



UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO



Centro de Investigaciones en Optica, A. C.

Métodos iterativos para la reducción del error de fase en los bordes de un interferograma con frecuencia portadora limitados por una pupila arbitraria

Tesis presentada por:
Javier Yañez Mendiola

como requisito para obtener el grado de
Doctor en Ciencias (Optica)

Tesis dirigida por:
Dr. Manuel Servín Guirado

León, Gto.

Septiembre 2000

Juan respondió:

“Nadie puede recibir nada si no se le ha dado del cielo” Jn 3,27

A la memoria de mi padre José Yañez
A mi mamá María Mendiola
A mi esposa Lucina Avalos
A mi hija Karol
y hermanos.

Agradecimientos

Mi mas sincera gratitud al Dr. Manuel Servín G. por su apoyo, paciencia y dedicación que me ofreció durante el tiempo en que realice mi trabajo doctoral.

Al Dr. Daniel Malacara, por sus comentarios y apoyo durante mis estudios.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt) por el apoyo para realizar mis estudios doctorales

A las autoridades del Centro de Investigaciones en Optica (CIO)

Al Consejo de Ciencia y Tecnología del Estado de Guanajuato (CONCYTEG)

A mis amigos que en todos estos momentos me han acompañado

y a todas aquellas personas que han estado compartiendo conmigo todo el tiempo en el que realice mis estudios.

Índice.

Introducción.	3
1. Técnicas propuestas para la reducción de los efectos de borde.	
1.1 Introducción.	6
1.2 Técnicas de extrapolación de franjas	6
1.2.1 Método de Roddier-Roddier.	6
1.2.2 Cálculo de la fase empleando la técnica de Roddier.	10
1.2.3 Método de aproximación de franjas.	11
1.2.4 Cálculo de la fase empleando la técnica de aproximación de franjas.	13
1.3 Técnicas sin extrapolación de franjas	15
1.3.1 Método propuesto por D. Bone	15
1.3.2 Phase tracking	16
1.4 Conclusiones.	18
2. Método de sincronía espacial.	
2.1 Introducción.	19
2.2 Breve análisis del método de sincronía espacial.	19
2.3 Planteamiento del método iterativo.	21
2.4 Simulación por computadora.	25
2.5 Conclusiones.	28

3. Corrección de fase en los bordes por mínimos cuadrados	
3.1 Introducción.	29
3.2 Descripción del método iterativo.	30
3.3 Simulación por computadora.	34
3.4 Conclusiones.	38
4. Aplicaciones.	
4.1 Introducción.	39
4.2 Método iterativo de sincronía espacial.	41
4.3 Corrección de fase en los bordes por mínimos cuadrados.	43
4.4 Conclusiones.	48
5. Conclusiones generales.	49
Bibliografía.	51

INTRODUCCIÓN.

Un interferograma es el resultado de la combinación de dos haces de luz sobre un plano, donde uno de ellos es un haz de referencia y el otro es un haz distorsionado. Este interferograma presenta una modulación en sus franjas que es debida a la fase del haz distorsionado. Esta fase es una señal de baja frecuencia y es la información a recuperar. Este interferograma es grabado sobre una vídeo cámara CCD que es digitalizado para un análisis en una computadora.

Hay una gran variedad de técnicas para encontrar esta fase en el interferograma, entre ellas nos referiremos a la interferometría de pasos de fase¹⁻⁴, que trabajan sobre un mínimo de tres interferogramas que están espaciadas por una fase de corrimiento conocida. Donde la fase modulada puede ser resuelta para cada pixel.

Otra forma de obtener la información de fase óptica es cuando a un interferograma se le aplica una inclinación en una dirección, esta puede ser considerada como portadora lineal (donde se obtiene un solo interferograma). A este tipo de interferogramas se les conoce como Interferogramas con frecuencia espacial portadora. Este tipo de interferograma es analizado con las técnicas tales como el Método de la Transformada de Fourier⁵, Método de Sincronía Espacial^{6,7}, técnica de corrimiento espacial⁸⁻¹¹ y la técnica Phase-Locked Loop^{12,13} entre otras.

Cuando un interferograma con portadora espacial es analizado para recuperar la fase en él, hay varios factores que introducen errores en la fase calculada cuando se emplea el método de la transformada de Fourier, como lo han señalado varios investigadores, por ejemplo, Kujawinska y Wójciak¹⁴, Takeda¹⁵, Nugent¹⁶, Green¹⁷ y Frankowski¹⁸.

El principal error al utilizar la técnica de Fourier esta inherente en la naturaleza discreta de la transformada de Fourier debido a que esta es continua por lo que no puede ser aplicada y por lo tanto la transformada discreta de Fourier es usada.

Otra fuente de error la encontramos cuando estamos tratando con interferogramas que están limitados por una pupila (o interferogramas de campo finito). Este tipo de error se encuentra en las técnicas que trabajan sobre un solo interferograma, como es el método de la transformada de Fourier o el método de sincronía espacial. Pues el uso de estas técnicas introduce errores cercanos a los bordes del interferograma limitado por la pupila.

El problema que se presenta en los límites del interferograma, se relaciona cuando se trabaja con pixeles vecinales con respecto al cual se esta refiriendo, además del tipo de filtro que se esta empleando (filtro promediador, filtro pasabajas etc.).

Una de las formas de reducir este tipo de error es extendiendo las franjas mas allá del límite del borde de la pupila, (como lo proponen varios investigadores^{19,20,21}) esto es mediante la extrapolación de las franjas como se vera en el siguiente capítulo o sin la necesidad de extrapolar las franjas mediante la marcación de la región donde se producen inconsistencias como lo señala Bone²² o mediante la técnica de phase-tracking^{23,24}.

En el capítulo 1 de esta tesis, veremos de una forma breve algunas técnicas que se emplean para la reducción del error en los límites del interferograma de campo finito. En el capítulos 2 se propone una técnica nueva mediante el método de sincronía espacial de una forma iterativa para la reducción del error en el límite del interferograma.

En el capítulo 3 se desarrolla un método empleando descenso de gradiente, aplicado para cada pixel del interferograma de forma que no se incluyen pixeles adyacentes en el proceso, haciendo esto posible la corrección de la fase. En el capítulo 4, aplican estas técnicas a interferogramas reales.

Capítulo 1

Técnicas propuestas para la reducción de los efectos de borde.

1.1 Introducción.

Cuando se trabaja en un interferograma real, es muy común encontrarlos con una pupila que limita la región de los datos validos. Al analizar digitalmente este tipo de interferogramas mediante el método de sincronía espacial o el método de la transformada de Fourier, las discontinuidades en los bordes del patrón de franjas producen ondulaciones que causan un error significativo en la fase recuperada.

Varios autores han estudiado y mejorado la estimación de la fase cercana a los bordes del interferograma. En este capítulo analizaremos en una forma breve algunas técnicas que se han desarrollado para reducir este error.

1.2 Técnicas de extrapolación de franjas.

1.2.1 Método de Roddier-Roddier.

Roddier y Roddier¹⁹ observaron que en los bordes de un interferograma hay una fuente importante de errores si ellos no son tomados en cuenta. Una manera de cómo ellos tratan con este problema es empleando el método propuesto por Gerchberg²⁰. Este método consiste en extrapolar las franjas mas allá de su límite.

Para realizar este método primero asumiremos que la señal de irradiancia en el interferograma con un gran corrimiento en frecuencia angular ω_0 puede ser escrito como:

$$S(x,y) = p(x,y) a(x,y) [1 + v(x,y) \cos(\omega_0 x - \phi(x,y))] \quad (1.1)$$

donde $p(x,y)$ es el dominio sobre el cual el interferograma se extiende como sigue:

$$p(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{dentro de la pupila} \\ 0 & \text{fuera de la pupila} \end{cases} \quad (1.2)$$

ahora definimos a $a(x,y)$ como la irradiancia continua del interferograma cuando no hay franjas. Esta irradiancia continua puede ser medida por medio de varios procedimientos como lo describen Roddier y Roddier ¹⁹ en su artículo. $v(x,y)$ es la visibilidad de las franjas, ω_0 es la frecuencia angular y $\phi(x,y)$ es la fase. Si dividimos la irradiancia $S(x,y)$ entre la irradiancia continua $a(x,y)$ y substrayendo la función pupila $p(x,y)$, obtenemos una función $g(x,y)$ definida por:

$$\begin{aligned} g(x,y) &= \frac{S(x,y)}{a(x,y)} - p(x,y) \\ &= p(x,y) v(x,y) \cos[\omega_0 x - \phi(x,y)] \end{aligned} \quad (1.3)$$

ahora de la definición compleja del coseno tenemos:

$$g(x,y) = 0.5 p(x,y) [u(x,y) e^{i\omega_0 x} + u^*(x,y) e^{-i\omega_0 x}] \quad (1.4)$$

u^* es el complejo conjugado de u , definida como:

$$u(x,y) = v(x,y) e^{-i\phi(x,y)}$$

la transformada de Fourier de esta función $g(x,y)$ es:

$$G(\omega_x, \omega_y) = 0.5 P(\omega_x, \omega_y) * [U(\omega_x - \omega_0, \omega_y) + U^*(\omega_x - \omega_0, \omega_y)] \quad (1.5)$$

donde (*) denota la operación de convolución. Si el interferograma fuera infinito, $G(\omega_x, \omega_y)$ sería completamente concentrada dentro de dos círculos con centros en $+\omega_0$ y $-\omega_0$ y con radios ω_c (que es la frecuencia de corte de $U(\omega)$).

La extrapolación de las franjas es fácilmente realizada si el tamaño de estos dos círculos es reducido por el corte alrededor de ellos y es tomada la transformada inversa de Fourier. Este corte sin embargo distorsiona un poco las franjas. Entonces el patrón de franjas original dentro del área de la pupila es recuperado e insertado en el patrón de franjas extrapoladas. Este proceso es repetido varias veces.

Este algoritmo que ellos proponen trabaja como se describe esquemáticamente en el Diagrama 1.1.

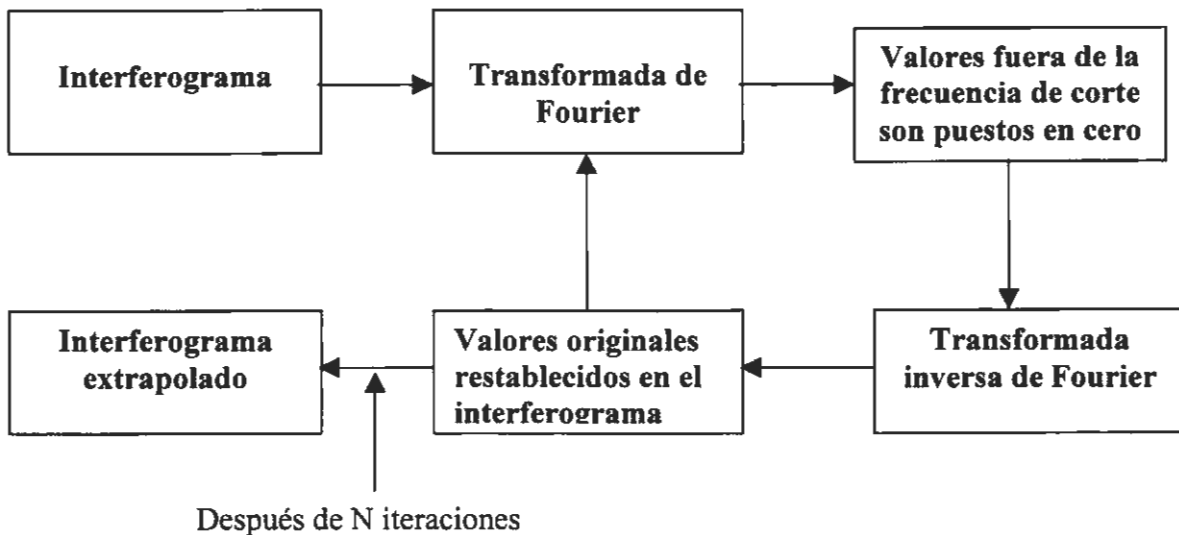
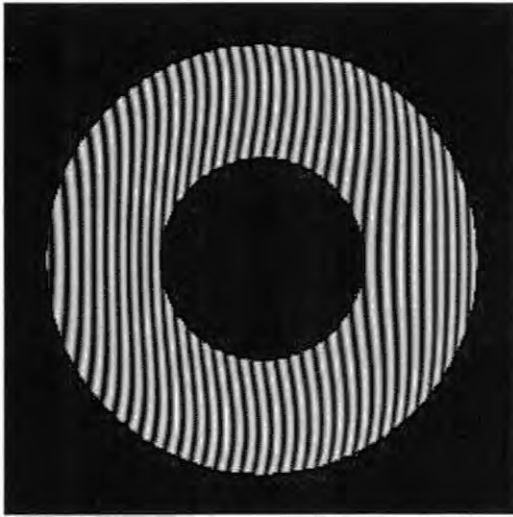
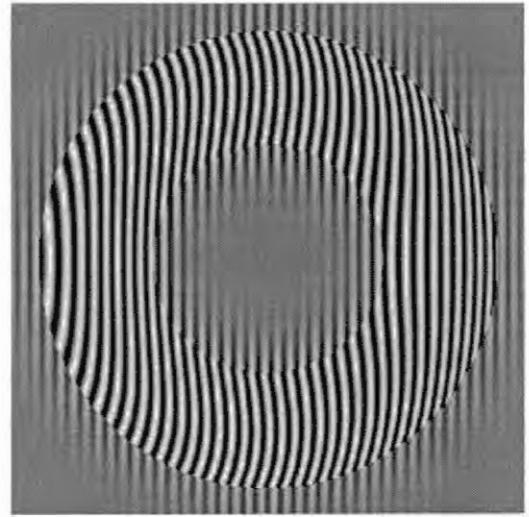


Diagrama 1.1 Algoritmo usado para extrapolar franjas

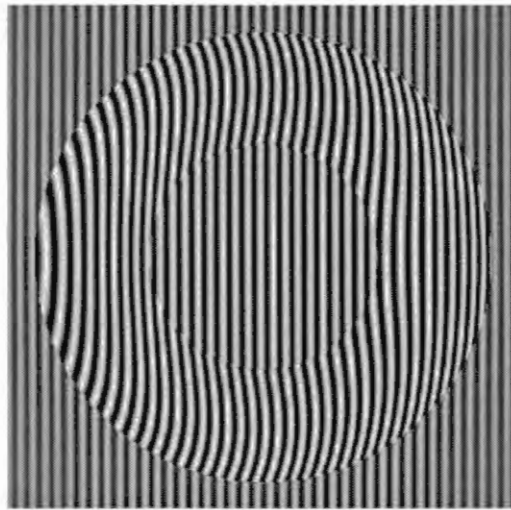
La figura 1.2 muestra un ejemplo de extrapolación de franjas usando este método.



