

# Límite de aplicación del método de fotones balísticos en tejido biológico



MAESTRIA EN CIENCIAS (ÓPTICA)

Asesora: Dra Marija Strojnik

Estudiante: Erick Fabian Ipus Bados

Septiembre de 2019 León, Guanajuato, México

### LÍMITE DE APLICACIÓN DEL MÉTODO DE FOTONES BALÍSTICOS EN TEJIDO BIOLÓGICO

Trabajo de investigación para obtener el grado de Maestro en Ciencias (Óptica)

PRESENTADO POR:

Erick Fabian Ipus Bados Código AMCO1468

Asesora:

Dra. Marija Strojnik Pogacar

CENTRO DE INVESTIGACIONES EN ÓPTICA, A. C.

LEÓN, GTO

Septiembre 2019

#### Resumen

En este trabajo de investigación se estudia la posibilidad de implementar el método de fotones balísticos en tejido biológico como técnica de diagnóstico. El interés se debe a las mejoras que tiene respecto a los procedimientos actuales: radiografías, tomografías, entre otras. Además, proporciona un escalón más en el entendimiento de la interacción de la radiación (infrarroja en este trabajo) con el tejido. Para confirmar la viabilidad de esta técnica se implementó un interferómetro Mach-Zehnder. A partir del patrón de interferencia generado con los fotones balísticos se caracterizaron los medios usados en este trabajo, placas de vidrio y jamón de pavo comercial.

Se describío y trabajó con el concepto de interferencia heterodina, es decir, la variación de camino óptico dependiente del tiempo. Para ello, se colocó uno de los espejos del interferómetro sobre un posicionador piezoeléctrico tal que el desplazamiento del espejo genere un corrimiento del patrón de interferencia observado. Además, para estudiar la variación de la incidancia en más de un punto sobre el medio bajo estudio, se desarrolló un sistema escáner que permita evaluar la transiluminación sobre un área, perpendicular a la dirección de propagación, en este caso  $25 \ mm^2$ .

Primero se caracterizó la placa de vidrio para calibrar el método y confirmar su funcionamiento. Posteriormente, se caracterizó el jamón de pavo como un simulador de tejido biológico ya que presenta inhomogeneidades y es un medio, ópticamente, denso. Para caracterizar los medios se midió el cambio de la incidancia en el patrón de interferencia en el plano de observación. Con los valores de incidancia medidos se determinó la transmisión respectiva aumentando el número de placas y láminas de jamón. Con este resultado y haciendo uso de la Ley de Beer-Lambert se calculó el coeficiente de absorción, propiedad óptica del medio.

Adicionalmente, se logró caracterizar un medio denso a pesar de las pérdidas considerables de radiación. Se observó que los cambios de incidancia a lo largo de una línea horizontal o vertical son indicios de inclusiones dentro del medio, situación análoga a la presencia de un tejido anormal en el cuerpo ya que modifica las propiedades ópticas del medio, en este caso, coeficiente de absorción.

#### Agradecimientos

A Dios padre y madre que desde mi fe, me guió y acompañó en este caminar.

A mis incondicionales padres, quienes me formaron desde los primero años de vida. A mi hermano, ejemplo y guía quien me motivo a incursionar en las ciencias y no rendirme.

A Diana y Emmanuel, quienes desde sus llegadas han estado allí junto a mi desde la distancia y se han convertido en dos fuentes inagotables de fuerza y motivación.

A la Dra. Marija Strojnik quien desde su experiencia y saber me abrió las puertas de la radiación infrarroja y con su paciencia, consejos y tiempo me oriento durante mi trabajo de investigación.

Al Dr. Beethoven Bravo quien con sus recomendaciones e intercambio de ideas me ayudo a resolver mis dudas teóricas y experimentales.

A la colonia colombiana presente en el centro, quienes hicieron más amena la estadía en tierras lejanas de casa.

Al personal del CIO, administrativo e investigativo, por su ayuda y compañía en el centro.

Por último, a la Oficina de Investigación Científica de la Fuerza Aérea con el número de concesión FA9550-18-1-0454 y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo económico otorgado.

# Índice general

| 1. | Intr | roducción  | 15 |
|----|------|--|----|
|    | 1.1. | Aplicaciones de la óptica en medicina: Métodos de diagnóstico usando radiación | 15 |
|    | 1.2. | Modelos de tejido biológico  | 22 |
|    | 1.3. | Caracterización de phantoms  | 23 |
|    | 1.4. | Visión general   | 24 |
| 2. | Inte | eracción radiación-tejido  | 27 |
|    | 2.1. | Modelo de absorción de radiación   | 28 |
|    |      | 2.1.1. Absorción en tejidos biológicos   | 32 |
|    | 2.2. | Esparcimiento de radiación   | 33 |
|    |      | 2.2.1. Modelos de esparcimiento de radiación                                   | 34 |
|    |      | 2.2.2. Esparcimiento en tejido biológico                                       | 38 |
|    | 2.3. | Reflexión y refracción   | 39 |
|    | 2.4. | Transiluminación   | 41 |
|    | 2.5. | Función de transmisión   | 42 |
| 3. | Inte | erferometría   | 45 |
|    | 3.1. | Fundamentos de interferometría   | 45 |

6 Índice general

|    | 3.2. | Coherencia espacial y temporal                    | 49         |
|----|------|---|------------|
|    | 3.3. | Grado de coherencia y función de coherencia       | 50         |
|    | 3.4. | Interferencia con fuente extendida                | 52         |
|    | 3.5. | Interferometría heterodina                        | 54         |
|    | 3.6. | Parámetros interferométricos                      | 55         |
| 4. | Mét  | odo experimental                                  | 59         |
|    | 4.1. | Arreglo experimental: Interferómetro Mach-Zehnder | 59         |
|    | 4.2. | Implementación del posicionador piezoeléctrico    | 62         |
|    | 4.3. | Calibración del sistema de detección              | 64         |
|    | 4.4. | Sistema de escáner                                | 68         |
|    | 4.5. | Muestras de estudio                               | 69         |
|    | 4.6. | Proceso de medición                               | 72         |
| 5. | Res  | ultados   | <b>7</b> 5 |
|    | 5.1. | Incidancia y potencia para las placas de vidrio   | 75         |
|    | 5.2. | Incidancia y potencia para el jamón               | 83         |
| 6. | Con  | clusiones y Perspectivas                          | 93         |
|    | 6.1. | Conclusiones                                      | 93         |
|    | 6.2. | Perspectivas                                      | 95         |
| Α. | Cálo | culo del coeficiente de reflexión y transmisión   | 97         |
|    | A.1. | Incidencia normal                                 | 97         |
|    | A.2. | Incidencia oblicua                                | 100        |

| Índice general                            | 7   |
|---|-----|
| B. Cálculo de la función de interferencia | 105 |
| Bibliografía                              | 108 |

# Índice de figuras

| 1.1. | Esquema general de diagnóstico por medio de rayos X  | 16 |
|------|--|----|
| 1.2. | Imagen de la primer radiografía que corresponde a la mano de la esposa de Röntgen  | 16 |
| 1.3. | Proceso de diagnóstico mediante tomografía computarizada   | 17 |
| 1.4. | Ejemplo de tomografía computarizada de una hemorragia cerebral   | 18 |
| 1.5. | Ejemplo de una imagen por resonancia magnética   | 19 |
| 1.6. | Esquema de un sistema de tomografía por emisión de positrones  | 20 |
| 1.7. | Ejemplo de una tomografía por emisión de positrones que muestra el metabolismo de la glucosa y progresión del Alzheimer, Izq. a Der.:  Normal, deterioro ligero, fase inicial de demencia, fase avanzada de demencia | 21 |
| 1.8. | a) Esquema de un examen de diagnóstico por ultrasonido, b) sonograma, imagen obtenida por este método  | 21 |
| 1.9. | a) Modelo de tejido biológico elaborado con leche, b) iluminado por un láser verde   | 22 |
| 2.1. | Procesos ópticos presentes en la interacción entre radiación y una partícula.  | 27 |
| 2.2. | Esquema de absorción de un fotón a nivel atómico   | 28 |
| 2.3. | Propagación de una onda con fase constante   | 29 |
| 2.4. | Atenuación de la intensidad de un rayo cuando se propaga en un medio absorbedor  | 31 |

| 2.5.  | Espectro de absorción de cuatro estados ligados de la hemoglobina   | 32 |
|-------|---|----|
| 2.6.  | Espectro de absorción de subunidades de la melanina. La línea negra representa el espectro de absorción promedio de la melanina | 33 |
| 2.7.  | Esparcimiento múltiple de un haz cuando se propaga en un medio inhomogéneo  | 34 |
| 2.8.  | Tipo de esparcimiento de acuerdo al tamaño de las partículas  | 37 |
| 2.9.  | Esparcimiento debido al tamaño relativo de algunos componentes de tejido  | 38 |
| 2.10. | Reflexión de un rayo incidente sobre una superficie que separa dos medios   | 39 |
| 2.11. | Refracción de un rayo incidente sobre una superficie que separa dos medios  | 40 |
| 2.12. | Radiación que conforma la transiluminación  | 41 |
| 2.13. | Transmisión de radiación  | 42 |
| 3.1.  | Interferómetro de Young (por división de frente de onda)  | 46 |
| 3.2.  | Interferómetro de Michelson (por división de amplitud)  | 47 |
| 3.3.  | Esquema para definir coherencia longitudinal y transversal  | 50 |
| 3.4.  | Esquema para definir la coherencia para una fuente extendida  | 52 |
| 3.5.  | Esquema del interferómetro de Michelson con el modulador temporal.  | 54 |
| 4.1.  | Esquema del interferómetro de Mach-Zehnder  | 60 |
| 4.2.  | Ejemplo de un patrón de interferencia obtenido en el interferómetro de Mach-Zehnder implementado en el laboratorio              | 61 |
| 4.3.  | Esquema del interferómetro Mach-Zehnder implementado en laboratorio   | 61 |
| 4.4.  | Dos vistas del interferómetro Mach-Zehnder implementado en laboratorio  | 62 |

| 4.5.  | a) Fotografía del posicionador piezoeléctrico y b) especificaciones  | 63 |
|-------|--|----|
| 4.6.  | Fotografía del posicionador piezoeléctrico implementado en laboratorio y su estructura interna   | 63 |
| 4.7.  | Módulo E501 y generador de funciones usados para desplazar el posicionador piezoeléctrico  | 64 |
| 4.8.  | Arreglo experimental para calibrar la cámara de medición   | 65 |
| 4.9.  | Pixel seleccionado sobre el patrón de interferencia proyectado en las cámaras Apogee y Sony  | 66 |
| 4.10  | . Curva obtenida en el proceso de calibración de la cámara Sony  | 67 |
| 4.11. | . Escáner implementado para estudiar un área de la muestra   | 68 |
| 4.12. | . Electrónica para controlar los desplazamientos del escáner   | 69 |
| 4.13. | . Fotos de los medios a estudiar para comprobar el método de fotones balísticos, a) placas de vidrio transmisivas y b) jamón comercial   | 70 |
| 4.14. | . Esquema del proceso de medición  | 73 |
| 5.1.  | Patrón de franjas obtenido y ubicación de pixel para estudiar el cambio de las magnitudes físicas  | 76 |
| 5.2.  | Variación de la incidancia normalizada en función del corrimiento del patrón de franjas y el número de placas como parámetro             | 76 |
| 5.3.  | Variación de la incidancia normalizada en función del tiempo normalizado con la frecuencia del piezoeléctrico y el número de placas como | 77 |
| F 4   | parámetro  | 77 |
| 5.4.  | Variación de la potencia en función del corrimiento del patrón de franjas y con el número de placas                                      | 77 |
| 5.5.  | Variación de la potencia en función del tiempo normalizado con la frecuencia del piezoeléctrico y del número de placas                   | 78 |
| 5.6.  | Incidancia en cada pixel del área escaneada variando el número de placas de vidrio. Escala en $Wm^{-2}$                                  | 79 |

| 5.7.  | Transmisión en cada pixel del área escaneada variando el número de placas de vidrio  | 80 |
|-------|--|----|
| 5.8.  | Coeficiente de absorción en cada pixel del área escaneada variando el número de placas de vidrio   | 81 |
| 5.9.  | Valores de potencia a lo largo de una fila para diferentes placas de vidrio  | 82 |
| 5.10. | Esparcimiento producido en la interacción radiación-jamón  | 83 |
| 5.11. | Patrón de interferencia para el jamón y ubicación del pixel para estudiar la variación de la incidancia y potencia                               | 83 |
| 5.12. | Variación de la incidancia en función del desplazamiento del patrón de franjas y del número de láminas de jamón                                  | 84 |
| 5.13. | Variación de la incidancia en función del tiempo y del número de láminas de jamón  | 84 |
| 5.14. | Variación de la potencia en función del desplazamiento del patrón de franjas y del número de láminas de jamón                                    | 85 |
| 5.15. | Variación de la potencia en función del tiempo y el número de láminas de jamón como parámetro  | 86 |
| 5.16. | Incidancia del área escaneada variando el número de láminas de jamón.  | 87 |
| 5.17. | Transmisión del área escaneada variando el número de láminas de jamón  | 88 |
| 5.18. | Transmisión del jamón alrededor del $8\%$ a $633~nm$ y se duplica a $1400~nm$ . Espectro de transmisión medido con el interferómetro Cary $500.$ | 89 |
| 5.19. | Coeficientes de absorción del área escaneada variando el número de láminas de jamón  | 90 |
| 5.20. | Variación de la potencia a lo largo de la primer fila del área escaneada.  | 91 |
| A.1.  | Onda reflejada y transmitida para incidencia normal al medio con $N_2$ .   | 98 |

Índice de figuras 13

| A.2. | Onda reflejada y transmitida polarizadas para una onda incidente     |
|------|--|
|      | polarizada de forma oblicua al medio con un índice de refracción di- |
|      | ferente al primer medio  |
|      |  |
| B.1. | Esquema del interferómetro de Michelson                              |

### Capítulo 1

#### Introducción

Las ciencias naturales exactas y aplicadas están en desarrollo continuo buscando mejorar la calidad de vida de los seres vivos. Dentro de estas ciencias, está la óptica como rama de la física, la cual está incursionando en temas industriales, médicos, comunicaciones y tecnológicos. En el campo de la medicina específicamente, muchas técnicas de diagnóstico y tratamientos han sido introducidas a partir de fenómenos ópticos, innovando desde las fuentes de radiación hasta su interacción con la materia; por ejemplo, radiografía, tomografía de coherencia óptica, tomografía computarizada, entre otras. La importancia de estos métodos consiste en que un diagnóstico adecuado y acertado implicará mejores tratamientos a un paciente en particular. Para tener un adecuado diagnóstico es importante poder caracterizar, lo más exacto posible, al tejido biológico afectado o bajo estudio. Sin embargo, algunos de los procedimientos existentes tienen efectos secundarios sobre el cuerpo y es aquí, donde la óptica desempeña un papel importante ya que permite desarrollar técnicas de diagnóstico de enfermedades sin que el tejido sea quemado o mutado (en algunos casos).

# 1.1. Aplicaciones de la óptica en medicina: Métodos de diagnóstico usando radiación

Con los adelantos tecnológicos, actualmente, se han desarrollado diferentes métodos de diagnóstico ampliamente aceptados y usados, los cuales emplean radiación. Uno de los más reconocidos es la *radiografía*, que consiste en la generación de imágenes mediante la exposición a radiación, generalmente rayos X. Cabe mencionar que los

rayos X son radiación electromagnética cuya longitud de onda está entre  $0,01\ nm$  y  $10\ nm$ , la cual es producida por la desaceleración de electrones y descubierta por Röntgen en 1848. Debido a la energía tan elevada de esta radiación, entre  $100\ eV$  y  $1\ KeV$ , es capaz de penetrar la mayoría de los tejidos, es decir, la atenuación a estos rayos al propagarse en el tejido blando es muy pequeña. Lo anterior permite obtener imágenes del cuerpo humano que corresponden a la distribución de la radiación detectada después de propagarse a través del cuerpo, ver figura 1.1.

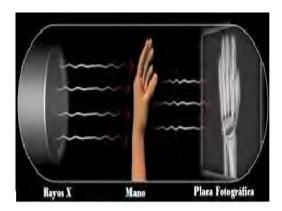


Figura 1.1: Esquema general de diagnóstico por medio de rayos X [1].



Figura 1.2: Imagen de la primer radiografía que corresponde a la mano de la esposa de Röntgen [1].

El uso principal de esta radiación se encuentra en el diagnóstico de enfermedades principalmente en el sistema óseo y fracturas ya que los huesos son más densos y generan mayor contraste, ver figura 1.2. Además, permite realizar el diagnóstico en tejidos blandos de enfermedades como la neumonía o cáncer por ejemplo. Sin embargo, las radiografías no permite un estudio completo del cuerpo humano, ya que no es capaz de observar con detalle los músculos, cerebro y en general, tejidos

blandos. Esta radiación debido a sus niveles de energía tan elevados puede ocasionar en el cuerpo humano quemaduras, pérdida del cabello, cáncer o inclusive, la muerte. Estas consecuencias se deben a la interacción de la radiación con las células, las cuales como consecuencia de dicha interacción sufren mutaciones o daños irreparables debido a que es una radiación ionizante, es decir, la interacción de esta radiación con los átomos altera la estructura química de las moléculas que componen las células. El desequilibrio eléctrico de las células dado por la liberación o captura de electrones produce cambios en la forma, composición o volumen de las células. Aunque es importante resaltar que el daño causado dependerá de la dosis absorbida, el tiempo de exposición y sensibilidad del tejido irradiado.

Una técnica de diagnóstico similar a la radiografía pero con varias ventajas es la Tomografía Computarizada que permite obtener imágenes de los huesos, tejido blando
y vasos sanguíneos de forma simultánea [2, 3]. La tomografía usa los rayos X como
fuente de radiación y la imagen observada corresponde a la radiación no absorbida por el cuerpo irradiado proveniente de diferentes direcciones, ver figura 1.3. La
imagen final obtenida que es analizada corresponde a un promedio de muchas imágenes después de aplicar la Transformada de Radon, en honor a quien desarrolló esta
técnica, Johan Radon en 1917.



Figura 1.3: Proceso de diagnóstico mediante tomografía computarizada [4].

Este técnica presenta ventajas respecto a la radiografía como el hecho que tiene una mejor resolución, evita otros métodos adicionales e invasivos y permite obtener imágenes en tiempo real de diferentes tejidos. En la figura 1.4 se observa un ejemplo de tomografía computarizada cerebral donde se diagnostica una hemorragia cerebral en el lóbulo derecho. Sin embargo, como desventaja muestra que la cantidad de

radiación absorbida es alta, en una tomografía de abdomen se aplica una dosis de radiación de  $10 \, mSv$  (Sv=Sievert, unidad de dosis de radiación), 33 veces más que una radiografía de tórax<sup>1</sup>. Adicionalmente, en elgunos exámenes se requiere un material de contraste y algunas personas pueden ser alérgicas a dicho material.

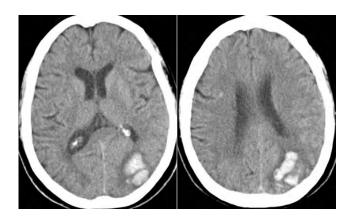


Figura 1.4: Ejemplo de tomografía computarizada de una hemorragia cerebral [5].

Otra técnica de uso común es la resonancia magnética [2], la cual fue inventada por Herman Carr en 1952 cuando tomó la primera imagen unidimensional. Sin embargo, en 1972 Raymond Dovadian realizó la primera máquina de imágenes por resonancia. Este procedimiento es usado principalmente para estudiar los tejidos, detectar enfermedades como tumores que pueden ser cancerosos y otras patologías, además se usa en la industria para analizar la composición de materiales orgánicos o inorgánicos.

La resonancia magnética es no invasiva y emplea la frecuencia de rotación del spin para obtener información sobre la estructura y composición del cuerpo analizado a través de una imagen de la distribución de los átomos en el cuerpo. Para obtener una imagen se usa un imán superconductor que genera campos magnéticos muy intensos, en el comercio se encuentran equipos que generan campos de 0.2~T a 7~T (para tener una idea recordemos que el campo magéntico terrestre es de  $25~\mu T$ ). Este campo magnético alinea los momentos magnéticos de los núcleos atómicos ya sea paralelo o antiparalelo al campo. Después de un cierto tiempo, los momentos nucleares regresan a su posición inicial liberando energía, radiación, que será detectada permitiendo conocer la frecuencia de resonancia o la cantidad de núcleos alineados.

Para evitar que la señal detectada (frecuencia de resonancia para los átomos) tenga el mismo valor en el cuerpo, en el instrumento de diagnóstico se adicionan unas bobinas de gradiente que permiten alterar el campo magnético del imán. Con lo anterior, se

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>https://www.radiologyinfo.org/sp/info.cfm?pg=safety-xray

busca controlar la frecuencia de resonancia y así, asignar a cada región del cuerpo un valor diferente e identificar qué parte del cuerpo es analizada. Cabe mencionar que la información obtenida se encuentra en el espacio de fase, por ende, para determinar la posición espacial se aplica la transformada de Fourier discreta. En la figura 1.5 se observa un ejemplo de la imagen obtenida por este método. Las flechas de la imagen señalan el neocórtex e hipocampo, los cuales son estructuras del cerebro encargados de regular la habilidad para comportarse, ayudan al almacenamiento de conocimiento y nuevos recuerdos [6], además de la comprensión del espacio y orientación [7], entre otras.

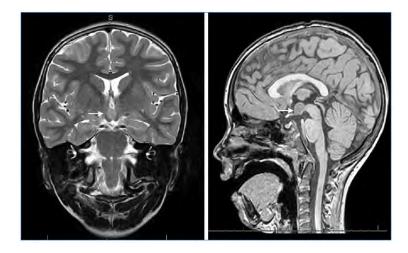


Figura 1.5: Ejemplo de una imagen por resonancia magnética [6].

Como principal ventaja está el hecho de tener muy buena resolución espacial, por debajo de la escala de los milímetros, además de ser un procedimiento no invasivo. Por otro lado, su principal desventaja es que presenta ciertos riesgos para la salud por el gadolinio que se requiere en un diagnóstico. El gadolinio es el material usado con mayor frecuencia para generar un mejor contraste y calidad en la imagen, sin embargo, este material es tóxico y puede causar algunas enfermedades. Además, a causa del campo electromagnético y su interacción con los tejidos se puede inducir una corriente y un calentamiento del cuerpo. Con base en lo anterior, en muchos casos no es un procedimiento cómodo para el paciente. En la actualidad, los altos precios para realizar una resonancia magnética hacen que sea un método inaccesible a toda la población y los equipos requieren de un mantenimiento costoso.

Otro método de diagnóstico es la *Tomografía por emisión de positrones (PET por sus siglas en inglés)*. Corresponde a un método de medicina nuclear que mide la actividad metabólica de las células en los tejidos y se usa principalmente para diagnosticar.

evaluar o tratar enfermedades como el cáncer u algunos órganos (por ejemplo, corazón o cerebro) [2]. PET se basa en la detección y análisis de la distribución del fármaco (generalmente Flúor-18 de vida media ultrarrápida) inyectado en el cuerpo.

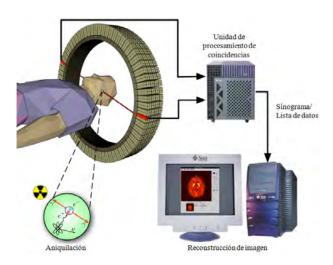


Figura 1.6: Esquema de un sistema de tomografía por emisión de positrones [8].

