CENTRO DE INVESTIGACIONES EN OPTICA A.C.

INESTABILIDADES EN LA POTENCIA DE SALIDA DE UN LASER LONGITUDINAL DE CO_2

TESIS QUE PRESENTA

MIGUEL TORRES CISNEROS

COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER
LA MAESTRIA EN CIENCIAS (OPTICA)

LEON, GTO. AGOSTO DE 1991

A VICENTE, JAVIER Y GUSTAVO

Con admiración, porque gracias a ellos nació en mi, el gusto por la física. Gracias por sus consejos y apoyo incondicional

A LEONOR

Con cariño, por la paciencia y confianza que ha depositado en mi

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a la Arq. Victoria Torres su invaluable ayuda en la elaboración de los dibujos de este trabajo, asi mismo, al Lic. Antonio Martinez la lectura y corrección del presente texto, al Ing. Olga Orozco por su ayuda en la impresión de este trabajo y por último, agradezco al Dr. José de la Rosa el haber aceptado ser parte del Jurado, así como sus valiosos comentarios.

También por esta via quiero agradecer al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnologia (CONACYT) el apoyo otorgado a mi persona, por medio de una beca préstamo que hizo posible la realización de los estudios de maestria los que concluyen con la elaboración del presente trabajo.

I N D I C E

Portada 1

Dedicatorias ii

Agradecimientos iii

Indice iv

Pies de Figura vii

Prefacio xii

CAPITULO UNO I N T R O D U C C I O N

1.1.- Introducción 1

1.2.- Base matemática del caos 2

1.3.- Caos 5

1.4.- Sistemas dinámicos caóticos 8

CAPITULO DOS M O D E L O S D E L L A S E R

2.1.- Modelo de Statz DeMars 23

2.2.- Modelo de un láser de tres niveles
con absorbedor saturable 27

2.3 .- Modelo de un láser de dos niveles
con absorbedor saturable 38
2.4.- Modelo semiclásico multimodo 42
2.4.1.- Teoría semiclásica 42
2.4.2.- Polarización del medio 46
2.4.3.- Operación multimodo 49

CAPITULO TRES DESARROLLO EXPERIMENTAL

3.1.- Introducción 56
3.2.- Experimentos 57
3.3.- Experimento 1 64
3.4.- Experimento 2 70
3.5.- Experimento 3 75
3.6.- Experimento 4 79

CAPITULO CUATRO S I M U L A C I O N N U M E R I C A

4.1.- Introducción 83
4.2.- Modelo de un láser de CO_2
a alta temperatura 84
4.3.- Modelo de un láser de CO_2 con
absorbedor saturable intracavidad 88
4.4.- Modelo de un láser de CO_2
multimodo 93

4.5.- Modelamiento computacional
para un multimodo 99

CAPITULO CINCO C O N C L U S I O N E S

5.1.- Conclusiones del capitulo tres 109

5.2.- Conclusiones del capitulo cuatro 110

5.3.- Conclusiones y sugerencias finales 111

Referencias 113

PIES DE FIGURA

FIG. 1.1.- Mapeo de Henon con c = 1.4 y β = 0.3 a) con 10^2 iteracciones, b) con 10^4 iteraciones y c) con 10^5 iteraciones.

FIG. 1.2.- Gráfica de T vs Y(t) del modelo de Lorenz.

FIG. 1.3.- Gráfica del crecimiento de población de la ecuación 1.8 para diferentes valores del parámetro.

FIG. 1.4.- Diagrama de bifurcación de la ecuación 1.8 con un incremento $\Delta r = 10^{-3}$.

FIG. 2.1.- Sistema de tres niveles para el medio activo.

FIG. 2.2.- Modelo de dos niveles para el absorbedor saturable.

FIG. 2.3.- Descripción del sistema propuesto con absorbedor saturable.

FIG. 2.4.- Gráficas que muestran el comportamiento en el tiempo de la calidad de la cavidad, el bombeo, la inversión

de población y por último la emisión láser.

FIG. 2.5.- Muestra las probabilidades de decalmiento γ_a y γ_b.

FIG. 3.1.- Diagrama mecánico del láser construido

FIG. 3.2.- Diagrama esquemático del montaje experimental del sistema.

FIG. 3.3.- Diagrama de conexión eléctrica del sistema experimental utilizado.

FIG. 3.4.- Diagrama de conexión del circuito de enfriamiento para el sistema láser.

FIG. 3.5.- Diagrama de conexión del circuito de enfriamiento para el sistema láser.

FIG. 3.6.- Potencia y temperatura contra tiempo, gráfica experimental obtenida en el experimento 1, la potencia se mide en watts, la temperatura en grados centigrados y el tiempo en minutos.

FIGS. 3.7 - 3.9.- Gráficas experimentales obtenidas que muestran la potencia de salida del láser y la

temperatura de la cavidad en su evolución temporal.

FIG. 3.10.- Gráfica experimental con características similares a las 4 anteriores, exceptuando las diferentes escalas en el eje de potencia, producido por una ligera variación en el voltaje de alimentación del sistema láser

FIG. 3.11.- Gráfica experimental obtenida cuando es colocado el circuito de enfriamiento en el sistema láser.

FIG. 3.12.- Gráfica experimental obtenida cuando la longitud de la cavidad láser es variada de 35 cm a 88 cm.

FIG. 3.13.- Gráfica experimental obtenida cuando es variada la reflectividad de los espejos y con el arreglo de refrigeración mostrado en la figura 3.4.

FIG. 3.14.- Gráfica experimental obtenida cuando es modificada la reflectividad de los espejos y utilizando el arreglo de refrigeración mostrado en la figura 3.5.

FIGS. 4.1.- Las gráficas muestran los pulsos obtenidos experimentalmente por Hanst y cuya estabilidad (uniformidad) depende de la mezcla residente en la

cavidad de CO_2 y propileno (50-50 en este caso)a alta temperatura (150°C). Se trata de la misma figura a diferente escala.

FIG. 4.2.- La gráfica muestra un comportamiento tipico de la emisión de luz para un láser con absorbedor saturable.

FIG. 4.3.- Esta gráfica es también un resultado tipico para un laser con absorbedor saturable compare la gráfica a) de ésta con la gráfica anterior (4.2) y podrá observar que son idénticas, sin embargo note que las figuras 4.3 fueron obtenidas integrando numéricamente las ecuaciones para un láser con un medio activo de 2 niveles.

FIG. 4.4.- Gráfica obtenida al integrar numéricamente las ecs. 4.2 con los siguientes valores de parámetros; s = 0.001, b =0, [1 + m sen(wt)] = 0.005, $P = 10^8$, α = c = 0.001.

FIG. 4.5.- La figura muestra la gráfica anterior variando la región de integración al doble.

FIG. 4.6.- La figura muestra la gráfica de la intensidad de un láser para el caso de un fuerte acoplamiento, nótese

el comportamiento totalmente irregular.

FIG. 4.7.- La figura muestra la forma de la intensidad obtenida al integrar numéricamente las ecuaciones 4.3 y 4.4 con los siguientes valores de parámetros: $g/k = 1.36$, $\Gamma = 3.5$ GHz, $\gamma = 2.51 \times 10^{8} seg^{-1}$, $\Delta w = 7.85 \times 10^{8}$ seg^{-1}, $(\Delta w/\gamma = 3.13)$, $\gamma_a/\gamma_b = 1$, $c = .25$, el tiempo está en unidades de k^{-1}, el tiempo τ está en unidades de Δw^{-1}.

FIG. 4.8.- La figura muestra el resultado de la digitalización de la gráfica de la figura 3.6.

FIGS. 4.9 - 4.13.- Estas figuras nos muestran la suma de modos en la cavidad para 1,3,5,10 y 15 modos respectivamente.

FIG. 4.14.- Esta figura nos muestra la gráfica obtenida para una suma de 10 modos multiplicada por un factor exponencial de 0.0016.

PREFACIO

En esta tesis se presentan resultados experimentales realizados en láseres longitudinales de bióxido de carbono. Estos resultados muestran evidencia de que ocurren en el proceso de oscilación láser, fenómenos aparentemente caóticos.

Con objeto de proporcionar un modelo teórico capaz de explicar las observaciones experimentales, fueron realizadas simulaciones numéricas partiendo de cuatro modelos para un láser: i) un modelo fenomenológico de dos dimensiones en el espacio fase, ii) un modelo fenomenológico de dos dimensiones en el espacio fase incluyendo absorbedor saturable, iii) un modelo fenomenológico de tres dimensiones con absorbedor saturable, y finalmente, iv) un modelo semiclásico de tres dimensiones en el espacio fase. Es bien sabido que, bajo ciertas condiciones, los tres últimos modelos pueden predecir cierto tipo de comportamientos caóticos y por esto fueron elegidos. No obstante, como posteriormente aquí se muestra, fue el cuarto modelo propuesto el que más adecuadamente describe los resultados experimentales observados.

El presente trabajo está dividido en cinco capítulos. En el primer capítulo se da una breve introducción al caos, aquí se introduce la terminología y los conceptos que podrían ser posteriormente utilizados, esto se hace valiéndonos en ciertos casos de algunos ejemplos ilustrativos. En el segundo capítulo son planteados los tres modelos teóricos aquí usados para la

descripción de un láser, presentando las ecuaciones básicas de cada modelo.

En el tercer capítulo se detallan los experimentos realizados así como los resultados medidos. En el cuarto capítulo se presentan los resultados de simulación numérica obtenidos utilizando los tres modelos propuestos en el capítulo dos, para la descripción de un láser. Así mismo, estos resultados numéricos son comparados con los resultados experimentales presentados en el capítulo anterior. Finalmente, el quinto capítulo presenta las conclusiones generales del trabajo realizado así como sugerencias indicando las líneas posibles en que este trabajo puede ser continuado.

CAPITULO UNO

I N T R O D U C C I O N

1.1 INTRODUCCION

El desarrollo de las teorias de caos y bifurcaciones es reciente, tienen sus inicios en el estudio de sistemas dinámicos tales como; hidrodinámica, meteorologia, aeronáutica, etc.. El estudio y la representación matemática de estos fenómenos nos lleva a entender mejor en general, los comportamientos turbulentos y/o desordenados. La turbulencia en las corrientes de agua es tal vez, el primer problema estudiado para comprender este fenómeno. Sin embargo, no es la única forma donde se presenta, Libchaber y Maurer [Libchaber, 1980] analizaron un experimento en el cual, se observa turbulencia. Tal experimento consistió en lo siguiente; Un recipiente conteniendo un fluido se calentó uniformemente por su parte inferior; a baja temperatura el fluido permaneció en estado casi estacionario, sin embargo al elevar la temperatura se presentó un flujo de convección del liquido caliente hacia arriba y del frio hacia abajo, no obstante al elevar aún más la temperatura se observa un comportamiento turbulento.

Desafortunadamente no se ha encontrado una teoria matemática satisfactoria para describir este tipo de problemas. Entre los cientificos que han contribuido al inicio del estudio de esta

rama de la ciencia cabe destacar entre otros a Saltzman [Saltzman, 1962], quien obtuvo un sistema de ecuaciones en derivadas parciales para explicar el fenómeno de convección de un fluido, más tarde Lorentz [Ott, 1981] redujo este sistema a uno más simple de ecuaciones diferenciales ordinarias. Por su parte Feigenbaum [Feigenbaum, 1978] estudia los sistemas dinámicos no lineales presentados en metereologia, concluyendo que es imposible predecir las condiciones climatológicas en lapsos de tiempo muy grandes.

Por otra parte el estudio de caos y bifurcaciones en los láseres es por supuesto más reciente. Las primeras observaciones de comportamientos desordenados "caóticos" fueron hechas por Arecchi et al. en un láser de CO_2 [Arecchi, 1982] y desde entonces inumerables estudios han sido realizados. Es importante hacer notar que los estudios de caos y bifurcaciones han encontrado en el láser un invaluable instrumento, pues este ha permitido el desarrollo de diversos modelos matemáticos brindando la capacidad de una exacta verificación experimental.

1.2 BASE MATEMATICA DEL CAOS

Un modelo matemático engloba la información necesaria y suficiente para el estudio y la comprensión de un fenómeno físico, representándolo mediante un sistema de ecuaciones. Nos ocuparemos de una teoria que nos permita el estudio de los

fenómenos que presentan comportamientos desordenados y aparentemente erráticos en algunos sistemas físicos, estos comportamientos comúnmente son llamados "caóticos".

Tales fenómenos se manifiestan en diversas ramas de la ciencia, por ejemplo en reacciones químicas, en sistemas aerodinámicos, en hidrodinámica, en física del estado sólido, en física de plasmas, en láseres, etc..

Las soluciones posibles de un sistema de ecuaciones nos muestran si el sistema es o no estable. La teoría de la estabilidad es una parte de la matemática, que establece las condiciones para decidir si las soluciones de las ecuaciones que describen un sistema son o no estables. El estudio de la estabilidad tiene gran importancia en algunas aplicaciones como en la construcción de sistemas de control automático, y también es importante en algunas clases de ecuaciones diferenciales vectoriales, conocidas como sistemas autónomos o sistemas independientes del tiempo que surgen de una gran variedad de situaciones físicas como en el caso de los láseres.

Podemos decir que un problema de valores iniciales $X = f(t,Y)$, $Y(X_0) = Y_0$ tiene una solución única $Y = Y(x)$ en una región Ω de un espacio R^{n+1} en donde la función f depende de las condiciones iniciales X_0 y Y_0. En particular, se comprueba que variaciones pequeñas (perturbaciones) en Y_0 producen pequeños cambios en $Y(t)$ en un intervalo alrededor de X_0. Por importante que este hecho sea, lo es más aún el tener la información acerca

de la respuesta a estas perturbaciones cuando la variable independiente representa el tiempo, como resulta por lo general en aplicaciones fisicas. Podemos decir que un sistema de ecuaciones de la forma

$$\dot{X} = F(t,X) \tag{1.1}$$

$$X(t_0) = \overline{X}_0 \tag{1.1a}$$

donde X(t) es una función vectorial

$$X(t) = (X_1(t), X_2(t), X_3(t), \ldots\ldots , X_n(t)) \tag{1.1b}$$

define un campo vectorial dependiente del tiempo en un espacio de n dimensiones. Las ecuaciones anteriores describen la trayectoria de una particula que se mueve en un espacio de n dimensiones bajo la influencia de este campo. Dado que la particula está en X_0 cuando $t = t_0$ si:

$$\dot{X} = F(X) \tag{1.2}$$

se dice que el sistema es autónomo, es decir, la función F no depende del tiempo. Entonces los puntos en los cuales F se anula son de gran importancia ya que son los puntos en los que cualquier proceso fisico descrito por este sistema, está en equilibrio. Por ejemplo, si las ecuaciones (1.1) representan el campo de velocidad de un fluido que fluye en el espacio tridimensional, y si X_0 es un punto de este espacio en el que

$F(X_0) = 0$, entonces el campo vectorial se anula en X_0, y una partícula en reposo en X_0 permanecerá indefinidamente en tal punto. Entonces la función constante $X(t) = X_0$ será una solución de las ecuaciones (1.1) y su "trayectoria" asociada se reducirá a un punto.

Podemos hacer la siguiente definición: un vector X_0 en $\mathbb{R}^n$ se llama punto crítico o de equilibrio para el sistema autónomo $X = F(x)$ si $F(X_0) = 0$. En estos términos, el problema fundamental de la teoría de estabilidad es determinar las condiciones bajo las cuales las soluciones de (1.2) que se originan cerca del punto de equilibrio de ese sistema, permanecen cerca de este punto. En ese caso, se dice que el punto de equilibrio es estable, de otro modo se dice que el punto de equilibrio es inestable.

Existen varias formas y criterios para determinar la estabilidad o inestabilidad de los sistemas (por ejemplo, criterio de Liapunov, de Nyquist, de Routh, etc.) [Kreider 1973, Elgoltz 1983].

1.3 CAOS

El gran alcance que tiene la ciencia al estudiar fenómenos estableciendo relaciones causa-efecto, ha hecho posible la comprensión cuantitativa de muchas circunstancias físicas en base al establecimiento de leyes que rigen su comportamiento.

En el caso de movimientos turbulentos o desordenados, aún no se ha establecido una ley que nos permita conocer la evolución temporal del sistema (exceptuando los sistemas "caóticos deterministas"), por eso se dice que son caóticos.

No existe una definición científica del nombre "caos" o del adjetivo caótico, algunos investigadores consideran a estas palabras sinónimas, con ciertas propiedades típicas (generalmente en hidrodinámica). Podríamos definir un sistema caótico de cualquiera de las siguientes formas:

1) Sistema en el cual dado cualquier número de puntos de la respuesta del mismo, no podemos predecir el siguiente.
2) Sistema en el cual el espectro de Fourier de la señal de respuesta es ruido blanco.
3) "Sistema caótico determinista", en el cual si podemos predecir cualquier punto de respuesta del sistema, pero el espectro de Fourier de la señal es ruido blanco.

Debido a la interdisciplinariedad de los campos de la ciencia, para alcanzar una mejor visión de las analogías entre comportamiento de diferentes sistemas, podemos estudiar a cada uno de estos individualmente. Aun cuando estas analogías se presentan aparentemente en situaciones especiales, y que las condiciones a las que se sujetan ambos sistemas varían en cada

ocasión en que son probados, hay infinidad de ejemplos que pueden mostrar las relaciones entre varios campos de la ciencia. En la hidrodinámica, por ejemplo, el modelo de Lorentz [Berge, 1984] describe la turbulencia de un fluido, sin embargo se ha mostrado [Boyd, 1985], [Haken,1982] que estas ecuaciones son isomórficas con las ecuaciones que describen un láser basado en un modelo semiclásico.

Finalmente tenemos que un sistema puede llegar a un comportamiento caótico de varias formas. Algunas rutas que nos llevan al caos son:

a) El incremento de un parámetro de control típico (e.g. el parámetro de bombeo de un láser) provocan oscilaciones de frecuencias $\omega_1, \omega_2, ..$etc. hasta llegar al caos, debido a una suma de estas frecuencias creadas por el incremento del parámetro. En dinámica de fluidos esta ruta es llamada ruta de Landau-Hopf.

b) Otra forma en la que algunos sistemas llegan al caos es explicado en base a argumentos matemáticos sobre "propiedades genéricas", propuestas por Newhouse, Rulle and Takens. De acuerdo a su modelo, después de que un sistema alcanza un estado oscilatorio de dos frecuencias básicas, puede aparecer el caos. Tal ruta es observada en varios casos de dinámica de fluidos.

c) El fenómeno de intermitencia [Boyd, 1985] se presenta en algunos sistemas láser como una interrupción continua en la

emisión de pulsos, siendo otra posible ruta al caos.

d) Finalmente, algunos sistemas presentan alternaciónes entre oscilaciones periódicas y caóticas que se controlan a través de un parámetro, esto ocurre por ejemplo en algunas reacciones quimicas (Berge, 1984).

En la siguiente sección se dan algunos ejemplos de sistemas que presentan caos.

1.4 EJEMPLOS DE SISTEMAS DINAMICOS CAOTICOS

1.4.1 Sistema dinámico de Xenón

Tomemos por ejemplo, el siguiente sistema de ecuaciones

$$X_{n+1} = F(X_n) + Y_n \qquad (1.3)$$

$$Y_{n+1} = \beta X_n \qquad (1.3a)$$

que fué considerado en los primeros estudios realizados por Xenón (Russell, 1981, Ott, 1981). Definiendo las funciones $F(X_n)$ y Y_n podemos reescribir el sistema anterior de la forma siguiente

$$X_{n+1} = 1 - C X_n^2 + Y_n \qquad (1.4)$$

$$Y_{n+1} = \beta X_n \qquad (1.4a)$$

resolviendo computacionalmente este sistema de ecuaciones mediante sucesivas iteracciones y usando los valores de las constantes $C = 1.4$, $\beta = 0.3$ obtenemos los resultados mostrados en

la figura 1.1a, para valores iniciales de $X_0 = 0.631$ y $Y_0 = 0.189$. La figura 1.1b muestra una amplificación de la zona marcada con un recuadro en la figura 1.1a, mientras que la figura 1.1c muestra una amplificación del recuadro de la figura 1.1b. En la misma figura se observan algunas regiones más densas de puntos, estas son las regiones donde se encuentran localizados los puntos de mayor estabilidad, los cuales tienen desdoblamientos que son lo que genera la formación de diversas figuras o formas que toman los diagramas.

Las regiones que están densamente pobladas son llamadas atractores, pues estas zonas parecieran "atraer" a los puntos. Es en los atractores, en donde todos los puntos de la función tratan de llegar a un mismo valor, generalmente oscilando entre los puntos en un cierto rango de valores.

1.4.2. Sistema dinámico de Lorentz

Tomemos ahora un conjunto de ecuaciones diferenciales para analizar un flujo de convección. Tenemos un sistema dinámico, para un fluido que se encuentra dentro de un cilindro, al cual le proporcionamos calor desde fuera de éste. Cuando la temperatura es muy baja, el fluido permanece estático, a medida que la temperatura aumenta, se forma un flujo ascendente y otro descendente entre los fluidos frio y caliente respectivamente. Estos procesos presentan ciclos periódicos hasta un valor crítico

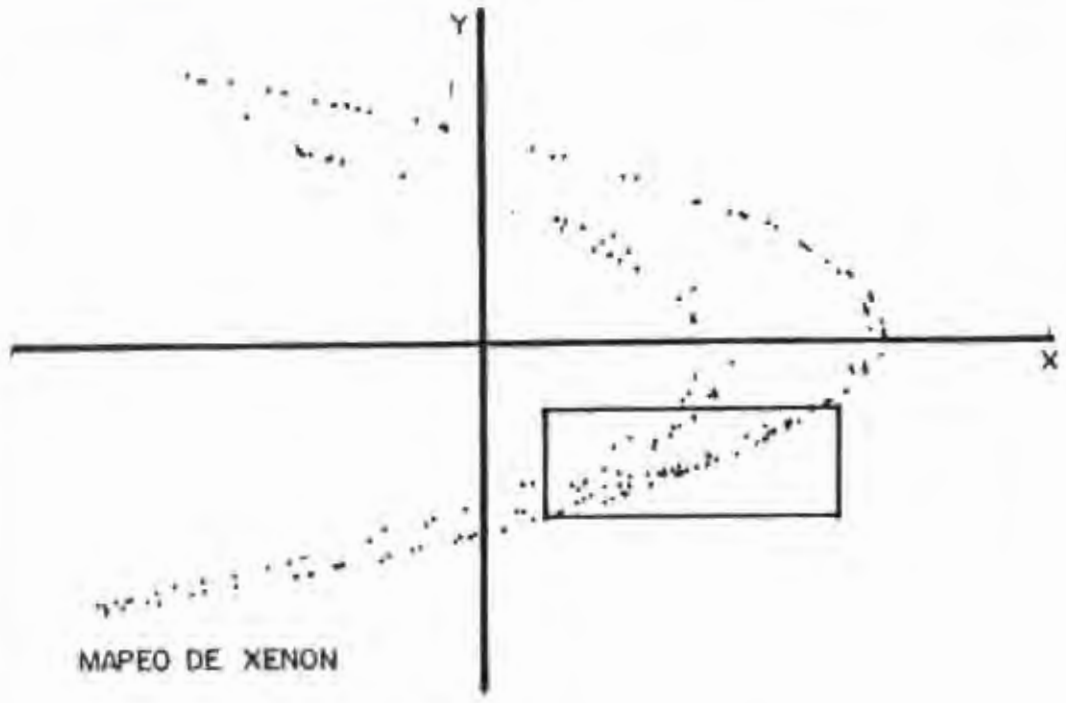


FIG. I.I (a)

FIG. I.I (b)

MAPEO DE XENON

FIG. I.1 (c)

para el cual aparecen movimientos turbulentos, esto es, si se mantiene en una temperatura determinada tendremos el fenómeno de convección, si la temperatura aumenta hasta un cierto valor crítico entonces aparecerá el caos. Lorentz [Berge, 1984] atacó este problema deduciendo el siguiente sistema de ecuaciones

$$\frac{dx}{dt} = \sigma y - \sigma x \qquad (1.5)$$

$$\frac{dy}{dt} = -xz + rx - y \qquad (1.5a)$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - bz \qquad (1.5b)$$

donde **x** es proporcional a la intensidad del movimiento convectivo, **y** es proporcional a la diferencia de temperatura entre el fluido ascendente y descendente, la variable **z** es proporcional al gradiente vertical de temperatura; b, σ y r son parámetros.

Lorenz fijó los dos primeros parámetros e integró numéricamente con respecto al tiempo, obtuvo que a medida que aumentaba r, el comportamiento de la trayectoria cambiaba drásticamente. Para valores de r muy pequeños ($r < 15$) la solución tiende a estabilizarse en un punto después de un transitorio, como es mostrado en la figura 1.2a. Si el parámetro r aumenta, entonces la solución oscila entre dos valores, como es mostrado para $r = 21.48$ en la figura 1.2b, por último para valores grandes de r, (ej. $r = 28$), el modelo muestra una

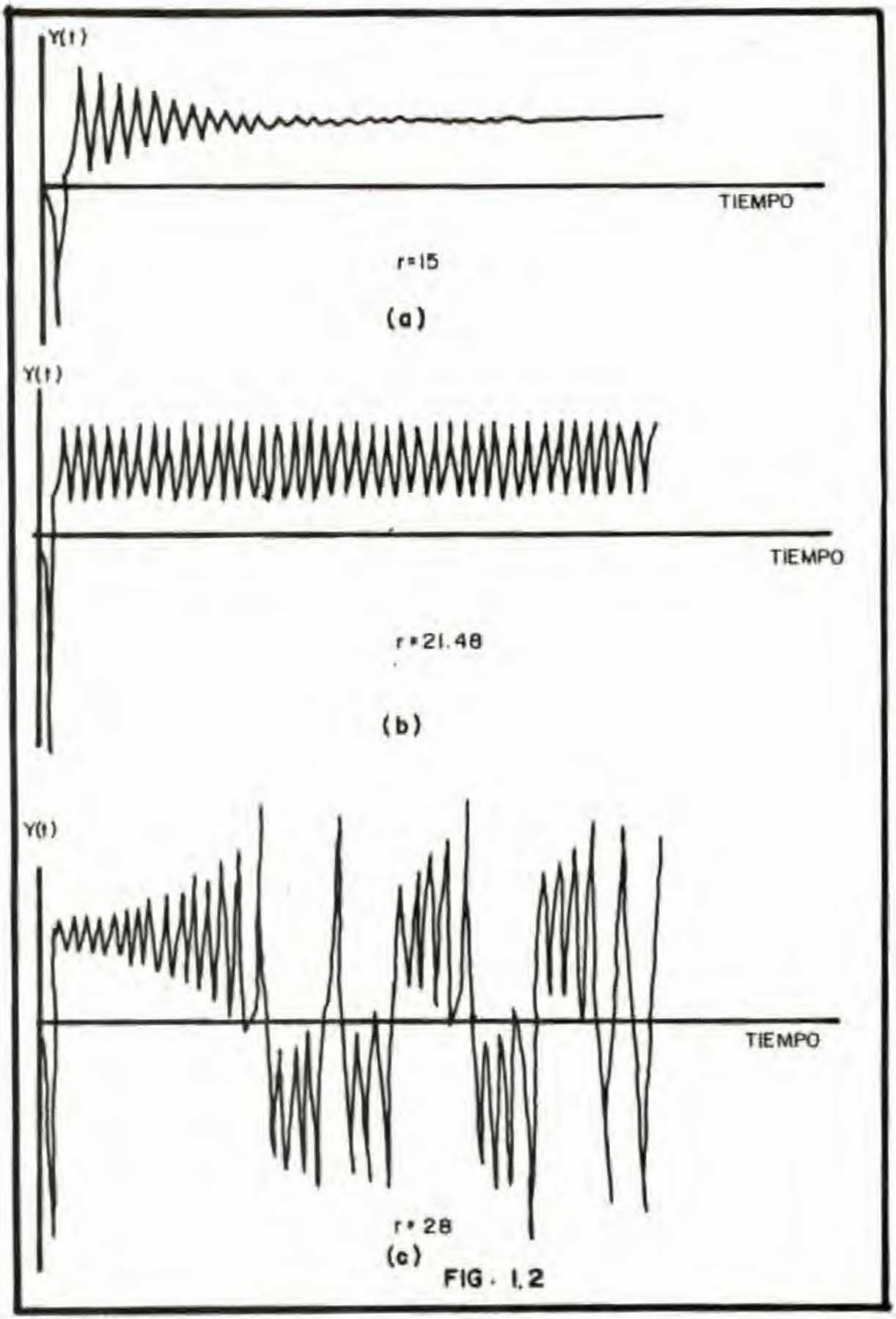


FIG. 1.2

solución caótica, como es mostrado en la figura 1.2c. En esta descripción el parámetro r representa la temperatura, mientras que la solución encontrada nos muestra la posición predicha por el modelo para una partícula dentro del fluido.