(a)



(b)



(c)

Figura 1.2 Interferograma original y su extrapolación usando la técnica propuesta por Roddier y Roddier, (a) interferograma original, (b) después de 6 iteraciones, (c) después de 60 iteraciones.

El algoritmo anterior no solo extrapola el interferograma sino que también asegura una continuidad en las franjas evitando así los bordes.

Este algoritmo trabaja bien para franjas que tiene una pendiente pequeña en los bordes, pero cuando esta pendiente es grande, el error es significativo como veremos a continuación.

1.2.2 Cálculo de la fase empleando la técnica de Roddier

Hemos generado un interferograma con portadora lineal definido por la siguiente relación:

$$I(x, y) = 128 + 127 \cos[\omega_0 x + 185\rho^2(x, y) - 85\rho(x, y)] \quad (1.6)$$

donde $\omega_0 = 1.5$ es la frecuencia portadora y $185\rho^2(x, y) - 85\rho(x, y)$ es la fase, este interferograma es multiplicado por una pupila definida por:

$$M(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{dentro del interferograma} \\ 0 & \text{fuera del intererograma} \end{cases} \quad (1.7)$$

Esta pupila es usada para indicar la región de datos validos. La técnica para calcular la fase fue el método de sincronía espacial (mse). En la figura 1.2a vemos este interferograma sin extrapolar y la figura 1.2c muestra el interferograma extrapolado, (este interferograma ha sido generado por computadora). El error ha sido calculado mediante la siguiente ecuación:

$$error(x, y) = |\phi_{real}(x, y) - \phi_{mse}(x, y)|$$

Donde $\phi(x, y)_{real}$ es la fase definida en la Ec. (1.6) y $\phi(x, y)_{mse}$ es la fase calculada por el método de sincronía espacial.

El área de error significativo (indicada por la zona de color blanco) entre la fase dada por la Ec. (1.6) y la fase obtenida con el interferograma extrapoladas son mostradas en la figura 1.3a y en la figura 1.3b respectivamente, de donde podemos concluir que la extrapolación de franjas reduce el error de la fase.

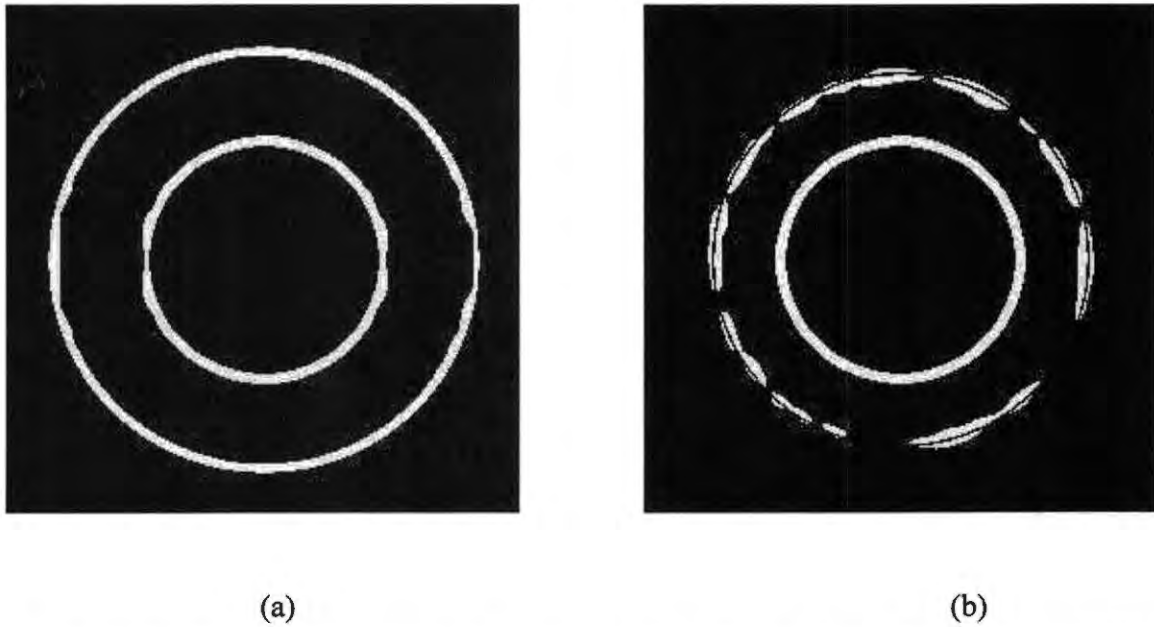


Figura 1.3 (a) área de error entre la fase real y la obtenida con el método de sincronía espacial, (b) área de error entre la fase obtenida después de extrapolar el interferograma y la fase dada por la Ec. 1.6

1.2.3 Método de aproximación de franjas

Otra de las técnicas desarrolladas para eliminar los errores alrededor de los límites del interferograma fue desarrollada por Kujawinska y Spik²¹ y Kujawinska²² donde proponen el empleo de franjas imaginarias de una frecuencia similar a la del interferograma. Para extrapolar los datos mas allá de sus límites, suplen la región del interferograma sin datos agregando franjas lineales con frecuencia similar a la

frecuencia portadora y para mantener la continuidad de las franjas, multiplican el interferograma resultante por un filtro de ventana Hamming.

El algoritmo que ellos proponen trabaja como se describe esquemáticamente en el Diagrama 1.4.

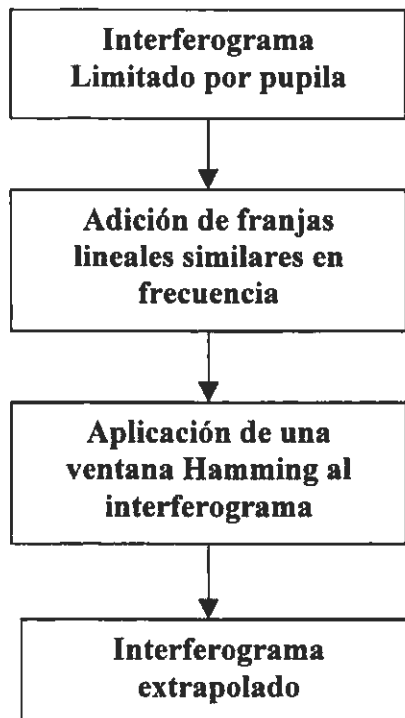
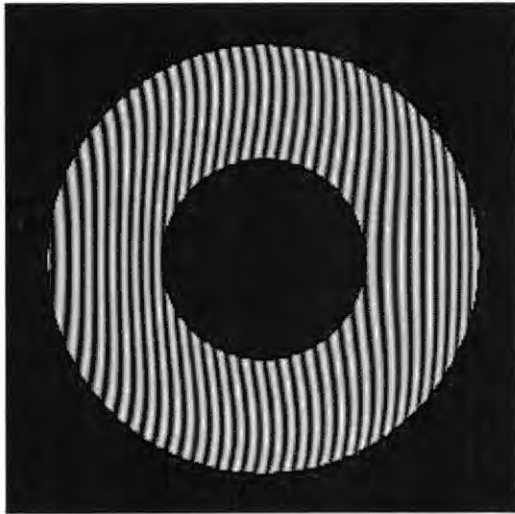
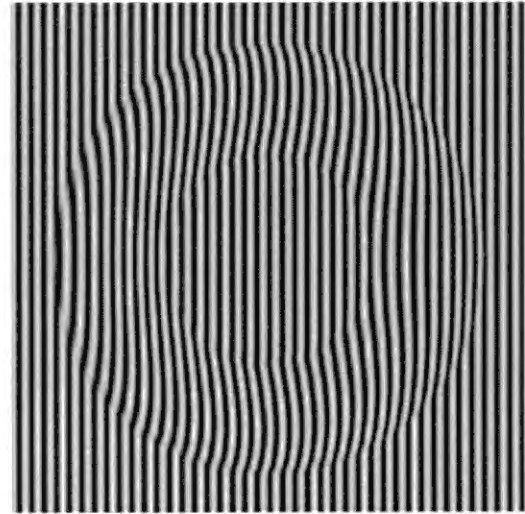


Diagrama 1.4 Diagrama de flujo de la extrapolación de franjas

La figura 1.5 muestra un ejemplo de extrapolación de franjas usando este método.



(a)



(b)

Figura 1.5, (a) interferograma inicial. (b) interferograma extrapolado

El filtro de ventana Hamming que es empleado para realizar esta técnica esta determinado por:

$$h(x) = \begin{cases} 0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{2\pi x}{x_0}\right) & \text{para } |x| < \frac{x_0}{2} \\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases} \quad (1.5)$$

donde x_0 es el ancho de la ventana.

1.2.4 Cálculo de la fase empleando la técnica de aproximación de franjas

Al igual que el método anterior realizaremos el cálculo de la fase empleando esta técnica, tomando la misma ecuación que se definió Ec.(1.6)

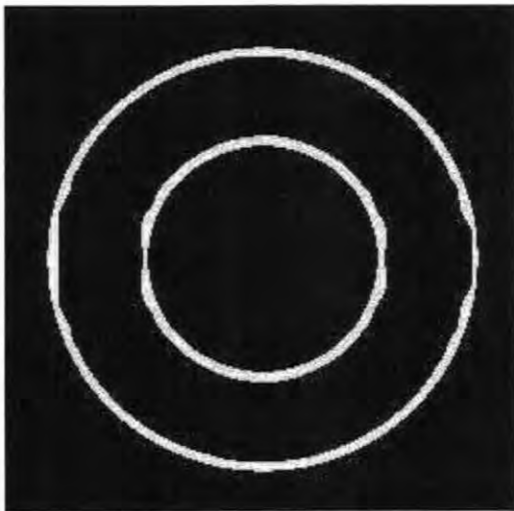
y aplicando el método de sincronía espacial al interferograma extrapolado (figura 1.5b) para calcular la fase.

La diferencia de fase se cálculo mediante la siguiente ecuación:

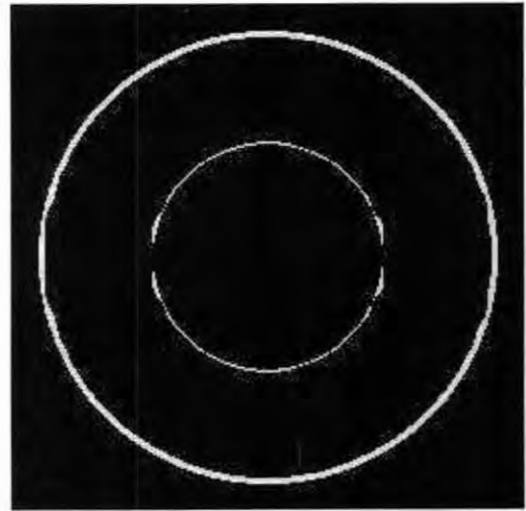
$$error(x,y) = |\phi_{real}(x,y) - \phi_{mse}(x,y)|$$

Donde $\phi_{real}(x,y)$ es la fase definida en la Ec. (1.6) y $\phi_{mse}(x,y)$ es la fase calculada mediante el método de sincronía espacial.

La figura 1.6a muestra el área de error significativo de la fase obtenida sin el interferograma extrapolado y la figura 6b muestra el área error de la fase una vez que el interferograma ha sido extrapolado.



(a)



(b)

Figura 1.6, (a) área de error sin extrapolar el interferograma, (b) área de error después de extrapolar el interferograma.

Como puede verse la extrapolación de franjas mediante esta técnica reduce aun más el área de error significativo en la obtención de la fase en comparación con el método propuesto por Roddier.

Las dos técnicas anteriores trabajan sobre la extrapolación de franjas, que al calcular la fase después de la extrapolación, hay una reducción en el error de la fase en los límites del interferograma. Kozlowski et al ²⁸ señala que el error en el borde de un interferograma puede reducirse al aumentar el numero de franjas, pero este aumenta cuando las franjas son muy moduladas en la región cercana al borde del interferograma. Lo anterior dicho por Kozlowski, limita las técnicas anteriores a interferogramas que tengan franjas no muy moduladas en esta región que estamos analizando, debido a que la extrapolación no sigue la pendiente de las franjas en el límite, por lo que, la fase que se recupera presenta un error ya no debido al borde sino a la extrapolación aplicada.

A continuación veremos otras técnicas que resuelven este problema en los limites de interferograma sin la necesidad de extrapolar el interferograma.