Las imágenes por este procedimiento se obtienen a partir de la detección de fotones gamma. Esta radiación, que tiene una energía de 511 eV, aproximadamente, es generada por la aniquilación de un positrón y un electrón externo del cuerpo. La aniquilación produce dos fotones que son detectados al mismo tiempo en la unidad de procesamiento de coincidencias, es decir, en una ventana de tiempo de nanosegundos. Los detectores están ubicados alrededor del paciente y convierten la radiación en una señal eléctrica que es filtrada y procesada para realizar la reconstrucción de la imagen, ver figura 1.6. Un ejemplo de las imágenes que se pueden obtener por esta técnica se muestran en la figura 1.7. En esta figura se muestra una disminución de la actividad metabólica cerebral debido a la enfermedad del Alzheimer, representado por un aumento de los colores verde y azul.

A pesar de ser un método de diagnóstico muy costoso y requerir el uso de un ciclotrón para generar los radioisótopos; las imágenes que se obtienen por este método pueden no tener mejor resolución espacial en comparación con la tomografía computarizada o la resonancia magnética.

Por último, se mencionan los *ultrasonidos* [2], la cual es una de las técnicas de diagnóstico más comunes debido a que los efectos secundarios causados son de menor magnitud respecto a los métodos descritos anteriormente. La consideración de "segura" se debe a que no usa radiación ionizante y cualquier daño dependerá ex-

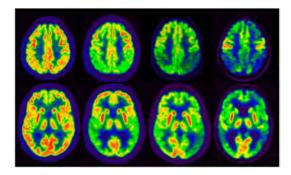


Figura 1.7: Ejemplo de una tomografía por emisión de positrones que muestra el metabolismo de la glucosa y progresión del Alzheimer, Izq. a Der.: Normal, deterioro ligero, fase inicial de demencia, fase avanzada de demencia [9].

clusivamente de la intensidad de la radiación incidente. Su proceso de diagnóstico consiste en la producción de ondas sonoras a través de transductores ultrasónicos (cristales piezoeléctricos), con frecuencias mayores a 2~MHz (lo que equivale a una energía mínima de  $1,32\times 10^{-27}~J$ ). Las ondas hacen eco en los tejidos y las ondas reflejadas producen un pequeño voltaje en los transductores que es analizado. La imagen se genera a partir de la amplitud del voltaje y del tiempo de propagación de la onda. En la figura 1.8a se muestra cómo se realiza un diagnóstico mediante esta técnica, mientras que en la figura 1.8b se muestra un ejemplo de sonograma, imagen de un examen por ultrasonido.



Figura 1.8: a) Esquema de un examen de diagnóstico por ultrasonido, b) sonograma, imagen obtenida por este método [10].

Debido a lo mencionado anteriormente es una técnica de bajo costo respecto a los anteriores métodos y su resolución espacial está en unos milímetros, 1-3 mm [11, 12]. Los ultrasonidos son usados principalmente en mujeres en gestación para ver el crecimiento del gestante o en casos de cáncer de seno.

Algunas de las técnicas aceptadas y de uso frecuente, como ya se mencionó, son altamente dañinas al cuerpo humano o tienen efectos secundarios. Por tal motivo, se

han buscado métodos de diagnóstico alternativos tales que no generen efectos secundarios sobre los tejidos biológicos y sean más útiles en su objetivo de caracterizar un tejido y diagnósticar alguna patología. En los últimos años se han realizado grandes esfuerzos para desarrollar un procedimiento apropiado para caracterizar los tejidos y diagnósticar algunas enfermedades sin efectos secundarios como los generados por la radiación ionizante. Para ello, los estudios se han centrado en entender la interacción radiación tejido, la principal herramienta para llevar a cabo estos estudios son los modelos de tejido biológicos, *phantoms* en la literatura especializada.

#### 1.2. Modelos de tejido biológico

Los modelos de tejido biológicos, *phantoms*, son soluciones líquidas principalmente de agentes grasos [13] en diferentes solventes que modelan las propiedades ópticas de los tejidos blandos del cuerpo humano. El agente graso más común para elaborar modelos de tejidos es el *intralipid*; el cual es una mezcla de aceites triglicéridos como lo son el aceite de soya, fosfolípidos de huevo y glicerol en fase acuosa [14, 15]. Esta emulsión es una fuente de energía, calorías y ácidos grasos necesarios para personas que no son capaces de alimentarse de forma oral y aplicaciones farmacéuticas.

La historia de los *phantoms* se remonta a 1980 cuando se decide estudiar la iluminación de los tejidos biológicos con radiación infrarroja. Posteriormente, en 1990, la elaboración de *phantoms* aumentó a raíz del comienzo de la espectroscopia e imágenes por radiación difusa. Los primeros modelos de tejido biológico fueron elaborados con leche homogenizada [16], ver figura 1.9, emulsión de grasa, queso o micro esferas de poliester [17].

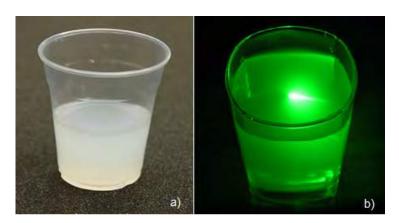


Figura 1.9: a) Modelo de tejido biológico elaborado con leche, b) iluminado por un láser verde [17].

Cabe mencionar que existen otros materiales que pueden simular los tejidos biológicos en sus propiedades [18, 19]. Lo que se busca en la elaboración de los *phantoms* es que sean materiales difusivos para calibrar aplicaciones de diagnóstico y tratamientos, que tengan un bajo costo de producción, presenten baja absorción y un coeficiente de esparcimiento ajustable y que no sean tóxicos. Debido a que el proceso de fabricación del *intralipid* se encuentra estandarizado, puede ser aceptado como un estándar difusivo, donde el tamaño más pequeño de las partículas corresponden a micelas en el cuerpo humano.

A partir del uso de los *phantoms* se ha podido hacer un estudio de la interacción radiación-tejido obteniendo resultados importantes para el campo de la óptica biomédica. En estos trabajos se han caracterizado los simuladores de tejido [13, 20] logrando concluir que el esparcimiento es predominante en la interacción radiación-tejido.

#### 1.3. Caracterización de phantoms

Para caracterizar los modelos de tejidos ha sido necesario implementar diferentes modelos teóricos que permitan estudiar la interacción de la radiación con la materia. La interacción de la radiación con un medio turbio genera esparcimiento y absorción. El esparcimiento, en la mayoría de los casos puede ser retroesparcimiento (backscattering) o un esparcimiento frontal (forward scattering), es decir, un esparcimiento difuso. Los modelos teóricos para entender este fenómeno son el modelo de Rayleigh [21], considerado cuando el tamaño de los esparcidores es menor que la longitud de onda de la radiación incidente, o de Mie [21], el cual se aplica cuando los esparcidores son esféricos y su tamaño es igual o de mayor magnitud que la longitud de onda de la radiación incidente. Estos modelos requieren tomar mediciones de la radiación esparcida de forma difusa [22, 23, 24, 25, 26]. Por otro lado, la absorción se describe generalmente haciendo uso de la ley de Beer-Lambert que establece que la radiación que atraviesa un medio decrece de forma exponencial.

Sin embargo, el uso de la radiación que logra propagarse a través de un medio sin ser desviada para caracterizar dicho medio ha llamado la atención de los investigadores. El uso de esta radiación se conoce como transiluminación balística [12, 27, 28, 29, 30, 31]. Esta técnica consiste en el uso de los fotones que en su propagación no son desviados ni absorbidos por el medio. Estos fotones, llamados balísticos, son importantes debido a que llevan información de dicho medio, permitiendo su caracterización mediante su coeficiente de extinción en función de las

propiedades físicas del medio, como la concentración de partículas esparcidoras o absorbedoras o haciendo uso de la función de coherencia del material [32, 33, 34].

La transiluminación balística tiene aplicaciones biomédicas, por ejemplo, técnicas de diagnóstico [27, 35, 36, 37, 38]. El estudio de la transiluminación ha permitdo desarrollar avances en técnicas como la tomografía de coherencia óptica [39] o la mamografía [27], estudio de hemorragias internas o infecciones [40], imágenes en medios turbios mediante métodos de control de polarización [41] o en sensado biomédico midiendo la distribución del espacio de fase de Wigner [42]. Aunque presenta múltiples aplicaciones, la implementación de esta técnica, transiluminación balística, genera algunos retos debido a que el número de fotones que logran atravesar un tejido es muy bajo. Este hecho se debe principalmente a que los tejidos actúan como un medio turbio y estos favorecen el esparcimiento, por tal motivo, la probabilidad de tener un fotón que no ha sido esparcido ni absorbido es menos de uno por ciento. La implementación experimental de esta técnica se describe más adelante.

#### 1.4. Visión general

Este trabajo de investigación se encuentra dividido de la siguiente manera, en el capítulo 2, se presenta el marco teórico que permite entender los fenómenos de esparcimiento, absorción y reflexión presentes en la interacción radiación-tejido biológico. Para esto se hace una descripción de los modelos existentes y establecidos para este caso. En el capítulo 3 se hace una descripción sobre interferometría, desarrollando la expresión matemática que se obtiene al superponer dos ondas y las condiciones para generar un patrón de interferencia.

En el capítulo 4 se presenta y describe el montaje experimental implementado en el laboratorio, para la caracterización y validación de la transiluminación balística. Además, se detallan las variaciones del arreglo experimental para medir los fotones balísticos en función del tiempo y sobre un área. Por último, se describen las muestras a caracterizar y cómo estas afectan el patrón de interferencia. En el capítulo 5 se discuten los resultados obtenidos a partir del análisis de los patrones de interferencia generados por la diferencia de camino óptico producidas a su vez, por las muestras ubicadas en un brazo del interferómetro. Finalmente, en el capítulo 6 se exponen las conclusiones de los resultados obtenidos y las perspectivas del trabajo de investigación.

### Capítulo 2

## Interacción radiación-tejido: Teoría

En este capítulo se presentan los modelos teóricos que describen la interacción entre la radiación y el tejido biológico. Como ya se mencionó, los principales fenómenos son la absorción y el esparcimiento. Por lo tanto, haremos uso de la ley de Beer-Lambert para describir la absorción de la radiación cuando se propaga en un medio turbio y se desarrolla el modelo de esparcimiento cuando las partículas que obstaculizan la radiación son de un tamaño menor (esparcimiento de Rayleigh), igual o mayor (esparcimiento de Mie) a la longitud de onda con que se irradia el modelo de tejido.

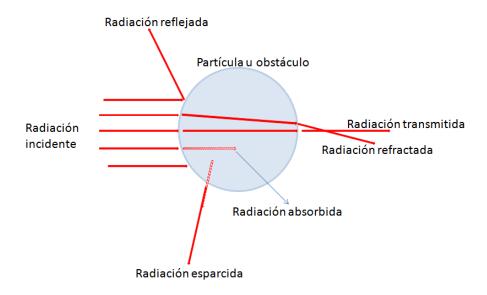


Figura 2.1: Procesos ópticos presentes en la interacción entre radiación y una partícula.

Finalmente, en este capítulo se explica la reflexión y refracción como fenómenos ópticos presentes cuando la radiación incide en la interfaz que separa dos medios. En la figura 2.1 se representan estos fenómenos. Cabe mencionar que hay otros procesos físicos que ocurren cuando la radiación incide en un medio como esparcimiento Raman, fluorescencia, sin embargo, estos efectos no son de nuestro interés en este trabajo.

#### 2.1. Modelo de absorción de radiación

La absorción en términos generales consiste en la reducción de la intensidad de un haz al propagarse en un medio. Este fenómeno se puede explicar microscópicamente mediante el "modelo de orbita molecular de electrón libre" [43]. Este modelo establece que un átomo que se encuentre en el estado  $E_1$ , por ejemplo, al interactuar con un haz de luz (fotones) puede absorber una cantidad de energía igual a la que transporta el haz,  $\hbar\omega$  y usar dicha energía para alcanzar un estado de mayor energía,  $E_2$ . En la figura 2.3 se muestra el esquema de este proceso.

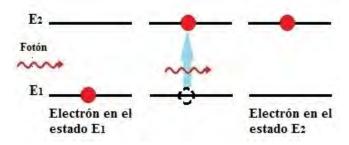


Figura 2.2: Esquema de absorción de un fotón a nivel atómico.

Sin embargo, en la cotidianidad nosotros percibimos este fenómeno de forma macroscópica, por ende, es necesario hacer la descripción de igual forma. Por tal motivo, recordemos las ecuaciones de Maxwell, cuyas expresiones matemáticas son:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f; \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \qquad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J_f} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$
(2.1)

donde  $\rho_f$  es la densidad de cargas libres,  $\mathbf{J_f}$  es la densidad de corriente libre.  $\mathbf{E}$  corresponde al campo eléctrico,  $\mathbf{H}$  es el campo magético, mientras que  $\mathbf{D}$  y  $\mathbf{B}$  son los vectores de desplazamiento eléctrico e inducción magnética, respectivamente. Ahora

bien, consideremos una onda plana que se propaga en un medio; para entender su propagación determinemos qué tan compatibles son las ondas con las ecuaciones (2.1). Sean los campos eléctrico y magnético de la forma:

$$\mathbf{E} = E_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{x} - \omega t + \psi_1)} \tag{2.2}$$

$$\mathbf{H} = H_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{x} - \omega t + \psi_2)} \tag{2.3}$$

siendo  $E_0$  y  $H_0$  las amplitudes de los campos eléctrico y magnético,  $\psi_1$  y  $\psi_2$  son desfases relativos de la onda respecto a la fuente emisora,  $\omega$  la frecuencia angular y  $\vec{k}$  el vector de onda, el cual se puede escribir de forma compleja como  $\vec{k} = \vec{k_1} + i\vec{k_2}$ ;  $(\vec{k_1}, \vec{k_2} \text{ vectores reales})$ . Reemplazando el vector de onda en las expresiones de los campos, tenemos

$$\mathbf{E} = E_0 e^{-\vec{k_2} \cdot \vec{x}} e^{i(\vec{k_1} \cdot \vec{x} - \omega t + \psi_1)} \tag{2.4}$$

$$\mathbf{H} = H_0 e^{-\vec{k_2} \cdot \vec{x}} e^{i(\vec{k_1} \cdot \vec{x} - \omega t + \psi_2)} \tag{2.5}$$

donde ahora las amplitudes de los campos eléctrico y magnético son  $E_0 e^{-\vec{k_2} \cdot \vec{x}}$  y  $H_0 e^{-\vec{k_2} \cdot \vec{x}}$  y fase es  $\phi = \vec{k_1} \cdot \vec{x} - \omega t$ . Supongamos que la onda se propaga con fase constante, es decir, para un tiempo t la onda se ha propagado una distancia z y un momento después  $t + \Delta t$  la onda se ha desplazado  $z + \Delta z$  conservando su fase, ver figura 2.3. Con esta consideración obtenemos que:

$$\phi = k_1 z - \omega t = k_1 (z + \Delta z) - \omega (t + \Delta t) \tag{2.6}$$

de donde se obtiene que la velocidad de fase de la onda es:

$$v = \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\omega}{k_1} \tag{2.7}$$

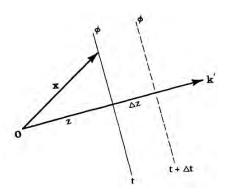


Figura 2.3: Propagación de una onda con fase constante.

Si suponemos una onda homogénea, la relación anterior se cumple sobre el vector de onda, teniendo que:

$$\vec{k} = k_1 + ik_2 = \omega \sqrt{\mu \epsilon} \tag{2.8}$$

pero recordemos que el índice de refracción (n) se puede escribir en términos de la velocidad de propagación

$$\sqrt{\mu\epsilon} = n/c; \tag{2.9}$$

siendo c la velocidad de la luz,  $\epsilon$  la permitividad y  $\mu$  permeabilidad magnética. Igualando esta expresión con (2.8) determinamos que el índice de refracción se relaciona con el número de onda y debe ser una cantidad compleja. La parte real determina la velocidad de fase de la onda y el término complejo determina la atenuación de la onda a medida que se propaga. Cabe mencionar que estas cantidades dependen de la frecuencia. Teniendo en cuenta las Ecs. (2.8) y (2.9)

$$k_1 + ik_2 = \frac{\omega n}{c} \Rightarrow k_1 = \frac{\omega n}{c} \wedge k_2 = \frac{\omega \kappa}{c}$$
 (2.10)

Con base en las definiciones e igualdades anteriores podemos escribir el campo eléctrico de la forma:

$$E = E_0 e^{-\frac{2\pi\kappa}{\lambda} z} e^{i(\frac{2\pi n}{\lambda} z - \omega t)}$$
 (2.11)

donde hemos hecho uso de las relaciones  $k=\omega/c=2\pi/\lambda$ ,  $\vec{x}=z\hat{e_x}$ . La energía que lleva una onda electromanética se determina por el vector de Poynting, el cual para nuestro caso se define como:

$$S = \frac{1}{2}\mathbb{R}(\vec{E} \times \vec{H}^*) = \frac{1}{2}\mathbb{R}\left\{\frac{\vec{E} \times (\vec{k}^* \times \vec{E})}{\omega \mu^*}\right\} = \frac{1}{2}\mathbb{R}\left\{\frac{k^*|E|}{\omega \mu^*}\right\}$$
(2.12)

El resultado anterior se obtiene haciendo la identidad del doble producto vectorial y que los  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  y  $\vec{k}$  son mutuamente perpendiculares. Reemplazando (2.11) en (2.12) tenemos que

$$S = \frac{1}{2} \mathbb{R} \left\{ \frac{\vec{k}^*}{\omega \mu^*} |E_0|^2 e^{\frac{2\pi\kappa}{\lambda} z} \right\} = \frac{1}{2} \mathbb{R} \left\{ \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} |E_0|^2 e^{\frac{2\pi\kappa}{\lambda} z} \hat{e_k} \right\}$$
 (2.13)

De la expresión anterior vemos que la incidancia es igual al módulo del vector de Poynting, cuyas unidades son  $[Jm^{-2}t^{-1}]$ . Además, la energía que transporta la onda se atenúa de forma exponencial. La expresión que modela dicha atenuación se conoce

como la Ley de Beer-lambert y es de la forma:

$$I = I_0 e^{\mu_a z} \tag{2.14}$$

La expresión (2.14) establece que la incidancia de un haz incidente a medida que se propaga en un medio absorbedor decrece exponencialmente en función de la distancia que recorra, z. En la figura 2.4 se muestra cómo un haz incidente de intensidad  $I_0$  al propagarse una distancia z = l en un medio con concentración c y coeficiente de absorción  $\mu_a$  resulta en un haz de intensidad  $I_1$ . Comparando Ec. (2.13) y Ec.(2.14) se obtiene que el coeficiente de absorción es de la forma:

$$\mu_a = \frac{4\pi\kappa}{\lambda} \quad [cm^{-1}] \tag{2.15}$$

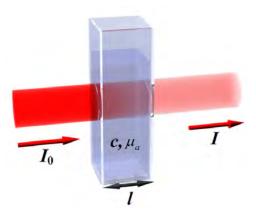


Figura 2.4: Atenuación de la intensidad de un rayo cuando se propaga en un medio absorbedor<sup>1</sup>.

A partir del coeficiente de absorción se puede definir la longitud de absorción media como el inverso de  $\mu_a$ . Sin embargo, la absorción puede determinarse en función de la sección eficaz de absorción,  $\sigma_a$ . Este parámetro nos da información de la capacidad para absorber de un objeto. Si el medio tiene una distribución uniforme de absorbedores  $N_a$  se puede definir el coeficiente de absorción como:

$$\mu_a = N_a \sigma_a \quad [cm^{-1}] \tag{2.16}$$

Con base en la definición anterior, el coeficiente de absorción puede interpretarse como la probabilidad por unidad de longitud de camino de que un fotón sea absorbido [44, 45] o como el área transversal total de absorción por unidad de volumen [21]. Si

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Tomada de https://esacademic.com/dic.nsf/eswiki/721231

el medio en que se propaga el haz tiene diferentes capas absorbedoras, el coeficiente de absorción será la suma de cada una de ellas. Si suponemos un medio con N diferentes moléculas absorbedoras y sea  $C_n$  la concentración de la n-ésima molécula, se define el coeficiente de absorción de la forma

$$\mu_a = \sum_{n=1}^{N} \beta_n C_n \ [cm^{-1}]$$
 (2.17)

siendo  $\beta$  la constante de proporcionalidad entre la concentración y el coeficiente de absorción. Cabe mencionar que en un medio la absorción puede dominar, esto depende principalmente del tamaño de las partículas. Además, experimentalmente el coeficiente de absorción se determina a partir de (2.14) despreciando las reflexiones en las interfases.

#### 2.1.1. Absorción en tejidos biológicos

En el cuerpo humano, los principales responsables de la absorción son la hemoglobina, melanina y agua [21]. Las hemoglobinas son proteínas que transportan oxígeno. Este compuesto absorbe en gran medida la radiación hasta 600 nm; presenta tres picos dominantes, un pico en la región ultravioleta (pico Soret) y dos picos más distinguibles en la región verde-amarillo (picos  $\alpha$  y  $\beta$ ) [43]. Estos picos y otros son usados para estudiar la salud en la sangre [44]. La melanina por otro lado, es el básico cromóforo que da a la piel, cabello y ojos su color. Se piensa esta proteína como una colección de polímeros en diferentes órdenes aleatorios lo que genera un ancho de banda.

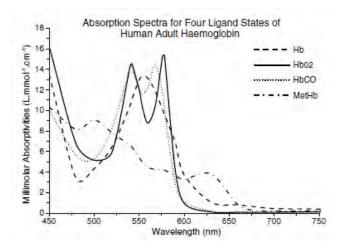


Figura 2.5: Espectro de absorción de cuatro estados ligados de la hemoglobina [43].

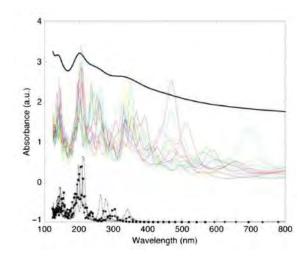


Figura 2.6: Espectro de absorción de subunidades de la melanina. La línea negra representa el espectro de absorción promedio de la melanina [43].

La melanina absorbe la radiación desde el ultravioleta hasta el infrarrojo de forma decreciente. Por último, debemos citar las moléculas de agua como principales absorbedores del cuerpo humano, lo cual no es de sorprender ya que el cuerpo es  $70\,\%$  agua, absorbe mayormente en el infrarrojo. Los espectros de absorción se presentan en las figuras 2.5, 2.6.

Otros compuestos que también absorben radiación en el tejido son la bilirrubina, el caroteno, lípidos y algunos filamentos proteínicos [43].

#### 2.2. Esparcimiento de radiación

El esparcimiento, en términos generales, consiste en el cambio de dirección de la radiación cuando se propaga en un medio inhomogéneo e interactúa con una o muchas partículas que componen el medio. El esparcimiento puede ser simple o múltiple. El primero corresponde al caso en que la radiación es desviada de su dirección de propagación una vez y continua en línea recta. El segundo caso corresponde a un cambio en la dirección de propagación en más de una oportunidad, un ejemplo de esparcimiento múltiple se presenta en la figura 2.7.

