(Versión Final)



# DISPOSITIVOS DE FIBRA OPTICA BASADOS EN ACOPLAMIENTO POR MODOS DE FUGA

COMO REQUERIMIENTO PARA LA OBTENCIÓN DEL GRADO DE DOCTORA EN CIENCIAS (ÓPTICA)

Estudiante: M. en C. Kenia Madrazo de la Rosa.

Asesor: Dr. Alejandro Martínez Ríos

Noviembre de 2019 León, Guanajuato, México

### **DEDICADO** A:

"Esta tesis está dedicada especialmente a mis padres porque me enseñaron a confiar ante todo en mí y eso me ha permitido alcanzar cada uno de mis sueños y metas. También dedico especialmente esta tesis a mi hija, mi esposo y mi hermano porque me inspiran la fuerza y el ánimo para continuar cosechando logros cada día."

### **AGRADECIMIENTOS**

Quiero agradecer ante todo al Conacyt (Proyecto SEP-CONACYT 220444) por el apoyo brindado durante toda la etapa de mi doctorado, lo cual me permitió realizar este proyecto de tesis. Especialmente agradezco a mi asesor, el Dr Alejandro Martínez Ríos, ya que su apoyo incondicional y sistemático posibilitó la realización de esta investigación. También le agradezco especialmente a mis padres, mi esposo, mi hija y mi hermano por apoyarme en todo momento de manera incondicional.

Agradezco además al CIO, por haberme dado la oportunidad de cursar este postgrado, el cual representa mi logro más grande en cuanto a superación personal. Extiendo también mi sincero agradecimiento a todos los profesores que me impartieron asignaturas, pues fueron quienes me ayudaron a crear las bases para poder desarrollar mi tesis. En general, le agradezco a todas las personas y amigos que me han ayudado de una forma u otra y le envío mi agradecimiento más sincero a mis compañeros de trabajo, Tere, Guillermo, Daniel, Luis y Myriam, pues han sido una gran familia durante todo este tiempo.

## TABLA DE CONTENIDO

Agradecimientos	4
Tabla de Contenido	5
Lista de Tablas	
Motivación	12
Objetivos	12
Resumen	
Capítulo1. Dispositivos de Fibra Óptica basados en Fuga de Modos	15
Introducción	15
1.1 Fuga de Modos en la Fibra Óptica	15
1.2 Aprovechamiento del fenómeno de Fuga de Modos en el Sensor SMS	16
1.3 Ventajas de la Fuga de Modos en el Acoplador Lateral de Bombeo	
Bibliografía del Capítulo 1	18
Capítulo 2. Propagación de Rayos en la Fibra Óptica	21
Introducción	21
2.1 La Fibra Óptica	22
2.1.1 Régimen Monomodo y Multimodo	22
2.2 Fibra Step-Index	23
2.2.1 Clasificación de Rayos	25
2.2.2 Leaky Rays	27
2.2.2.1 Rayo Refractado	28
2.2.2.2 Rayo Tunelado	29
2.3 Fibra Óptica Estrechada Adiabáticamente	
2.3.1 Taper Step-Index	32
2.3.2 Pérdidas en el Taper Step-Index	33
2.3.2.1 Haz Colimado	34
2.4 Fibra Especial de Bajo Índice	35
2.4.1 Coeficiente de Transmisión. Fibra Especial contra Fibra Multimodo Están	dar35

2.4.2 Aprovechamiento de la fuga de modos en dispositivos de fibra óptica	37
Bibliografía del Capítulo 2	37
Capítulo 3. Sensor SMS de Fibra Especial	39
Introducción	39
3.1 Sensor de Fibra Óptica basado en Estructura SMS	40
3.1.1 Principio de Operación del sensor SMS	40
3.2 Fabricación del Sensor SMS	42
3.3 Comparación entre SMS de Fibra Especial y SMS de Fibra Multimodo Estándar	43
3.4 Simulación Numérica	44
3.5 Resultados Experimentales	46
3.6 Optimización del sensor SMS	49
Bibliografía del Capítulo 3	51
Capitulo 4. Acopiador Lateral	53
Introducción	53 53
<ul> <li>4.1 Acopladores Laterales de Bombeo para Láseres de Fibra Óptica</li> </ul>	53 53 54
<ul> <li>Capitulo 4. Acoplador Lateral</li> <li>Introducción</li> <li>4.1 Acopladores Laterales de Bombeo para Láseres de Fibra Óptica</li> <li>4.1.1 Antecedentes</li> </ul>	53 53 54 54
<ul> <li>Capitulo 4. Acoplador Lateral</li> <li>Introducción</li> <li>4.1 Acopladores Laterales de Bombeo para Láseres de Fibra Óptica</li> <li>4.1.1 Antecedentes</li> <li>4.1.2 Técnicas de Fabricación de Acopladores Laterales. TBF</li> </ul>	53 53 54 54 55
<ul> <li>Capitulo 4. Acoplador Lateral</li> <li>Introducción</li> <li>4.1 Acopladores Laterales de Bombeo para Láseres de Fibra Óptica</li> <li>4.1.1 Antecedentes</li> <li>4.1.2 Técnicas de Fabricación de Acopladores Laterales. TBF</li> <li>4.1.3 Cantidad Máxima de Bombeos</li> </ul>	53 53 54 54 55 55
<ul> <li>Capitulo 4. Acopiador Lateral</li> <li>Introducción</li> <li>4.1 Acopiadores Laterales de Bombeo para Láseres de Fibra Óptica</li> <li>4.1.1 Antecedentes</li> <li>4.1.2 Técnicas de Fabricación de Acopiadores Laterales. TBF</li> <li>4.1.3 Cantidad Máxima de Bombeos</li> <li>4.2 Modelo Teórico para el Acopiador de Bombeo Lateral</li> </ul>	53 53 54 54 55 55
<ul> <li>Capitulo 4. Acoplador Lateral</li> <li>Introducción</li> <li>4.1 Acopladores Laterales de Bombeo para Láseres de Fibra Óptica</li> <li>4.1.1 Antecedentes</li> <li>4.1.2 Técnicas de Fabricación de Acopladores Laterales. TBF</li> <li>4.1.3 Cantidad Máxima de Bombeos</li> <li>4.2 Modelo Teórico para el Acoplador de Bombeo Lateral</li> <li>4.2.1 Modelo Teórico para el Acoplamiento de Potencia entre fibras con iguales RIs</li> </ul>	53 53 54 55 55 56 56
<ul> <li>Capitulo 4. Acoplador Lateral.</li> <li>Introducción</li> <li>4.1 Acopladores Laterales de Bombeo para Láseres de Fibra Óptica.</li> <li>4.1.1 Antecedentes.</li> <li>4.1.2 Técnicas de Fabricación de Acopladores Laterales. TBF.</li> <li>4.1.3 Cantidad Máxima de Bombeos.</li> <li>4.2 Modelo Teórico para el Acoplador de Bombeo Lateral.</li> <li>4.2.1 Modelo Teórico para el Acoplamiento de Potencia entre fibras con iguales RIs</li></ul>	53 53 54 55 55 56 56 59
<ul> <li>Lapitulo 4. Acopiador Lateral.</li> <li>Introducción</li></ul>	53 53 54 55 55 56 56 59 61
<ul> <li>Lapitulo 4. Acopiador Lateral</li> <li>Introducción</li> <li>4.1 Acopiadores Laterales de Bombeo para Láseres de Fibra Óptica</li> <li>4.1.1 Antecedentes</li> <li>4.1.2 Técnicas de Fabricación de Acopiadores Laterales. TBF</li> <li>4.1.3 Cantidad Máxima de Bombeos</li> <li>4.2 Modelo Teórico para el Acopiador de Bombeo Lateral</li> <li>4.2.1 Modelo Teórico para el Acopiador de Potencia entre fibras con iguales RIs</li> <li>4.2.2 Modelo Teórico Generalizado</li> <li>4.2.3 Diseño del Taper de Bombeo</li> <li>4.2.1 Modo Fundamental y Modo de Mayor Orden</li> </ul>	53 54 54 55 55 56 56 59 61 62
<ul> <li>Lapitulo 4. Acoplador Lateral.</li> <li>Introducción</li> <li>4.1 Acopladores Laterales de Bombeo para Láseres de Fibra Óptica.</li> <li>4.1.1 Antecedentes.</li> <li>4.1.2 Técnicas de Fabricación de Acopladores Laterales. TBF.</li> <li>4.1.3 Cantidad Máxima de Bombeos.</li> <li>4.2 Modelo Teórico para el Acoplador de Bombeo Lateral.</li> <li>4.2.1 Modelo Teórico para el Acoplamiento de Potencia entre fibras con iguales RIs</li> <li>4.2.2 Modelo Teórico Generalizado.</li> <li>4.2.3 Diseño del Taper de Bombeo.</li> <li>4.2.3.1 Modo Fundamental y Modo de Mayor Orden.</li> <li>4.2.3.2 Ventajas del Diseño.</li> </ul>	53 54 54 55 55 56 56 59 61 62 64
<ul> <li>Lapitulo 4. Acoplador Lateral</li> <li>Introducción</li> <li>4.1 Acopladores Laterales de Bombeo para Láseres de Fibra Óptica</li> <li>4.1.1 Antecedentes</li> <li>4.1.2 Técnicas de Fabricación de Acopladores Laterales. TBF</li> <li>4.1.3 Cantidad Máxima de Bombeos</li> <li>4.2 Modelo Teórico para el Acoplador de Bombeo Lateral</li> <li>4.2.1 Modelo Teórico para el Acoplamiento de Potencia entre fibras con iguales RIs</li> <li>4.2.2 Modelo Teórico Generalizado</li> <li>4.2.3 Diseño del Taper de Bombeo</li> <li>4.2.3.1 Modo Fundamental y Modo de Mayor Orden</li> <li>4.2.3.2 Ventajas del Diseño</li> <li>4.3 Longitud de Acoplamiento Mínima</li> </ul>	53 54 54 55 55 56 56 59 61 62 64 65
<ul> <li>Lapitulo 4. Acoplador Lateral.</li> <li>Introducción</li></ul>	53 54 54 55 55 56 56 59 61 62 64 65

4.3.3 Consideraciones del Acoplamiento con n1=n2 y n1 <n2< th=""></n2<>				
4.4 Metodología de Desarrollo del Acoplador Lateral				
4.4.1	Características de las Fibras Empleadas	71		
4.4.2	Diseño del Acoplador Lateral	71		
4.4.3	Fabricación del Taper de Bombeo	72		
4.4.4	Fusión del Taper de bombeo y la fibra DC	74		
4.5 Resultados Experimentales				
4.5.1	Acoplamiento en la zona de fusión	76		
4.5.2	Eficiencia de Acoplamiento en el Acoplador Lateral	78		
4.5.3	Comparación de Eficiencias de Acoplamiento (n1=n2 y para n2 <n1)< td=""><td>80</td></n1)<>	80		
Bibliografía del Capítulo 481				
Discusión de	e Resultados	82		
Conclusiones				
Trabajo Futuro				
Anexos				

## TABLA DE FIGURAS

2.1) Propagación de la luz en a) Fibra Monomodo, b) Fibra Multimodo.

2.2) Reflexión total interna en la interface núcleo/revestimiento.

2.3) Perfil del índice de refracción en una fibra de índice escalonado

2.4) Propagación de rayos dentro del núcleo de la fibra de índice escalonado a) Rayo meridional y b) rayo oblicuo.

2.5) Ángulos definidos para un rayo que incide en un punto P de la interface núcleo/revestimiento.

2.6) Esquema 3D de un rayo incidente en un punto P de la interface núcleo/revestimiento, tomado de [5].

2.7) Representación de un rayo a) Guiado por Reflexión Total Interna, b) Refractado por Reflexión Parcial y c) Tunelado debido al fenómeno de tunelaje.

- 2.8) Corrimiento lateral por el revestimiento de la fibra óptica.
- 2.9) Fracción T de la potencia del rayo que se pierde en cada reflexión.

2.10) Fracción T de la potencia del rayo que se pierde en cada reflexión.

2.11) a) Fibra óptica con n(r, z) y radio  $\rho(z)$  estrechada adiabáticamente y b) Secciones uniformes en las fibra estrechada adiabáticamente.

2.12) a) Rayos guiado en el Taper y b) Rayo guiado que experimenta pérdidas durante su trayectoria

2.13) Haz colimado en la entrada de la fibra óptica uniforme.

2.14) Haz enfocado en el punto Q a la entrada de la fibra óptica uniforme.

2.15) Fibra Especial Multimodo(205µm).

3.1) Diseño geométrico de la estructura de SMS. La fibra central es una sección de CLIMF estrechada /cortada que se empalma en ambos lados con secciones de fibra SMF-28. DSMF-28 y DMM representan los diámetros de la fibra SMF-28 y la CLIMF, mientras que  $L_{reim}$  denota la longitud de la CLIMF.

3.2) Fracción de Potencia Radiada versus radio de la cintura del Taper CLIMF.

3.3) Vista lateral de la estructura SMS con a) CLIMF con diámetro igual a 20( $\mu$ m) y b) CLIMF con diámetro igual a 100( $\mu$ m).

3.4) a) Sensor SMS fabricado con fibra multimodo estándar (200/220 $\mu$ m) y b) Sensor SMS fabricado con la CLIMF (205/205  $\mu$ m).

3.5) a) Evolución de la distribución de amplitud modal en la CLIMF y b) Evolución de la Potencia del campo en la CLIMF.

3.6) Distribución transversal de la luz (a) al final de la fibra SMF-28 y (b) en z = 4.68 cm en la CLIMF.

3.7) Simulación del sensor SMS con un diámetro de 80 μm para los índices de refracción: 1.32, 1.34 1.36 y 1.39 respectivamente.

3.8) a) Longitud de onda vs índice de refracción externo a diferentes diámetros de la CLIMF, y b) Sensibilidad de las estructuras de SMS para los diámetros de CLIMF.

3.9) a) Respuesta de para diferentes índices de refracción a) correspondiente a un diámetro de CLIMF de 80 μm y una longitud igual a la L<sub>reim</sub> y b) Cambio de longitud de onda para diferentes índices de refracción.

3.10) Medición experimental y simulación del SMS fabricado con la CLIMF de 80 μm para n= 1.32.

3.11) a) Corrimiento de longitud de onda para el rango de índices de refracción desde 1.32 hasta 1.42 en el sensor SMS desarrollado con un diámetro de CLIMF de 80  $\mu$ m y 2L<sub>reim</sub> y b) Sensibilidad en el rango de 1.32 a 1.39 (y1) y en el rango de 1.39 a 1.42 (y2).

3.12) Simulación del SMS fabricado con un diámetro de CLIMF de 80  $\mu$ m y 2 L<sub>reim</sub> para a) Rango: 1.32 a 1.39 y b) Rango: 1.39 a 1.42.

3.13) Medición experimental y simulación del SMS fabricado con un diámetro de CLIMF de 80  $\mu$ m y 2 L<sub>reim</sub> para a) n = 1.32 y b) n = 1.42.

3.14) Variación experimental y simulada de la longitud de onda central de los picos en función del RI externo.

4.1) Configuración de bombeo intra-cavidad con rejillas de Bragg.

4.2) Bombeo lateral de revestimiento todo-fibra basado en TFB.

4.3) Trayectoria del modo fundamental y el modo de mayor orden a través del acoplador.

4.4) Trayectoria del modo de mayor orden a través del acoplador.

4.5) Acoplamiento en la fibra DC de a) Modo Fundamental del taper CLIMF y b) Modo de mayor orden del taper CLIMF.

4.6) Trayectoria de rayos a través del acoplador utilizando un modelo 2D

4.7) Acoplador Lateral con taper CLIMF y la fibra DC(25/250μm).

4.8) Acoplador Lateral con la fibra DC 25/250 y el taper CLIMF con cintura de 100  $\mu$ m.

4.9 a) Procesadora LZM-100 y b) sostenedores (250 $\mu$ m) para sostener la CLIMF durante la fabricación el taper.

4.10) Programa FPS 1.6 para diseñar el taper.

4.11) a) Sostenedor (1200μm) para sostener el capilar que contiene el taper CLIMF y la fibra DC unidas yb) Capilar 1200μm utilizado para la fabricación.

4.12) Acoplador Lateral desarrollado con la CLIMF con a) Vista transversal, b) Vista lateral y c) bombeo desde el diodo láser.

4.13) Potencia de Salida del acoplador lateral con longitud de transición de 15 mm.

- 4.14) Potencia de Salida del acoplador lateral con longitud de transición de 20 mm.
- 4.15) Potencia de Salida del acoplador lateral con longitud de transición de 30 mm.

4.16) Ajustes Lineales de las Potencias de Salida en cada Acoplador Lateral.

4.17) Eficiencia del acoplador lateral en función de la potencia del diodo láser.

4.18) Eficiencia del acoplador lateral para cada longitud de acoplamiento.

## LISTA DE TABLAS

1) Valores de distancia descentrada (μm) y potencia láser (W) utilizados para los empalmes entre el SMF-28 y los diferentes diámetros de CLIMF.

- 2) Longitud Simulada y longitud teórica para  $\lambda = 1550 nm$ .
- 3) Ajuste lineal para las estructuras SMS con diferentes diámetros.
- 4) Longitud de acoplamiento para cada acoplador lateral.
- 5) Parámetros de fabricación del taper de bombeo.
- 6) Parámetros de la fusión lateral.
- 7) Potencia del diodo láser.
- 8) Potencia de salida en el acoplador con longitud de transición de 15 mm.
- 9) Potencia de salida en el acoplador con longitud de transición de 20 mm.
- 10) Potencia de salida en el acoplador con longitud de transición de 30 mm.

## I. Motivación

El área de aplicaciones de dispositivos o sistemas basados en fibras ópticas se ha expandido con el paso de los años y en la actualidad son innumerables los sectores que emplean estas novedosas tecnologías. Particularmente, los sensores de fibra óptica se han convertidos en protagonistas en el sector de la industria debido a que posibilitan controlar de forma eficiente parámetros como: temperatura, tensión, presión, etc. Además, son utilizados en la medicina para cirugías modernas y en controles de calidad de bebidas, combustibles, entre muchas otras aplicaciones. Por otro lado, los láseres de fibra óptica de alta potencia han demostrado tener una funcionalidad y comportamiento que supera considerablemente las otras tecnologías láser. Entre sus principales ventajas se pueden mencionar: su robusta operación monomodal, grandes anchos de línea de ganancia, altas eficiencias de conversión (eléctrica a óptica, óptica a óptica), entre otras. Debe mencionarse que el acelerado desarrollo de esta tecnología se ha debido fundamentalmente al perfeccionamiento de los diodos láser, las fibras pasivas y activas de alta calidad, rejillas de Bragg (FBGs), acopladores de bombeos y otros dispositivos.

En este trabajo nos enfocamos en el estudio teórico y experimental del efecto de fuga de modos en un sensor de fibra óptica basado en estructura monomodo-multimodo-monomodo(Single mode-Multimode-Single mode, SMS) y en un acoplador lateral para láseres de fibra de alta potencia. En ambos dispositivos, el incremento de este efecto se traduce en una mayor eficiencia de operación y, por lo tanto, la principal motivación de esta investigación fue identificar, comprender e implementar los mecanismos que posibilitan explotar de manera más eficiente este efecto.

Debe mencionarse que el resultado de esta investigación resulta conveniente para aplicaciones biológicas donde se requiera el monitoreo en un bajo rango de respuesta a las variaciones en el índice de refracción exterior. Por otro lado, se obtuvo un modelo teórico que posibilita describir de manera eficiente el proceso de acoplamiento de potencia cuando se emplea la tecnología del bombeo lateral. Además, se diseñó una metodología de desarrollo que asegura la total repetitividad de los dispositivos, facilita el proceso de fabricación y reduce en gran medida el costo de fabricación.

## II. Objetivos

En este trabajo se presenta el estudio del efecto de la fuga de modos en dos diferentes dispositivos desarrollados con una fibra especial de bajo índice de refracción(CLIMF), la cual favorece

el incremento de sus respectivas eficiencias. Por lo tanto, para el desarrollo de esta tesis, se planteó el siguiente objetivo general.

### Objetivo General:

• Fabricar dispositivos basados en el efecto de excitación de modos de fuga usando CLIMF.

### **Objetivos Secundarios:**

- Desarrollar un acoplador de bombeo lateral para bombeo de cavidades láser de fibra óptica usando la CLIMF para aprovechar el principio de la excitación de modos de fuga.
- Desarrollar el modelo numérico del acoplador de bombeo lateral.
- Desarrollar un sensor SMS usando la CLIMF para aprovechar el efecto de la excitación de modos de fuga para construir un sensor para índices de refracción bajos.

## III. Resumen

En esta tesis se identificaron e implementaron los principales mecanismos que pueden favorecer la explotación del efecto de la fuga de modos en un sensor SMS y en un acoplador lateral de bombeo para láseres de fibra de alta potencia. El primer mecanismo identificado e implementado fue la utilización de la CLIMF para la fabricación de los dispositivos debido a que su bajo índice de refracción favorece el estímulo de la fuga de modos. El segundo mecanismo fue la reducción del diámetro original de la CLIMF, lo cual favorece que muchos modos se fuguen de la fibra dentro del dispositivo. Debe mencionarse que para la identificación oportuna de estos mecanismos se realizó un estudio teórico que luego se corroboró con los resultados experimentales.

Para la caracterización del sensor SMS desarrollado con la CLIMF se analizó por separado la respuesta cuando varía el diámetro y cuando cambia la longitud de la sección multimodal. Primeramente, cinco estructuras SMS con diferentes diámetros de CLIMF fueron desarrolladas y caracterizadas para diferentes índices de refracción. Luego, para el sensor con mayor sensibilidad a los cambios en el medio exterior se duplicó la longitud de la sección CLIMF y a partir de ese incremento se obtuvo una expansión considerable del rango de respuesta. Por lo tanto, se demostró que controlando el diámetro y la longitud de la CLIMF es posible ajustar eficientemente el rango de detección de variaciones en bajos índices de refracción. En el caso del acoplador lateral de bombeo se obtuvo un modelo teórico que describe el acoplamiento de potencia en el esquema de bombeo lateral utilizando Teoría de Rayos. Debe mencionarse que en la actualidad no se había reportado ningún modelo teórico similar basado en esta teoría. Además, se propuso una metodología que facilita el proceso de fabricación, asegura la total repetitividad del dispositivo y permite disminuir el costo de fabricación.

Esta tesis está dividida de la siguiente manera: en el capítulo 2 se analizan algunos principios de la Teoría de Rayos que permiten comprender los mecanismos que se pueden emplear para estimular el efecto de la fuga de modos en dispositivos de fibras ópticas. Por otro lado, en el capítulo 3 se demuestra que utilizando la CLIMF para la fabricación de sensor SMS se obtiene un bajo rango de detección de variaciones en el RI (interés biológico). Luego, en el capítulo 4 se presenta un estudio teórico y experimental del efecto que tiene en el acoplador lateral el uso de la CLIMF. Posteriormente, se discuten los resultados obtenidos con el sensor SMS y el acoplador lateral desarrollados con la CLIMF. Luego, se presenta brevemente el enfoque para el trabajo futuro y finalmente se presentan las conclusiones de la tesis.

# Capítulo 1. Dispositivos de Fibra Óptica basados en Fuga de modos.

## Introducción

La creación de las fibras ópticas con bajas pérdidas en la década de los 60's marcó el inicio de la era de las telecomunicaciones. Un poco más tarde, en el año 1970 se propuso por primera vez el láser semiconductor, el cual ha sido ampliamente utilizado desde entonces en áreas como la industria, medicina entre otras. En la actualidad, existen diversos tipos de fibras ópticas, sin embargo, de manera general se pueden clasificar de acuerdo al perfil de su índice de refracción (RI por sus siglas en inglés) como: fibras con índice gradual [1] y fibras con índice escalonado [2]. Estos dispositivos son estructuras dieléctricas cilíndricas que tienen un núcleo confinado por un revestimiento de menor RI que posibilita el guiado de la luz en el núcleo. El estudio del fenómeno de guiado de ondas en dieléctricos se remonta a 1910[3] y se sabe que importantes estudios [4,5] se han enfocado en describir este fenómeno. Sin embargo, en el caso particular de la fibra óptica, la aproximación de guiado débil no fue propuesta hasta el año 1969[6], mientras que la teoría modal [7] se propuso un año más tarde. Poco tiempo después, en el año 1975, J.D. Love y A.W. Snyder [8] establecieron que en la fibra óptica los rayos pueden ser divididos en dos grupos: los rayos guiados y los fugados (Leaky Rays). El rayo guiado es aquel que se propaga por la fibra sin experimentar pérdidas durante su trayecto debido a la Reflexión Total Interna [2], mientras que el rayo fugado experimenta continuas pérdidas durante su propagación a lo largo la fibra.