1.3 Técnicas sin extrapolación de franjas

1.3.2 Método propuesto por D. Bone

El método propuesto por Donal J. Bone²² es un algoritmo de desenvolvimiento de fase. Bone hace un análisis de la dependencia del camino en el desenvolvimiento de inconsistencias de campos de fase, pueden ser entendida en términos de inconsistencias locales. Donde se define un error de desenvolvimiento alrededor de un camino cerrado como la cantidad:

$$\Delta = \sum_{k=1}^N \left(\frac{\phi[x(k), y(y)] - \phi[x(k-1), y(k-1)]}{2\pi} \right) \quad (1.9)$$

donde ϕ es la fase envuelta con valores en el rango de $-\pi$ a π , $x(k)$ y $y(k)$ definen los índices de un camino cerrado parametrizado por k

1.3.3 Phase-tracking

Este algoritmo^{23, 24} al igual que el desarrollado por Bone²² es un algoritmo de desenvolvimiento de fase, que es capaz de demodular un solo patrón de franjas abiertas o cerradas.

Este algoritmo se basa en dos principios:

- (1) Fidelidad entre la función estimada y la observada.
- (2) Continuidad del campo de fase modulado.

Estos dos principios son expresados mediante una función U_T (que es minimizada por la fase estimada $\phi_0(x,y)$) mediante la siguiente ecuación:

$$U_T = \sum_{(x,y) \in L} U_{x,y}(\phi_0, \omega_x, \omega_y) \quad (1.10)$$

donde

$$U_{x,y}(\phi_0, \omega_x, \omega_y) = \sum_{(\varepsilon, \eta) \in (N_{x,y} \cap L)} \{I'(\varepsilon, \eta) - \cos[\phi_e(x, y, \varepsilon, \eta)]\}^2 \quad (1.11)$$

$$\lambda [\phi_0(\varepsilon, \eta) - \phi_e(x, y, \varepsilon, \eta)]^2 m(\varepsilon, \eta),$$

$$\phi_e(x, y, \varepsilon, \eta) = \phi_0(x, y) + \omega_x(x, y)(x - \varepsilon) + \omega_y(x, y)(y - \eta) \quad (1.12)$$

donde L es una matriz bidimensional que tiene datos de franjas validadas (buena modulación y amplitud), $N_{x,y}$ es una región vecinal alrededor de la coordenada (x,y) donde la fase esta siendo estimada, $U_{x,y}(\cdot)$ es la energía asociada con el sistema de Phase-Tracking en el sitio (x,y) , $m(x,y)$ es un campo indicador que es igual a 1 si el sitio (x,y) ha sido ya estimado y 0 de otra forma, y $\omega_x(\cdot)$ y $\omega_y(\cdot)$ son las frecuencias locales estimadas en las direcciones x y y respectivamente. El patrón de franjas $I(\varepsilon,\eta)$ es el patrón de franjas procesado mediante un filtro pasa altas, con el propósito de eliminar el término de baja frecuencia de background y por último λ es el parámetro de regularización que controla la continuidad de la fase detectada.

El primer término de la Ec. (1.11) intenta mantener el modelo de franjas cerradas igual a la irradiancia observada en el sentido de mínimos cuadrados dentro de la vecindad $N_{x,y}$. Y el segundo término esfuerza la suposición de suavizado y continuidad, usando únicamente los pixeles detectados previamente marcados por $m(x,y)$.

Este sistema de Phase-Tracking, trabajan sobre un solo patrón de franjas tanto abiertas como cerradas, dando una fase desenvuelta y una de sus principales virtudes es obtener un error pequeño en los limites de un interferograma de campo finito por la minimización de la Ec. (1.11).

1.6 Conclusiones

Las dos técnicas anteriores trabajan sobre interferogramas limitados por una pupila y la extrapolación de las franjas mas allá del límite, permite obtener una mejor fase en los bordes, pero aun se tiene un error en la obtención de la fase debido al suplemento de franjas. Haciendo una comparación entre ambas técnicas podemos decir que la técnica propuesta por Kujawinska reduce aun más este error en las regiones criticas del interferograma debido al tipo de filtro que ella emplea, pero presentándose un error significativo en la recuperación de la fase.

Las dos técnicas posteriores (sección 1.3) son técnicas que trabajan sobre el desenvolvimiento de la fase, en el caso de D. Bone, él trabaja sobre un mapa de fase envuelto buscando reducir el error de la fase, mediante la corrección de las inconsistencias locales. La técnica de phase-tracking trabaja sobre dos principios para llegar a un mapa de fase desenvuelto sin la necesidad de llegar a un mapa de fase envuelto.

Capítulo 2

Método de sincronía espacial

2.1 Introducción

La principal fuente de error introducida por el Método de la Transformada de Fourier (MTF) y por el método de sincronía espacial son principalmente contenidos dentro del área cercana a los bordes del interferograma. Cuando estos interferogramas están limitados por una pupila y se aplica uno de los métodos anteriores, las discontinuidades en los bordes producen ondulaciones que causan errores significativos en la fase recuperada en los bordes. Los métodos descritos en el capítulo 1, usan el método de la transformada de Fourier para resolver el error introducido por la pupila en el interferograma (excepto el propuesto por Kujawinska [9]). En este capítulo proponemos un método iterativo empleando el método de sincronía espacial para resolver el problema de la estimación de la fase en los bordes, sin el uso de extrapolación de franjas más allá de la pupila.

2.2 Breve análisis del método de sincronía espacial

El método de sincronía espacial usa un interferograma con frecuencia portadora, cuya irradiancia puede ser expresada como:

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\omega_0 x + \phi(x, y)] \quad (2.1)$$

donde $a(x,y)$ es el término DC, $b(x,y)$ es el término de modulación de amplitud, ω_0 es la frecuencia angular espacial del patrón de franjas y $\phi(x,y)$ el valor de fase a calcular. Las cantidades $a(x,y)$, $b(x,y)$ y $\phi(x,y)$ son asumidos que varían lentamente comparados a la frecuencia portadora-espacial ω_0 , esto es:

$$\omega_0 > \frac{\partial \phi(x,y)}{\partial x} \quad (2.2)$$

para mayor claridad la dependencia en (x,y) en todas funciones será implícita. Para comenzar el método iterativo se necesita una estimación inicial de la fase modulada. Usamos para nuestro propósito el método propuesto por Womack⁶.

Realizamos una multiplicación del interferograma por las funciones *seno* y *coseno* de frecuencia ω_0 , obteniendo:

$$\begin{aligned} I_s &= I \text{sen}(\omega_0 x) \\ &= a \text{sen}(\omega_0 x) + \frac{b}{2} \text{sen}[2\omega_0 x + \phi] - \frac{b}{2} \text{sen}[\phi] \end{aligned} \quad (2.3)$$

y

$$\begin{aligned} I_c &= I \text{cos}(\omega_0 x) \\ &= a \text{cos}(\omega_0 x) + \frac{b}{2} \text{cos}[\omega_0 x + \phi] + \frac{b}{2} \text{cos}[\phi] \end{aligned} \quad (2.4)$$

estas dos funciones contienen tres componentes armónicos, el primer término con frecuencia ω_0 , el segundo término con dos veces la frecuencia ω_0 y el último término con la fase ϕ , es un término de baja frecuencia. Un análisis más detallado lo podemos encontrar en la referencia [24]. De estos tres términos estamos interesados en el término de baja frecuencia, si aplicamos un filtro pasa bajas (FPB) adecuado, el término de baja frecuencia permanece y los términos de alta

frecuencia son eliminados, por lo tanto, obtenemos una versión filtrada de estas funciones como:

$$FPB[I_s] = -\frac{b}{2} \text{sen}[\phi] \quad (2.5)$$

$$FPB[I_c] = \frac{b}{2} \text{cos}[\phi] \quad (2.6)$$

así obtenemos:

$$\tan[\phi] = -\frac{FPB[I_s]}{FPB[I_c]} \quad (2.7)$$

y la fase inicial estimada es:

$$\hat{\phi}_0 = -\tan^{-1} \left[\frac{\text{sen}(\phi)}{\text{cos}(\phi)} \right] \quad (2.8)$$

donde esta es la condición inicial para el método propuesto que a continuación se plantea.

2.3 Planteamiento del método iterativo

De la ecuación (2.8) conocemos la primera estimación de la fase verdadera ϕ , que es donde el método iterativo comienza. Con esta estimación de $\hat{\phi}$ dado por $\hat{\phi}_0$ y la frecuencia portadora ω_0 , se han generado dos funciones de referencia:

$$\text{sen}[-\omega_0 x - \hat{\phi}_0] \quad (2.9)$$

$$\cos[-\omega_0 x - \hat{\phi}_0] \quad (2.10)$$

con estas dos funciones y la irradiancia del interferograma I Ec. (2.1) podemos obtener la siguiente estimación de la fase verdadera ϕ :

$$\hat{\phi}_{n+1} = W \left[\hat{\phi}_n + \eta \tan^{-1} \left[\frac{FPB[I \sin[-\omega_0 x - \hat{\phi}_n]]}{FPB[I \cos[-\omega_0 x - \hat{\phi}_n]]} \right] \right] \quad \text{para } n \geq 0 \quad (2.11)$$

donde I es la irradiancia del interferograma dado en al Ec. (2.1) y W es un operador de envolvimiento definido por [2.12]:

$$W(x) = \tan^{-1} \left[\frac{\text{sen}(x)}{\text{cos}(x)} \right] \quad (2.12)$$

Como se vera más tarde, η representa un factor de convergencia, el cual debe de ser menor a uno para obtener una estabilidad, en nuestro caso su valor es de 0.5.

Para entender la Ec. (2.12) haremos un pequeño análisis para llegar a una ecuación más familiar. Podemos empezar considerando que después que el filtro pasa bajas (FPB) es aplicado tenemos:

$$\hat{\phi}_{n+1} = W \left[\hat{\phi}_n + \eta \tan^{-1} \left[\frac{\text{sen}(\phi - \hat{\phi}_n)}{\text{cos}(\phi - \hat{\phi}_n)} \right] \right] \quad (2.13)$$

la cual puede ser escrita como:

$$\hat{\phi}_{n+1} = W[\hat{\phi}_n + \eta W(\phi - \hat{\phi}_n)] \quad (2.14)$$

para entender un mejor significado de esta ecuación, podríamos por el momento quitar el operador W y obtener:

$$\hat{\phi}_{n+1} = \hat{\phi}_n + \eta(\phi - \hat{\phi}_n) \quad (\pi \leq \hat{\phi} \leq \pi) \quad (2.14)$$

finalmente podemos poner esta ecuación en forma continua en el tiempo t , como:

$$\frac{d\hat{\phi}(x,y)}{dt} = \eta[\phi(x,y) - \hat{\phi}(x,y)] \quad (-\pi \leq \hat{\phi} \leq \pi) \quad (2.15)$$

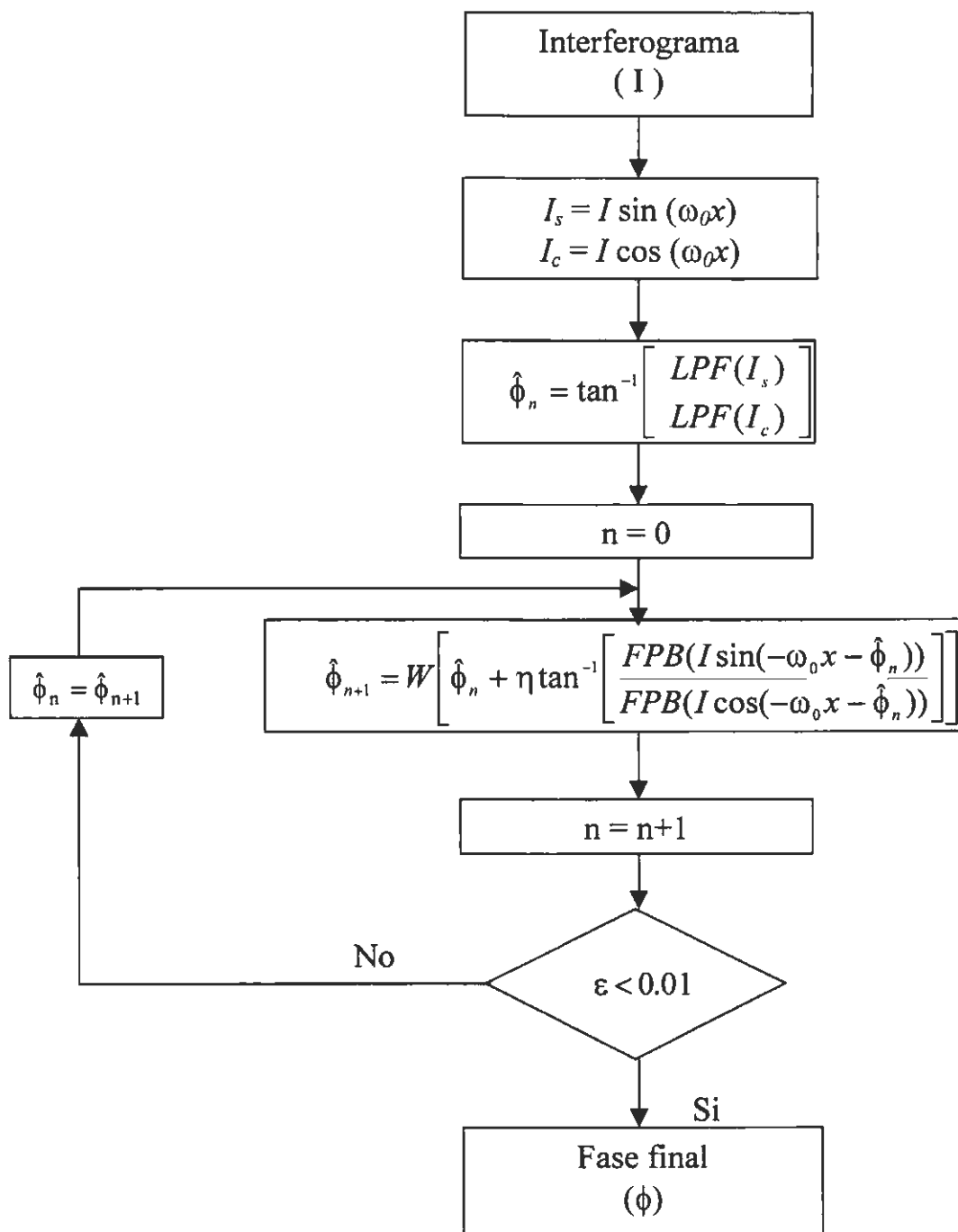
Como puede verse de esta ecuación simplificada, la fase estimada seguirá la fase verdadera en cada pixel del interferograma. La convergencia de la ecuación diferencia de primer orden es garantizada si el parámetro η permanece menor que uno. Cuando la ecuación (2.15) alcanza su punto estable la razón de cambio de la fase estimada será cero y la fase estimada será igual a la fase buscada, esto es:

$$\frac{d\hat{\phi}(x,y)}{dt} = 0 = \eta[\phi(x,y) - \hat{\phi}(x,y)] \quad (-\pi \leq \hat{\phi}(x,y) \leq \pi) \quad (2.16)$$

la cual da:

$$\hat{\phi}(x,y) = \phi(x,y) \quad (-\pi \leq \hat{\phi}(x,y) \leq \pi)$$

Este resultado establece que la fase verdadera eventualmente será alcanzada. En la practica el algoritmo establecido en la ecuación (2.1) será continua hasta que el cambio de fase entre iteraciones sucesivas caiga abajo de un umbral establecido. Un diagrama de flujo del método iterativo es dado en la figura 2.1.