Una forma de describir y cuantificar el esparcimiento es mediante el coeficiente de esparcimiento  $(\mu_s)$ , el cual se define como la probabilidad de que un fotón sea desviado por unidad de longitud [21, 46]. Matemáticamente se define como el producto de la sección eficaz de esparcimiento  $(\sigma_s)$  y la densidad de partículas que componen

el medio 
$$(N_s)$$
, es decir,

$$\mu_s = \sigma_s N_s \quad [cm^{-1}] \tag{2.18}$$

donde la sección eficaz de esparcimiento se puede entender como la capacidad de la partícula para esparcir la radiación. Además, podemos definir el camino libre de esparcimiento como  $\mu_s^{-1}$ . A igual que la absorción, el esparcimiento produce una disminución exponencial en la radiación que se propaga por un medio.

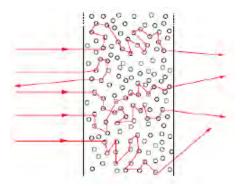


Figura 2.7: Esparcimiento múltiple de un haz cuando se propaga en un medio inhomogéneo [47].

El esparcimiento puede ser modelado mediante la teoría electromagnética clásica. Bajo este punto de vista, consideremos la materia compuesta por cargas discretas cuya carga total es cero. Siendo la radiación un campo electromagnético oscilante, puede producir que las cargas oscilen también. El movimiento oscilatorio de las cargas produce que irradien, lo que se considera como ondas secundarias. Cuando se observa que la radiación tiene igual color que la radiación incidente (ondas secundarias tienen igual frecuencia que las ondas electromagnéticas incidentes) se denomina esparcimiento elástico, el cual corresponde a nuestro caso.

Cabe mencionar que el esparcimiento puede describir también la refracción y reflexión como la superposición de ondas secundarias, lo que permite concluir que la refracción y reflexión de ondas es una forma de esparcimiento. Sin embargo, la descripción de estos procesos se hace más adelante. Además, el esparcimiento se aplica en áreas como la astronomía y ciencias atmosféricas.

#### 2.2.1. Modelos de esparcimiento de radiación

Como ya mencionamos, el fenómeno de esparcimiento puede ser descrito en función del tamaño de la partícula u obstáculo que desvíe la radiación de su dirección de

propagación. A continuación se presenta la descripción de los modelos establecidos para describir el esparcimiento, el modelo de Rayleigh y el modelo de Mie.

#### Esparcimiento de Rayleigh

El modelo de esparcimiento de Rayleigh fue propuesto en 1871 para explicar el color, intensidad y polarización que pueda presentar el cielo en función del esparcimiento de la luz solar por la atmosfera. Este modelo describe el esparcimiento de radiación electromagnética debido a pequñas partículas y por ende, se fundamenta en el momento dipolar [48].

Para describir este planteamiento consideremos el medio compuesto por partículas no absorbedoras y de tamaño menor a la longitud de onda. En este medio se propaga un campo eléctrico que varía en función del tiempo de la forma

$$E_x = E_{0z}e^{\omega t} \tag{2.19}$$

donde hemos considerado que se propaga en dirección "z" y polarizada en el eje "x",  $E_{0z}$  es la amplitud de la onda,  $\omega$  es la frecuencia angular  $(\frac{2\pi c}{\lambda})$ . A partir de Ec. (2.19) se obtiene el dipolo inducido sobre la partícula cargada, salvo una constante de proporcionalidad. Calculando la segunda derivada respecto al tiempo del dipolo se determina la radiación esparcida y para el caso de luz no polarizada (ó polarizada aleatoriamente) la intensidad esparcida es de la forma [21]:

$$I_{esp}(\vec{r},\theta) = I_0 \frac{k^4 |\alpha|^2}{2r^2} (1 + \cos^2 \theta); \qquad k = \frac{8\pi n_m}{\lambda}$$
 (2.20)

siendo  $\alpha$  la polarizabilidad,  $n_m$  el índice de refracción del medio,  $I_0$  es la intensidad inicial y  $\theta$  es el ángulo de esparcimiento. De la expresión (2.20) se puede ver la fuerte dependencia con la longitud de onda, hecho que permite explicar porque el cielo es azul. A partir de Ec. (2.20) se puede calcular que la sección eficaz de esparcimiento y por ende, el coeficiente de esparcimiento son de la forma, respectivamente,

$$\sigma_{esp} = \frac{8\pi k^4 |\alpha|^2}{3}; \qquad \mu_{esp} = \frac{8\pi k^4 |\alpha|^2}{3} N_s$$
 (2.21)

Cabe recordar que las expresiones (2.20) y (2.21) son aplicables cuando las partículas tienen un tamaño menor a la longitud de onda incidente.

#### Esparcimiento de Mie

La teoría de Mie se desarrolló en 1908 y permite solucionar el problema de esparcimiento debido a partículas esféricas homogéneas y que puedan absorber la radiación independientemente del tamaño de la partícula y longitud de onda. Sin embargo, no trata el caso cuando los obstáculos son irregulares, como es el caso de moléculas. Este modelo resuelve las ecuaciones de Maxwell (2.1) considerando las condiciones de frontera en la superficie de la esferas obteniendo las intensidades esparcidas en cada dirección.

El objetivo de este modelo es determinar las secciones transversales de esparcimento y extinción tales que satisfagan la ecuación de onda. A partir de las secciones transversales se determinan los coeficientes de esparcimiento y extinción. Las expresiones para las secciones eficacez de esparcimiento y atenuación total en este modelo son de la forma [49]:

$$\sigma_{esp} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{l=1}^{\infty} (2l+1)(|a_l|^2 + |b_l|^2); \quad \sigma_{ext} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{l=1}^{\infty} (2l+1) \mathbb{R}(a_l + b_l) \quad (2.22)$$

donde k es el vector de onda y los coeficientes  $a_l$  y  $b_l$  se escriben en términos de las funciones de Besel esféricas y funciones de Hankel de orden l. La sección eficaz de absorción se calcula mediante la relación  $\sigma_{abs} = \sigma_{ext} - \sigma_{esp}$ .

Hasta el momento hemos planteado los dos modelos teóricos para describir el esparcimiento. Sin embargo, no hemos hablado del tipo de esparcimiento, para determinarlo y describirlo es necesario hacer referencia a la función de fase.

Función de fase: En la figura 2.8 se muestran dos tipos de esparcimiento, esparcimiento isotrópico y esparcimiento hacia adelante. La función de fase (P) se puede interpretar como una probabilidad de distribución. En otras palabras, la función de fase nos da la probabilidad de que un fotón que se propaga en una dirección  $\hat{s}$  sea esparcido en otra dirección  $\hat{s}'$  [50].

Al tratarse de una distribución probabilística se cumple que la integral de la función de fase por unidad de ángulo sólido sobre todo posible ángulo (dirección) es igual a la unidad (condición de normalización). La condición de normalización no permite describir la absorción debido a las partículas pero sí la distribución del esparcimiento.

$$\int_{4\pi} P(\hat{s}, \hat{s}') d\Omega' = 1 \tag{2.23}$$



Figura 2.8: Tipo de esparcimiento de acuerdo al tamaño de las partículas [51].

La función de fase más simple  $(1/4\pi)$  es asociada al esparcimiento isotrópico y se obtiene al integrar el diferencial de ángulo sólido sobre todos los ángulos [51]. Aunque la función de fase describe las características de eventos de esparcimiento, en este planteamiento se considera que la probabilidad de esparcimiento es una función del ángulo entre las direcciones  $\hat{s}$  y  $\hat{s}'$ , es decir,

$$P(\hat{s}, \hat{s}') = p(\cos \theta) \tag{2.24}$$

siendo  $\theta$  el ángulo formado por las direcciones. Cuando el esparcimiento no es isotrópico se introduce un parámetro para determinar el grado de anisotropía de la función de fase, se conoce como coeficiente de anisotropía (g) y se define como la integral sobre todo los ángulos de P multiplicada por el coseno del ángulo. Matemáticamente se expresa de la forma

$$g = \langle \cos \theta \rangle = \int_{4\pi} P(\hat{s}, \hat{s}') \cos \theta d\Omega \qquad (2.25)$$

El coeficiente de anisotropía denota el tipo de esparcimiento. En el caso en que g=0 tenemos un esparcimiento isotrópico que corresponde al régimen de Rayleigh y significa que la luz es esparcida en cualquier dirección con igual probabilidad. Si g=1 se considera un esparcimiento hacia adelante ("forward scattering") que se presenta en el régimen de Mie cuando las partículas son grandes, este caso establece que la luz tiene mayor probabilidad de ser esparcida en direcciones cercanas a la dirección de incidencia. Por último, si g=-1 se considera un retro esparcimiento ("back scattering").

#### 2.2.2. Esparcimiento en tejido biológico

El esparcimiento en tejido biológico se debe a los diferentes componentes de los tejidos que van desde la membrana celular hasta la célula completa, ver figura 2.9. En esta figura se observa que el esparcimiento de Rayleigh se debe a las fibras de colágeno cuyo tamaño varía entre  $10 \ nm$  y  $100 \ nm$  (menor que la longitud de onda del espectro visible). Por otro lado, el esparcimiento de Mie es generado por compuestos más grandes como son los lisosomas o vesículas cuyos tamaños están entre  $100 \ nm$  y  $1200 \ nm$ , tamaño comparable con la longitud de onda del espectro visible.

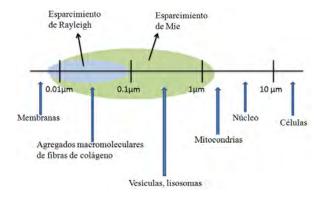


Figura 2.9: Esparcimiento debido al tamaño relativo de algunos componentes de tejido.

Otros compuestos que también favorecen el esparcimiento son las cadenas de proteínas, como la keratina en la epidermis, melanosomas y melanina. Debido a que la distribución de melanina en las personas es diferente, este fenómeno se evidencia de forma diferente [43] y evita una generalización en el estudio de la interaccón radiación-tejido. Adicionalmente, el esparcimiento en el tejido biológico no es isotrópico y predomina el esparcimiento hacia adelante, los valores de g se encuentran entre 0,69 y 0,99 [52]. Algunos estudios [53, 54] han establecido que la función de fase más viable y usada para la piel humana es la función de fase de Henyey-Greenstein modificada  $(P_{HG_{mod}}(\cos \theta))$  y se expresa como [51, 53, 54]:

$$P_{HG_{mod}}(\cos\theta) = \frac{1}{4\pi} \left[ \beta + (1-\beta) \frac{1 - g_{HG}^2}{(1 + g_{HG}^2 - 2g_{HG}\cos\theta)^{3/2}} \right]$$
(2.26)

donde  $\beta$  es la cantidad de radiación esparcida de forma isotrópica. Si hacemos  $\beta=1$  retomamos el resultado para esparcimiento isotrópico; por otro lado, si  $\beta=0$  se obtiene la función de Henyey-Greenstein. Aunque (2.26) concuerda con algunos resultados experimentales se trabaja en una función de fase más general que contemple los tipos de esparcimiento.

## 2.3. Reflexión y refracción

La reflexión y refracción se puede considerar como un caso particular del esparcimiento si se centra el análisis a la superficie de la partícula u obstaculo que encuentre la radiación en su propagación. Estos fenómenos, considerados básicos, se presentan cuando una onda incide sobre una frontera que divide dos medios homogéneos con propiedades ópticas diferentes (índices de refraccón diferentes,  $n_1 \neq n_2$ ), una parte de la energía de la onda incidente se transmite al segundo medio en forma de onda transmitida (**refracción**) de iguales características que la onda incidente; mientras que, otra parte de la energía "rebota", y se propaga en el medio de procedencia (**reflexión**).

La reflexión, como ya mencionamos, hace referencia al cambio de dirección de la onda cuando llega a una interfaz entre dos medios, este fenómeno establece dos leyes:

- 1. Cada rayo de la onda incidente y reflejado están contenidos en el mismo plano perpendicular a la interfaz que separa los dos medios.
- 2. El ángulo que forma el rayo incidente con la normal a la superficie  $(\theta_i)$  es igual al ángulo que forma el rayo reflejado con la normal  $(\theta_r)$ , es decir,  $\theta_i = \theta_r$ .

En la siguiente figura se muestra la reflexión de un rayo que incide sobre una interfaz que separa dos medios diferentes caracterizados por  $n_1$  y  $n_2$ .

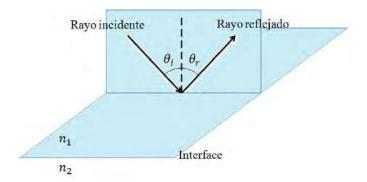


Figura 2.10: Reflexión de un rayo incidente sobre una superficie que separa dos medios.

Por otro lado, la refracción se rige por dos leves principalmente:

1. El rayo de la onda incidente y de la onda transmitida forman un plano perpendicular a la superficie que separa los dos medios. 2. El ángulo que forma el rayo refractado con la normal de la superficie (ángulo de refracción,  $\theta_t$ ) se relaciona con el ángulo de incidencia mediante la ley de Snell,  $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$ .

En la figura 2.11 se muestra la refracción de un rayo cuando pasa de un medio con  $n_1$  a otro medio con  $n_2$ .

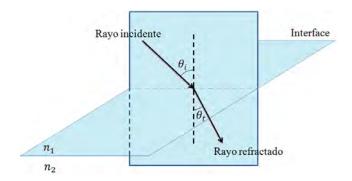


Figura 2.11: Refracción de un rayo incidente sobre una superficie que separa dos medios.

Para cuantificar la energía reflejada y transmitida en la interfaz se hace uso del coeficiente de reflexión (r) y de transmisión (t), respectivamente. Las expresiones para estos coeficientes con incidencia normal a la interfase son:

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}; \quad t = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \tag{2.27}$$

Para el caso en que la onda incida de forma oblicua a la interface se obtienen las ecuaciones de Fresnel para la reflexión y transmisión. Las expresiones de estos coeficientes considerando el campo paralelo al plano de incidencia son [43]:

$$r_{\parallel} = \frac{E_{\parallel r}}{E_{\parallel i}} = \frac{\cos \theta_t - n_{rel} \cos \theta_i}{\cos \theta_t + n_{rel} \cos \theta_i}$$
 (2.28)

$$r_{\parallel} = \frac{E_{\parallel r}}{E_{\parallel i}} = \frac{\cos \theta_t - n_{rel} \cos \theta_i}{\cos \theta_t + n_{rel} \cos \theta_i}$$

$$t_{\parallel} = \frac{E_{\parallel t}}{E_{\parallel i}} = \frac{2\cos \theta_i}{\cos \theta_t + n_{rel} \cos \theta_i}$$
(2.28)

mientras que, considerando el campo perpendicular al plano de incidencia se obtienen las expresiones

$$r_{\perp} = \frac{E_{\perp r}}{E_{\perp i}} = \frac{\cos \theta_i - n_{rel} \cos \theta_t}{\cos \theta_i + n_{rel} \cos \theta_t}$$

$$t_{\perp} = \frac{E_{\perp t}}{E_{\perp i}} = \frac{2\cos \theta_i}{\cos \theta_i + n_{rel} \cos \theta_t}$$
(2.30)

$$t_{\perp} = \frac{E_{\perp t}}{E_{\perp i}} = \frac{2\cos\theta_i}{\cos\theta_i + n_{rel}\cos\theta_t} \tag{2.31}$$

siendo  $n_{rel} = \frac{n_2}{n_1}$ . La deducción de los coeficientes de reflexión y transmisión considerando incidencia normal y oblicua a la interface se muestran en el apéndice A. Para completar nuestra descripción de la interacción radiación-tejido biológico en la siguiente sección se describe la transiluminación.

#### 2.4. Transiluminación

La transiluminación al igual que la reflexión y refracción puede pensarse como un caso o consecuencia del esparcimiento ya que llamamos transiluminación a la radiación que logra propagarse a través de un medio de forma difusa o colimada. Por tal motivo, es conformada por la radiación esparcida hacia adelante y la radiación que en su propagación no es ni absorbida ni sufre eventos de esparcimientos, es decir, se propaga en la misma dirección que la radiación incidente, ver figura 2.12. La transiluminación, además de ser la base para el desarrollo y funcionamiento de algunas aplicaciones médicas [55], es el principio de funcionamiento de la oximetría [56, 57, 58].

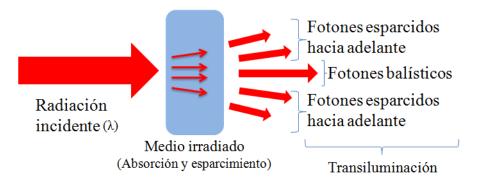


Figura 2.12: Radiación que conforma la transiluminación.

De las formas que la radiación se transmite en un medio o de la radiación que compone la transiluminación queremos resaltar los fotones que no son desviados de la dirección de incidencia ni son absorbidos, a estos fotones los llamaremos fotones balísticos.

Los fotones balísticos tienen como principal característica la conservación de su fase al no sufrir eventos de esparcimiento, lo cual permite caracterizar el medio en el que se propaga determinando sus propiedades ópticas. Para hacer uso de estos fotones se requiere separar los fotones balísticos de los fotones esparcidos hacia adelante; para ello, en este trabajo se propone usar técnicas interferométricas [59, 60, 61, 62]. Este

proceso y su posible implementación en el desarrollo de aplicaciones en el campo de la medicina se describen en los siguientes capítulos.

Para cuantificar el número de fotones balísticos y por ende, las magnitudes físicas (o radiométricas) que nos lleven a las propiedades ópticas es necesario introducir el concepto de función de transmisión.

#### 2.5. Función de transmisión

Para definir la función de transmisión (T(x,y)) consideremos una onda electromagnética con potencia  $P_{in}$  que incide en un punto (x,y) sobre un medio caracterizado por su coeficiente de atenuación total  $\mu_t$  y espesor d. La interacción de la radiación incidente con el medio produce una reducción en la potencia de salida  $P_{out}$  debido a la reflexión, absorción y esparcimiento. Este proceso se muestra en la figura 2.13.

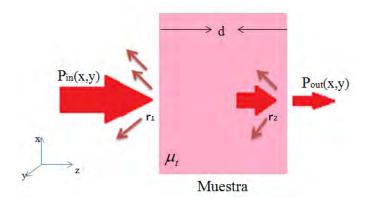


Figura 2.13: Transmisión de radiación.

La función de transmisión se define como el cociente entre la potencia que se transmite, compuesta por los fotones balísticos y la potencia incidente; matemáticamente se expresa como:

$$T(x,y) = \frac{P_{out}}{P_{in}} \tag{2.32}$$

A partir de la Ec. (2.32) podemos ver que la función de transmisión tiene una dependencia espacial ya que el valor de la transmisión del medio irradiado puede variar de un punto a otro. Además, esta función contiene la información de las propiedades ópticas del medio [29, 34, 63]. Para demostrar este hecho recordemos que la cantidad de radiación al atravesar un medio es atenuada de forma exponencial,

de este modo la radiación que se transmite será:

$$P_{out} = P_{in}r^2e^{-\mu_t d} \quad [W] \tag{2.33}$$

donde r corresponde a las pérdidas por reflexiones en la frontera entre la muestra y el medio que lo rodea. Reemplazando (2.33) en (2.32) podemos expresar la función de transmisión de la forma:

$$T(x,y) = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_{in}r^2e^{-\mu_t d}}{P_{in}} = r^2e^{-\mu_t d}$$
 (2.34)

De la expresión anterior se observa la dependencia de la función de transmisión con las características en un punto de la muestra bajo estudio. Lo anterior significa que la radiación transmitida o el uso de los fotones balísticos nos proporciona información del medio en el cual se propaga.

# Capítulo 3

# Interferometría

Como ya mencionamos nuestro objetivo es hacer uso de los fotones balísticos para determinar las propiedades ópticas del medio bajo estudio, donde nuestra primera tarea es separar los fotones balísticos del proceso de transiluminación mediante un arreglo interferométrico. Por tal motivo, en este capítulo se repasa el concepto de interferencia de ondas y cómo a partir de dicha superposición se obtiene la información deseada del medio (simulador de tejido biológico), describiendo el proceso de implementación y caracterización de dicho simulador.

Para realizar una descripción completa desarrollaremos el concepto de coherencia como condición necesaria para producir un patrón de interferencia y cómo a partir de la expresión de interferencia podremos determinar el grado de coherencia de dos haces. Posteriormente, consideraremos el caso cuando la fuente de iluminación corresponde a una fuente extendida.

Por último, se estudia y explica la interferencia heterodina, situación que se presenta cuando se pasa de una dependencia espacial a una temporal en el término modulador del patrón de interferencia.

### 3.1. Fundamentos de interferometría

La interferometría hace referencia a la superposición de dos o más ondas que dan origen a una distribución resultante que corresponde a la suma del solapamiento de las ondas que contribuyen [64] y tiene diferentes aplicaciones en campos como la

astronomía, fibras ópticas, metrología, entre otras. En la práctica se pueden implementar dos tipos de interferómetros, divisores de frente de onda o de amplitud. Los divisores de frente de onda como su nombre lo indica, dividen un frente de onda en dos mediante rendijas. Las ondas resultantes tienen la misma intensidad que la onda original [64], un ejemplo es el interferómetro de Young.

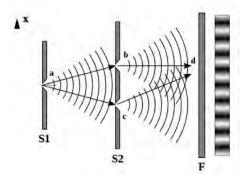


Figura 3.1: Interferómetro de Young (por división de frente de onda)<sup>1</sup>.

En la figura 3.1 podemos ver un ejemplo del interferómetro de Young. Consiste de una fuente de iluminación S1, la onda emitida incide en dos rendijas, ubicadas en los puntos b y c sobre S2. Las rendijas dividen el frente de onda emitido por S1 y hacen que los puntos b y c actúen como dos fuentes que emiten la misma longitud de onda que S1. Los frentes de onda por S2 se superponen en F (punto d) obteniendo un patrón de interferencia. Los interferómetros de división de amplitud dividen la amplitud de la onda mediante elementos ópticos como espejos o divisores de haz [64]. Un ejemplo es el interferómetro de Michelson, ver figura 3.2, o Mach-Zehnder.

Como mencionamos, la interferometría hace referencia a la suma de dos ondas. Esta suma puede ser constructiva, cuando las fases de las ondas están en fase o destructiva cuando se encuentran en desfase. Para desarrollar y describir la superposición de dos ondas consideremos el interferómetro de Michelson, figura 3.2. Tomemos como fuente de iluminación (F) un láser cuya onda es una onda plana. Esta onda se propaga hasta el divisor de haz (DH). El DH divide la onda incidente en dos ondas que se propagan por los caminos 1 y 2. Cada haz recorre una distancia hasta incidir en un espejo (E1 y E2 respectivamente) donde son redirigidas hacia DH nuevamente para su recombinación. La onda resultante de la suma de las ondas 1 y 2 se proyecta en una pantalla (P) donde se puede observar el patrón de interferencia, entendiéndose como el conjunto de franjas brillantes y oscuras. Donde las franjas brillantes y oscuras corresponden a interferencia constructiva y destructiva respectivamente.

 $<sup>^{1}\</sup>mathrm{Tomada\ de\ http://wordpress.danieltubau.com/el-experimento-de-interferencia-de/}$ 

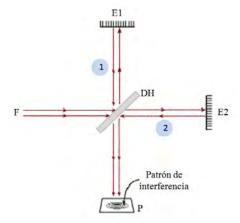


Figura 3.2: Interferómetro de Michelson (por división de amplitud)<sup>1</sup>.