## 1.1 Fuga de Modos en la Fibra Óptica.

En **[8]**, J.D. Love y A.W. Snyder dividieron los rayos que se fugan de la fibra óptica en dos grupos: rayos refractados y rayos tunelados. En los primeros, las pérdidas ocurren rápidamente en la interface núcleo/revestimiento debido a la refracción. Sin embargo, los rayos tunelados viajan por el revestimiento en dirección perpendicular a la interface núcleo/revestimiento hasta alcanzar la interface entre el revestimiento y el medio exterior donde se refractan. Por esa razón, la pérdida suele ser más lenta que en el caso donde el rayo se refracta.

El aprovechamiento del fenómeno de la fuga de modos en dispositivos de fibra óptica **[9,10]** ha incrementado considerablemente el potencial de los mismos para aplicaciones en las áreas de: medicina, industria alimenticia, industria automotriz, entre muchas otras. Uno de los mecanismos que puede estimular la intensificación de este efecto es el estrechamiento del diámetro de la fibra. Por otro lado, el empleo de una CLIMF también puede favorecer considerablemente la fuga de modos en los dispositivos debido a su bajo RI. A continuación, se mencionan dos de los dispositivos basados en fibras ópticas donde el efecto de la fuga de modos puede ser ampliamente aprovechado.

## 1.2 Aprovechamiento del fenómeno de Fuga de Modos en el Sensor SMS.

En el caso particular de los sensores SMS para detectar variaciones en el RI exterior **[11-13]** el efecto de la fuga de modos resulta particularmente importante. Debe mencionarse que en la actualidad los sensores SMS se emplean también para el sensado de: concentración molecular **[14,15]**, temperatura **[16,17]**, tensión **[18,19]**, y otras propiedades físicas. Por lo general, estas estructuras tienen bajos costos de fabricación y son relativamente fáciles de fabricar. Las estructuras SMS se fabrican empalmando una sección de fibra multimodo (MMF) entre dos fibras monomodo (SMF). En este caso, el modo fundamental que entra desde una de las SMF a la sección MMF excita los modos de orden superior que se propagan a lo largo de la MMF. En la primera unión entre la SMF y la MMF, el modo fundamental y los modos de órdenes superiores comienzan a evolucionar a lo largo del MMF creando patrones de interferencia complejos que, a cierta longitud, conocida como longitud de reimagen (L<sub>reim</sub>) **[20]**, reproducen el patrón de imagen original en la segunda unión entre la MMF y la SMF. La eficiencia de re-acoplamiento en la segunda unión con la SMF viene determinada por el patrón de interferencia en la sección MMF que depende de la longitud de onda y la estructura MMF (perfil RI, diámetro y longitud).

Para lograr explotar de forma más eficaz el efecto de fuga de modos en la estructura SMS y facilitar un sensado eficiente en un bajo rango de RI (interés biológico) se puede emplear una CLIMF reducida en diámetro. La diferencia considerable entre los RIs de la SMF y la CLIMF estimula una mayor fuga de modos y el hecho de que sea reducida en diámetro incrementa aún más las posibilidades de un sensado más eficiente. En el capítulo 2 de esta tesis se presenta el estudio realizado para validar esta hipótesis.

## 1.3 Ventajas de la Fuga de Modos en el Acoplador Lateral de Bombeo.

Los acopladores laterales de bombeo **[21-23]** para láseres de fibra óptica **[24-26]** son otros de los dispositivos donde el efecto de la fuga de modos resulta particularmente provechoso. Debe mencionarse que en la actualidad los láseres de fibra óptica son ampliamente utilizados en: procesos industriales, espectroscopía, telecomunicaciones, medicina, entre otras áreas. En principio, el láser de fibra está compuesto por la fibra dopada con un material activo, espejos de retroalimentación (rejillas de Bragg) y el sistema de bombeo. Debido a que la salida láser depende directamente de cuanta potencia se logra acoplar a la fibra dopada el acoplador de bombeo resulta un componente determinante para el escalado del láser. En la fabricación de estos dispositivos se emplean dos técnicas principales conocidas como: end-pumping(bombeo frontal)**[27,28]** y side-pumping (bombeo lateral)**[29-33]**, sin embargo, la segunda técnica ha demostrado ser más eficiente.

La técnica del bombeo lateral se presentó por primera vez en el año 1988[34,35] como alternativa para eliminar los puntos de sobrecalentamiento (presentes con el end-pumping) debido a que las fibras provenientes de los diodos láser son fusionadas lateralmente a la fibra activa (fibra receptora). De esa forma se logra que el acoplamiento del bombeo se distribuya a lo largo de la zona de fusión entre las fibras. Otra ventaja que supone el empleo de esta técnica es la posibilidad de construir una cavidad monolítica sin necesidad de utilizar componentes ópticos complejos y sin interrupción de la señal láser. Múltiples diodos de bombeo pueden emplearse simultáneamente ya que las fibras provenientes de estos están fusionadas lateralmente a la fibra central (fibra de la señal), la cual permanece con sus extremos libres posibilitando que pueda empalmarse una rejilla de alta reflectividad y un acoplador de salida para formar un láser.

Para desarrollar un acoplador de bombeo lateral eficiente resulta conveniente utilizar para la señal una fibra con geometría de doble revestimiento(DC) **[35]**. Esta fibra tiene un núcleo dopado con alguna tierra rara (Erbio, Iterbio, etc.) que actúa como el medio activo y se encuentra rodeado por un revestimiento de mayor diámetro que a vez se encuentra acotado por otro revestimiento de menor RI. Esa geometría posibilita que existan dos guías de onda concéntricas, de modo que la señal láser queda confinada en el núcleo y el bombeo viaja dentro del revestimiento interno. Sin embargo, a medida que el bombeo se propaga por la fibra, el núcleo lo absorbe progresivamente y se facilita que la radiación de bombeo con bajo nivel de brillo (proveniente del diodo láser) se pueda transformar en

una salida láser con alto brillo. Por otro lado, si las fibras de bombeo son reducidas adiabáticamente en diámetro lo suficiente antes de ser fusionadas lateralmente a la fibra central, entonces se asegura un acoplamiento más eficiente sobre la zona de fusión. En este sentido, resulta particularmente importante identificar la longitud de acoplamiento necesaria entre las fibras de bombeo y la fibra central para alcanzar un acoplamiento eficaz.

En estos dispositivos el acoplamiento lateral de potencia desde la fibra proveniente del diodo hacia la fibra láser se favorece considerablemente cuando existe una considerable fuga de modos en la fibra de bombeo. Por tal razón, el empleo de la CLIMF para la fabricación del dispositivo se muestra como una alternativa muy atractiva debido a que posibilita mejorar considerablemente su eficiencia de acoplamiento. En el capítulo 3 de esta tesis se presenta el estudio teórico y experimental que permite corroborar esta hipótesis.

## Bibliografía del Capítulo 1

[1] T. Uchida, M. Furakawa, I. Kitano, K. Koisumi and H. Matsumura,"Optical characteristics as light-focussing fibre guide and its applications", Trans IEEE, QE-6(1970)606-612.

[2] A. Ghatak, K. Thyagarajan, "Introduction to Fiber Optics", Cambridge University Press, 1998.

[3] D. Hondros and P. Debye, "Elektromagnetishe Wellan an Dielektrischen Drahten", Ann. Phys., 32(1910)456-476.

[4] H.M. Barlow, J. Brown, Radio Surface Waves, Clarendon Press, Oxford, 1962.

[5] P.J.B Clarricoats, "Propagation along unbounded and bounded dielectric rods", Prod.IEE,108C(1961)170-186.

[6] A.W. Snyder, "Asymptotic expressions for eigenfunctions and eigenvalues for a dielectric or optical waveguide". Trans. IEEE, MTT-17(1969)1310-1138.

[7] D. Gloge, "Weakly guiding fibers", App. Optics, 10 (1971) 2253-2258.

[8] J.D. Love and A.W. Snyder, "Fresnel's and Snell laws for the multimode optical waveguide of circular cross-section," J. Opt. Soc. Am.,65(1975)1241-1247.

[9] A. Kumar, R. K. Varshney, S. A. C, P. Sharma, "Transmission characteristics of SMS fiber optic sensor structures," Opt. Commun. 219(1-6), 215-219 (2003).

[10] P. Wang, H. Zhao, X. Wang, G. Farrell, G. Brambilla, "A Review of Multimode Interference in Tapered Optical Fibers and Related Applications," Sensors. 18(3), 858 (2018).

[11] J. Kang, J. Yang, X. Zhang, C. Liu, L. Wang, "Intensity Demodulated Refractive Index Sensor Based on Front-Tapered Single-Mode-Multimode-Single-Mode Fiber Structure," Sensors. 18(7), 2396 (2018).

[12] F. Liu, H. Lin, Y. Liu, A. Zhou, and Y. Dai, "Femtosecond-induced spiral micro-structured SMS fiber structure for refractive index measurement," Opt. Express. 26(13),17388-17396 (2018).

[13] P. Chen, X. Shu, F. Shen, and H. Cao, "Sensitive refractive index sensor based on an assembly-free fiber multi-mode interferometer fabricated by femtosecond laser," Opt. Express. 25(24), 29896-29905 (2017).

[14] A. L, "Fiber Optic sensor for the measurement of concentration and refractive index of liquids based on intensity modulation, Advanced Materials Development and Performance (AMDP2011)," Int. J. Mod. Phys.: Conf. Ser. 6, 589-593 (2012).

[15] Y.Cardona Maya, Y. Del Villar, A. Bentor Socorro, J. Maria Corres, F. J Arregui, J.F Botero Cadavid, "Etched and Nanocoated SMS Fiber Sensor for Detection of Salinity Concentration." Proceedings. 1(4) 333(2017).

[16] R. Xi Gao, Q. Wang, F. Zhao, B. Meng, S. Liang Qu, "Optimal design and fabrication of SMS fiber temperature sensor liquid," Opt. Commun. 283(16), 3149-3152(2010).

[17] P. Hu, Z. Chen, M. Yang, J. Yang, C. Zhong, "Highly sensitive liquid-sealed multimode fiber interferometric temperature sensor," Sens. Actuator A. 223, 114-118(2015).

[18] R. M. Andre, C. R. Biazoli, S. O. Silva, M. B. Marques, C. M. B Cordeiro, O. Frazao, "Multimode interference in tapered single mode-multimode-single mode fiber structures for strain sensing applications," SPIE. 8421, 84213B (2012).

- [19] E. Li, Sensitivity-Enhanced Fiber-Optic Strain Sensor Based on Interference of Higher Order Modes in Circular Fibers, IEEE Photon. Technol. Lett. 19(16), 1266-1268 (2007).
- [20] P. Wang, G. Brambilla, M. Ding, Y. Semenova, Q. Wu, and G. Farrell," Investigation of single-mode-multimode-single-mode and single-mode-tapered-multimode-single-mode fiber structures and their application for refractive index sensing", J. Opt. Soc. Am. B. 28(5), 1180-1186(2011).

[21] Starodoumov, A. OPTICAL FIBER COUPLING ARRANGEMENT. United States Patent Application Publication, US, no. 20040196537 A1, (2004).

[22] T. Theeg, H. Sayinc, J. Neumann, L. Overmeyer, and D. Kracht, "Pump and signal combiner for bi-directional pumping of all-fiber lasers and amplifiers", OSA. Optics Express, Vol. 20, No. 27, 28125, 2012.
[23] Q. Tan, T. Ge, X. Zhang and Z. Wang, "Cascaded combiners for a high power CW fiber laser", IOPscience, Laser Physics, 26.2 (2015): 025102.

[24] E. Snitzer, "Proposed fiber cavities for optical lasers," J. Appl. Phys. 32, 36–39 (1961).

[25] D. J. Richardson, J. Nilsson and W. A. Clarkson, "High power fiber laser: current status and future perspectives", Opt. Soc. Am, vol. 27, no. 11, 2010.

[26] L. Huang, H. Zhang, X. Wang, and P. Zhou, "Diode-Pumped 1178-nm High-Power Yb-Doped Fiber Laser Operating at 125 C", IEEE Photonics Journal, 2016.

[27] Q. Xiao, Haichui Ren, X. Chen, Pin Yan, and M. Gong," Tapered Fiber Bundle 7×1 End-Pumping Coupler Capable of High Power CW Operation", IEEE PHOTONICS TECHNOLOGY LETTERS, VOL. 25, NO. 24(2015).

[28] D.J. DiGiovanni and A. J. Stentz, "Tapered fiber bundles for coupling light into and out of the cladding-pumped fiber devices," U.S. Patent 5864644(1999).

[29] Chieh-Wei Huang, Chun-Lin Chang, Chieh-Hsiung Kuan, Sheng-Lung Huang, and Ding-Wei Huang, "Side-Coupling Scheme for a High-Power Laser Diode Array With Grating Couplers: Thermal and Geometrical Issues," J. Lightwave Technol. 30, 1743-1749 (2012).

[30] Qirong Xiao, Ping Yan, Haichui Ren, Xiao Chen, and Mali Gong, "A Side-Pump Coupler With Refractive Index Valley Configuration for Fiber Lasers and Amplifiers," J. Lightwave Technol. 31, 2715-2722 (2013).

[31] Chengmin Lei, Zilun Chen, Jinyong Leng, Yanran Gu, and Jing Hou, "The Influence of Fused Depth on the Side-Pumping Combiner for All-Fiber Lasers and Amplifiers," J. Lightwave Technol. 35, 1922-1928 (2017).

[32] Yanran Gu, Chengmin Lei, Jun Liu, Ruixian Li, Le Liu, Hu Xiao, Zilun Chen, "Side-pumping combiner for high-power fiber laser based on tandem pumping," Opt. Eng. 56(11) 116109 (14 November 2017).

[33] C. A. Schäfer, H. Uehara, D. Konishi, S. Hattori, H. Matsukuma, M. Murakami, S. Shimizu, and S. Tokita, "Fluoride-fiber-based side-pump coupler for high-power fiber lasers at 2.8 µm," Opt. Lett. 43, 2340-2343 (2018)

[34] E. Snitzer, H. Po, F. Hakimi, R. Tumminelli, and B. C. McCollum, "Double-clad, offset core Nd fiber laser," presented at the Opt. Fiber Commun. Conf., New Orleans, LA, 1988, Paper PD5.

[35] H. Po, E. Snitzer, R. Tuminelli, L. Zenteno, F. Hakimi, N. M. Cho, and T. Haw, "Double clad high brightness Nd fiber laser pumped by GaAlAs phased array," presented at the Opt. Fiber Commun. Conf., Houston, TX, 1989, Paper PD7.

## Capítulo 2. Propagación de Rayos en la Fibra Óptica

## Introducción

En este capítulo se analizan algunos de los principios más importantes de la Teoría de Rayos en fibras ópticas Step-Index. A partir de este análisis se identifican los mecanismos más adecuados para estimular el efecto de la fuga de modos en dispositivos basados en estas fibras. Se describen las condiciones bajo las cuales los rayos son guiados o fugados (Leaky Rays) y su vez, para los Leaky Rays, se enuncian las condiciones bajo las cuales estos rayos resultan refractados o tunelados. Para analizar las pérdidas producidas por la fuga de modos se utiliza el Coeficiente de Transmisión de Potencia para el caso de una fibra Step-Index uniforme. Este análisis también se realiza en la fibra estrechada adiabáticamente, a partir de lo cual se determina que la intensificación del fenómeno de la fuga de modos depende de la reducción del diámetro de la fibra. Por otro lado, se describen las características de la CLIMF y se establece una comparación entre su Coeficiente de Transmisión de Potencia y el de una fibra multimodo clásica. A partir de esa comparación, se concluyó que la CLIMF resulta más conveniente para la fabricación de un sensor SMS que detecte variaciones en un bajo rango de RI (interés biológico) y para un acoplador lateral de potencia para láseres de fibra óptica.

## 2.1 Fibra Óptica.

Las fibras ópticas son dispositivos dieléctricos que permiten el guiado de luz a través de un núcleo de vidrio cuyo diámetro está en el orden de micras. Este núcleo está acotado por un revestimiento que tiene un RI ligeramente menor y que a su vez se encuentra rodeado por un recubrimiento de menor RI. A pesar de que en la actualidad existen gran variedad de fibras ópticas con diferentes diseños y geometrías, en general se pueden clasificar de acuerdo al perfil del RI como: índice escalonado e índice gradual.

### 2.1.1 Régimen Monomodo y Multimodo

La capacidad de aceptación de luz de una fibra óptica está determinada por su apertura numérica [**1-4**]  $NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$ , donde  $n_1$  y  $n_2$  son los RIs del núcleo y el revestimiento respectivamente. Otro de los parámetros que mayor atención recibe es la diferencia relativa núcleo-revestimiento, la cual está dada por:  $\Delta \approx \frac{n_1 - n_2}{n_1}$ [**1**]. En la actualidad, es bien conocido que la mayoría de las fibras comerciales tienen valores de diferencias relativas casi despreciables. Por otro lado, el parámetro conocido como frecuencia normalizada V posibilita identificar si la fibra opera en régimen monomodo o multimodo. Este parámetro está definido por la ecuación 2.1**[2]:** 

$$V = akNA$$
 ec 2.1

donde *a* es el radio de la fibra y  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  es el número de onda. Cuando *V* < 2.405 la fibra opera en régimen monomodo y cuando *V* ≥ 2.405 el régimen de operación es multimodo.



Figura 2.1 Propagación de la luz en a) Fibra Monomodo, b) Fibra Multimodo.

En la figura 2.1 a) se puede observar que la fibra monomodo soporta únicamente el modo fundamental que viaja en dirección paralela al eje z, mientras que en la figura 2.1 b) se muestra que en el caso multimodo se tienen múltiples modos propagándose en forma de zig-zag debido a constantes reflexiones en la interface núcleo/revestimiento. Si en estas continuas reflexiones el ángulo incidente  $\alpha$  en la interface es mayor al ángulo crítico  $\alpha_c = sen^{-1}(\frac{n_2}{n_1})$ [3] de la fibra óptica entonces

ocurre la Reflexión Total Interna **[1]** y el rayo continúa siendo guiado por la fibra óptica sin sufrir pérdidas en la interface núcleo/revestimiento(ver figura 2.2). En el ángulo crítico  $\alpha_c$ , mencionado anteriormente,  $n_1$  y  $n_2$  son los RIs del núcleo y el revestimiento.



Figura 2.2 Reflexión total interna en la interface núcleo/revestimiento.

La figura 2.2 muestra un esquema donde se relacionan los ángulos: incidente, reflejado y crítico en la interface núcleo/revestimiento de una fibra óptica. Aplicando la ley de la reflexión se tiene que  $\theta_i = \theta_r$ [4] y por lo tanto el rayo reflejado se guiará con un ángulo  $\theta_r$  exactamente igual al ángulo incidente. Previamente, en el párrafo anterior se explicó que cuando  $\theta_i > \alpha_c$  ocurre la Reflexión Total Interna [5], sin embargo, cuando  $\theta_i < \alpha_c$  una parte del rayo se refleja con un ángulo  $\theta_r$ , mientras que la otra parte se transmite hacia el revestimiento con un ángulo  $\theta_t$ . Para determinar el ángulo  $\theta_t$  se debe utilizar la Ley de Snell, la en la frontera núcleo/revestimiento. Esta ley establece que:  $n_1 sen (\theta_i) = n_2 sen (\theta_t)$  [4].

### 2.2 Fibra Step-Index.

En el caso de las fibras de índice escalonado o Step-Index (por sus siglas en inglés) el RI se mantiene constante en el núcleo y en el revestimiento como se muestra en la figura 2.3.



Figura 2.3 Perfil del índice de refracción en una fibra de índice escalonado

Cuando se estudia este tipo de fibras ópticas empleando Teoría de Rayos se parte de asumir un núcleo circular(radio  $\rho$ ) acotado por un revestimiento circular infinito, de modo que el perfil del índice de refracción se puede definir como**[6]**:

$$n(r) = n_{1}, \qquad 0 \le r < \rho; \qquad n(r) = n_{2}, \qquad \rho < r < \infty, \text{ donde } n_{1} > n_{2}.$$
 ec 2.2

23

donde  $n_{1,} n_2$  son los RIs del núcleo y el revestimiento respectivamente. De la sección 2.1 se conoció que el guiado de los rayos se produce en forma de zig-zag dentro del núcleo de la fibra óptica debido a las continuas reflexiones en la interface núcleo/revestimiento. Estos rayos que se propagan por el núcleo de la fibra se pueden dividir en dos grupos: los rayos meridionales y los rayos oblicuos.



**Figura 2.4** Propagación de rayos dentro del núcleo de la fibra de índice escalonado a) Rayo meridional y b) rayo oblicuo.

A partir de la figura 2.4 a) se puede observar que un rayo meridional viaja cruzando sucesivamente el eje central en un plano de ancho  $2\rho$  y el ángulo  $\theta_z$  está formado por el rayo y la dirección axial z. Por otro lado, en la figura 4 b) se observa que un rayo oblicuo sigue una trayectoria oblicua y los puntos medios entre las reflexiones sucesivas tocan una superficie cilíndrica de radio  $r_{ic} = \rho \cos \theta_{\phi}$  que se conoce como *inner caustic* [5]. En este caso, el ángulo  $\theta_{\phi}$  está formado por la tangente a la interface y la proyección del rayo como se muestra en la figura 2.4 b). A partir de la figura 2.4 es posible comprender que los ángulos  $\theta_z$  y  $\theta_{\phi}$  son constantes durante la toda la trayectoria del rayo por la fibra óptica. Estos ángulos  $\theta_z$  y  $\theta_{\phi}$  pueden interpretarse mejor a partir de la figura 2.5.



Figura 2.5 Ángulos definidos para un rayo que incide en un punto P de la interface núcleo/revestimiento.

En la figura 2.5 se observa un rayo QP que incide en un punto P de la interface delimitada por el núcleo y el revestimiento (se asume infinito). El punto O está situado en el centro de la sección de cruce de la fibra y  $\alpha$  es el ángulo formado por la línea OP y el rayo incidente QP. Por otro lado, la línea

PR es la proyección del rayo en la sección de cruce de la fibra. A partir de esta geometría es posible obtener la relación entre el ángulo de incidencia  $\alpha$  y los ángulos  $\theta_z$  y  $\theta_{\phi}$ , la cual está dada por**[5,6]**:

$$\cos \alpha = \sin \theta_z \sin \theta_\phi \qquad \qquad \text{ec 2.3}$$

#### 2.2.1 Clasificación de Rayos.

En las fibras ópticas Step-Index, la clasificación de rayos se puede hacer a partir de los valores de  $\theta_z$ ,  $\theta_{\phi}$  y  $\alpha$ , donde  $\alpha$  es el ángulo de incidencia o reflexión. El término  $\alpha_c$  representa el ángulo crítico y  $\theta_c = \frac{\pi}{2} - \alpha_c = \cos^{-1} \left\{ \frac{n_2}{n_1} \right\}$  [1] es su complemento. A partir de la figura 2.6 es posible comprender las condiciones que deben satisfacer los diferentes tipos de rayos en la frontera núcleo/revestimiento de la fibra óptica.