donde:

$$\epsilon = \left[\frac{1}{N * N} \right] \sum_i |\hat{\phi}_n(x, y) - \hat{\phi}_{n-1}(x, y)|$$

Figura 2.1 Diagrama de flujo que ilustra los principales pasos del método iterativo

2.4 Simulación por computadora.

Se ha generado un interferograma con portadora lineal definido por la siguiente relación:

$$I(x, y) = 128 + 127 \cos[\omega_0 x + 75\rho^3(x, y) - 8\rho(x, y)] \quad (2.17)$$

donde ω_0 es la frecuencia portadora lineal. Este interferograma es multiplicado por una pupila definida por:

$$M(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{dentro del interferograma} \\ 0 & \text{fuera del interferograma} \end{cases} \quad (2.18)$$

la pupila es usada para indicar la región donde los datos son validos. Este patrón de franjas es ilustrado en la figura 2.2a, donde también podemos apreciar la modulación de estas franjas en los limites del interferograma.

De acuerdo con el diagrama de flujo de la figura 2.1 aplicamos este método al patrón de franjas dado por la Ec. (2.17). Obtenemos primero una estimación inicial $\hat{\phi}_0$, esta primera estimación la vemos en la figura 2.2b. Con el valor calculado de ϕ_0 siendo usado con la frecuencia portadora ω_0 obtenemos la diferencia del siguiente valor de fase, $\hat{\phi}_1 - \hat{\phi}_0$. El área donde la diferencia es significativa es mostrada en la figura 2.2c. El siguiente valor de ϕ_1 es mostrado en la figura 2.2d. Después de diez iteraciones tenemos la diferencia final la cual la podemos ver en la figura 2.2e, y en la figura 2.2f vemos la fase envuelta final.

Con los datos previamente calculados, calculamos el error medio cuadratico (ε) para cada una de las iteraciones. La figura 2.3 muestra una gráfica del error medio cuadratico calculado por:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum [\phi_{i,j}'' - \phi]^2}{N - 1}} \quad (2.19)$$

ε es el error medio cuadrático, $\hat{\phi}$ es el valor de la fase y N es el tamaño de la imagen dada en pixeles.

En la figura 2.2c y 2.2e y con la gráfica 2.3, podemos ver el comportamiento del error medio cuadrático contra el número de iteraciones. Así concluimos que el error medio cuadrático decrece exponencialmente con cada iteración entre la fase real y la fase estimada. En la figura 2.2b, 2.2d y 2.2f observamos que la fase estimada es mejorada con cada iteración. Se ha usado un filtro promediador de 3x3 como filtro pasa bajas usado 6 veces en cada iteración para calcular la fase. Los bordes del interferograma producen errores pero en esta región hay un decremento con cada iteración como lo muestran la figura 2.2c y 2.2e.

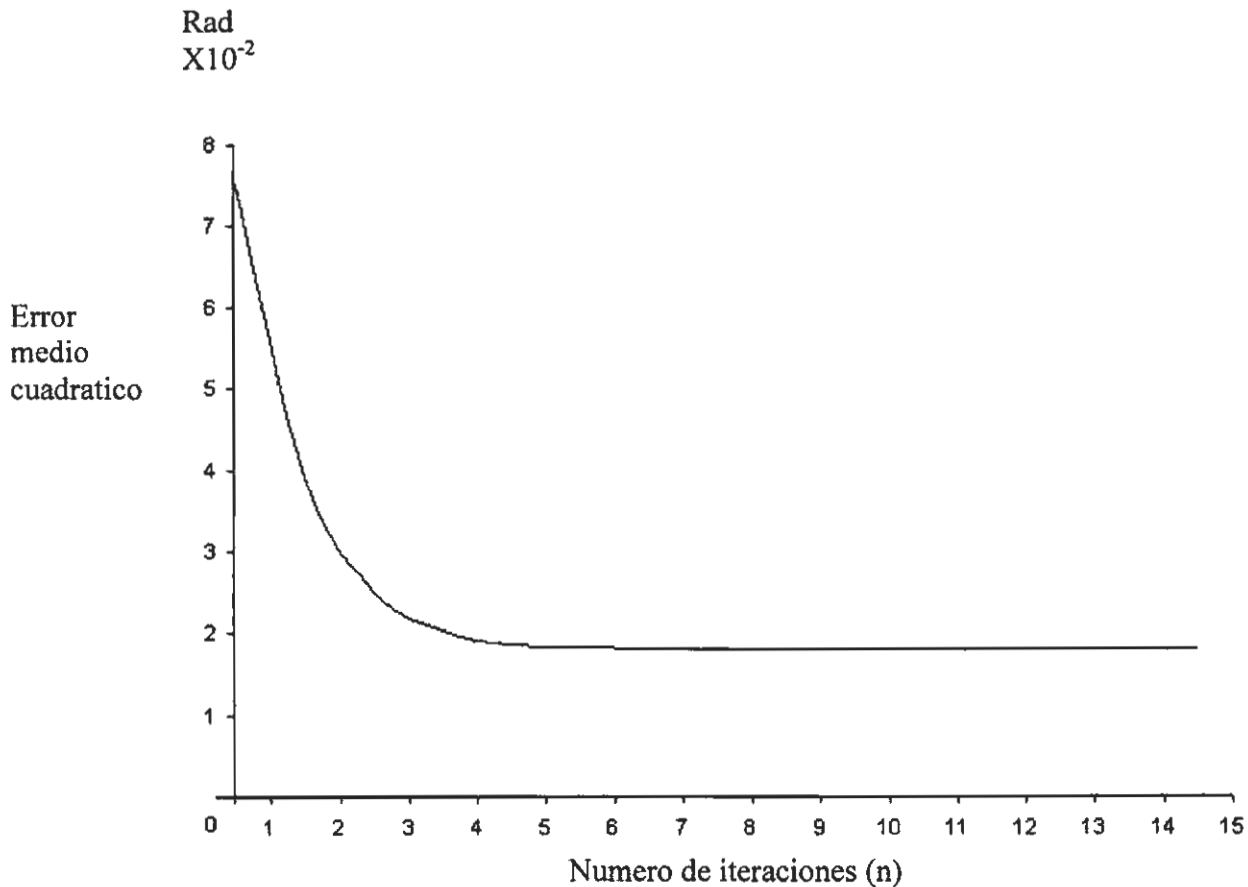
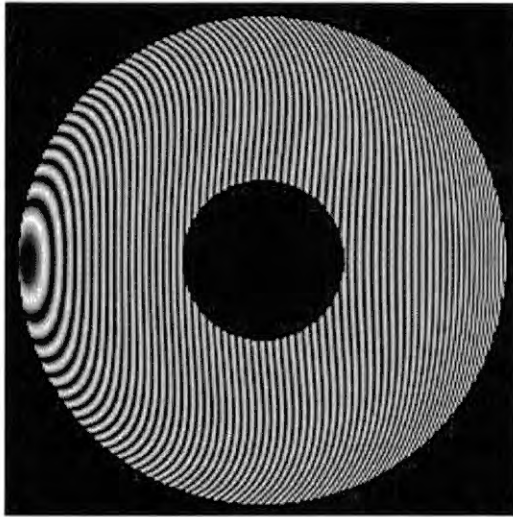
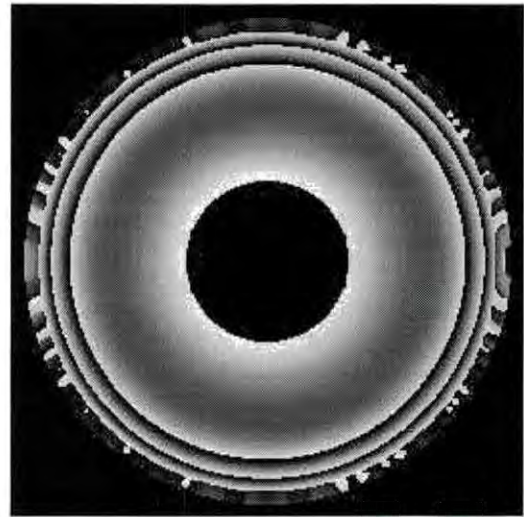


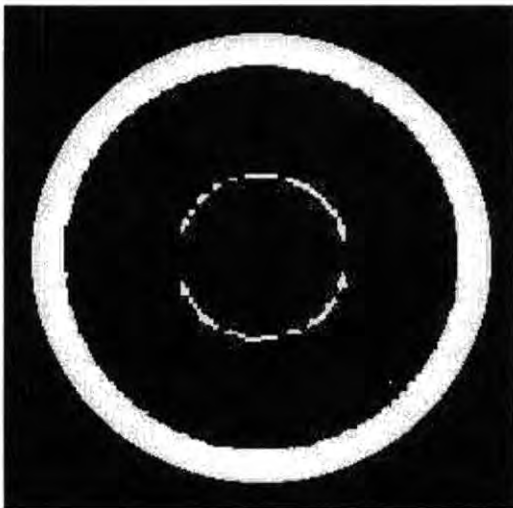
Figura 2.2. Comportamiento del error medio cuadrático el cual decrece con cada iteración entre dos iteraciones consecutivas.



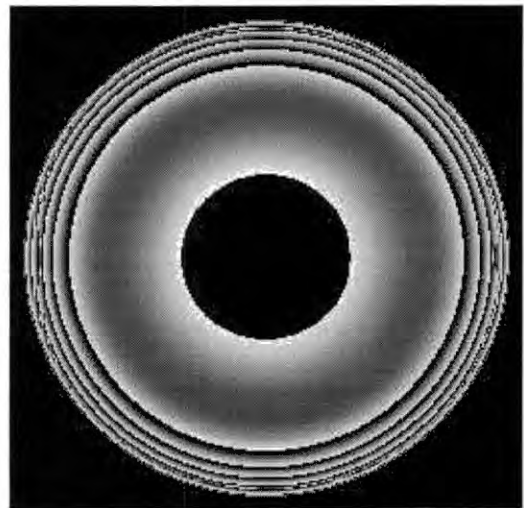
(a)



(b)



(c)

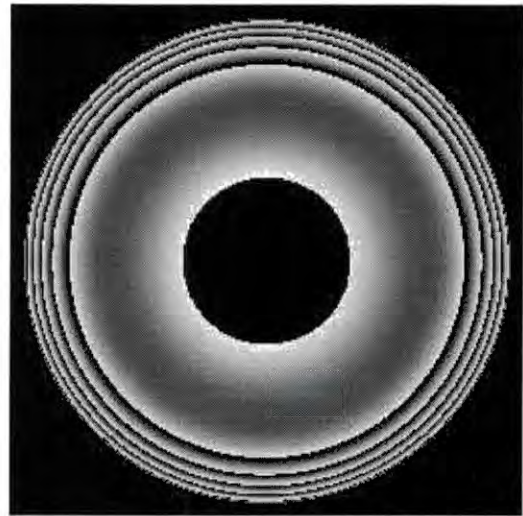


(d)

Figura 2.2. (a) interferograma generado por computadora, (b) primera estimación de la fase modulada, (c) área de error entre la primera estimación y la segunda estimación, (d) segunda aproximación de la fase.



(e)



(f)

Figura 2.2 (e) después de diez iteraciones obtenemos la diferencia final y (f) la fase modulada estimada final.

2.5 Conclusiones

Un nuevo método iterativo para obtener la fase de un interferograma con frecuencia portadora ha sido presentado. Este método trabaja con interferogramas limitados por una pupila arbitraria y para calcular su fase solo se necesita un interferograma. La virtud principal de este método es que, la fase se mejora con cada iteración y es demostrado que el método converge hacia la verdadera fase modulada. Este método necesita una estimación de fase inicial, que en nuestro caso fue obtenida mediante el método de sincronía espacial, y con cada iteración la fase es corregida en los bordes de la pupila.