Para realizar la indicar la deducción matemática de cómo se genera el patrón de interferencia consideremos que F emite una onda eléctrica cuya expresión está dada por la Ec. (2.2), con dirección de propagación en z, número de onda k y frecuencia  $\omega$  y se escribe de la forma:

$$E = E_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{z} - \omega t + \phi)} \quad [Vm^{-1}]$$
(3.1)

recordemos  $E_0$  que es la amplitud de la onda. A diferencia de la expresión (2.2) hemos introducido una fase relativa  $\phi$  asociada a la fuente. Como resultado de la interacción de la onda y DH se obtienen dos ondas planas con amplitudes  $E_{01}$  y  $E_{02}$ , no necesariamente iguales, la relación entre las amplitudes depende de las características del divisor de haz. Además le asociamos a cada onda una fase relativa  $\phi_1$ y  $\phi_2$  por alguna diferencia de camino recorrido por las ondas. Las expresiones son:

$$E_{1} = E_{01}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{z}-\omega t+\phi_{1})} \quad [Vm^{-1}]$$

$$E_{2} = E_{02}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{z}-\omega t+\phi_{2})} \quad [Vm^{-1}]$$
(3.2)
(3.3)

$$E_2 = E_{02}e^{i(k\cdot\vec{z} - \omega t + \phi_2)} \quad [Vm^{-1}] \tag{3.3}$$

Como ya mencionamos, estas ondas después de ser reflejadas por los espejos son recombinadas por DH. La onda resultante  $(E_t)$  corresponde a la suma de la ondas 1 y 2, teniendo que:

$$E_t = E_1 + E_2 \quad [Vm^{-1}]$$

$$E_t = E_{01}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{z}-\omega t + \phi_1)} + E_{02}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{z}-\omega t + \phi_2)} \quad [Vm^{-1}]$$
(3.4)

En el capítulo anterior definimos la incidancia (M) como el módulo del vector de

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Tomada de https://www.um.es/LEQ/laser/Ch-10/F10s0p4.htm

Poynting o lo que es equivalente, el módulo al cuadrado del campo eléctrico, (2.12). Por tal motivo, la incidancia es proporcional al cuadrado del módulo del campo en un punto. La superposición de las ondas  $E_1$  y  $E_2$  nos dará una función de incidancia de la forma:

$$M = |E_t|^2 = E_t \cdot E_t^* \quad [Wm^{-2}]$$

$$M = (E_1 + E_2) \cdot (E_1 + E_2)^* \quad [Wm^{-2}]$$
(3.5)

donde la notación  $A^*$  hace referencia al complejo conjugado de A. Aplicando la propiedad distributiva del operador \* sobre el segundo término de Ec. (3.5) y realizando algunos pasos de algebra, tenemos que:

$$M = (E_1 + E_2).(E_1^* + E_2^*) \quad [Wm^{-2}]$$
(3.6)

$$M = E_1 \cdot E_1^* + E_1 \cdot E_2^* + E_2 \cdot E_1^* + E_2 \cdot E_2^* \quad [Wm^{-2}]$$
(3.7)

$$M = |E_1|^2 + |E_2|^2 + E_1 \cdot E_2^* + E_2 \cdot E_1^* \quad [Wm^{-2}]$$
(3.8)

Después de reemplazar las Ecs (3.2) y (3.3) en Ec. (3.5) y realizar las operaciones matemáticas necesarias tenemos que la incidancia es (el cálculo completo se presenta en el apéndice B):

$$M = M_1 + M_2 + 2\sqrt{M_1 M_2} \cos \Delta \phi \ [W m^{-2}]$$
 (3.9)

donde  $M_1$  y  $M_2$  corresponde a la incidancia debido a los campos eléctricos 1 y 2,  $\Delta \phi = \phi_1 - \phi_2$ . El tercer término de (3.9) es conocido como el término de interferencia. Este término en función de  $\Delta \phi$  hace que la incidancia pueda ser mayor o menor que la suma  $M_1 + M_2$ . Debido a la periodicidad de la función coseno y dependencia con z y desfase, se concluye que variaciones en el espacio producen valores máximos y mínimos en la incidancia, estas variaciones corresponden a las conocidas franjas de interferencia.

Anteriormente, se mencionó que para obtener franjas de interferencia se requiere que la suma de las ondas sea de forma constructiva, esto quiere decir que la diferencia de fase entre las ondas debe ser igual a un múltiplo entero de  $2\pi$ . Mientras que, la condición para el caso de una suma destructiva, es que la diferencia de fase sea igual a un múltiplo impar de  $2\pi$ , es decir,

$$\Delta \phi = 2n\pi \tag{3.10}$$

$$\Delta\phi = (2n+1)\pi \tag{3.11}$$

Hemos mencionado que la superposición de dos ondas produce un patrón de interferencia, sin embargo, no cualquier conjunto de ondas pueden interferir. Para producir un patrón de interferencia se requiere que las ondas sean mutuamente coherentes  $(\Delta \phi = constante)$ , por tal motivo se prefieren fuentes de iluminación como láseres y fuentes de iluminación no ordinarias. Lámparas de filamentos que son incoherentes producen que el valor medio de  $\cos \Delta \phi$  sea cero y no permite obtener franjas. Con lo anterior, podemos concluir que, la coherencia ya sea espacial o temporal, es una condición necesaria para producir patrones de interferencia. En la siguiente sección realizamos una descripción de este concepto para su mejor entendimiento.

## 3.2. Coherencia espacial y temporal

La coherencia es la principal condición para que haya interferencia. Entonces, cuando dos puntos de una onda tienen una relación de fase constante, es decir, al conocer un valor del campo eléctrico en un punto, es posible determinar el valor en otro punto, concluimos que dichos puntos son coherentes. Con este concepto podemos definir dos tipos de coherencia, espacial y temporal.

Coherencia temporal: Corresponde al intervalo de tiempo en el cual se puede predecir la fase de una onda en un punto dado del espacio. Para desarrollar este concepto, consideremos un campo eléctrico en un punto en dos tiempos diferentes, t y  $t + \tau$ ; entonces, el tiempo de coherencia es el máximo valor de  $\tau$  tal que la diferencia de fase del campo en dicho punto sea predecible. Para el caso de un láser, es conocido que su ancho de banda teórico se representa por una función delta, esto es,  $\Delta \nu = 0$  y por ende se tiene un tiempo de coherencia  $(t_c)$  infinito,  $t_c \to \infty$ .

A partir del tiempo de coherencia podemos definir la longitud de coherencia  $(l_c)$  como la longitud en el espacio tal que la fase de la onda pueda predecirse. Este concepto puede calcularse mediante la relación:

$$\Delta l_c = c \Delta t_c \tag{3.12}$$

donde c es la velocidad de la luz.

Coherencia espacial: Un campo eléctrico que tenga dos puntos desplazados lateralmente y se encuentren sobre un mismo frente de onda se dice que es coherente

espacialmente. Para explicar mejor este concepto supongamos una fuente de iluminación S y tomemos tres puntos diferentes  $(P_1, P_2 y P_3)$  tales que  $\overline{SP_1} = \overline{SP_2}$ , ver figura 3.3.

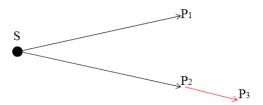


Figura 3.3: Esquema para definir coherencia longitudinal y transversal.

En cada punto se tiene un campo diferente,  $E_1$ ,  $E_2$  y  $E_3$ . Considerando que  $P_2$  y  $P_3$  están sobre la misma línea que une la fuente con los puntos; entonces, la coherencia entre los campos asociados a dichos puntos mide la coherencia espacial longitudinal. Sin embargo, la coherencia entre estos puntos depende de la distancia que los separa,  $r_{23}$  y se requiere que sea menor que la longitud de coherencia, es decir,  $r_{23} < l_c$ . Por otro lado, dado que las distancias entre S y los puntos  $P_1$  y  $P_2$  son iguales, la coherencia entre los campos miden la coherencia espacial transversal. Para el caso de una fuente puntual se tiene coherencia transversal y si la fuente es extendida se tiene coherencia parcial entre los campo y depende del tamaño de la fuente.

La coherencia parcial es el caso real ya que, fuentes completamente coherentes o incoherentes son fuentes ideales. Las fuentes de iluminación no son perfectas, generan luz coherente en mayor o menor medida. Con base en lo anterior, es conveniente hablar del grado de coherencia entre los campos y la función de coherencia, conceptos que se desarrollarán en la siguiente sección.

### 3.3. Grado de coherencia y función de coherencia

Cabe mencionar que en su propagacion, la amplitud y fase de las ondas, así como la incidancia que llega al detector en un instante varían de forma aleatoria con el tiempo, por tal motivo es conveniente que reescribamos (3.9) en función del valor promedio de una función, cuya definición es,

$$\langle f \rangle = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{0}^{T} f(t)dt$$

Con base en la anterior definición, la expresión de la incidancia queda de la forma [65]:

$$M = \langle |E_1|^2 + |E_2|^2 + 2\mathbb{R}(E_1 \cdot E_2^*) \rangle [Wm^{-2}]$$

$$M = M_1 + M_2 + 2\mathbb{R} \langle E_1 \cdot E_2^* \rangle [Wm^{-2}]$$
(3.13)

Como ya mencionamos, las dos ondas antes de ser recombinadas se propagan por caminos ligeramente diferentes, esto implica que los tiempos de propagación son también diferentes. Esto significa que si una onda viaja durante un tiempo t, la segunda onda viajará durante un tiempo  $t + \tau$ , el promedio temporal dependerá de este retraso. Si suponemos que  $E_2$  se propaga durante el tiempo mayor, la Ec. (3.13) se puede escribir como

$$M = M_1 + M_2 + 2\mathbb{R}\Gamma_{12}(\tau) \quad [Wm^{-2}] \tag{3.14}$$

donde  $\Gamma_{12}(\tau) = \langle E_1(t) \cdot E_2^*(t+\tau) \rangle$  se denomina función de coherencia mutua. Esta función da información sobre el grado de coherencia de una onda respecto a la otra. Con lo anterior podemos establecer que, el grado de coherencia está dado por la función de coherencia mutua. Adicionalmente, podemos definir la función  $\Gamma_{11}(\tau) = \langle E_1(t) \cdot E_1^*(t) \rangle$ . Esta función corresponde a los primeros términos de Ec. (3.14), es decir,  $\Gamma_{11}(0) = |E_1|^2 = M_1$  y se conoce como función de autocoherencia. Esta función establece que una onda en un punto debe ser siempre coherente con ella misma.

En algunos casos es conveniente definir una función que dependa sólo de las características de coherencia de los campos y debido a ello se define la función de coherencia normalizada ( $\gamma_{12}$ ) de la forma:

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\langle E_1(t) \cdot E_2^*(t+\tau) \rangle}{\langle E_1(t) \cdot E_1^*(t) \rangle \langle E_2(t) \cdot E_2^*(t) \rangle} = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)\Gamma_{22}(0)}}$$
(3.15)

A partir de esta definición es claro que  $\gamma_{12}$  cumple la desigualdad de Schwan, esto es,  $0 < |\tilde{\gamma_{12}}(\tau)| < 1$ . Sin embargo,  $\gamma_{12}$  es una función compleja y se puede escribir como

$$\tilde{\gamma}_{12}(\tau) = |\tilde{\gamma}_{12}|e^{i\Phi_{12}(\tau)} \tag{3.16}$$

Con lo anterior, se tiene un patrón de interferencia si el módulo de la función de coherencia es diferente de cero. Los posibles casos de coherencia en función de este

módulo se presentan a continuación,

$$|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| = \begin{cases} 0 & \text{límite incoherente} \\ (0,1) & \text{coherencia parcial} \\ 1 & \text{límite coherente} \end{cases}$$
(3.17)

Debido a la limitante que presentan las fuentes de iluminación en todo ejercicio experimental, tendremos un grado de coherencia mayor o menor. Pero la función de coherencia normalizada en nungún caso alcanzará un valor límite. Hasta el momento para realizar el anterior análisis hemos supuesto una fuente puntual monocromática, la cual es una idealización; ahora consideremos un caso más real, una fuente extendida.

#### 3.4. Interferencia con fuente extendida

Para estudiar el proceso de interferencia cuando tenemos una fuente extendida se supondrá que una fuente de este tipo está compuesta por la suma de fuentes puntuales. Consideremos que nuestra fuente extendida está conformada por dos fuentes puntuales casi monocromáticas e incoherentes  $S_1$  y  $S_2$  y tomemos dos puntos cualquiera  $(P_a \ y \ P_b)$  como se indica en la figura 3.4.

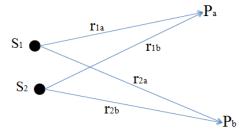


Figura 3.4: Esquema para definir la coherencia para una fuente extendida.

Debido a que tenemos dos fuentes que afectan el espacio, el campo que llega a cada punto corresponde a la suma de cada campo. Sean los campos generados por las fuentes de la forma

$$E_1(\vec{r},t) = E_{01}e^{i(k_1r - \omega_1t + \phi_1)} [Vm^{-1}]$$
  

$$E_2(\vec{r},t) = E_{02}e^{i(k_2r - \omega_2t + \phi_2)} [Vm^{-1}],$$
(3.18)

estos campos interfieren en diferentes puntos del espacio. Luego, la incidancia en

un punto ( $P_a$  en el esquema 3.4 por ejemplo) será el producto especificado por Ec. (3.6), en este caso tenemos que la incidancia es

$$M_a = M_{1a} + M_{2a} + 2\sqrt{M_{1a}M_{2a}}\cos\theta \ [Wm^{-2}]$$
 (3.19)

Aunque esta expresión parece coincidir con (3.9), se diferencia en el término de interferencia, el argumento de la función coseno es  $\theta = (k_1 r_{1a} - k_2 r_{2a}) + (\omega_1 - \omega_2)t + \Delta \phi$ . De forma análoga se obtiene una incidancia en  $P_b$ . Para determinar el grado de coherencia de los campos que llegan a los puntos a y b haremos uso de  $\tilde{\gamma}_{ab}$ , teniendo que la expresión en este caso es

$$\tilde{\gamma}_{12} = \frac{\langle E_a(t) \cdot E_b(t+\tau) \rangle}{\sqrt{M_a M_b}}$$

$$\tilde{\gamma}_{12} = \frac{\langle (E_{1a}(t) + E_{2a}(t)) \cdot (E_{1b}^*(t+\tau) + E_{2b}^*(t+\tau)) \rangle}{\sqrt{M_a M_b}}$$
(3.20)

$$\widetilde{\gamma}_{12} = \frac{\langle E_{1a}(t)E_{1b}^*(t+\tau) \rangle}{\sqrt{M_a M_b}} + \frac{\langle E_{2a}(t)E_{2b}^*(t+\tau) \rangle}{\sqrt{M_a M_b}}$$
(3.21)

debido a la suposición de tener fuentes incoherentes concluimos que los productos mixtos son nulos, es decir,  $\langle E_{1a}E_{2b}^* \rangle = \langle E_{1b}E_{2a}^* \rangle = 0$ . Recordemos que la diferencia de tiempo se debe a la diferencia de viaje de los campos desde las fuentes a los puntos. Al ser esa diferencia de tiempo fija podemos suponer que cada fuente contribuye en igual medida a la función de coherencia, matemáticamente tendríamos

$$\tilde{\gamma}_{12}(\tau) = \frac{1}{2} [\gamma(\tau_1) + \gamma(\tau_2)] \quad \text{y} \quad \gamma(\tau) = e^{i\omega\tau} \left( 1 - \frac{\tau}{\tau_0} \right)$$
 (3.22)

siendo  $\gamma(\tau)$  la función de coherencia de cada fuente. Además, la diferencia de tiempo por cada fuente es  $\tau_1 = \frac{r_{1b} - r_{1a}}{c} + \tau$  y  $\tau_2 = \frac{r_{2b} - r_{2a}}{c} + \tau$ . Luego el grado de coherencia entre los campos está dada por

$$|\tilde{\gamma}_{12}|^2 \approx \frac{1}{4} \left[ \left( 1 - \frac{\tau_1}{\tau_0} \right)^2 + \left( 1 - \frac{\tau_2}{\tau_0} \right)^2 + 2 \left( 1 - \frac{\tau_1}{\tau_0} \right) \left( 1 - \frac{\tau_2}{\tau_0} \right) \cos(\omega(\tau_2 - \tau_1)) \right] (3.23)$$

De la expresión (3.23) se observa que la coherencia entre los campos depende del tiempo de coherencia de las fuentes ( $\tau_0$ ) y de la diferencia  $\tau_2 - \tau_1$  de forma periódica al estar en el argumento de la función coseno. Así mismo, el anterior resultado muestra una dependencia espacial de forma periódica en función de la separación de los puntos tomados.

#### 3.5. Interferometría heterodina

Algunas aplicaciones generan impacto e importancia por su capacidad de respuesta en tiempo real. Como hemos mencionado en las secciones previas el fenómeno de interferometría da como resultado una potencia que tiene una dependencia espacial. Sin embargo, es posible hacer un seguimiento a la incidancia en tiempo real, para ello se puede implementar un modulador temporal tal que la respuesta dependa del tiempo, a este hecho se le conoce como interferometría heterodina. En conclusión, la interferometría heterodina se puede definir como el estudio dinámico de sistemas interferométricos.

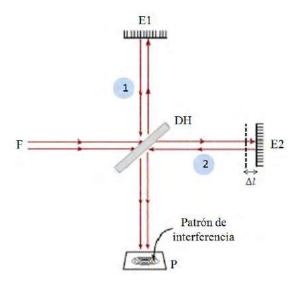


Figura 3.5: Esquema del interferómetro de Michelson con el modulador temporal.

La expresión (3.9) fue determinada suponiendo un comportamiento espacial, es decir, corresponde a la incidancia en función de la diferencia en el camino recorrido por las ondas, basados en el interferómetro de Michelson, recuerdese figura 3.2. Ahora bien, para tener la dependencia espacio-temporal mediante el modulador se requiere ubicar un espejo sobre una plataforma móvil cuyo desplazamiento dependa del tiempo, un ejemplo de este modulador es un posicionador piezoeléctrico.

El posicionador piezoeléctrico al desplazarse produce una diferencia de camino  $\Delta l$  en función del tiempo para la onda que recorre dicho camino, ver figura 3.5. La diferencia de camino como función del tiempo dependerá de cómo se controle el posicionador. Debido a que la onda recorre dos veces  $\Delta l$ , ida y vuelta, se introduce en la fase de  $E_2$  (de acuerdo a la figura 3.5) un término  $i2k\Delta l(t)$ , lo que implica que el término de interferencia para (3.9) depende también de este desplazamiento ya

que tendríamos un desfase de la forma

$$\Delta \phi = \Delta \phi(t) = \phi_2 - \phi_1 + 2k\Delta l(t)$$

$$\Delta \phi = \phi_2 - \phi_1 + 2kct$$
(3.24)

El resultado anterior se obtiene recordando que  $\Delta l = ct$ , siendo k el número de onda y que el índice de refracción del aire es 1. Cabe mencionar que con ayuda de la variación espacio-temporal continua de la incidancia por el modulador se pueden calcular los parámetro interferométricos.

#### 3.6. Parámetros interferométricos

La implementación de un espejo sobre un posicionador piezo eléctrico genera una variación continua y periódica de la incidancia en un punto en el plano de observación o detector. Dicha variación está restringida entre un valor máximo y mínimo de incidancia debido a la función coseno en el término de interferencia. A partir de estos valores es posible determinar la incidancia promedio  $(M_{pro})$ , incidancia modulada  $(M_{mod})$  y visibilidad (V). Las cantidades anteriores son conocidas como parámetros interferométricos [66, 67].

Con base en Ec. (3.9) podemos determinar que la incidancia máxima  $(M_{max})$  y mínima  $(M_{min})$  se obtienen cuando la función coseno es igual a 1 y -1 respectivamente, cuyas expresiones son:

$$M_{max} = M_1 + M_2 + 2\sqrt{M_1 M_2} \quad [Wm^{-2}]$$
 (3.25)

$$M_{min} = M_1 + M_2 - 2\sqrt{M_1 M_2} \quad [Wm^{-2}]$$
 (3.26)

La incidancia promedio se determina como la suma de  $M_{max}$  y  $M_{min}$  entre 2, luego la expresión para este parámetro es

$$M_{pro} = \frac{M_{max} + M_{min}}{2} \quad [Wm^{-2}]$$
 (3.27)

$$M_{pro} = M_1 + M_2 \quad [Wm^{-2}] \tag{3.28}$$

Por otro lado, la incidancia modulada se obtiene mediante la amplitud de la señal, la cual está dada por la resta de Ec.(3.25) y Ec. (3.26) dividido por 2, obteniendo

$$M_{mod} = \frac{M_{max} - M_{min}}{2} \quad [Wm^{-2}]$$
 (3.29)

$$M_{mod} = 2\sqrt{M_1 M_2} \quad [Wm^{-2}] \tag{3.30}$$

por último, la visibilidad, se define como

$$V = \frac{M_{max} - M_{min}}{M_{max} + M_{min}}$$

sin embargo, con ayuda de las definiciones anteriores podemos escribir este parámetro de la forma:

$$V = \frac{M_{mod}}{M_{pro}} \tag{3.31}$$

Cabe mencionar que las expresiones (3.25)-(3.31) están en su definición más simple. En este trabajo se han contemplado los fenómenos ópticos desarrollados en el Capítulo 2. Las expresiones obtenidas para estos parámetros junto con las consideraciones experimentales se presentan en el siguiente capítulo.

# Capítulo 4

# Método experimental

Con una visión de los fenómenos físicos y más exactamente, ópticos de este trabajo, en este capítulo se describe el arreglo experimental usado para separar los fotones balísticos de la radiación esparcida hacia adelante. Se analizan los conceptos antes mencionados considerando la muestra a estudiar y las expresiones de la función de transmisión e incidancia a implementar en nuestros cálculos.

En la siguiente sección se detalla el interferómetro propuesto, que corresponde al interferómetro de Mach-Zehnder describiendo cada uno de sus elementos y funciones. Posteriormente, se dedicará una sección al sistema de detección implementado en nuestro arreglo experimental. Este sistema desempeña un rol muy importante debido a que esperamos registrar un número de fotones bajo. Adicionalmente, se mostrará el proceso de calibración del detector usado.

La incorporación de un modulador temporal en el interferómetro también se discute. Se describirá el piezoeléctrico y las conexiones realizadas para generar el desplazamiento del espejo y obtener la dependencia temporal en el patrón de interferencia. Por último, mencionaremos los medios irradiados para comprobar el uso de fotones balísticos en las aplicaciones médicas en tejido biológico.

## 4.1. Arreglo experimental:

#### Interferómetro Mach-Zehnder

El interferómetro de Mach-Zehnder es uno de los más conocidos y usados en diferentes aplicaciones, por ejemplo, en el campo de las pruebas ópticas para determinar

la calidad del acabado de componentes ópticas en sus superficies [68, 69]. Este interferómetro está compuesto, basicamente, por una fuente de iluminación (L), dos divisores de haz  $(DH_1, DH_2)$ , dos espejos  $(E_1, E_2)$  y un detector (D). El esquema de este arreglo se muestra en la figura 4.1.

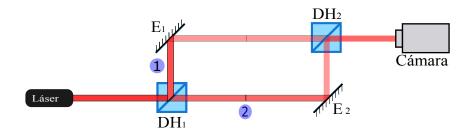


Figura 4.1: Esquema del interferómetro de Mach-Zehnder.