**Figura 2.6** Esquema 3D de un rayo incidente en un punto P de la interface núcleo/revestimiento, tomado de [5].

La figura 2.6 muestra que un rayo que incide en un punto P de la interface núcleo/revestimiento será guiado si su ángulo de incidencia está dentro del semicono definido por  $\theta_z \leq \frac{\pi}{2} - \alpha_c$ . Sin embargo, si el ángulo de incidencia del rayo pertenece al semicono definido por  $\alpha_i < \alpha_c$ , entonces el rayo será refractado. Estos dos semiconos están unidos por una recta en el plano meridional y los rayos tunelados son aquellos que inciden en las dos regiones simétricas a cada lado del plano meridional que pasa por P y exterior a los semiconos. A partir de esto, es posible establecer que las condiciones para caso están determinadas por las ecuaciones 2.5, 2.6 y 2.7**[5,6].** 

$I) \ 0 \le \theta_z < \theta_c  0  0 \le \alpha > \alpha_c$	(Rayo Guiado)	ec 2.5
$II) \ 0 \le \theta_z > \theta_c  \text{o}  0 \le \alpha < \alpha_c$	(Rayo Refractado)	ec 2.6
$III)\theta_c \le \theta_z \le \frac{\pi}{2}  y  \alpha_c \le \alpha < \frac{\pi}{2}$	(Rayo Tunelado)	ec 2.7

Previamente, durante del análisis de la figura 2.4 se determinó que  $\theta_z$  y  $\theta_{\phi}$  son constantes pues no varían durante la trayectoria de un rayo particular. Por esta razón se pueden definir dos invariantes  $\bar{\beta}$  y  $\bar{l}$  en términos de dichos ángulos y están dadas por**[7]**:

$$\bar{\beta} = n_1 \cos\theta_z; \quad \bar{l} = n_1 \sin\theta_z \cos\theta_\phi \quad \text{ec 2.8}$$

donde se cumple que:  $\bar{\beta}^2 + \bar{l}^2 = n_1^2 \sin^2 \alpha$ . La primera tiene en cuenta la invarianza traslacional de la fibra sobre su eje y la segunda está relacionada con el ángulo oblicuo  $\theta_{\phi}$  que se toma en cuenta para la simetría azimutal de la fibra. Por lo tanto, si los rayos que se propagan por el núcleo de la fibra se clasifican de acuerdo a esas invariantes como **[6]**:

$I) n_2 < \bar{\beta} \le n_1,$		Rayo Guiado	ec 2.9
$II)0 \le \bar{\beta}^2 + \bar{l}^2 < n_2^2,$		Rayo Refractado	ec 2.10
$III)n_2{}^2 < \bar{\beta}{}^2 + \bar{l}{}^2 \le n_1{}^2  y$	$0 \leq ar{eta} < n_2$ ,	Rayo Tunelado.	ec 2.11

En los rayos guiados  $\bar{\beta}$  es real, sin embargo para los rayos fugados(refractados y tunelados) se tiene que  $\bar{\beta}$  es compleja**[8].** A continuación, la figura 2.7 muestra una representación esquemática de lo que ocurre en la frontera entre núcleo y el revestimiento con cada uno de estos rayos.



**Figura 2.7** Representación de un rayo a) Guiado por Reflexión Total Interna, b) Refractado por Reflexión Parcial y c) Tunelado debido al fenómeno de tunelaje.

La figura 2.7 a) muestra un rayo con ángulo de incidencia mayor al ángulo crítico( $\alpha > \alpha_c$ ). En este caso, el rayo no sufre pérdidas en la interface núcleo/revestimiento debido a que ocurre la Reflexión Total Interna. Por otro lado, en la figura 2.7 b) se puede observar que cuando el ángulo de

incidencia es menor al ángulo crítico ( $\alpha < \alpha_c$ ), una parte del rayo se fuga del núcleo, de modo que el rayo refractado que viaja por el revestimiento representa una onda viajera. Finalmente, en la figura 2.7 c) se tiene un rayo tunelado, el cual incide fuera del plano meridional y como consecuencia ocurre el efecto de tunelaje en la zona evanescente. En la figura 2.7 la presencia de una zona evanescente se debe a que cuando ocurre una reflexión en la interface núcleo/revestimiento se produce un corrimiento lateral (ver figura 2.8) conocido como por sus siglas en inglés como "Goos-Hänchen shift" **[9,10,11]**. Este corrimiento está asociado directamente con el campo evanescente (**ver Anexos**) que se extiende por el revestimiento de la estructura. En **[5]**, el corrimiento lateral para un rayo guiado se denota por la letra *S*, mientras que para los rayos fugados se denota *S*<sub>l</sub> y para cada uno de los tipos de rayos se tiene que:

$$S = \frac{2 \tan(\alpha)}{n_1 k (\cos^2 \alpha_c - \cos^2 \alpha)^{\frac{1}{2}}}, \quad \text{Rayo Guiado } (\alpha > \alpha_c) \qquad \text{ec 2.12 a}$$

$$S_l = 0$$
, Rayo Fugado. Refractado ( $\alpha < \alpha_c$ ) ec 2.12 b

$$S_l \rightarrow s$$
, Rayo Fugado. Tunelado  $\theta_c \le \theta_z$  y  $\alpha < \alpha_c$  ec 2.12 c

donde  $s = -\frac{1}{n_1 k \cos \alpha} \cdot \frac{d\phi}{d\alpha}$  [12,13] es el corrimiento producido debido al cambio de fase entre el rayo incidente y el reflejado.



Figura 2.8 Corrimiento lateral por el revestimiento de la fibra óptica.

### 2.2.2 Rayos Fugados. Relaciones de Fresnel.

Las ecuaciones 2.6 y 2.7 establecen las condiciones bajo las cuales los rayos guiados en la fibra óptica sufren pérdidas por refracción o por tunelaje cada vez que alcanzan la interface núcleo/revestimiento. Estas pérdidas pueden analizarse a partir de las ecuaciones de Fresnel **[14]**. Despreciando la polarización en un material no-absorbente las ecuaciones están dadas por:

$$R = \frac{R_s + R_p}{2}$$
 ec. 2.13 a  

$$R_s = \left[\frac{sen(\theta_t - \theta_i)}{sen(\theta_t + \theta_i)}\right]^2,$$
 ec. 2.13 b

$$R_p = \left[\frac{tan(\theta_t - \theta_i)}{tan(\theta_t + \theta_i)}\right]^2$$
ec. 2.13 c

$$T = 1 - R$$
 ec. 2.13 d

donde *R* denota el Coeficiente de Reflexión, *T* es el Coeficiente de Transmisión y  $R_s$ ,  $R_p$  son las componentes transversal y paralela respectivamente. Cuando se analiza el caso particular donde la incidencia del rayo es oblicua en un medio dieléctrico perfecto se debe tener en cuenta la polarización paralela al plano meridional y la polarización transversal a este.

a) 
$$R_{\perp} = \left[\frac{sen(\theta_t - \theta_i)}{sen(\theta_t + \theta_i)}\right]^2$$
 b)  $R_{\parallel} = \left[\frac{tan(\theta_t - \theta_i)}{tan(\theta_t + \theta_i)}\right]^2$  ec 2.14 a, b

c) 
$$T_{\perp} = \frac{2\cos(\theta_i) \sin(\theta_t)}{\sin(\theta_t + \theta_i)}$$
 d)  $T_{\parallel} = \frac{2\cos(\theta_i) \sin(\theta_t)}{\cos(\theta_t - \theta_i)\sin(\theta_t + \theta_i)}$  ec 2.14 c, d

En el caso de los rayos guiados por la fibra sin pérdidas (Reflexión Total Interna) este coeficiente está dado por T=0. Sin embargo, para los rayos refractados y tunelados tiene un valor distinto de cero.

### 2.2.2.1 Rayo Refractado

Como se mencionó anteriormente, la ecuación 2.6 establece la condición ( $\alpha < \alpha_c$ ) para que existan pérdidas por refracción (ver figura 2.9).



Figura 2.9) Fracción T de la potencia del rayo que se pierde en cada reflexión.

A partir de la figura se puede observar que en cada reflexión una fracción de la potencia del rayo incidente se transmite y otra fuga hacia el revestimiento. La parte del rayo que no se transmite, se continúa guiando en el núcleo de la fibra con una potencia menor a la potencia incidente. Las continuas reflexiones en la interface núcleo/revestimiento ocurren cada medio período del rayo  $z_p$ . En este caso, el Coeficiente de Transmisión de Potencia T se puede determinar a partir de la ecuación 2.15**[14]**.

$$T = 1 - \frac{P_{\rm r}}{P_{\rm i}} \qquad \qquad \text{ec } 2.15$$

donde  $P_i$  y  $P_r$  son las potencias del rayo incidente y reflejado respectivamente. El rayo transmitido en la figura 2.9 forma un ángulo de  $\frac{\pi}{2} - \theta_t$  con la normal y su relación con los ángulos  $\alpha$ ,  $\theta_{\phi}$  y  $\theta_z$ (definidos en la sección 2.2.1) está dada por**[5,6]:** 

$$n_2 \cos\theta_t = n_1 \sin \alpha$$
;  $\sin \theta_t \simeq \left( \sin^2 \theta_z \sin^2 \theta_\phi - \theta_c^2 \right)^{\frac{1}{2}}$ , ec. 2.16

donde  $n_1 \cong n_2$  y  $\theta_c \cong (1 - \frac{n_2^2}{n_1^2})^2 \ll 1$  para el caso de guiado débil. Este análisis de las pérdidas por refracción se enfoca particularmente en los rayos meridionales donde  $\theta_{\phi} = \frac{\pi}{2}$ . En términos de  $\alpha$  y  $\theta_t$  el coeficiente T puede reescribirse como**[6]**:

$$T = \frac{4n_1n_2\cos\alpha\cos\theta_t}{(n_1\cos\alpha + n_2\cos\theta_t)^2}$$
 ec 2.17

donde  $n_1 \cos \alpha = n_2 \cos \theta_t$ . La derivación de este coeficiente se presenta en los **Anexos** de este trabajo.

Para un número N de reflexiones a lo largo de la fibra el coeficiente de atenuación está determinado por [15]:

$$\gamma = \frac{T}{z_p} = NT \qquad \qquad \text{ec } 2.18$$

donde  $z_p$  es el medio período del rayo(ver figura 2.9) y por lo tanto, la potencia a la salida de la fibra estará determinada por**[16]:** 

$$P(z) = P(0)e^{(-\gamma z)}$$
 ec 2.19

donde z es el largo de la fibra óptica.

### 2.2.2.2 Rayo Tunelado

Previamente, en la ecuación 2.7 se definió la condición para el rayo tunelado ( $\theta_c \le \theta_z \le \frac{\pi}{2}$  y  $\alpha_c \le \alpha < \frac{\pi}{2}$ ), mientras que en la figura 2.7 c) se mostró esquemáticamente que la región delimitada por el núcleo y revestimiento determina la zona región evanescente. El rayo tunelado se debe a la Reflexión Total Interna Frustrada [5], la cual se presenta únicamente cuando el medio exterior al

revestimiento tiene un índice de refracción mayor al del revestimiento. En ese caso, cuando el rayo incide en la interface núcleo/revestimiento con un ángulo mayor al ángulo crítico la mayoría de la potencia es reflejada. Sin embargo, para una longitud de onda y polarización se crea un campo evanescente fuerte en el revestimiento y la potencia fugada durante la reflexión viaja en forma de túnel hasta alcanzar la frontera revestimiento/medio exterior. En ese punto el rayo que viajó en forma de túnel por el revestimiento llevando la potencia fugada durante la reflexión en el núcleo se refracta en la interface revestimiento/medio exterior. A continuación, la figura 2.10 muestra que, análogamente al caso del rayo refractado también se pierde en cada reflexión una porción de T.



Figura 2.10) Fracción T de la potencia del rayo que se pierde en cada reflexión.

El Coeficiente de Transmisión de Potencia para el rayo tunelado está determinado por [5,6]:

$$T = \left| T_f \right| exp \left\{ \frac{2}{3} k \bar{\rho} n_1 \frac{\left( sin^2 \alpha - sin^2 \alpha_c \right)^{\frac{3}{2}}}{sin^2 \alpha} \right\}, \qquad \text{ec 2.20}$$

donde  $|T_{\rm f}| = \frac{4}{n_{1-}^2 n_2^2} \left(n_1^2 - \bar{l}^2 - \bar{\beta}^2\right)^{\frac{1}{2}} (\bar{l}^2 + \bar{\beta}^2 - n_2^2)^{\frac{1}{2}}$  solamente depende de los ángulos  $\alpha$  y  $\alpha_c$ . Por otro lado,  $\bar{\rho} = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \theta_z \cos^2 \theta_{\phi}}$  es el radio de curvatura en la interface circular. Empleando el coeficiente T de la ecuación 2.19 se puede obtener el coeficiente de atenuación y la potencia de salida de la fibra para el rayo tunelado a partir de las ecuaciones 2.17 y 2.18. La derivación de este coeficiente se muestra en los **Anexos** de este trabajo.

## 2.3 Fibra de Índice Escalonado Estrechada Adiabáticamente.

En la sección 2.2.1 se definieron las invariantes  $\bar{\beta}$  y  $\bar{l}$  durante el análisis de una fibra óptica con diámetro uniforme. Sin embargo, cuando la fibra no es uniforme en toda su longitud el RI está dado

por n(r,z) y el radio es r = r(z). En este caso particular donde  $\overline{\beta}$  no es invariante se define una función de rayo(ray function), la cual está dada por**[6]:** 

$$\bar{\beta}(z) = n(r, z)\cos\theta_z(r, z) = n(r, z)\frac{dz}{ds} \qquad \text{ec 2.21}$$

de modo que  $\bar{\beta}(z) \neq \bar{\beta}(0)$  y el  $\cos\theta_z(z)$  se puede describir como la variación  $\frac{dz}{ds}$ , donde ds es el elemento diferencial de distancia sobre el camino óptico del rayo. Para n(r,z) las direcciones de las componentes radial, aximutal y axial se pueden obtener por analogía con las ecuaciones que describen el caso de  $\bar{\beta}$  invariante[**17**]:

$$\frac{d}{ds}\left\{n(r,z)\frac{dr}{ds}\right\} - rn(r,z)\left(\frac{d\phi}{ds}\right)^2 = \frac{\partial n(r,z)}{\partial r}, \qquad \text{ec } 2.22 \text{ a}$$

$$\frac{d}{ds}\left\{n(r,z)\frac{d\phi}{ds}\right\} + \frac{2n(r,z)}{r}\frac{d\phi}{ds}\frac{dr}{ds} = 0, \qquad \text{ec 2.22 b}$$

$$\frac{d}{ds}\left\{n(r,z)\frac{dz}{ds}\right\} = \frac{\partial n(r,z)}{\partial z} \qquad \text{ec 2.22 c}$$

respectivamente, donde s es la longitud del camino óptico y  $(r, \phi, z)$  son coordenadas cilíndricas. Para el caso particular de un taper adiabático(ver figura 2.11 a) se puede dividir la longitud total s en múltiples secciones ds de longitud  $z_p$  (medio período de rayo).



**Figura 2.11** a) Fibra óptica con n(r, z) y radio  $\rho(z)$  estrechada adiabáticamente y b) Secciones uniformes en las fibra estrechada adiabáticamente.

Si se promedian las ecuaciones dadas en 2.22 sobre un  $z_p$ , entonces se elimina la rápida variación del camino óptico o sea se asume el caso de la fibra uniforme en cada sección  $z_p$ . Por lo tanto, si en la ecuacion 2.21 y 2.22 se elimina el término ds entonces la función de rayo se puede escribir como:

$$\bar{\beta}^2(z) = \bar{\beta}^2(0) + \int \frac{\partial n^2(r,z)}{\partial z} \Big|_{r=r(z)} dz, \qquad \text{ec 2.23}$$

31

donde  $\bar{\beta}(0)$  es el valor de  $\bar{\beta}(z)$  al principio de la fibra óptica. Por otro lado, la invariante  $\bar{l}$  asociada con la direccion aximutal se puede escribir por**[6]**:

$$\bar{l} = \frac{r^2}{\rho(0)} n(r,z) \frac{d\phi}{ds} = \frac{r}{\rho(0)} n(r,z) \sin \theta_z (r,z) \cos \theta_\phi (r,z), \qquad \text{ec 2.24}$$

Tomando en cuenta que la fibra óptica varía lentamente sobre  $z_p$  (ver figura 2.11b), entonces se define un parámetro que es aproximadamente constante a lo largo de la fibra y que se conoce como Invariante Adiabática**[18]**:

$$I = \int_{z_p(z)} n(r, z) \frac{dr}{ds} \qquad \text{ec } 2.25$$

donde ds el elemento de longitud sobre el camino óptico y existe dependencia de z en n(r,z) y  $z_p(z)$  respectivamente.

### 2.3.1 Taper Step-Index.

En el caso particular de la fibra Step-Index no uniforme el índice de refracción n(z) solamente tiene dependencia axial y por lo tanto la invariante adiabática se define como**[6]**:

$$I = 2 \int_{r_{ic}(z)}^{\rho(z)} \{n^2(z) \sin^2 \theta_z(z) - \frac{\bar{l}^2 \rho^2(0)}{r^2}\}^{\frac{1}{2}} dr \qquad \text{ec 2.26}$$

donde  $r_{ic}(z) = \bar{l}\rho(0)/\{n(z)\sin\theta_z(z)\}$ . Si se cambia r por  $x = \frac{r}{r_{ic}(z)}$ , entonce esta Invariate Adiabática se puede expresar como:

$$I = 2\bar{l}\rho(0)\int_{1}^{\rho(z)/r_{ic}(z)} \frac{(x^2 - 1)^{\frac{1}{2}}}{x} dx \qquad \text{ec } 2.27$$

y debido a que la fibra tiene simetría circular entonces  $\rho(z)/r_{ic}(z)$  también es invariante. Por lo tanto se tiene que:

$$n(z)\rho(z)\sin\theta_z(z) = n(0)\rho(0)\sin\theta_z(0), \qquad \text{ec } 2.28$$

En particular, los rayos con  $\theta_z(0) \cong 0$  se excluyen debido a que  $z_p \to \infty$  cuando  $\theta_z(0) \to 0$ . Al sustituir la relación 2.28 en la ecuacion 2.21 se obtiene la expresión para  $\bar{\beta}(z)$ :

$$\bar{\beta}(z) = \{n^2(z) - [n^2(0) - \bar{\beta}^2(0)]\rho^2(0)/\rho^2(z)\}^{\frac{1}{2}} \qquad \text{ec 2.29}$$

donde  $\bar{\beta}(0) = n(0)cos\theta_z(0)$ . En este análisis se tuvo en cuenta que cuando la fibra es uniforme se tiene que  $\rho(z) = \rho(0)$ .

#### 2.3.2 Pérdidas en el Taper Step-Index

Para analizar las pérdidas se asume una fibra no uniforme con un revestimiento constante  $n_2$ donde el radio del núcleo  $\rho(z)$ (con RI= $n_1$ ) y el perfil n(r, z) varían arbitrariamente. En este caso se tiene que los rayos guiados al inicio de la fibra (fibra uniforme) cumplen **[1]**:

$$n_2 < \bar{\beta}(0) \le n_1(0)$$
 ec 2.30

donde  $n_1(z)$  es el máximo índice del núcleo en z. En cierto momento, la  $\bar{\beta}(z)$  de algunos de estos rayos satisface la condición  $\bar{\beta}(z) \le n_2$  y por lo tanto durante su trayectoria por la fibra radian potencia(ver figura 2.12 b).



Figura 2.12 a) Rayos guiado en el Taper y b) Rayo guiado que experimenta pérdidas durante su trayectoria.

En una fibra Step-Index estrechada adiabáticamente el ángulo  $\theta_z(z)$  que el rayo forma con la dirección axial en la posición z está relacionado con el ángulo inicial  $\theta_z(0)$  mediante la ecuación 2.28 con  $n_1(z) = n_1(0) = n_1$ . Por lo tanto, el rayo guiado(ver figura 2.12 a) con  $\bar{\beta}_z > n_2$  se convierte en rayo fugado(ver figura 2.12 a) con  $\bar{\beta}_z \le n_2$  cuando el radio del núcleo decrece por debajo de su valor inicial  $\rho(0)$ . Si  $\rho_{min}$  es el radio más pequeño a lo largo de la fibra estrechada adiabáticamente y  $z_m$  es la posición correspondiente, entonces se puede escribir la dirección del rayo en  $z_m$  como**[6]**:

$$sin\theta_z(z_m) = \{\frac{\rho(0)}{\rho_{min}}\}sin\theta_z(0) \qquad \text{ec 2.31}$$

Análogamente a la ecuación 2.5 de la sección 2.2.1 en este caso se tiene un rayo guiado cuando  $\theta_z(z_m) < \theta_c$ , donde  $\theta_c$  es el complemento del ángulo crítico. Por lo tanto, en la interface los rayos guiados  $n_2 < \bar{\beta}_z \le n_1(z)$  tienen direcciones en el rango:

$$0 \le \sin\theta_z(0) \le \{\frac{\rho_{\min}}{\rho(0)}\} \sin\theta_c \qquad \qquad \text{ec } 2.32$$

### 2.3.2.1 Haz Colimado.

Para analizar como ingresa la luz al taper adiabático se asume que a la entrada tiene las características de la fibra uniforme. En la figura 2.13 se muestra el esquema de un haz colimado que ingresa a la fibra con un ángulo  $\theta_0$  con respecto al eje z de una fibra Step-Index.



Figura 2.13 Haz colimado en la entrada de la fibra óptica uniforme.

En este caso, la potencia total del rayo guiado P<sub>br</sub> está dada por [6]:

$$P_{br} = P_{tot} = \begin{cases} \pi \rho^2 P_i cos \theta_0, \text{ para } \theta_0 < \theta_m \\ 0, \text{ para } \theta_0 < \theta_m \end{cases} \quad \text{ec 2.33}$$

donde  $P_i$  es la potencia por unidad de área en la sección de cruce de la fibra y  $\theta_m = sen^{-1}\left\{sen \ \theta_c\left(\frac{n_0}{n_1}\right)\right\}$ , es el ángulo máximo permitido para que el rayo pueda ser guiado, donde  $n(0) = n_1$ ,  $n_0 = 1$  (aire). En la actualidad es conocido que en Guiado Débil, donde  $\theta_c \ll 1$  se tiene un rango muy pequeño de ángulo de haz para rayos guiados.

Sin embargo, al situar una lente con distancia focal  $f \ge r_{\rm d} \frac{\left\{\left(\frac{n_0}{n_1}\right)^2 - sen^2 \theta_c\right\}^{\frac{1}{2}}}{sen\theta_c}$  frente a la fibra(ver figura 2.14) el haz de radio  $r_{\rm d}$  se enfocará en un punto Q a la entrada de esta donde solamente serán excitados los rayos guiados cuyos ángulos no excedan  $\theta_m(0)$ . Por lo tanto,  $r_{\rm d} = f \tan(\theta_{\rm d})$  y se debe cumplir que:  $\theta_{\rm d} \le \theta_m(0)$ [19].



Figura 2.14 Haz enfocado en el punto Q a la entrada de la fibra óptica uniforme.

La potencia máxima que puede ser radiada en la fibra óptica estrechada puede se obtiene a partir de la ecuación 2.27[6]:

$$P_{rad} = P_{br} - \bar{P}_{br} \qquad \qquad \text{ec } 2.34$$

donde  $P_{br}$  es la potencia total inicial del rayo guiado y  $\overline{P}_{br}$  es la potencia total del rayo que se sigue guiando por la fibra. De la ecuación 2.33 se tiene que la potencia total de los rayos guiados cambia con el cuadrado del radio del núcleo y por lo tanto  $\overline{P}_{br}$  es proporcional a  $\rho^2$ . Entonces, la máxima fracción de la potencia total inicial del rayo guiado que se pierde por radiación en un taper de bombeo se puede obtener a partir de la ecuación 2.35:

$$\frac{P_{rad}}{P_{br}} = 1 - \rho_{min}^2 / \rho^2(0) \cong 2\{1 - \rho_{min} / \rho(0)\}$$
ec 2.35

y la aproximación  $\frac{P_{rad}}{P_{br}} \cong 2\{1 - \rho_{min}/\rho(0)\}$  se mantiene cuando  $\rho_{min} \cong \rho(0)$ .

### 2.4 Fibra Especial de Bajo índice.

La CLIMF es una fibra multimodo coreless fabricada por OPTACORE Inc. Se extrajo de una preforma altamente dopada con flúor (Fluosil Rod), fabricada por Heraeus, con un RI deprimido de  $\Delta n = -22.9 \times 10^{-3}$  con respecto al sílice puro. Su índice de refracción es n=1.4 a 1550 nm y el diámetro es igual a 205  $\mu m$ .



Figura 2.15 Fibra Especial Multimodo(205µm).

En comparación con una fibra multimodo clásica el RI de la CLIMF es mucho menor. A continuación, en la sección 2.4.1 se muestra una comparación del coeficiente de transmisión de esta fibra con el coeficiente de una fibra multimodo clásica(105/125  $\mu m$ ,  $n_1 = 1.45$  y  $n_2 = 1.437$ ).

### 2.4.1 Coeficiente de Transmisión. Fibra Especial contra Fibra Multimodo Estándar.

Con el objetivo de establecer una comparación entre la CLIMF y una fibra multimodo estándar en cuanto a la fuga de modos, a continuación, se determinan los coeficientes de transmisión en ambos casos. El ángulo crítico de la CLIMF está dado por:  $\alpha_c = \arccos\left(\frac{1}{1.4}\right) = 45.58^\circ$  y para estudiar el comportamiento de la fuga de modos se determina el Coeficiente de Transmisión asumiendo que la CLIMF está fusionada lateralmente a una fibra con RI=1.437. Anteriormente, se mencionó que en la fibra Step-Index con diámetro uniforme los rayos guiados que satisfacen  $\alpha > \alpha_c$  tienen coeficientes T=0.