1.4.3 Sistema dinámico de Kadanov

En un láser, la densidad de inversión de población o densidad de fotones puede considerarse como una población variable en el tiempo. Un sistema dinámico que analizó el caso del crecimiento de una población cualquiera es el propuesto por Kadanov [Kadanov, 1983, Marquina, 1987]. Con una variable de población X, a un tiempo t = 0, el valor de la variable es X_0; a un tiempo t = 1, el valor de la variable es X_1, y así sucesivamente hasta el valor X_t, (t = 1,2,3,...). La relación entre X_{t+1} y X_t es de la forma

$$X_{t+1} = R(X_t) \qquad (1.6)$$

donde la función $R(X_t)$ describe la dinámica del sistema, claramente se trata de un sistema discreto. Nuestra tarea es determinar el comportamiento del sistema a través del tiempo. Es decir, obtener los valores de X_1, X_2, X_3,... donde $X_1 = R(X_0)$, $X_2 = R(X_1)$,... etc.

Tomemos el caso de una población X con valor inicial de X_0. Podemos escribir la ecuación que nos representa la forma de crecimiento y decrecimiento de población como

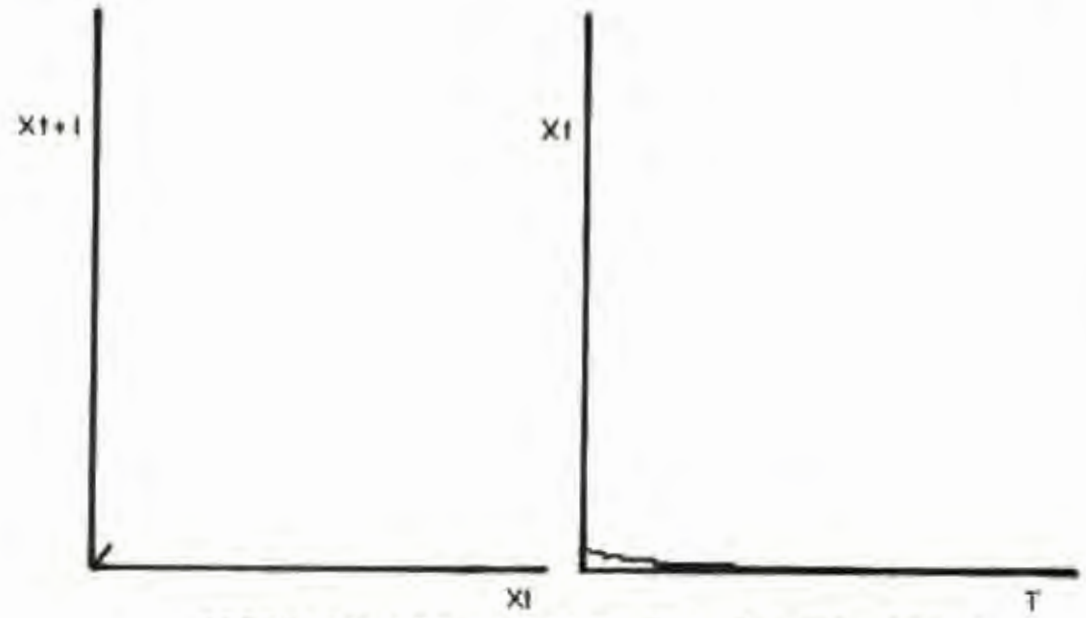
$$X_{t+1} = r\,X_t - s\,X_t^2 \qquad (1.7)$$

donde el primer término, [r X_t] representa el crecimiento natural de la población y el segundo término [s X_t^2] representa la disminución del crecimiento de población debido a una sobrepoblación. Realizando el cambio de variable $X_t = (r/s)\,X_t$ y sustituyendo en la ecuación 1.7 tenemos que;

$$X_{t+1} = r\,X_t\,(1-X_t) \qquad (1.8)$$

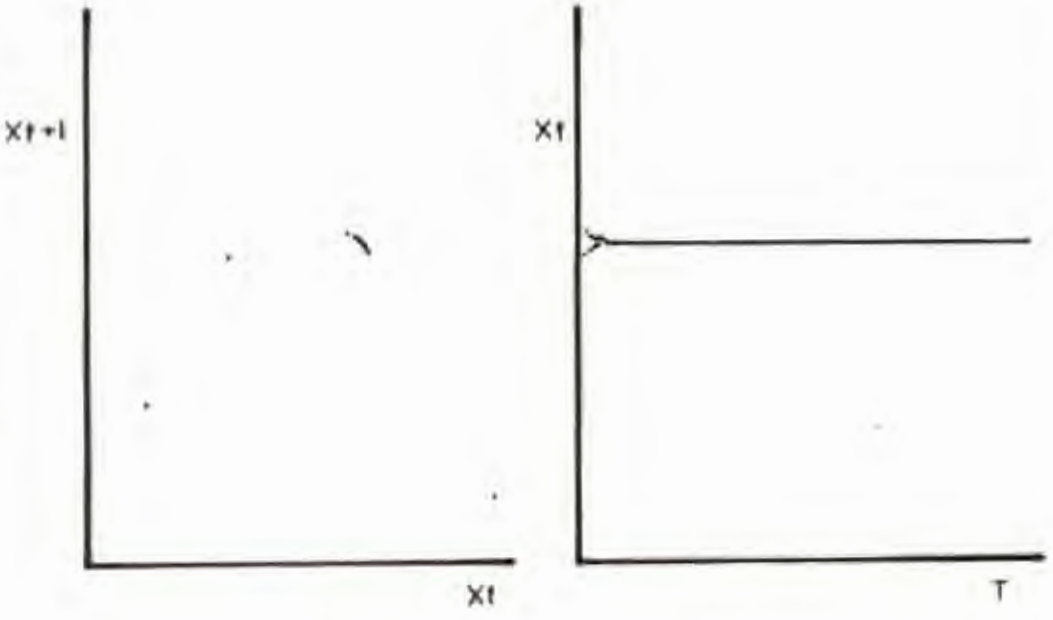
lo interesante de la ec. 1.8 es la forma en que el crecimiento depende del parámetro r, su función tiene una gran semejanza con el número de Reynolds en sistemas hidrodinámicos [Feynman, 1978] y con el parámetro r del sistema de Lorentz descrito en la sección anterior.

Las figs. 1.3 a-g, muestran el comportamiento de esta función evaluado computacionalmente, para valores de X_0 mayores que 0 y menores que 1 y con r en un intervalo de 0 a 4. Para valores de r entre 0 y 1 se observa un decrecimiento de la población X_t, es decir, la población final tiende a desaparecer



CRECIMIENTO DE POBLACION CON EL PARAMETRO = 1

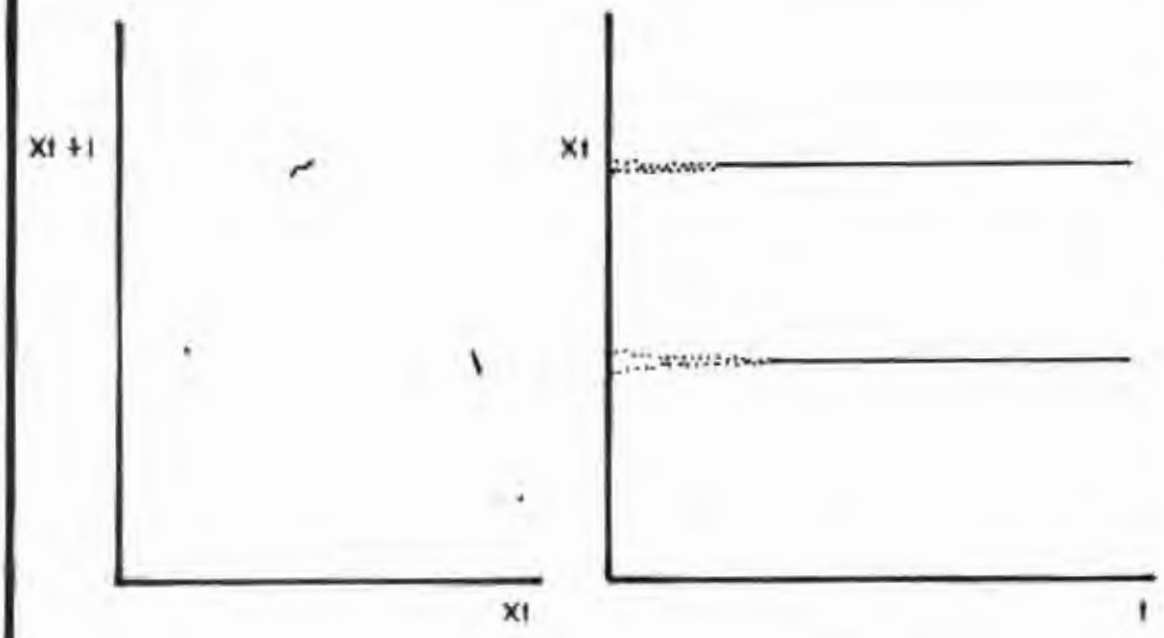
(a)



CRECIMIENTO DE POBLACION CON EL PARAMETRO = 2.8

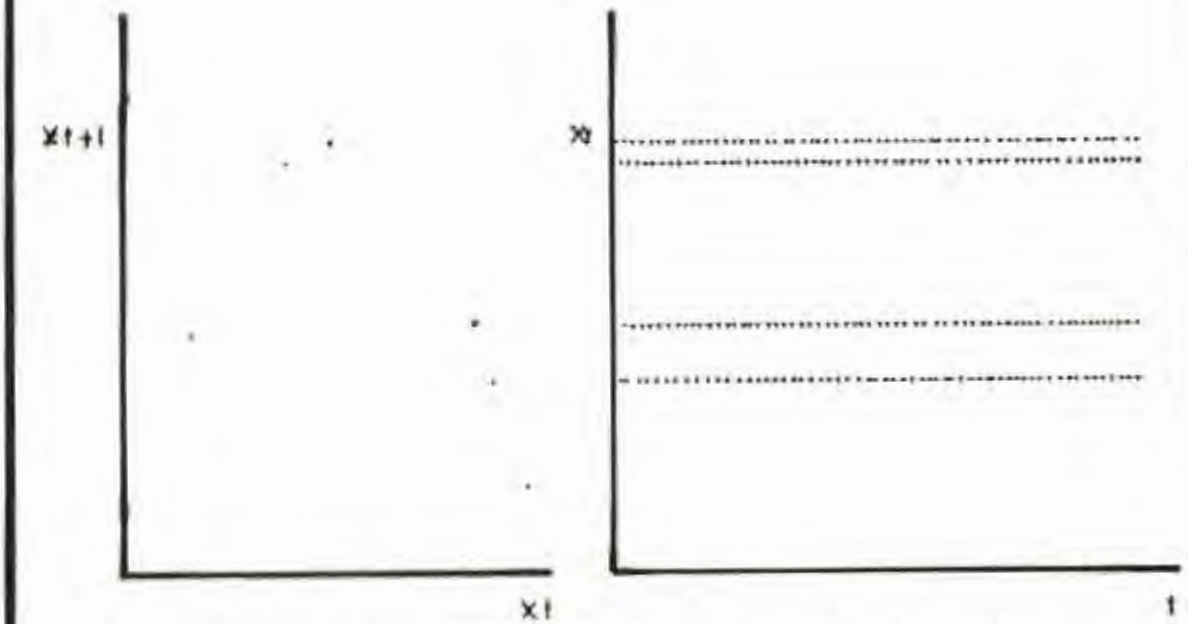
(b)

FIG. 1.3



CRECIMIENTO DE POBLACION CON EL PARAMETRO= 3, 44

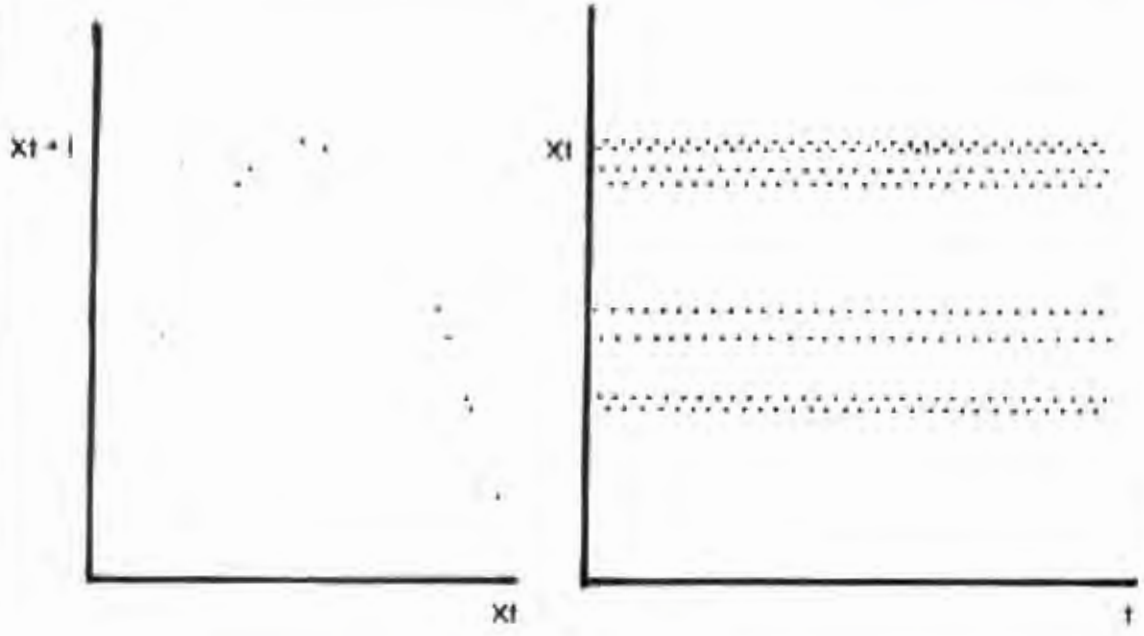
(c)



CRECIMIENTO DE POBLACION CON EL PARAMENTO = 3.5

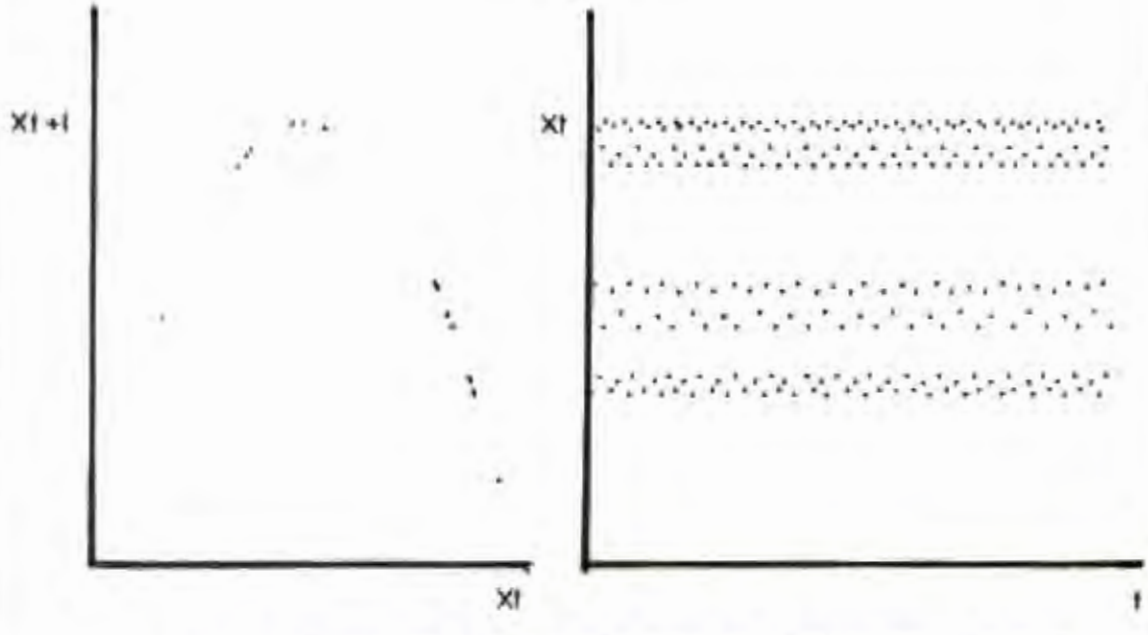
(d)

FIG. 1.3



CRECIMIENTO DE POBLACION CON EL PARAMETRO = 3.56

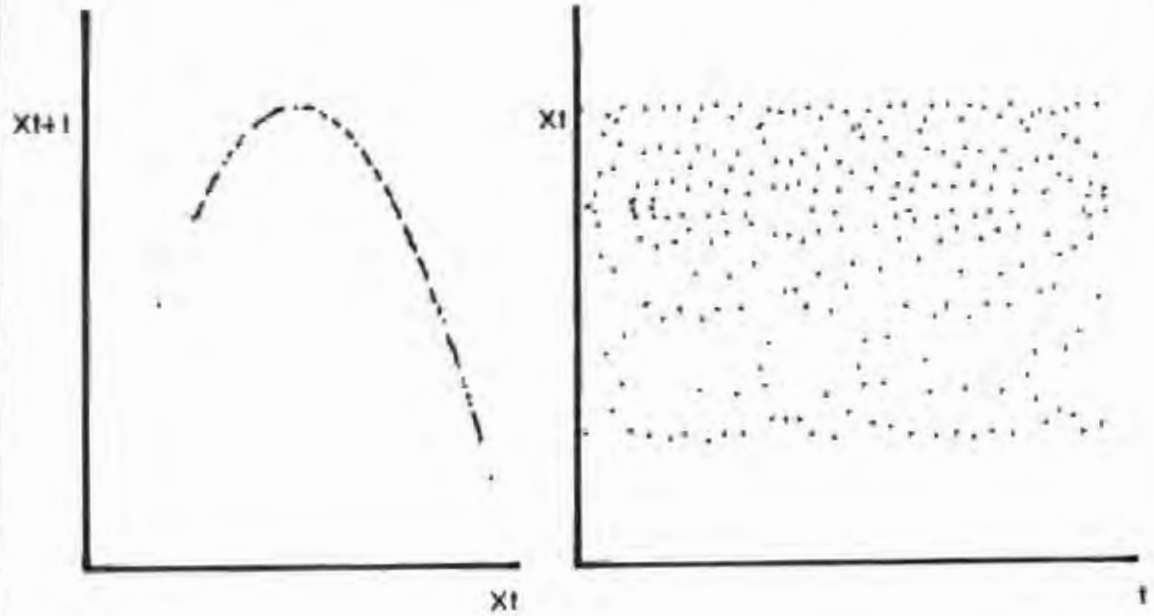
(e)



CRECIMIENTO DE POBLACION CON EL PARAMETRO = 3.569

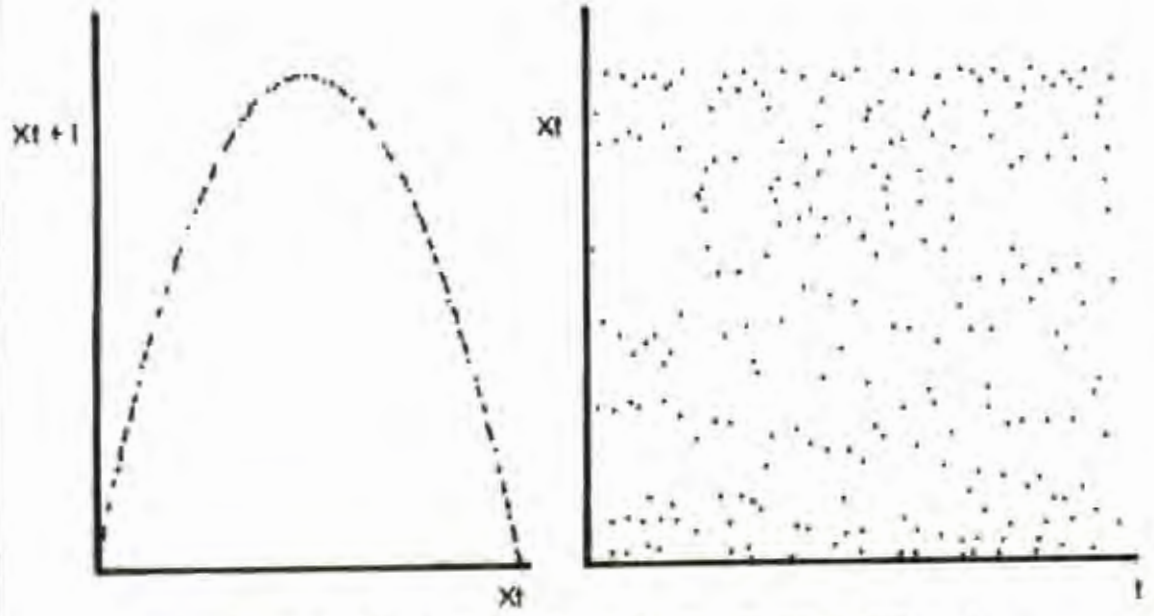
(f)

FIG. 1.3



CRECIMIENTO DE POBLACION CON EL PARAMETRO = 3.7

(g)



CRECIMIENTO DE POBLACION CON EL PARAMETRO = 4

(h)

FIG. 1.3

cuando t→ ∞, como es mostrado en la figura 1.3a.

Para valores de r entre 1 y 3, la población tiende a un valor constante, esto puede ser observado en la fig. 1.3b. Si r toma valores entre 3 y 3.449 la población presenta una doble estabilidad, y oscila entre estos dos valores como se muestra en la figura 1.3c. Si r toma valores entre 3.5 y 3.5438 la población presenta cuatro puntos estables, esto es mostrado en la fig. 1.3d, donde se puede notar que la población tiene un comportamiento distinto al intervalo anterior, a pesar de haber una mínima diferencia en el parámetro r.

Con valores entre 3.5464 y 3.5489 la población presenta 8 puntos estables (fig. 1.3e) y con un valor de r entre 3.55 y 3.5689 tenemos 16 puntos estables, esto implica que presenta gran sensibilidad a los valores del parámetro r. Con valores muy próximos a 4 podemos observar el caos, (fig. 1.3f).

Las variaciones de población se dan por medio de desdoblamientos o bifurcaciones periódicas de puntos estables desde r ≥ 1 hasta el valor de r = 3.8284 donde tiene su aparición el caos (fig. 1.8g).

La ec. 1.8 tiene el primer punto de bifurcación en r = 3 con 2 puntos, digamos a y b, los cuales se alternan a,b,a,b,a,b... hasta que el parámetro r toma un valor de r = 3.449, donde se presenta una nueva bifurcación que resulta en cuatro puntos estables, digamos c,d,e y f, también alternándose c,d,e,f,c,d,e,f... hasta que r = 3.56 en donde se obtienen 8

puntos estables y así sucesivamente hasta llegar al valor de r = 3.8284 donde tiene su aparición el caos, esto se muestra en la Fig. 1.4.

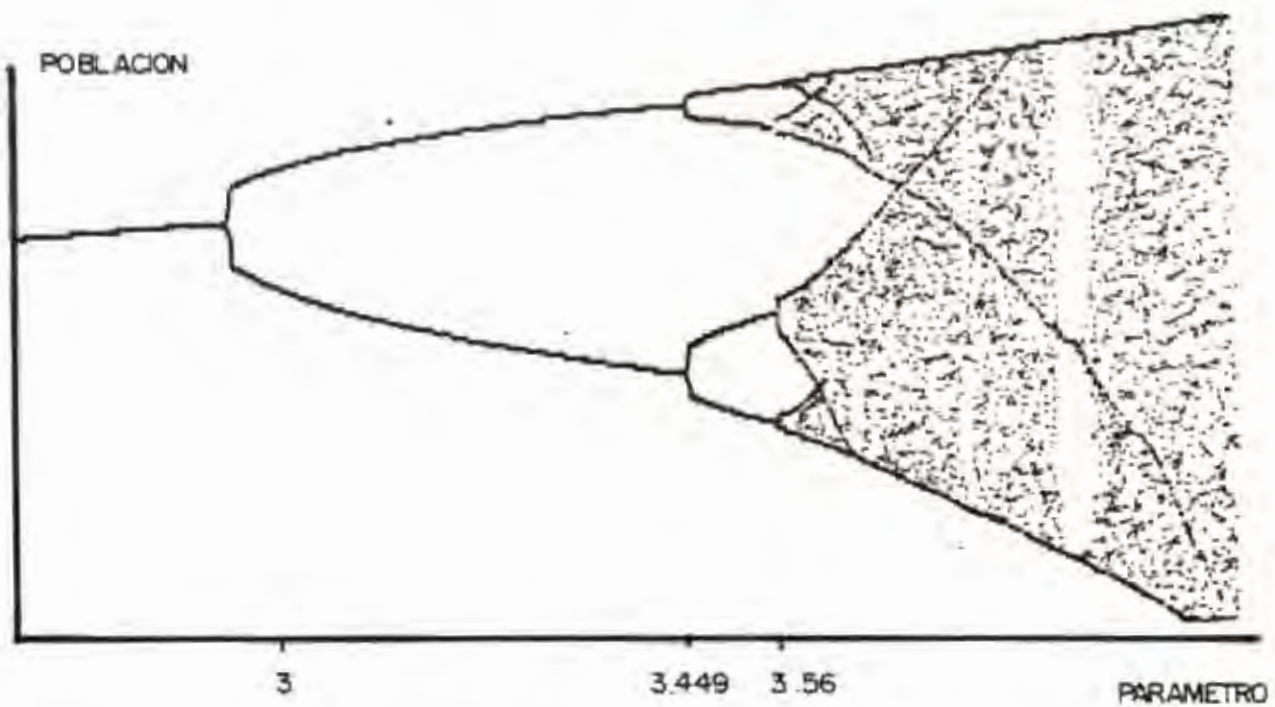


DIAGRAMA DE BIFURCACION INCREMENTO DEL PARAMETRO = 0.00005

FIG. 1.4

CAPITULO DOS

MODELOS DE UN LASER

2.1 Modelo fenomenológico

A continuación, se describe el modelo propuesto por Staz-De Mars [H. Statz and G. De Mars, 1976] cuya obtención es independiente de la estructura atómica o molecular del medio activo y que en circunstancias particulares es equivalente a un sistema de ecuaciones de balance [V. Aboites, G.E. Torres, 1986]. Este sistema está dado por;

$$\frac{dM}{dt} = B' M(t) N(t) - \frac{M(t)}{T} \qquad (2.1)$$

$$\frac{dN}{dt} = -\beta B' M(t) N(t) + \frac{[N_0 - N(t)]}{T_1} \qquad (2.2)$$

en donde N(t) representa la densidad de inversión de población y M(t) la densidad de fotones emitidos a una cierta frecuencia. La densidad de fotones emitidos M(t) está relacionada con la densidad de flujo luminoso S(t). Dividiendo S(t) por la velocidad de propagación de la luz ν y por la energía de un fotón $\hbar\omega$, obtenemos la densidad de fotones emitidos M(t); esto es

$$M(t) = \frac{S(t)}{\nu \hbar\omega} \qquad (2.3)$$

Por su parte, la constante B' es $B' = B \hbar \omega$ siendo B el coeficiente de Einstein de transiciones estimuladas. T es el tiempo de vida de un fotón en la cavidad resonante ($T = Q/\omega$, donde Q es la calidad de la cavidad), el cual es inversamente proporcional a los coeficientes de las pérdidas η_1 y η_2

$$T = \frac{1}{v\ (\eta_1+\eta_2)} \qquad (2.4)$$

T_1 es el tiempo de relajación de la diferencia de la inversión de población entre los niveles en que la emisión láser tiene lugar; β es una constante que depende del número de niveles del sistema, y N_0 es el valor de equilibrio de la densidad de inversión de población logrado en ausencia de oscilación láser. Para ver que representa N_0, supongamos una cavidad en la que hacemos imposible la oscilación láser, por ejemplo desalineando la propia cavidad, pero en la cual mantenemos un bombeo constante. Entonces el proceso de bombeo hará crecer a la inversión de población a un valor ideal máximo N', sin embargo, debido a que los procesos de relajamiento y decaimiento son inevitables en cualquier situación real, la inversión de población alcanzada siempre será menor N'. Al estado de equilibrio en el que el crecimiento de la densidad de la inversión de población debido al bombeo del medio láser , es igual al decrecimento de ésta, debido a los procesos de relajación, lo llamaremos N_0. Es obvio que N_0 crecerá a razón del incremento en el bombeo, por este motivo se conoce a N_0 como

parámetro de bombeo.