Ahora la pregunta a resolver es ¿cómo funciona el interferómetro Mach-Zehnder? En términos generales este interferómetro divide un haz de radiación en dos haces para recombinarlos y producir un patrón de interferencia. Para responder esta pregunta de forma detallada partamos de la fuente de iluminación, en este caso, un láser de He-Ne que emite luz con una longitud de onda de 633 nm y una potencia de 4 mW. Este haz incide en un primer divisor de haz  $(DH_1)$  que corresponde a una placa plano paralela de 7,6 cm de diámetro con una relación 70 : 30 (30% refleja - 70% transmite). Este divisor separa la radiación proveniente del láser en dos haces que toman los caminos 1 y 2 y que llamaremos para futura citación, referencia y muestra, respectivamente. Cabe mencionar que el haz de referencia se obtiene por reflexíon en  $DH_1$ , mientras que el haz muestra por la transmisión. El haz de referencia incide en un primer espejo,  $E_1$ , de carácter interferométrico con 7,6 cm de diámetro. Por otro lado, el haz muestra incide en  $E_2$ , el cual es un espejo interferométrico de 2,54 cm de diámetro. Cada espejo cambia la dirección del haz hacia un segundo divisor de haz  $(DH_2)$  que, a diferencia del primero, recombina los haces en uno solo.

La radiación resultante de la superposición de los haces de referencia y muestra es captada por un detector ubicado después de  $DH_2$ . Una imagen representativa de un patrón de interferencia obtenido por este interferómetro se muestra en la figura 4.2. En el arreglo implementado en laboratorio, por el camino 2 se propaga el haz muestra, este nombre se debe a que en este camino se ha ubicado la muestra (M) a estudiar. En el camino 1 se ubica un filtro de densidad neutra (F) de diámetro 2,54 cm. El propósito de usar el filtro es atenuar la potencia que se propaga por este camino y mejorar la visibilidad del patrón de interferencia. En este montaje



Figura 4.2: Ejemplo de un patrón de interferencia obtenido en el interferómetro de Mach-Zehnder implementado en el laboratorio.

se ha adicionado una lente colimadora (LC) para proyectar el patrón de franjas en el detector, esta configuración se muestra en la figura 4.3. El funcionamiento de esta configuración es identica a la descripción dada, la unica diferencia radica en las potencias que se propagan en los haces de referencia y de muestra, son diferentes debido a la atenuación en el haz muestra.

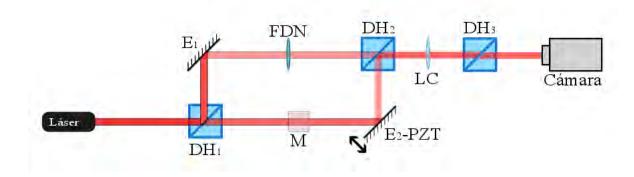


Figura 4.3: Esquema del interferómetro Mach-Zehnder implementado en laboratorio.

En la figura 4.4 se muestra una fotografía del interferómetro implementado en el laboratorio. La nomenclatura usada en esta figura es igual a la presentada con la figura 4.3 para facilitar su interpretación. Adicionalmente, se puede ver un tercer divisor de haz  $(DH_3)$  en el montaje, este fue usado para calibrar la cámara. El posicionador piezoeléctrico empleado para ubicar el segundo espejo y el proceso de calibración se describen a continuación.

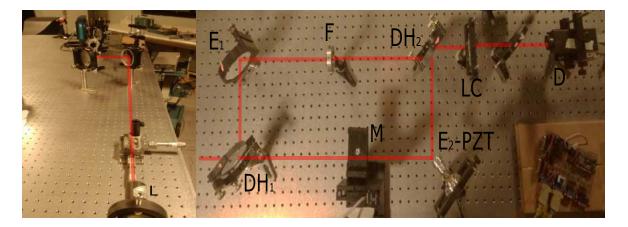


Figura 4.4: Dos vistas del interferómetro Mach-Zehnder implementado en laboratorio.

# 4.2. Implementación del posicionador piezoeléctrico

El posicionador piezoeléctrico es una cerámica (titanato de bario) que responde a un campo eléctrico mediante una deformación. La historia de estos materiales se remonta a 1900 donde Jacques and Pierre Curie vieron que después de aplicar una presión sobre un cristal de cuarzo se producían cargas eléctricas. Actualmente hay diferentes aplicaciones de estos; en la cotidianidad están los encendedores para cigarrillos o estufas, despertadores; en la ingeniería tenemos los posicionadores [70].

Con lo anterior, podemos definir los posicionadores piezoeléctricos como un dispositivo que produce movimientos de escalas micrométricas o nanométricas como respuesta a un campo eléctrico aplicado. La expresión matemática que modela este fenómeno es

$$d = d_{ij}El_0 (4.1)$$

donde  $d_{ij}$  es la constante de proporcionalidad y corresponde a los coeficientes de deformación,  $l_0$  es la longitud inicial de la cerámica y E es la magnitud del campo eléctrico aplicado. Cabe mencionar que la dependencia del desplazamiento con el campo eléctrico no es lineal, las curvas características de estos materiales presentan histéresis.

El posicionador piezoeléctrico usado en el interferómetro es de la empresa Physik Instruments (PI), modelo S-316,10. Este posicionador permite movimientos en el eje z, desplazamientos hasta 12  $\mu m$ , inclinaciones en x y y de 1200  $\mu rad$  con una resolución de 0,4 nm y 0,1  $\mu rad$ , respectivamente [71]. La siguiente figura 4.5 muestra

el posicionador implementado en el arreglo experimental.

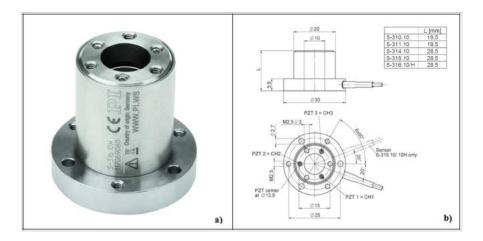


Figura 4.5: a) Fotografía del posicionador piezoeléctrico y b) especificaciones.

La cerámica que tiene incorporada este posicionador está basada en titanato de circonato de cobre modificado (PIC252 para PI), lo cual lo hace un material piezo-eléctrico suave, estable térmicamente, resistente a la humedad y con un coeficiente de carga bajo (alta deformación) [72]. En la figura 4.6 se muestra el piezoeléctrico junto con el espejo interferómetrico ( $E_2 - PZT$  según nuestra convención) sobre una montura.

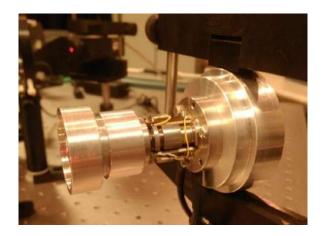


Figura 4.6: Fotografía del posicionador piezoeléctrico implementado en laboratorio y su estructura interna.

Para su operación se conectó el piezoeléctrico al módulo E501 de PI. Este módulo permite controlar el voltaje aplicado al posicionador y sensar el desplazamiento producido en cada cerámica. En este trabajo estimulamos cada cerámica con igual voltaje para desplazar el espejo en dirección z. Hay dos formas de operar este módulo, cambiando el voltaje aplicado con ayuda de los cursores o, como se implementa en

este trabajo, con una señal externa. Mediante un generador de funciones de frecuencia máxima de 50MHz, modelo 8116A de la marca Hewlett-Packard se configuró una señal triangular con una frecuencia de 5~mHz, periodo (T) de 200~s y una amplitud pico-pico de 10~V. El valor de voltaje escogido se debe a que el voltaje máximo de entrada al módulo E501 para su operación es de 12~V. La función rampa usada se caracteriza por ser la unión de dos rectas con igual pendiente pero con signo opuesto. Con base en lo anterior podemos definir la función rampa de la siguiente forma:

$$f(t) = \begin{cases} 0.1t & si \quad 0 \le t \le \frac{T}{2} \\ -0.1t & si \quad \frac{T}{2} \le t \le T \end{cases}$$
 (4.2)

En este trabajo se usa un tren de pulsos, por ende, esta función es periódica. En la figura 4.7a se muestra el generador de señales (arriba) y controlador del piezoeléctrico (abajo). Este sistema produce que la variación en el camino óptico del haz muestra sea una función del tiempo.

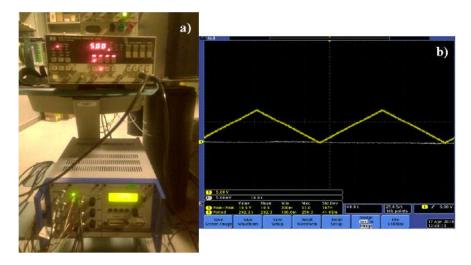


Figura 4.7: Módulo E501 y generador de funciones usados para desplazar el posicionador piezoeléctrico.

La señal de entrada al módulo E501 fue monitoreada por un osciloscopio con el objetivo de confirmar su frecuencia y voltaje. En la figura 4.7b se muestra una imagen obtenida con el osciloscopio.

### 4.3. Calibración del sistema de detección

En esta sección se describe el proceso de calibración de nuestro sistema de detección, una cámara CCD; proceso necesario para hacer el conteo de los fotones balísticos.

Para determinar la cantidad de estos fotones es necesario hacer la conversión entre la escala de gris, escala en la cual se detecta y presenta la incidencia y la incidancia que está incidente en la cámara. Para ello, el patrón de interferencia se proyecta en dos cámaras diferentes de forma simultánea con ayuda de  $DH_3$ . El arreglo implementado se muestra en la figura 4.8.

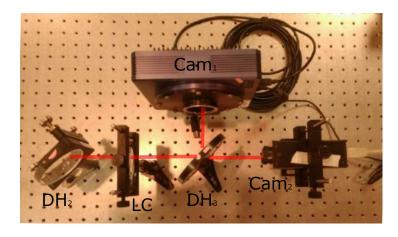


Figura 4.8: Arreglo experimental para calibrar la cámara de medición.

Este arreglo consiste de un tercer divisor de haz  $(DH_3)$  ubicado después de la lente colimadora (LC) tal que el patrón de interferencia formado por  $DH_2$  incida en las cámaras, Cam1 y Cam2. Una cámara usada es la Apogee Alta-U16 (Cam1), usada en aplicaciones de iluminación baja y de gran sensibilidad, cuenta con un arreglo de  $4096 \times 4096$  pixeles donde el tamaño de pixel es  $9 \times 9 \ \mu m^2$ . La otra cámara es Sony XCD-SX910 (Cam2), la cual es menos sensible, tiene un arreglo de  $1392 \times 1040$  pixeles cuyo tamaño es  $4,65 \times 4,65 \ \mu m^2$ . Esta configuración se debe a que no conocemos las características necesarias de Cam2 para hacer la conversión de forma directa, mientras que las de Cam1 sí se conocen. En este trabajo, Cam2 se adapta mejor a nuestro trabajo, ya que tiene un mayor número de cuadros por segundo respecto a Cam1.

Para obtener la ecuación que nos permite pasar de la escala de gris a valores de incidancia en la cámara Sony tomamos el mismo pixel en ambas imágenes (ver figura 4.9) y leemos su valor en sus respectivas escalas de gris. A primera vista pareciera no coincidir los puntos pero recordemos que  $DH_3$  introduce una cambio de fase de  $180^{\circ}$  en el haz reflejado.

Al valor obtenido en Cam1 (Cámara Apogee) lo procesamos de tal forma que obtengamos el valor de incidancia respectivo. Para indicar el proceso primero citemos que la eficiencia cuántica (QE) a 633~nm es de 65~%, su corriente de saturación se

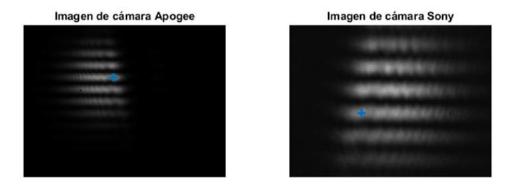


Figura 4.9: Pixel seleccionado sobre el patrón de interferencia proyectado en las cámaras Apogee y Sony.

presenta a  $10^4$  electrones y es una cámara de 16 bits, lo que equivale a un nivel de gris (Ng) entre 0 y 65536 [73]. Con los datos anteriores tenemos que la eficiencia cuántica es

$$QE = \frac{e - \frac{e}{\#_{fragg}}}{} \tag{4.3}$$

despejando y reemplazando tenemos que el número de fotones máximo es

$$\#_{f_{max}} = \frac{e^{-}}{QE} = \frac{100000}{0.65} = 153846 \tag{4.4}$$

Con este valor podemos relacionar el número de fotones máximo con el máximo valor en escala de gris, es decir, 153846 fotones equivalen a una intensidad de 65536 Ng. Luego el cambio en un nivel de gris corresponde a 2.35 fotones en 0,005 s, que es el tiempo de exposición en la captura de la imagen. Como sabemos, el láser emite a una longitud de onda de 633 nm, lo que equivale a una energía de 3,14x10<sup>-19</sup> J por fotón, con este valor y el número de fotones de un nivel de gris tenemos que la potencia relacionada a un nivel de gris es:

$$1 Ng = \frac{(2,35)(3,14 \times 10^{-19}J)}{0,005s} = 1,474 \times 10^{-16} [W]$$
 (4.5)

La expresión (4.5) nos relaciona un nivel de gris con su valor de potencia, lo cual nos permite obtener un valor de potencia en función del pixel que tomemos en la imagen. La expresión que muestra dicha relación es

$$V_p = \frac{\alpha 1,474 \times 10^{-16}}{1Ng} [W] \tag{4.6}$$

siendo  $\alpha$  el valor del pixel en su respectiva escala de grises. Ahora recordemos que

el tamaño de pixel es de 9  $\mu m$  (área de  $8.1 \times 10^{-11}$ ), por ende, la incidancia será

$$M_{Apo} = \frac{V_p}{81 \times 10^{-12}} [Wm^{-2}] \tag{4.7}$$

El valor de pixel medido fue de 36370, lo que equivale a una incidancia de  $0,0599 \, Wm^{-2}$ . Recordemos que este valor de incidancia es para la cámara Apogee, sin embargo, dicho valor de incidancia corresponde también al pixel en la cámara Sony, ya que hemos tomado el mismo punto sobre la imagen. Con lo anterior, podemos obtener una relación entre la incidancia y la escala de grises en la cámara Sony. El valor obtenido para dicho pixel fue de 137 lo que significa que la expresión que permite pasar de nivel de gris a incidancia es

$$M_{Sony} = \frac{0.0599}{137} \alpha_s \ [Wm^{-2}] \tag{4.8}$$

Haciendo uso de esta expresión podemos obtener una curva característica que permite hacer el cambio entre estas magnitudes, donde  $\alpha_s$  corresponde al valor del pixel. El resultado obtenido de este proceso se presenta en la figura 4.10.

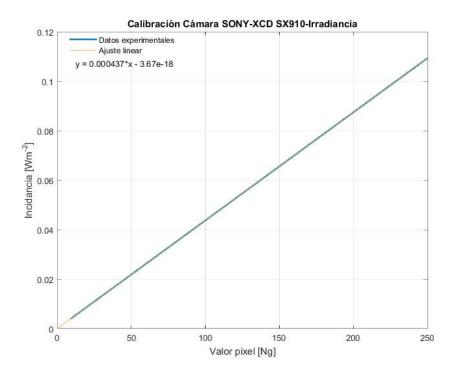


Figura 4.10: Curva obtenida en el proceso de calibración de la cámara Sony.

Cabe mencionar que para obtener esta curva se tomaron pixeles de forma aleatoria sobre la imagen y se realizó tanto la conversión como un ajuste lineal presentado. La ecuación mostrada permite calcular de forma directa la incidancia para un valor

de gris. A partir de esta magnitud física se puede calcular la potencia y el número de fotones por segundo ya que desconocemos el tiempo de exposición de cada foto, diferente al tiempo entre foto y foto (cuadros por segundo) que sí conocemos.

#### 4.4. Sistema de escáner

El sitema de escaneo implementado permite hacer un estudio sobre un área de la muestra. El escáner permite estudiar cambios en la atenuación de los fotones balísticos en dicha área debido a inhomogeneidades del medio bajo estudio. Este escáner está compuesto por dos plataformas cinemáticas de la marca Standa con desplazamientos máximos de  $\approx 2~cm$  en pasos de 5  $\mu m$ , ver figura 4.11.

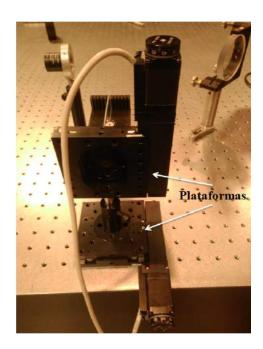


Figura 4.11: Escáner implementado para estudiar un área de la muestra.

Para controlar los desplazamientos de ambas plataformas se cuenta con un sistema electrónico (figura 4.12) controlado que permite modificar los pasos y el desplazamiento total. En este caso, considerando el diámetro del láser se ha tomado un desplazamiento total de 5 mm en pasos de 0,5 mm, lo que representa un área de estudio de 25  $mm^2$ .

Además, este sistema está configurado tal que reciba las órdenes vía comunicación inalámbrica, como complemento para su funcionamiento está conectado a una fuente de poder de la marca Tenma, modelo 72-7700 CAL D.

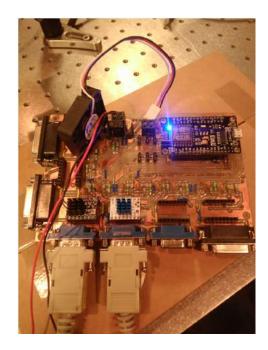


Figura 4.12: Electrónica para controlar los desplazamientos del escáner.

#### 4.5. Muestras de estudio

En esta sección describiremos las muestras a estudiar que permitirán determinar la validez del método de fotones balísticos, placas de vidrio y jamón comercial para consumo doméstico. El primer medio usado son placas de vidrio. Son elementos transparente y aunque se suponen de buena calidad y paralelas, puede que no lo sean. Estas características de las placas para el uso en microscopios ayudarán a calibrar el sistema y en un primer paso, el método de fotones balísticos.

El segundo medio a estudiar es jamón comercial de la marca Chimex. El jamón debido a sus inhomogeneidades se propone como simulador de un material representativo de tejido biológico. Muchos simuladores de tejido son líquidos a base de grasas, ver capítulo 1. Sin embargo, proponemos un simulador sólido como reto ya que es un medio denso ópticamente (favorece el esparcimiento) y por ende, la atenuación es alta. Este medio permitirá detectar cambios en la incidancia en función de sus inhomogeneidades, lo cual abre la posibilidad a desarrollar una aplicación en tejido biológico con esta radiación.

En la figura 4.13 se muestran los medios a estudiar en este trabajo, en la izquierda, placas de vidrio de 1 mm de espesor y a la derecha láminas de jamón comercial de igual espesor. Como esperamos, estos medios introducen un retraso sobre la onda muestra  $(E_m)$ , este retraso será diferente dependiendo del medio. Además, cada

medio define una respectiva función de transmisión. Ahora mostremos el desfase y la función de transmisión para cada medio.

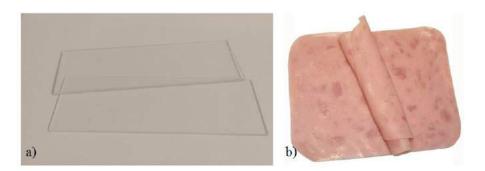


Figura 4.13: Fotos de los medios a estudiar para comprobar el método de fotones balísticos, a) placas de vidrio transmisivas y b) jamón comercial.

Placa de vidrio: Las placas de vidrio como ya mencionamos, inducen un cambio en el camino que recorre la onda, cambio que se ve reflejado en la fase de la onda. Dicho cambio depende del espesor y del índice de refracción de la placa. Luego, a la fase relativa que se le puede asociar por la fuente de iluminación se le agrega este término, teniendo que

$$E_v = E_{0v}e^{i(kz - \omega t + \phi_m + kd_v n_v)} \tag{4.9}$$

donde  $E_{0v}$  es la amplitud de la onda,  $d_v$  es el espesor de la placa de vidrio y  $n_v$  es el índice de refracción del vidrio. Además del cambio en la fase debemos considerar las reflexiones que se presentan en la interfaz aire-placa. Estas reflexiones se determinan mediante Ec. (2.27). Recordando que el valor nominal del índice de refracción del vidrio usado es  $n_v = 1,53$ , el coeficiente de reflexión y la reflectancia son, respectivamente

$$r = \frac{n_v - n_0}{n_v + n_0} = \frac{0.53}{2.53} = 0.209; (4.10)$$

$$R = r^2 \approx 4\% \tag{4.11}$$

Este resultado es para una interfaz, sin embargo, tenemos dos interfases por cada placa, por lo cual, las pérdidas por Fresnel son aproximadamente del 16 %  $(R^2)$  por placa. Si tenemos más de una, este resultado individual se contempla por cada una de ellas, teniendo que la reflectancia total será  $R_t = R^{2n}$ , donde n es el número de placas y el 2 se debe a las dos interfases.

Adicionalmente, la interacción entre la radiación y el medio atenua la onda de forma exponencial (ver capítulo 2). Este hecho permite escribir la onda muestra y por ende la función de transmisión de la forma

$$E_{v} = E_{0v}R^{2n}e^{-\mu_{tv}d_{v}}e^{i(kz-\omega t + \phi_{m} + kd_{v}n_{v})};$$

$$T_{v}(x,y) = R^{2n}e^{-\mu_{tv}d_{v}}e^{ik(d_{v}n_{v})}$$
(4.12)

siendo  $e^{-\mu_{tv}d_v}$  la atenuación que se debe a la placa y  $\mu_{tv}$  es el coeficiente de atenuación total del vidrio. Recordemos que en este arreglo experimental hemos implementado un posicionador piezoeléctrico, sección 4.2, que varía el camino óptico por su desplazamiento. Este cambio, en el camino óptico es  $xn_0$  donde x = ct y  $n_0 = 1$  (índice de refracción del aire). Luego, el desfase dependiente del tiempo será  $ctn_0$ , así, la onda muestra y la función de transmisión quedan de la forma

$$E_{v} = E_{0v}e^{i(kz-\omega t + \phi_{m} + kd_{v}n_{v} + ctn_{0})}$$

$$T_{v}(x,y) = R^{2n}e^{-\mu_{tv}d_{v}}e^{ik(d_{v}n_{v} + ctn_{0})}$$
(4.13)

Ahora bien, la fase de la onda ha cambiado y este cambio en la fase también se ve reflejado en la incidancia ya que el argumento de la función coseno depende de estas variables. Luego, podemos escribir Ec.(3.9) de la forma

$$M = M_{ref} + M_v + 2\sqrt{M_{ref}M_v}\cos\theta_v$$

$$M_{ref} \propto |E_{0r}|^2$$

$$M_v \propto |E_{0v}|^2 R^{4n} e^{-2\mu_{t_v} d_v}$$

$$(4.14)$$

donde  $M_{ref}$  es la incidancia debido a la onda referencia,  $M_m$  es la incidancia debido a la onda muestra y  $\theta_v$  es el argumento de la función coseno asociado a este medio y se define como  $\theta_v = kz - \omega t + \phi_m + kdn_v + ctn_0$ . A partir de esta definición y la condición para un máximo de incidancia (diferencia de camino igual a un múltiplo de  $2\pi$ ), se puede obtener las constante ópticas del medio, en este caso, placa de vidrio.

