 5.19 c), en donde ambos fotones se acoplan a fibras múltimodo (MMFs y MMFi) y en este caso ambas fibras se conectan a dos monocromadores (Ω_s y Ω_i) cuyas salidas se dirigen a dos fotodetectores de avalancha (APD1 y APD2). Para obtener la JSI es necesario registrar las cuentas en coincidencia entre ambos detectores mientras se escanean iterativamente las

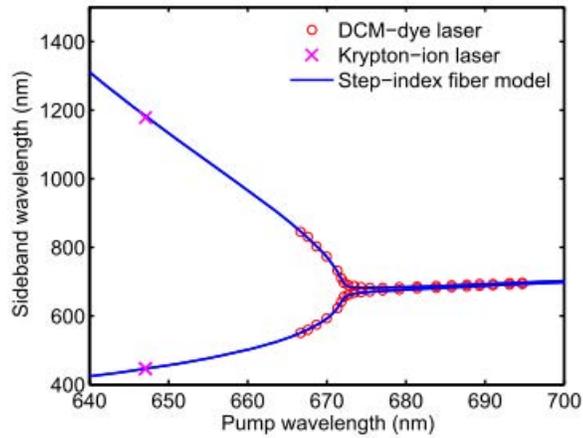


Figura 5.20: Curva de emisión de una PCF. Las curvas sólidas son los mínimos cuadrados ajustados a los datos experimentales (círculos), calculados usando la ecuación de empataamiento de fase. Grafica extraida de [48].

longitudes de onda centrales de transmisión en los momocromadores (Ω_s y Ω_i) [47]. Lamentablemente cuando se terminó el montaje experimental el sistema laser de bombeo Chameleon se dañó y no fue posible realizar ninguna medición, por lo tanto la etapa de caracterización experimental de las fibras se dejará como trabajo a futuro. En la figura 5.21 se muestra una imagen del del montaje como se tenía cuando el laser falló.



Figura 5.21: Montaje experimental en el laboratorio de microscopia multifotónica del CIO.

Capítulo 6

Conclusiones

En el presente trabajo se desarrolló una plataforma de diseño, fabricación y caracterización de fibras de cristal fotónico (PCF's) especiales producidas completamente en el CIO, para su uso en diversas aplicaciones de óptica e información cuántica, así como en estudios de análogos fotónicos de agujeros negros. Como primera parte del estudio se desarrollaron herramientas teórico-computacionales para modelar la dispersión cromática de las PCF's así como para obtener la función de intensidad espectral conjunta (JSI), que caracteriza la correlación del estado cuántico generado. Considerando parámetros experimentales de longitud de fibra $L = 15 \text{ cm}$ y ancho de banda del bombeo de $\Delta\lambda \approx 0.5 \text{ nm}$, en primera instancia, dichas herramientas se usaron para modelar una fibra comercial de referencia, la fibra NL-750 de la empresa NKT Photonics. Posteriormente se modelaron las tres PCF's fabricadas en la torre de estiramiento del LEFO del CIO (F1, F2, F3). De este método, se obtuvieron la dispersión cromática de las fibras, las curvas de emisión teóricas de los pares de fotones generados en todas las fibras, los contornos de empataamiento de fase así como las graficas de la JSI, para el caso especial en que

las fibras generan un estado factorizable. En cada caso la longitud de onda central del bombeo se seleccionó para que se satisficiera la condición de factorabilidad. Cabe destacar que el proceso de SFWM, posee varias configuraciones, en este trabajo se consideró los casos de generación de parejas de fotones mediante SFWM en configuración de bombeo y fotones co-polarizados y contra-polarizados, este último con el fin de evidenciar la naturaleza birrefringente de las PFC's.

La segunda parte del estudio consistió en la implementación experimental de técnicas para la medición de las curvas de emisión de los fotones generados, a partir de las cuales se determina experimentalmente la dispersión cromática de las fibras. Adicionalmente se implementó un sistema para la determinación de la JSI en los casos en que los parámetros experimentales se seleccionan para producir un estado factorizable. Debido a una falla catastrófica inesperada del láser de bombeo, las mediciones experimentales no pudieron completarse, dejándose como trabajo a futuro.