La interpretación física de estas ecuaciones es bastante simple. La ecuación (2.1) significa que la densidad de fotones en la cavidad crece como consecuencia de las transiciones estimuladas en la cavidad. El crecimiento de la densidad de fotones emitidos a una cierta frecuencia, es directamente proporcional al producto de la cantidad misma de fotones emitidos a esa frecuencia por la densidad de inversión del medio láser.

La ecuación (2.2), significa que la inversión de población decrece debido a la emisión estimulada y crece debido al bombeo de los niveles superiores del medio. Para lograr la emisión láser es necesario que la densidad de inversión de población alcance un valor crítico N_{cr}. Este valor puede ser encontrado a partir de la condición

$$\frac{dM}{dt} > 0$$

Sustituyendo la condición anterior en la ecuación (2.1) tenemos;

$$B' N(t) - \frac{1}{T} > 0$$

de donde

$$N(t) > \frac{1}{B'T}$$

por lo tanto

$$N_{cr} = \frac{1}{B'T} = \frac{1}{B \hbar\omega T} = \frac{1}{B \hbar Q}$$

además puesto que

$$\sigma = \frac{B\,\hbar\omega}{\nu} \qquad y \qquad T = \frac{1}{\nu(\eta_1+\eta_2)}$$

obtenemos que

$$N_{cr} = \frac{\eta_1+\eta_2}{\sigma}$$

Dado que la densidad de inversión de población no puede exceder el valor de N_o, tenemos que para lograr la oscilación láser la inversión de población N debe satisfacer la condición.

$$N_{cr} < N < N_o$$

definiendo a los siguientes parámetros

$t' = t.T_1$ como tiempo adimensional

$m(t') = \beta\, B'\, T_1 M(t', T_1)$ como intensidad de campo

$n(t') = N(t', T_1)/ N_{cr}$ como densidad de inversión de población.

$\alpha = B'T\, N_o = N_o/N_{cr}$ como parámetro de bombeo

$G = T_1/T$ como tiempo de relajación por tiempo de vida de un fotón en la cavidad.

Ahora podemos escribir las ecuaciones de Staz-De Mars de una manera mucho más sencilla que la dada en la ecs 2.1

$$\frac{dM}{dt'} = G\, m\, (n-1) \qquad (2.5)$$

$$\frac{dn}{dt'} = \alpha - n\,(m+1) \qquad (2.5a)$$

2.2 MODELO DE UN LASER DE TRES NIVELES CON ABSORBEDOR SATURABLE

2.2.1. Ecuaciones de razón del láser con absorbedor

Para describir el comportamiento del láser con absorbedor saturable, partiremos de un sistema de tres niveles para el medio activo y de dos niveles para el absorbedor saturable [M.A. Meneses, V. Aboites, 1990].

La figura 2.1 ilustra los niveles energéticos del medio activo, en tal sistema, el proceso de bombeo Γ se realiza entre el nivel uno y el nivel tres, pero como resultado de este bombeo un centro activo en el nivel tres puede decaer al nivel uno. El decaimiento de un centro activo del nivel tres, también lo puede realizar por emisión espontánea o vía colisiones con otras partículas a otros niveles. Las γ 's en la figura 2.1 representan las probabilidades de decaimiento o relajaciones vía colisiones o emisión espontánea a otros niveles por unidad de tiempo y el recíproco de la razón de relajaciones, es el tiempo de vida media de un centro activo en el estado excitado.

Para el nivel dos consideraremos que centros activos en este nivel sólo decaerán vía colisiones y emisión espontánea. En las ecuaciones de razón también incluiremos el cambio de las densidades en el nivel dos y uno por el proceso de emisión estimulada producido por la densidad de fotones dentro de la cavidad, por lo tanto las ecuaciones que describen el

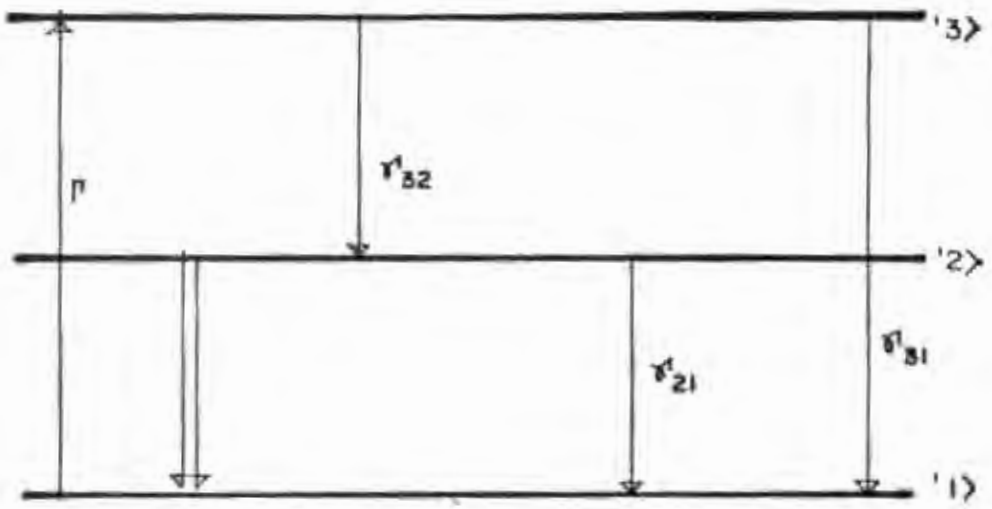


FIG. 2.1

comportamiento temporal de las densidades de centros activos en el medio láser son

$$\frac{dN_1}{dt} = -(\Gamma+\gamma_{13}+\gamma_{12})N_1 + (\Gamma+\gamma_{31})N_3 + \gamma_{21}N_2 + \sigma S(N_2-N_1) \qquad (2.6)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -(\gamma_{23}+\gamma_{21})N_2 + \gamma_{32}N_3 + \gamma_{12}N_1 - \sigma S(N_2-N_1) \qquad (2.6a)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = (\Gamma + \gamma_{13})\, N_1 + \gamma_{23}N_2 + (\Gamma + \gamma_{32} + \gamma_{31})\, N_3 \qquad (2.6b)$$

donde las N ' *s* representan las densidades de centros activos en los tres distintos niveles, S es el flujo de fotones y σ la sección eficaz.

Si suponemos que la separación entre los niveles es lo suficientemente grande comparada con la energía termal KBT, de tal forma que se cumple que

$$\gamma_{12} << \gamma_{21} \;,\quad \gamma_{13} << \gamma_{31} \;,\quad \gamma_{23} << \gamma_{32} \qquad (2.7)$$

por lo tanto podemos eliminar los términos γ_{12}, γ_{13}, γ_{23} en las ecuaciones (2.6a-b), por lo que nuestro sistema se reduce a

$$\frac{dN_1}{dt} = -\Gamma(N_1-N_3) + \gamma_{31}\, N_3 + \gamma_{21}N_2 + \sigma S(N_2-N_1) \qquad (2.8)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \gamma_{32}\, N_3 - \gamma_{21}N_2 - \sigma S(N_2-N_1) \qquad (2.8a)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \Gamma\,(N_1 - N_3) - (\gamma_{32} + \gamma_{31})\, N_3 \qquad (2.8b)$$

Si la vida de excitación en el nivel tres es muy pequeña de tal forma que $\gamma_{32} >> \gamma_{31}$, esto es que los centros activos del nivel tres pasan a ser inmediatamente del nivel 2, tenemos que

$$\frac{dN_3}{dt} \approx 0 \qquad y \qquad N_1 >> N_3$$

por lo tanto de la ecuación (2.8b) la densidad de población en el nivel uno se relacionan con la del nivel tres de la siguiente forma

$$\Gamma N_1 = \gamma_{32} N_3 \tag{2.9}$$

Restando la ecuación (2.8a) de (2.8b) y tomando en cuenta las consideraciones hechas obtenemos

$$\frac{dN}{dt} = \gamma_{32} N_3 - 2\,\gamma_{21} N_2 + \Gamma N_1 - 2\,\sigma\, S\, N \tag{2.10}$$

donde N representa la densidad de inversión de población entre los niveles dos y uno ($N = N_2 - N_1$). Sustituyendo (2.9) en (2.10) tenemos

$$\frac{dN}{dt} = -2\,\gamma_{21} N_2 + 2\,\Gamma N_1 - 2\,\sigma\, S\, N \tag{2.11}$$

Como $N = N_2 - N_1$ y $N_T = N_2 + N_1$, donde N_T es la densidad total de medios activos, así las densidades de centros activos en el nivel uno y dos, son expresados en términos de la densidad de inversión de población y del número total de centros activos como

$$N_2 = \frac{N_T + N}{2} \quad N_1 = \frac{N_T - N}{2} \tag{2.12}$$

Sustituyendo los valores de N_2 y N_1 en (2.11) obtenemos

$$\frac{dN}{dt} = 2\Gamma \left(\frac{N_T - N}{2} \right) - 2\gamma_{21} \left(\frac{N_T + N}{2} \right) 2\sigma SN$$

por lo tanto la ecuación que describe el comportamiento temporal de la densidad de inversión de población en el medio activo es

$$\frac{dN}{dt} = - \left(2\sigma S + \Gamma + \gamma_{21} \right) N + N_T \left(\Gamma - \gamma_{21} \right) \tag{2.13}$$

Para el absorbedor saturable consideraremos un modelo de dos niveles como se muestra en la figura 2.2 . Inicialmente todos los centros absorbentes del saturador se encuentran en el estado inferior (nivel uno), es decir tenemos inicialmente capacidad máxima de absorción (estado no saturado), $N_{1a} = N_{Ta}$ y $N_{2a} = 0$, donde N_{Ta} es la densidad total de centros absorbentes. Las ecuaciones de razón para el absorbedor están dadas por

$$\frac{dN_{1a}}{dt} = - \sigma_a S (N_{1a} - N_{2a}) + N_{2a} \gamma_{1a} \tag{2.14}$$

$$\frac{dN_{2a}}{dt} = \sigma_a S(N_{1a} - N_{2a}) - N_{2a} \gamma_{1a} \tag{2.14a}$$

donde σ_a el la sección eficaz del absorbedor y γ_{1a} es la razón de relajamiento del absorbedor. Restando la ecuación (2.14) a

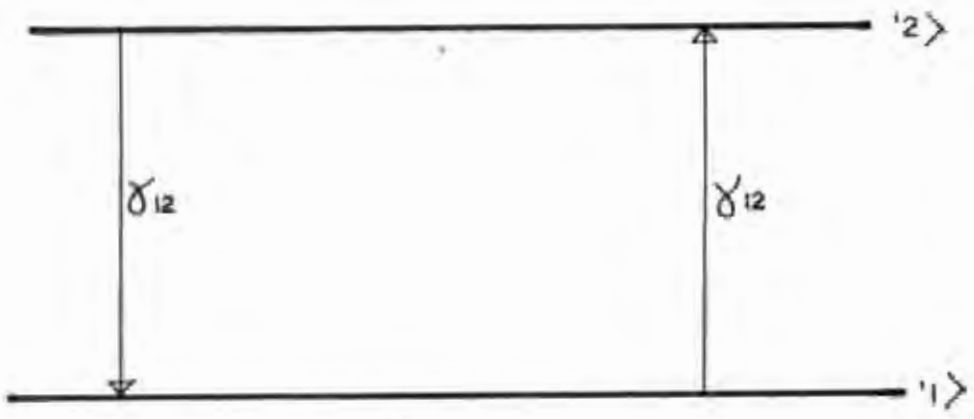


FIG. 2.2

(2.14a) tenemos que el comportamiento temporal de la densidad de inversión de población de centros absorbentes del absorbedor ($N_a = N_{2a} - N_{1a}$) está dado por

$$\frac{dN_a}{dt} = - 2\sigma_a S N_a - 2N_{2a}\gamma_{1a} \qquad (2.15)$$

como $N_{Ta} = N_{2a} + N_{1a}$ y $N_a = N_{2a} - N_{1a}$, obtenemos que

$$N_{2a} = \frac{N_a + N_{Ta}}{2} \qquad (2.16)$$

sustituyendo el valor de la densidad de centros absorbentes en el nivel dos dado por la ecuación (2.16) en la ecuación (2.15) obtenemos

$$\frac{dN_a}{dt} = - 2\sigma_a S N_a - \gamma_{1a}(N_a + N_{Ta}) \qquad (2.17)$$

la ecuación (2.17) describe el comportamiento temporal de la densidad de inversión de población de centros absorbentes en el absorbedor.

La ecuación que describe la dependencia temporal de la densidad de flujo de fotones está dada por

$$S_{sal} + \left(\frac{\ell}{v} + \frac{\ell_a}{v_a} + \frac{L - (\ell+\ell_a)}{v} \right) \frac{dS}{dt} = \ldots$$

$$\ldots = \ell\sigma N S + \ell_a\sigma_a N_a S - S(\ell\eta_1 - \ell_a\eta_{1a}) \qquad (2.18)$$

donde S_{sal} es la densidad de flujo de fotones que sale de la cavidad el cual escribiremos como

$$S_{sal} = \ell S \eta_2 \qquad (2.19)$$

donde η_2 es el coeficiente de pérdidas de flujo luminoso de la cavidad óptica y depende de la reflectividad de los espejos del resonador. ℓ, ℓ_a y L son las longitudes del medio activo, del medio absorbente y la longitud total del láser con absorbedor respectivamente, ver figura 2.3.

v, v_a y ν son las velocidades de la luz en el medio activo, en el absorbedor y en el vacio respectivamente. η_1 son las pérdidas debidas a absorción y dispersión en el medio activo y η_{1a} son las pérdidas por absorción y dispersión en el absorbedor, σ_a y σ son las secciones transversales del absorbedor y del medio activo respectivamente.

Si definimos un coeficiente de llenado del medio activo en la cavidad como:

$$\mu = \frac{1}{\left(\frac{\ell}{v} + \frac{\ell_a}{v_a} + \frac{L - (\ell+\ell_a)}{c} \right)} \qquad (2.20)$$

sustituyendo las ecuaciones (2.19) y (2.20) en la ecuación (2.18) obtenemos:

$$\frac{dS}{dt} = \ell\sigma\mu NS + \ell_a\sigma_a\mu N_a S - \mu\ell S(\eta_1 + \eta_2 + \frac{\ell_a}{\ell} \eta_{1a}) \qquad (2.21)$$

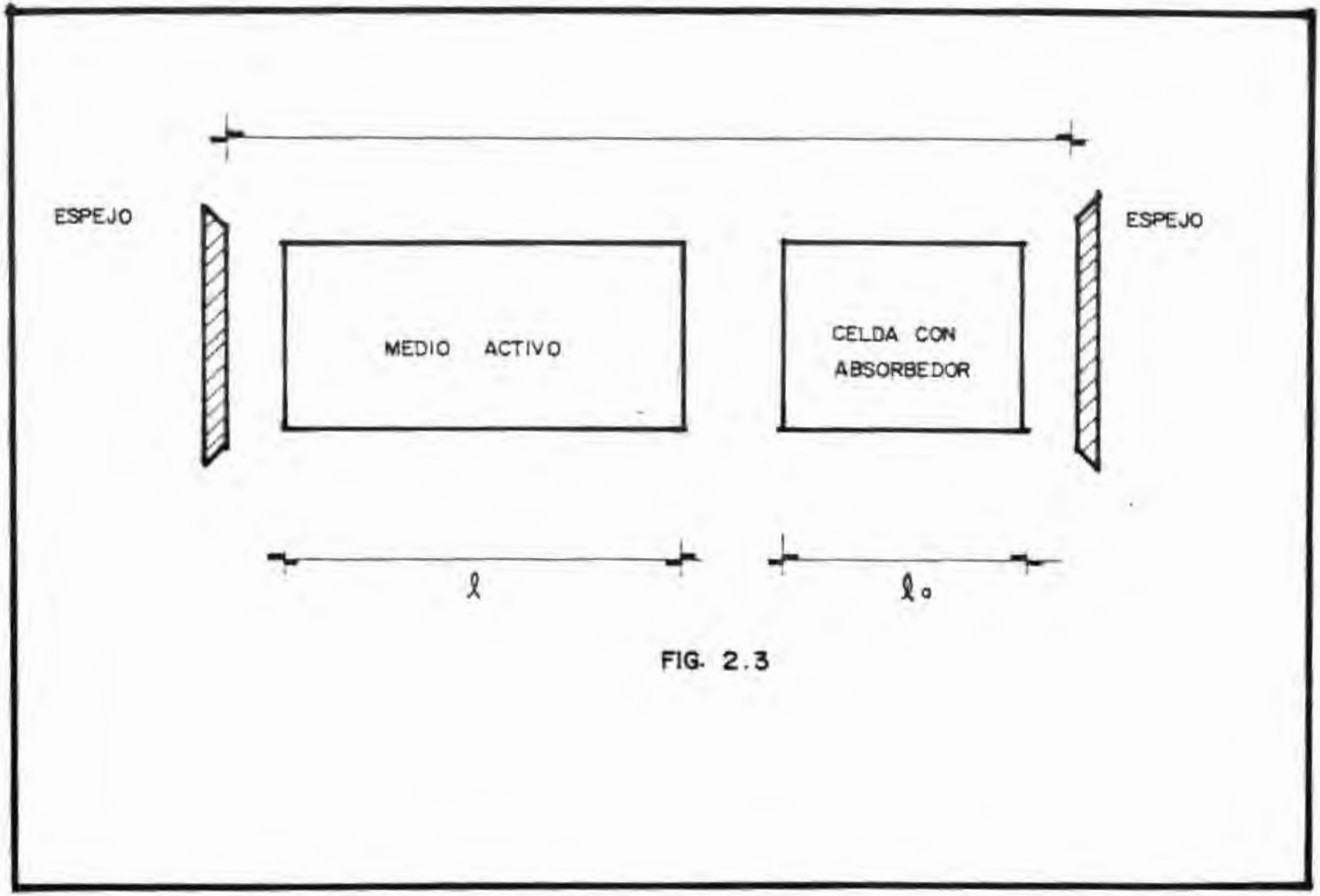


FIG. 2.3

e introduciendo un parámetro T que tome en cuenta la duración de la vida de un fotón en la cavidad como:

$$T = \frac{\ell}{\mu \left(\eta_1 + \eta_2 + \frac{\ell_a}{\ell} \eta_{1a} \right)} \qquad (2.22)$$

finalmente sustituyendo la ecuación (2.22) en (2.21) obtenemos la ecuación que describe el comportamiento temporal de la densidad de flujo de fotones en el láser

$$\frac{dS}{dt} = \ell\sigma\mu NS + \ell_a\sigma_a\mu N_a S - \frac{S}{T} \qquad (2.23)$$

Así, tenemos que las ecuaciones de razón que describen el comportamiento temporal para un láser con absorbedor saturable, considerando un modelo de tres niveles para el medio activo y dos para el absorbedor son

$$\frac{dS}{dt} = \ell\sigma\mu NS + \ell_a\sigma_a\mu N_a S - \frac{S}{T} \qquad (2.24)$$

$$\frac{dN}{dt} = -\left(2\sigma S + \Gamma + \gamma_{21}\right)N + N_T\left(\Gamma - \gamma_{21}\right) \qquad (2.24a)$$

$$\frac{dN_a}{dt} = -2\sigma_a S N_a - \gamma_{1a}(N_a + N_{Ta}) \qquad (2.24b)$$

Para escribir las ecuaciones (19a-b) en forma más simplificada definamos los siguientes parámetros y cantidades adimensionales

$$T_1 = \frac{1}{\Gamma + \gamma_{21}}, \quad N_0 = \frac{\Gamma - \gamma_{21}}{\Gamma + \gamma_{21}} N_T \quad , \quad T_{1a} = \frac{1}{\gamma_{1a}} \tag{2.25}$$

$$t' = \frac{t}{T_1} \ , \quad m(t') = 2\sigma T_1 S \ ,$$

$$, \ n(t') = \mu\sigma T \ell N_{na}(t') = -\ell_a \mu T \sigma N_a \tag{2.26}$$

por lo tanto las ecuaciones (2.24a-b) las podemos reescribir como

$$\frac{dm}{dt'} = \frac{T_1}{T} m \left(n - n_a - 1 \right) \tag{2.26}$$

$$\frac{dn}{dt'} = - m n + (\mu\sigma T N_0 \ell - n) \tag{2.26a}$$

$$\frac{dn_a}{dt'} = - \frac{\sigma_a}{\sigma} m n_a + \frac{T_1}{T_{1a}} \left(\mu\sigma_a T N_T \ell_a - n_a \right) \tag{2.26b}$$

Por último definimos las siguientes cantidades

$$G = \frac{T_1}{T} \quad \delta = \frac{T_1}{T_{1a}} \quad \rho = \frac{\sigma_a}{\sigma} \quad \alpha = \mu \ \sigma \ T \ N_0 \ \ell \ ...$$

$$... \quad \alpha_a = \mu \ \sigma_a \ T \ \ell_a \ N_T \tag{2.27}$$

las ecuaciones (2.26a-b) finalmente escritas en forma simplificada son:

$$\frac{dm}{dt'} = G \ m \left(n - n_a - 1 \right) \tag{2.28}$$

$$\frac{dn}{dt'} = \alpha - n\,(m + 1) \qquad (2.28a)$$

$$\frac{dn_a}{dt'} = \delta\,\alpha_a - n_a\,(\rho m + \delta) \qquad (2.28b)$$

2.3 MODELO DE UN LASER DE DOS NIVELES CON ABSORBEDOR SATURABLE

2.3.1 Ecuaciones de Razón del Láser con Absorbedor.

Como sabemos, la oscilación láser depende directamente de la calidad Q de la cavidad, esto es, si la calidad en la cavidad disminuye entonces la oscilación láser puede llegar a desaparecer. Sin embargo, si en estas condiciones de bajo valor de Q, el bombeo a la cavidad no es interrumpido, entonces la invesión de población en el medio activo tenderá a un máximo muy por arriba del valor crítico N_{cr}. Considerando estas condiciones aumentemos el Q de la cavidad, el resultado sería seguramente que la oscilación láser ocurrirá en forma de un corto e intenso pulso de luz láser, con lo cual la inversión de población regresará bruscamente a un estado de equilibrio.

Este método de obtener pulsos cortos e intensos es llamado conmutación-Q, pues está basado en la variación repentina de la calidad de la cavidad óptica. Una de las formas en la que la

calidad de la cavidad puede variarse es por medio de un absorbedor saturable. El funcionamiento de este último será explicado al final de esta sección.

Para poder obtener las ecuaciones que representen a un láser trabajando bajo estas condiciones, supongamos que la calidad es variada en forma periódica a una frecuencia ω_m, entonces la ecuación que representa la Q de la cavidad en el tiempo es

$$Q(t) = Q_o(1 - \beta \cos \omega_m t) \qquad (2.29)$$

Aunque cabe aclarar que esta suposición no es necesaria, sin embargo fué hecha por simplicidad matemática, donde β es el parámetro de modulación y llamaremos una modulación débil si $\beta<1$ (como lo supondremos en este planteamiento) o en caso contrario $\beta > 1$, lo llamaremos como modulación fuerte.

Dado que $T = Q/\omega$, podemos escribir la ecuación de Statz DeMars (ec. 2.1a) de la forma

$$\frac{dm}{dt} = B'MN - \frac{M\,\omega}{Q_o(1-\beta\cos\omega_m t)} \qquad (2.30)$$

definiendo $T_o = Q_o/\omega$, se puede escribir en la siguiente forma adimensional

$$\frac{dm}{dt} = G\,m\,n - G\,m\,(1 + \beta \cos \omega'_m t') \qquad (2.31)$$

donde

$$\omega'_m = \omega_m T \qquad y \qquad G = T_1/T_o$$

Por lo tanto, las ecuaciones de Statz DeMars toman la forma final:

$$\frac{dm}{dt'} = G\, m\, (\, n - 1 - \beta \cos \omega_m' t'\,) \qquad (2.32)$$

$$\frac{dn}{dt'} = \alpha - n\,(m + 1) \qquad (2.33)$$

Este sistema no posee una solución analítica inmediata, pero es posible mostrar numéricamente que una solución para valores apropiados de bombeo y de densidad de inversión de población crítica, produce formas de campo m(t') de muy corta duración y gran intensidad. El proceso típico de conmutación-Q está descrito en la secuencia mostrada en la figura (2.4). La Fig. (2.4a) muestra la variación en el tiempo de la calidad Q de la cavidad láser, donde hasta un tiempo t_1 la Q de la cavidad es pobre. A partir de t=0 se inicia el bombeo, ver la Fig. (2.4b). Como una consecuencia del bajo valor de Q y del bombeo, la inversión de población crecerá rápidamente a un nivel muy superior al nivel crítico N_{cr}, como es mostrado en la Fig.(2.4c). Sin embargo a pesar del alto nivel de inversión de población, la emisión láser no ocurre, ver Fig. (2.4c). Después de un tiempo t_1, justo cuando el bombeo ha llevado a la inversión de población a un nivel máximo (Figs. 2.4b,c), la calidad de la cavidad aumenta, reduciendo con esto las pérdidas en ésta (Fig.2.4a) lo cual trae como consecuencia el inicio de la oscilación láser y la disminución de la inversión de población. El resultado de esto es la emisión de un pulso láser de muy corta duración y gran

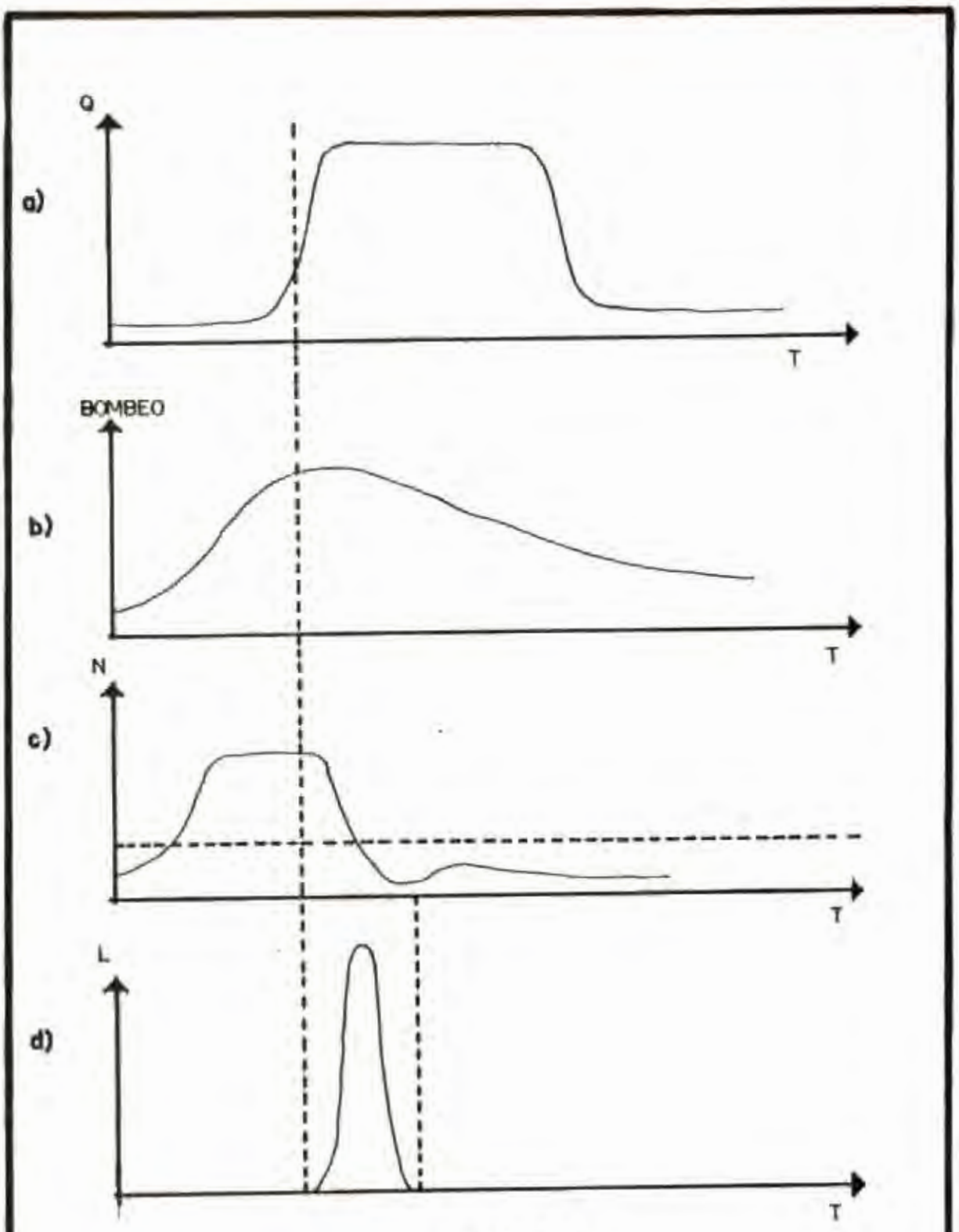


FIG. 2.4

intensidad como se muestra en la figura (2.4d).