**Jamón:** El jamón, al igual que la placa de vidrio genera un retraso sobre la onda muestra. Este retraso puede ser mayor o menor que el obtenido por la placa de vidrio dependiendo del índice de refracción  $(n_j)$  y espesor  $(d_j)$  del jamón. Luego, el término

adicional en la fase y amplitud de la onda al interactuar con la muestra es  $kd_jn_j$  y  $e^{-\mu_{t_j}d_j}$  respectivamente. Con lo anterior podemos escribir la onda muestra para este caso de la forma (recordando el desfase  $ctn_0$  debido al posicionador piezoeléctrico):

$$E_{j} = E_{0j}e^{-\mu_{t_{j}}d_{j}}e^{i(kz - \omega t + \phi_{m} + 2kdn_{v} + kd_{j}n_{j} + ctn_{0})}$$
(4.15)

siendo  $d_j$  el espesor,  $n_j$  el índice de refracción del jamón y  $2kd_vn_v$  corresponde a dos placas de vidrio que hemos usado para soportar el jamón en el montaje experimental. La interacción de la radiación con este arreglo provoca cuatro reflexiones, dos debido a la interfase aire-vidrio y dos por la interfase vidrio-jamón, este hecho permite asociarle una función de transmisión  $T_j(x, y)$  de la forma:

$$T_j(x,y) = R_1^2 R_2^2 e^{-\mu_{t_j} d_j} e^{-2\mu_{t_v} d_v} e^{ik(dn_v + d_j n_j + ctn_0)}$$
(4.16)

donde  $R_1$  y  $R_2$  corresponde a las reflexiones por la interfase aire-vidrio y vidriojamón, respectivamente. Con la expresión de la onda muestra podemos determinar la expresión matemática para la incidancia de la forma:

$$M = M_{ref} + M_j + 2\sqrt{M_{ref}M_j}\cos\theta_j$$

$$M_{ref} = |E_{0r}|^2$$

$$M_j = |E_{0j}|^2 R_1^4 R_2^4 e^{-2\mu_{t_j}d_j}$$
(4.17)

donde su variación está en el término de interferencia ( $\theta_j = k(dn_v + d_j n_j + ctn_0)$ ). Con estas expresiones es posible determinar algunas propiedades ópticas de los medios bajo estudio, lo que permite caracterizar las muestras y conocer las causas de la ate-nuación de la radiación cuando se propaga en el medio.

Con las funciones de transmisión Ec. (4.11) y Ec. (4.14) para la placa de vidrio y jamón y los valores máximos y mínimos de incidancia medidos podemos determinar las propiedades de los medio con ayuda de las dependencias mostradas en estas ecuaciones. Los cálculos y resultados se mostrarán en el siguiente capítulo.

#### 4.6. Proceso de medición

Después de implementar el interferómetro Mach-Zehnder con las variaciones correspondientes, sistema de escáner y piezoeléctrico junto con sus respectivos controladores y fuentes de alimentación, se ubicó la muestra respectiva sobre una base acoplada

al sistema de escáner. Posteriormente, el escáner controlado mediante un ordenador se lleva a la posición "home", con esto se define el primer punto (1-1) donde el láser incide sobre la muestra e iniciará la medición. Simultáneamente el patrón de franjas generado es visualizado en un monitor.

Una vez se ha ajustado el interferómetro en la posición "home", se inicia el proceso de medición. Este consiste en la adquisición de fotografías del patrón de franjas a medida que se desplaza. En cada punto se adquieren 260 imágenes durante un tiempo de 17 segundos. Esta captura se realiza en 10 diferentes puntos separados 0,5 mm a lo largo de esa linea horizontal (fila). Al completar los diez puntos se desplaza en la línea vertical (columna) al siguiente punto separado 0,5 mm y repite la medición. Este proceso se repite hasta completar diez puntos a lo largo de cada fila y columna, para un total de 100 puntos y 26000 fotos que conforman nuestra área escaneada.

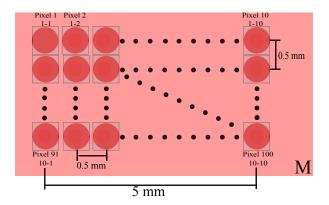


Figura 4.14: Esquema del proceso de medición.

Cabe mencionar que este proceso de medición y bajo estas condiciones tarda aproximadamente una hora. En nuestro caso se realizaron 5 mediciones diferentes con las placas de vidrio, lo que equivale a 5 horas aproximadamente más el tiempo correspondiente a las medidas con el jamón. Además, dependiendo del problema algunos parámetros del proceso de medición pueden ajustarse según la necesidad, por ejemplo, el número de imágenes a obtener en un punto, la cantidad de puntos sobre una fila (o columna) y/o el desplazamiento de la plataforma. Lo anterior permite disminuir el tiempo de adquisición de nuestro sistema de escáner y hacerlo práctico y aplicable a diferentes necesidades. Por ejemplo, el tiempo de medición de 10 puntos sobre una fila o columna es de 6 minutos, tiempo razonable para un proceso de diagnóstico.

## Capítulo 5

### Resultados

En este capítulo se presentan los resultados que se han obtenido al estudiar la propagación de los fotones balísticos a través de los medios objetivo de este estudio: vidrio y jamón. Los cálculos realizados están basados en el desarrollo de los términos interferométricos [66, 67]. Como resultado se presenta la incidancia (y potencia) después de la interacción con la muestra. A partir de los valores de incidancia (o potencia incidente en el pixel) y los valores máximos y mínimos respectivos, se determina la transmisión y coeficiente de absorción.

Posteriormente se analiza de forma cualitativa el método de fotones balísticos para determinar la viabilidad de su posible implementación en aplicaciones médicas, cambios o sugerencias para el uso eventual de este método. En la siguiente sección mostraremos los resultados para las placas de vidrio y posteriormente los resultados para el jamón.

### 5.1. Incidancia y potencia para las placas de vidrio

Las placas de vidrio como ya lo mencionamos son traslúcidas y permiten un alto contraste. Por lo cual se espera que la transmisión sea muy cercana a la unidad, es decir, la atenuación de radiación que se pueda presentar, por reflexión en la transición vidrio-aire principalmente, deberiá ser baja. Lo que significa que la potencia que logra propagarse a través del medio será alrededor de la potencia incidente. Primero resaltemos que en el plano de observación obtenemos un patrón de interferencia y

para determinar la variación de la potencia o incidancia sobre este fijamos un pixel correspondiente al centro de masa de la imagen, ver figura 5.1 y medimos los cambios de incidancia sobre dicho punto.

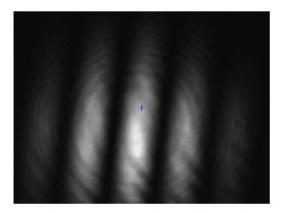


Figura 5.1: Patrón de franjas obtenido y ubicación de pixel para estudiar el cambio de las magnitudes físicas.

Recordemos que el patrón de interferencia generado tiene dependencia espacial y temporal. Haciendo una lectura del valor de pixel sobre el patrón de interferencia a medida que desplazamos el espejo con el piezoeléctrico podemos estudiar dicha dependencia. A partir de las lecturas realizadas y la ecuación obtenida en la calibración de la cámara (Cap. 4) se presentan las figuras 5.2 y 5.3 donde representamos la incidancia normalizada en función del desplazamiento generado y del tiempo.

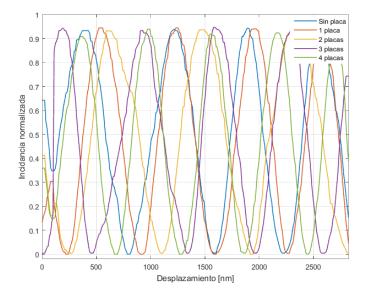


Figura 5.2: Variación de la incidancia normalizada en función del corrimiento del patrón de franjas y el número de placas como parámetro.

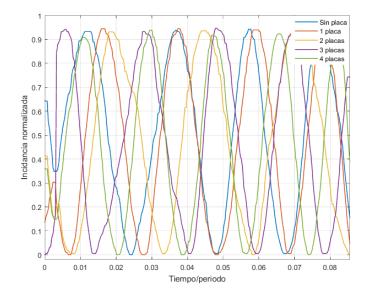


Figura 5.3: Variación de la incidancia normalizada en función del tiempo normalizado con la frecuencia del piezoeléctrico y el número de placas como parámetro.

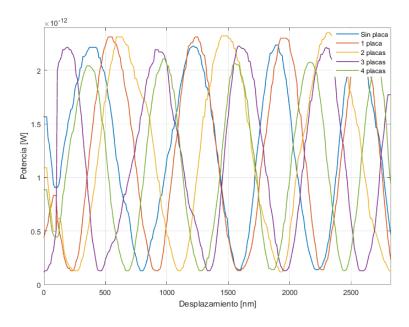


Figura 5.4: Variación de la potencia en función del corrimiento del patrón de franjas y con el número de placas.

Se observa que tanto la incidancia como la potencia varían de forma senosoidal, cuyos valores máximos de incidancia están alrededor de 0,94 (que corresponde al 94 % de la incidancia inicial), sin embargo, el menor valor dentro de estos máximos se presenta para cuatro placas con un valor máximo de 0,9. Para obtener la potencia multiplicamos el valor de incidancia obtenido por el área del pixel de nuestro sistema CCD de detección, ver capítulo 4. Los valores obtenidos en función del desplazamiento y tiempo se presentan en las figuras 5.4 y 5.5. En las anteriores figuras vemos que la curva obtenida no empieza desde un mínimo de incidancia o potencia sino, un valor intermedio  $(0.4 \text{ y } 1 \times 10^{-12} \text{ aproxmadamente para la incidancia y potencia, respectivamente})$ , lo cual se debe al retraso en el movimiento del piezoeléctrico en un pico de voltaje aplicado. El cambio de la potencia es medido sobre el mismo pixel seleccionado.

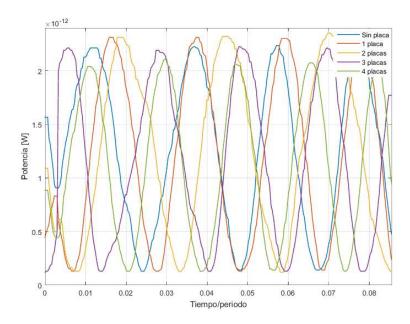


Figura 5.5: Variación de la potencia en función del tiempo normalizado con la frecuencia del piezoeléctrico y del número de placas.

Los valores máximos de potencia obtenidos están alrededor de  $2,35 \times 10^{-12}~W$  y el valor más pequeño entre los máximos es para el caso de cuatro placas con un valor de  $2,1 \times 10^{-12}~W$ . Podemos ver que la amplitud de la señal detectada tanto para la incidancia como la potencia varían de forma leve, es decir, la pérdida que se presenta al aumentar el número de placas es pequeña, aproximadamente 0,4 y  $0,3 \times 10^{-12}W$  respectivamente. Sin embargo, también observamos que el valor de estas cantidades para el caso de 1 placa es mayor a nuestra referencia (sin placa), esto se debe a la incertidumbre inherente al trabajo experimental y/o a la modulación de la potencia que llega al detector. Este hecho se observa tanto en la dependencia temporal como la espacial de la potencia.

**Escáner:** Uno de los objetivos planteados en este trabajo fue implementar un escáner para estudiar la interacción de fotones balísticos con la muestra de forma puntual. Recordemos que en este caso se midió sobre un área de  $25 \ mm^2$  en pasos de  $0.5 \ mm$  (10 puntos) en cada eje del plano perpendicular a la dirección de propagación, por

ende, cada magnitud física a calcular corresponderá a un área diferencial al punto irradiado.

A partir de los valores de incidancia presentados en las figuras 5.2 y 5.3 se determinaron los parámetros interferométricos para calcular posteriormente la incidancia proveniente de la muestra  $(M_v)$ . Con este valor y con la incidancia incidente en la muestra determinamos la función de transmisión para las placas de vidrio. Los resultados obtenidos se presentan a continuación.

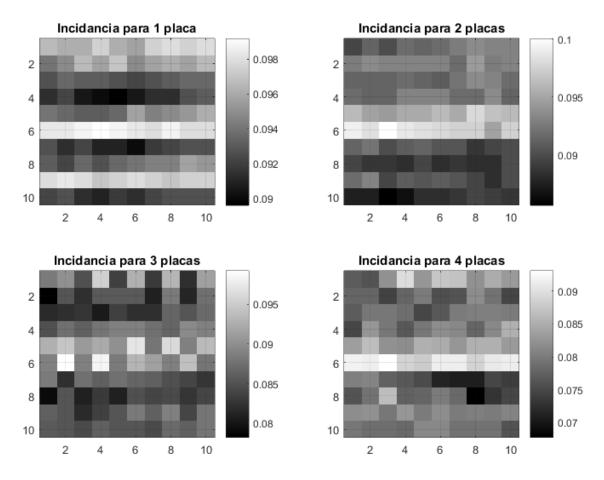


Figura 5.6: Incidancia en cada pixel del área escaneada variando el número de placas de vidrio. Escala en  $Wm^{-2}$ .

Un primer resultado de la figura 5.6 es que la incidancia no es igual en el área escaneada. Esta variación puede atribuirse a partículas de polvo sobre las superficies de vidrio o inhomogeneidades en su elaboración. Además, la incidancia que logra atravesar la muestra disminuye con el aumento de placas de vidrio, resultado esperado ya que al aumentar el número de placas hay mayor probabilidad de absorción de la radiación y de reflexiones. La mayor incidancia obtenida es de 0,1 para una placa y disminuye hasta un valor mínimo de 0,07 para el caso de cuatro placas. La

incertidumbre promedio del resultado anterior es 0,01.

Con los valores de incidancia se aplicó la definición de la función de transmisión, Ec. (2.32), para determinar la transmisión en cada punto escaneado de la muestra. Los resultados se presentan en la figura 5.7. La variación en la transmisión se debe, como ya mencionamos, a los fenómenos de absorción y reflexión, siendo esta última la que más afecta la transmisión y produce una reducción en la cantidad de fotones balísticos que atraviesan las placas. La absorción afecta en menor medida ya que el vidrio es considerado un material transparente, es decir, la radiación se propaga casi libremente a través de este. Este es el motivo por el cual la variación entre las incidancias o transmisiones mostradas en función del número de placas es pequeña.

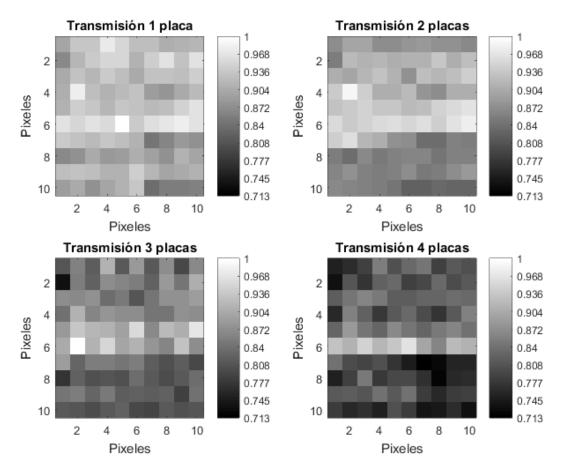


Figura 5.7: Transmisión en cada pixel del área escaneada variando el número de placas de vidrio.

A partir de la figura 5.7 se observa una tendencia en los valores de transmisión obtenidos. Al aumentar las placas de vidrio la cantidad de radiación que logra propagarse es menor, valores de gris menores (grises más oscuros) para un mayor número de placas. La pérdida de radiación se debe a la absorción por parte de las placas. Aunque

se repitió el proceso de medición, este resultado fue repetitivo.

Con el valor de transmisión y usando la ley de Beer-Lambert, Ec. (2.14), podemos determinar el coeficiente de atenuación total, que es una propiedad óptica y permite en una primera aproximación caracterizar el medio, o en este caso, las placas de vidrio. Debido a que estamos midiendo de forma puntual sobre la muestra y fotones balísticos, es válido considerar que el coeficiente de atenuación total es igual al coeficiente de absorción, es decir  $\mu_t = \mu_a$ , donde hemos tomado  $\mu_s = 0$ . Los valores del coeficiente de absorción obtenidos para las placas de vidrio se presentan en la figura 5.8.

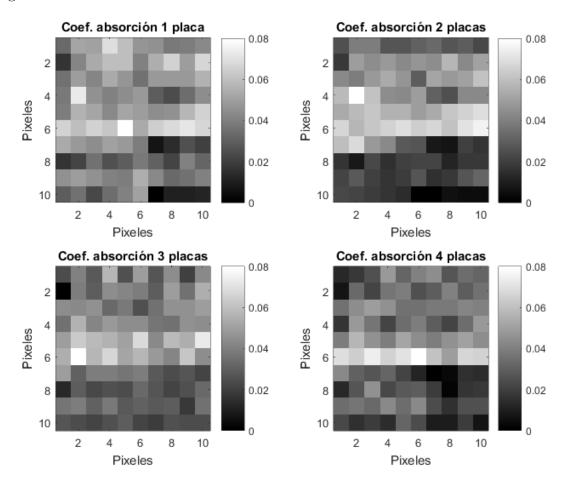


Figura 5.8: Coeficiente de absorción en cada pixel del área escaneada variando el número de placas de vidrio.

De la figura anterior podemos ver que el valor del coeficiente de absorción obtenido está entre  $0.08~mm^{-1}$  y  $0.00~mm^{-1}$ . A pesar de tener diferentes valores de este coeficiente la media está en una región intermedia del intervalo de resultados, situación favorable ya que al ser una propiedad del medio se espera sea constante. Con lo anterior y tomando los valores extremos y valores son cercanos se encontró un

error relativo porcentual entre 0-40%. Además como concluimos anteriormente, es probable que las placas de vidrio tuvieran en su superficie partículas de polvo o inclusive, inhomogeneidades.

Aunque hemos atribuido algunos cambios en la incidancia o potencia a inhomogeneidades, con las medidas presentadas, no es posible concluirlo. Para determinar alguna inclusión o inhomogenidad dentro del medio esperamos que los valores de incidancia o potencia a lo largo de una línea horizontal (fila) o vertical (columna) sean diferentes. Esto quiere decir que, dicha inclusión modifica la función de transmisón y por ende al coeficiente de absorción en un punto respecto a otros puntos sobre esa dirección escaneada del medio. En la figura 5.9 presentamos los valores de potencia para diferentes números de placas a lo largo de la fila 10.

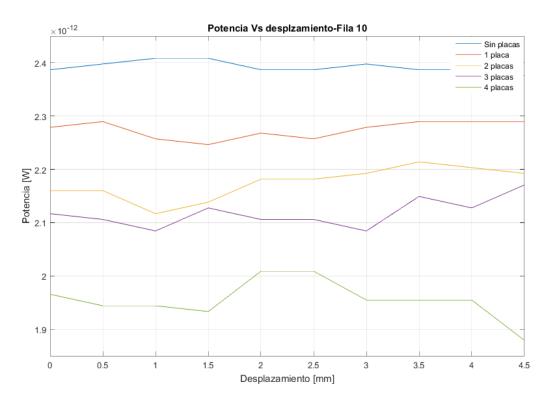


Figura 5.9: Valores de potencia a lo largo de una fila para diferentes placas de vidrio.

Se observa que los valores presentados en la anterior figura no varían de forma pronunciada, las variaciones pueden atribuirse al proceso de medición y a la atenuación por el aumento en las placas; con lo anterior, podemos concluir que las placas de vidrio no tienen inclusiones.

#### 5.2. Incidancia y potencia para el jamón

El jamón es considerado un medio opaco. En otras palabras, permite que la radiación pase pero en diferentes direcciones y no se obtiene una imagen de la procedencia de la radiación. Por tal motivo, esperamos que la cantidad de fotones balísticos que se propaguen a través del jamón sea menor que el caso anterior. El patrón de interferencia observado se debe al múltiple esparcimiento que se presenta en esta interacción, ver figura 5.10.

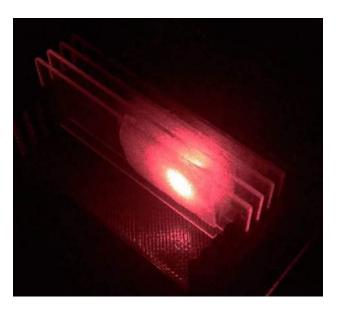


Figura 5.10: Esparcimiento producido en la interacción radiación-jamón.

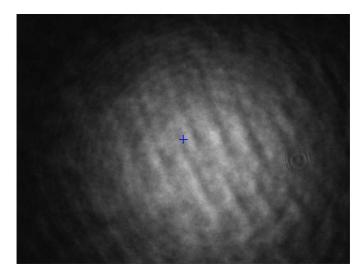


Figura 5.11: Patrón de interferencia para el jamón y ubicación del pixel para estudiar la variación de la incidancia y potencia.

El esparcimiento en el jamón genera una zona iluminada y cada punto de dicha zona actúa como una fuente secundaria que emite radiación; esto hace que en el plano de observación se identifiquen patrones de interferencia localizados, zonas iluminadas en la figura 5.11.

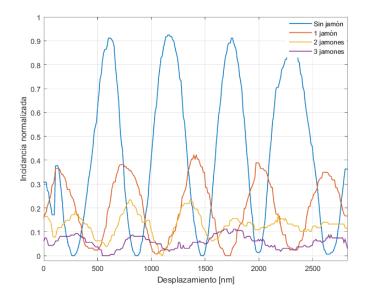


Figura 5.12: Variación de la incidancia en función del desplazamiento del patrón de franjas y del número de láminas de jamón.

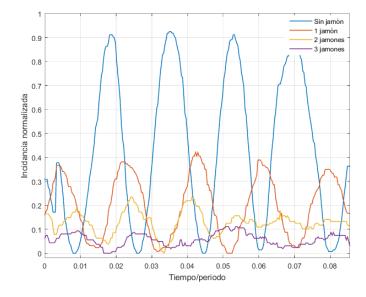


Figura 5.13: Variación de la incidancia en función del tiempo y del número de láminas de jamón.

Para determinar la transmisión y el coeficiente de absorción del jamón se midió la incidancia y potencia en un pixel bajo las mismas condiciones que las placas de vidrio. En este caso se tomaron hasta un máximo de tres rebanadas de jamón. Para estudiar la variación de la incidancia se seleccionó un pixel sobre uno de los patrones de interferencia localizados tal como se muestra con la cruz azul en la figura 5.11.

Bajo la condición anterior, en las figuras 5.12 y 5.13 se muestra la incidancia en función del desplazamiento del patrón de interferencia y del tiempo, respectivamente. Se puede observar en las anteriores figuras que a medida que aumenta el número de láminas de jamón la amplitud de la incidancia medida disminuye drásticamente, además presentan una variación senosoidal.

Estos resultados son esperados ya que al aumentar el número de jamones la probabilidad de que un fotón sea absorbido o esparcido es mayor; y la variación es la esperada teniendo en cuenta el término de interferencia en Ec. (3.9). Las curvas de potencia dependientes del desplazamiento y del tiempo se presentan en las figuras 5.14 y 5.15. Se muestra que los picos máximos para cada caso, contradictoriamente aumentan a medida que aumenta las láminas de jamón; por tal motivo, no es un valor confiable. Este incremento se debe a un mayor número de eventos de esparcimiento múltiple conforme se incrementan las rebanadas de jamón.

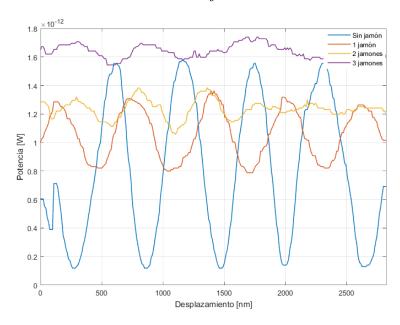


Figura 5.14: Variación de la potencia en función del desplazamiento del patrón de franjas y del número de láminas de jamón.