Tomando el caso límite  $\alpha = 45.57^{\circ} < \alpha_c = 45.58^{\circ}$  para que exista fuga, se obtiene un ángulo de transmisión  $\alpha_t = 44.08^{\circ}$  en la interface núcleo/revestimiento mediante la ley Snell. Luego, empleando la ecuación 2.17 se determina el Coeficiente de Transmisión para este caso:

$$T = \frac{4n_1n_2\cos\alpha\cos\alpha_t}{(n_1\cos\alpha+n_2\cos\alpha_t)^2} = \frac{4(1.4)(1.437)\cos(45.57^\circ)\cos(44.08^\circ)}{[1.4\cos(45.57^\circ)+(1.437)\cos(44.08^\circ)]^2} = 0.999 \qquad \text{ec } 2.36$$

luego, la fracción de la potencia del rayo que permanece en la CLIMF  $\left(\frac{Pr}{Pi}\right)$  es muy baja, de modo que casi la totalidad de la potencia inicial Pi se fuga del núcleo.

Análogamente, para la fibra multimodo estándar 105/125 $\mu$ m se tiene que  $\alpha_c = sen^{-1}\left(\frac{1.437}{1.45}\right) = 82.32^\circ$ , donde  $n_1 = 1.4558$  y  $n_2 = 1.437$  son los RI del núcleo y el revestimiento respectivamente. En esta fibra para el caso límite  $\alpha = 82.31^\circ < \alpha_c$ , que permite la fuga de radiación se obtiene un ángulo de transmisión  $\alpha_t = 79.16^\circ$  en la interface núcleo/revestimiento mediante la ley Snell. El Coeficiente de Transmisión está dado por:

$$T = \frac{4n_1n_2\cos\alpha\cos\alpha_t}{(n_1\cos\alpha + n_2\cos\alpha_t)^2} = \frac{4(1.4558)(1.437)\cos(82.31^\circ)\cos(89.57^\circ)}{[1.4558\cos(82.31^\circ) + (1.437)\cos(89.57^\circ)]^2} = 0.97$$
ec 2.37

y por tanto, la fracción de potencia del rayo que fuga al revestimiento en cada intercepto con la interface núcleo/revestimiento es 0.97 Pi para este rayo refractado.
De la ecuación 2.36 se puede constatar que el ángulo crítico en la CLIMF es mucho menor que el ángulo crítico en la fibra multimodo estándar, y por lo tanto la cantidad de modos guiados será muy superior en la CLIMF. Además, a partir de los valores del coeficiente T se puede constatar que la CLIMF se muestra más conveniente para explotar el fenómeno de la fuga de modos, lo cual puede ser ampliamente aprovechado en dispositivos basados en fibra óptica.

#### 2.4.2 Aprovechamiento de la Fuga de Modos en Dispositivos de Fibra Óptica.

En la sección 2.4.1 se concluyó que la CLIMF resulta más conveniente para explotar las potencialidades de la fuga de modos en dispositivos basados en fibra óptica. Algunos de estos dispositivos son: sensores de fibra óptica basados en estructuras SMS para detección de variaciones en el RI y acopladores laterales de potencia para láseres de fibra óptica.

El bajo RI de la CLIMF posibilita que esta fibra se convierta en la alternativa ideal para la fabricación de un sensor SMS que detecta eficazmente variaciones en un bajo rango de RI. Esto puede ser aprovechado en aplicaciones bilógicas donde se requiera estudiar respuestas en un bajo rango de RI.

Por lado, cuando se desarrolla un acoplador de bombeo lateral para láseres de fibra óptica el objetivo principal es acoplar la mayor cantidad de potencia desde la fibra de bombeo hacia la fibra receptora. Debido a que la fuga de modos determina la eficiencia de acoplamiento en este dispositivo entonces el empleo de la CLIMF incrementa las posibilidades de acoplamiento de potencia.

## Bibliografía del Capítulo 2

[1] Thomas R. Glass, Steve Lackie, and Tomas Hirschfeld, "Effect of numerical aperture on signal level in cylindrical waveguide evanescent fluorosensors," Appl. Opt. 26, 2181-2187 (1987).

[2] A. Ghatak, K. Thyagarajan, "Introduction to Fiber Optics", Cambridge University Press, 1998.

[3] Satish Addanki, I.S. Amiri, P. Yupapin, "Review of optical fibers-introduction and applications in fiber lasers," Results in Physics, Volume 10, 2018, Pages 743-750.

[4] M. K. Barnoski," Introduction to Integrated Optic," University of California, 1974.

Satish Addanki, I.S. Amiri, P. Yupapin, Review of optical fibers-introduction and applications in fiber lasers, Results in Physics, Volume 10, 2018, Pages 743-750.

**[5]** C. Winkler, "Theory and application of ray transmission coefficients in multimode fibers". Thesis for Phd Degree, Australian National University, 1978.

[6] A. W. Snyder and J. D. Love, "Optical Waveguide Theory", Chapman and Hall Ltd, 1983.

[7] A. Ankiewicz and C. Pask, "On the geometric optics description of light acceptance and propagation in graded index fiber", Optical and Quantum Electronics, 9, (1977) 87-109.

[8] A.W. Snyder, D.J. Mitchell, "Leaky rays on circular optical fibers", J. Opt. Soc. Am., 64(1974)599-607.

[9] H.K.V. Lotsch, "Beam displacement at total reflection: the Goos-Hänchen effect", Optik, <u>32(1970)116-137</u>.

[10] A.W. Snyder, J.D. Love, "Goos-Hänchen Shift", Appl. Opt., <u>15(1976)</u>236-238.

[11] I.A White, C. Pask, "Effect of Goos-Hänchen shift on pulse widths in optical waveguides", Appl. Opt., <u>16</u>(1977)2353-2355.

**[12]** H. Kogelnik, and H.P. Weber, "Rays, stored energy, and power flow in dielectric waveguides", J. Opt. Soc. Am., <u>64</u>(1974) 174-185.

[13] S. Y. Shin, and L.B. Felsen,"Lateral shifts of totally reflected Gaussian beams". Radio Sci., 12(1977) 551-564.

[14] R. D. Guenther, Modern Optics. USA, 1990.

[15] J. B. Keller, "Geometrical Theory of diffraction".J. Opt. Soc. Am. ,<u>52</u> (1962) 116-130.

[16] A. W. Snyder, "Coupled mode theory for optical fibres", J. Opt. Soc. Am. ,62 (1972) 1267-1277.

[17] E. G. Rawson, D. R. Herriot and J. McKenna,"Analysis of refractive index distributions in cylindrical, graded-index glass rods(GRIN) used as image relays", Appl. Opt., 9 (1970)753-9.

[18] L. D. Landau and Lifshitz, "Classical Mechanics", Pergamon Press, Oxford, (1960) p.154.

**[19]** A. W. Snyder and P. McIntyre, "Crosstal Between light pipes", Institute of Advanced Studies, Department of Applied Mathematics, Australian National University, P.O. Box 4, Canberra 2600 Australia (1975)

## Capítulo 3. Sensor SMS de Fibra Especial.

## Introducción

En este capítulo, se demuestra que adaptando correctamente el diámetro y la longitud de la CLIMF se obtiene un sensor SMS capaz de detectar variaciones con alta sensibilidad en un rango de RI más bajo en comparación con una fibra multimodo estándar. Cinco estructuras SMS fabricadas con diámetros de revestimiento de CLIMF de 120  $\mu$ m, 100  $\mu$ m, 80  $\mu$ m, 60  $\mu$ m, 40  $\mu$ m y con la longitud de re-imagen(L<sub>reim</sub>) correspondiente fueron fabricadas y caracterizadas con el RI externo. El mejor resultado correspondió a la estructura SMS desarrollada con un diámetro de 80  $\mu$ m. Para optimizar la máxima eficiencia obtenida con el diámetro de 80  $\mu$ m se incrementó la longitud L<sub>reim</sub> (2.31cm) a 2Lreim (4,62 cm). A partir de ese incremento en la L<sub>reim</sub> se logró se expandir el rango de RI (1.32 a 1.42). Particularmente, en el rango de RI de 1.39 a 1.42 la sensibilidad aumentó a 1022 nm/RIU. El sensor SMS propuesto tiene buena estabilidad, repetitividad y además se tiene el control total del rango lineal de respuesta a las variaciones en el RI externo. Los resultados de este capítulo pueden ser aprovechados en aplicaciones biológicas donde se requiera estudiar bajos rangos de RI.

## 3.1 Sensor de Fibra Óptica basado en Estructura SMS.

#### 3.1.1 Principio de Operación del sensor SMS

En la figura 3.1 se muestra la geometría de un sensor de fibra óptica basado en estructura SMS [1-9]. Se puede observar que una sección CLIMF sin núcleo fue intercalada entre dos secciones de fibra SMF-28. Además, las tres secciones de fibra tienen secciones transversales circulares y distribuciones de índice escalonado [10].



**Figura 3.1** Diseño geométrico de la estructura de SMS. La fibra central es una sección de CLIMF estrechada /cortada que se empalma en ambos lados con secciones de fibra SMF-28. D<sub>SMF-28</sub> y D<sub>MM</sub> representan los diámetros de la fibra SMF-28 y la CLIMF, mientras que L<sub>reim</sub> denota la longitud de la CLIMF.

La luz inyectada en la primera sección (fibra SMF-28) viaja a través del núcleo monomodo (8.2µm), que solo admite el modo fundamental LP<sub>01</sub> (representado en este estudio por el rayo que ingresa por el centro de la sección de cruce de la fibra y viaja paralelo al eje z). Cuando este modo llega a la interfaz entre el SMF-28 y la CLIMF, se encuentra con una discontinuidad o perturbación que provoca la excitación de los modos de orden superior (representados por los rayos que ingresan a la fibra con ángulos de incidencia mayores al del modo fundamental). Debido al carácter simétrico de la estructura de SMS, solo los modos de orden superior con la misma simetría del modo incidente (LP<sub>01</sub>) pueden ser excitados, es decir, modos LP<sub>0m</sub>[10]. Después de viajar a través de la sección CLIMF, los campos de los modos interfieren en el segundo empalme entre la CLIMF y la fibra SMF-28 y debido a que esta fibra solo admite un modo de propagación a través del núcleo, cualquier luz acoplada al revestimiento se atenuará. Con el objetivo de hacer coincidir la longitud de la CLIMF con la L<sub>reim</sub>, se utilizó la longitud teórica de re-imagen propuesta en [11,12]:

$$\lambda_0 = 4 \frac{{}^n_{MMF} \cdot D^2{}_{MMF}}{L} \qquad \text{ec 3.1}$$

Donde  $\lambda_0$  es la longitud de onda de la luz, *D* es el diámetro del CLIMF sumergido en el medio circundante,  $n_{MMF}$  es el RI de la CLIMF y *L* representa la longitud sumergida. Para garantizar que solo la sección CLIMF de la estructura de SMS quede sumergida en el medio exterior, antes de realizar los empalmes las dos secciones desnudas de la fibra SMF-28 se recubrieron con un adhesivo óptico con RI=1.42. De esta manera, cuando la estructura SMS está sumergida en el RI externo, solo el

CLIMF (sección multimodo desnuda) está en contacto con el medio externo. Para la fabricación de las estructuras SMS se calculó la longitud CLIMF correspondiente a cada diámetro a partir de la ecuación 3.1 empleando  $\lambda_0 = 1550 nm$  y  $n_{MMF} \approx 1.4$ .

A continuación, en la figura 3.2 se muestra el comportamiento de la radiación de potencia en la fibra CLIMF para los diámetros: 20μm ,40 μm,60 μm,80 μm,100 μm y 120 μm.





La figura 3.2 muestra la máxima fracción de la potencia total inicial( $P_{br}$ ) de un rayo guiado que se pierde por radiación en un taper de bombeo. Para determinar esta dependencia de las pérdidas por radiación con la reducción del diámetro se utilizó la ecuación 2.27 del capítulo 2. En la gráfica de la figura 3.2 se observa que para radios de cintura del taper muy pequeños la pérdida de potencia por radiación es considerablemente mayor. Sin embargo, a pesar de esto, la máxima eficiencia del sensor SMS no se alcanza necesariamente con el menor diámetro. Esto se debe a que la curva completa de sensibilidad desde valores de RI muy bajos hasta valores muy altos no tiene un comportamiento lineal sobre todo el rango. La parte lineal que se tiene en cuenta para el análisis de la sensibilidad del SMS puede tener una pendiente más o menos inclinada en la región de la curva que se toma como respuesta lineal. Esto depende de los parámetros del material y del diseño de la estructura SMS que determinan el número de modos excitados y sus interacciones con el RI externo.

Posteriormente, en la sección 3.5 se determina el diámetro óptimo de la CLIMF para la fabricación de sensor SMS.

## 3.2 Fabricación del Sensor SMS.

La CLIMF utilizada para la fabricación de la estructura de SMS tiene un diámetro nominal de 205 µm. A una longitud de onda de 1550 nm, su RI es 1.4, mientras que para el caso de la SMF-28 los valores de RI del núcleo/revestimiento son 1.445/1.437 respectivamente. La fabricación de la estructura SMS se logra siguiendo los siguientes pasos: estrechamiento, corte y empalme. Primero, la fibra CLIMF es estrechada adiabáticamente con una longitud de cintura que exceda ligeramente la L<sub>reim</sub> correspondiente al diámetro de la cintura. Luego, esta cintura de la CLIMF estrechada adiabáticamente se corta cuidadosamente en ambos extremos, de modo que la cintura uniforme tiene finalmente una longitud igual a la L<sub>reim</sub> a 1550 nm. El último paso del proceso es el empalme de la fibra CLIMF con las fibras SMF-28 en ambos extremos. Esta unión se realiza con una procesadora láser de vidrio LZM-100 que emplea un láser de CO<sub>2</sub> como fuente de calentamiento. El alto dopaje con flúor de la CLIMF provoca que esta fibra exhiba una temperatura de fusión más baja en comparación con la SMF-28. Por lo tanto, para evitar el sobrecalentamiento de la CLIMF durante los empalmes, fue necesario ajustar las posiciones de la fibra, de modo que la fibra SMF-28 toma la mayor parte del calor (un empalme descentrado). Otra consideración importante es que el proceso de calentamiento se produce mediante la absorción de la radiación láser aplicada sobre el volumen de material, de modo que un diámetro de fibra más alto absorbe más energía. Por lo tanto, para dos fibras con diferentes diámetros de revestimiento y temperaturas de fusión, es necesario ajustar cuidadosamente las posiciones de las fibras y la potencia del láser para lograr un empalme exitoso. La figura 3.3 a) muestra el empalme entre la CLIMF con un diámetro de 20 y una fibra SMF-28 (125µm), mientras que la figura 3.3 b) muestra un empalme entre la CLIMF con un diámetro de 100 μm y una SMF-28 (125 μm).



**Figura 3.3** Vista lateral de la estructura SMS con a) CLIMF con diámetro igual a  $20(\mu m)$  y b) CLIMF con diámetro igual a  $100(\mu m)$ .

No.	SMF-28	CLIMF	Distancia	Potencia Láser (W)
SMS	Lado Derecho	Lado	Descentrada	en la LZM-100.
	(µm)	Izquierdo(µm)	a la (Izquierda)(µm)	Calibración(340 bit) to 25°C
1	120	120	0	340  bit  -10  bit = 330  bit = 20  W
2	120	100	-10	340 bit -5 bit = 335 bit = 20.3 W

3	120	80	-20	340 bit -5 bit = 335 bit = 20.3 W
4	120	60	-20	340 bit -2 bit =338 bit = 20.48 W
5	120	40	-30	340 bit -2 bit =338 bit = 20.48 W
6	120	20	-40	340 bit -0 bit =340 bit = 20.6 W

**Tabla1.** Valores de distancia descentrada (  $\mu m$  ) y potencia láser (W) utilizados para los empalmes entre el SMF-28 y los diferentes diámetros de CLIMF.

La Tabla 1 muestra los valores de distancia descentrada y potencia láser utilizada para los empalmes entre la SMF-28 y la CLIMF estrechada a: 20 µm, 40 µm, 60 µm, 80 µm, 100 µm y 120 µm respectivamente. Por otro lado, de la sección anterior, se conoció que la ecuación 3.1 permite obtener la L<sub>reim</sub> para cada diámetro. A partir de los resultados obtenidos con esta ecuación se conoció que la L<sub>reim</sub> es más larga para diámetros mayores y más corta para diámetros menores. Por lo tanto, durante la fabricación de las estructuras SMS, cada L<sub>reim</sub> fue seleccionada en correspondencia con el diámetro CLIMF correspondiente. Los cortes precisos de la CLIMF se realizaron usando una cortadora con control micrométrico, lo cual permitió obtener longitudes precisas para asegurar que el campo de entrada se pueda duplicar al final de la CLIMF (ver figura 3.1).

# 3.3 Comparación entre SMS con Fibra Especial y SMS con Fibra Multimodo Estándar.

La figura 3.3 muestra los espectros de transmisión de dos sensores SMS fabricados de manera similar y medidos bajo las mismas condiciones. En ambos casos, la fibra multimodo empleada fue reducida a 125 µm en una sección uniforme de 5.3 cm y sus extremos fueron empalmados a dos fibras SMF-28 utilizando la procesadora LZM-100. Para realizar las mediciones experimentales de los dos sensores SMS se empleó un analizador espectral y el rango de medición estuvo entre 1450 nm y 1650nm. Por otro lado, se aseguró que en ambos casos se tuvieran las mismas condiciones ambientales (temperatura y humedad) para obtener los espectros de transmisión correspondientes a cada sensor SMS sumergido en los RIs: n=1.32, n=1.34, n=1.36, n=1.39 y n=1.42 respectivamente.



Figura 3.4 a) Sensor SMS fabricado con fibra multimodo estándar (200/220µm) y b) Sensor SMS fabricado con la CLIMF (205/205 µm).

La 3.4 a) muestra el espectro correspondiente al sensor SMS fabricado con la fibra multimodo estándar (200/220 µm, RI: núcleo=1.454, revestimiento=1.439), mientras que la figura 3.4 b) muestra el caso correspondiente al sensor SMS desarrollado con la CLIMF (optacore 205/205µm, n=1.4). En la figura 3.5 a) se observa que cuando el sensor SMS fabricado con fibra multimodo estándar (200/220 µm) se sumerge en los diferentes RI su comportamiento se mantiene prácticamente invariable. Por otro lado, en la figura 3.4 b) se muestra que el sensor SMS fabricado con la CLIMF muestra un comportamiento muy distinto para cada RI. Por lo tanto, la sensibilidad de este último sensor a los cambios externos es mucho mayor. También se puede constatar en la figura 3.4 b) que la línea correspondiente a n=1.44 no aparece y esto se debe a que el bajo RI de la CLIMF provoca que para valores superiores a n=1.42 ya no se observe nada en el espectro de transmisión.

## 3.4 Simulación Numérica.

A continuación, la Tabla 2 muestra una comparación entre los valores de longitudes de la CLIMF simulados (FIMPROP) y teóricos (determinados a partir de la ecuación 3.1) correspondientes a la L<sub>reim</sub> de cada estructura SMS. Por otro lado, en la figura 3.5 a) se muestra la evolución de la amplitud de la luz a lo largo de la estructura de SMS fabricada con un diámetro CLIMF de 115 µm. Se puede observar que la Lreim es igual a 4,68 cm (la distribución de luz transversal al final de la fibra SMF-28 se reproduce en la sección CLIMF exactamente a esta longitud). Por lo tanto, se puede corroborar que la L<sub>reim</sub> de la figura 3.5 a) está muy cerca del valor teórico de 4.7 cm obtenido con la ecuación 3.1 (ver fila 2 en la Tabla 2). Finalmente, en la figura 3.5 b) se muestra cómo se comporta la potencia del campo en la sección CLIMF y es posible observar que la potencia en L<sub>reim</sub> coincide con el valor obtenido en la figura 3.5

Número	Diámetro	Longitud	Longitud
SMS	$(\mu m)$	Simulada (cm)	Teórica (cm)
1	120	5.17	5.2
2	115	4.68	4.7
3	100	3.59	3.61
4	80	2.28	2.31
5	60	1.28	1.3
6	40	0.57	0.58

ηа).



**Tabla 2.** Longitud Simulada y longitud teórica para  $\lambda = 1550nm$ .

Figura 3.5 a) Evolución de la distribución de amplitud modal en la CLIMF y b) Evolución del campo en la CLIMF.

Debajo, en la figura 3.6 a), es posible observar la distribución transversal de la luz al final de la fibra SMF-28, es decir, justo antes del empalme con la CLIMF, mientras que la figura 3.6 b muestra la distribución transversal de la luz a una longitud igual a la L<sub>reim</sub>. A partir de esta figura es posible constatar que las distribuciones transversales de luz son iguales en ambos casos, de modo que se demuestra el efecto de re-imagen.



Figura 3.6 Distribución transversal de la luz (a) al final de la fibra SMF-28 y (b) en z = 4.68 cm en la CLIMF.

En la figura 3.7 se muestran las simulaciones correspondientes al sensor SMS fabricado con un diámetro de 80  $\mu$ m para los RI: 1.32, 1.34 1.36 y 1.39 respectivamente.



**Figura. 3.7** Simulación del sensor SMS con un diámetro de 80  $\mu$ m para los RI: 1.32, 1.34 1.36 y 1.39 respectivamente.

En la figura 3.7 se muestran las simulaciones correspondientes al espectro de transmisión del sensor SMS fabricado con un diámetro de CLIMF de 80  $\mu$ m y una longitud de 2.28 cm (L<sub>reim</sub>). La sensibilidad teórica en este caso es 541.2 nm/RIU. A continuación, en la siguiente sección, se presentan las mediciones experimentales del mismo sensor SMS.

## 3.5 Resultados Experimentales

Previamente, se mencionó que las mediciones experimentales se llevaron a cabo en el rango de longitud de onda de 1450 nm a 1650 nm y cada sensor SMS mostró una alta sensibilidad a las variaciones en el RI externo. En la figura 3.8 a) se muestran los picos del SMS desarrollado con diámetros de 120µm, 100 µm, 80 µm, 60 µm y 40 µm para los RI: 1.32, 1.34, 1.36, 1.39 y 1.42 respectivamente. Para diámetros de 100 µm y 120 µm, fue posible seguir el cambio de longitud de onda a medida en todo el intervalo (desde 1.32 hasta 1.42). Para valores superiores a 1.42, el efecto fue acompañado por una atenuación sustancial de la luz en todas las longitudes de onda. Este valor de RI es un punto de transición, donde las pérdidas con fugas dominan sobre cualquier otro efecto. Por lo tanto, esta es una región ultrasensible que requiere un método de interrogación diferente, tal vez siguiendo los cambios de intensidad. Para la estructura de SMS fabricada con un diámetro CLIMF de 80 µm, la transición a pérdidas de transmisión significativas ocurrió a RI = 1.39, mientras que para

las estructuras de SMS fabricadas con diámetros CLIMF de 60  $\mu$ m y 40  $\mu$ m estas transiciones ocurrieron a RI = 1.36. La Tabla 3 muestra los ajustes lineales para cada sensor SMS y es posible ver que la mejor sensibilidad corresponde al diámetro de CLIMF de 80  $\mu$ m (ver figura 3.8b).

SMS	Ajuste Lineal
120 µm	257.35 x + 1263.2
100 µm	476.8 x + 1016
80 µm	540.7 x+ 859.4(óptimo)
60 µm	500 x+ 929.6
40 µm	492.5 x + 942.15

Tabla 3. Ajuste lineal para las estructuras SMS con diferentes diámetros.



**Figura 3.8** a) Longitud de onda vs RI externo a diferentes diámetros de la CLIMF, y b) Sensibilidad de las estructuras de SMS para los diámetros de CLIMF.

De la figura 3.8b) se puede observar que la mayor sensibilidad se obtiene empleando un diámetro de CLIMF de 80 µm con una longitud igual a la L<sub>reim</sub>. Previamente, en la sección 3.1.1 se explicó que el número de modos excitados y sus interacciones con el RI externo depende de los parámetros del material y el diseño de la estructura SMS. En figura 3.8 b) se muestra que empleando un diámetro de CLIMF de 80 µm con una longitud igual a la L<sub>reim</sub> en la fabricación del sensor SMS se obtiene la mayor pendiente en el bajo rango de RI estudiado (interés biológico). Debe mencionarse que para otra estructura SMS diferente, donde se utilicen diferentes diseño y longitud de la sección multimodo, la mayor sensibilidad puede corresponder a otro diámetro de la sección multimodo.

A continuación, en la figura 3.9 a) se muestra el espectro de transmisión de la estructura SMS fabricada con un diámetro de CLIMF de 80  $\mu$ m y una longitud igual a la L<sub>reim</sub> correspondiente (2,31 cm). Por otro lado, la figura 3.9 b) muestra el cambio de longitud de onda de los picos en función del RI externo. La sensibilidad está en el orden de 540.7 nm/RIU (ver Tabla 3), y puede obtenerse una resolución de 6 × 10<sup>-5</sup>, asumiendo una resolución de detección de corrimiento de longitud de onda de 30 pm.