Hay varias formas de poder obtener la variación de la calidad, una de ellas es, precisamente colocando un absorbente orgánico dentro de la cavidad. Estos absorbentes tienen la característica de variar drásticamente su transmitancia al aumentar la intensidad de la luz que se propaga a través de ellos, de modo que mientras la intensidad es pequeña, las pérdidas en el resonador son altas (pequeño valor de Q), pues la transmitancia del absorbente ese baja. Sin embargo, al aumentar la intensidad el absorbente se hace transparente, reduciendo con esto las pérdidas en el resonador (alto valor de Q).

2.4 MODELO SEMICLASICO MULTIMODO

2.4.1.- Teoría semiclásica del láser

Podemos describir el comportamiento de la radiación electromagnética en la cavidad láser mediante las ecuaciones de Maxwell [Lamb, Scully, 1976].

$$\text{div } D = 0 \qquad (2.34)$$

$$\text{div } B = 0 \qquad (2.34a)$$

$$\text{rot } E = -\frac{\partial B}{\partial t} \qquad (2.34b)$$

$$\text{rot } H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \qquad (2.34c)$$

donde

$$D = \varepsilon_o E + P \qquad B = \mu_o H \qquad J = \sigma E \tag{2.35}$$

En particular para obtener la evolución de E, se toma el rotacional de (2.29b), recordando que $\nabla x \nabla x A = \nabla \cdot \nabla A - \nabla(\nabla \cdot A)$. Sustituyendo la ecuación (2.35) con la derivada en el tiempo de la ecuación del rot de H (2.34e) dentro del rot de el rot de E (2.34b), tenemos la ecuación de onda

$$-\nabla^2 E + \mu_o \sigma \frac{\partial E}{\partial t} + \mu_o \varepsilon_o \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\mu_o \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \tag{2.36}$$

donde se ha tomado $\nabla \cdot P \cong 0$, esto significa que no hay pérdidas internas asociadas a dispersión y reflección.

En ausencia del medio activo, P = 0, las soluciones de la ecuación de onda 2.36 representan ciertos modos que logran tener una magnitud apreciable dentro de la cavidad, los cuales tienen frecuencias circulares

$$\Omega_n = \frac{n\pi c}{L} = k_n c \tag{2.37}$$

donde L es la longitud de la cavidad, c es la velocidad de la luz, n es un número entero del orden de 10^6 y k_n es el correspondiente número de onda.

La solución de (2.36) para E(z,t) es entonces buscada como

$$E(z,t) = -\frac{1}{2} \sum_n \mathcal{V}_n(t)\, U_n(z) + c.c. \qquad (2.38)$$

donde $\mathcal{V}_n(t)$ es la amplitud compleja del modo n, que escribiremos como

$$\mathcal{V}_n(t) = E(t) \exp\{ -i [\nu_n t + \phi_n(t)]\} \qquad (2.38a)$$

en la que supondremos que el coeficiente de amplitud, $E_n(t)$, y la fase, $\phi_n(t)$, varía poco en un periodo espacial o temporal. $\nu_n + \phi_n$, por su parte, es la frecuencia de oscilación del modo n, la que posteriormente veremos que no es necesariamente igual a la frecuencia pasiva de la cavidad Ω_n debida a la dispersión del medio activo.

En una cavidad láser real P es diferente de cero y dependiente del material que llene la cavidad, supondremos que el medio activo está compuesto por átomos de dos niveles y obtendremos las ecuaciones de evolución para P en la siguiente sección. De momento, dada la forma para el campo eléctrico (ecs. 2.38), la polarización inducida en el medio activo puede ser expandida

$$P(z,t) = -\frac{1}{2} \sum_n \mathcal{P}(t) \exp\{ -i [\nu_n t + \phi_n(t)]\} U_n(z) + c.c. \qquad (2.39)$$

donde $\mathcal{P}(t)$ es la componente compleja que también variará lentamente tanto en t, como en z. La parte real de P está en fase con el campo eléctrico y por lo tanto resultará en dispersión producida por el medio. La parte imaginaria de P, por el contrario, está en cuadratura con el campo eléctrico y resultará en pérdida o ganancia producida por el medio.

Sustituyendo (2.38) y (2.39) dentro de la ecuación de onda (2.36) y agrupando los coeficientes de los términos exponenciales, podemos obtener la siguiente ecuación, en los que los términos con primeras y segundas derivadas de P y E se han omitido debido a la variación lenta que ha supuesto para E_n, ϕ_n y $\mathcal{P}_n$

$$\Omega_n^2 E_n - 1(\frac{\sigma}{\varepsilon_0})\nu_n E_n - 21\ \nu_n \dot{E}_n - (\nu_n t + \phi_n)^2 E_n = \nu_n^2\ c_0^{-1}\ \mathcal{P}_n \qquad (2.40)$$

en donde hemos usado la relación $\Omega_n = k_n\ c$

Es usual asociar σ con las pérdidas inherentes de la radiación en la cavidad, por lo tanto se puede escribir la conductividad σ en función de las calidades de la cavidad, Q_n, para cada uno de los modos

$$Q_n = \varepsilon_0 \frac{\nu}{\sigma} \qquad (2.41)$$

Además, notando que $\Omega_n^2 - (\nu_n + \dot{\phi}_n)^2 \approx 2\,\nu_n\,(\Omega_n - \nu_n - \dot{\phi}_n)$, e igualando la parte real y la imaginaria de las ecs. (2.40), encontramos las siguientes ecuaciones de autoconsistencia (nótese, un par por cada modo)

$$\dot{E}_n + \frac{1}{2}\,\frac{\nu}{Q_n}\,E_n = -\frac{1}{2}\,\frac{\nu}{\varepsilon_0}\,\mathrm{Im}\,(\mathcal{P}_n) \qquad (2.42)$$

$$\nu_n + \dot{\phi}_n = \Omega_n - \frac{1}{2}\,\frac{\nu}{\varepsilon_0}\,E_n^{-1}\,\mathrm{Re}\,(\mathcal{P}_n) \qquad (2.42a)$$

Ahora pasaremos a determinar las ecuaciones de evolución para las envolventes de la polarización.

2.4.2 Polarización del medio

Primeramente suponemos que el medio láser consiste de átomos de 2 niveles, con una frecuencia de transición resonante ω. Un átomo excitado en un estado **a** a un tiempo t_0 y lugar z, es descrito por una matriz de densidad $\rho(a,z,t_0,t)$. Los átomos son excitados al estado **a** a una razón de $\lambda_a(z,t_0)$ átomos por segundo por unidad de volumen. Las probabilidades de decaimiento de nivel con constantes γ_a y γ_b son mostradas en la figura 2.5. Los elementos de la matriz de polarización decaen con la constante γ. Este modelo ilustra simplemente algunos principios básicos del láser.

La polarización macroscópica P(z,t) mencionada en la ecuación (2.39) para este medio está dada por las contribuciones

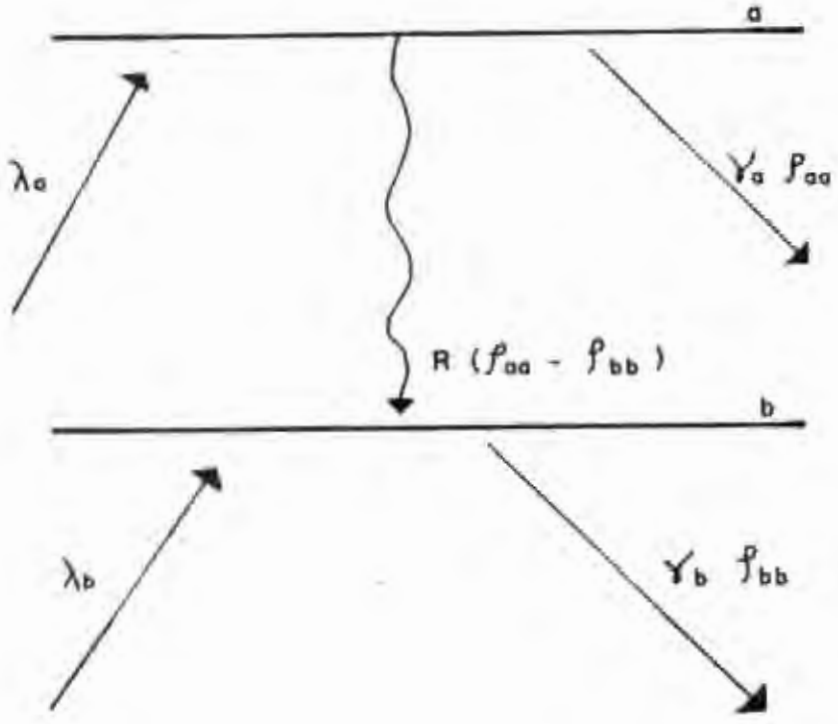


FIG. 2.5

de todos los átomos en "z" a un tiempo "t" sin considerar sus estados iniciales y tiempos de excitación, esto es;

$$P(z,t) = \sum_a \int_{-\infty}^{t} dt_0 \, \lambda_a(z,t_0) \, \langle er \rangle$$

$$= \mathcal{P} \sum_a \int_{-\infty}^{t} \lambda_a(z,t_0) \, \rho_{ab}(a,z,t_0,t) + c.c. \qquad (2.43)$$

donde <er> es el término producido por la interacción dipolar, ρ_{ab} es el elemento fuera de la diagonal principal de la matriz de densidad del átomo de dos niveles y $\lambda_a(z,t_0)$ es la razón de átomos por segundo por unidad de volumen.

La envolvente compleja de la polarización, $\mathcal{P}_n(t)$, que debe introducirse en las ecuaciones de campo autoconsistentes ecs. (2.42,a) están, en consecuencia, dadas por

$$\mathcal{P}_n(t) = 2\mu \exp\left[i(\nu_n t + \phi_n)\right] \frac{1}{N} \int_0^l dz \, U_n^*(z) \cdot \ldots$$

$$\ldots \cdot \sum_a \int_{-\infty}^{t} dt_0 \, \lambda_a(z,t_0) \, \rho_{aba}(a,z,t_0,t) \qquad (2.44)$$

donde el factor de normalización está dado por

$$N = \int_0^l dz \, \left| U_n(z) \right|^2$$

Por otra parte, las ecuaciones de movimiento para los elementos de la matriz de densidad para el átomo simple $\rho(a,z,t_0,t)$, están dadas por [Lamb, Scully, 1976]

$$\dot{\rho}_{ab} = -[i\omega + \gamma]\,\rho_{ab} + ih^{-1}\,V_{ab}(z,t)(\rho_{aa} - \rho_{bb}) \qquad (2.45)$$

$$\dot{\rho}_{aa} = \lambda_a - \gamma_a\,\rho_{aa} - (ih^{-1}\,V_{ab}\,\rho_{ba} + c.c) \qquad (2.45a)$$

$$\dot{\rho}_{bb} = \lambda_b - \gamma_b\,\rho_{bb} + (ih^{-1}\,V_{ab}\,\rho_{ba} + c.c.) \qquad (2.45b)$$

donde

$$\rho_{ba} = \rho^{*}_{ab}$$

2.4.3 Operación multimodo

A continuación obtendremos la polarización de un medio atómico utilizando la teoría de perturbación de tercer orden. Las componentes complejas de la polarización que sean obtenidos, $\mathcal{P}_n$, son sustituidas dentro de las ecuaciones de autoconsistencia ecs. (2.42,a) para determinar las ecuaciones para la amplitud y frecuencia multimodo.

Entonces, buscaremos obtener las contribuciones de primer, segundo y tercer orden integrando las ecuaciones de movimiento (2.45a,b) y usando la teoría de perturbación, en donde la energía de perturbación multimodo está dada aproximadamente por:

$$V_{ab}(z,t) = -\frac{1}{2}\mathcal{P}\sum_{n} E_n(t)\exp[-i(\nu_n t + \phi_n(t))]\,U_n(z) \qquad (2.46)$$

No existen contribuciones nulas por los elementos fuera de la diagonal en el orden cero ($V = 0$), pero de las ecuaciones (2.45a) y (2.45b) puede verse la contribución por parte de los elementos de la diagonal. Por ejemplo, multiplicando la ecuación (2.49) por el factor de integración $\exp(\gamma_a t)$, tenemos

$$\frac{d[\rho_{aa}^{(0)}\exp(\gamma_a t)]}{dt} = \lambda_a \exp(\gamma_a t)$$

Integrando esta última ecuación desde $-\infty$ hasta t, obtenemos

$$\rho_{aa}^{(0)}(z,t) = \lambda_a \gamma_a^{-1} \qquad (2.47)$$

Con similar resultado para $\rho_{bb}^{(0)}$. Por lo tanto la diferencia de población para el orden cero es

$$N(z,t) = \rho_{aa}^{(0)} - \rho_{bb}^{(0)} = \lambda_a \gamma_a^{-1} - \lambda_b \gamma_b^{-1} \qquad (2.48)$$

Usando esta diferencia para evaluar la integral formal de los elementos fuera de la diagonal, ρ_{ab}, en el primer orden, tenemos

$$\rho_{ab}^{(1)} = i\hbar^{-1}\int_{-\infty}^{t} dt' \exp\,[-(i\omega + \gamma)(t - t')]\,V_{ab}(t')\,[\rho_{aa}^{(0)} - \rho_{bb}^{(0)}]$$

$$= -\frac{1}{2}\,i\rho\hbar^{-1}\,N(z,t)\sum_{\sigma} E_\sigma(t)\exp[-i(\nu_\sigma t + \phi_\sigma)]\,U_\sigma(z)$$

$$\times \int_{-\infty}^{t} dt' \exp\{-[i(\omega - \nu_\sigma) + \gamma](t - t')\}$$

$$= -\frac{1}{2} i\rho\hbar^{-1} N(z,t) \sum_{\sigma} E_\sigma(t) \exp[-i(\nu_\sigma t + \phi_\sigma)] U_\sigma(z) \mathcal{D}(\omega - \nu_\sigma) \quad ...(2.49)$$

donde se ha usado la abreviación

$$\mathcal{D}_x(\Delta\omega) = \frac{1}{\gamma_x + i\Delta\omega}, \qquad x = a,b. \qquad (2.50)$$

En el lado derecho de la ecuación (2.49), se ha supuesto que E_σ, ϕ_σ y $N(z,t)$ varían poco en un tiempo $1/\gamma$, y que en consecuencia estos factores pueden ser llevados fuera de la integral. Sustituyendo la ecuación (2.49) dentro de la ecuación (2.45a), podremos encontrar la ecuación que da la población en el nivel superior:

$$\rho_{aa} \equiv \rho_{aa}^{(0)} + \rho_{aa}^{(2)} = \lambda_a - \gamma_a\rho_{aa} - \left[\frac{1}{4}\left(\frac{\rho}{\hbar}\right) N \sum_{\rho}\sum_{\sigma} E_\rho E_\sigma \right.$$

$$\left. \times \exp\{i[(\nu_\rho - \nu_\sigma)t + \phi_\rho - \phi_\sigma]\} \mathcal{D}(\omega - \nu_\sigma) U_\rho^* U_\sigma + c.c.\right] \quad (2.51)$$

Integrando la ecuación anterior (2.51), obtenemos la contribución de segundo orden

$$\rho_{aa}^{(2)} = -\frac{1}{4}\left(\frac{\rho}{\hbar}\right)^2 N \sum_{\rho}\sum_{\sigma} E_\rho E_\sigma U_\rho^* U_\sigma \exp\{i[(\nu_\rho - \nu_\sigma)t + \phi_\rho + \phi_\sigma]\}$$

$$\times \mathcal{D}_a(\nu_\rho - \nu_\sigma) \mathcal{D}(\omega - \nu_\sigma] + c.c. \qquad (2.52)$$

Aquí suponemos que la amplitud de los modos y sus fases varían lentamente en tiempos $1/\gamma_a$ y $1/\gamma_b$. Esto es generalmente

una buena aproximación para el láser de He-Ne, pero no lo es, por ejemplo, para el láser de rubí, donde $\gamma_a \cong 2\pi$ KHz ($= 10^3\ seg^{-1}$).

Por su parte la contribución de segundo orden para la población en el nivel inferior puede encontrarse a través de

$$\rho_{bb}^{(2)} = - \rho_{aa}^{(2)} \qquad \text{cambiando} \qquad \gamma_a \rightarrow \gamma_b \tag{2.53}$$

Combinando la ecuación (2.53) y la ecuación (2.52), podemos obtener la contribución de segundo orden a la diferencia de población

$$\rho_{aa}^{(2)} - \rho_{bb}^{(2)} =$$

$$= - \frac{1}{4} \left(\frac{\rho}{\hbar} \right)^2 N \sum_{\rho} \sum_{\sigma} E_\rho E_\sigma U_\rho^* U_\sigma \exp\{i[(\nu_\rho - \nu_\sigma)t + \phi_\rho + \phi_\sigma]\}$$

$$X\left[\mathcal{D}_a(\nu_\rho - \nu_\sigma) + \mathcal{D}_b(\nu_\rho - \nu_\sigma)\right]\left[\mathcal{D}(\omega - \nu_\sigma) + \mathcal{D}(\nu_\rho - \omega)\right] \tag{2.54}$$

Para encontrar la contribución de tercer orden sustituimos la ecuación (2.54) en la integral formal para ρ_{ab}, entonces obtenemos

$$\rho_{ab}^{(3)} = \frac{1}{8} \left(\frac{\rho}{\hbar} \right)^3 N \sum_{\mu} \sum_{\rho} \sum_{\sigma} E_\mu E_\rho E_\sigma U_\mu U_\rho^* U_\sigma$$

$$X \exp\{-i[(\nu_\mu - \nu_\rho + \nu_\sigma)t + \phi_\mu - \phi_\rho + \phi_\sigma]\} \mathcal{D}(\omega - \nu_\mu + \nu_\rho - \nu_\sigma)$$

$$X\left[\mathcal{D}_a(\nu_\rho - \nu_\sigma) + \mathcal{D}_b(\nu_\rho - \nu_\sigma)\right]\left[\mathcal{D}(\omega - \nu_\sigma) + \mathcal{D}(\nu_\rho - \omega)\right] \tag{2.55}$$

Combinando la ecuación (2.55) con la ecuación de polarización compleja

$$\frac{\int_0^L dz\, N(z)\, U_n^*(z)\, U_\mu(z)\, U_\rho(z)\, U_\sigma(z)}{\int_0^L dz\, |U_n(z)|^2} \qquad (2.56)$$

Para un láser unidireccional los modos normales están dados por $U_n(z) = \text{sen}\, K_n z$, y el producto de los senos puede ser simplificado utilizando una identidad trigonométrica y en el desarrollo mantendremos los términos que varíen lentamente en z.

Además podemos observar que en la ecuación para la polarización con la ecuación (2.55) incluye el factor de fase $\exp[-i(\nu_n - \nu_\mu + \nu_\rho - \nu_\sigma)t]$. Entonces, E_n, en la ecuación (2.55) no puede responder a variaciones de frecuencia mayores que el ancho de banda de la cavidad ν/Q, por lo que conservaremos los términos en los cuales $\nu_n - \nu_\mu + \nu_\rho - \nu_\sigma \approx 0$; esto es, los términos para los cuales

$$n = \mu - \rho + \sigma \,. \qquad (2.57)$$

Con esto, el producto de los senos en la ecuación (2.61) llega a

$$\frac{1}{8}\left\{1 + \cos[2(K\sigma - K\rho)z] + \cos[2(K\mu - K\rho)z]\right\}$$

y por la ecuación (2.55), la contribución de tercer orden para la polarización compleja es

$$\mathcal{P}_n^{(3)} = \frac{1}{16}\, p^4\, \hbar^{-3}\, \bar{N} \sum_{\mu}\sum_{\rho}\sum_{\sigma} E_\mu E_\rho E_\sigma \exp(i\Psi_{n\mu\rho\sigma})$$

$$\times \left[1 + \bar{N}^{-1}\,(N_{2(\sigma-\rho)} + N_{2(\mu-\rho)})\right] \mathcal{D}(\omega - \nu_\mu + \nu_\rho - \nu_\sigma)$$

$$\times \left[\mathcal{D}_a(\nu_\rho - \nu_\sigma) + \mathcal{D}_b(\nu_\rho - \nu_\sigma)\right]\left[\mathcal{D}(\omega - \nu_\sigma) + \mathcal{D}(\nu_\rho - \omega)\right] \quad (2.58)$$

donde las fases relativas

$$\Psi_{n\mu\rho\sigma} = (\nu_n - \nu_\mu + \nu_\rho - \nu_\sigma)t + \phi_n - \phi_\mu + \phi_\rho - \phi_\sigma \quad (2.59)$$

y los componentes espaciales de Fourier

$$N_{2l} = \frac{1}{L}\int_0^L dz\, N(z)\, \cos[(2l\pi/L)z] \quad (2.60)$$

además $N_0 = \bar{N}$

Combinando la polarización compleja

$$\mathcal{P}_n(t) = \mathcal{P}_n^{(1)}(t) + \mathcal{P}_n^{(3)}(t) \quad (2.61)$$

determinada por las ecuaciones (2.49) y (2.58) con las ecuaciones de autoconsistencia (2.42,a), obtenemos las ecuaciones Para la amplitud y frecuencia para operación multimodo

$$\dot{E}_n = a_n E_n - \sum_{\mu}\sum_{\rho}\sum_{\sigma} E_\mu E_\rho E_\sigma\, Im\left\{\mathcal{I}_{n\mu\rho\sigma}\, \exp(i\Psi_{n\mu\rho\sigma})\right\} \quad (2.62)$$

$$\nu_n + \dot{\phi}_n = \Omega_n + \sigma_n - \sum_{\mu}\sum_{\rho}\sum_{\sigma} E_\mu E_\rho E_\sigma E_n^{-1}\, Re\left\{\mathcal{I}_{n\mu\rho\sigma}\, \exp(i\Psi_{n\mu\rho\sigma})\right\} \quad (2.62a)$$

Es de hacer notar que estos resultados son muy distintos del caso tomado usualmente para explicar funcionamientos básicos de un láser con un solo modo.

Este capitulo es importante, pues aqui se muestran las ecuaciones que fueron modeladas numéricamente y del cual dependian los resultados de este trabajo. Aún cuando el desarrollo matemático está fuera de los objetivos de este trabajo es importante conocer el desarrollo de estas ecuaciones asi como las diferencias entre ellas. Sin embargo el motivo del porqué fueron utilizadas estas ecuaciones en particular, será informado en el capitulo 4.

CAPITULO TRES

3.1 Introducion

El desarollo e investigación de laseres de CO_2 longitudinales de mediana y baja potencia (≤ 30 Watts), ha sido una parte importante de enfoque en el laboratorio de láseres del CIO. Todo esto con la idea de desarrollar un sistema láser de baja potencia compacto y capaz de ser utilizado en algunas aplicaciones especificas como cirugia, curación dental, etc. En el diseño de este sistema láser una importante restricción es el sistema de enfriamiento, el cual debe ser eficiente y compacto, acorde con la idea global del sistema láser.

Cabe hacer notar que desde el descubrimiento del láser se han realizado diversas investigaciones que tienen como finalidad estudiar la presencia y dinámica de diversos tipos de inestabilidades en éste. En particular el estudio de inestabilidades en la potencia de salida. En estos estudios se han variado diferentes parámetros del sistema, como frecuencia de bombeo, longitud de la cavidad, densidad y proporciones de las subtancias y elementos usados en el medio activo, etc.

En el trabajo aquí reportado se encontró que un láser longitudinal de CO_2 presenta importantes fluctuaciones en su potencia de salida cuando el sistema de refrigeración es desconectado, de este modo la temperatura de la cavidad se

incrementa linealmente y la potencia de salida del láser mostró una variación periódica modulada por una exponencial decreciente. La observación de un decrecimiento de potencia era de esperarse, pues es sabido [W.J.Witteman, 1987], que el calentamiento de la mezcla de un gas de CO_2 degrada la inversión de población debido a que térmicamente se incrementa la densidad de población del nivel láser inferior reduciéndose con esto la densidad de inversión de población entre los niveles de transición láser . Esto hasta alcanzar temperaturas del orden de $150^{0}C$.

Este resultado tiene importantes implicaciones prácticas en el diseño y construcción de los láseres compactos de uso manual anteriormente mencionados, y motivó la realización de más experimentos con la finalidad de conocer con precisión el motivo de la inestabilidad en la potencia de salida. En estos experimentos se variaron los parámetros de longitud de cavidad, temperatura de la cavidad, corriente y voltaje de alimentación, además se realizó una comparación entre los resultados obtenidos y los predichos por tres diferentes modelos teóricos simulados en la computadora. De este modo fué posible establecer qué modelo describe mejor los experimentos realizados.

3.2 Experimentos

Para la realización del trabajo experimental se construyó un láser longitudinal de CO_2 con las siguientes características:

* Diámetro interno del tubo de descarga ... 6 mm
* Longitud de descarga ... 35 ± .5 cm
* Longitud del resonador ... 47 cm
* Un espejo Au, H.R.(99.9 %), @ 10.6 μm
* Un espejo Zn Se, R (85 %), @ 10.6 μm
* Liquido de refrigeración; aceite dieléctrico
* Gasto de liquido de refrigeración; 5 lts/min
* Mezcla de gas; Ne (13.5%), CO_2 (4.5%), He (82%)
* Corriente de excitación; A.C. 0 - 40 mA
* Voltaje de excitación; A.C. 0 - 7 Kv
* Vacio de operación; 57 mm de Hg

La figura 3.1 muestra el diagrama mecánico de las cabezas del láser construido, la figura 3.2 muestra el diagrama de la distribución del sistema láser, la figura 3.3 muestra el diagrama de conexión eléctrica y por último las figuras 3.4 y 3.5 nos muestran los diagramas de las dos diferentes conexiones en el sistema de enfriamiento que fueron utilizados. Cada una de estas conexiones tiene efectos muy diferentes en la temperatura de la cavidad láser, y esto será discutido en la última sección de este capitulo.