A pesar de lo anterior, no descartamos estas medidas debido a que usamos los parámetros interferométricos para nuestros cálculos. Cabe mencionar que la curva

sin jamón (línea azul) tiene un máximo local que no coincide con los picos máximos. La ausencia en la coincidencia de los picos se puede atribuir a que el piezoeléctrico tarda en desplazarse una vez que alcance el mínimo o máximo de voltaje aplicado o al desfase que las láminas de jamón producen sobre la onda muestra (véase el Capítulo 4). La tendencia y conclusiones obtenidas para la incidancia se repiten para los valores de potencia en función del desplazamiento y del tiempo.

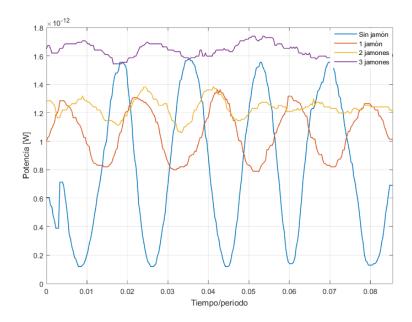


Figura 5.15: Variación de la potencia en función del tiempo y el número de láminas de jamón como parámetro.

Escáner: Con los resultados presentados anteriormente y los parámetro interferométricos asociados determinamos la incidancia sobre un área del jamón. Los valores de incidancia determinados para un área de  $25 \ mm^2$  se presentan en la figura 5.16.

Para entender la figura 5.16 recordemos que las unidades de los valores mostrados son  $Wm^{-2}$ . Del resultado presentado vemos que la incidancia disminuye a medida que incrementa el número de láminas de jamón. El máximo valor de incidancia obtenido es  $0,055~Wm^{-2}$  cuando hay una sola pieza de jamón, mientras que el mínimo es de  $0,022~Wm^{-2}$  cuando se tienen tres rebanadas de jamones. La incertidumbre sobre la incidancia calculada es  $0,006~Wm^{-2}$ . El anterior resultado es esperado ya que, al aumentar láminas de jamón es claro que aumentarán los eventos de esparcimiento y serán menos frecuentes los fotones que logren atravesar el medio sin ser desviados de su dirección de incidencia. Además, la distribución de incidancia es más variable que las placas de vidrio, es decir, la potencia por unidad de área en cada punto del jamón

tiene un intervalo mayor de incertidumbre, la causa de esto es el esparcimiento que distribuye la radiación de forma aleatoria en el jamón.

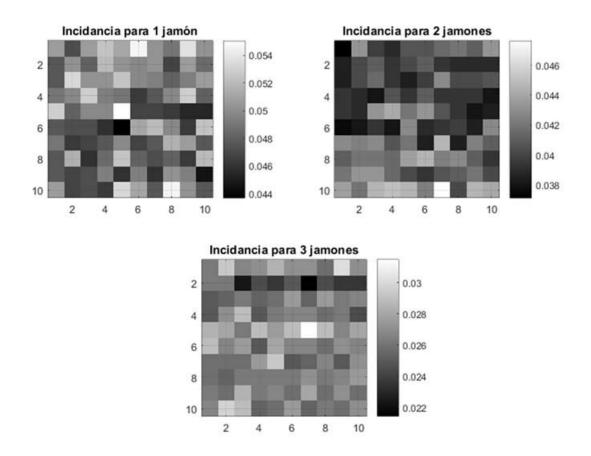


Figura 5.16: Incidancia del área escaneada variando el número de láminas de jamón.

Aplicando de nuevo la definición de la función de transmisión a los resultados de incidancia, figura 5.16, obtenemos la transmisión del jamón en cada punto irradiado. Los valores de transmisión se presentan en la figura 5.17. Se observa que los valores de transmisión para el jamón son más pequeños que los obtenidos para las placas de vidrio, resultado lógico. El máximo valor de transmisión obtenido fue de 0,08, esto quiere decir que, de 100 fotones que inciden en el jamón, sólo tenemos 8 fotones balísticos. Al aumentar el número de láminas de jamón, la transmisión cae a un valor mínimo de 0,005, notese el cambio en la escala de grises. Este resultado genera la incertidumbre de la viabilidad de los fotones balísticos para el desarrollo de aplicaciones médicas, principalmente porque requerirá de detectores de gran sensibilidad. Como ya hemos mencionado, la poca transmisión y fuerte atenuación se debe al esparcimiento y absorción de la radiación incidente que produce el medio. Adicionalmente, la incertidumbre de la transmisón es  $9 \times 10^{-4}$ .

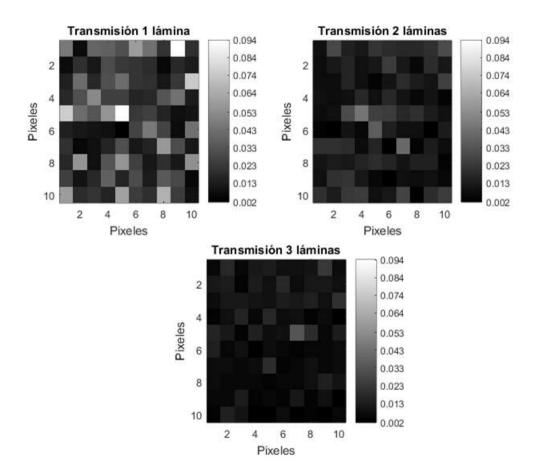


Figura 5.17: Transmisión del área escaneada variando el número de láminas de jamón.

Debido a que es un trabajo innovador en ciencia básica, es necesario encontrar una forma de corroborar los resultados previos. Con las placas de vidrio se confirmó la validez del método comparando el coeficiente de absorción obtenido con lo reportado en otros trabajos. Sin embargo, para el jamón no se encontraron valores del coeficiente de absorción reportados. Por tal motivo y para validar estos resultados se midió la transmisión del jamón con el interferómetro Cary500 UV-VIS-NIR de Agilent Technologies. Este equipo mide en el amplio rango de 175 a 3300 nm. La transmisión se midió con una lámina de jamón. El resultado obtenido, espectro de transmisión, se presenta en la figura 5.18.

Con base en el espectro de transmisión obtenido podemos ver que nuestros resultados son muy cercanos de este resultado referencia. Anteriormente se dudó de la viabilidad del método de fotones balísticos por la poca transmisión, alrededor del 3% para un espesor de  $3\ mm$ . Sin embargo, con este resultado vemos que para longitudes de onda en el infrarrojo cercano (NIR, por sus siglas en inglés), la transmisión aumenta lo que devuelve la esperanza de implementar este método en tejido biológico en este

intervalo espectral.

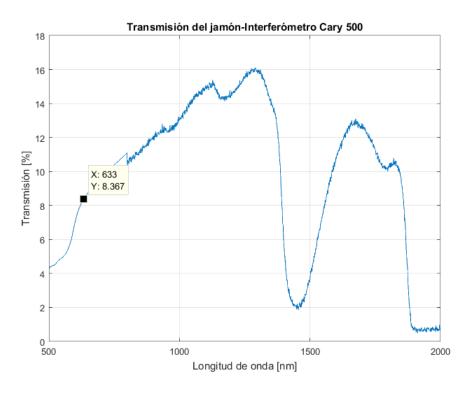


Figura 5.18: Transmisión del jamón alrededor del 8% a 633~nm y se duplica a 1400~nm. Espectro de transmisión medido con el interferómetro Cary 500.

Para determinar el coeficiente de atenuación total asociado al jamón recurrimos a la ecuación (2.14), Ley de Beer-Lambert. Este coeficiente nos permite caracterizarlo en una primera instancia ya que seremos capaces de determinar la atenuación en cualquier situación. Recordemos que los resultados obtenidos dependen del punto analizado y debido a las inhomogeneidades de este medio, los valores no necesariamente son iguales.

Tengamos presente que, a partir de los valores de transmisión determinamos el coeficiente de atenuación total. Aunque al considerar fotones balísticos estamos suponiendo que  $\mu_s = 0$  y por ende  $\mu_t = \mu_a$ . De la figura 5.19 vemos valores grandes para el coeficiente de absorción, esto explica por qué la transmisión es pequeña. Podemos ver que el coeficiente de absorción varía entre 5,5  $mm^{-1}$  y 2,5  $mm^{-1}$  e infortunadamente, la incertidumbre de este resultado es 1,2  $mm^{-1}$ .

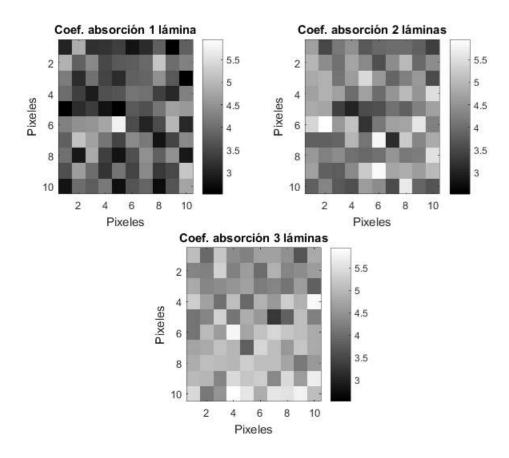


Figura 5.19: Coeficientes de absorción del área escaneada variando el número de láminas de jamón.

Para determinar si en el jamón hay inclusiones o inhomogeneidades presentamos la figura 5.20. En esta vemos la variación de la potencia a lo largo de la primera fila, primera línea horizontal escaneada. Se observa que el medio es homogeneo sobre esa fila ya que los valores de potencia son muy similares y las variaciones se pueden incluir dentro de la incertidumbre del proceso de medición. Una ventaja de este método está dada por la resolución del escáner,  $0.5 \ mm$  en este caso, lo cual nos permite determinar inhomogeneidades menores a  $9 \ mm$ , límite de los rayos x.

Cabe mencionar que la resolución del estudio puede ser mejorada reduciendo el diámetro del haz considerando la resolución del escáner. Con lo anterior e implementando este método, en medicina por ejemplo, se podrían diagnosticar ciertas enfermedades en estado menos avanzado permitiendo hacer más eficientes los tratamientos actuales y mejorando la calidad de vida de las personas.

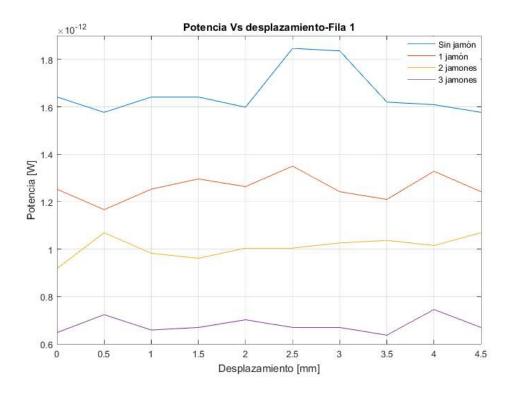


Figura 5.20: Variación de la potencia a lo largo de la primer fila del área escaneada.

La anterior figura muestra la tendencia mencionada anteriormente, al aumentar el número de jamones la potencia transmitida disminuye. A excepción de la curva de referencia (curva azul) la curva para un jamón es la que presenta más variaciones, los valores están entre  $1.8 \times 10^{-12}~W~y~1.35 \times 10^{-12}~W~y~dichos cambios pueden deberse a cambios naturales en la composición del jamón.$ 

Con los resultados anteriores se logró constatar el funcionamiento del método de fotones balísticos, logrando calcular la transmisión y el coeficiente de absorción. Sin embargo, la incertidumbre y error relativo son grandes y se requiere mejorar algunos aspectos, por ejemplo, en el arreglo experimental implementar un filtro que permita seleccionar los fotones balísticos de los esparcidos hacia adelante, aumentar la potencia de la fuente de iluminación o usar un divisor de haz con una diferente relación tal que la radiación que llegue a la muestra sea mayor y obtener un número de fotones balísticos mayor. Lo anterior en busca de reducir el ruido y mejorar la visibilidad de los patrones de interferencia en el trabajo futuro.

## Capítulo 6

## Conclusiones y Perspectivas

En este capítulo se presentan las conclusiones de los resultados calculados, partiendo de los cambios de incidancia y potencia para llegar a la transmisión y por último, el coeficiente de absorción. Además, las conclusiones asociadas al estudio de la incidancia a lo largo de una fila sobre las muestras. Finalmente se presentan las perspectivas, mencionando las preguntas que surgen de la investigación que se ha realizado y se indican los posibles estudios futuros que se pueden realizar con base en el presente trabajo.

#### 6.1. Conclusiones

En este trabajo se hizo una descripción detallada de la interacción radiación-tejido y del fenómeno de interferencia homodina y heterodina. Se ha logrado implementar un interferómetro Mach-Zehnder para separar los fotones esparcidos hacia adelante de los fotones balísticos, los cuales son de nuestro interés ya que se demostró que contienen información de las propiedades ópticas del medio. En este arreglo se configuró un sistema de detección adecuado considerando la pequeña cantidad de fotones que logran propagarse a través del simulador de tejido biológico. Adicionalmente, se diseñó y realizó un sistema de escáner para estudiar la incidancia sobre un área del medio controlando los pasos entre un punto y sus vecinos. Con este sistema se realizó un escaneo de un área de forma automática. Mientras que la cualidad heterodina del interferómetro se dio con el espejo ubicado sobre el piezoeléctrico.

Primero, se calibró el interferómetro haciendo uso de placas de vidrio donde se verificó el método de fotones balísticos como técnica experimental para caracterizar

un medio. En este proceso de calibración se determinó el coeficiente de absorción del vidrio estudiando la variación de la potencia e incidancia. Habiendo comprobado este método, se extendió este proceso con jamón de pavo comercial como modelo de tejido biológico.

Se midió la incidancia en las placas de vidrio y a partir de estos valores se determinó su respectiva transmisión. Se encontró que los valores de transmisión se encuentran en el intervalo entre 1 y 0.6, lo que significa una baja atenuación. Este resultado concuerda con lo esperado ya que se consideran las placas como medios transparentes. Posteriormente, se obtuvo el coeficiente de absorción del vidrio, encontrando que concuerda con lo reportado en la literatura. Por medio del análisis anterior se concluye que el método propuesto permite caracterizar un medio a pesar de la complejidad experimental.

En la literatura es común encontrar representaciones de tejido líquidos, en este caso implementamos un simulador de tejido sólido buscando condiciones menos favorables para el método de fotones balísticos. Adicionalmente, se obtuvo un análogo a usar una fuente extendida en interferometría, ya que se observaron patrones de interferencia localizados. Se caracterizó el jamón obteniendo su respectivo coeficiente de absorción. Se encontró que la atenuación de la incidancia es mayor respecto a la placa de vidrio y por ende, un coeficiente de absorción mayor, es decir, la transmisión en el caso del jamón es menor. Este resultado se debe al esparcimiento y absorción al considerarse un medio opaco.

Los resultados anteriores nos permiten concluir que el método de fotones balísticos ayuda a caracterizar un medio, ya sea transparente u opaco. Como medio opaco podríamos incluir los tejidos biológicos, lo cual abre la posibilidad de desarrollar una técnica de diagnóstico menos dañina y más económica que las actuales. Aunque no es posible determinar un espesor máximo aún, ya que dependerá del medio en que se propague, se encontró que su principal ventaja es la resolución para determinar inlcusiones dentro del medio irradiado, en este caso se pueden observar inhomogeniedades de  $0.5 \ mm$ .

#### 6.2. Perspectivas

A pesar de los resultados presentados y demostrar que el método puede tener futuro, es necesario optimizar el arreglo experimental. Se puede empezar por la fuente de iluminación, buscando un haz de menor diámetro ya que mejora la resolución del punto irradiado. Otra posible mejora radica en disminuir los efectos de esparcimiento que afecta tanto las medidas de incidancia en un punto como en el patrón de interferencia detectado en el plano de observación. Además, se puede optimizar el sistema piezoeléctrico ya que no tiene la respuesta deseada por su respectiva curva de histeresis lo que genera un tiempo de retraso en su desplazamiento una vez que alcanza un pico de la función rampa.

Para completar el estudio, se propone caracterizar modelos de tejido biológico líquidos considerando que el cuerpo posee aproximadamente un  $70\,\%$  de agua y atenúa la radiación infrarroja. Por último, se sugiere implementar el sistema interferométrico en fibras ópticas para estudiar la transiluminación y la posibilidad de aplicar este método en personas como técnica de diagnóstico.

## Apéndice A

# Cálculo del coeficiente de reflexión y transmisión

En este apéndice haremos la deducción de los coeficientes de reflexión y transmisión, ecuaciones (2.27)-(2.31) para un rayo que incide de forma **normal** y **oblicua** sobre una superficie que separa dos medios. Para este caso podemos considerar que las propiedades ópticas de una lámina del material pueden ser equivalentes a las propiedades de una partícula pequeña.

#### A.1. Incidencia normal

Consideremos que una onda  $E_i$ , se propaga en un medio caracterizado por un índice de refracción complejo  $N_1 = n_1 + i\kappa_1$  e incide de forma perpendicular sobre una superficie con un índice de refracción  $N_2 = n_2 + i\kappa_2$ , como resultado tendremos dos ondas, una reflejada hacia atras  $(E_r)$  y una transmitida  $(E_t)$ , tal como se muestra en la figura A.1 Consideraremos que el medio 1 es no absorbedor  $(\kappa = 0)$ , las ondas se propagan en dirección z y pondremos nuestro sistema de referencia en la superficie (z = 0). Las expresiones para las ondas incidente, reflejada y transmitida son respectivamente:

$$E_i = E_{0i}e^{i(kz-\omega t)}; \quad E_r = E_{0r}e^{-i(kz+\omega t)}; \quad E_t = E_{0t}e^{i(kz-\omega t)}$$
 (A.1)

donde  $E_{0i}$ ,  $E_{0r}$  y  $E_{0t}$  son las amplitudes de las ondas incidente, reflajda y transmitida,  $\omega$  es la frecuencia y k es el vector de onda. Ahora bien, para z < 0 tenemos que el

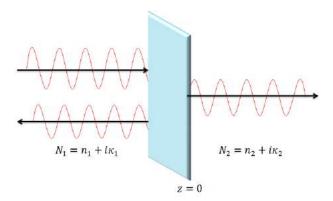


Figura A.1: Onda reflejada y transmitida para incidencia normal al medio con  $N_2$ .

campo total esta dado por la suma de las ondas incidente y reflejada, es decir,

$$E(z<0) = E_i + E_r = E_{0i}e^{i(kz-\omega t)} + E_{0r}e^{-i(kz+\omega t)}$$
(A.2)

pero recordemos que  $kz = \frac{\omega N_1}{c}z$ , reemplazando en (A.2) tenemos que:

$$E(z<0) = E_{0i}e^{i\omega(\frac{N_1}{c}z-t)} + E_{0r}e^{-i\omega(\frac{N_1}{c}z+t)}$$
(A.3)

Por otro lado, para z > 0 tendremos el campo transmitido, es decir,

$$E(z > 0) = E_t = E_{0t}e^{i(kz - \omega t)} = E_{0t}e^{i\omega(\frac{N_2}{c}z - t)}$$
(A.4)

Debido a que tratamos un problema que requiere ser continuo en la frontera, se deben cumplir dos condiciones:

- 1. La componente tangencial de los campos antes y después de la frontera sean iguales en z=0, es decir, E(z<0)=E(z>0).
- 2. La derivada de los campos antes y después de la frontera evaluados en z=0 sean iguales, es decir,  $\partial_z E(z<0) = \partial_z E(z>0)$

Partiendo de la primera condición tenemos que

$$E_i(z=0) + E_r(z=0) = E_t(z=0)$$
(A.5)

reemplazando (A.1) y resolviendo tenemos que

$$E_{0i}e^{i\omega(\frac{N_1}{c}(0)-t)} + E_{0r}e^{-i\omega(\frac{N_1}{c}(0)+t)} = E_{0t}e^{i\omega(\frac{N_2}{c}(0)-t)}$$

$$E_{0i}e^{-i\omega t} + E_{0i}e^{-i\omega t} = E_{0i}e^{-i\omega t}$$

$$E_{0i} + E_{0r} = E_{0t}$$
(A.6)

Si ahora tomamos la segunda condición tenemos que

$$\partial_z E_i(z=0) + \partial_z E_r(z=0) = \partial_z E_t(z=0) \tag{A.7}$$

reemplazando (A.1) y resolviendo tenemos que

$$\frac{i\omega N_1}{c} E_{0i} e^{i\omega(\frac{N_1}{c}(0)-t)} - \frac{i\omega N_1}{c} E_{0r} e^{-i\omega(\frac{N_1}{c}(0)+t)} = \frac{i\omega N_2}{c} E_{0t} e^{i\omega(\frac{N_2}{c}(0)-t)} 
\frac{i\omega N_1}{c} E_{0i} e^{-i\omega t} - \frac{i\omega N_1}{c} E_{0r} e^{-i\omega t} = \frac{i\omega N_2}{c} E_{0t} e^{-i\omega t} 
E_{0i} + E_{0r} = \frac{N_2}{N_1} E_{0t}$$
(A.8)

Las expresiones (A.6) y (A.8) forman un sistema de ecuaciones lineales 2x2. Combinando estas ecuaciones nos queda que:

$$E_{0i} + E_{0r} = \frac{N_1}{N_2} (E_{0i} - E_{0r}) \tag{A.9}$$

$$E_{0i}\left(1 + \frac{N_1}{N_2}\right) = \left(\frac{N_1}{N_2} - 1\right) E_{0r} \tag{A.10}$$

$$E_{0r} = \left(\frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2}\right) E_{0i} \tag{A.11}$$

de (A.11) podemos definir el coeficiente de reflexión como:

$$r = \left(\frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2}\right); \quad E_{0r} = rE_{0i}$$
 (A.12)

La definición (A.12) establece que la amplitud de la onda reflejada es una fracción o igual a la amplitud de la onda incidente. Para determinar el coeficiente de transmisión reemplazamos (A.12) en (A.6) tenemos que

$$rE_{0i} + E_{0i} = E_{0t} (A.13)$$

$$E_{0i}(r+1) = E_{0t} (A.14)$$

$$(N_2 + N_1 + N_1 - N_2) E_{0i} = E_{0t}$$
(A.15)

$$E_{0t} = \left(\frac{2N_1}{N_1 + N_2}\right) E_{0i} \tag{A.16}$$

de (A.16) podemos definir el coeficiente de transmisión como:

$$t = \left(\frac{2N_1}{N_1 + N_2}\right); \quad E_{0r} = rE_{0i} \tag{A.17}$$

La definición (A.17) establece que la amplitud de la onda transmitida es una fracción o igual a la amplitud de la onda incidente.

#### A.2. Incidencia oblicua

Cabe mencionar que el análisis anterior se realizó independiente de la polarización. Es un hecho que una onda no polarizada al reflejarse en una superficie o ser esparcida por una partícula, a ciertos ángulos, se polariza de forma paralela o perpendicular al plano de incidencia. Por el contrario, si la onda incidente es polarizada, las ondas reflejada y transmitida también lo serán, ver figura A.2.

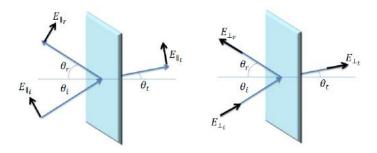


Figura A.2: Onda reflejada y transmitida polarizadas para una onda incidente polarizada de forma oblicua al medio con un índice de refracción diferente al primer medio.