Capítulo 3

Corrección de la fase en los bordes por medio de mínimos cuadrados

3.1 Introducción.

Como se ha visto en el capítulo 1, algunas técnicas de extrapolación de franjas, para quitar los límites de los interferogramas de campo finito. Pero esta extrapolación suaviza los bordes de interferograma en estos límites. En este capítulo proponemos un nuevo método iterativo para resolver el problema de una estimación pobre de la fase en estos límites. Este método comienza con una buena aproximación de la fase inicial, que puede ser obtenida mediante el método de sincronía espacial o el método de la transformada de Fourier. La fase inicial es empleada para encontrar la fase modulada para cada punto en todo el interferograma, este método es un algoritmo punto a punto, es decir, cada pixel en el interferograma es corregido en forma independiente de los pixeles vecinales. Esto tiene la ventaja de preservar los cambios rápidos entre pixeles vecinales, esta es una propiedad que no contiene el método de Fourier en el cual debemos usar un filtro pasa bandas, que suaviza los rápidos cambios entre pixeles adyacentes. El método propuesto en este capítulo requiere que la estimación del error de la fase (ε) caiga dentro del intervalo $-\pi < \varepsilon < \pi$.

3.2 Descripción del método iterativo.

Un interferograma puede ser representado por la siguiente expresión matemática:

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\omega_0 x + \phi(x, y)] \quad (3.1)$$

donde $a(x, y)$ es el término de fondo o background, $b(x, y)$ es el término de modulación de amplitud, ω_0 es la frecuencia angular espacial del patrón de franjas y $\phi(x, y)$ es el valor de fase a determinar. Las cantidades $a(x, y)$, $b(x, y)$ y $\phi(x, y)$ son asumidas que varían lentamente comparadas con las frecuencia espacial ω_0 , esto es:

$$\omega_0 \gg \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x} \quad (3.2)$$

El propósito de esta técnica es encontrar la mejor estimación de fase $\phi(x, y)$ en la Ec. 1 cuando tenemos una estimación de fase inicial $\phi(x, y)$ dada por alguna técnica de análisis de frecuencia portadora tal como la de sincronía espacial o de Fourier. Como se menciona antes, la fase estimada $\phi(x, y)$ contiene aun un error de fase $\varepsilon(x, y)$ debido a los efectos vecinales en los bordes del interferograma. Para aplicar el método propuesto primero necesitamos reducir la dependencia sobre el término de background $a(x, y)$ y el término de modulación $b(x, y)$. Para hacer esto aplicamos un filtro pasa altas adecuado al interferograma eliminado así el término de background. Después buscamos el mínimo valor de pico positivo y los valores que son mayores a este valor son cortados, esto lo hacemos para valores positivos y negativos. Posteriormente multiplicamos el interferograma por el inverso multiplicativo del mínimo valor de pico que se busco para obtener valores entre 1 y -1.

Finalmente aplicamos un filtro pasa bajas al interferograma para suavizar los valores que fueron cortados, esto nos conduce a un valor normalizado $In(x,y)$ de intensidad dado por:

$$In(x, y) = \cos[\omega_0 x + \phi(x, y)] \quad (3.3)$$

ahora de la Ec (3.1) podemos obtener la estimación de la fase inicial $\phi(x,y)$ usando el método de sincronía espacial, o el propuesto por Takeda⁵ :

$$\hat{\phi}_0(x, y) = \tan^{-1} \left[\frac{FPB[In(x, y) \text{sen}(\omega_0 x)]}{FPB[In(x, y) \text{cos}(\omega_0 x)]} \right] \quad (3.4)$$

donde FPB es un filtro pasa bajas y ω_0 es la frecuencia portadora espacial. Usando esta fase estimada, podemos tener una diferencia debido al error $\varepsilon(x,y)$ introducido principalmente en los bordes del interferograma, esto es:

$$\varepsilon(x, y) = \{In(x, y) - \cos(\omega_0 x + \hat{\phi}(x, y))\}^2 \quad (3.5)$$

donde $In(x,y)$ es la intensidad del interferograma normalizada Ec. (3.3) ahora necesitamos encontrar aquellos valores óptimos para $\hat{\phi}(x,y)$ que minimicen la Ec. 3.5 para cada punto. Tomando como fase inicial la calculada en la Ec. (3.4) podríamos optimizar para $\hat{\phi}(x,y)$ mediante el método del descenso de gradiente como:

$$\hat{\phi}_{n+1} = \hat{\phi}_n - \eta \frac{\partial \varepsilon(x, y)}{\partial \hat{\phi}_n(x, y)} \quad (3.6)$$

donde los valores iniciales de ϕ_0 son tomados del método de sincronía espacial, y η es la convergencia. Dado que la Ec. (3.6) da un sistema de primer orden no lineal en $\hat{\phi}$ el valor de η debe ser menor que uno para asegurar estabilidad del sistema. Y la derivada en la Ec. (3.6) es dada por:

$$\frac{\partial \varepsilon(x, y)}{\partial \hat{\phi}} = \{In(x, y) - \cos(\omega_0 x + \hat{\phi}(x, y))\} \text{sen}(\omega_0 x + \hat{\phi}(x, y)) = 0 \quad (3.7)$$

y discretizando la Ec. (3.6), puede ser escrita como:

$$\hat{\phi}_{n+1} = \hat{\phi}_n - \eta \{In(x, y) - \cos(\omega_0 x + \hat{\phi}_n(x, y))\} \text{sen}(\omega_0 x + \hat{\phi}_n(x, y)) \quad (3.8)$$

para nuestro propósito η ha sido puesta a 0.5 para la simulación presentada en este capítulo. En esta ecuación, ω_0 es la frecuencia portadora y el valor inicial de la fase $\hat{\phi}_0(x, y)$ es calculado mediante el método de sincronía espacial mediante la Ec. (3.4). Esta ecuación nos permite un mejor valor para la fase inicial iterativamente haciendo una optimización de mínimos cuadrados para cada punto sin extrapolar las franjas del interferograma. Para entender este proceso un diagrama a bloques es presentado en la figura 3.1.

La cantidad de corrección de fase (CF) calculada entre la fase inicial y la última iteración N de la fase estimada es:

$$CF = \text{wrapp}(\hat{\phi}_0 - \hat{\phi}_N) \quad (3.9)$$

donde $\hat{\phi}_N$ es la fase final obtenida mediante la Ec. (3.8) y $\hat{\phi}_0$ es la fase inicial obtenida por la Ec. (3.4) y $\text{wrapp}(x)$ es un operador definido por:

$$\text{wrapp}(x) = \tan^{-1} \left[\frac{\text{sen}(x)}{\text{cos}(x)} \right] \quad (3.10)$$

Este es un método simple y rápido para mejorar la determinación de la fase alrededor de los bordes del interferograma. Un promedio de dos iteraciones son requeridas para cada punto sobre el interferograma completo como se muestra en la figura 3.2a. El parámetro η puede variar entre 0.1 y 1.0, algunas veces podría haber un error de estimación sobre la frecuencia portadora, este error generaría una pendiente en la fase igual a dicho error.

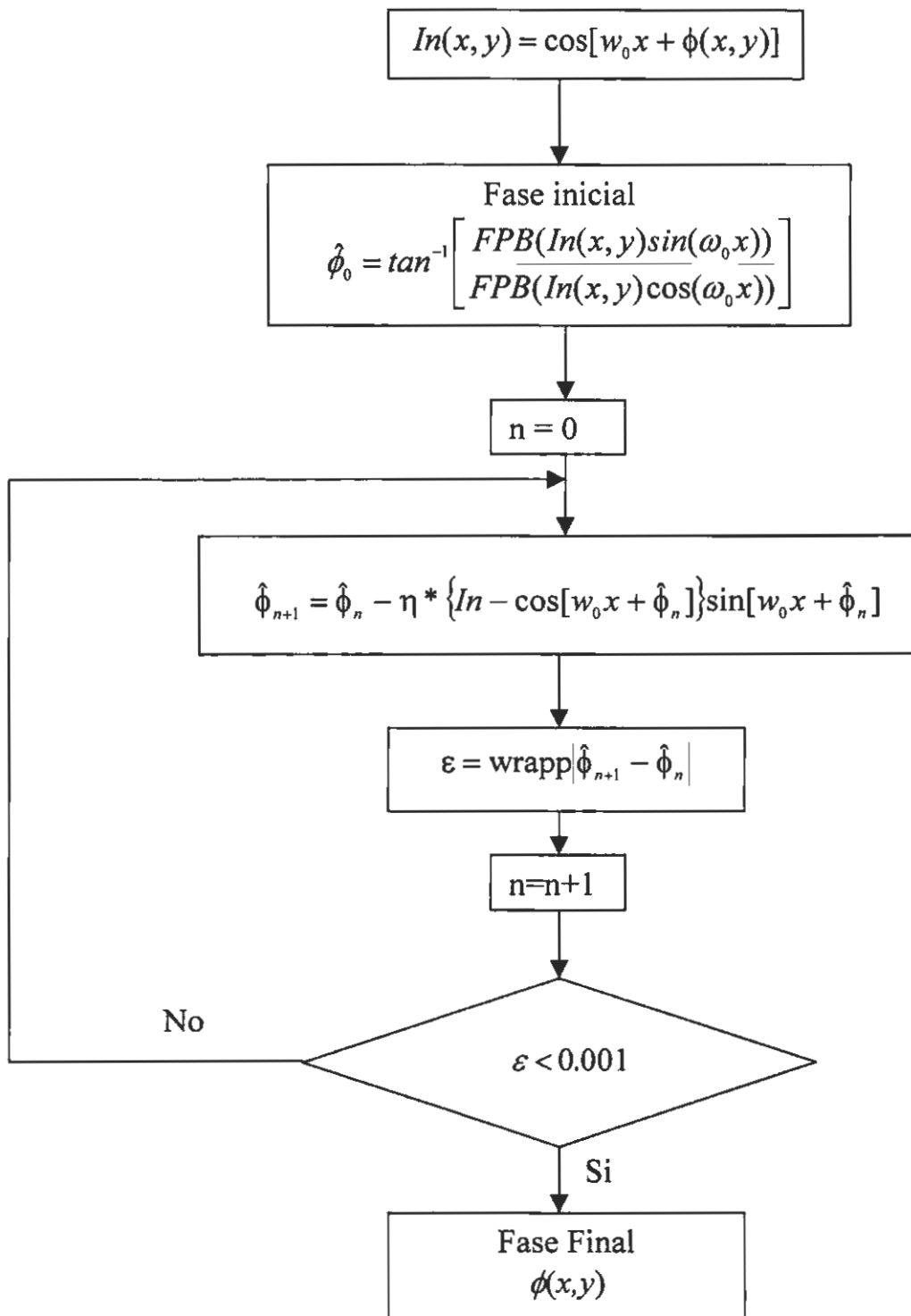


Figura 3.1 Diagrama de bloques que ilustra los pasos principales del método iterativo para obtener la fase envuelta en cada punto (x,y) del interferograma.

3.3 Simulación por computadora

Para evaluar este método hemos simulado un interferograma lo más real posible. El interferograma con portadora lineal está definido por la siguiente relación:

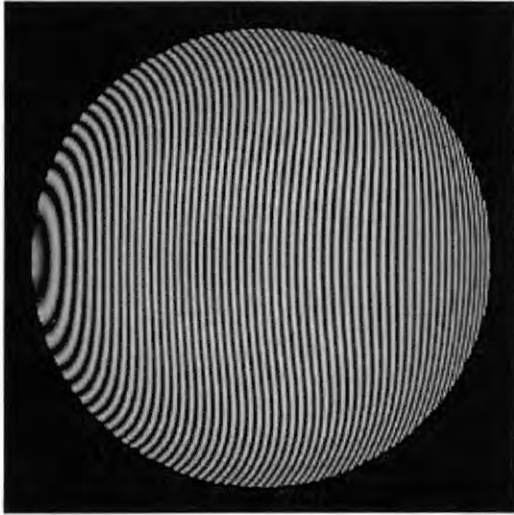
$$I(x, y) = \{128 + 127 \cos[\omega_0 x + 75\rho^3(x, y) - 8\rho(x, y)]e^{-\rho^2/\sigma^2} \quad (3.11)$$
$$-1 \leq x \leq 1$$
$$-1 \leq y \leq 1$$

donde x y y representan la posición del pixel, $\omega_0 = 1.5$ es la frecuencia portadora lineal y $\sigma = 0.3$. Este patrón fue mostrado con una resolución de 256x256 píxeles, con 256 posibles niveles de gris. Este patrón de franjas es mostrado en la figura 3.2a. Este interferograma es multiplicado por una pupila $M(x, y)$ definida por:

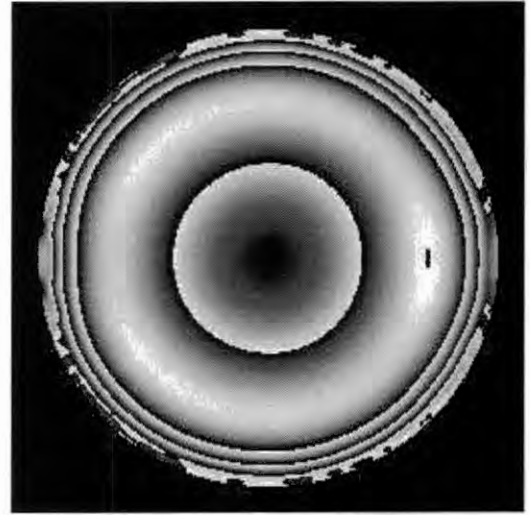
$$M(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{dentro del interferograma} \\ 0 & \text{fuera del interferograma} \end{cases} \quad (3.12)$$

esta pupila es usada para indicar la región donde los datos son válidos.