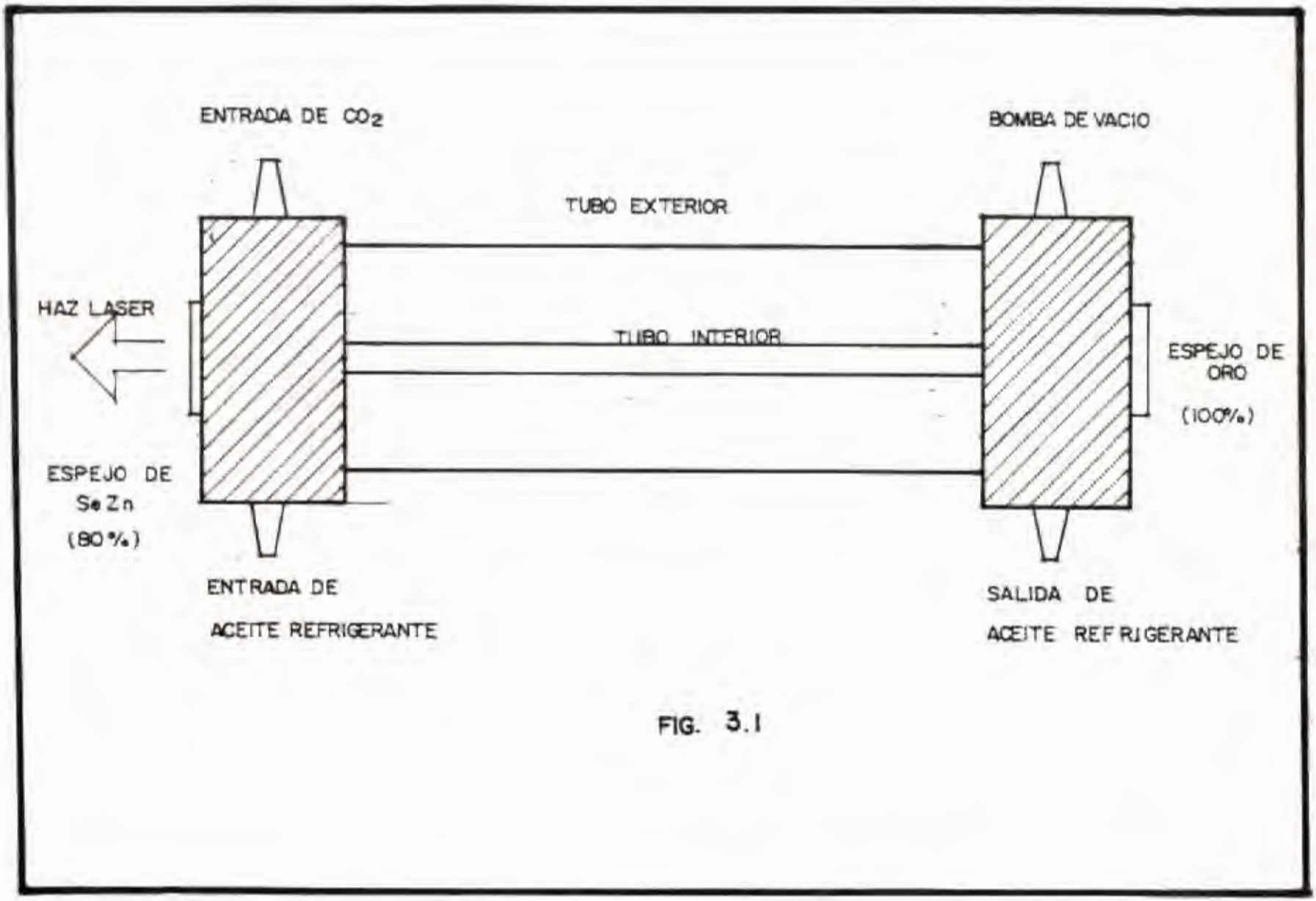

ENTRADA DE CO_2
BOMBA DE VACIO
TUBO EXTERIOR
HAZ LASER
TUBO INTERIOR
ESPEJO DE ORO
(100%)
ESPEJO DE
Se Zn
(80%)
ENTRADA DE
ACEITE REFRIGERANTE
SALIDA DE
ACEITE REFRIGERANTE

FIG. 3.1

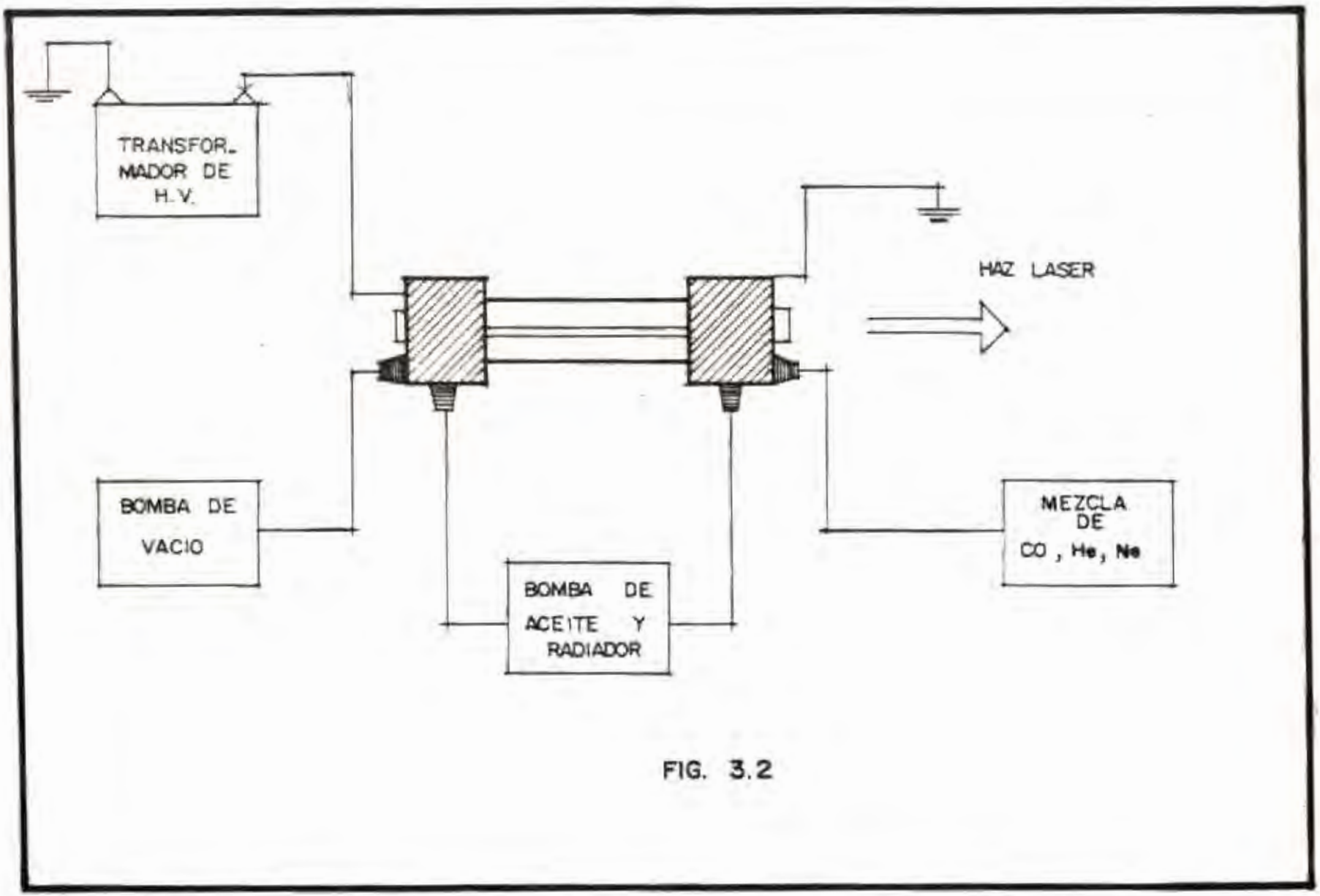

TRANSFOR-
MADOR DE
H.V.
HAZ LASER
BOMBA DE
VACIO
BOMBA DE
ACEITE Y
RADIADOR
MEZCLA
DE
CO , He, Ne

FIG. 3.2

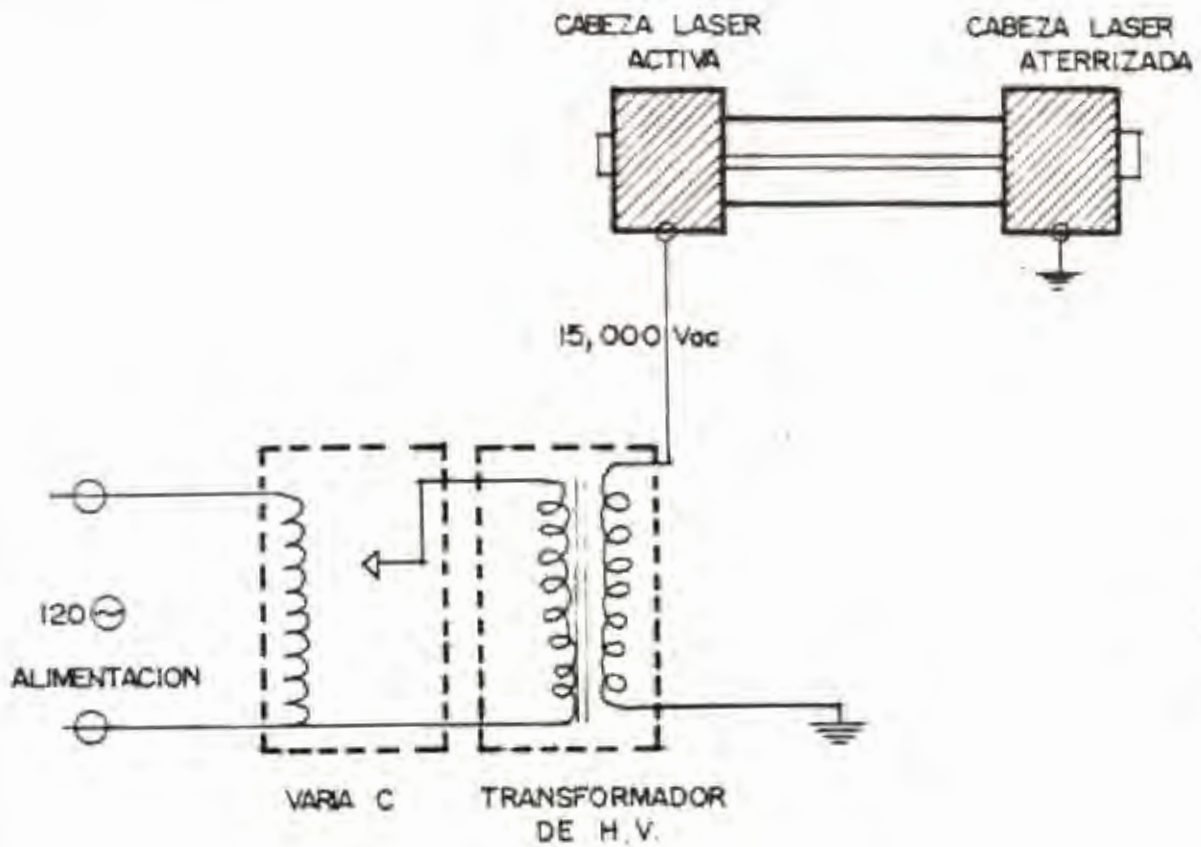

CABEZA LASER
ACTIVA
CABEZA LASER
ATERRIZADA
15,000 Vac
120
ALIMENTACION
VARIA C
TRANSFORMADOR
DE H.V.

FIG. 3.3

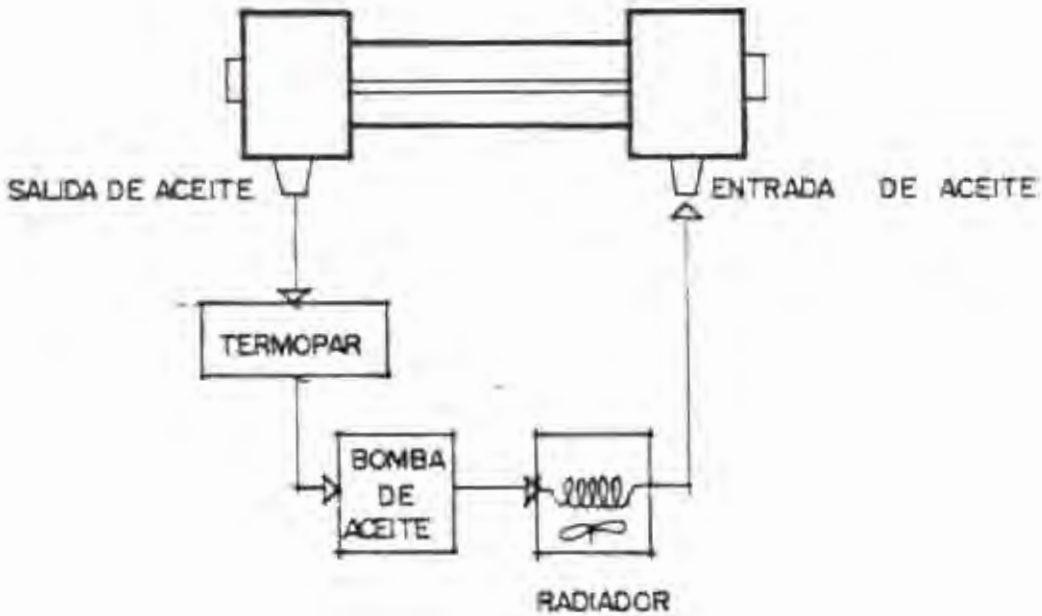

SALIDA DE ACEITE
ENTRADA DE ACEITE
TERMOPAR
BOMBA DE ACEITE
RADIADOR

FIG. 3.4

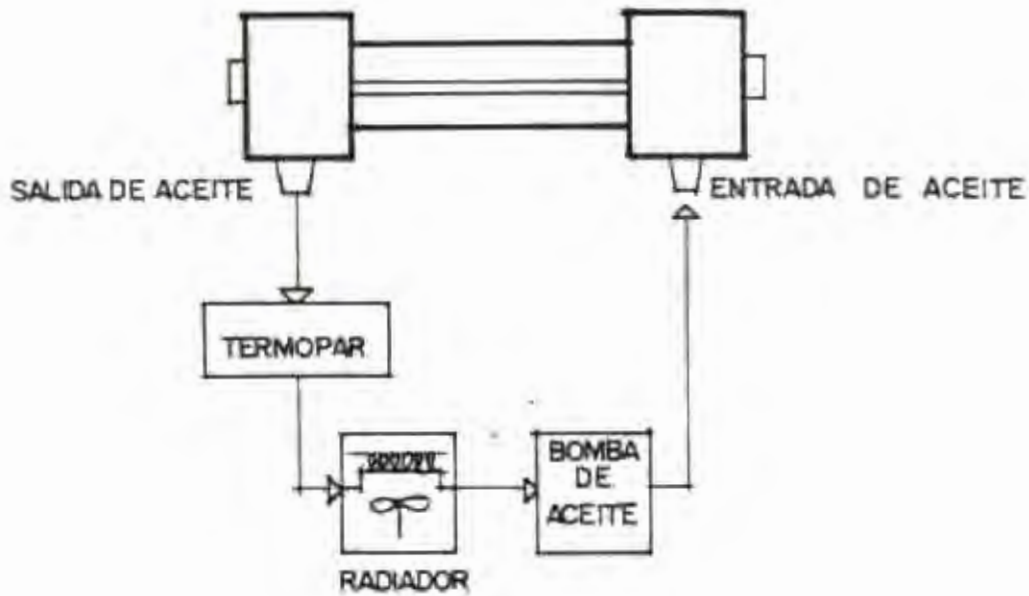

SALIDA DE ACEITE
ENTRADA DE ACEITE
TERMOPAR
BOMBA DE ACEITE
RADIADOR

FIG. 3.5

3.3 Experimento 1

El objetivo principal de este experimento consiste fundamentalmente en conocer con certeza, qué tan importante es el sistema de refrigeración en un sistema láser compacto de baja potencia, y qué consecuencias se observarían en la potencia de salida debido a la ausencia de refrigerante en la cavidad láser.

En busca de este fin, el sistema láser fue puesto en operación sin contar con el circuito refrigerante y sin tubo externo (ver fig. 3.1). Un transductor de temperatura (termopar) fue colocado a la superficie del tubo interno (ver Fig. 3.1) con el objeto de conocer cualquier variación de temperatura que tuviera lugar en la cavidad láser al momento de realizar la descarga. La salida de dicho transductor y del medidor de la potencia de salida del láser (Coherent Mod. 201) fueron conectados a un graficador bidimensional X-Y (Tetro FX-39), que nos permitió observar simultáneamente la evolución temporal de la potencia de salida y del incremento de temperatura de la cavidad láser. El experimento se realizó satisfactoriamente en más de 30 ocasiones, en donde en cada una de ellas se mantuvieron todos los parámetros constantes, e inclusive la alineación del láser se optimizó de tal manera que la potencia resultante fuera máxima (cerca de 9 watts). Un ejemplo típico de estos resultados se muestra en la figura 3.6.

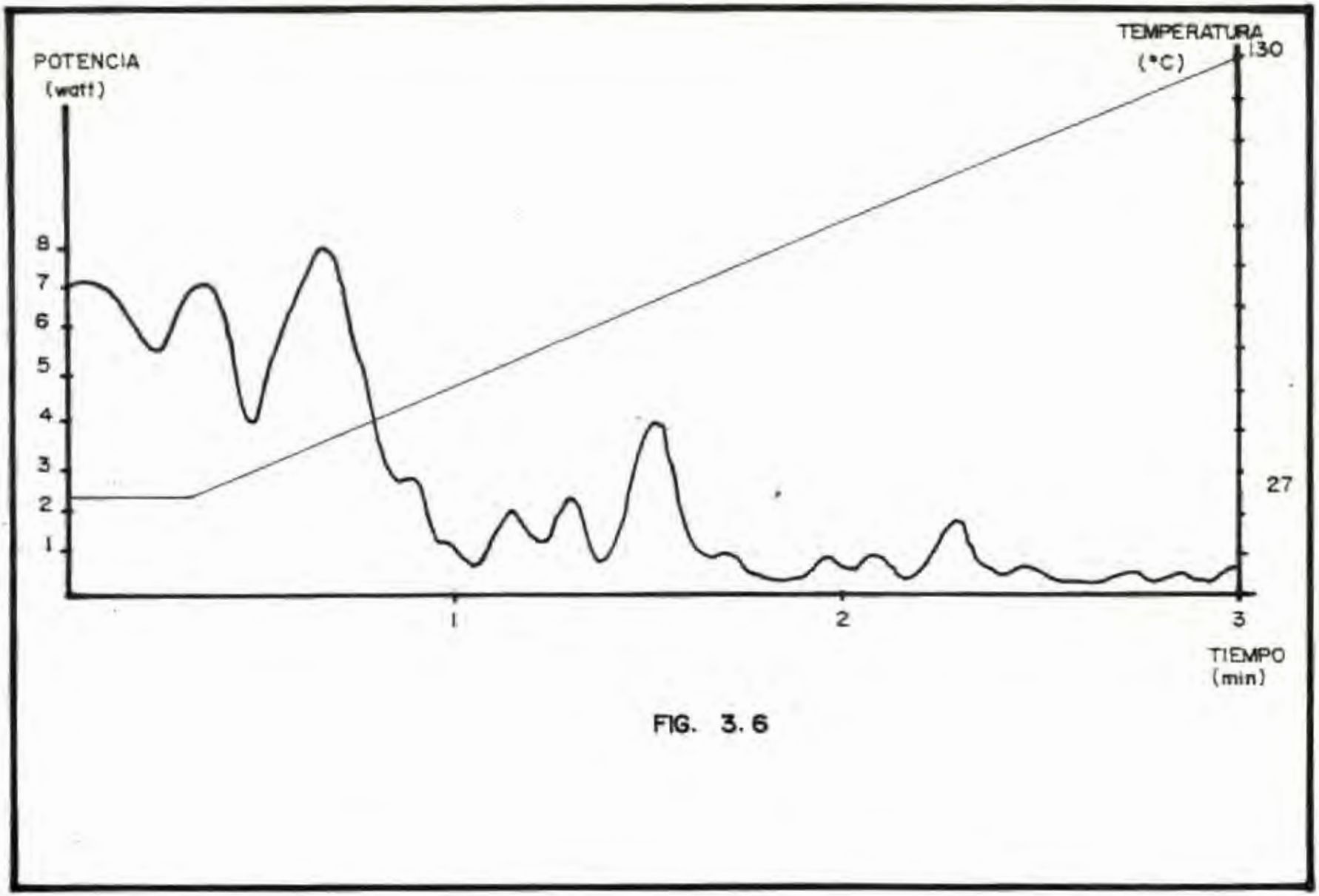


FIG. 3.6

Podemos ver que la temperatura tiene un incremento lineal desde la temperatura ambiente ($27^{o}C$) hasta 130 ^{o}C a una razón de 33 ^{o}C/min cuando el láser era operado con sus parámetros típicos de voltaje y corriente de 7 Kv y 30 mA. Por otra parte podemos observar que la potencia de salida presenta un patrón de oscilación repetitivo modulado por una exponencial decreciente. La potencia máxima fue alcanzada en los primeros 5 segundos y tuvo un valor de 8 watts, mientras que la potencia llegó al valor de cero en un tiempo de 3.2 minutos.

En cada una de las ocasiones en que el experimento fue repetido, la similitud de los resultados obtenidos se hizo patente, como puede verse en las figuras 3.7, 3.8 y 3.9. Sin embargo, se registraron ciertos valores extremos, por ejemplo; la temperatura máxima registrada fue de $150^{o}C$, la potencia máxima observada fué de 9 watts, mientras que la potencia mínima fue de cero watts, el tiempo máximo de duración de un experimento fue de 13 minutos y este tiempo fue limitado debido a que se temía que, como una consecuencia de la alta temperatura, la cavidad láser se dañara. Para efectos de conocer los valores de potencia y tiempo, los resultados obtenidos en cada una de las repeticiones del experimento fueron promediados, la desviación estándar para la potencia fue de 0.5, mientras que la desviación para el tiempo fue de 1.1. Aunque lo realmente importante es la similitud cualitativa de cada una de las formas de onda que indican las variaciones de la intensidad de salida.

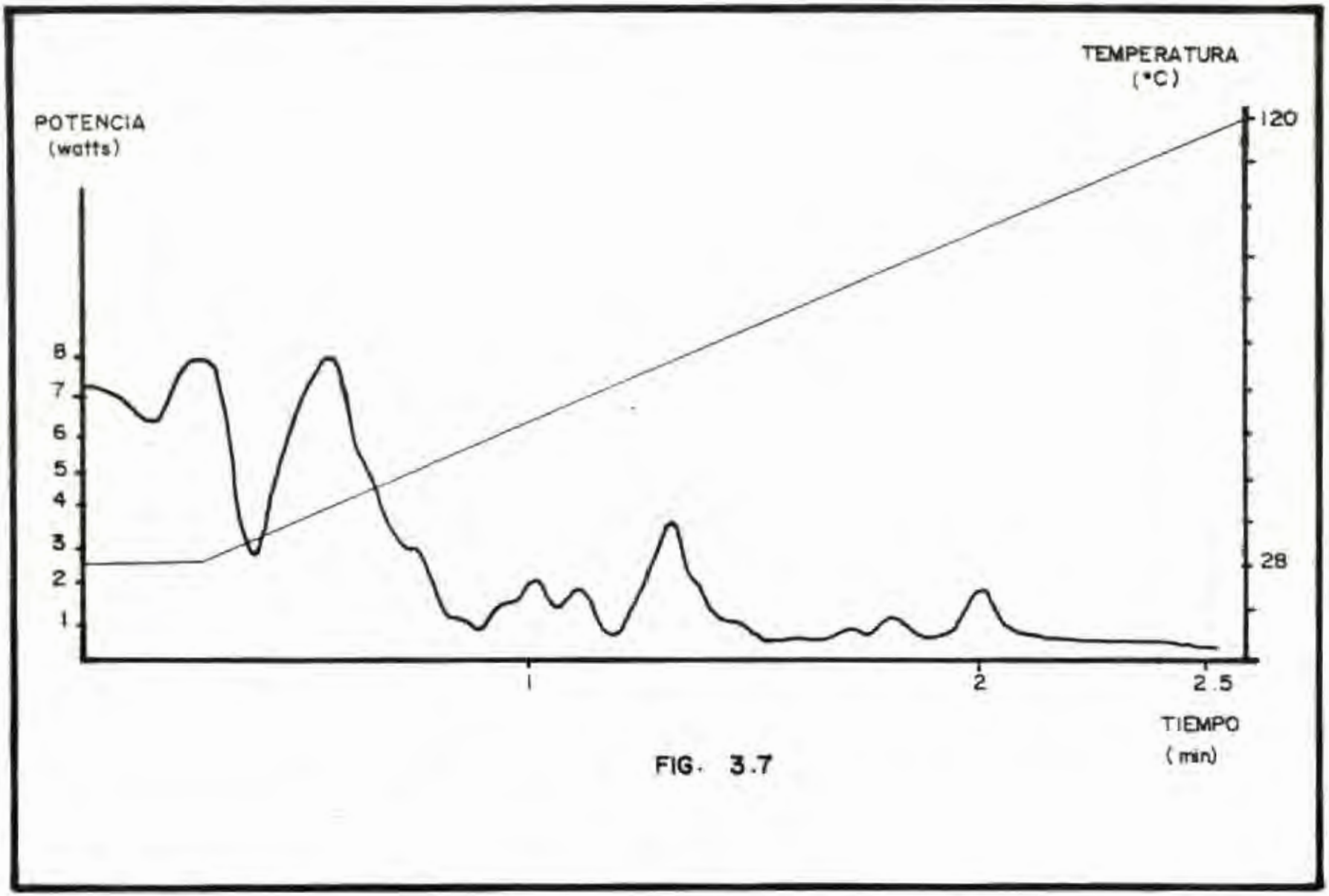

TEMPERATURA
(°C)
POTENCIA
(watts)
120
28
8
7
6
5
4
3
2
1
1
2
2.5
TIEMPO
(min)