Bibliografía

- [1] A. L. Schawlow and C. H. Townes, “Infrared and optical masers,” *Physical Review* , vol. 112, no. 6, p. 1940, 1958.
- [2] C. Townes, "Theodore H. Maiman (1927–2007)," *Nature* 447, 654 (2007).
- [3] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters, and G. Weinreich, “Generation of Optical Harmonics,” *Physical Review Letters* , vol. 7, pp. 118–119, Aug. 1961.
- [4] G. C. Baldwin, *An introduction to nonlinear optics* . Springer Science & Business Media, 2012.
- [5] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P. S. Pershan, “Interactions between Light Waves in a Nonlinear Dielectric,” *Physical Review* , vol. 127, pp. 1918–1939, Sept. 1962.
- [6] C. C. Wang and G. W. Racette, “Measurement of parametric gain accompanying optical difference frequency generation,” *Applied Physics Letter* , 1965.
- [7] R. H. Stolen, J. E. Bjorkholm, and A. Ashkin, “Phase-matched three-wave mixing in silica fiber optical waveguides,” *Applied Physics Letters* , vol. 24, pp. 308–310, Apr. 1974.

- [8] John E. Midwinter. *Photonics in Switching*. Elsevier, 1993.
- [9] Pathak, Anirban & Ghatak, Ajoy. (2017). Classical light vs. nonclassical light: Characterizations and interesting applications. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*. 32. 10.1080/09205071.2017.1398109.
- [10] Govind P. Agrawal. *Non nonlinear fiber optics*. Academic Press, 2001.
- [11] Y. Liu. Focusing light inside dynamic scattering media with millisecond digital optical phase conjugation. *Optica*, 2017.
- [12] Song-Yuan Ding, Jun Yi, Jian-Feng Li, Bin Ren, De-Yin Wu, Rajapandiyan Panneerselvam, and Zhong-Qun Tian. Nanostructure-based plasmon-enhanced Raman spectroscopy for surface analysis of materials. *Nature Reviews Materials*, 1(6):1–16, 2016.
- [13] Yong Wang, Chia-Yu Lin, Alexei Nikolaenko, Varun Raghunathan, and Eric O. Potma. Four wave mixing microscopy of nanostructures. *Advances in Optics and Photonics*, 3(1):1–52, March 2011.
- [14] John M. Senior. *Optical Fiber Communications: Principles and Practice* 2008.
- [15] Alberto Marino Raphael Pooser, Vicent Boyer. Entangled images from four wave mixing science.
- [16] P. Chen. Subwavelength imaging using phase conjugating nonlinear nanoantenna arrays. *Nano Letters*, 11(12):5514–5518, 2011.
- [17] Siam Uddin, Pulak Debnath, Kichul Park, and Yong-Won Song. Non-linear black phosphorus for ultrafast optical switching open. *Scientific Reports*, 7, 02 2017.

- [18] Paul G. Kwiat, Klaus Mattle, Harald Weinfurter, Anton Zeilinger, Alexander V. Sergienko, and Yanhua Shih. New high-intensity source of polarization entangled photon pairs. *Physical Review Letters*, 75(24):4337–4341, 1995.
- [19] Alfred B. U'Ren, Christine Silberhorn, Konrad Banaszek, and Ian A. Walmsley. Efficient conditional preparation of high-fidelity single photon states for fiber-optic quantum networks. *Physical Review Letters*, 93(9):093601, August 2004.
- [20] E Knill and G. J. Laflamme. A scheme for efficient quantum computation with linear optics | *Nature*.
- [21] John T. Foley and Emil Wolf, "Phenomenon of spectral switches as a new effect in singular optics with polychromatic light," *J. Opt. Soc. Am. A* 19, 2510-2516 (2002)
- [22] A. B. U'Ren, K. Banaszek, and I. A. Walmsley. Photon engineering for quantum information processing, 2003.
- [23] M. Fiorentino, P. L. Voss, J. E. Sharping, and P. Kumar. All-fiber photon-pair source for quantum communications. *IEEE Photonics Technology Letters*, 14(7):983–985, July 2002.
- [24] Rarity, J. G., Fulconis, J., Duligall, J., Wadsworth, W. J., y Russell, P. S. J. Photonic crystal fiber source of correlated photon pairs. *Opt. Express*, 13: 534 (2005).
- [25] S. Tanzilli, H. De Riedmatten, H. Tittel, H. Zbinden, P. Baldi, M. De Micheli, D. B. Ostrowsky, and N. Gisin. Highly efficient photon-pair source using periodically poled lithium niobate waveguide. *Electronics Letters*, 37(1):26–28, Jan 2001.