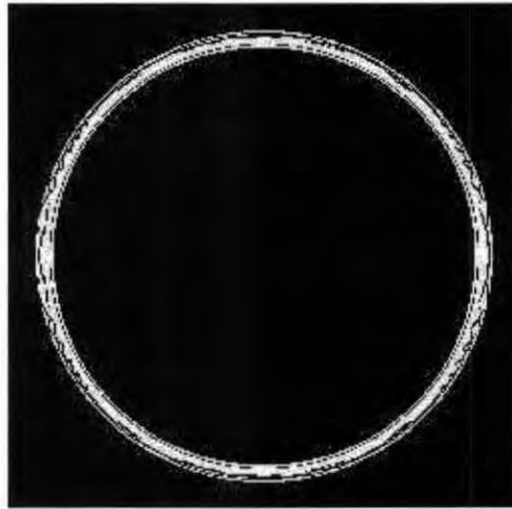
Calculamos la primera estimación de la fase mediante el método de sincronía espacial, (esta primera estimación también puede ser calculada mediante el método de Fourier) y es mostrada en la figura 3.2b, la figura 3.2c muestra el área de error entre la fase establecida por la Ec. (3.11) y la calculada por la Ec. (3.4). La fase minimiza a través de la Ec. (3.8) es mostrada en la figura 3.3a, después de esto calculamos el área de error significativa con respecto a la fase real, esta diferencia es mostrada en la figura 3.3b, en la figura 3.4 vemos la distribución de iteraciones promedio para el método desarrollado en este capítulo.



(a)

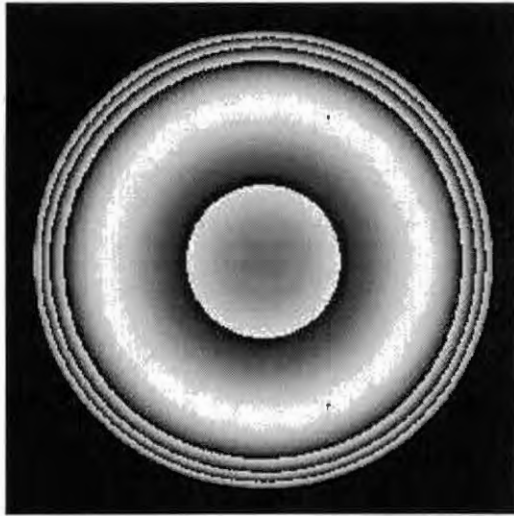


(b)



(c)

Figura 3.2. (a) interferograma generado por computadora, (b) primera estimación de la fase modulada calculada mediante el método de sincronía espacial, (c) área de error significativa entre la fase real y el método de sincronía espacial.



(a)



(b)

Figura 3.3. (a) fase obtenida por el método propuesto, (b) área de error significativo entre la fase real y la fase obtenida con el método propuesto.

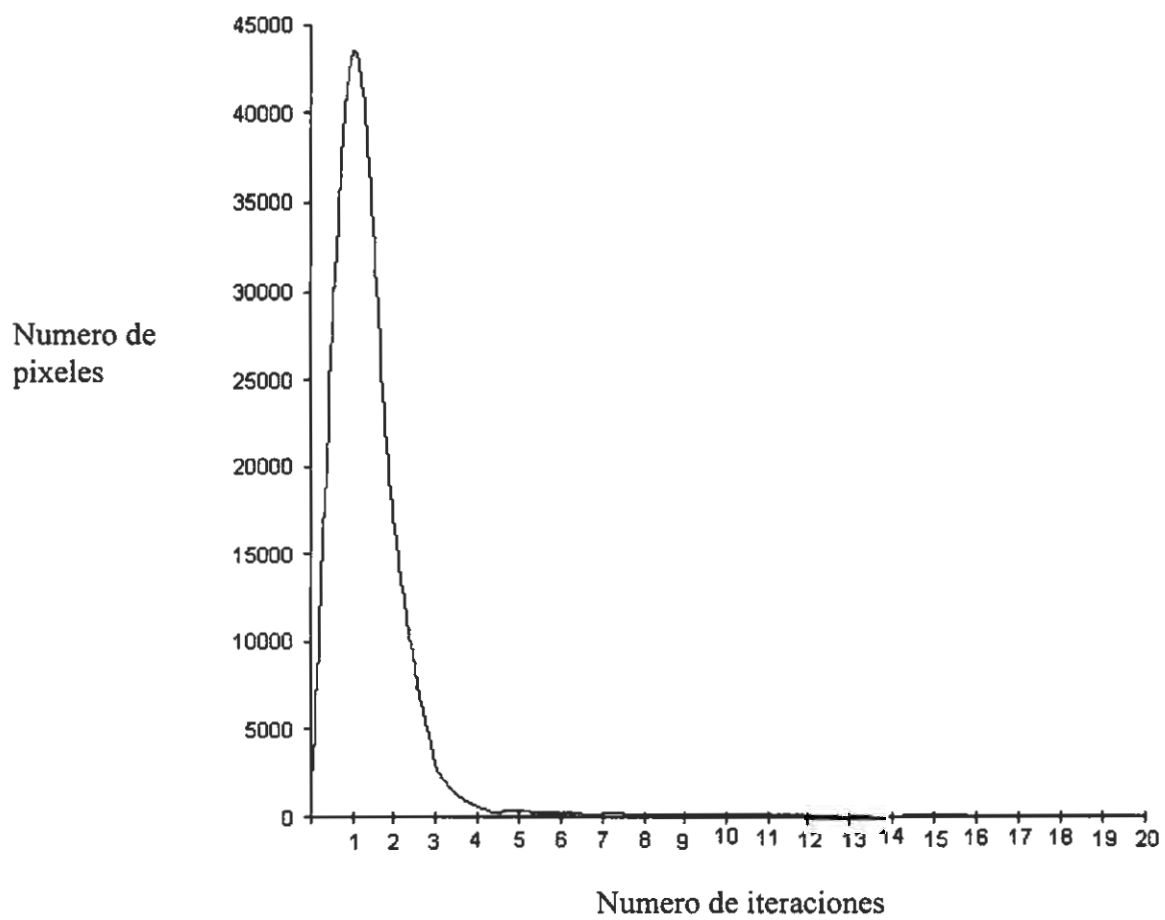


Figura 3.4. Distribución del numero de iteraciones sobre cada pixel para determinar su fase.

3.4 Conclusiones

Hemos presentado un nuevo método iterativo para determinar la fase de un interferograma con portadora espacial. En particular esta técnica está dirigida a encontrar una mejor estimación de la fase en la región cercana a los límites del interferograma.

La presente técnica es un método iterativo para obtener una mejor estimación de la fase, comenzando con una buena estimación inicial obtenida mediante cualquier técnica conocida, ya sea mediante la técnica de sincronía espacial o el método de Fourier.

La principal virtud de esta técnica es que, trabaja con cada pixel en forma aislada, es decir, en forma independiente de la pixeles circundantes al cual se procesa, haciendo esto posible la preservación de cambios rápidos de fase.

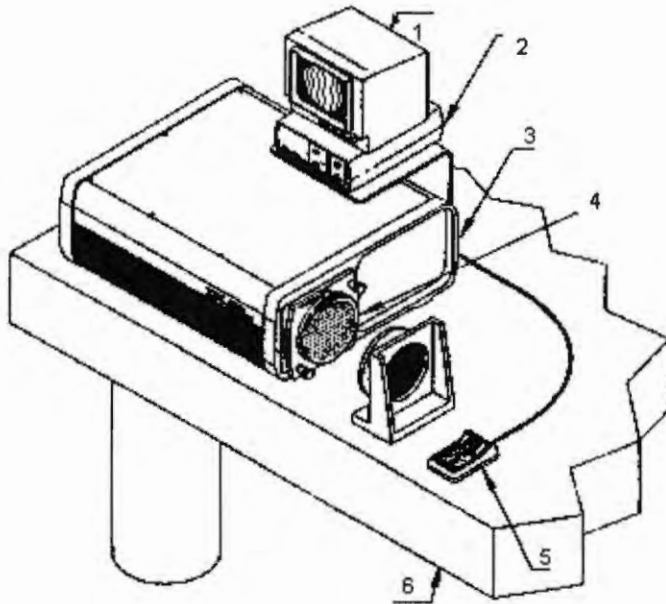
Capítulo 4

Aplicaciones experimentales

4.1 introducción

En este capítulo hacemos una aplicación de las técnicas descritas en los capítulos 2 y 3 a interferogramas reales. Primero empleamos la técnica iterativa de sincronía espacial a un interferograma que fue obtenido mediante el interferómetro WYKO modelo 6000-663NM. El segundo interferograma es obtenido mediante un interferómetro tradicional de Michelson. Los resultados obtenidos son comparados con las técnicas tradicionales para obtener la fase, como es el método de sincronía espacial.

El interferómetro Wyko es un instrumento óptico que se emplea para hacer mediciones en superficies ópticas. Su principio de funcionamiento se basa en un interferómetro de Fizeau, obteniendo imágenes por medio de corrimiento de fase (phase-shifting). La figura 4.1 muestra las componentes del interferómetro Wyko y la figura 4.2 muestra un arreglo básico del funcionamiento de un interferómetro de Fizeau.



1. Monitor
2. Fuente de potencia del láser
3. Interferómetro Wyko modelo 6000 pc
4. Elemento de transmisión
5. Control remoto
6. Mesa aisladora de vibraciones.

Figura 4.1 componentes del sistema Wyko 6000pc.

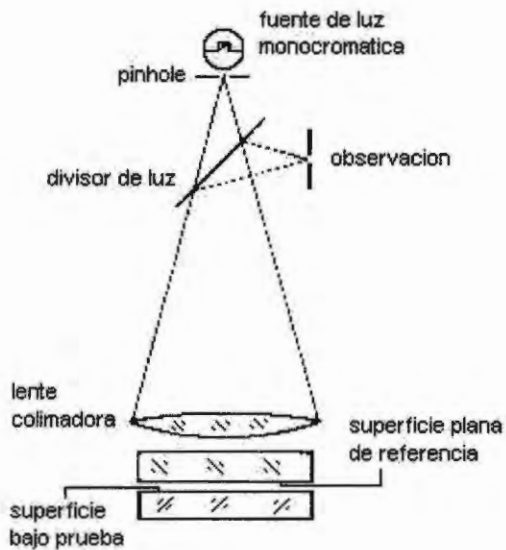


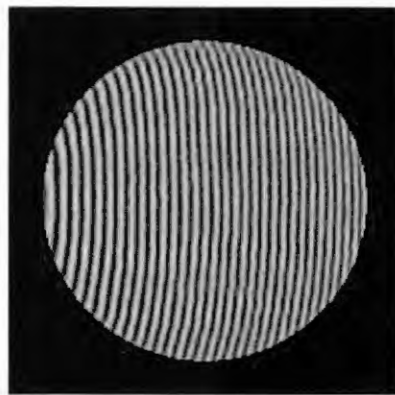
Figura 4.2 arreglo de un interferómetro de Fizeau.

Principio de funcionamiento del interferómetro de Fizeau.

La luz emitida por la fuente monocromática pasa por el pinhole, extendiéndola, para ser colimada por la lente. Esta luz parte es reflejada y transmitida por las superficies de referencia y prueba. La luz reflejada por ambas superficies al pasar por la lente converge hacia el plano de observación después de ser reflejada por el divisor de luz. En este plano se obtiene un patrón de franjas derivado de la diferencia de ambas superficies.

4.2 Método iterativo de sincronía espacial

El interferograma mostrado en la figura 4.3 fue obtenido con el interferómetro WYKO modelo 6000-pc donde podemos ver como esta definida la pupila, pues la lente con la cual se obtuvo el interferograma era de forma circular y por lo tanto no cubría toda la pantalla.



(a)

Figura 4.3 (a) interferograma obtenido con el interferómetro WYKO

La figura 4.4a muestra la primera estimación de la fase envuelta de acuerdo al método de sincronía espacial Ec. (2.8) la figura 4.4b el área de error significativo entre la primera y la segunda estimación de la fase envuelta, y la figura 4.4c muestra la segunda estimación de fase. Después de diez iteraciones observamos en la figura 4.4d, como el área de error significativo se ha reducido y en la figura 4.4e, vemos la fase final. Las figuras 4.5a y 4.5b ilustran en formas tridimensionales esta área de error, donde podemos apreciar el error en los bordes así como este mismo se reduce después de diez

iteraciones, y la gráfica 4.6 nos muestra el comportamiento del error medio cuadrático para cada iteración calculado mediante la Ec. (2.19).