**Figura 3.9** a) Respuesta para diferentes RI a) correspondiente a un diámetro de CLIMF de 80  $\mu$ m y una longitud igual a la <sub>Leim</sub> y b) Cambio de longitud de onda para diferentes RI.

Debajo, en la figura 3.10 se muestra una comparación entre el espectro de transmisión experimental y la simulación correspondiente de la estructura SMS fabricada con un diámetro de CLIMF de 80  $\mu$ m para un RI de 1.32. Se puede observar que la simulación ajusta correctamente la posición de longitud de onda experimental pues ambos picos aparecen a 1583 nm. Sin embargo, en la medición experimental el pico tiene ~ 28 dB, mientras que la simulación muestra un pico de ~ 40.5 dB.



Figura 3.10 Medición experimental y simulación del SMS fabricado con la CLIMF de 80  $\mu m$  para n= 1.32.

## 3.6 Optimización del sensor SMS.

En la sección anterior se mostró que el sensor SMS fabricado con un diámetro CLIMF de 80 µm produce el valor de sensibilidad óptimo. Por lo tanto, se seleccionó ese diámetro de CLIMF para analizar la dependencia del rango lineal de RI de la longitud de la CLIMF. Previamente, en la figura 3.9 b) se mostró que para esta estructura SMS, el rango de RI del corrimiento de longitud de onda se extiende desde 1.32 a 1.39 con una sensibilidad de 540.7 nm/RIU. Sin embargo, a continuación, en la figura 3.11 a) se muestra que para el mismo diámetro CLIMF de 80 µm y una longitud igual a 2L<sub>reim</sub> (4.62 cm) el rango de RI del corrimiento de longitud de onda se extiende dasde 1.32 a 1.41 b) se puede observar que el SMS no tiene un comportamiento completamente exactamente lineal a lo largo de todo el rango RI (1.32 a 1.42). Para estudiar de manera más precisa este comportamiento, se analizó el ajuste de los resultados experimentales en dos secciones. Primero, el rango de RI va desde 1.32 hasta 1.39 donde el comportamiento es aproximadamente lineal con una sensibilidad de 540.7 nm/RIU (Ajuste lineal y1). Además, en este rango, el ajuste alcanzado coincide con el valor obtenido con 1L<sub>reim</sub> (2,31cm). El segundo rango de RI está entre 1.39 y 1.42 y el comportamiento en este caso también es aproximadamente lineal con una sensibilidad de 1022 nm/RIU (ajuste lineal y2).



**Figura 3.11** a) Corrimiento de longitud de onda para el rango de RI desde 1.32 hasta 1.42 en el sensor SMS desarrollado con un diámetro de CLIMF de 80  $\mu$ m y 2L<sub>reim</sub> y b) Sensibilidad en el rango de 1.32 a 1.39 (**y1**) y en el rango de 1.39 a 1.42 (**y2**).

De la figura 3.11 b) se puede observar que el cambio de 1 L<sub>reim</sub> por 2 L<sub>reim</sub> en el SMS fabricado con un diámetro de 80 µm produce una expansión del rango de detección. Además, se puede concluir que para el diámetro de 80 µm controlando la longitud de la sección CLIMF se puede ajustar de forma eficiente el rango de respuesta lineal a los cambios en el RI exterior. A continuación, en la figura 3.12 se muestran las simulaciones del sensor SMS fabricado con un diámetro de 80 µm y una longitud igual a 2 L<sub>reim</sub> para los RI: 1.32, 1.34, 1.36, 1.38, 1.39 y 1.42 respectivamente. Debido a que el SMS experimental no tiene un comportamiento exactamente lineal a lo largo del rango completo de RI (1.32 a 1.42), las simulaciones se llevaron a cabo en los intervalos 1.32 a 1.39 y 1.39 a 1.42 respectivamente. En la figura 3.11 b) fue posible observar que la respuesta del SMS es lineal en cada intervalo y, por lo tanto, el ajuste de los resultados experimentales se realizó para cada uno de estos intervalos.



**Figura 3.12** Simulación del SMS fabricado con un diámetro de CLIMF de 80  $\mu$ m y 2 L<sub>reim</sub> para a) Rango: 1.32 a 1.39 y b) Rango:1.39 a 1.42.



**Figura 3.13** Medición experimental y simulación del SMS fabricado con un diámetro de CLIMF de 80  $\mu$ m y 2 L<sub>reim</sub> para a) n = 1.32 y b) n = 1.42.

La figura 3.13 a) muestra una comparación entre la medición experimental para n=1.32 y la simulación correspondiente, mientras que la figura 3.12 b) muestra la comparación para el caso de n=1.42. Es posible observar que las simulaciones se ajustan a las posiciones de las longitudes de onda de los resultados experimentales.



**Figura 3.14** Variación experimental y simulada de la longitud de onda central de los picos en función del índice de refracción externo.

A partir de la figura 3.14 se puede establecer una comparación entre la sensibilidad teórica y la obtenida a partir de las mediciones experimentales. Es posible observar que la sensibilidad teórica se ajusta a la sensibilidad obtenida de las mediciones experimentales. Los ajustes lineales y1 e y2 corresponden a las mediciones experimentales en los rangos RI 1.32 a 1.39 y 1.39 a 1.42 respectivamente, mientras que p1 y p2 son los ajustes lineales obtenidos de las simulaciones en los rangos RI 1.32 a 1.39 y 1.39 a 1.42 respectivamente. Por lo tanto, se corroboró que controlando el diámetro y la longitud de la CLIMF se puede controlar el rango lineal de respuesta a los cambios en el RI externo. Este hecho representa una ventaja poderosa para las aplicaciones de SMS donde se requiere controlar el rango de RI exterior.

## Bibliografía del Capítulo 3

[1] A. Kumar, R. K. Varshney, S. A. C, P. Sharma, "Transmission characteristics of SMS fiber optic sensor structures," *Opt. Commun.* **219**(1-6), 215-219 (2003).

[2] P. Wang, H. Zhao, X. Wang, G. Farrell, G. Brambilla, "A Review of Multimode Interference in Tapered Optical Fibers and Related Applications," *Sensors.* **18**(3), 858 (2018).

- [3] J. Kang, J. Yang, X. Zhang, C. Liu, L. Wang, "Intensity Demodulated Refractive Index Sensor Based on Front-Tapered Single-Mode-Multimode-Single-Mode Fiber Structure," Sensors. 18(7), 2396 (2018).
- [4] F. Liu, H. Lin, Y. Liu, A. Zhou, and Y. Dai, "Femtosecond-induced spiral micro-structured SMS fiber structure for refractive index measurement," Opt. Express. 26(13),17388-17396 (2018).
- [5] P. Chen, X. Shu, F. Shen, and H. Cao, "Sensitive refractive index sensor based on an assembly-free fiber multi-mode interferometer fabricated by femtosecond laser," *Opt. Express.* 25(24), 29896-29905 (2017).
- [6] P. Wang, G. Brambilla, M. Ding, Y. Semenova, Q. Wu, and G. Farrell, "High-sensitivity, evanescent field refractometric sensor based on a tapered, multimode fiber interference," *Opt. Lett.* **36**(12), 2233-2235 (2011).
- [7] B. Fan, F. Liu, Y. Li, X. Wang, K.Cui, X.Feng, W. Zhang, Y. Huang, "Integrated refractive index sensor based on hybrid coupler with short range surface plasmon polariton and dielectric waveguide," Sens. Actuator B. 186, 495-505 (2013).
- [8] C. Chen, T. Tsao, J. Tang, W. Wu, A Multi-D-Shaped Optical Fiber for Refractive Index Sensing, Sensors. 10(5), 4794– 4804 (2010).
- [9] R. Gao, Y. Jiang, W. Ding, Z. Wang, D. Liu, "Filmed extrinsic Fabry–Perot interferometric sensors for the measurement of arbitrary refractive index of liquid," Sens. Actuator B. 177, 924-928 (2013).
- [10] R. M. Andre, C. R. Biazoli, S. O. Silva, M. B. Marques, C. M. B Cordeiro, O. Frazao, "Multimode interference in tapered single mode-multimode-single mode fiber structures for strain sensing applications," SPIE. 8421, 84213B (2012).
- [11] P. Wang, G. Brambilla, M. Ding, Y. Semenova, Q. Wu, and G. Farrell," Investigation of single-mode-multimode-single-mode and single-mode-tapered-multimode-single-mode fiber structures and their application for refractive index sensing", J. Opt. Soc. Am. B. 28(5), 1180-1186(2011).
- [12] W. Mohammed, A. Mehta and E G Johnson, "Wavelength Tunable Fiber Lens Based on Multimode Interference, J. Lightw. Technol. 22 (2004) 469-477.

# **Capítulo 4. Acoplador Lateral**

## Introducción

En este capítulo se presentan los resultados teóricos y experimentales de un acoplador lateral de bombeo para láseres de fibra óptica desarrollado con la CLIMF y una fibra de doble revestimiento. Se presenta el modelo teórico desarrollado, el cual utiliza la Teoría de Rayos para describir el acoplamiento desde la CLIMF hacia la fibra de doble revestimiento. Además, se describe la metodología diseñada para la fabricación del dispositivo. Finalmente, se presentan los resultados experimentales, a partir de los cuales se establece una comparación entre el acoplador lateral desarrollado con la CLIMF y un acoplador lateral desarrollado con fibra multimodo estándar.

## 4.1 Acopladores Laterales de Bombeo para Láseres de Fibra Óptica.

#### 4.1.1 Antecedentes

Previamente, en el capítulo 1 se mencionó que los acopladores de bombeo de potencia son dispositivos muy importantes para el escalado de la potencia de salida en los láseres de fibra óptica. En la actualidad, es bien conocido que la técnica del bombeo lateral **[1-5]** es más utilizada debido a permite eliminar el problema de los puntos de sobrecalentamiento **[6]** (presente en el bombeo frontal) durante el acoplamiento de potencia desde la fibra de bombeo hacia la fibra receptora. A continuación, en la figura 4.1 se muestra la configuración todo-fibra más empleada de láseres de fibra con bombeos de tipo lateral. En este esquema, el número 1 representa la fibra dopada con alguna tierra rara, mientras que el número 2 simboliza los acopladores laterales utilizados para acoplar el bombeo proveniente de los diodos láser. Por lado, el número 3 representa las rejillas de Bragg y el número 4 simboliza los módulos de diodos láser.



Figura 4.1 Configuración de bombeo intra-cavidad con rejillas de Bragg.

A partir del esquema de la figura 4.1 se puede observar que las fibras de bombeo se encuentran unidas lateralmente a la fibra de la señal a través de los acopladores laterales **[7,8]**. Debido a su geometría estos dispositivos permiten que el bombeo proveniente de los diodos se acople gradualmente dentro de la fibra de la señal a través de múltiples fibras multimodo (unidas a los diodos láser). Por lo tanto, se asegura una distribución eficiente de la carga térmica y se evitan los puntos de sobrecalentamiento. Con esta geometría del bombeo es posible construir una cavidad monolítica sin necesidad de utilizar componentes ópticos complejos y sin interrupción de la señal láser. Esto se debe a que independientemente de que múltiples fibras de bombeo están unidas lateralmente a la fibra de la señal, esta permanece con sus dos extremos libres y es posible incluir una rejilla de alta reflectividad y un acoplador de salida en cada uno de los extremos para formar un láser.

Previamente, en el capítulo 1 se explicaron las ventajas de emplear una fibra con geometría de doble revestimiento (DC) **[9,10]**. La geometría de esta fibra posibilita que se pueda acoplar mayor cantidad de potencia bombeada dentro de esta, lo cual no es posible con otras geometrías.

#### 4.1.2 Técnicas de Fabricación de Acopladores Laterales. Taper Fiber Bundle.

Dentro de las técnicas propuestas para implementar el bombeo lateral de revestimiento se pueden mencionar **[11]**: V-groove, Fibra de bombeo fusionada (diámetro normal o taper) con cierto ángulo pulido y Taper Fiber Bundle(*TFB*).

En particular, en la técnica conocida como *TFB***[12,13]** se tiene un arreglo basado en un grupo compacto de fibras estrechadas en diámetro y unidas por un revestimiento común sobre una cierta longitud. Cuando se emplea esta técnica se debe asegurar que todas las fibras individuales de bombeo estén en contacto lateralmente con la fibra de la señal antes de que se realice la fusión. La figura 4.2 muestra el esquema geométrico de un acoplador lateral basado en *TFB* que emplea 6 fibras de bombeo correspondientes a 6 diodos láser. Es posible observar que las fibras multimodo se encuentran fusionadas lateralmente sobre una longitud L (longitud de acoplamiento) con la fibra de la señal.



Figura 4.2 Bombeo lateral de revestimiento todo-fibra basado en TFB.

Debido a que la longitud L es determinante para tener una alta eficiencia de acoplamiento en el dispositivo, a continuación, en la sección 4.2 se detallan aspectos importantes que permiten determinar la L necesaria.

#### 4.1.3 Cantidad Máxima de Bombeos.

Actualmente, es bien conocido que la eficiencia de los acopladores laterales depende principalmente del ion dopante y la geometría en la fibra DC, la geometría de la fibra de bombeo y los diodos multimodo empleados **[14].** Cuando se desarrolla un acoplador lateral se debe tener en cuenta que los diodos láser de bombeo disponibles comercialmente entregan la luz de bombeo a través de una fibra óptica multimodo. Por lo tanto, para diseñar un acoplador lateral eficiente es necesario conocer algunas características de esta fibra multimodo (diámetro del núcleo y apertura numérica). A partir de estos parámetros y de las características de la fibra láser receptora (diámetro del núcleo y apertura ou núcleo y apertura numérica) se puede determinar la cantidad máxima de diodos láser que se pueden combinar en un solo punto de acoplamiento **[7]**:

$$S_{receptora}(NA_{receptora})^2 \le \sum S_{i,salida}(NA_{salida})^2$$
 ec 4.1

donde NA<sub>receptora</sub> y S<sub>receptora</sub> representan la apertura numérica de la fibra de la señal y el área del núcleo de esta fibra respectivamente. Por otro lado, NA<sub>salida</sub> y  $\sum S_{i,salida}$  representan la apertura numérica de las fibras multimodo de bombeo y la suma de las áreas de sus secciones transversales respectivamente.

### 4.2 Modelo Teórico para el Acoplador de Bombeo Lateral.

#### 4.2.1 Modelo Teórico para el Acoplamiento de Potencia entre fibras con iguales RIs.

En el capítulo 1 se mencionó que numerosos estudios han sido dedicados a estudiar el acoplamiento lateral de potencia en estos dispositivos. A continuación, se propone un modelo teórico idealizado basado en la Teoría de Rayos para un acoplador lateral de potencia. En este análisis geométrico idealizado se asume que la fibra de bombeo y la fibra de la señal tienen el mismo RI (ver figura 4.3).



Figura 4.3 Trayectoria del modo fundamental y el modo de mayor orden a través del acoplador.

A partir de la figura 4.3 se puede observar que en esta geometría se trazaron las trayectorias correspondientes a dos rayos extremos meridionales. La línea gruesa representa el modo fundamental, mientras que la línea punteada representa el modo de mayor orden. El modo de mayor orden está representado por la trayectoria de un rayo que ingresa inicialmente con ángulo ligeramente mayor al ángulo crítico a la fibra multimodo de bombeo y luego pasa al taper. Por su parte, el taper es fabricado con la fibra multimodo de bombeo, a la cual se retira el revestimiento con el objetivo de que su RI coincida con el de la fibra de doble revestimiento (DC). Este rayo que describe el modo de mayor orden representa el caso límite para los rayos que pueden ser guiados. Por lo tanto, cualquier otro rayo que se propague dentro del caso límite impuesto por  $\theta_c^{mm}$ (ángulo crítico de la fibra multimodo sin estrechar) también podrá ser descrito. De la figura 4.3 se puede observar que en el interior del taper cada vez que el rayo de mayor orden alcanza la interface el ángulo con el cual se refleja se reduce de acuerdo a:

$$\gamma \rightarrow \gamma - 2n\beta$$
 ec 4.2

donde n es un número entero positivo que representa la cantidad de reflexiones en la interface interna superior del taper y  $\beta$  denota el ángulo del taper. En el caso particular,  $z = z_1$  el ángulo está dado:

$$\gamma \to \theta_c^{mm} - 2n\beta$$
 ec 4.3

La figura 4.3 muestra que el modo fundamental viaja paralelo a la dirección z en el interior del taper hasta que alcanza su interface interna. A diferencia del modo de mayor orden en la figura 4.3 el modo fundamental solamente tiene una reflexión en el interior del taper y en este caso el ángulo  $\gamma$  se reduce de acuerdo a:

$$\gamma \to 90^{\circ} - 2n\beta$$
 ec 4.4

En este análisis de rayos, el modo fundamental también representa un caso límite de cualquier rayo que propague en la fibra. Por lo tanto, los ángulos  $\gamma$  de los rayos guiados deben satisfacer la condición:

$$\theta_c^{mm} - 2n\beta < \gamma < 90^\circ - 2n\beta. \qquad \text{ec 4.5}$$

En el taper de bombeo se debe utilizar un ángulo de taper( $\beta$ ) que posibilite que el rayo que representa al modo fundamental tenga su primera reflexión dentro de la zona de transición y se desvíe

hasta la frontera entre las dos fibras donde cruza hacia la fibra DC. Cuando este modo fundamental cruza por primera vez hacia la fibra DC todos los modos de mayor orden ya han acumulado múltiples reflexiones sucesivas. Por otro lado, durante la selección del ángulo  $\beta$  debe asegurarse que su valor no permita que se produzcan reflexiones desde el taper hacia la fibra multimodo sin estrechar que puedan resultar en daños al diodo láser (ver sección 4.2.3).

Una vez que los rayos cruzan desde el taper hacia la fibra DC serán guiados satisfactoriamente si satisfacen la condición:

$$\gamma < 90^{\circ} - 2n\beta > \theta_c^{DC} \qquad \qquad \text{ec 4.6}$$

donde  $\theta_c^{DC}$  es el ángulo crítico de la fibra receptora. Los rayos que no cumplen con esta condición no logran ser acoplados en la fibra DC y por lo tanto se fugan. A pesar de que el taper de bombeo soporta gran cantidad de modos, los rayos con órdenes cercanos al modo de mayor orden idealizado (figura 4.3) son guiados con los ángulos  $\gamma$  más pequeños. Para estos rayos cercanos al caso límite se asume que tienen su primera reflexión en  $z_1$  y para poder incluirlos en el análisis se establece  $z_1 \rightarrow z_1 = 0$ . En el modelo teórico propuesto, las  $z_n$  denotan las posiciones donde ocurren los rebotes internos dentro del dispositivo y se tiene que:

$$z_1 \to z_1 = 0$$
 ec 4.7.1  
 $z_1 = z_1 + (D_1 - mz_1) \tan(\theta^{mm} - 2\beta)$  ec 4.7.2

$$z_{2} = z_{1} + (D_{T} - mz_{1})\tan(\theta_{C}^{mm} - 2\beta)$$

$$z_{2} = [z_{2} + D_{T}\tan(\theta_{C}^{mm} - 2\beta)]/(1 + m\tan(\theta_{C}^{mm} - 2\beta))$$
ec 4.7.3

$$z_{4} = z_{3} + (D_{T} - mz_{3})\tan(\theta_{C}^{mm} - 4\beta)$$

$$c_{4} = z_{3} + (D_{T} - mz_{3})\tan(\theta_{C}^{mm} - 4\beta)$$

$$c_{5} = [z_{4} + D_{T}\tan(\theta_{C}^{mm} - 4\beta)]/(1 + m\tan(\theta_{C}^{mm} - 2\beta))$$

$$c_{6} = (4.7.4)$$

$$z_{2N} = z_{2N-1} + (D_T - mz_{2N-1})\tan(\theta_C^{mm} - 2N\beta)$$
ec 4.7.6

$$z_{2N+1} = [z_{2N} + D_T \tan(\theta_C^{mm} - 2N\beta)] / (1 + m \tan(\theta_C^{mm} - 2N\beta))$$

ec 4.7.7

donde *N* denota la última reflexión en la interfaz interna del taper. A partir de este modelo se puede obtener la longitud mínima "L" que posibilita tener un eficiente acoplamiento de potencia entre el taper de bombeo y la fibra DC. En la figura 5.3, L está determinada por:  $z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5$  debido a que en esta longitud el rayo que representa el modo fundamental se acopló en la fibra DC. Como la mayor parte de la potencia lanzada en el taper se transmite en el modo fundamental, entonces cuando este modo cruza a la fibra DC se tiene que la mayor parte de la potencia del taper se acopló en esta fibra.

Además, como mencionó anteriormente cuando el modo fundamental cruza hacia la fibra DC se tiene que los modos de mayor orden resultaron acoplados previamente durante sucesivos cruces.

En este acoplador lateral el diámetro de la cintura del taper se determinó a partir de [10]:

$$A_{MM_{taper}} = \pi \cdot (D_{MM})^2 \cdot (0.1)$$
 ec 4.8

donde  $A_{MM_{taper}}$  es el área de la sección transversal en la cintura del taper y  $D_{MM}$  es el diámetro de la fibra multimodo sin estrechar. Por lo tanto, el diámetro de la cintura del taper es 10 veces menor que el diámetro de la fibra multimodo sin estrechar. Empleando este diámetro de cintura y la longitud de acoplamiento mínima L (obtenida a partir del modelo presentado en 4.7) se puede diseñar un taper de bombeo que asegure una alta eficiencia de acoplamiento de potencia. En este análisis, debido a que los RIs de las dos fibras (taper y fibra DC) son iguales (n1=n2) no se tiene en cuenta la ley de Snell en la frontera entre ambas fibras.

#### 4.2.2 Modelo Teórico Generalizado.

Si en el modelo presentado en la sección 4.2.1 se incluye la ley de Snell en la frontera entre el taper y la fibra DC, entonces es posible obtener un modelo generalizado que permite estudiar acoplamientos entre fibras de diferentes RIs. La figura 4.4 muestra esquemáticamente cómo se refracta un rayo en la frontera cuando las fibras cumplen que n1<n2.



Figura 4.4 Trayectoria del modo de mayor orden a través del acoplador.

A diferencia del análisis geométrico realizado a partir de la figura 4.3, en la figura 4.4 debido a que n1<n2 se tienen en cuenta los puntos de la frontera donde el rayo se refracta. Los puntos  $P_n$  denotan las posiciones donde el rayo interactúa con alguna interfaz (interfaz interna superior del taper, frontera o interfaz interna inferior de la DC). De la figura 4.4 se puede comprender que las  $z_n$  pares se reducen considerablemente cuando n1<n2 debido a la refracción (ley de Snell) que experimentan los rayos en la frontera entre las dos fibras. Para diferencias muy grandes entre n1 y n2 se tendrán  $z_n$  pares muy pequeñas, lo cual difiere considerablemente del modelo presentado en la sección 4.2.1. En el modelo generalizado que se muestra a continuación la altura al inicio del dispositivo se define como (ver figura 4.4):

$$DT0 = D_{mm} + D_{DC} \qquad \text{ec 4.9}$$

donde  $D_{mm}$ ,  $D_{recep}$  son los diámetros de la fibra multimodo(sin taper) y la fibra DC respectivamente. Para determinar la altura  $DT_n$ (altura en cada intercepto del rayo con la interfaz interna superior del taper) se debe emplear la relación:

$$DT_n = DT_{n-1} - m(z_{n1} + z_{n2} + z_{n3})$$
 ec 4.10

Por lo tanto, de manera análoga al modelo presentado en la sección 2.2.1 para las  $z_n$  se tiene que:

$$Z_{n1} = DT_{n-1} Tan(\theta_c^{mm} - 2(n-1)\beta)$$
 ec 4.11.1  

$$Z_{n-2} = 2DE_{n-1} Sin(\theta_c^{mm} - 2(n-1)\beta) / \sqrt{n^2 - n^2 Sin[\theta_c^{mm} - 2(n-1)\beta]^2}$$
 ec 4.11.1

$$Z_{n2}=2DF n_1 \sin(\theta_c^{mm} - 2(n-1)\beta)/\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin[\theta_c^{mm} - 2(n-1)\beta]^2}$$
 ec 4.11.2  

$$Z_{n3}=[(DT_{n-1}-m(z_{n1}+z_{n2})]Tan[\theta_c^{mm} - 2(n-1)\beta])/(1+m Tan[\theta_c^{mm} - 2(n-1)\beta])$$
 ec 4.11.3

donde n es un entero positivo.