FIG. 3.7

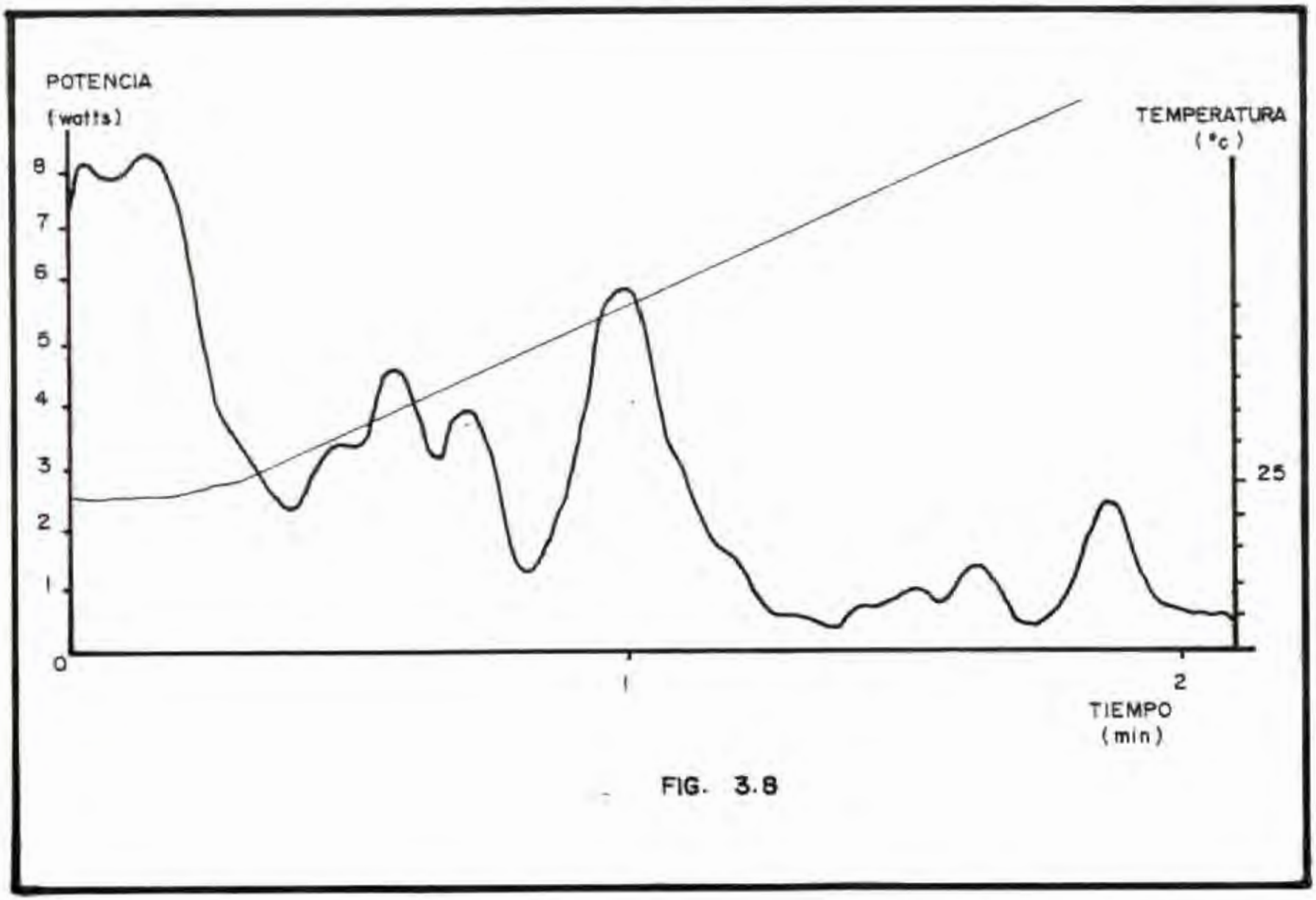


FIG. 3.8

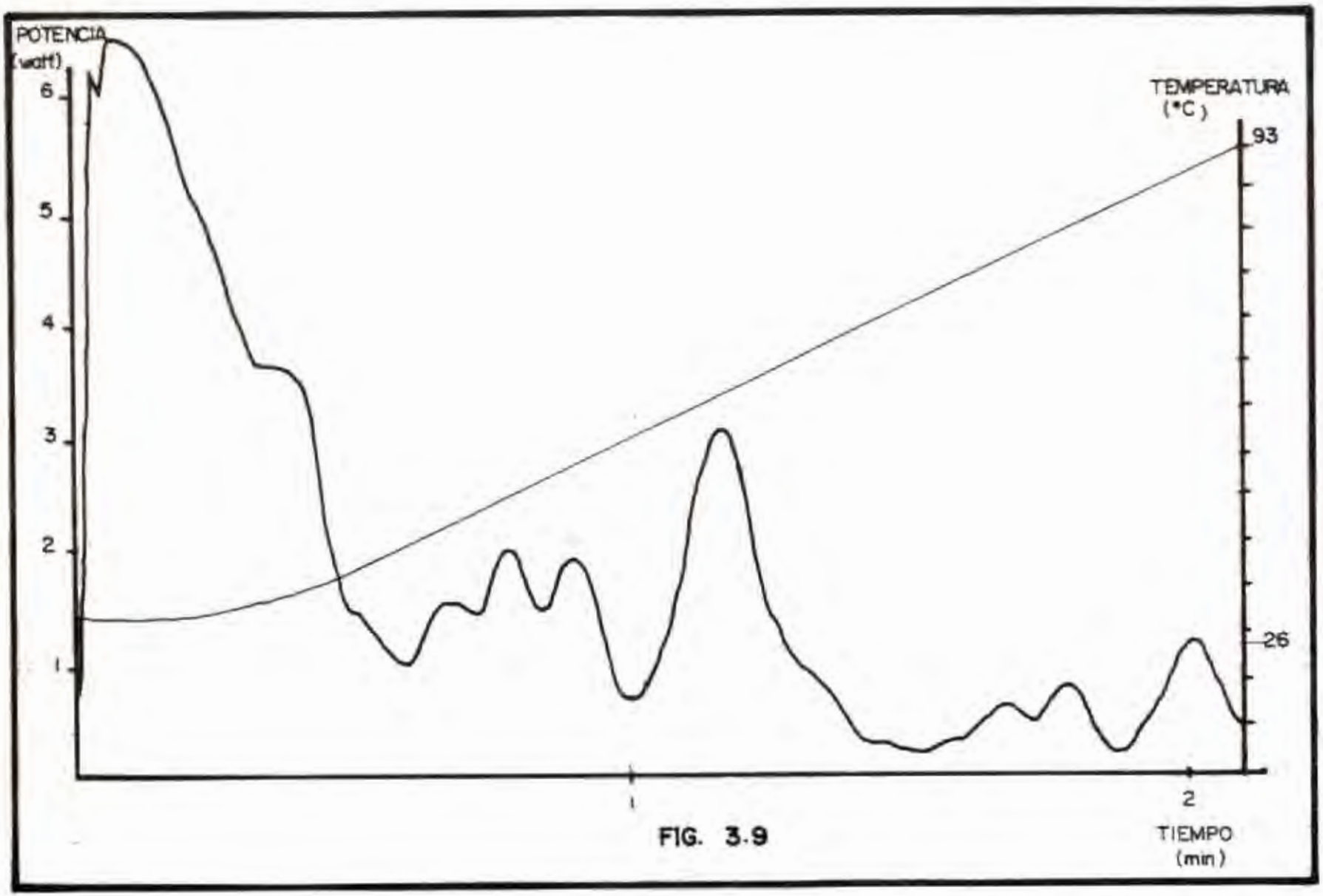


FIG. 3.9

Hay que hacer notar que las primeras variaciones en cada una de las repeticiones, equivalentes a los primeros 5 segundos, pueden despreciarse, pues éstas, están afectadas por la calibración inicial de corriente y voltaje.

Cabe mencionar que en el experimento también fueron variados los parámetros de corriente y voltaje de alimentación y descarga respectivamente, donde, como podemos apreciar en la figura 3.10, el resultado del experimento es cualitativamente el mismo, sin embargo cuantitativamente varía ligeramente, obsérvese en las diferentes escalas de la figura 3.10.

Para determinar cuál de los dos efectos observados en la potencia (i.e. las oscilaciones y el decrecimiento exponencial) es debido al incremento de temperatura se realizaron los siguientes tres experimentos.

3.4 Experimento 2

El experimento principal en este trabajo es sin duda alguna el experimento anterior, ya que de sus resultados surgió la necesidad de investigar sus causas. El presente experimento surge como una necesidad de conocer cuál es el efecto real del incremento de temperatura en la cavidad láser.

Entonces para este experimento se utilizó un láser con idénticas características que el usado en el experimento 1. Sin embargo en esta ocasión sí se instaló el tubo externo de láser,

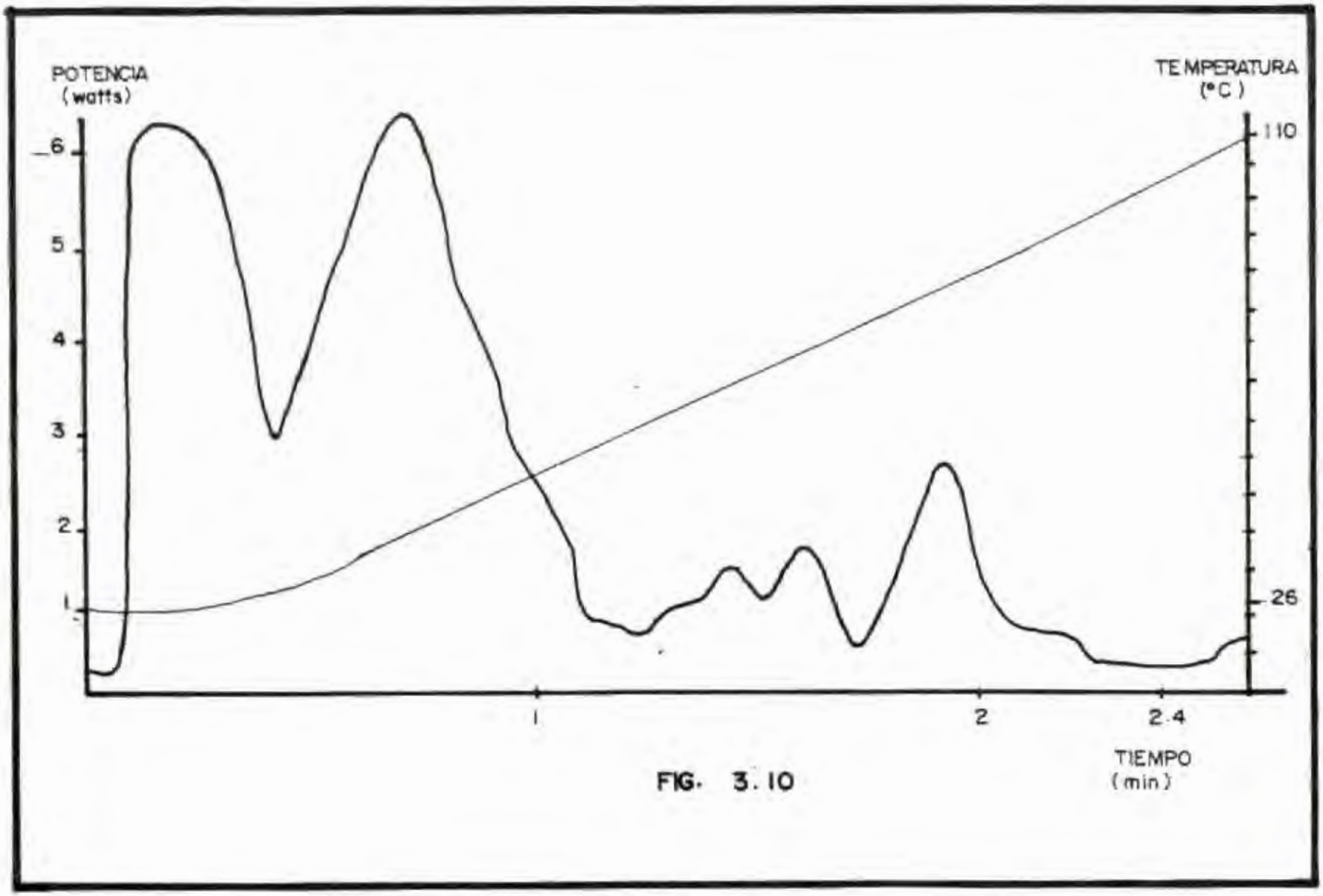


FIG. 3.10

para poder utilizar el sistema de refrigeración (ver la figura 3.1). Dicho sistema de enfriamiento garantiza una temperatura máxima estable de 35^{0}C aun si el láser está operando a una potencia máxima de 25 W. El sensor de temperatura fue el mismo que se usó en el experimento 1, sin embargo, debido a la presencia del tubo exterior del sistema de enfriamiento del láser, el sensor de temperatura no se instaló en la superficie del tubo interno del láser sino en la manguera de salida del sistema de refrigeración del mismo, monitoreando de este modo la temperatura del liquido de enfriamiento inmediatamente después de pasar a través de la cavidad láser. El circuito de refrigeración consta solamente de una manguera de entrada, la cual inyecta aceite frio a la cavidad láser, una manguera de salida, por la cual fluye aceite caliente fuera de la cavidad, un serpentin que enfria el aceite y por último una bomba que envia el aceite frio (Figs. 3.4 y 3.5). Podemos observar entonces, que cualquier incremento en la temperatura de la cavidad láser, repercutirá en un incremento de temperatura del aceite que fluye hacia afuera de la cavidad.

El resultado obtenido para la potencia y temperatura se muestra en la figura 3.11. Podemos notar que las oscilaciones en la potencia persisten y que el patrón de oscilación es cualitativamente muy similar al ya observado en el experimento 1.

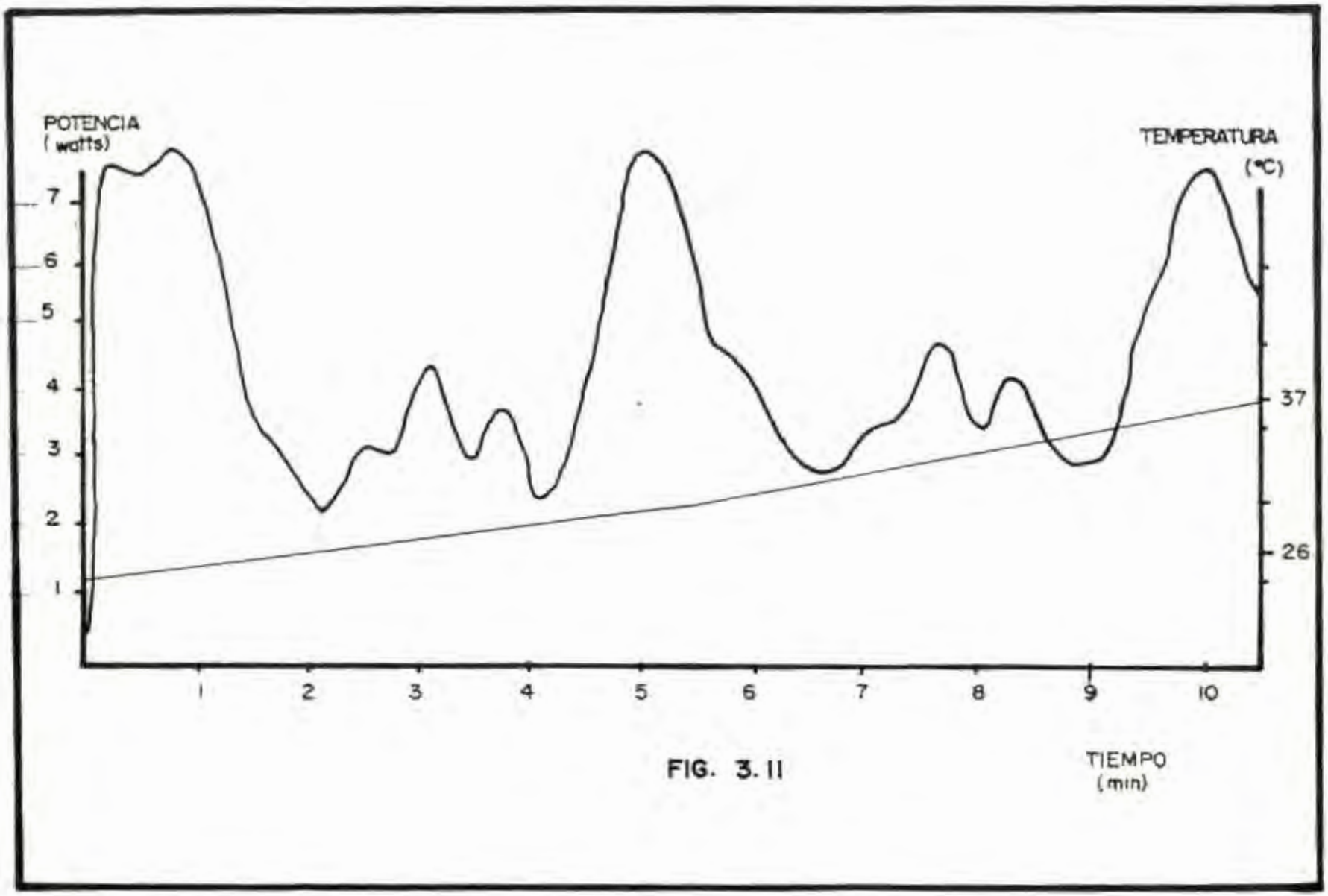

POTENCIA
(watts)
7
6
5
4
3
2
1
TEMPERATURA
(°C)
37
26
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
TIEMPO
(min)

FIG. 3.11

Sin embargo, en este caso no hay una modulación de decrecimiento exponencial en la potencia de salida, lo cual confirma que el incremento en temperatura es la causa del decrecimiento en potencia, pero no de las oscilaciones observadas. Como ya se mencionó, la observación de un decrecimiento en potencia con un incremento en la temperatura es un resultado esperado debido a que al aumentar la temperatura se tiene una disminución en los tiempos de decaimiento, lo cual causa un incremento en la población del nivel base y por tanto una inversión de población menor. En el resultado mostrado en la figura 3.11 podemos observar que la potencia máxima observada es de 9 watts, mientras que la potencia mínima es de sólo 3 watts. Además nótese que las oscilaciones tienen cualitativamente la misma forma que las que fueron obtenidas en el experimento 1, sin embargo el patrón periódico obtenido (período = 0.7 ± 0.1 mins) no muestra una variación perceptible a lo largo del tiempo observado (tiempo máximo; 10 mins.), esto es, no hay decrecimiento de ningún tipo.

Bajo la clara conclusión obtenida en este experimento, en donde los resultados muestran que la temperatura sólo causa un decrecimiento exponencial en la potencia de salida, queda finalmente por determinar el origen de las oscilaciones en ésta. Para investigar la o las causas posibles se realizaron dos experimentos más.

3.5 Experimento 3

Debido a que la única hipótesis planteada hasta ahora, en donde la temperatura es la posible causa de la inestabilidad en la potencia de salida del láser, y tomando en cuenta que el experimento número 2 dió un resultado negativo para este efecto, entonces se diseñaron otros dos experimentos más, que tienen como finalidad principal, la detección del parámetro o parámetros causantes de la inestabilidad (oscilación) mediante la variación de los mismos. Esto significa que los parámetros estimados como posible causa, son modificados y monitoreados para conocer que consecuencias trae sus variaciones a la potencia de salida del láser.

El parámetro estimado en este experimento como posible causa, es la longitud de la cavidad láser. La justificación del porqué variar este parámetro se basa, en que en este Centro se ha desarrollado un sistema láser de CO_2 de mediana potencia (35 w) al que hasta hoy no se le había detectado este tipo de inestabilidades (oscilaciones en la potencia de salida). La única diferencia clara entre este último sistema y el sistema investigado hasta este momento en el presente trabajo es la longitud de la cavidad láser.

Entonces por esta razón, se incrementó la longitud de la cavidad láser de 35 cm (experimento 1) a 88 cm, manteniendo los parámetros restantes a los mismos valores que en los experimentos

1 y 2. También se mantuvo funcionando el sistema de refrigeración.

Un resultado obtenido, es mostrado en la figura 3.12, en la gráfica se observa la evolución temporal para la potencia de salida y la temperatura del aceite de enfriamiento. Podemos observar que la potencia máxima obtenida fue de 8 watts pico mientras que la potencia mínima fue de 6.5 watts, es decir, la variación de potencia observada fue de 1.5 watts con un nivel de D.C. de 7.25 watts.

De estos resultados mostrados podemos hacer dos observaciones de importante trascendencia: la primera es que, con el láser de dimensiones similares se han obtenido en el CIO hasta 35 watts, cw, sin embargo con el fin de obtener resultados proporcionales (en potencia) entre el experimento 1, 2 y 3, los espejos originales fueron sustituidos por otros de menor reflectividad. Y segundo, es que podemos observar que la forma de la potencia de salida presenta un patrón idéntico que el obtenido en los experimentos 1 y 2, sin embargo, nótese que la magnitud de máxima de una variación, es decir la magnitud entre un valor cresta (máximo) y un valor valle (mínimo), fue de 1.5 watts, mientras que en los experimentos 1 y 2 hubo ocasiones en donde las variaciones llegaron a ser de 7 watts.

Además, como se mencionó al inicio de la presente sección, los parámetros como voltaje de alimentación, corriente de descarga, mezcla de gas, cabezas láser, son parámetros que en

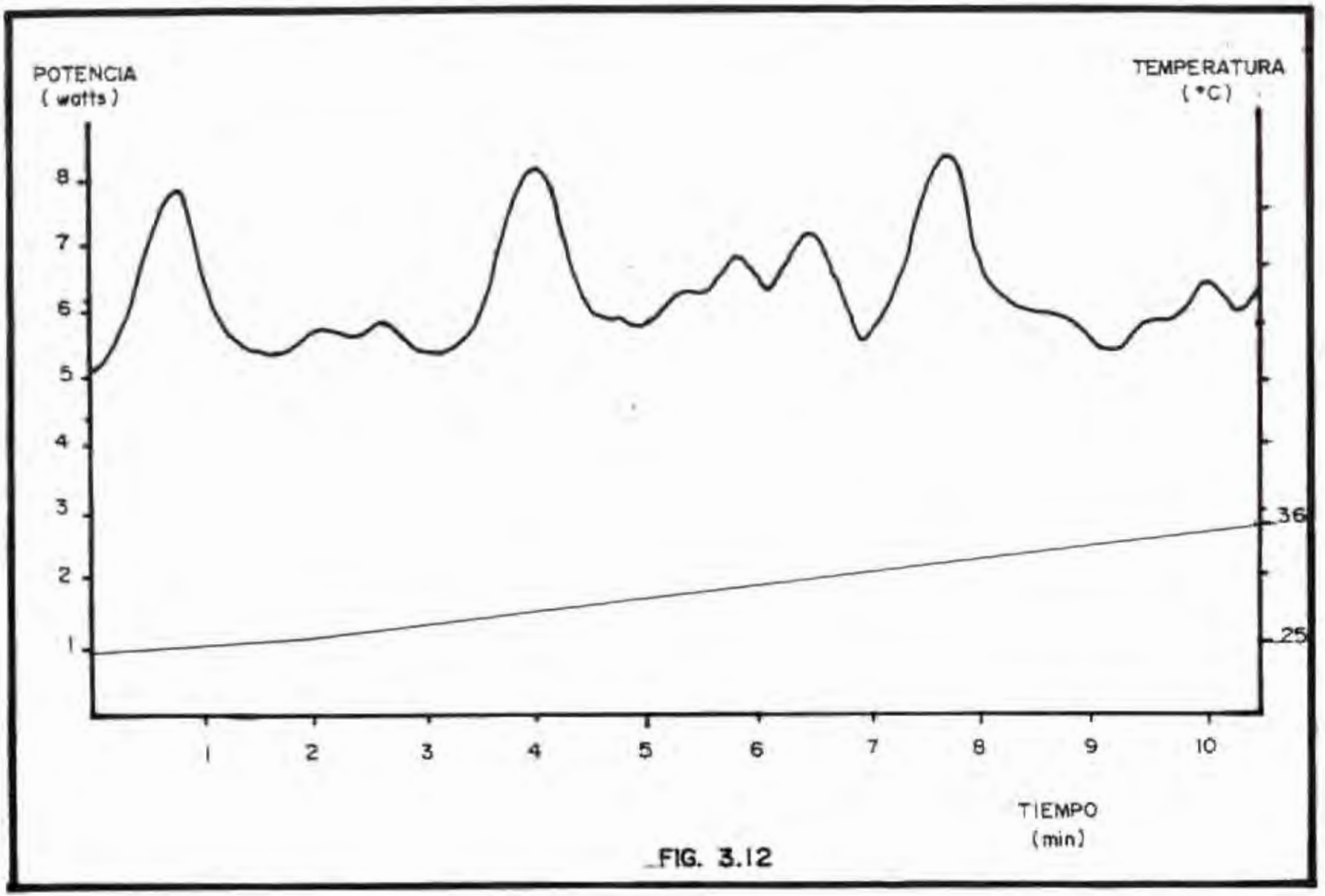

POTENCIA
(watts)
TEMPERATURA
(°C)
8
7
6
5
4
3
2
1
36
25
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
TIEMPO
(min)

FIG. 3.12

este experimento no son investigados y por lo tanto no fueron modificados (con respecto a los experimentos anteriores e inclusive se mantuvo el mismo transformador de voltaje), todo esto con la finalidad de mantener idénticas condiciones experimentales (con respecto a los dos anteriores) y de esta manera poder detectar como afecta a la potencia de salida cualquier variación del parámetro a investigar.

De los resultados obtenidos en este experimento podemos concluir que la longitud de la cavidad puede influir en la magnitud de la inestabilidad en la potencia de salida, pero, ¿ De que manera ?. Una hipótesis alternativa sería el hecho de pensar que una modificación a la longitud de la cavidad tiene como consecuencia una modificación en la competición de los modos longitudinales, resultando en que, modos que antes podrían ser considerados despreciables ahora tengan una magnitud apreciable.

Sin embargo otra posible causa de la disminución de las variaciones en la potencia podría ser una consecuencia de la magnitud de la potencia del láser, por lo que el parámetro que modificamos a continuación es la reflectividad de los espejos láser, mientras que la investigación sobre la competición de modos como posible causa, será analizada de forma numérica en el siguiente capítulo.

3.6 Experimento 4

Como mencionamos al final de la sección anterior en este experimento modificaremos la reflectividad de los espejos láser, con la finalidad de optimizar el sistema y que este entrege toda la potencia para el que fue diseñado.

El sistema láser utilizado en este experimento es idéntico al que fue utilizado en el experimento anterior (3) optimizando tan sólo, la reflectividad de los espejos de la cavidad, utilizando para el sistema los dos arreglos para el circuito de enfriamiento, esto con el fin de enfriar más la cavidad láser y así aumentar la potencia de salida.

Sin embargo al mismo tiempo serán modificadas las conexiones del circuito de enfriamiento variando solamente la posición de dos elementos; la bomba y el serpentín. Esta modificación puede parecer poco trascendente, pero el resultado neto de este intercambio de lugar se traduce en un incremento o decremento (según sea el caso) de temperatura en la cavidad láser. Por ejemplo, la bomba de aceite es colocada primero en el circuito (ver fig. 3.4), la temperatura del aceite que llega a la cavidad láser será menor. Por el contrario, si el serpentín es colocado en primer lugar (ver Fig. 3.5), el aceite llegará a la cavidad con un pequeño incremento de temperatura debido al paso por la bomba de aceite.

Para los dos diferentes arreglos del sistema de refrigeración que fueron investigadas, y cuyos diagramas son mostrados en las figuras 3.4 y 3.5, los resultados de potencia y temperatura obtenidos son mostrados en las gráficas 3.13 y 3.14 respectivamente. Estos resultados muestran que la potencia pico obtenida es de 25 watts, donde el valor mínimo obtenido es de 23 watts. Se puede verificar en las figuras que el patrón oscilatorio sigue siendo el mismo que el obtenido en los experimentos anteriores, cualitativamente hablando, independientemente de la temperatura del aceite de enfriamiento que varía desde la temperatura ambiente ($27^{o}C$) hasta $35^{o}C \pm 2^{o}C$. Además también se puede observar en los resultados mostrados en las figuras 3.13 y 3.14, que las formas de onda para cada arreglo no son significativamente diferentes, pero (un suceso que hay que notar) es que parece que la variación pico-pico de las oscilaciones se reduce conforme el tiempo transcurre, al mismo tiempo que la frecuencia de cada periodo disminuye.