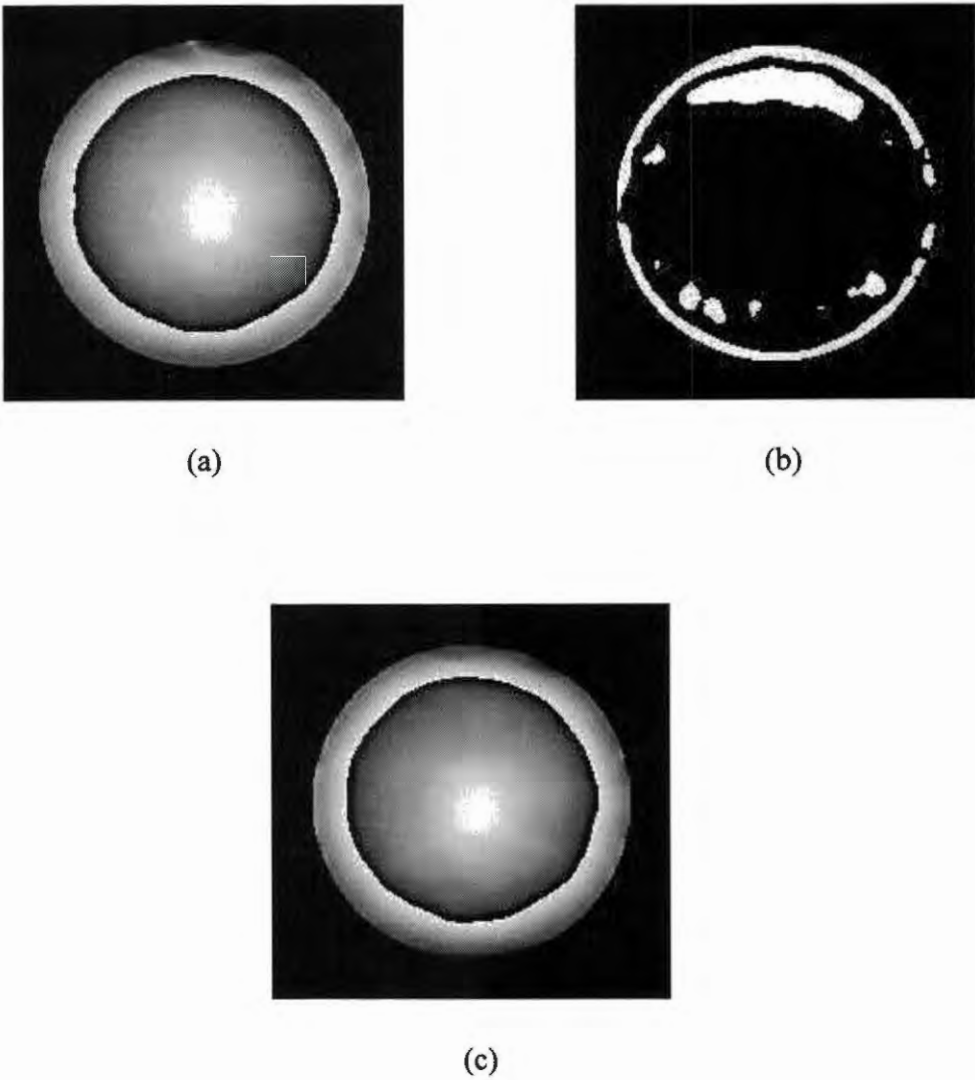
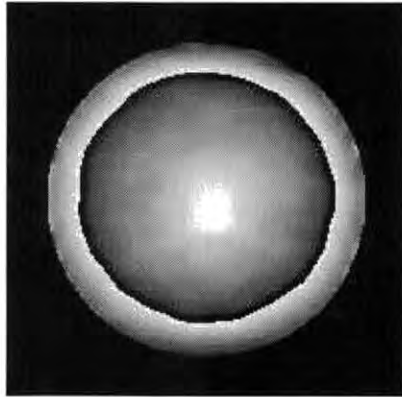


Figura 4.4 (a) primera estimación de la fase, (b) área de error significativo entre la primera y segunda estimación, (c) segunda estimación de la fase envuelta,



(d)



(e)

Figura 4.4 (d) después de diez iteraciones vemos la reducción del área de error significativo, (e) fase final envuelta.

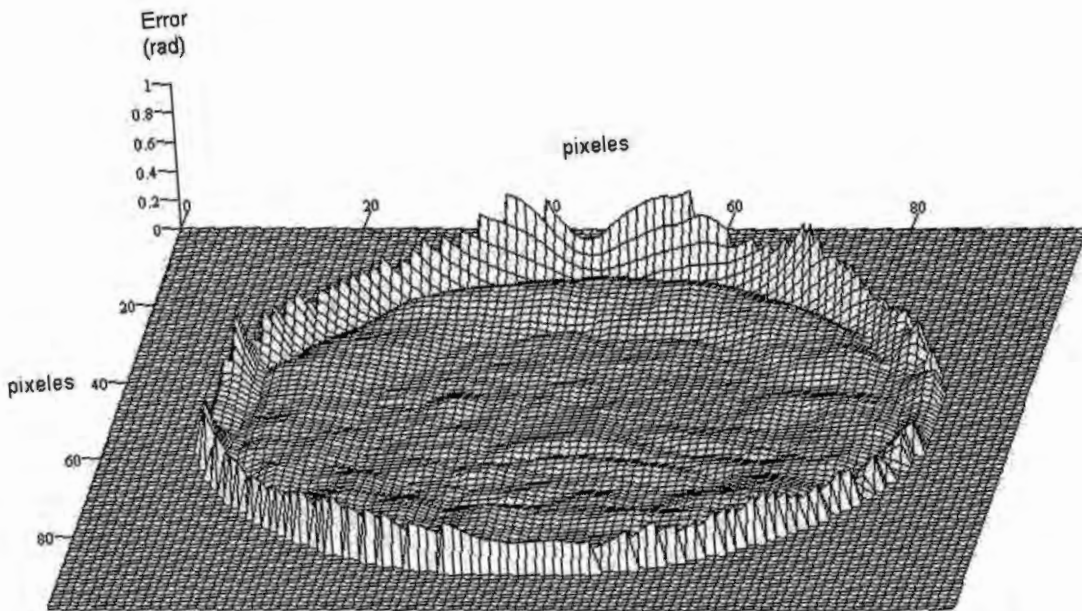


Figura 4.5 (a) error en los bordes en el cálculo de la fase envuelta entre la primera estimación y la segunda estimación.

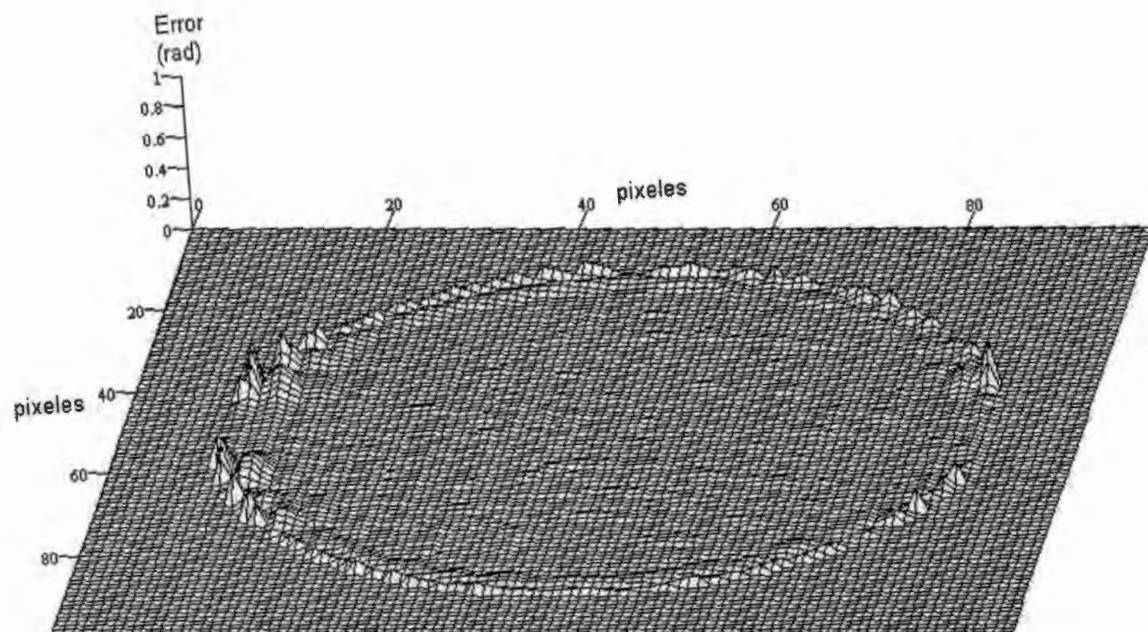


Figura 4.5 (b) error entre fase consecutivas después de diez iteraciones (entre la novena fase y la décima fase estimada) en forma tridimensional

Error
Medio cuadrático

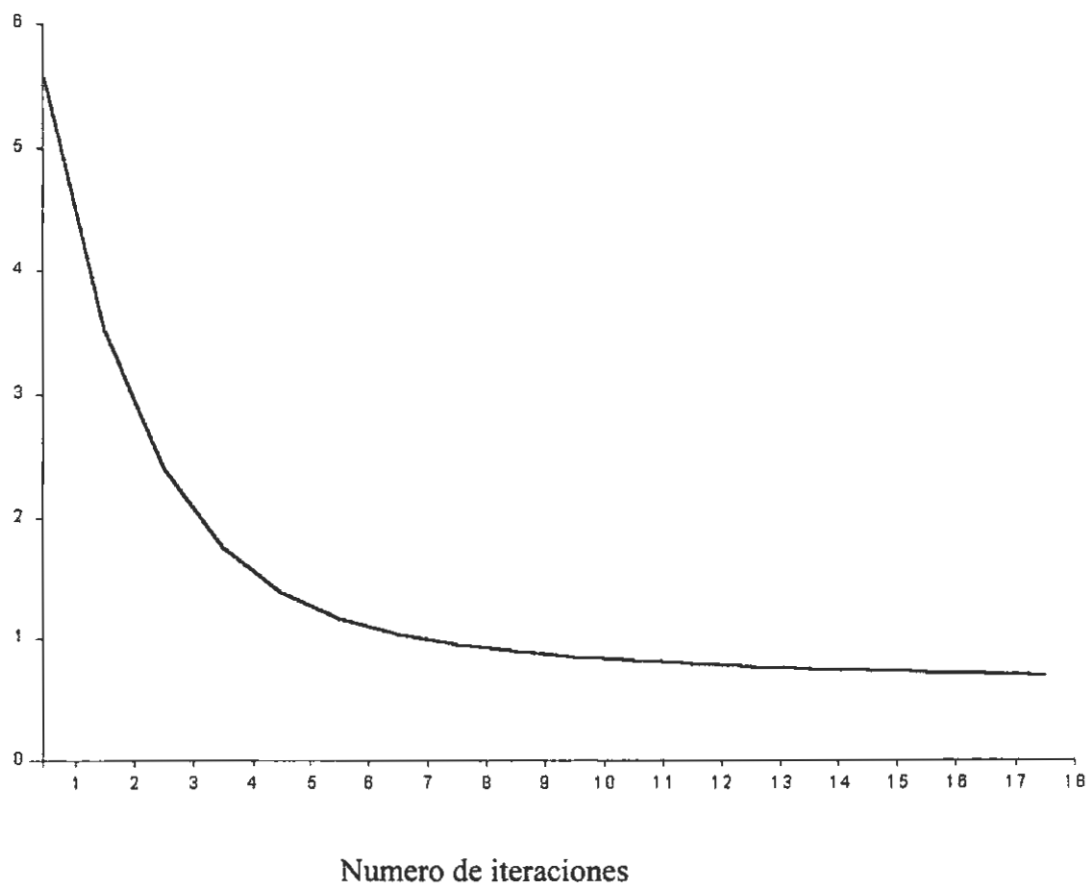


Figura 4.6 gráfica del error medio cuadrático. En esta gráfica podemos apreciar como el error medio cuadrático se reduce con cada iteración.

4.3 Corrección de la fase en los bordes por mínimos cuadrados

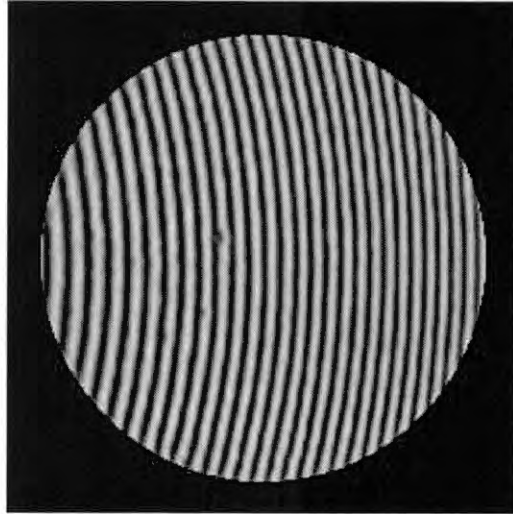
Al igual que el interferograma anterior, la técnica de corrección de fase en los bordes por mínimos cuadrados se aplico a un interferograma obtenido mediante un interferometro de Michelson.

La figura 4.7a muestra el interferograma y la figura 4.7b muestra la fase inicial para este método (la fase inicial se calculo usando el método de sincronía espacial). Después de aplicar la Ec. (3.8) al interferograma y hacer una diferencia de fase, la cual se calculo mediante la siguiente Ec.

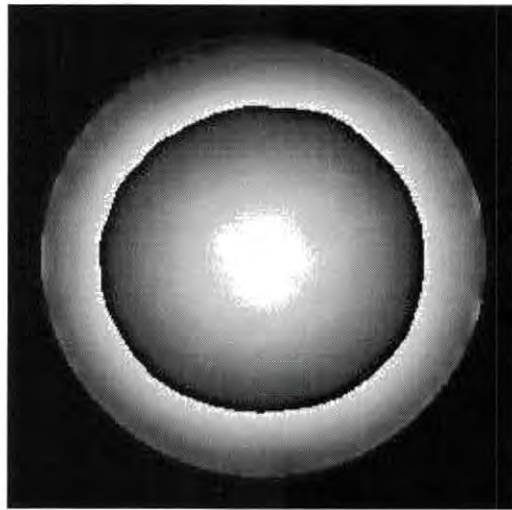
$$DF(x, y) = \hat{\phi}_{CF} - \hat{\phi}_{mse}$$

Donde $DF(x,y)$ es la diferencia de fase calculada, $\hat{\phi}_{CF}$ es la fase calculada mediante la Ec. (3.8) y $\hat{\phi}_{mse}$ es la fase obtenida con la Ec. (3.4)

La figura 4.7c se ilustra el área de corrección de fase y en la figura 4.7d vemos la fase obtenida con esta técnica. La figura 4.7e muestra una gráfica tridimensional de la corrección del error.