Teniendo en cuenta lo anterior, para obtener las ecuaciones de Fresnel vamos a considerar una onda incidente polarizada de forma paralela al plano de incidencia, al igual que para incidencia normal, las componente tangenciales del campo deben ser continuas a través de la interfaz, esto es

$$E_{\parallel_i} cos \ \theta_i + E_{\parallel_r} cos \ \theta_r = E_{\parallel_t} cos \ \theta_t \tag{A.18}$$

$$H_{\perp_i} = H_{\perp_r} = H_{\perp_t} \tag{A.19}$$

aplicando el proceso de continuidad en la frontera, z = 0, para (A.19) y recordando que los campos eléctrico y magnético son perpendiculares, tenemos que

$$E_{\parallel_{0i}}\cos\theta_{i}e^{i\omega(\frac{N_{1}}{c}(0)-t)} + E_{\parallel_{0r}}\cos\theta_{r}e^{-i\omega(\frac{N_{1}}{c}(0)+t)} = E_{\parallel_{0t}}\cos\theta_{t}e^{i\omega(\frac{N_{2}}{c}(0)-t)}$$
(A.20)

$$E_{\parallel 0i} \cos \theta_i e^{-i\omega t} + E_{\parallel 0r} \cos \theta_r e^{-i\omega t} = E_{\parallel 0t} \cos \theta_t e^{-i\omega t}$$
(A.21)

$$E_{\parallel_{0i}} - E_{\parallel_{0r}} = \frac{N_2}{N_1} E_{\parallel_{0t}} \tag{A.22}$$

obteniendo  $E_{\parallel ot}$  y reemplazando en (A.18) nos queda la expresión en término de la onda incidente y reflejada, es decir,

$$E_{\parallel_{0i}}\cos\theta_{i} + E_{\parallel_{0r}}\cos\theta_{r} = \frac{1}{n_{rel}}\cos\theta_{t}(E_{\parallel_{0i}} - E_{\parallel_{0r}})$$
(A.23)

agrupando y despejando para la onda reflejada tenemos

$$E_{\parallel_{0i}}(n_{rel}\cos\theta_1 - \cos\theta_t) = -E_{\parallel_{0r}}(\cos\theta_t + n_{rel}\cos\theta_t)$$
 (A.24)

$$E_{\parallel_{0r}} = \frac{\cos \theta_t - n_{rel}\cos \theta_i}{\cos \theta_t + n_{rel}\cos \theta_i} E_{\parallel_{0i}}$$
(A.25)

de (A.25) podemos definir el coeficiente de reflexión para una onda que incide de forma oblicua como:

$$r_{\parallel} = \frac{\cos \theta_t - n_{rel} \cos \theta_i}{\cos \theta_t + n_{rel} \cos \theta_i}; \quad E_{\parallel_{0r}} = r_{\parallel} E_{\parallel_{0i}}$$
 (A.26)

Para determinar el coeficiente de Fresnel de transmisión reemplacemos (A.26) en (A.18), luego nos queda

$$E_{\parallel_{0i}}\cos\theta_i + E_{\parallel_{0i}}\cos\theta_r = E_{\parallel_{0t}}\cos\theta_t \tag{A.27}$$

$$2E_{\parallel_{0i}}\cos\theta_i = E_{\parallel_{0t}}(\cos\theta_t + n_{rel}\cos\theta_i) \tag{A.28}$$

agrupando y resolviendo para la onda transmitida

$$E_{\parallel_{0t}} = \frac{2\cos\theta_1}{\cos\theta_t + n_{rel}\cos\theta_i} E_{\parallel_{0i}} \tag{A.29}$$

a partir de (A.30) podemos definir el coeficiente de Fresnel para la trnamisión de la

forma:

$$t_{\parallel} = \frac{2\cos\theta_1}{\cos\theta_t + n_{rel}\cos\theta_i}; \quad E_{\parallel_{0t}} = t_{\parallel}E_{\parallel_{0i}}$$
 (A.30)

Podemos ver que las ondas reflejada y transmitida con polarización paralela al plano de incidencia serán menores o iguales a la onda incidente con igual polarización. Las expresiones (A.26) y (A.30) coinciden con las expresiones (2.24) y (2.29). Si ahora consideramos el campo perpendicular al plano de incidencia y repetimos este proceso se obtiene que

$$r_{\perp} = \frac{\cos \theta_i - n_{rel} \cos \theta_t}{\cos \theta_i + n_{rel} \cos \theta_t}; \qquad E_{\perp_{0r}} = r_{\perp} E_{\perp_{0i}}$$
(A.31)

$$r_{\perp} = \frac{\cos \theta_i - n_{rel} \cos \theta_t}{\cos \theta_i + n_{rel} \cos \theta_t}; \qquad E_{\perp_{0r}} = r_{\perp} E_{\perp_{0i}}$$

$$t_{\perp} = \frac{2 \cos \theta_1}{\cos \theta_i + n_{rel} \cos \theta_t}; \qquad E_{\perp_{0t}} = t_{\perp} E_{\perp_{0i}}$$
(A.31)

Cabe mencionar que en este proceso se consideró que  $\theta_i = \theta_r$ . Se concluye que las ondas reflejada y transmitida con polarización perpendicular al plano de incidencia serán menores o iguales a la onda incidente con igual polarización. Por último las expresiones (A.32) y (A.32) coinciden con las expresiones (2.26) y (2.31) presentadas en el capítulo 2.

## Apéndice B

# Cálculo de la función de interferencia

A continuación se presenta el procedimiento matemático que permite llegar a la función de interferencia (3.9), aunque es un proceso conocido, consideramos que es importante resaltarlo. Para empezar recordemos que la irradiancia se define como el cuadrado del módulo del campo resultante de la superposición de los campos, es decir,

$$M = |E_t|^2 = E_t \cdot E_t^*$$

$$M = (E_1 + E_2) \cdot (E_1 + E_2)^*$$
(B.1)

por simplicidad, consideremos el caso del interferometro de Michelson, el cual se muestra de forma esquemática en la figura B.1. A partir de este esquema podemos ver que hemos supuesto un láser como fuente de iluminación pues se requiere una onda coherente para producir un patrón de interferencia. Sin perder generalidad, consideremos que una onda plana llega al divisor de haz donde, debido a la interacción se obtienen dos ondas que se propagan por los caminos 1 y 2. Cada onda plana  $E_1$  y  $E_2$ , definidas en (3.3), recorre su respectivo camino hasta incidir sobre el espejo 1 y 2 respectivamente. Dicha interacción produce que las ondas regresen por el mismo camino hasta el divisor de haz donde son recombinadas obteniendo una onda  $E_t$  que corresponde a la suma de las ondas de la forma:

$$E_t = E_1 + E_2 \quad [Vm^{-1}]$$

$$E_t = E_{01}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{z}-\omega t + \phi_1)} + E_{02}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{z}-\omega t + \phi_2)} \quad [Vm^{-1}]$$
(B.2)

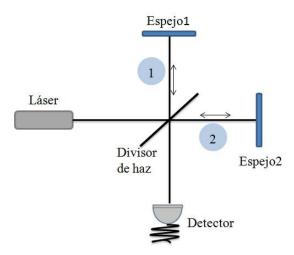


Figura B.1: Esquema del interferómetro de Michelson.

Realizando el proceso indicado en (B.1) con la anterior expresión para  $E_t$  tenemos que:

$$M = \left(E_{01}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{z}-\omega t + \phi_1)} + E_{02}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{z}-\omega t + \phi_2)}\right) \cdot \left(E_{01}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{z}-\omega t + \phi_1)} + E_{02}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{z}-\omega t + \phi_2)}\right)^* \quad [Wm^{-2}]$$

realizando los productos y recordando que  $(i)^* = -i$ , tenemos que

$$\begin{split} M &= \left( E_{01} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{z} - \omega t + \phi_1)} \right) \cdot \left( E_{01} e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{z} - \omega t + \phi_1)} \right) \\ &+ \left( E_{01} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{z} - \omega t + \phi_1)} \right) \cdot \left( E_{02} e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{z} - \omega t + \phi_2)} \right) \\ &+ \left( E_{02} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{z} - \omega t + \phi_2)} \right) \cdot \left( E_{01} e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{z} - \omega t + \phi_1)} \right) \\ &+ \left( E_{02} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{z} - \omega t + \phi_2)} \right) \cdot \left( E_{02} e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{z} - \omega t + \phi_2)} \right) \quad [Wm^{-2}] \end{split}$$

simplificando y organizando términos queda

$$M = |E_{01}|^2 + |E_{02}|^2 + E_{01}E_{02}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{z}-\omega t + \phi_1)}e^{-i(\vec{k}\cdot\vec{z}-\omega t + \phi_2)} +$$

$$E_{01}E_{02}e^{-i(\vec{k}\cdot\vec{z}-\omega t + \phi_1)}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{z}-\omega t + \phi_2)} \quad [Wm^{-2}]$$
(B.3)

$$M = |E_{01}|^2 + |E_{02}|^2 + E_{01}E_{02}e^{i(\phi_1 - \phi_2)} + E_{01}E_{02}e^{-i(\phi_1 - \phi_2)} \quad [Wm^{-2}]$$
 (B.4)

Ahora bien, por facilidad en la notación tomemos la diferencia de las fases relativas como  $\Delta \phi$ , es decir,  $\Delta \phi = \phi_1 - \phi_2$ , con lo que nos queda

$$M = |E_{01}|^2 + |E_{02}|^2 + E_{01}E_{02}e^{i\Delta\phi} + E_{01}E_{02}e^{-i\Delta\phi} \quad [Wm^{-2}], \tag{B.5}$$

por último, aplicamos la fórmula de Euler para la función coseno,

$$M = |E_{01}|^2 + |E_{02}|^2 + 2E_{01}E_{02}\cos\Delta\phi \quad [Wm^{-2}]$$
(B.6)

Para hacer que la expresión anterior coincida con (3.9) presentada en el capítulo 3, recordemos que la irradiancia se ha definido como el módulo cuadrado del campo eléctrico, por ende, podemos escribir  $\sqrt{M_1} = E_{01}$ , reemplazando este hecho en (B.6) nos queda

$$M = M_1 + M_2 + 2\sqrt{M_1 M_2} \cos \Delta \phi \quad [W m^{-2}]$$
 (B.7)

Con este proceso se demuestra (3.9) y que la función de irradiancia se obtiene a partir de la suma de dos o más ondas.

- [1] Area Ciencias. https://www.areaciencias.com/fisica/descubrimiento-de-los-rayos-x.html.
- [2] Kristen M. Meiburger. Quantitative ultrasound and photoacustic imaging for the assessment of vascular parameters. Springer., 1st edition, 2017.
- [3] Godfrey N Hounsfield. Computerized transverse axial scanning (tomography): Part 1. description of system. The British journal of radiology, 46(552).
- [4] Naomi Danae. http://introradiologianaomi.blogspot.com/2016/12/fundamentos-de-la-tomografia.html, 2016.
- [5] Sociedad Española de Neurorradiología. https://www.senr.org/index.php/procedimientos-neurorradiologicos/, 2015.
- [6] Reneé S. Koolschijn *et. al.* The hippocampus and necortical inhibitory engrams protect against memory interference. *Neuron*, 101(3), 2019.
- [7] Cinta Martos Silván. https://www.lifeder.com/neocortex/.
- [8] Nutaq Innovation. https://www.nutaq.com/blog/pet-scanners-rapid-data-acquisition-daq-hardware.
- [9] Alzheimer universal. https://www.alzheimeruniversal.eu/2015/10/15/diagnostico-alzheimer-recomendaciones-para-el-uso-del-estudio-pet-cerebral/, 2015.
- [10] Diplomado médico Universidad La Salle. https://diplomadomedico.com/ultrasonido-primer-trimestre-del-embarazo-5-3/, 2016.
- [11] Carlos Pineda, Araceli Bernal, Rolando Espinosa, Cristina Hernández, Norma Marín, Angélica H Peña, et al. Principios físicos básicos del ultrasonido. Rev. chil. reumatol, 25(2):60–66, 2009.

[12] Paulino Vacas Jacques. Diagnóstico mediante técnicas interferométricas de fotones no atenuados., 2005.

- [13] Brian W. Pogue and Michael S. Patterson. Review of tissue simulating phantoms for optical spectroscopic, imaging and dosimetry. *Biomedical Optics*.
- [14] Arvid Wretlind. The pharmacological basis for the use of fat emulsions in intravenous nutrition. *Acta chirurgica scandinavica. Supplementum*, 325:SUPPL—325, 1964.
- [15] Paola Di Ninni, Fabrizio Martelli, and Giovanni Zaccanti. Intralipid: towards a diffusive reference standard for optical tissue phantoms. *Physics in Medicine & Biology*, 56(2):N21, 2010.
- [16] M Firbank and DT Delpy. A design for a stable and reproducible phantom for use in near infra-red imaging and spectroscopy. *Physics in Medicine & Biology*, 38(6):847, 1993.
- [17] Yasuhiro Mukaigawa, Yasushi Yagi, and Ramesh Raskar. Analysis of light transport in scattering media. In 2010 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, pages 153–160. IEEE, 2010.
- [18] H Günhan Akarçay, Stefan Preisser, Martin Frenz, and Jaro Rička. Determining the optical properties of a gelatin-tio 2 phantom at 780 nm. *Biomedical optics express*, 3(3).
- [19] Paola Di Ninni, Fabrizio Martelli, and Giovanni Zaccanti. The use of india ink in tissue-simulating phantoms. *Optics express*, 18(26).
- [20] René Michels, Florian Foschum, and Alwin Kienle. Optical properties of fat emulsions. *Optics Express*, 16(8):5907–5925, 2008.
- [21] Lihong V. Wang and Hsin-I Wu. Biomedical Optics: Principle and Imaging. John Wiley and Sons, Inc., 1st edition, 2007.
- [22] Efrain Solarte and Erick Ipus. Spectroscopic measurements and characterization of soft tissue phantoms. In *Design and Performance Validation of Phantoms Used in Conjunction with Optical Measurement of Tissue V*, volume 8583, page 85830D. International Society for Optics and Photonics, 2013.
- [23] Efrain Solarte, Erick Ipus, and Otto Vergara. Lipid concentration effects on light propagation and diffusion in liquid phantoms. In *Biomedical Optics*, pages BS3A-31. Optical Society of America, 2014.

[24] Robert Molenaar, J Jaap, and Jaap R Zijp. Determination of kubelka–munk scattering and absorption coefficients by diffuse illumination. *Applied optics*, 38(10):2068–2077, 1999.

- [25] Sergio Elias Hernandez, Vicente Daniel Rodríguez-Armas, Juan Carlos Pérez, Felipe A Martin, Miguel A Castellano, and Jose Luis Gonzalez-Mora. Diffuse reflectance spectroscopy characterization of hemoglobin and intralipid solutions: in vitro measurements with continuous variation of absorption and scattering. *Journal of biomedical optics*, 14(3):034026, 2009.
- [26] Valery Tuchin. Tissue optics: light scattering methods and instruments for medical diagnosis.
- [27] Paulino Vacas-Jacques, Gonzalo Paez, and Marija Strojnik. Pass-through photon-based biomedical transillumination. *Journal of Biomedical Optics*, 13(4):041307, 2008.
- [28] Paulino Vacas-Jacques, Marija Strojnik, and Gonzalo Paez. Forward-calculated analytical interferograms in pass-through photon-based biomedical transillumination. *JOSA A*, 26(3):602–612, 2009.
- [29] F. Corral, M. Strojnik, and G. Paez. Tissue characterization with ballistic photons: counting scattering and/or absorption centres. Opto-Electronics review, 23(1), 2015.
- [30] Camille Vazquez-Jaccaud, Gonzalo Paez, Marija Strojnik, and Michelle K Scholl. Ballistic photons in tissue characterization study. In *Optical Diagnostics and Sensing IX*, volume 7186, page 71860P. International Society for Optics and Photonics, 2009.
- [31] Marija Strojnik and Gonzalo Paez. Tissue characterization with ballistic photons. In *Infrared Spaceborne Remote Sensing and Instrumentation XVII*, volume 7453, page 74530Y. International Society for Optics and Photonics, 2009.
- [32] Tomas Linder, Torbjorn Lofqvist, Ludociv G. Coppel, Magnus Neuman, and Per Edstrom. Lateral light scattering in fibrous media. *Optics Express.*, 21(6), 2013.
- [33] Ludociv G. Coppel, Magnus Neuman, and Per Edstrom. Lateral light scattering in paper mtf simulation and measurement. *Optics Express.*, 19(25), 2011.

[34] Susan A. Scholl Gonzalo Paez, Marija Strojnik. Interferometric tissue characterization: Iv: Material coherence function, 2005.

- [35] Chia-Wei Sun, Chih-Chung Yang, and Yean-Woei Kiang. Optical imaging based on time-resolved stokes vectors in filamentous tissues. *Applied optics*, 42(4):750–754, 2003.
- [36] Brian D'Alessandro and Atam P Dhawan. Transillumination imaging for blood oxygen saturation estimation of skin lesions. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 59(9):2660–2667, 2012.
- [37] Stefan Andersson-Engels, Roger Berg, Sune Svanberg, and Olof Jarlman. Time-resolved transillumination for medical diagnostics. *Optics letters*, 15(21).
- [38] Marija Strojnik, Brenda Guzman, Guillermo Garcia-Torales, and Jorge Flores. Trans-illumination of ballistic photons through 3 tissues and an occlusion. In European Conference on Biomedical Optics, page 104170L. Optical Society of America, 2017.
- [39] Michael R Hee, Joseph A Izatt, Joseph M Jacobson, James G Fujimoto, and Eric A Swanson. Femtosecond transillumination optical coherence tomography. *Optics letters*, 18(12).
- [40] Trung Nghia Tran, Kohei Yamamoto, Takeshi Namita, Yuji Kato, and Koichi Shimizu. Three-dimensional transillumination image reconstruction for small animal with new scattering suppression technique. *Biomedical optics express*, 5(5):1321–1335, 2014.
- [41] Gilbert Jarry, Elisa Steimer, Vivien Damaschini, Michael Epifanie, Marc Jurczak, and Robin Kaiser. Coherence and polarization of light propagating through scattering media and biological tissues. Applied optics, 37(31):7357–7367, 1998.
- [42] Kim Fook Lee, F Reil, S Bali, A Wax, and JE Thomas. Heterodyne measurement of wigner distributions for classical optical fields. *Optics letters*, 24(19):1370–1372, 1999.
- [43] Tom Lister, Philip A Wright, and Paul H Chappell. Optical properties of human skin. *Journal of biomedical optics*, 17(9):090901, 2012.
- [44] Gerd Keiser. Biophotonics: Concepts to application. Springer., 1st edition, 2016.

[45] Markolf H.. Niemz. Laser-tissue interactions: fundamentals and applications. Springer, 1996.

- [46] Gilbert Jarry, Elisa Steimer, Vivien Damaschini, Michael Epifanie, Marc Jurczak, and Robin Kaiser. Coherence and polarization of light propagating through scattering media and biological tissues. *Applied optics*, 37(31).
- [47] Jaime Gómez Rivas. Propagación de luz en medios turbios.
- [48] Craig F Bohren and Donald R Huffman. Absorption and scattering of light by small particles. John Wiley & Sons, 2008.
- [49] Stephan Link and Mostafa A El-Sayed. Shape and size dependence of radiative, non-radiative and photothermal properties of gold nanocrystals. *International reviews in physical chemistry*, 19(3):409–453, 2000.
- [50] J González Trujillo, M Pérez Cortés, and J Méndez Gamboa. Simulación del esparcimiento de la luz en medios biológicos mediante el método monte carlo. *Ingeniería*, 12(2).
- [51] Scott Alan Prahl. Light transport in tissue., 1990.
- [52] Keshav Singh. Optical properties of tissue-like phantoms. PhD thesis, 2016.
- [53] Steven L Jacques, CA Alter, and Scott A Prahl. Angular dependence of hene laser light scattering by human dermis. *Lasers Life Sci*, 1(4):309–333, 1987.
- [54] Gilwon Yoon, A Welch, Massoud Motamedi, and MV Gemert. Development and application of three-dimensional light distribution model for laser irradiated tissue. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 23(10):1721–1733, 1987.
- [55] Paulino Vacas-Jacques, Marija Strojnik, and Gonzalo Paez. Effects of spectral dependence in pass-through photon-based biomedical transillumination. *Journal of Innovative Optical Health Sciences*, 2(03):235–244, 2009.
- [56] Brian D'Alessandro and Atam P Dhawan. Transillumination imaging for blood oxygen saturation estimation of skin lesions. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 59(9):2660–2667, 2012.
- [57] Camille Vazquez-Jaccaud, Gonzalo Paez, and Marija Strojnik. Wavelength selection method with standard deviation: application to pulse oximetry. Annals of biomedical engineering, 39(7):1994–2009, 2011.

[58] Camille Vazquez-Jaccaud, Gonzalo Paez, and Marija Strojnik. Transillumination waveform simulator for pulse oximetry. In *Infrared Spaceborne Remote Sensing and Instrumentation XVII*, volume 7453, page 74530V. International Society for Optics and Photonics, 2009.

- [59] M Strojnik, MK Scholl, and MS Kirk. Image formation in trans-illumination interferometry. In *Optical Instrument Science, Technology, and Applications*, volume 10695, page 1069508. International Society for Optics and Photonics, 2018.
- [60] Paulino Vacas-Jacques and Marija Strojnik. Tunable trans-illumination interferometer and tuned-state identification based on recurrence analysis. In *Infrared Spaceborne Remote Sensing and Instrumentation XV*, volume 6678, page 66781R. International Society for Optics and Photonics, 2007.
- [61] Paulino Vacas-Jacques, Marija Strojnik, and Gonzalo Paez. Reduced coherence and calibration optimization for transillumination interferometry. In Coherence Domain Optical Methods and Optical Coherence Tomography in Biomedicine XI, volume 6429, page 64292K. International Society for Optics and Photonics, 2007.
- [62] Paulino Vacas-Jacques, Marija Strojnik, and Gonzalo Paez. Monte-carlo simulation of photon trans-illumination time of flight. In European Conference on Biomedical Optics, page 6631-42. Optical Society of America, 2007.
- [63] M Strojnik and G Paez. Interferometric tissue characterization: Iii. calibration [5883-33]. In *Infrared Spaceborne Remote Sensing 2005*, volume 5883, page 58830V. International Society for Optical Engineering; 1999, 2005.
- [64] Eugene Hecht. Optics. Addinson Wesley, 4th edition, 2002.
- [65] G. R. Fowles. Introduction to modern optics. Dover Publications, 2nd edition, 1990.
- [66] Gonzalo Paez, Marija Strojnik, and Michelle K Scholl. Interferometric tissue characterization i: Theory. In *Infrared Spaceborne Remote Sensing 2005*, volume 5883, page 58830Y. International Society for Optics and Photonics, 2005.
- [67] Marija Strojnik and Gonzalo Paez. Interferometric tissue characterization ii: Experimental. In *Infrared Spaceborne Remote Sensing 2005*, volume 5883, page 58830W. International Society for Optics and Photonics, 2005.

[68] Daniel Malacara. Optical shop testing, volume 59. John Wiley & Sons, 2007.

- [69] Daniel Malacara-Hernández and Zacarías Malacara-Hernández. Handbook of optical design. CRC Press, 2016.
- [70] Miguel Cúpich Rodríguez and Fernando Javier Elizondo Garza. Actuadores piezoeléctricos. *Ingenierías*, 3(6):22–28, 2000.
- [71] Physik Instrument. Piezo z and tip/tilt scanner datasheet. 2018.
- [72] Physik Instrument. https://www.physikinstrumente.com/en/technology/piezo-technology/piezoelectric-materials, 2019.
- [73] Apogee Instruments Inc. Datasheet: http://www.physics.hmc.edu/faculty/esin/a-101/hw/apogee.pdf, 2007.