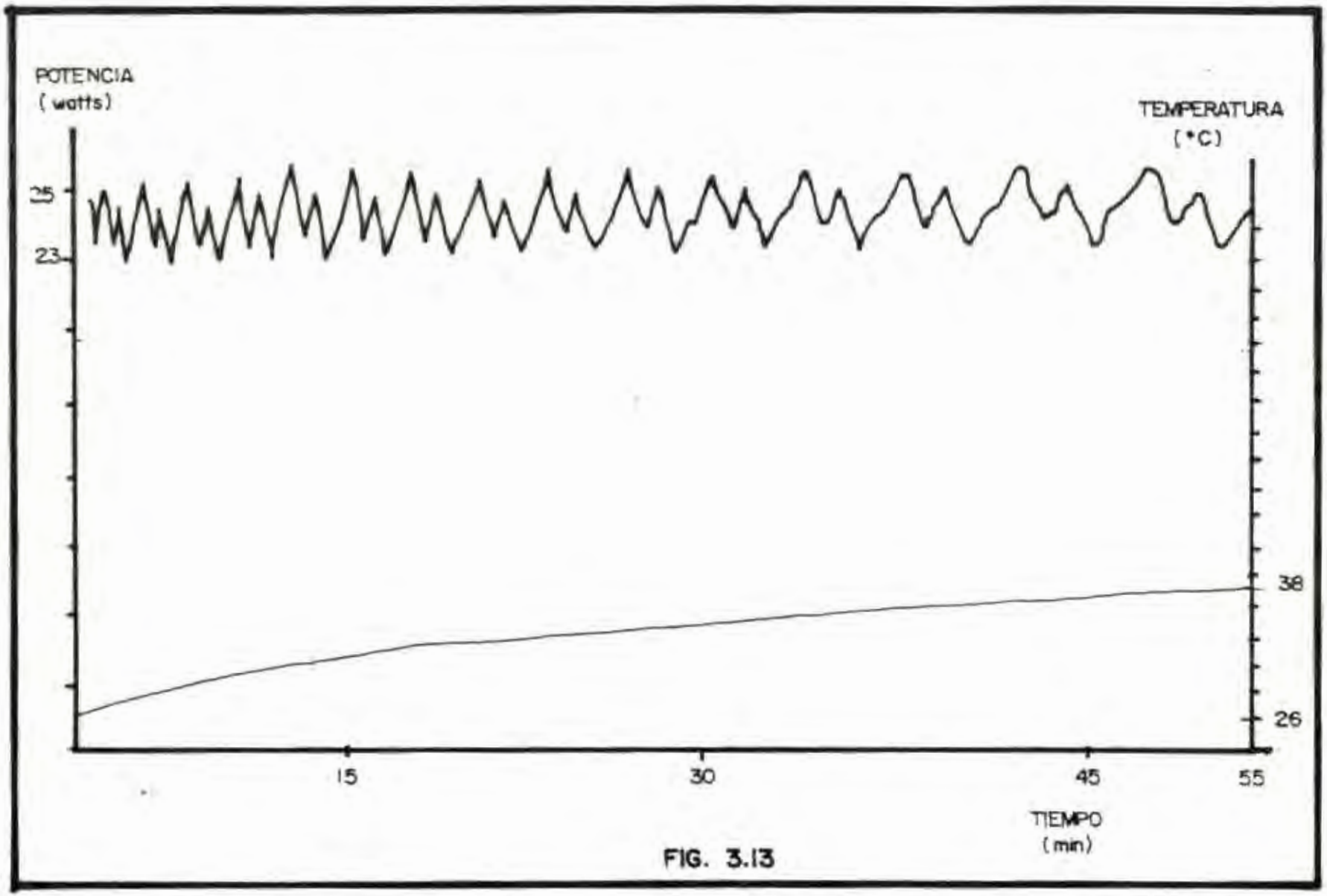

POTENCIA
(watts)
TEMPERATURA
(°C)
25
23
38
26
15
30
45
55
TIEMPO
(min)

FIG. 3.13

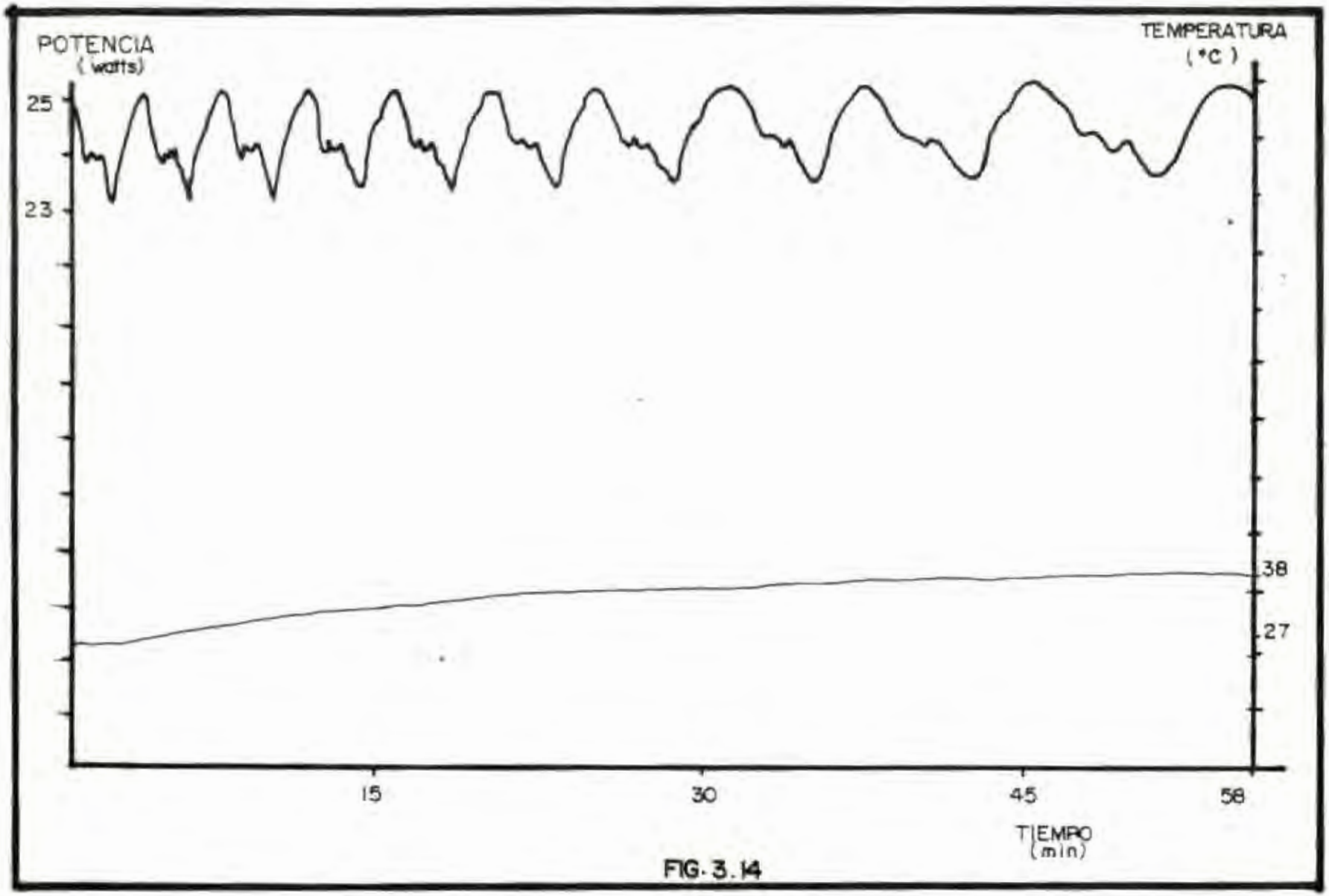

POTENCIA
(watts)
25
23
TEMPERATURA
(°C)
38
27
15
30
45
58
TIEMPO
(min)

FIG. 3.14

CAPITULO CUATRO

4.1 Introducción

Desde el descubrimiento del láser en la década de los 60's, se ha investigado acerca de inestabilidades en la intensidad de los diversos sistemas láser. Sin duda alguna, los mecanismos físicos capaces de producir o estimular inestabilidades, como son la competición de modos o las irregularidades ópticas en el medio activo, eran conocidos, pero por falta de herramientas analíticas, no se podía asegurar en qué medida estos afectaban a la respuesta del sistema. No fue sino hasta principios de los 70's cuando se empezaron a vislumbrar las teorías caóticas.

A veinte años de este suceso, existen las más variadas investigaciones sobre las diversas inestabilidades en diferentes sistemas láser. Esto se muestra en casos por medio de gráficas que nos muestran las diversas regiones de trabajo estable de un láser específico, lo cual es de mucha utilidad, o dando valores específicos y condiciones de trabajo para cierta región de interés.

También es obvio que, aunque existe hoy en día una gran variedad de investigaciones, nuevas inestabilidades se han encontrado en trabajos experimentales, las cuales requieren de un análisis que nos de a conocer con veracidad lo que está ocurriendo y, aunque no se puede conocer o predecir la respuesta

de un láser que se esté comportando caóticamente, si se puede conocer cuándo o bajo qué circunstancias va a comportarse de esta manera.

El análisis numérico al que se someten las ecuaciones de un láser tiene como finalidad principal la simulación numérica de los resultados que fueron obtenidos de manera experimental y, aunque es obvio que los resultados en ambas partes deben ser iguales (con un buen modelo!), en el análisis numérico se conoce, a diferencia de la parte experimental, cada valor de los diversos parámetros del sistema, los cuales tienen un rango de valores posibles de acuerdo a la parte experimental hecha. De esta manera, una vez que el resultado numérico sea el mismo que el logrado experimentalmente, podemos conocer los valores y los parámetros que influyeron de alguna manera para que el sistema mostrara tal comportamiento. Cabe mencionar la importancia de la adecuada elección de las ecuaciones a analizar.

4.2 Comportamiento en un láser de CO_2 a altas temperaturas

En el intento por encontrar la causa del comportamiento oscilatorio de la potencia de salida del láser obtenida en el experimento 1 y que fue mostrado en el capítulo anterior, se planteó que el incremento de temperatura de la cavidad podría ser razón principal de este comportamiento, aún cuando el resultado del experimento 2 mostró claramente que el decaimiento

exponencial de potencia es consecuencia del incremento en temperatura, (sin embargo la temperatura podría ser la causa indirecta).

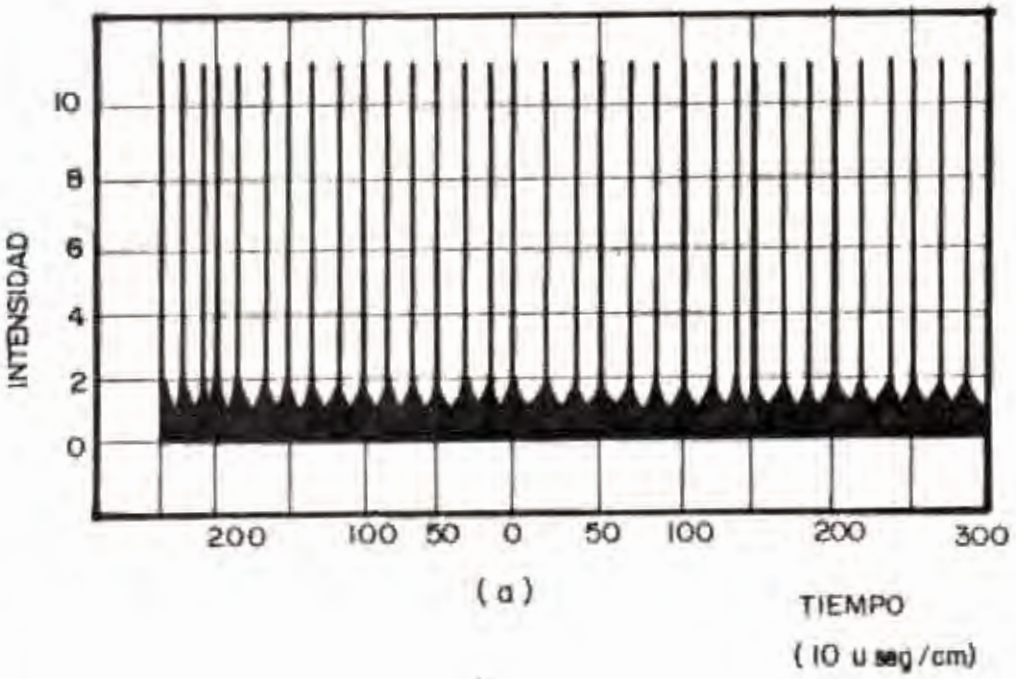
La explicación del por qué seguir planteando al incremento de temperatura como la justificación más viable, tiene su fundamento en un trabajo elaborado a mediados de los 60's por Hanst [Hanst, Morreal and Henson, 1967], en donde pulsos repetitivos en un láser de CO_2 fueron obtenidos experimentalmente cuando se inyectó en la cavidad láser, CO_2 a alta temperatura y también cuando se inyectaron mezclas de CO_2 con propileno. Ese experimento tuvo su origen en los primeros intentos de investigación de absorbedores saturables intracavidad, en donde una celda que contiene gas en su interior, es colocada a su vez, dentro de la cavidad láser. Este gas puede ser, por ejemplo, hexafloruro de azufre o metano entre otros. Este último fué utilizado en los experimentos que mostraron a la luz los primeros resultados [Wood and Schwarz, 1967], donde se pudieron observar pulsos de alta potencia operando a una longitud de onda de 10.6 μ, así mismo se reportaron pulsos en 10.6 μ, cuando la celda contenía gas propileno y también pulsos a 9.2 μ utilizando vapor de ácido fórmico, y varias longitudes de onda más utilizando el mismo gas de CO_2. Lo cual es el resultado del Q-Switcheo causado por la celda absorbedora intracavidad.

En el experimento de Hanst, mencionado en el párrafo anterior, una celda intracavidad contiene en su interior una

mezcla de gas CO_2 y propileno a una temperatura de $150^{0}C$. Las características de esta celda son: longitud de 75 cm, su presión interior varia entre 0.5 y 1 torrs.

En los resultados experimentales obtenidos por Hanst, puede verse cómo un láser funcionando de manera continua, empieza a desestabilizarse hasta llegar a funcionar de manera pulsada, esta transición es obtenida variando la proporción de la mezcla de CO_2 y propileno, logrando su mayor estabilidad para la forma pulsada en la mezcla 50-50, esto es mostrado en las figuras (4.1), en donde: la fig 4.1a lo muestra para una escala de 50 µseg por centimentro y la fig. 4.1b muestra la misma mezcla pero a una escala de 10 µseg por centimetro.

Revisando los resultados obtenidos en el trabajo de Hans, podemos concluir que, en el experimento 1 de este trabajo, el gas de CO_2 que no es excitado por la descarga eléctrica y que se encuentra a altas temperaturas, puede ser considerado en un momento dado, como un absorbedor saturable, que hace trabajar a este láser de una forma transitiva entre la forma pulsada y la forma continua. Esto puede ser, dado que en nuestro trabajo la proporción en volumen de gas no excitado con respecto al excitado en nuestros experimentos 1 y 2 es de dos a uno, es decir, 2 proporciones del gas no excitado por 1 del gas excitado. El gas no excitado se encuentra en el interior de las cabezas láser, mientras que el gas excitado está localizado en el interior del tubo central.


INTENSIDAD
10
8
6
4
2
0
200
100
50
0
50
100
200
300
(a)
TIEMPO
(10 u seg/cm)

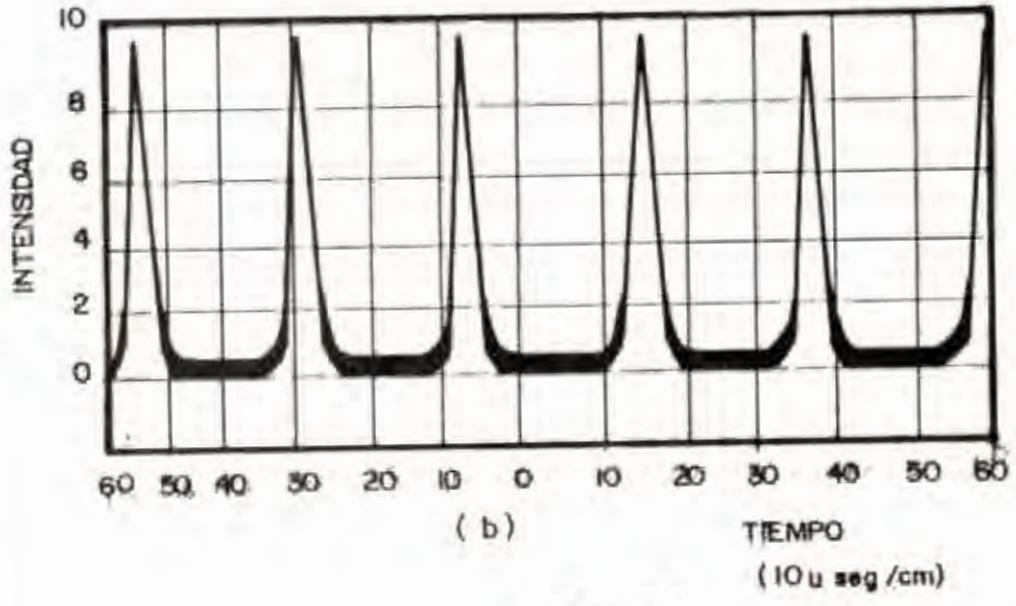

INTENSIDAD
10
8
6
4
2
0
60
50
40
30
20
10
0
10
20
30
40
50
60
(b)
TIEMPO
(10 u seg/cm)

FIG. 4.1

Se puede observar en la figura 4.1 que la frecuencia de los pulsos obtenidos está alrededor del orden de KHz., mientras que la frecuencia de las variaciones resultantes en el primer experimento (ver fig. 3.6) es muy baja (alrededor de los 100 Hz). A pesar de esta observación, los resultados obtenidos en el experimento de Hanst motivan la hipótesis de que el CO_2, puede actuar como absorbedor saturable y causar el comportamiento oscilatorio observado en nuestros experimentos. Debido al razonamiento anterior se decidió modelar el sistema para un láser con absorbedor saturable intracavidad, el cual es descrito a continuación.

4.3 Modelo caótico para un láser con absorbedor saturable intracavidad

Esta sección consta de dos partes; Una describe el modelamiento numérico hecho para un sistema de tres niveles y en la otra parte se describe el modelamiento hecho para un sistema de dos niveles.

Se propuso un modelo matemático que tomara en cuenta la presencia de un absorbedor saturable constituido por CO_2 no excitado. Tratando de este modo, reproducir por medio de una simulación numérica los resultados experimentales observados.

En un principio fue utilizado el sistema de ecuaciones para un láser de tres niveles con absorbedor saturable propuesto en en

la segunda sección del capítulo dos (ecs. 2.28,a,b), en donde las ecuaciones descritas a continuación

$$\frac{dm}{dt'} = G\, m \left(n - n_a - 1 \right) \qquad (4.1a)$$

$$\frac{dn}{dt'} = \alpha - n\,(m + 1) \qquad (4.1b)$$

$$\frac{dn_a}{dt'} = \delta\, \alpha_a - n_a\,(\rho m + \delta) \qquad (4.1c)$$

fueron integradas numéricamente. Un resultado típico de estas ecuaciones es mostrado en la fig. (4.2), para los valores de m=.0986; n=.975, na=-.144; α=1.391; α_a=.2; ρ=6.664; G=160 y por último δ=9.89. Como puede verse en la figura 4.2, este es un resultado esperado para un absorbedor saturable, como el que fue visto en la sección 2.3, sin embargo este tipo de resultados no tienen ningún parecido o similitud con la forma de la potencia obtenida en los experimentos del capítulo 3, por lo que después de un gran número de pruebas (en donde en cada prueba son variadas las condiciones iniciales), se optó por cambiar el sistema al de dos niveles con absorbedor saturable.

Este último sistema es también muy utilizado en la física de láseres y de sistemas caóticos el cual ha sido recientemente reportado en numerosos trabajos y consta de las simples ecuaciones de razón moduladas por un término aditivo de la forma $\alpha\left[Q / (Q+C)\right]$, introducido por Holfelich (E.Holfelich-Abate, 1968)

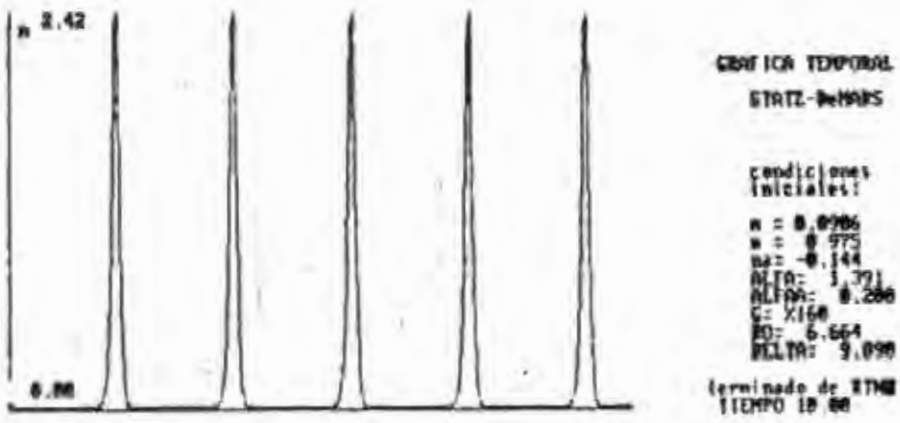

2.42
GRAFICA TEMPORAL
STATZ-DeMARS
condiciones
iniciales:
ALFA: 1.391
ALFAA: 0.200
G: X160
RO: 6.664
DELTA: 9.090
TIEMPO 10.00

FIG. 4.2

y al cual es añadido un término de bombeo modulado [W.Lauterborn, 1988].

El modelo láser tomado es el sistema aûtonomo de dos ecuaciones diferenciales ordinarias, las cuales fueron mostradas en la sección 2.3 (ecs. 2.32 y 2.33) y que en forma normalizada son:

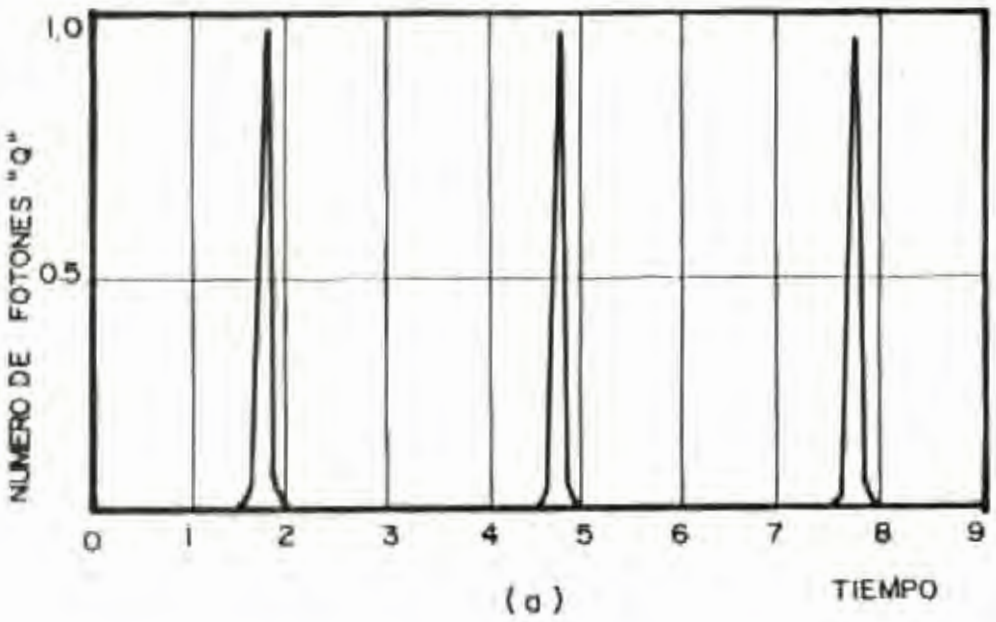
$$\dot{Q} = -Q + DQ + sD - \alpha\left[\frac{Q}{c + Q}\right] \qquad (4.2a)$$

$$\dot{D} = -bD - DQ + P\left[1 + m\ \mathrm{Sen}\ (wt)\right] \qquad (4.2b)$$

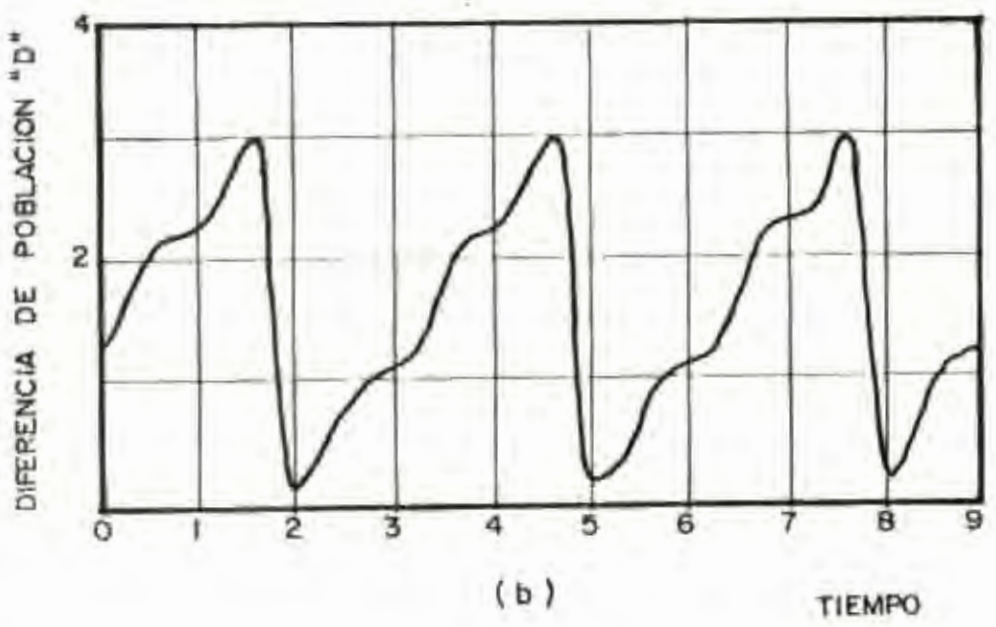
donde Q es proporcional al número de fotones en modo único, D es proporcional a la diferencia de dos niveles de enegia en el medio láser (inversión de población), s es una medida de la razón de emisión espontánea, b son las pérdidas del nivel medio superior del láser, P es la razón de bombeo y m es la amplitud de la modulación sinusoidal y por último α y c son las constantes que caracterizan al absorbedor saturable.

Una solución típica para un láser con absorbedor saturable en el espacio fase está mostrada en la figura (4.3), donde la emisión de luz ocurre en la forma de series regulares de pulsos, mientras que la inversión de población muestra "culebreos" periódicos debidos a la modulación periódica del bombeo.

Utilizando un programa de Runge-Kutta para integrar numéricamente el sistema de ecuaciones diferenciales (4.2a,b) con los valores de s = 0.001, b = 0, [1 + m sen(wt)] = 0.005, P =


1.0
0.5
NUMERO DE FOTONES "Q"
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
TIEMPO

(a)


4
2
DIFERENCIA DE POBLACION "D"
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
TIEMPO

(b)

FIG. 4.3

10^8, $\alpha = c = 0.001$, los primeros resultados nos muestran que la potencia de salida varía en forma sinusoidal y el decaimiento en forma exponencial (fig. 4.4), resultado muy semejante al obtenido en el experimento 1 del capítulo 3, aunque no presenta idénticas oscilaciones. Sin embargo un análisis más detallado, consistente en amplificar el primer pulso de la figura 4.4, nos muestra una irregularidad en el mismo (Fig. 4.5). Si observamos este primer pulso obtenido numéricamente, podemos darnos cuenta de la gran semejanza que hay con el primer pulso obtenido en el experimento 1 del capítulo 3, sin embargo la forma de salida del experimento 1 no pudo ser reproducida en forma total, después de un gran número de pruebas, por lo que se concluyó que la inestabilidad debe ser consecuencia de una causa diferente de la temperatura.

4.4 Modelo caótico para un láser multimodo de CO_2

En base a los pobres resultados mostrados en la sección anterior se buscó un sistema que satisfaciera, al menos en principio, las condiciones experimentales y que los resultados numéricos obtenidos fueran por lo menos semejantes a los experimentales.

Sin embargo la búsqueda de este sistema de ecuaciones no fue fácil, ya que los sistemas en cuestión o no se les encontraba justificación del por que usarlos, o el modelamiento numérico arrojaba resultados nada parecidos a los buscados. Se pensó que

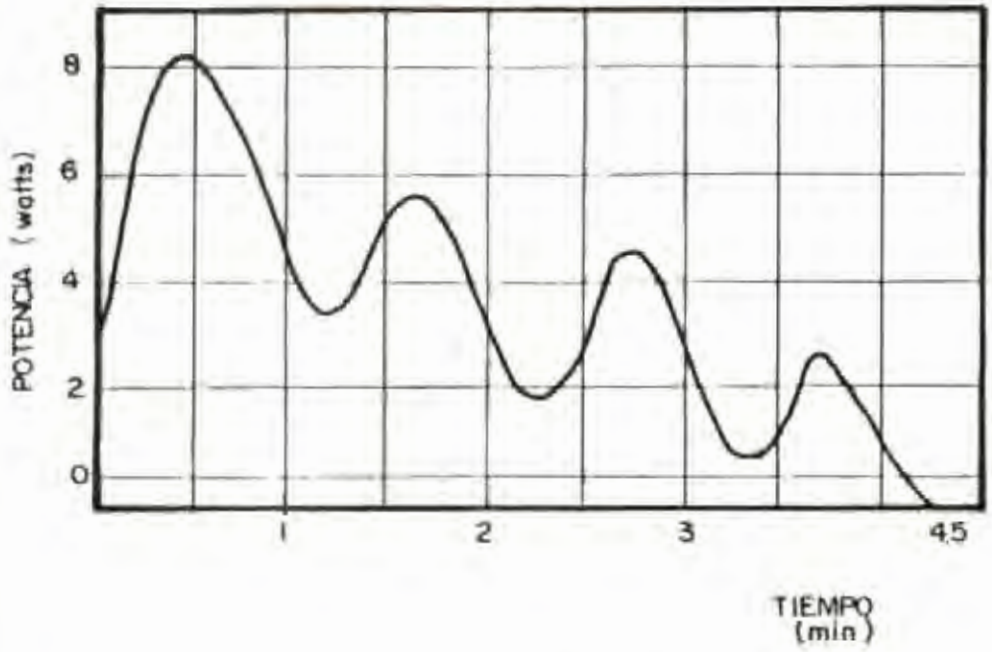

POTENCIA (watts)
8
6
4
2
0
1
2
3
4.5
TIEMPO
(min)

FIG. 4.4

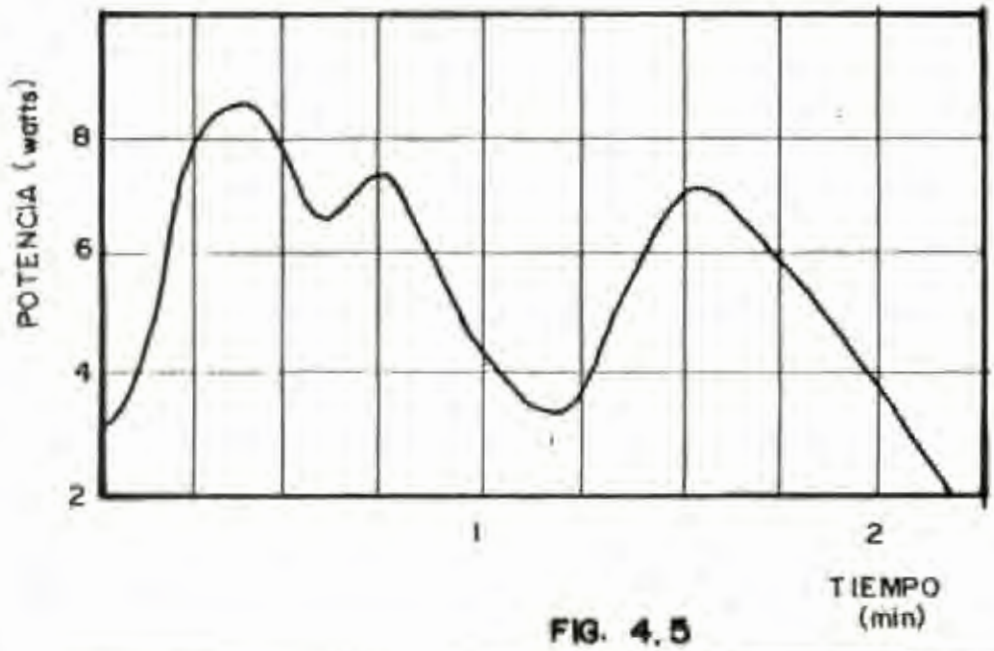

POTENCIA (watts)
8
6
4
2
1
2
TIEMPO
(min)

FIG. 4.5

la causa de la variación en la intensidad pudiera ser diferente, por ejemplo, el único láser similar al aquí estudiado que había sido trabajado en el CIO es el llamado LMU-35, y en él, no había sido percibida una variación tan importante en la intensidad de salida, entonces ¿ Es posible que la reducción en la longitud de la cavidad láser haya hecho que "aparecieran" más modos y que por lo tanto la salida observada no sea más que una consecuencia de esto ?