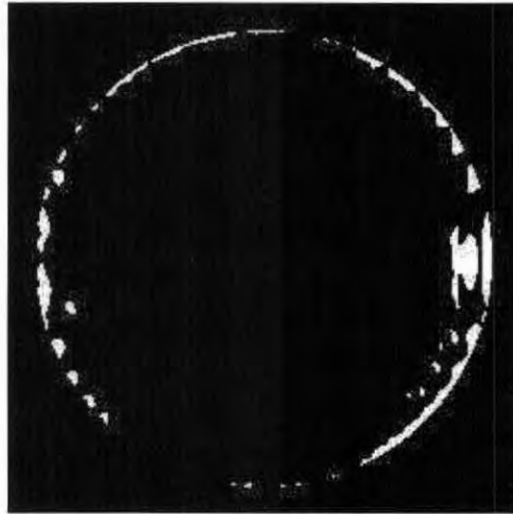


(a)

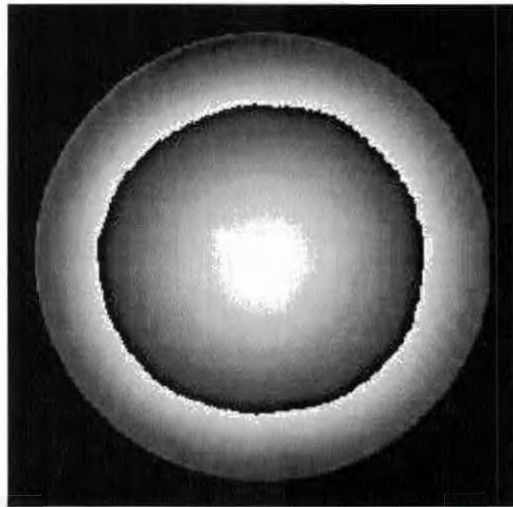


(b)

Figura 4.7 (a) interferograma, (b) fase inicial obtenida mediante el método de sincronía espacial,



(c)



(d)

Figura 4.7 (c) área de corrección de fase al aplicar el método de corrección de fase , (d) fase corregida

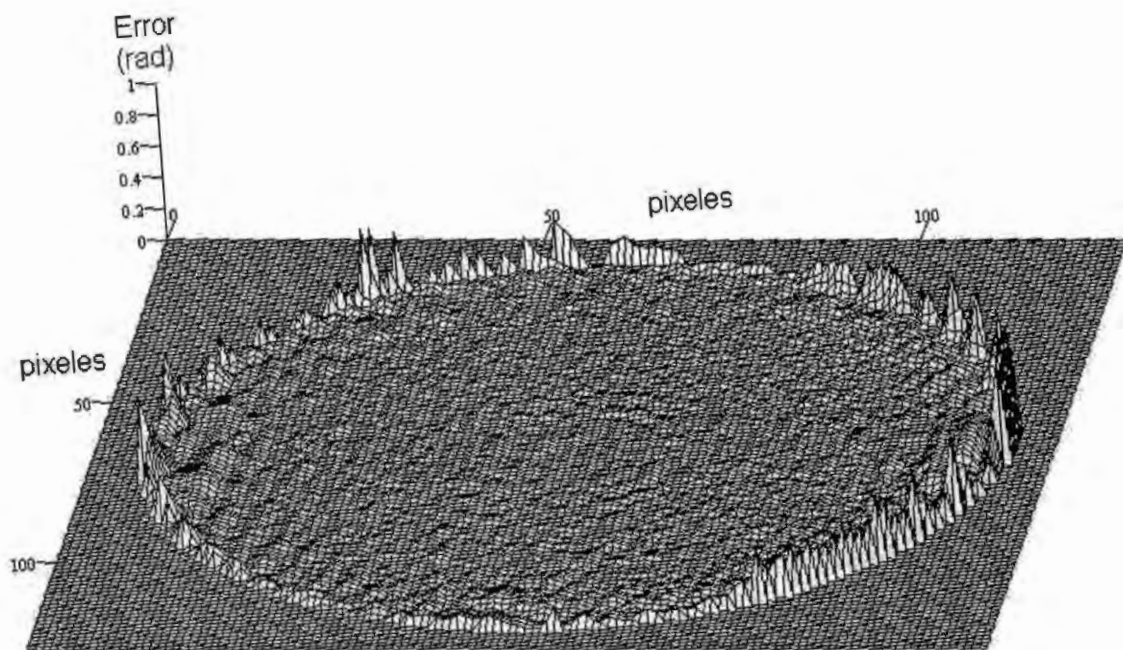


Figura 4.7 (e) gráfica tridimensional del error corregido.

4.4 Conclusiones

Se han aplicados dos técnicas de reducción del error en los bordes de un interferogramas, estos interferogramas tienen una región limitada por las condiciones de los objetos que se esta midiendo o por las condiciones físicas del interferometro. Vemos que en la técnica de sincronía espacial, como la región del área de error de la fase se reduce con cada iteración como se ha visto que se reduce en la teoría esto apoya a las aplicaciones practicas, pero también observamos que aun queda una región sin corregir, que es debida a los filtro que se emplean en la técnica, pero la fase que se obtiene con cada iteración es mejor.

En la técnica de corrección de fase por mínimos cuadrados solo es requerida una fase inicial para calcular una mejor fase en los bordes del interferograma, en las figuras que nos muestran la zona de error de fase, vemos al igual que en la teoría la corrección de fase que es necesaria para la obtención de un mejoramiento de la fase.

5 Conclusiones generales

Se ha analizado dos técnicas para calcular la fase mas allá de los límites de un interferograma con portadora espacial lineal, estas técnicas extrapolan las franjas mediante la transformada de Fourier (Técnica de Roddier) y mediante el uso de franjas de similitud frecuencia portadora a las del interferograma mediante un filtro de Hamming (Técnica de aproximación de franjas). En el caso de la primera técnica, la reducción del error es significativa cuando las franjas no son muy moduladas de lo contrario hay un gran error en esta zona del interferograma (bordes). Para la segunda técnica, la reducción es significativa pues si se busca llenar la región inválida con franjas de frecuencia similar y procurando que estas tengan la misma modulación que las del interferograma, si se logra esta reducción del error, pero debido a el hecho de agregar franjas diferentes al interferograma, se tiene aun un error por tomar datos falsos al procesar el interferograma extrapolado.

En la técnica propuesta por D. Bone y la técnica de phase-tracking, hay una reducción en los bordes como ellos lo señalan en sus artículos^{25, 26, 27}. Estas técnicas trabajan sobre el desenvolvimiento de la fase. En esta tesis presentamos técnicas que mejoran la fase en los límites de este, obteniendo un mapa de fase modulado en el intervalo de $[-\pi, \pi]$, a partir de una buena aproximación de la fase inicial mediante alguna técnica como la transformada de Fourier o el método de sincronía espacial.

Los métodos que se han presentado en los capítulos 2 y 3 son métodos que al igual a los de extrapolación de franjas buscan reducir el error de la fase calculada en los bordes del interferograma, pero con la diferencia de no extrapolar franjas. El capítulo 2 presenta una técnica iterativa usando el método de sincronía espacial²⁹. Donde se observa que en cada iteración se va

obteniendo un mejoramiento de la fase, reduciendo el error en los bordes del interferograma. La principal virtud de esta técnica es el que la fase se va mejorando con cada iteración y además el método converge hacia la verdadera fase modulada.

El capítulo 3 presenta una segunda forma de reducir el error en los límites mediante la corrección de fase³⁰ para cada pixel. Esto nos permite calcular la fase sin la necesidad de extrapolar franjas y además este método comienza con una buena aproximación de la fase inicial, que puede ser obtenida mediante el método de sincronía espacial o el método de la transformada de Fourier. La fase inicial es empleada para encontrar la fase modulada para cada punto en todo el interferograma, este método es un algoritmo punto a punto, es decir, cada pixel en el interferograma es corregido en forma independiente de los pixeles vecinales. Esto tiene la ventaja de preservar los cambios rápidos entre pixeles vecinales, esta es una propiedad que no contiene el método de Fourier en el cual debemos usar un filtro pasa bandas, que suaviza los rápidos cambios entre pixeles adyacentes. El método propuesto en este capítulo requiere que la estimación del error de la fase caiga dentro del intervalo $-\pi < \varepsilon < \pi$.

Bibliografía

1. J. E. Greivenkamp, "Generalized Data Reduction for Heterodyne Interferometry", *Opt. Eng.*, vol 23 (1984) pag 350.
2. K. Creath. "Comparison of the Phase Measuring Algorithms ", *Proc. SPIE* vol. 680, (1986) pag. 19.
3. K. Creath. "Phase Measuring Interferometry: Beware These Errors", *Proc. SPIE* vol. 1553, (1991) pag. 213.
4. J. E. Greivenkamp and J. H. Bruning, "Phase Shifting Interferometer", in *Optical Shop Testing*, D. Malacara, Ed., John Wiley and Sons, New York, 1992.
5. M. Takeda, H. Ina, S. Kobayashi, "Fourier Transform Method of Fringe-Pattern Analysis for Computer-Based Topography and Interferometry", *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 72 (1982) pag. 156.
6. K. H. Womack, "Interferometric Phase Measurements Using Spatial Synchronous Detection", *Opt. Engineering*, vol. 23 (1984) pag 391.
7. Y. Ichioka and M. Inuiya. "Direct Phase Detecting system", *Appl. Opt.*, vol. 11, (1972) pag. 1507.
8. L. Mertz, "Real Time Fringe Patter Analysis", *Appl. Opt.* vol. 22, (1983) pag. 1535.
9. P. L. Ramson and J. V. Kokal, "Interferogram Analysis by a Modified Sinusoidal Fitting Technique", *Appl. Opt.* vol. 25, (1986) pag. 4199.
10. D. W. Shoug, O. Y. Kwon, and D. F. Leavy, "High Speed Interferometric Measurements of Aerodynamic Phenomena", *Proc. SPIE*, vol. 1221, (1990) pag. 394.
11. M. Servin and F. Cuevas, "A Novel Technique for Spatial Phase-Shifting Interferometry", *J. Mod. Opt.*, vol. 42 (1995) pag. 1853.
12. M. Servin and R. Rodriguez-Vera, "Two Dimensional Phase Locked Loop

- Demodulation of Carrier Frequency Interferograms", *J. Mod. Opt.*, vol. 40, (1993) pag. 2087.
- 13.M. Servin, D. Malacara and F.J. Cuevas, "Direct Phase Detection of Modulated Ronchi Rulings Using a Phase Locked Loop", *Opt. Eng.*, vol. 33, (1994) pag. 1193.
 - 14.M. Kujawinska, J. Wójciak, "Spatial Phase-Shifting Techniques of Fringe Pattern Analysis in Photomechanics", *SPIE*, vol. 1554b (1991) pag. 503.
 - 15.M. Takeda, Proc. "Temporal Versus Spatial Carrier Techniques for Heterodyne Interferometry", *SPIE*, vol. 813, (1987) pag. 329.
 - 16.Keith A. Nugent, "Interferogram Analysis Using an Accurate Fully Automatic Algorithm", *Appl. Opt.*, vol. 24 (1985) pag. 3101.
 - 17.R. J. Green, J. G. Walker and D. W. Robinson, "Investigation of the Fourier-Transform Method of Fringe Patter Analysis", *Opt. Lasers Eng.* vol. 8 (1988) pag.29.
 - 18.G. Frankowski, I. Stobbe, W. Tischer, F. Schillke, "Investigation of Surface Shapes Using a Carrier Frequency Based Analysis System", *SPIE*, vol. 1121 (1989) pag. 89.
 - 19.C. Roddier And F. Roddier, "Interferogram Analysis Using Fourier Transform Techniques", *Appl. Opt.*, vol. 26, (1987) pag. 1668.
 - 20.R. W. Gerchberg, "Super-Resolution Through Error Energy Reduction", *Optica Acta*, vol. 21 (1974) pag. 709.
 - 21.M. Kujawinska, A. Spik and J. Wójciak, "Fringe Patter Analysis Using Fourier Transform Techniques", *SPIE*, vol. 1121, (1991) pag. 130.
 - 22.M. Kujawinska: "Spatial Phase Measurement Methods", in *interferogram Analysis*, D. W. Robinson and G. T. Reid, Eds., Institute of Physics Publ., Bristol and Philadelphia, p 179, 1993.
 - 23.S. Nakadate, "Phase Detection of Equidistant Fringes for Highly Sensitive

- Optical Sensing. I. Principle and Error Analysis”, *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 5, (1988), pag. 1258.
- 24.D. Malacara, M. Servin and Z. Malacara, in: *Interferogram Analysis for Optical Testing* (Marcel Dekker, 1998) pag. 119.
- 25.Donal J. Bone, " Fourier Fringe Analysis: the Two-Dimensional Phase Unwrapping Problem", *Appl. Opt.*, vol. 30, (1991) pag. 3627.
- 26.M. Servin, J. L. Marroquin and F. J. Cuevas, "Demodulation of a Single Interferogram by Use of a Two-Dimensional Regularized Phase-Tracking Technique", *App. Opt.*, vol. 36, (1997) pag. 4540.
- 27.J. L. Marroquin, M. Servin and R. Rodriguez-Vera, "Adaptive Quadrature Filter and the Recovery of Phase From Pattern Images", *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 14, (1997) pag. 1742.
- 28.J. Kozlowski and G. Serra, "Analysis of the Complex Phase Error Introduced by the Application of the Fourier Transform Method", *Journal of Modern Optics*, vol 46, (1999), pag. 957.
- 29.J. Yanez-Mendiola, Manuel Servin, D. Malacara Hernandez, "Iterative Method to Obtain the Wrapped Phase in an Interferogram with a Linear Carrier", *Optics Communications*, vol 178, (2000) pag. 291.
- 30.J. Yanez-Mendiola, Manuel Servin, D. Malacara Hernandez, " Reduction of the Edge Effects Induced by the Boundary of a Linear-Carrier Interferogram", *Journal of Modern Optics*, (2000).