A partir de las relaciones definidas en las ecuaciones 4.11 se puede concluir que este modelo generalizado se diferencia del modelo propuesto en la sección 2.2.1 porque las  $z_{n2}(z_n pares)$  dependen de los RI (n1 y n2). Para determinar los puntos donde existe intercepto del rayo con alguna interfaz (Taper, Frontera entre el Taper y la fibra DCF, fibra DCF) se debe emplear las relaciones:

$$P_1 = (0, DT_0 + DF)$$
 ec 4.12.1

$$P(4n-2) = [P_{(4n-3)_z} + z_{n1}, DF))$$
 ec 4.12.2  

$$P(4n-1) = [P_{(4n-3)_z} + \frac{1}{2}z_{n2}, 0]$$
 ec 4.12.3

$$P(4n-1) = \begin{bmatrix} P_{(4n-2)_z} + \frac{1}{2} Z_{n2}, 0 \end{bmatrix} \qquad \text{ec } 4.12.3$$

$$P(4n) = \begin{bmatrix} P_{(4n-2)_z} + \frac{1}{2} Z_{n2}, 0 \end{bmatrix}$$

$$P(4n) = [P_{(4n-1)_z} + \frac{1}{2}Z_{n2}, DF] \qquad ec 4.12.4$$

$$P(4n+1) = [P_{(4n)_z} + z_{n3}, DF + DT_n]$$
 ec 4.12.5

A partir de las ecuaciones 4.11 se puede determinar la longitud mínima necesaria L (ver sección 4.2.1) de la zona de fusión que posibilita tener una alta eficiencia de acoplamiento para los casos:

n1=n2, n1<n2 y n1>n2 respectivamente. A pesar de que el acoplamiento para n1>n2 puede ser descrito con este modelo, debido a que el objetivo principal es acoplar la mayor cantidad de potencia posible desde el taper hacia la fibra DC, entonces este caso no será analizado. Debe mencionarse que si durante la fabricación del acoplador se emplea una longitud de fusión menor a L entonces se tendrá un acoplamiento poco eficiente. Por otro lado, para determinar el diámetro de la cintura del taper, de forma análoga al caso anterior(n1=n2) también se utilizó la ecuación 2.8.

#### 4.2.3 Diseño del Taper de Bombeo.

En el diseño de un taper óptimo se debe asegurar que cuando los rayos alcancen la interfaz interna de este no produzcan reflexiones que provoquen su regreso a la fibra multimodo sin estrechar y posteriormente al diodo. Una reflexión de ese tipo podría dañar definitivamente el diodo láser. Para evitar que esto no ocurra, a continuación se presenta un análisis que permite conocer el máximo valor de  $\beta$  que puede emplearse.

A partir de la geometría y el RI del taper de bombeo (ver figura 4.3) se tiene que:

$$\theta_c - 2\beta > 0 \rightarrow \beta < \frac{1}{2}\theta_c$$
 ec 4.13

donde  $\theta_c$  es el ángulo de aceptancia de la fibra especial (205 µm) y  $\beta$  es el ángulo del taper de bombeo. Entonces, aplicando la ley de Snell se tiene que:

$$n_1 \sin \theta_{ic} = n_1 \sin \alpha = n_1 \cos \theta_c$$
 ec 4.14

$$\theta_c = \arccos(\frac{1}{n_1}\sin\theta_{ic})$$
ec 4.15

donde  $\theta_{ic}$  es el ángulo de aceptación del taper de bombeo y  $\alpha$  es el ángulo refracción correspondiente al ángulo  $\theta_{ic}$ . Por lo tanto, al sustituir  $\theta_c$  en la ecuación 4.12 se tiene que:

$$\beta < \frac{1}{2} \arccos(\frac{1}{n_1} \sin \theta_{ic}) \qquad \qquad \text{ec 4.16}$$

Para desarrollar un taper óptimo con la CLIMF(205  $\mu m$ ) se debe conocer que esta fibra tiene un RI de 1.4 a  $\lambda = 1550 nm$ . El ángulo  $\beta$  que satisface la ecuación 4.16 para este caso está dado por:  $\beta < \frac{1}{2} \arccos(\frac{1}{n_1} \sin 45.58^\circ) < 15.07^\circ$ , donde 45.58° es el valor del ángulo crítico  $\theta_{ic}$  en la fibra CLIMF. En la práctica es común usar valores de  $\beta < 1^\circ$ , entonces por conveniencia se escogió  $\beta = 0.44^\circ$ . Con este valor de  $\beta$  se tiene la certeza de que no ocurrirán reflexiones dentro de la interfaz interna del taper que provoquen que las partes reflejadas regresen a la CLIMF sin estrechar y se propaguen hasta al diodo láser.

#### 4.2.3.1 Modo Fundamental y Modo de Mayor Orden. Coeficiente de Fresnel.

Para un acoplador lateral desarrollado con un taper CLIMF y una fibra DC(250  $\mu m$ , n=1.4543 a  $\lambda = 1550nm$ ) se tiene que n1 es considerablemente menor que n2. En el análisis del Coeficiente de Fresnel (frontera entre las fibras) que se muestra a continuación para el modo fundamental (ver figura 4.5 a) y para el modo de mayor orden (ver figura 4.5 b) se toman en cuenta la parte reflejada y la parte refractada en cada punto de la frontera entre las dos fibras.



**Figura 4.5** Acoplamiento en la fibra DC de **a)** Modo Fundamental del taper CLIMF y b) Modo de mayor orden del taper CLIMF.

De la sección 4.22 se conoció que el diámetro teórico de la cintura del taper de bombeo que asegura una alta eficiencia de acoplamiento de potencia desde el taper hacia la fibra DC se puede determinar a partir de la ecuación 2.8. Para este caso particular se obtuvo que el diámetro es 20  $\mu m$ ,

sin embargo, debido a la diferencia tan grande entre las temperaturas de fusión del taper CLIMF y la fibra DC no fue posible fusionarlas satisfactoriamente lo largo de toda la longitud de acoplamiento L. La alternativa para superar esta problemática se muestra esquemáticamente en la figura 4.5 a). A partir de esta figura se puede comprender que el modo fundamental (ver figura 4.5 a) ingresa al taper CLIMF ( $205 \mu m$ ) en el centro de su sección de cruce ( $y = \frac{205 \mu m}{2} = 102.5 \mu m$ ) y contiene la mayor parte de la potencia ( $P_i$ ) lanzada. Además, la cintura del taper tiene un diámetro de 100  $\mu m$  (ligeramente menor que 102.5  $\mu m$ ), lo cual asegura que el modo fundamental alcance la interfaz interna del taper y se refleje hasta cruzar la frontera hacia la fibra DC. En la figura 4.5 a), L denota la distancia a la cual una parte del modo fundamental se refracta en la frontera por primera vez, mientras que la otra parte se refleja en el interior del taper. Previamente, en la sección 4.2.2 se describió el modelo generalizado que permite obtener la longitud L.

Del capítulo 2 se conoció que el Coeficiente de Transmisión de Potencia T es cero para los modos guiados ( $\alpha > \alpha_c$ ) en la fibra óptica uniforme. Sin embargo, al reducir adiabáticamente el diámetro de la fibra los modos guiados experimentan pérdidas durante sus interceptos con la interface interna del taper. En la figura 4.5 a) se muestra que al aplicar el Coeficiente de Frensel para el modo fundamental del taper en la frontera entre las dos fibras se tiene que el 20% de la potencia inicial del rayo  $(P_i)$  se acopló en la fibra DC después de su primer cruce en la frontera(ver punto 1). Debido a que este rayo refractado ingresó en la fibra DC con un ángulo( $\alpha = 75.97^{\circ}$ ) superior al ángulo crítico de la misma  $\left(\alpha_c = \arccos\left[\frac{1.4543}{1.383}\right] = 71.97^\circ\right)$ , se reflejará permanentemente dentro de esta fibra debido a la Reflexión Total Interna. De modo, que no existe la posibilidad de que ninguna porción de este rayo que cruzó hacia la fibra DC pueda regresar al taper de bombeo. En la figura 4.5 a) se muestra que en el punto "1" la parte que no se refracta experimenta sucesivas reflexiones en la cintura del taper y después de 9 cruces sucesivos por la frontera entre ambas fibras el 85% de la potencia inicial del rayo se encuentra acoplada en la fibra DC. En la figura 4.5 a) se muestra que la cintura del taper tiene un diámetro uniforme y por lo tanto el ángulo de incidencia en la frontera siempre será el mismo y los sucesivos cruces ocurrirán en una longitud corta. Por lo tanto, asegurando una longitud de transición superior a L y una longitud de cintura pequeña se asegura que el 85% de la potencia inicial del modo fundamental se acople satisfactoriamente a la fibra DC. Al inicio de este párrafo se mencionó que la mayor parte de la potencia total lanzada en el taper viaja en el modo fundamental y por esta razón el

valor de la potencia total acoplada en la fibra DC estará muy próximo a  $0.85 P_i$  (ver figura 4.5 a). Este resultado se ajusta considerablemente al valor experimental que se muestra en la sección 4.5.

Por otro lado, se tiene que para los modos de mayor orden que ingresan a la fibra DC con ángulos menores a  $\alpha_c = 71.97^{\circ}$  no se cumplirá la Reflexión Total Interna. En la figura 4.5 b) se muestra que el modo de mayor orden cruza la frontera y llega a la interfaz inferior de la fibra DC donde se refleja y viaja hasta alcanzar nuevamente la frontera. En ese punto (ver punto 1), una parte será reflejada dentro la fibra DC y otra parte se transmitirá de regreso hacia el taper. De la figura 4.5 b) se puede entender que después de solamente dos reflexiones sucesivas en la interfaz interna superior del taper el 99.98% de  $P_i$  se logró acoplar en la fibra DC.

Finalmente, se concluye que para una longitud de acoplamiento superior a L se asegura que el 85% de la potencia inicial  $P_i$  del modo fundamental del taper se acoplada en la fibra DC. Para esta longitud L los modos de mayor orden del taper tendrán la mayor parte de sus potencias iniciales acopladas dentro de la fibra DC. Este diseño del taper facilita la fabricación del acoplador lateral, ya que el diámetro de la cintura del taper(100  $\mu$ m) no es tan pequeño como el diámetro teórico(20  $\mu$ m) obtenido a partir de la ecuación 4.8. Consecuentemente, el taper(con baja temperatura de fusión) y la fibra DC(con alta temperatura de fusión) se pueden mantener unidas durante el proceso de fusión, lo cual no fue posible con el diámetro de cintura teórico (20  $\mu$ m).

#### 4.2.3.2 Ventajas del Diseño

Al inicio de la sección 4.2.1 se determinó que para un ángulo de taper  $\beta = 0.44^{\circ}$  se elimina la posibilidad de que existan reflexiones hacia la CLIMF sin estrechar debido a que cualquier  $\beta < 15.07^{\circ}$ , asegura que no existan reflexiones hacia el diodo de bombeo. Por otro lado, debido a que el enrollado de las fibras previo a la fusión se realiza de forma manual el uso de un taper con diámetro de cintura de  $100(\mu m)$  resulta más conveniente que un taper con diámetro de cintura teórico(20  $\mu m$ ).

Además, el diseño del taper presentado en la sección 4.2.3.1(con baja temperatura de fusión) permite que se pueda mantener unido con la fibra DC(con alta temperatura de fusión) durante el proceso de fusión en la zona de acoplamiento. Por lo tanto, se elimina el problema que se presentaba

anteriormente empleando el diámetro teórico del taper(20  $\mu m$ ) donde existían puntos en los cuales las fibras no quedaban fusionadas.

De manera general, se puede decir que el diseño presentado en esta sección facilita considerablemente la fabricación del dispositivo y además permite obtener un acoplador lateral más robusto.

#### 4.3 Longitud de Acoplamiento Mínima.

#### 4.3.1 Acoplador Lateral de Bombeo con n1=n2.

A continuación, se presenta el estudio teórico y los resultados experimentales correspondientes al acoplador lateral que utiliza una fibra de bombeo y una fibra receptora con igual RI. Debe mencionarse que en este caso no se tiene en cuenta el coeficiente de transmisión en la frontera entre ambas fibras debido a los RI de las fibras son iguales. Para fabricar el taper de bombeo se empleó una fibra multimodo (105/125  $\mu$ m, NA=0.22) cuyo ángulo crítico es  $\theta_c^{mm} = 81.28^\circ$  y el ángulo de taper utilizado fue  $\beta = 0.44^\circ$ . Por otro lado, la fibra receptora es una fibra DC (10/125  $\mu$ m, NA=0.45) cuyo ángulo crítico está dado por:  $\theta_c^{DC} = sen^{-1} \left(\frac{1.3799}{1.4515}\right) = 71.93^\circ$ . De la ecuación 4.6, se conoció que solamente serán guiados en la fibra DC los rayos que ingresen a esta con ángulos superiores al  $\theta_c^{mm} - 2n\beta > \theta_c^{DC} = 71.93^\circ$ . En este modelo las  $z_n$  se obtuvieron a partir de las relaciones dadas por las ecuaciones 4.7 que como se demostró en la sección 4.2 describen un caso particular(n1=n2) del modelo generalizado propuesto en las ecuaciones 4.11. La figura 4.6 muestra que para el modo de mayor orden (línea discontinua) la última reflexión N en la zona de transición del taper ocurre en z=13mm, mientras que en z=15mm ocurre la última reflexión dentro del taper (en la cintura). Posteriormente, el modo resulta totalmente confinado en la fibra DC. Por otro lado, en el caso del modo fundamental (línea gruesa) se tiene que la única reflexión se produce en z=7.62mm.



Figura 4.6. Trayectoria de rayos a través del acoplador utilizando un modelo 2D.

A pesar de que la mayor cantidad de potencia está guiada en el modo fundamental, cuando se diseña el taper se debe prestar atención al acoplamiento de los modos de mayor de orden. Como n1=n2, entonces los rayos de mayor orden experimentarán múltiples reflexiones sucesivas en la interfaz interna superior del taper y en la interfaz interna inferior de la fibra DC antes de acoplarse totalmente en esta fibra. Por lo tanto, para diseñar un taper óptimo se necesita que la longitud mínima de la zona de transición sea superior a 15mm para lograr una alta eficiencia de acoplamiento.

Teniendo en cuenta este análisis, se fabricaron tres acopladores laterales con longitudes de transición de taper de 20mm, 30mm y 40mm respectivamente y en los tres casos la cintura tuvo un diámetro de  $10\mu m$ (valor teórico obtenido con la ecuación 4.8) y una longitud de 10mm. Por lo tanto, las longitudes totales de acoplamiento en la zona de fusión entre ambas fibras fueron 30mm, 40mm y 50mm, mientras que las eficiencias de acoplamiento obtenidas experimentalmente fueron 70%, 85% y 92% respectivamente. A pesar de que el acoplamiento obtenido fue satisfactorio, el proceso de fabricación resultó extremadamente complejo debido a la fragilidad del taper(diámetro de cintura teórico obtenido con la ecuación 2.8) que provocaba que este se rompiera fácilmente durante su enrollado sobre la fibra DC. Debe mencionarse que los dispositivos fabricados resultaron frágiles para su manipulación. Además, durante el proceso de fusión en la procesadora de vidrio Vytran serie 3000 se presentó el problema de que la fibra DC y el taper de bombeo no quedaban correctamente fusionados en toda la zona de fusión debido al diámetro tan reducido de la cintura del taper. Finalmente, se debe mencionar que el mayor inconveniente en este proceso de fabricación fue el elevado costo, lo cual se debe a que los filamentos que emplea la procesadora Vytran tienen elevados precios en el mercado. La alternativa para eliminar estas problemáticas se muestra debajo en la sección 4.4.

#### 4.3.2 Acoplador Lateral de Bombeo con n1<n2.

En este caso, para el acoplador lateral se emplea el diseño mostrado en la figura 4.5 a) donde se tiene un taper de CLIMF(205  $\mu m$ , n1=1.4) con una cintura de 100  $\mu m$  y una fibra DC(25/250  $\mu m$ , n2=1.4543). En este caso debido a que n1<n2 se hace necesario incluir el análisis del Coeficiente de Fresnel y la ley de Snell en la frontera entre ambas fibras. Previamente, en la figura 4.4 de la sección 4.2 se mostraron las primeras  $z_n$  y los primeros puntos  $P_{(4n-2)}$  donde el rayo interactúa con alguna interfaz dentro del acoplador lateral. A partir de esa figura, se concluyó que para n1<n2 las  $z_n$  pares se reducen considerablemente con respecto al caso donde n1=n2.

A continuación, en la figura 4.7 a) se muestra una descripción geométrica idealizada basada en el análisis presentado en la figura 4.5. Para trazar las  $z_n$  se empleó el modelo propuesto por las ecuaciones 4.11. Por otro lado, en la figura 4.7 b) se muestra la dependencia del Coeficiente de Transmisión y el Coeficiente de Reflexión con el ángulo de incidencia en la frontera entre el taper CLIMF y la fibra DC. A partir de la figura 4.7b) se puede comprender que para ángulos incidentes cercanos a 90° el valor del Coeficiente de Transmisión es menor que para ángulos incidentes menores.



**Figura 4.7** a) Geometría Idealizada del Acoplador Lateral con el taper CLIMF y la fibra DC(25/250µm) y b) Coeficientes de Transmisión y Reflexión en función del ángulo de incidencia.

En la figura 4.7 a) el rayo descrito por líneas discontinuas representa el rayo de mayor orden que puede guiarse por el taper CLIMF. Previamente, se conoció que este rayo es el que

experimenta la mayor cantidad de rebotes antes de acoplarse totalmente dentro de la fibra DC. A partir de la figura 4.7 a) se puede observar que el coeficiente de transmisión para este modo en el primer cruce en la frontera es  $T_s = 0.96$ . Del análisis de la figura 4.5 b) se conoció que para este acoplador después de dos rebotes consecutivos en la interface interna superior del taper el 99.98% de la potencia inicial del rayo estará acoplada en la fibra DC. Por lo tanto, con muy pocos cruces toda potencia quedará confinada en la fibra DC. Por otro lado, el rayo descrito por la línea continua representa el modo fundamental que viaja paralelo al eje z hasta alcanzar la interfaz interna del taper que provoca que sea perturbado en z=13.4mm y se refracte en z=20.2mm. En la figura 4.7 a) se muestra que para este modo el ángulo incidente en la frontera durante el primer cruce es  $\alpha = 90^\circ - 2(0.44^\circ) = 89.12^\circ$  y el valor del Coeficiente Transmisión correspondiente es  $T_f = 0.2$ . Debido a que el ángulo de incidencia está próximo a 90° la mayor parte de la potencia del rayo se refleja dentro del taper y solamente el 20% de la potencia inicial se acopla a la fibra DC durante este cruce. Previamente, en la figura 4.5 a) se mostró que para este modo después de nueve cruces sucesivos en la cintura del taper el 85% de su potencia inicial queda confinada en la fibra DC.

A partir del análisis realizado, se propuso para este acoplador lateral una longitud de la zona de transición de 20.2mm y una longitud de cintura de 10mm. Los resultados experimentales obtenidos que se muestran en la sección 4.5 corroboran este análisis teórico.

#### 4.3.3 Consideraciones del Acoplamiento con n1=n2 y n1<n2.

El modelo generalizado propuesto en la sección 4.2.2 puede emplearse para describir el acoplamiento de potencia entre el taper de bombeo y la fibra DC para los casos: n1=n2, n1<n2 y n1>n3. A partir de las relaciones dadas por las ecuaciones 4.11 se conoció que en el acoplador lateral donde n1< n2 la diferencia entre sus índices provoca que las  $z_n$  se reduzcan debido a la refracción en la frontera. Por lo tanto, ocurre un corrimiento de las  $z_n$  hacia la izquierda, lo que sugiere que para dos tapers con igual geometría, pero con n1=n2 y n1<n2 respectivamente el acoplamiento de los modos de mayor orden se producirá en una longitud menor en el taper donde n1<n2. A continuación, las figuras 4.8 a) b) y c) muestran tres simulaciones realizadas con la herramienta Photon Design de FIMPROP que describen el acoplamiento de potencia en el acoplador lateral de la sección 4.3.1 donde n1=n2. Por otro lado, las figuras 4.8 d) e) y f) muestran las simulaciones correspondientes al mismo

acoplador para con n1<n2. Para las realizar las simulaciones se empleó una multimodo(105/125  $\mu m$ ) y una fibra DC(10/125 $\mu m$ ).



**Figura 4.8** Perfil 2D(a la izquierda) y perfil 3D(a la derecha) en el acoplador lateral desarrollado con la fibra multimodo( $105/125 \ \mu m$ ) y la fibra DC( $10/125 \ \mu m$ ) con iguales RI en a) z=0.1mm, b)z=7mm, c) z=15mm. Perfil 2D(a la izquierda) y perfil 3D(a la derecha) con diferentes RI en d) z=0.1mm, e)z=7mm y f) z=12mm.

A partir de las simulaciones mostradas en la figura 4.8 se puede constatar que cuando n1<n2 se favorece el acoplamiento de potencia en una zona de fusión con menor longitud, lo cual posibilita diseñar un taper más corto y más robusto. Análogamente, para el acoplador lateral desarrollado con la CLIMF( $205 \mu m$ ) y la fibra DC( $25/250 \mu m$ ) las simulaciones correspondientes al caso donde n1=n2 se muestran en las figuras 4.9 a), b) y c). Por otro lado, las figuras 4.9 d) e) y f) muestran los acoplamientos correspondientes al caso donde n1<n2.





A partir de las figuras 4.8 y 4.9 se puede constatar que cuando n1<n2 es posible emplear un taper de bombeo más corto con un diámetro de cintura mayor al diámetro teórico dado por la ecuación 4.8. La justificación de este hecho se debe a que cuando los rayos que representan los modos de mayor orden cruzan por primera vez hacia la fibra DC la mayor parte de su potencia queda confinada en esta fibra, lo cual se puede comprender fácilmente a partir del Coeficiente de Fresnel (ver figura 4.5 b).

Debido a que el enrollado de las fibras previo a la fusión se realiza forma manual entonces el proceso de fabricación se facilita considerablemente en el acoplador lateral propuesto en la sección 4.3.2. Para el acoplador de la sección 4.3.1 el enrollado manual resulta extremadamente complejo debido a la fragilidad del taper con diámetro de cintura teórico. Por lo tanto, se concluye que el taper propuesto en la sección 4.3.2(CLIMF) facilita la exitosa fusión lateral con la fibra DC. Consecuentemente, se facilita el proceso de fabricación y además se obtiene un dispositivo más robusto.

## 4.4 Metodología de Desarrollo del Acoplador Lateral.

4.4.1 Características de las Fibras Empleadas.

Previamente, en la sección 4.1 se conoció que la fibra DC es ideal para los acopladores laterales de bombeo debido a que su geometría incrementa sus posibilidades para aceptar mayor cantidad de bombeo, lo cual se traduce en una salida láser superior. Por otro lado, en la sección 4.3.3 se mencionaron las ventajas de emplear una CLIMF para la fabricación del taper de bombeo. Esta fibra tiene la característica de ser todo núcleo y por lo tanto, se puede bombear más potencia que con la fibra multimodo tradicional. A partir de lo anterior, para la fabricación del acoplador lateral se utilizaron las siguientes fibras.

- ✓ Fibra DC (25/250µm, NA=0.45, n=1.4543)
- ✓ CLIMF (205µm, NA=0.22, n=1.4)

La considerable diferencia entre los índices de refracción de estas dos fibras provoca que sus temperaturas de fusión sean muy diferentes. Por tal motivo, para lograr fusionarlas sobre toda la longitud de acoplamiento fue necesario desarrollar un programa especial en la LZM-100 que permite controlar diferenciadamente las velocidades de traslación y rotación de los motores, la potencia del láser, entre otros parámetros.

#### 4.4.2 Diseño del Acoplador Lateral

Para comprobar los resultados teóricos expuestos en la sección 4.2, a continuación, en la tabla 4 se muestran los diseños utilizados para desarrollar los acopladores laterales. En todos los casos, el

ángulo del taper fue de  $0.44^{\circ}$  y el diámetro de la cintura fue de 100  $\mu m$ (ver sección 4.2.3.2) con una longitud de 10 mm. Para estudiar la dependencia de la eficiencia del acoplador lateral con la longitud de acoplamiento entre el taper de bombeo y la fibra DC, se emplearon tres diferentes longitudes de la zona de transición del taper.

No. Acoplador	Transición del Taper	Longitud de la zona de fusión	
		Transición	Cintura
1	15 mm	15 mm	10 mm
2	20 mm	20 mm	10 mm
3	30 mm	30 mm	10 mm

Tabla 4. Longitud de acoplamiento para cada acoplador lateral.