- [26] M. G. Raymer, Jaewoo Noh, K. Banaszek, and I. A. Walmsley. Pure-state single-photon wave-packet generation by parametric down-conversion in a distributed microcavity. *Phys. Rev. A*, 72:023825, Aug 2005.
- [27] G Bonfrate, V Pruneri, P G Kazansky, P Tapster, and J G Rarity. Parametric fluorescence in periodically poled silica fibers. *Applied Physics Letters*, 75(16):2356–2358, 10 1999. Publisher: American Institute of Physics.
- [28] J. D. Joannopoulos, editor. *Photonic crystals: molding the flow of light*. Princeton University Press, Princeton, 2nd ed edition, 2008. OCLC: ocn180190957.
- [29] Jacques Bures. *Guided Optics: Optical Fibers and all fibers components*. Wiley-Vch, 2008.
- [30] Ajoy Ghatak, K. Thyagarajan, and K. Thyagarajan. *An Introduction to Fiber Optics*. Cambridge University Press, June 1998.
- [31] Jonathan C. Knight. Photonic crystal fibres. *Nature*, 424(6950):847–851, August 2003.
- [32] JG. J. Foschini and C. D. Poole, Statistical theory of polarization dispersion in single mode fibers, *Journal of lightwave technology*, 9 , pp. 1439–1456,(1991).
- [33] T. A. Birks, J. C. Knight, and P. St. J. Russell. Endlessly single-mode photonic crystal fiber. *Opt. Lett.*, 22(13):961–963, Jul 1997.
- [34] Max Born, Emil Wolf, A. B. Bhatia, P. C. Clemmow, D. Gabor, A. R. Stokes, A. M. Taylor, P. A. Wayman, and W. L. Wilcock. *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction*

of Light. Cambridge University Press, Cambridge ; New York, 7th edition edition, October 1999

- [35] J. C. Knight, J. Broeng, T. A. Birks, and P. St. J. Russell. Photonic band gap guidance in optical fibers. *Science*, 282(5393):1476–1478, 1998.
- [36] J. S. Y. Chen, S. G. Murdoch, R. Leonhardt, and J. D. Harvey. Effect of dispersion fluctuations on widely tunable optical parametric amplification in photonic crystal fibers. *Opt. Express*, 14(20):9491–9501, Oct 2006.
- [36] D. A. Kleinman, *Phys. Rev.*, 126 , 1977–1979 (1962).
- [37] R. H. Stolen and Chinlon Lin. Self-phase-modulation in silica optical fibers. *Phys. Rev. A*, 17:1448–1453, Apr 1978.
- [38] John David Jackson. *Classical Electrodynamics*: John David Jackson
- [39] Saleh, B. E. A.; Teich, M. C. *Fundamentals of Photonics*: John Wiley & Sons, New York 9780471839651 Cloth, First Edition - Sea Chest Books.
- [40] *The Quantum Theory of Light*. Oxford, New York, third edition edition, 2000.
- [41] Morton H. Rubin, David N. Klyshko, Y. H. Shih, and A. V. Sergienko. Theory of two-photon entanglement in type-II optical parametric down-conversion. *Physical Review A*, 50(6):5122–5133, December 1994.
- [42] Yoon-Ho Kim and Warren P. Grice. Measurement of the spectral properties of the two-photon state generated via type II spontaneous parametric downconversion. *Optics Letters*, 30(8), April 2005.
- [43] Brian J. Smith, P. Mahou, Offir Cohen, J. S. Lundeen, and I. A. Walmsley. Photon pair generation in birefringent optical fibers. *Opt. Express*, 17(26):23589–23602, Dec 2009.

- [44] Iman Jizan, L. G. Helt, Chunle Xiong, Matthew J. Collins, Duk-Yong Choi, Chang Joon Chae, Marco Liscidini, M. J. Steel, Benjamin J. Eggleton, and Alex S. Clark. Bi-photon spectral correlation measurements
- [45] Jorge Monroy-Ruz, Karina Garay-Palmett, and Alfred B. U'Ren. Counter-propagating spontaneous four wave mixing: photon-pair factability and ultra-narrowband single photons. *New Journal of Physics*, 18(10):103026, October 2016.
- [46] Kevin Zielnicki, Karina Garay-Palmett, Daniel Cruz-Delgado, Hector Cruz-Ramirez, Michael F. O'Boyle, Bin Fang, Virginia O. Lorenz, Alfred B. U'Ren, and Paul G. Kwiat. Joint Spectral Characterization of Photon-Pair Sources. *Journal of Modern Optics*, 65(10):1141–1160, June 2018. arXiv: 1801.01195.
- [47] D. Cruz-Delgado, R. Ramirez-Alarcon, E. Ortiz-Ricardo, J. Monroy-Ruz, F. Dominguez-Serna, H. Cruz-Ramirez, K. Garay-Palmett, and A. B. U'Ren. Fiber-based photon-pair source capable of hybrid entanglement in frequency and transverse mode, controllably scalable to higher dimensions. *Scientific Reports*, 6(1):27377, June 2016.
- [48] G. K. L. Wong, A. Y. H. Chen, S. W. Ha, R. J. Kruhlak, S. G. Murdoch, R. Leonhardt, J. D. Harvey, and N. Y. Joly. Characterization of chromatic dispersion in photonic crystal fibers using scalar modulation instability. *Opt. Express*, 13(21):8662–8670, Oct 2005.