A partir de la tabla 4 se puede constatar que las dos primeras longitudes de transición son menores a la longitud teórica necesaria (L=20.2mm) obtenida en la sección 4.3.2. Por lo tanto, solamente el tercer acoplador tiene una longitud de la zona de transición superior a L.

A continuación, en la figura 4.8 se muestra la geometría utilizada para fabricar el acoplador lateral.



Figura 4.8 Acoplador Lateral con la fibra DC 25/250 y el taper CLIMF con cintura de 100  $\mu m$ .

Debe mencionarse que a pesar de que fueron fabricados otros dos dispositivos con longitudes de acoplamiento superiores a las mostradas en la tabla 4 no fue posible la medición experimental de los mismos. Esto se debió a que la temperatura de fusión tan baja del taper CLIMF provocó que durante las mediciones este se rompiera justo en el empalme (a la entrada del dispositivo) con la fibra multimodo proveniente del diodo (mayor temperatura de fusión).
### 4.4.3 Fabricación del Taper de Bombeo.

Para la fabricación de cada taper se empleó la procesadora de vidrio LZM-100 que se muestra en la figura 4.9 a). Por otro lado, en la figura 4.9 b) se muestran los sostenedores (holders) que permiten asegurar la CLIMF para el proceso de adelgazamiento por calentamiento con el láser. Antes de comenzar la fabricación del taper se requiere calibrar la LZM-100, debido a que esa potencia de calibración se debe tener en cuenta para la fabricación.



**Figura 4.9** a) Procesadora LZM-100 y b) holders (250µm) para sostener la CLIMF durante la fabricación el taper.

Para fabricar el taper de bombeo se deben introducir los parámetros de fabricación en el software FPS 1.6 en la computadora, el cual se comunica con la procesadora LZM-100.



Figura 4.10 Programa FPS 1.6 para diseñar el taper.

A continuación, la tabla 5 muestra los parámetros de fabricación de cada uno de los taper y es posible constatar que todos son simétricos. La longitud de acoplamiento total en la zona de fusión está determinada por la longitud de transición del taper más la longitud de su cintura.

No.	Longitud	Cintura del Taper		Calibración LZM = 340 bit	
Acoplador	de la Transición (mm)	Longitud (mm)	Diámetro (µm)	Velocidad (mm/s)	Potencia (w)
1	15	10	100	1	340bit -65bit=275bit
2	20	10	100	1	340bit -65bit=275bit
3	30	10	100	1	340bit -65bit=275bit

**Tabla 5** Parámetros de fabricación del taper de bombeo.

### 4.4.4 Fusión del Taper de bombeo y la fibra DC.

La simetría del taper de bombeo facilitó el enrollado que en este caso se obtuvo con una sola vuelta del taper sobre la fibra DC. Después que las fibras estuvieron correctamente unidas fueron insertadas en el capilar (diámetro interior=1100  $\mu$ m y diámetro exterior=1200  $\mu$ m) que se muestra en la figura 4.11 a), el cual fue previamente limpiado con alcohol etílico y acetona. Posteriormente, el capilar se posicionó en los holders correspondientes a su diámetro (ver figura 4.11 b) y empleando la función especial del software FPS 1.6 se establecieron los parámetros (ver tabla 6) para la fusión lateral en la LZM-100.





**Figura 4.11** a) Holder ( $1200\mu m$ ) para sostener el capilar que contiene el taper CLIMF y la fibra DC unidas y b) Capilar  $1200\mu m$  utilizado para la fabricación.

No	Parámetro	Valor
1	Velocidad de Traslación	1.000 (μm/ms)
	Del Motor Izquierdo	
2	Velocidad de Traslación	0.670 (μm/ms)
	Del Motor Derecho	
3	Velocidad de Rotación	0.450 (μm/ms)
	Del Motor Izquierdo	

4	Velocidad de Rotación	0.450 (µm/ms)
	Del Motor Derecho	
5	Potencia de Láser:	-5 bit
	Calibración(640bit)	

Tabla 6. Parámetros de la fusión lateral.

A partir de la tabla 6 se puede constatar que para mantener unidos el taper CLIMF (con baja temperatura de fusión) y la fibra DC (con alta temperatura de fusión) fue necesario disminuir la velocidad de traslación del motor derecho. Además, la rotación de ambos motores se realizó en el mismo sentido manteniendo iguales sus velocidades de rotación. Finalmente, en la fila 5 de la tabla 6 se muestra la temperatura óptima para la fusión entra ambas fibras.

A continuación, en la figura 4.12 a) se muestra una vista transversal del acoplador, mientras que la figura 4.12 b) muestra una vista lateral del mismo. Por otro lado, en la figura 4.2 c) se muestra la salida del acoplador cuando es bombeado con un diodo láser.



**Figura 4.12** Acoplador Lateral desarrollado con la CLIMF con a) Vista transversal, b) Vista lateral y c) bombeo desde el diodo láser.

## 4.5 Resultados Experimentales.

### 4.5.1 Acoplamiento en la zona de Fusión.

Previamente, en la tabla 4 de la sección 4.3 se mostró la longitud de la zona de fusión para cada acoplador y se pudo constatar que solamente el tercer dispositivo emplea un taper con longitud de transición superior al valor teórico (20.2mm) obtenido en la sección 4.3.2. La tabla 7 muestra los valores de potencia de salida del diodo láser utilizado para las mediciones de los tres acopladores. Luego, las tablas 8, 9 y 10 muestran las potencias de salidas promedio para dos acopladores fabricados empleando tapers con iguales longitud de transición, longitud de cintura y diámetro de cintura respectivamente. Seguidamente, las figuras 4.13, 4.14 y 4.15 muestran los comportamientos de los acopladores laterales desarrollados con diferentes longitudes de transición en el taper.

Corriente(A)	Potencia Medida(W)
1	0.2
2	1.2
3	2
4	3
5	3.9

Tabla 7. Potencia del diodo láser.

Potencia LD(W)	Potencia Salida(W)
0.2	0.02
1.2	0.65
2	1.2
3	1.8
3.9	2.4

 Tabla 8
 Potencia de salida promedio en el acoplador con longitud de transición de 15 mm.

Potencia LD(W)	Potencia Salida(W)
0.2	0.025
1.2	0.7
2	1.3
3	2
3.9	2.7

Potencia LD(W)	Potencia Salida(W)
0.2	0.05
1.2	0.8
2	1.6
3	2.4
3.9	3.2

Tabla 9 Potencia de salida promedio en el acoplador con longitud de transición de 20 mm.

Tabla 10 Potencia de salida promedio en el acoplador con longitud de transición de 30 mm.



Figura 4.13 Potencia de Salida de los acopladores laterales con longitud de transición de 15 mm.



Figura 4.14 Potencia de Salida de los acopladores laterales con longitud de transición de 20 mm.



Figura 4.15 Potencia de Salida de los acopladores laterales con longitud de transición de 30 mm.

A partir de las figuras 4.13, 4,14 y 4.15 es posible observar que la mayor eficiencia promedio de 85.7% se logra empleando una longitud de transición de 30 mm en el taper de bombeo, lo cual es superior al valor teórico (20.2mm) obtenido en la sección 4.3.2.

#### 4.5.2 Eficiencia de Acoplamiento en el Acoplador Lateral.

La eficiencia de acoplamiento del acoplador lateral relaciona la potencia de salida(acoplada) con la potencia de entrada, de modo que se puede conocer si el acoplamiento es eficiente o no. A continuación se analizan las diferentes eficiencias de acoplamiento de cada uno de los dispositivos fabricados. Esta eficiencia se define como:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}, \qquad \text{ec 4.16}$$

donde  $P_{in}$ , es la potencia de entrada del diodo láser y  $P_{out}$  es la potencia de salida de la fibra *DC*. A continuación, la gráfica de la figura 4.16 muestra las eficiencias de acoplamiento promedio en función de la potencia del diodo.



Figura 4.17 Eficiencia promedio en función de la potencia del diodo láser.



Figura 4.18 Eficiencia del acoplador lateral para cada longitud de acoplamiento.

A partir de las gráficas de las figuras 4.15 y 4.18 se puede corroborar que empleando la transición de 30mm en el taper de bombeo se obtiene una eficiencia de acoplamiento promedio del 85.7%. Este resultado se ajusta al valor teórico (85%) obtenido en la sección 4.3.2. Debe tenerse en cuenta que este valor teórico representa la potencia del modo fundamental (contiene casi la totalidad de la potencia inicial) que se acopla a la fibra DC empleando una longitud de transición superior a 20.2mm y una cintura de 10mm. La pequeña diferencia entre el valor experimental (85.7%) y el valor obtenido en la sección 4.3.2 (85%) está dada porque en esta longitud muchos de los modos de mayor (contienen una parte muy pequeña de la potencia inicial total) ya se acoplaron a la fibra DC.

Anteriormente, en la 4.4.2 se mencionó que otros dos dispositivos con longitudes de acoplamiento superiores a las mostradas en la tabla 4 fueron desarrollados, sin embargo, no fue posible la medición experimental de los mismos debido a que se dañaron durante su manipulación para la medición. No obstante, con los resultados obtenidos en esta sección se puede establecer una comparación con el acoplador presentado en la sección 4.2.3.1 (n1=n2 y diámetro teórico propuesto en la ecuación 2.8).

### 4.5.3 Comparación de Eficiencias de Acoplamiento (n1=n2 y para n1<n2)

Al inicio de esta sección se mencionó que a pesar de que dos dispositivos con mayor longitud de la zona de fusión fueron desarrollados, estos no pudieron ser medidos satisfactoriamente. No

obstante, a partir de los resultados de las mediciones experimentales mostradas en esta sección se puede establecer una comparación con los resultados experimentales obtenidos con el acoplador lateral propuesto en la sección 4.3.1(n1=n2 y diámetro teórico propuesto en la ecuación 2.8).

Para el acoplador lateral desarrollado con el diseño propuesto en la sección 4.3.1 se obtuvo una eficiencia de acoplamiento del 85% empleando un taper de bombeo con longitud de transición en el taper de bombeo de 30mm y un diámetro de cintura teórico. Por otro lado, para el acoplador lateral fabricado con el taper CLIMF con longitud de transición de 30mm y un diámetro de cintura 5 veces mayor al diámetro teórico se obtuvo una eficiencia de acoplamiento promedio de 85.7%.

A pesar de que las eficiencias obtenidas con los diferentes acopladores son casi idénticas, el proceso de fabricación del acoplador con 85.7% resulta menos complejo. Esto se debe a que la considerable diferencia entre los índices del taper CLIMF y la fibra DC posibilita emplear un taper con diámetro 5 veces superior( $100\mu m$ ) al diámetro teórico ( $20 \mu m$ ) obtenido a partir de la ecuación 2.8. Por lo tanto, el diseño del acoplador lateral presentado la sección 4.3.2 resulta más óptimo para la fabricación del dispositivo.

## Bibliografía del Capítulo 4

[1] C. A. Schäfer, H. Uehara, D. Konishi, S. Hattori, H. Matsukuma, M. Murakami, S. Shimizu, and S. Tokita, "Fluoride-fiber-based side-pump coupler for high-power fiber lasers at 2.8 µm," Opt. Lett. 43, 2340-2343 (2018).

[2] Yanran Gu, Chengmin Lei, Jun Liu, Ruixian Li, Le Liu, Hu Xiao, Zilun Chen, "Side-pumping combiner for high-power fiber laser based on tandem pumping," Opt. Eng. 56(11) 116109 (14 November 2017).

[3] Q. Tan, T. Ge, X. Zhang and Z. Wang, "Cascaded combiners for a high power CW fiber laser", IOPscience, Laser Physics, 26.2 (2015): 025102.

[4] Chengmin Lei, Zilun Chen, Jinyong Leng, Yanran Gu, and Jing Hou, "The Influence of Fused Depth on the Side-Pumping Combiner for All-Fiber Lasers and Amplifiers," J. Lightwave Technol. 35, 1922-1928 (2017).

[5] T. Theeg, H. Sayinc, J. Neumann, L. Overmeyer, D. Kracht , "Side Pumping Scheme for All-Fiber Counter-Pumping of High Power Single-Frequency Fiber Amplifiers", IEEE, Laser Zentrum Hannover, Germany, 2013.

[6] R. Paschotta, "High-power Fiber Amplifiers with Double-clad Fibers". RP Photonics. RP Photonics Consulting GmbH. https://www.rp-photonics.com/tutorial\_fiber\_amplifiers6.html

[7] Starodoumov, A. OPTICAL FIBER COUPLING ARRANGEMENT. United States Patent Application Publication, US, no. 20040196537 A1, (2004).

[8] V. P. Gapontsev, I. Samartsev," COUPLING ARRANGEMENT BETWEEN A MULTLMODE LIGHT SOURCE AND AN OPTICAL FIBER THROUGH AN INTERMEDIATE OPTICAL FIBER LENGTH", United States Patent, 5,999,673, 1999

[9] E. Snitzer, H. Po, F. Hakimi, R. Tumminelli, and B. C. McCollum, "Double-clad, offset core Nd fiber laser," presented at the Opt. Fiber Commun. Conf., New Orleans, LA, 1988, Paper PD5.

[10] H. Po, E. Snitzer, R. Tuminelli, L. Zenteno, F. Hakimi, N. M. Cho, and T. Haw, "Double clad high brightness Nd fiber laser pumped by GaAlAs phased array," presented at the Opt. Fiber Commun. Conf., Houston, TX, 1989, Paper PD7.

[11] M. N. Zervas and C. A. Codemard, "High Power Fiber Lasers: A Review," IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, vol. 20, no. 5, September/October, 2014.

[12] D. J. DiGiovanni and A. J. Stentz, "Tapered fiber bundles for coupling light into and out of cladding-pumped fiber devices," U.S. Patent 5 864 644 1999.

[13] A. Kosterin, V. Temyanko, M. Fallahi, and M. Mansuripur, "Tapered fiber bundles for combining high-power diode lasers," Appl. Opt., vol.43, pp. 3893-2900, 2004.

[14] D. J. Richardson, J. Nilsson and W. A. Clarkson, "High power fiber laser: current status and future perspectives", Opt. Soc. Am, vol. 27, no. 11, 2010.

## Discusión de Resultados.

En el capítulo 1 de esta tesis se estableció una comparación entre los Coeficientes de Transmisión de la CLIMF (Bajo RI) y de una fibra multimodo estándar. Como resultado se obtuvo que el coeficiente para el caso de la CLIMF es 0.99, mientras que para la multimodo estándar el coeficiente tiene un valor de 0.97. Consecuentemente, se estableció que la CLIMF se muestra más atractiva para explotar las potencialidades de la fuga de modos en dispositivos como sensores SMS y acopladores laterales de bombeo. Por otro lado, en el capítulo 1 también quedó bien establecido que reduciendo el diámetro de la fibra se favorece el efecto de la fuga de modos y, por lo tanto, se concluyó que empleando una CLIMF reducida en diámetro se puede explotar de forma más eficiente el efecto de fuga de modos en los dispositivos de interés.

En el capítulo 3 se estableció una comparación entre los espectros de transmisión de un sensor SMS desarrollado con fibra multimodo estándar y otro fabricado con la CLIMF. A partir de esa comparación se concluyó que la sensibilidad del segundo sensor a los cambios externos en un bajo rango de RI (interés biológico) es considerablemente superior. Por lo tanto, se realizó un estudio para analizar la dependencia que tiene el rango de respuesta a variaciones en el índice exterior de este sensor SMS con el diámetro y la longitud de la CLIMF. Para desarrollar el estudio se analizó por separado la respuesta de los dispositivos cuando varía el diámetro y cuando cambia la longitud de la sección multimodal. Primeramente, para conocer cómo varía el rango de detección con el diámetro de la CLIMF, cinco estructuras SMS con diámetros de CLIMF de: 120µm, 100 µm, 80 µm, 60 µm, 40 µm y con la longitud de re-imagen (L<sub>reim</sub>) fueron desarrolladas e inmersas en los RIs: 1.32, 1.34, 1.36, 1.39 y 1.42. Se obtuvo que la mayor sensibilidad a los cambios en el índice de refracción externo corresponde al diámetro de 80 µm con la longitud L<sub>reim</sub> (2.31cm). Luego, para conocer la dependencia del rango de respuesta con la longitud de la CLIMF en el diámetro con mayor eficiencia (80 µm) se incrementó la longitud L<sub>reim</sub> (2.31cm) a 2L<sub>reim</sub> (4,62 cm). Ese incremento provocó que el rango inicial (1.32 a 1.39) se expandiera obteniendo un rango ampliado que va desde 1.32 a 1.42. Particularmente, el rango de 1.39 a 1.42 la sensibilidad aumentó a 1022 nm/RIU. Por lo tanto, se demostró que controlando el diámetro y la longitud de la CLIMF es posible ajustar eficientemente el rango de respuesta a variaciones en bajos índices de refracción.

Por otro lado, en el capítulo 4, se estableció una comparación entre un acoplador lateral de bombeo desarrollado con la CLIMF y otro desarrollado con una fibra multimodo estándar. A partir de

ese análisis se corroboró que la CLIMF favorece considerablemente el efecto de la fuga de modos con respecto a la fibra multimodo estándar, lo cual se traduce en un dispositivo más eficiente. A pesar de que las eficiencias obtenidas empleando la misma longitud de transición de taper (30mm) en ambos acopladores son muy similares (85% y 85.7%), la fabricación resultó mucho más sencilla en el segundo caso. Esto se justifica con que la considerable diferencia entre los índices de refracción del taper CLIMF y la fibra DC permite emplear un taper con diámetro 5 veces superior al diámetro teórico propuesto en la ecuación 2.8. Por tal razón, el proceso de enrollado de las dos fibras previo a la fusión se facilita considerablemente, se elimina el problema de mantener las fibras unidas durante la fusión y se obtiene un acoplar lateral más robusto. Por otro lado, la metodología de fabricación propuesta en la sección 4.4 para el acoplador lateral desarrollado con la CLIMF representa una ventaja considerable en cuanto al costo de fabricación. Previamente, en la sección 4.3.1 se conoció que el acoplador lateral con n1=n2 se fabricó utilizando una procesadora de vidrio Vytran, de modo que el costo de fabricación fue muy alto debido a que los filamentos que emplea esta procesadora tienen un elevado precio en el mercado. En cambio, en la metodología presentada en la sección 4.4 se emplea una procesadora de vidrio LZM-100 con un láser de CO<sub>2</sub> como fuente de calentamiento y por lo tanto el costo de fabricación se redujo considerablemente. En esta metodología se emplea la función especial del programa FPS1.6 que posibilita controlar de manera eficiente los parámetros de fabricación para que las fibras puedan fusionarse correctamente sobre toda la longitud de acoplamiento.

Finalmente, se concluye que utilizando el diseño de taper y la metodología propuestos para el acoplador lateral desarrollado con la CLIMF se facilita considerablemente el proceso de fabricación y se reduce el costo de fabricación de los dispositivos. Sin embargo, aún debe resolverse el problema del empaquetado, pues este proceso resulta crítico debido a la fragilidad de la zona de fusión del dispositivo final, de modo que se requiere una optimización que asegure la total protección del acoplador.

# Conclusiones

En esta tesis se demostró que la fibra especial de bajo índice (CLIMF) facilita considerablemente el aprovechamiento de la fuga de modos en dispositivos de fibra óptica. Se determinó que el Coeficiente de Transmisión de esta fibra es mayor que el de una fibra multimodo estándar y por esa razón el efecto de la fuga de modos es más fuerte. Para estudiar las potencialidades de esta fibra en cuanto a fuga de modos se comparó un sensor basado en la estructura monomodo-multimodomonomodo(SMS) fabricado con la CLIMF con otro SMS desarrollado con una fibra multimodo estándar. A partir de esa comparación se determinó que el sensor desarrollado con la CLIMF resulta ser más eficiente para detectar variaciones en un bajo rango de RI (interés biológico 1.32 a 1.43). Posteriormente, para optimizar el sensor SMS fabricado con la CLIMF se duplicó la L<sub>reim</sub> para el diámetro de 80  $\mu m$ , a partir de lo cual se alcanzó una sensibilidad máxima de 1022 nm/RIU.

Por otro lado, se comparó el acoplador lateral fabricado con la CLIFM con el acoplador desarrollado con la fibra multimodo estándar. A partir de esta comparación se concluyó que a pesar de que las eficiencias obtenidas utilizando la misma longitud de acoplamiento (40mm) son muy similares (85.7% y 85%), la fabricación del acoplador con la CLIMF es mucho más sencilla. Esto se debe a que la considerable diferencia entre los índices del taper CLIMF y la fibra DC posibilita emplear un taper con diámetro 5 veces superior al diámetro determinado con la ecuación teórica extraída de la bibliografía. Consecuentemente, se facilita el proceso de enrollado de las fibras previo a la fusión, se elimina el problema de mantener las fibras unidas durante la fusión y además se obtiene un dispositivo final más robusto. Debe resaltarse que la metodología propuesta para la fabricación del acoplador lateral resulta óptima en términos del costo de fabricación y además posibilita la total repetitividad del dispositivo. Finalmente, se concluye que utilizando la CLIMF y siguiendo la metodología propuesta en esta tesis es posible obtener acopladores laterales de bombeo con altas eficiencias de acoplamiento para láseres de fibra de alta potencia.

## Trabajo Futuro

Debido a que en este trabajo se diseñó una metodología eficiente de fabricación para los acopladores, entonces como trabajo futuro se plantea el desarrollo de un modelo 3D que permita describir mejor el acoplamiento de potencia desde el taper de bombeo hacia la fibra receptora. En este modelo 3D se asumirá que la evolución de la potencia total de un modo puede ser analizada empleando N>>1 líneas directrices, de modo que en lugar de hacer evolucionar cada modo en z se estudiará el comportamiento de estas líneas directrices dentro del Taper de Bombeo. Siguiendo la evolución dentro del taper será posible determinar la cantidad de líneas directrices que alcanzan la interfaz entre el taper de bombeo y la fibra receptora en cada región  $\Delta$ zn, de modo que se puede obtener la fracción de la potencia  $P_T$  inicial que se acopla en cada  $\Delta$ zn. Esto posibilita identificar la región de la zona de fusión donde ocurre el mayor acoplamiento y por lo tanto será posible diseñar un taper de bombeo más eficiente. Sin embargo, la cantidad de N puntos aleatorios que se debe emplear

es muy alta y se requieren recursos computacionales muy potentes que actualmente no están disponibles. Por lo tanto, el desarrollo del modelo 3D se plantea como un trabajo futuro necesario debido a que permitirá describir de forma más eficiente el proceso de acoplamiento en el interior del dispositivo.

## Anexos

# **Apéndice A**

#### Campos Evanescentes.

Del capítulo 2 se conoció que un rayo guiado no experimenta pérdidas debido a que  $\theta_z < \theta_c$ , donde  $\theta_z$  es el ángulo formado entre la dirección del rayo y el eje z y  $\theta_c$  es el complemento del ángulo crítico. Por lo tanto, el rayo será reflejado totalmente dentro del núcleo y en el revestimiento los campos serán evanescentes. A pesar de que los campos de la onda incidente y reflejada tienen iguales potencias y ángulos  $\theta_z$ , se tiene que cuando ocurre la reflexión en la interface se produce un cambio de fase. Para entender este cambio de fase se debe tener en cuenta que cuando  $n_1 \cong n_2$ , se suele despreciar la polarización en las expresiones clásicas. Sin los efectos de polarización los campos son soluciones de la ecuación de onda, de modo que no se emplean las ecuaciones de Maxwell. Asumiendo que el campo eléctrico está en la dirección "y" paralelo a la interface, se tiene que:

$$E_{v} = \Psi(x)e^{(i\beta z)}; \quad \beta = kn_{co}\cos\theta_{z}$$
 1

donde  $\beta$  es la componente z del vector de onda incidente y se tiene dependencia temporal de la forma  $e^{(-i\omega t)}$ . Además,  $\Psi(x)$  satisface la ecuación de onda escalar.

$$\left\{\frac{d^2}{dx^2} + k^2 n^2(x) - \beta^2\right\} \Psi = 0$$
 2

donde  $n(x) = n_1$  para x < 0 y  $n(x) = n_2$  para x > 0. El término  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  es el vector de onda y  $\lambda$  es la longitud del espacio libre. A continuación, en las ecuaciones 3 a) y 3 b) se muestran las soluciones correspondientes a los campos incidente y reflejado en el núcleo(x<0), las cuales fueron denotadas por *i* y r respectivamente. Por otro lado, en el revestimiento(x>0) se tiene que los campos son evanescentes y en la ecuación 3 c) la solución correspondiente se denota por *e*.

$$\Psi^{i} = Ae^{(ikn_{1}x \operatorname{sen} \theta_{z})}; \qquad \qquad 3 a$$

$$\Psi^r = Be^{(-ikn_1 x \operatorname{sen} \theta_z)}; \qquad \qquad 3 \mathrm{b}$$

у

$$\Psi^e = Ce^{(-\Omega k n_1 x)}; \qquad \Omega = (sen^2\theta_c - sen^2\theta_z)^{\frac{1}{2}} \qquad 3 c$$

En estas ecuaciones A, B y C son constantes y para determinar B y C se debe tener en cuenta que todas las soluciones de la ecuación de onda y sus primeras derivadas son continuas en la interface. Luego,  $\Psi^i + \Psi^r$  y  $\Psi^e$ , así como sus x-derivadas son continuas en x=0 y por tanto:

$$\Psi^{i}|_{x=0} + \Psi^{r}|_{x=0} = \Psi^{e}|_{x=0}$$
 4 a

y

$$\frac{d\Psi^{i}}{dx}|_{x=0} + \frac{d\Psi^{r}}{dx}|_{x=0} = \frac{d\Psi^{e}}{dx}|_{x=0}$$
4 b

A partir de 4 a) se tiene que:

$$Ae^{i(0)} + Be^{i(0)} = Ce^{i(0)} \Rightarrow A + B = C$$
 4 c

Por otro lado, a partir de 4 b) se tiene que:

$$iAkn_1sen \theta_z e^0 + iBkn_1sen \theta_z e^0 = -Ckn_1\Omega e^0$$
 4 d

$$iAsen \theta_z + iBsen \theta_z = -C\Omega$$
 4 e

y teniendo en cuenta que C=A+B,

$$iAsen \theta_z + iBsen \theta_z = (A+B)\Omega$$
 4 f

$$A[isen \,\theta_z + \Omega] = B[isen \,\theta_z - \Omega]$$
4 g

y por lo tanto:

$$\frac{B}{A} = \frac{i sen \ \theta_z + \Omega}{i sen \ \theta_z + \Omega} \frac{(-i)}{(-i)} = \frac{sen \ \theta_z - i\Omega}{sen \ \theta_z + i\Omega}$$
4 h

Finalmente, para determinar  $\frac{c}{A}$  se tiene en cuenta una vez más que C=A+B, de modo que:

$$\frac{C}{A} = 1 + \frac{B}{A} = 1 + \frac{\operatorname{sen} \theta_z - i\Omega}{\operatorname{sen} \theta_z + i\Omega} = \frac{2\operatorname{sen} \theta_z}{\operatorname{sen} \theta_z + i\Omega}$$
 4 i

Previamente, mencionó que en la interface entre los campos incidentes y reflejado se produce un cambio de fase. En x=0,  $B = Ae^{(i\phi)}$ , donde:

$$\phi = -2 \tan^{-1} \left\{ \frac{(sen^2\theta_c - sen^2\theta_z)^{\frac{1}{2}}}{sen \theta_z} \right\} \simeq -2 \tan^{-1} \left\{ \frac{\theta_c^2}{\theta_z^2} - 1 \right\}^{\frac{1}{2}}$$
 5

debido a que  $0 \le \theta_z \le \theta_c \ll 1$ . Del capítulo 2 de esta tesis se conoció que el Coeficiente de Transmisión para un rayo guiado es cero debido a que no existen pérdidas por reflexión.

# **Apéndice B**

#### Coeficiente de Transmisión de Potencia para el Rayo Refractado.

Para determinar el Coeficiente de Transmisión para el rayo refractado se toma en cuenta que las soluciones dadas en 3 a) y 3 b) para las ondas incidente y reflejada en el núcleo(x<0) de la fibra son las mismas. Sin embargo, en este caso el rayo experimenta pérdidas debido a que  $\theta_z > \theta_c$  y por lo tanto en el revestimiento(x>0) se tiene que la solución de la ecuación de onda escalar tiene la forma:

$$\Psi^{t} = Ce^{(ikn_{2} x \operatorname{sen} \theta_{t})}; \qquad n_{2} \cos\theta_{t} = n_{1}\theta_{z} \qquad 6$$

donde C es constante. Análogamente, al análisis realizado para el campo evanescente en la sección anterior para determinar B y C se tiene en cuenta q las soluciones de la ecuación de onda escalar y sus primeras derivadas son siempre continuas. De modo que,  $\Psi^i + \Psi^r$  y  $\Psi^t$  y sus correspondientes x-derivadas son continuas en x=0, por tanto, de forma análoga al análisis para el campo evanescente se tiene que:

$$\frac{B}{A} = \frac{n_1 \operatorname{sen} \theta_z - n_2 \operatorname{sen} \theta_t}{n_1 \operatorname{sen} \theta_z + n_2 \operatorname{sen} \theta_t}$$
 7 a

$$\frac{c}{A} = \frac{2n_1 sen \theta_z}{n_1 sen \theta_z + n_2 sen \theta_t}$$
 7 b

lo cual se cumple para  $\theta_c \le \theta_z \le \frac{\pi}{2}$ . Del capítulo 2 de esta tesis se conoció que el Coeficiente de Transmisión para un rayo fugado está determinado por:

$$T = 1 - \frac{\text{potencia reflejada}}{\text{potencia incidente}}$$
8

Las soluciones de la ecuación de onda escalar para los rayos incidente y reflejado dadas por las ecuaciones 3 a) y 3 b) son complejas y por lo tanto sus densidades de potencia varían como:

$$\Psi^{i}\Psi^{i} = |\Psi^{i}|^{2} = |Ae^{(ikn_{1}x \, sen \, \theta_{z})}|^{2} = A^{2}$$
9 a

$$\Psi^{r} \overline{\Psi^{r}} = |\Psi^{r}|^{2} = |Be^{(-ikn_{1} x \sin \theta_{z})}|^{2} = B^{2}$$
9 a
9 b

y empleando las ecuaciones 7 y 9 se obtiene que  $T = 1 - |\frac{B}{A}|^2$  para  $T = \theta_c \le \theta_z \le \frac{\pi}{2}$ , que lleva al Coeficiente de Fresnel.

$$T = \frac{4n_1n_2 \operatorname{sen} \theta_z \operatorname{sen} \theta_t}{(n_1 \operatorname{sen} \theta_z + n_2 \operatorname{sen} \theta_t)^2} = \frac{4\operatorname{sen} \theta_z (\operatorname{sen}^2 \theta_z - \operatorname{sen}^2 \theta_c)^{\frac{1}{2}}}{(\operatorname{sen} \theta_z + \{\operatorname{sen}^2 \theta_z - \operatorname{sen}^2 \theta_c\}^{\frac{1}{2}})^2}$$
10

La generalización para interface cilíndrica requiere solamente un cambio en los ángulos que definen a T. De modo que, si en el núcleo de la Step-Index se ignora la polarización y se tienen en cuenta el ángulo incidente y transmitido entonces:

$$T = \frac{4n_1n_2\cos\alpha_i\cos\alpha_t}{(n_1\cos\alpha_i + n_2\cos\alpha_t)^2} \qquad n_1 sen \ \alpha_i = n_2 sen \ \alpha_t \qquad 11$$

donde  $\alpha_i$  y  $\cos \alpha_t$  son los ángulos incidentes y transmitido respectivamente.

# **Apéndice C**

#### Coeficiente de Transmisión de Potencia para el Rayo Tunelado.

Los campos eléctricos **E** y magnético **H** de una onda plana infinita en un medio uniforme de índice de refracción n está dado por:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{\mathbf{0}} e^{(in\,\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})}; \qquad \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H} e^{(in\,\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})} \qquad 12$$

donde  $\mathbf{k} = k\hat{\mathbf{k}}$  es el vector de onda en la dirección de propagación y  $\hat{\mathbf{k}}$  es el vector unitario paralelo a la dirección de propagación. El vector de onda está determinado por  $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda}$  donde  $\lambda$  es la longitud de onda del vacío. Los vectores  $\mathbf{E}_0$  y  $\mathbf{H}_0$  son ortogonales entre ellos y además cada uno es ortogonal a  $\hat{\mathbf{k}}$ , de modo que están relacionados de la siguiente forma:

$$\mathbf{H}_{\mathbf{0}} = n \left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\right)^{\frac{1}{2}} \mathbf{\hat{k}} \times \mathbf{E}_{\mathbf{0}}$$
 13

donde  $\varepsilon_0$  y  $\mu_0$  son la permitividad y la permeabilidad del medio. Para conocer la intensidad o densidad de potencia **S** se utiliza el vector de Poynting.

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} Re\{\mathbf{E}(r) \times \mathbf{H}^*(r)\} = \frac{n}{2} \left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\right)^{\frac{1}{2}} |\mathbf{E}_0|^2 \hat{\mathbf{k}}$$
 14

Los rayos transportan la energía de la luz en la dirección del vector de onda y la potencia se conserva dentro de un tubo de rayo (rayos paralelos con sección de cruce diferencial dA). En cada rayo o tubo de rayo hay una acumulación de fase de la forma:

$$n \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = n k \hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{r} = \frac{2\pi n}{\lambda} L_p = \frac{2\pi}{\lambda} L_0$$
 15

donde  $L_p$  y  $L_0$  son las longitudes de los paquetes geométrico y óptico respectivamente. Sin embargo, cuando el índice de refracción del medio varía lentamente sobre una distancia igual a la longitud de onda de la luz la fase acumulada en el rayo se convierte en la integral.

$$\int_{p} n \mathbf{k} \cdot d\mathbf{r} = \int_{p} n k \, \hat{\mathbf{k}} \cdot d\mathbf{r}$$

$$= \int_{p} n \frac{2\pi}{\lambda} \, \hat{\mathbf{k}} \cdot d\mathbf{r}$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} \int_{p} n \, ds$$
16

donde s es la distancia sobre el camino del rayo p, el cual ahora es curvado debido a que el medio varía. En este caso,  $E_0$  y  $H_0$  son funciones que lentamente con respecto a la posición y por lo tanto los campos dados en las ecuaciones 1 a y 1 b son localmente planos y tomando en cuenta la ecuación 16 se obtiene:

La tangente a *p* da la dirección del vector de onda local **k** y el flujo de potencia, y por tanto la variación espacial del vector unitario  $\mathbf{k}(r)$ . La generalización de 1 b) está dada por:

$$\mathbf{H}_{\mathbf{0}}(\mathbf{r}) = n(\mathbf{r}) \left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\right)^{\frac{1}{2}} \mathbf{\hat{k}}(r) \times \mathbf{E}_{\mathbf{0}}(\mathbf{r})$$
18

Asumiendo un tubo de rayos curvados se tiene que el flujo de potencia dentro del tubo se conserva, o sea  $S(\mathbf{r}) \cdot \hat{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) dA(\mathbf{r})$  es constante a lo largo del tubo, donde  $S(\mathbf{r})$  es el vector de Poynting de la ecuación 14 con n,  $\mathbf{E_0}$  y  $\hat{\mathbf{k}}$  reemplazados por  $n(\mathbf{r})$ ,  $\mathbf{E_0}(\mathbf{r})$  y  $\hat{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$  respectivamente. El término  $dA(\mathbf{r})$ , es el diferencial de área y  $n(\mathbf{r})|\mathbf{E_0}(\mathbf{r})|^2 dA(\mathbf{r})$  es constante sobre el tubo. Si  $\mathbf{r_0}$  denota una posición fija sobre el tubo la dependencia espacial del campo eléctrico de una onda plana local que se propaga en un medio variable se determina como sigue:

$$n(\mathbf{r_0})|\mathbf{E_0}(\mathbf{r_0})|^2 dA(\mathbf{r_0}) = n(\mathbf{r})|\mathbf{E_0}(\mathbf{r})|^2 dA(\mathbf{r})$$
19

$$\Rightarrow \mathbf{E_0}^2(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{n}(\mathbf{r}_0)|\mathbf{E_0}(\mathbf{r}_0)|^2 dA(\mathbf{r}_0)}{\mathbf{n}(\mathbf{r}) dA(\mathbf{r})}$$
$$\Rightarrow \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E_0}(\mathbf{r}_0) \{\frac{\mathbf{n}(\mathbf{r}_0) dA(\mathbf{r}_0)}{\mathbf{n}(\mathbf{r}) dA(\mathbf{r})}\}^{\frac{1}{2}} e^{\left\{i \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} n \, \mathbf{k} \cdot d\mathbf{r}\right\}}$$

donde **r** es cualquier posición del camino del rayo. El campo magnético puede ser obtenido reemplazando  $E_0(r_0)$  por  $H_0(r_0)$ . Además,  $H_0(r_0)$  se expresa en términos de  $E_0(r_0)$  mediante la ecuación 18.

Para encontrar las soluciones de la ecuación de onda escalar para los campos incidente, reflejado, transmitido y evanescente se tiene en cuenta que en las regiones  $x < x_{tp} y x > x_{rad}$  de un medio con índice de refracción n(x) la tangente del rayo(ver figura 1) forma un ángulo  $\theta_z(x)$  con la dirección z. Además, la constante de propagación  $\beta$  es la componente del vector de onda local  $\mathbf{k}(x)$  en la dirección z. Si la componente en la dirección x se denota por  $k_x(x)$ , entonces:

$$\mathbf{k}(\mathbf{x}) = [k_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}), \beta] = [kn(x)sen\theta_{\mathbf{z}}(x), kn(x)cos\theta_{\mathbf{z}}(x)]$$
20



**Figura 1.** Rayo tunelado en la fibra Step-Index que tiene una parte reflejada en el punto cáustico  $x_{tp}$  y una parte transmitida en el punto de radiación caústico  $x_{rad}$ . La líneas continuas cruzadas en la región del revestimiento denotan el área donde los campos son evanescentes.

El tubo de rayos en la figura 1 está acotado por rayos idénticos desplazados una distancia  $\delta z$  paralela al eje z y por lo tanto tiene un ancho  $\delta l(x) = \delta z \, sen \theta_z(x)$ . Si en la ecuación 19 se reemplaza  $n(\mathbf{r})dA(\mathbf{r})$  por  $n(x)\delta l(x)$  y se establece d $\mathbf{r} = (dx, dz)$ , entonces a partir de la ecuación 20 se obtiene que las soluciones para ondas planas locales de la ecuación de onda escalar está dada por:

$$\frac{1}{\{n(x)sen\theta_{z}(x)\}^{\frac{1}{2}}}\exp\{\pm i\int^{x}k\,n(x)\,sen\theta_{z}(x)dx\}\,\exp\{i\beta z\}$$
21

donde los signos + y – denotan las direcciones positivas y negativas de propagación. Si se desprecia la dependencia en z y se sustituye  $\theta_z(x)$  por  $\beta$  en la ecuación 20 se obtiene que las soluciones de la ecuación de onda escalar tienen la forma:

$$\Psi(x) = \frac{1}{\{k^2 n^2(x) - \beta^2\}^{\frac{1}{4}}} \exp\{\pm i \int^x \{k^2 n^2(x) - \beta^2\}^{\frac{1}{2}} dx\}$$
22

donde los términos dentro de la integral y fuera de esta cuentan para la conservación de potencia y la acumulación de fase. Específicamente, en la región donde  $kn(x) - \beta \gg 1$  las soluciones son de tipo oscilatorias. Por otro lado, en la región donde  $\beta - kn(x) \gg 1$  las soluciones son de tipo evanescentes y están dadas por:

$$\Psi(x) = \frac{1}{\{\beta^2 - k^2 n^2(x)\}^{\frac{1}{4}}} \exp\{-\int^x \{\beta^2 - k^2 n^2(x)\}^{\frac{1}{2}} dx\}$$
23

A partir de 20 y de 22 se obtienen las soluciones de la ecuación de onda escalar para los campos incidente, reflejado y transmitido. Estos están determinados por:

$$\Psi^{i} = \frac{A}{\{k_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})\}^{\frac{1}{2}}} \exp\{-i \int_{x}^{x_{tp}} k_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}\};$$
24 a

$$\Psi^{r} = \frac{B}{\{k_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})\}^{\frac{1}{2}}} \exp\{i \int_{x}^{x_{tp}} k_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}\}$$
 24 b

en la región  $x < x_{tp}$  y en la región  $x > x_{rad}$  se tiene:

$$\Psi^{t} = \frac{c}{\{k_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})\}^{\frac{1}{2}}} \exp\left\{i \int_{x_{rad}}^{x} k_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}\right\}$$
 24 c

Por otro lado, en la región  $x_{tp} < x < x_{rad}$  los campos son evanescentes y decrecen exponencialmente a medida que x se incrementa. Empleando la ecuación 23 se obtiene:

$$\Psi^{e} = \frac{F}{|k_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})|^{\frac{1}{2}}} \exp\left\{-\int_{x_{tp}}^{x} |k_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})| d\mathbf{x}\right\}$$
25

donde  $k_x(x)$  es imaginario puro y fueron empleadas la fórmulas de conexión[1] para obtener F.

$$B = A \exp\left(-i\frac{\pi}{2}\right); \qquad F = A; \qquad C = F \exp\left\{-\int_{x_{tp}}^{x_{rad}} |k_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})| d\mathbf{x}\right\}$$
 26

Para determinar la potencia del tubo de rayo que corresponde a la onda incidente  $\Psi^i$  se multiplican el ancho del tubo y la intensidad.

$$P_{\rm inc} = \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\right)^{\frac{1}{2}} \delta l(x) n(x) |\Psi^i|^2 = \left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{|A|^2}{2} \frac{\delta z}{k}$$
 27

debido a que  $\delta l(x) = \delta z \, sen \, \theta_z(x) \, y \, k_x(x) = kn(x) sen \, \theta_z(x)$ . Por otro lado, para determinar la potencia en el tubo de rayo transmitido se emplea la misma ecuación, pero se reemplaza A por C. Para obtener el Coeficiente de Transmisión definido en la ecuación 8 se emplea la razón por  $P_{tr}/P_{inc}$ . Si en la ecuación 20  $k_x(x)$  se expresa en términos de  $\beta$ , entonces:

$$T = \exp\{-2k \int_{x_{tp}}^{x_{rad}} [\bar{\beta}^2 - n^2(\mathbf{x})]^{\frac{1}{2}} d\mathbf{x}\}$$
28

En la fibra Step-Index, el Coeficiente de Transmisión se puede obtener haciendo el cambio de notación *x* por r,  $\delta l(x)$  por  $\delta A(r)$  y  $k_x(x)$  por  $k_r(r)$  en la ecuación 28 y estableciendo  $x_{tp} = \rho$  en las ecuaciones 24, 25 y 26 y sustituyendo  $n(x) = n_1$  en la ecuación 24 a). Las fórmulas de conexión dadas por 26 se pueden emplear para expresar C en términos de F y entonces expresar F en términos de A imponiendo la continuidad de  $\Psi^i + \Psi^r$  y  $\Psi^e$  y sus primeras derivadas en  $x = \rho$ .

$$T = |T_f| \exp\{-2k \int_{\rho}^{r_{rad}} [\bar{\beta}^2 + \bar{l}^2 \frac{\rho^2}{r^2} - n_2^2]^{\frac{1}{2}} dr\}$$
29

donde  $T_f = \frac{4(n_1^2 - \bar{\ell}^2 - \bar{\beta}^2)^{\frac{1}{2}}(n_2^2 - \bar{\ell}^2 - \bar{\beta}^2)^{\frac{1}{2}}}{\{(n_1^2 - \bar{\ell}^2 - \bar{\beta}^2)^{\frac{1}{2}} + (n_2^2 - \bar{\ell}^2 - \bar{\beta}^2)^{\frac{1}{2}}\}^2}$  es la continuación analítica del Coeficiente de Fresnel. Para el

rayo tunelado la primera raíz del numerador es real y la segunda raíz es imaginaria pura. Por lo tanto,

$$\left|T_{f}\right| = \frac{4}{n_{1}^{2} - n_{2}^{2}} \left(n_{1}^{2} - \bar{l}^{2} - \bar{\beta}^{2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\bar{l}^{2} + \bar{\beta}^{2} - n_{2}^{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$
30

Dentro de la aproximación lineal cuando los puntos cáusticos están muy próximos a la interface núcleo/revestimiento la integral de la ecuación 29 puede ser evaluada aproximadamente. La contribución del revestimiento sobre el rango ( $\rho \le r \le r_{rad}$ ) se obtiene expandiendo a primer orden el argumento de la integral en la ecuación 29 entorno a  $r = \rho$ . Luego, al determinar la integral de la ecuación 29 se tiene que:

$$\int_{\rho}^{r_{rad}} [\bar{\beta}^2 + \bar{l}^2 \frac{\rho^2}{r^2} - n_2^2]^{\frac{1}{2}} dr \cong \frac{2}{3} \frac{\rho}{l^2} (\bar{\beta}^2 + \bar{l}^2 - n_2^2)^{\frac{3}{2}}$$
<sup>31</sup>

y a partir de la ecuación 31 y de la ecuación 29 se obtiene finalmente el Coeficiente de Transmisión para el rayo tunelado en la fibra Step-Index.

$$T \cong |T_f| \exp\{-\frac{2}{3}k\rho \frac{(\bar{\beta}^2 + \bar{\iota}^2 - n_2^2)^{\frac{3}{2}}}{n_2^2 - \bar{\beta}^2}\}$$
32

Si se tiene en cuenta la curvatura en la interface de la fibra óptica que separa el núcleo y el revestimiento (ver figura), entonces la ecuación 32 se convierte en:

$$T \simeq |T_f| \exp\left\{-\frac{2}{3} k \bar{\rho} \frac{(\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha_c)^{\frac{3}{2}}}{\sin^2 \alpha}\right\} \qquad \bar{\rho} = \rho \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \theta_z \cos^2 \theta_\phi}$$
33

donde  $\alpha_c = sen^{-1}(\frac{n_2}{n_1})$  es el ángulo crítico y  $|T_f|$  depende solamente de  $\alpha$  y  $\alpha_c$ .

### **Referencia:**

1. Mattews, J. and Wlaker, R. L(1965) Mathematical methods of Physics, Benjamin, New York.

## **Apéndice D**

Algoritmo para el Modelo Generalizado.

Inicializacion de las variables;

DT0 = 205;(diámetro inicial del taper CLIMF) DF = 250;(diámetro de la fibra DC) 00 = (45.59) Degree; (ángulo de incidencia en la fibra multimodo) (indice de refracción de la CLIMF) n1 = 1.4;n2 = 1.4543;(índice de refracción de la fibra DC)  $\beta = 0.4$  Degree; (ángulo del taper)  $m = Tan[\beta];$ (z - coordenadas de los primeros tres interceptos)  $z11 = DT0 Tan[\theta 0];$ z12 = 2 DF  $\frac{n1 \sin[\theta 0]}{\sqrt{n2^2 - n1^2 \sin[\theta 0]^2}};$  $z_{13} = \frac{(DT0 - m(z_{11} + z_{12})) Tan[\theta 0]}{1 + m Tan[\theta 0]};$ 

Ciclo para calcular las z - coordenadas;

```
zetta = { } ;
                            (Inicialización de la lista que guarda las
    z - coodenadas y la altura del taper en cada iteración )
\theta = \theta 0;
n = 60;
                             (número de puntos)
DT = DT0;
For i = 1, i \leq n, i + +,
                             (Actualización de las z - coordenadas)
    z1 = DT Tan[\theta];
 z2 = \frac{2 DF n1 Sin[\theta]}{\sqrt{n2^2 - n1^2 Sin[\theta]^2}};
 z3 = \frac{(DT - m (z11 + z12)) Tan[\theta]}{1 + m Tan[\theta]};
 zetta = Append[zetta, {z1, z2, z3, DT + DF}];
DT = DT - m (z1 + z2 + z3); (Actualización de la altura del taper)
   \theta = \theta - 2\beta
                            (Actualización del ángulo de incidencia en el taper)
```

Ciclo para determinar las coordenadas (z, h\_z) de cada rebote del rayo sobre las intefaces

El algoritmo presentado permite obtener las  $z_n$  para determinar la longitud de acoplamiento de cualquier rayo guiado en la fibra multimodo( $\alpha > \alpha_c = 45.58^\circ$ ). Se puede notar que el ángulo  $\theta_0 = 45.59^\circ$  definido durante la inicialización de variables en el código representa el modo de mayor de orden que puede ser guiado en la fibra multimodo. Del primer ciclo en el código se puede observar que este ángulo se reduce de acuerdo a:  $45.59^\circ - 2i(\beta)$ , donde  $\beta = 0.44^\circ$  y *i* denota cada intercepto en la interfaz interna superior del taper . Para analizar el rayo que representa al modo fundamental se debe tener en cuenta que el ángulo de incidencia en la fibra multimodo sin estrechar es  $\theta_0 = 90^\circ$ . A partir del algoritmo propuesto, se tiene que cuando este rayo alcanza la interfaz interna del taper por primera vez se refleja con un ángulo reducido en la forma  $90^\circ - 2(\beta)$ .