Entonces, como resultado del razonamiento anterior, fueron tomadas las ecuaciones de movimiento descritas para láseres de gas en la teoría de Lamb, las cuales fueron mencionadas en la sección cuatro del capítulo dos y que están dadas por:

$$\dot{\tilde{E}}_n = -\frac{1}{2}\left(\frac{g_n}{k} - 1\right)\tilde{E}_n - \sum_{\mu,\rho,\sigma} \tilde{E}_\mu \tilde{E}_\rho \tilde{E}_\sigma \delta_{\mu-\rho=\sigma,n} * \ldots$$

$$\ldots * \left[\cos \psi_{\mu\rho\sigma n} G(\mu\rho\sigma) - \operatorname{Sen} \psi_{\mu\rho\sigma n} F(\mu\rho\sigma)\right] \qquad (4.3)$$

$$\dot{\phi}_n \tilde{E}_n = g_n h_n (\Omega - \omega_n)\tilde{E}_n - \sum_{\mu,\rho,\sigma} \tilde{E}_\mu \tilde{E}_\rho \tilde{E}_\sigma \delta_{\mu-\rho+\sigma,n} * \ldots$$

$$\ldots * \left[\cos \psi_{\mu\rho\sigma n} F(\mu\rho\sigma) + \operatorname{Sen} \psi_{\mu\rho\sigma n} G(\mu\rho\sigma)\right] \qquad (4.4)$$

Las ecuaciones (4.3) y (4.4) fueron integradas por medio de un programa de Runge-Kutta, con el objeto de conocer la evolución

del campo y fases en todos los modos. En los cálculos, las frecuencias de oscilación para F y G fueron remplazadas por las respectivas frecuencias de la cavidad resonante, lo cual es justificado para pérdidas pequeñas en la cavidad. Se tomaron trece modos, $n = 0, \mp 1, \ldots, \mp 6$.

Existen dos casos en un sistema láser multimodo, aunque Brunner [W.Brunner, R.Fischer and H. Paul, 1984], investigaron el comportamiento para tres casos, que de acuerdo a la notación de esta sección corresponden a $\gamma << \Delta\omega$ para el caso del acoplamiento débil, $\gamma >> \Delta\omega$ para el caso del acoplamiento fuerte y el tercero $\gamma \approx \Delta\omega$ para el caso intermedio.

El caso del acoplamiento débil, que es el más general en láseres de gas, no fue analizado pues en este caso no existe inestabilidad en la oscilación del sistema [W.Brunner, R.Fischer and H. Paul, 1984]. Para el caso de un fuerte acoplamiento, su solución numérica describe un comportamiento totalmente irregular o caótico [W.Brunner, R.Fischer and H. Paul, 1984] como se muestra en la fig. 4.6 que, al igual que el caso anterior, difiere totalmente de los resultados experimentales obtenidos.

Entonces solamente fue investigado el caso en que γ es comparable con $\Delta\omega$, pues este es el caso donde el sistema muestra el comportamiento oscilatorio que más se parecen a los resultados experimentales obtenidos en el capitulo 3. La figura 4.7 nos muestra uno de los resultados obtenidos para la intensidad como una consecuencia de la integración de las ecuaciones 4.3 y 4.4.,

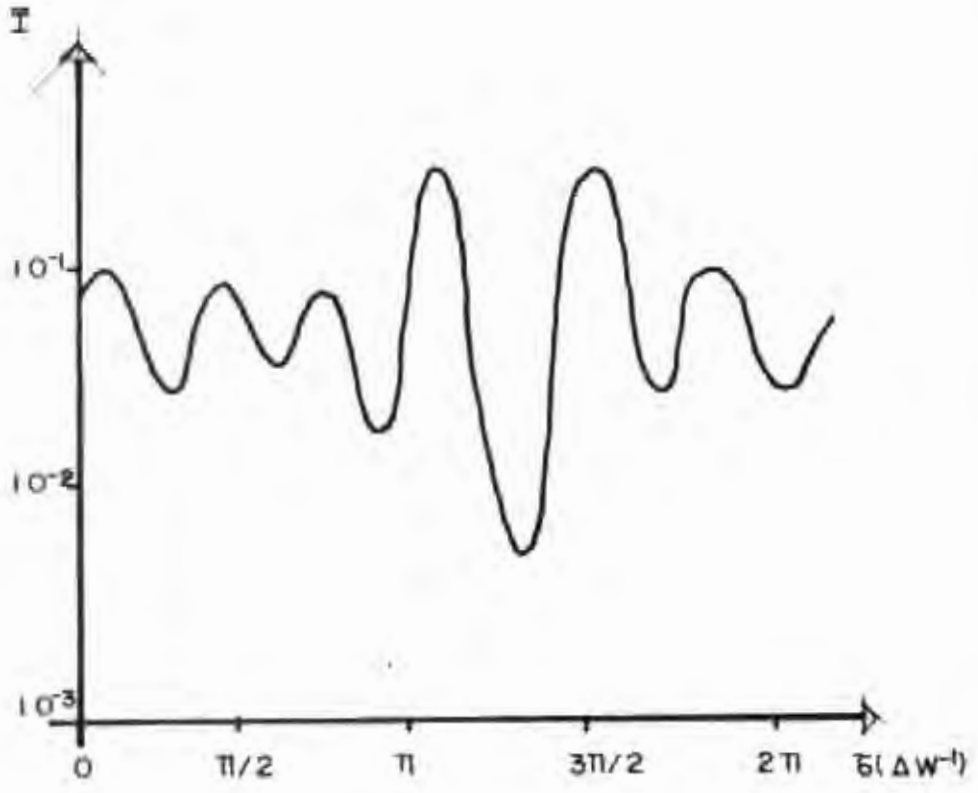


FIG. 4.6

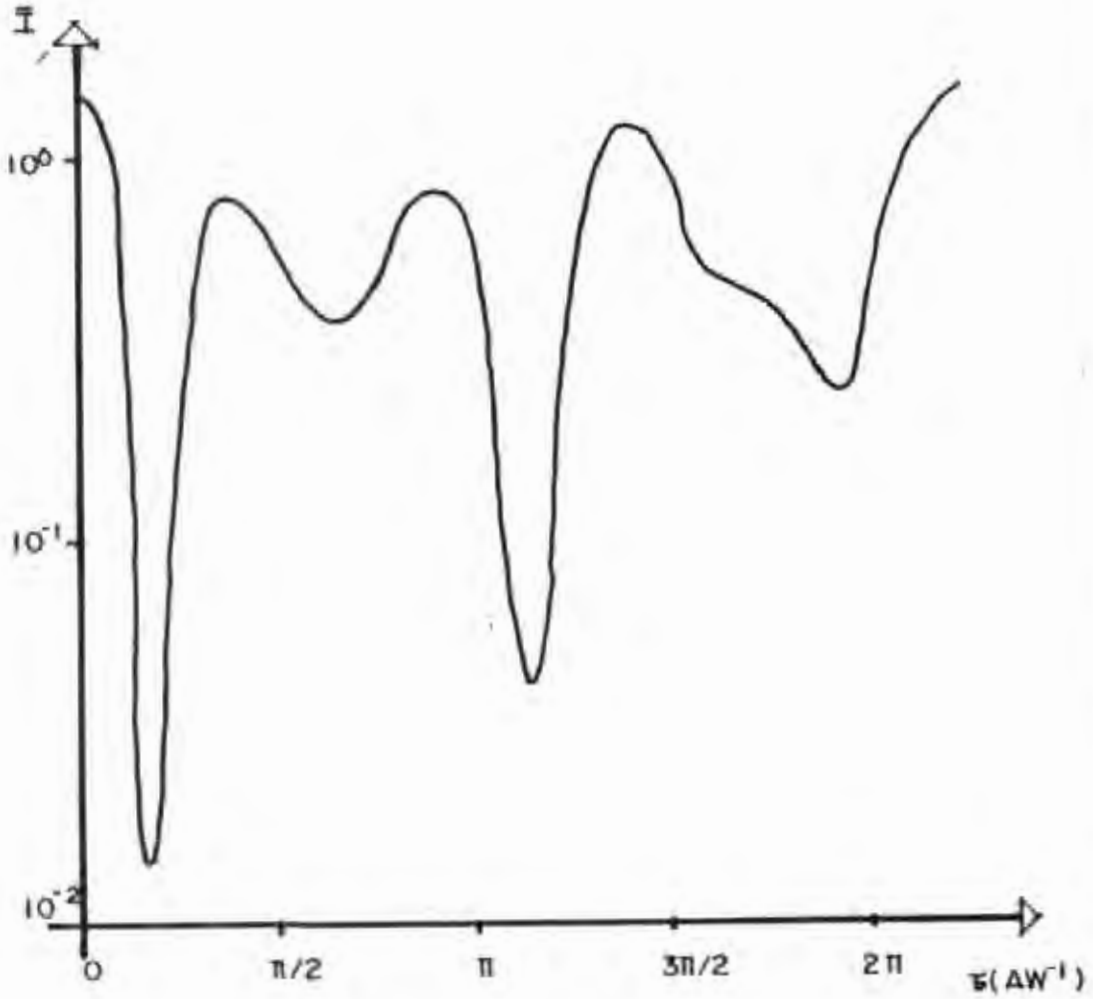


FIG. 4.7

esta gráfica fue obtenida con los siguientes valores de parámetros; $g/k = 1.36$, $\Gamma = 3.5$ GHz., $\gamma = 2.51 \times 10^8$ seg^{-1}, $\Delta w = 7.85 \times 10^8$ seg^{-1} ($\Delta\omega/\gamma = 3.13$), $\gamma_a/\gamma_b = 1$, $c = .25$, el tiempo t está en unidades de k^{-1}, el tiempo τ está en unidades de $\Delta\omega^{-1}$.

Como se puede ver de los resultados numéricos obtenidos para el último caso (fig. 4.7), la intensidad presenta una fuerte modulación que es muy semejante, cualitativamente hablando, a la forma de la intensidad obtenida en el experimento 2, excepto que la intensidad registrada en este mismo experimento no llega a un punto estable al menos en el intervalo de tiempo de 10 mins. Por el contrario, las figuras 3.13 y 3.14 productos del experimento 4 muestran que en el intervalo de una hora la intensidad de salida si presenta una tendencia a ser ligeramente más estable, aunque claramente las escalas de tiempo no son comparables.

Dada la gran semejanza de los resultados, se decidió comprobar de otra manera que las oscilaciones de la potencia de salida son causadas por la competición de modos longitudinales de oscilación.

4.5 MODELAMIENTO COMPUTACIONAL PARA UN MULTIMODO

Podemos observar detenidamente la variación de intensidad obtenida en la sección anterior, ver la figura 4.7, y darnos cuenta del gran parecido de este resultado numérico con el resultado del experimento 2 obtenido en el capítulo tres (fig

3.11), sin embargo, para poder obtener un resultado numérico exactamente igual al experimental, debemos encontrar el número aproximado de modos en la cavidad así como su magnitud exacta.

Si integramos numéricamente dando como condición inicial el número de modos así como su magnitud, procediendo igual que se hizo en la sección anterior, el trabajo sería enorme y no se tendría la seguridad de obtener resultados confiables. Así que optando por otro método se elaboró un programa computacional en donde la gráfica experimental de la intensidad obtenida en el capítulo 3 (fig. 3.11) fué digitalizada. De aquí se procedió a determinar los coeficientes de Fourier de esta gráfica y de esta manera determinar la magnitud de los primeros 37 modos, los cuales son mostrados en la tabla 4.1. La imagen digitalizada de la figura 3.11 es mostrada en la figura 4.8.

De esta manera si la gráfica de la fig. 3.11 es formada debido a una suma de modos en la cavidad, por medio de otro programa computacional, podemos graficar la suma de modos, cuyo número y magnitud de los mismos fueron obtenidos gracias a la serie de Fourier.

Así es como la figura 4.9, 4.10, 4.11, 4.12 y 4.13 nos muestran la suma de modos en la cavidad para 1, 3, 5, 10 y 15 modos respectivamente. En la secuencia de estas últimas figuras podemos apreciar, que conforme más modos se suman, la gráfica resultante más se aproxima a la obtenida experimentalmente.

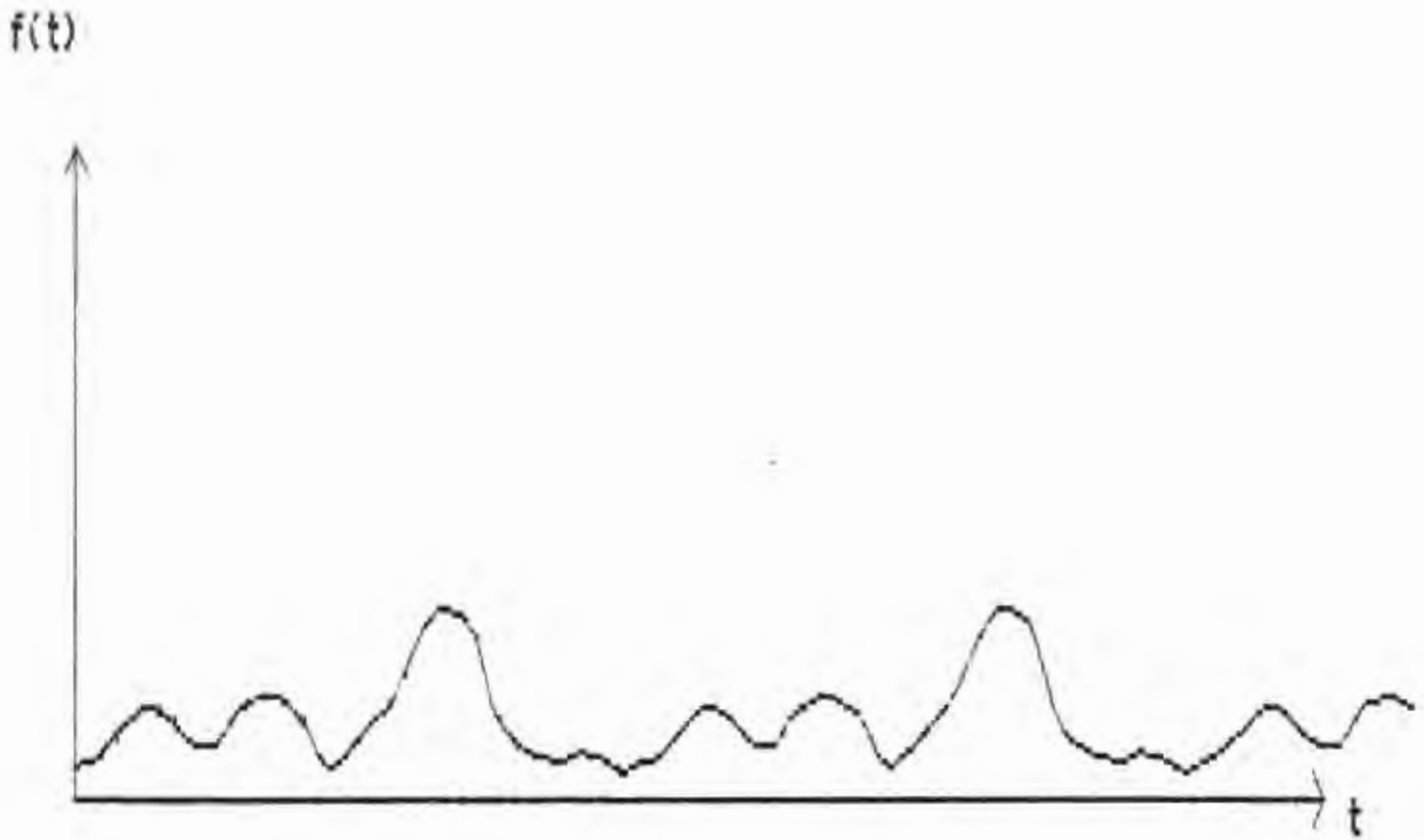
LOS COEFICIENTES An Y Bn DE LA SERIE DE FOURIER

$f(t)=a0/2 + \Sigma an \cos n\omega t + \Sigma bn \operatorname{Sen} n\omega t$ QUE

MAS SE AJUSTAN A LOS PUNTOS

A0 = 7.03	B0 = 0.00
A1 = -0.35	B1 = -0.20
A2 = -0.29	B2 = 0.37
A3 = 0.32	B3 = 0.03
A4 = -0.25	B4 = -0.09
A5 = -0.09	B5 = -0.04
A6 = 0.06	B6 = 0.02
A7 = 0.00	B7 = -0.03
A8 = -0.01	B8 = 0.02
A9 = -0.04	B9 = 0.00
A10 = 0.03	B10 = 0.03
A11 = -0.00	B11 = -0.00
A12 = -0.01	B12 = -0.00
A13 = 0.00	B13 = 0.01
A14 = 0.01	B14 = -0.00
A15 = -0.00	B15 = 0.00
A16 = -0.02	B16 = 0.00
A17 = 0.01	B17 = 0.01
A18 = 0.00	B18 = 0.00
A19 = -0.00	B19 = 0.00
A20 = -0.00	B20 = -0.00
A21 = 0.00	B21 = -0.00
A22 = 0.01	B22 = -0.01
A23 = -0.02	B23 = -0.00
A24 = -0.00	B24 = -0.00
A25 = 0.01	B25 = 0.00
A26 = 0.00	B26 = -0.01
A27 = -0.01	B27 = 0.00
A28 = -0.00	B28 = 0.00
A29 = 0.03	B29 = -0.03
A30 = -0.04	B30 = -0.00
A31 = -0.01	B31 = -0.02
A32 = 0.00	B32 = 0.03
A33 = 0.06	B33 = -0.02
A34 = -0.09	B34 = 0.06
A35 = -0.25	B35 = 0.09
A36 = 0.37	B36 = -0.03
A37 = -0.29	B37 = -0.37

TABLA 4.1



Presiona <ENTER> para continuar

FIG. 4.8

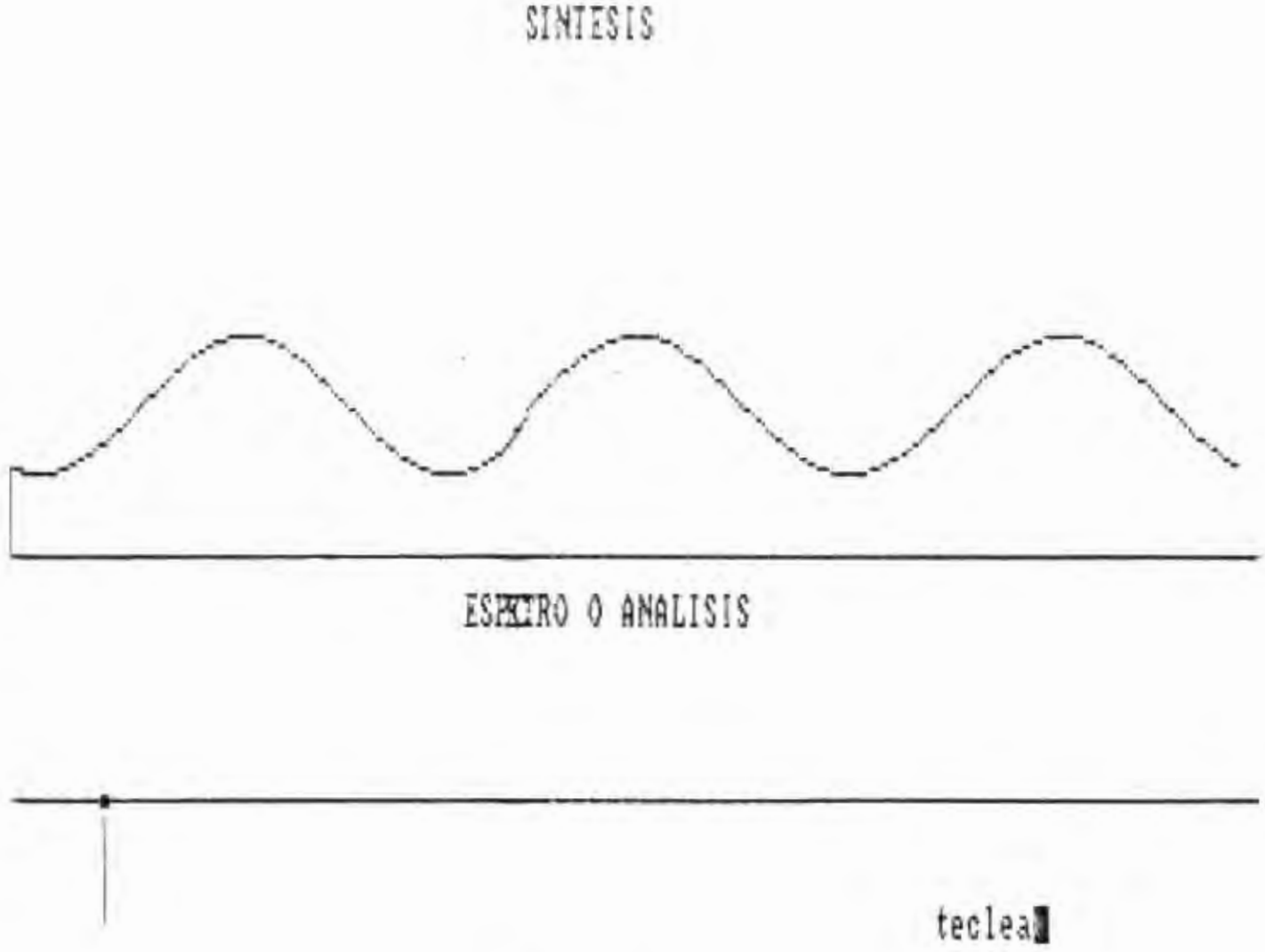


FIG. 4.9

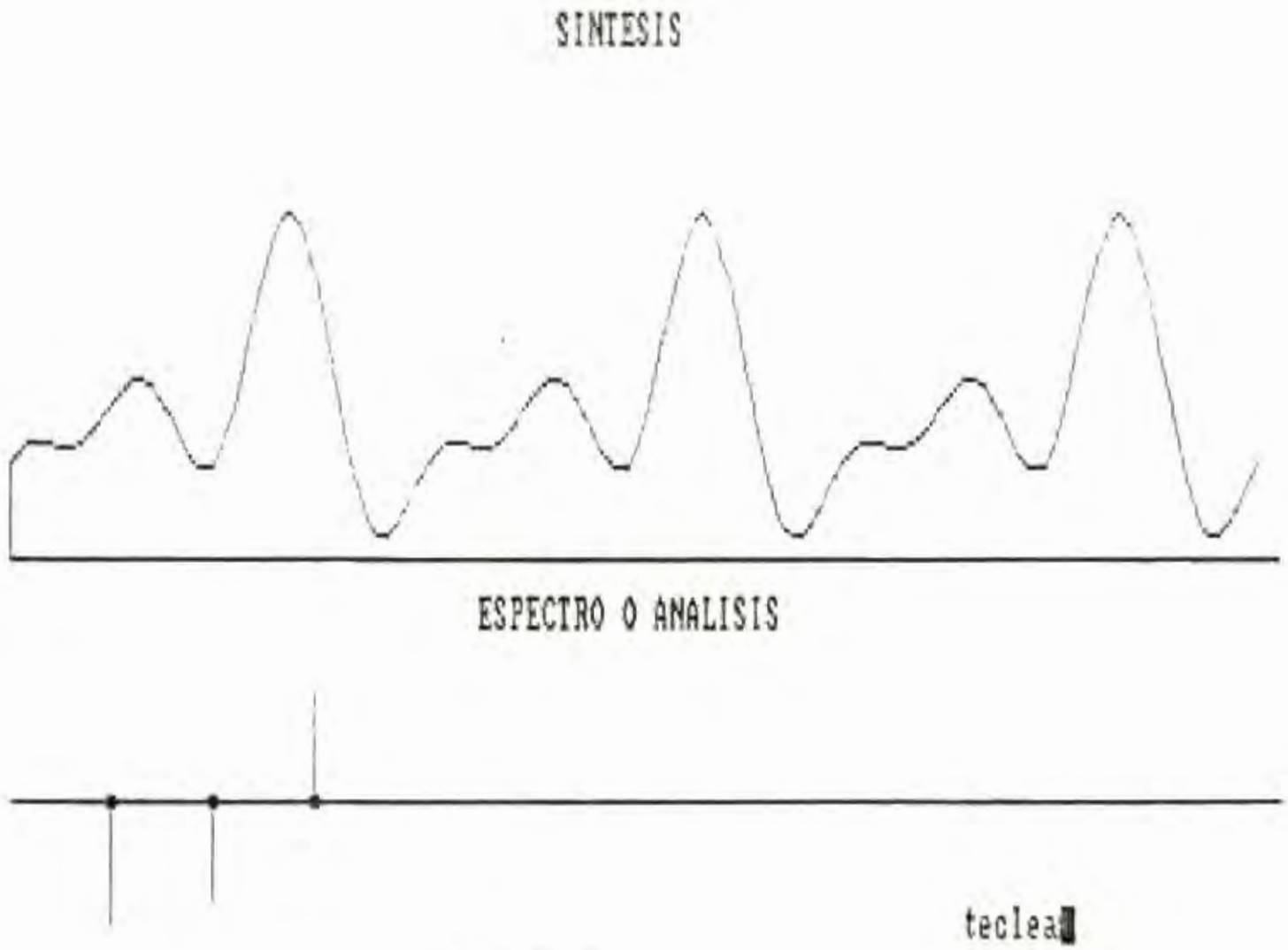


FIG. 4.10

FIG. 4.11

FIG. 4.12

FIG. 4.13

Por último podemos multiplicar la suma resultante por un factor exponencial decreciente, este factor puede ser conocido de la figura 3.6 tomando el valor inicial y el valor final y sustituyéndolos como condiciones iniciales en una ecuación diferencial exponencial, el valor resultante del factor es de 0.016. Así, de esta manera podemos representar exactamente la gráfica de la variación en intensidad obtenida en el capítulo 3 (fig. 3.6), esto puede verse en la figura 4.14.

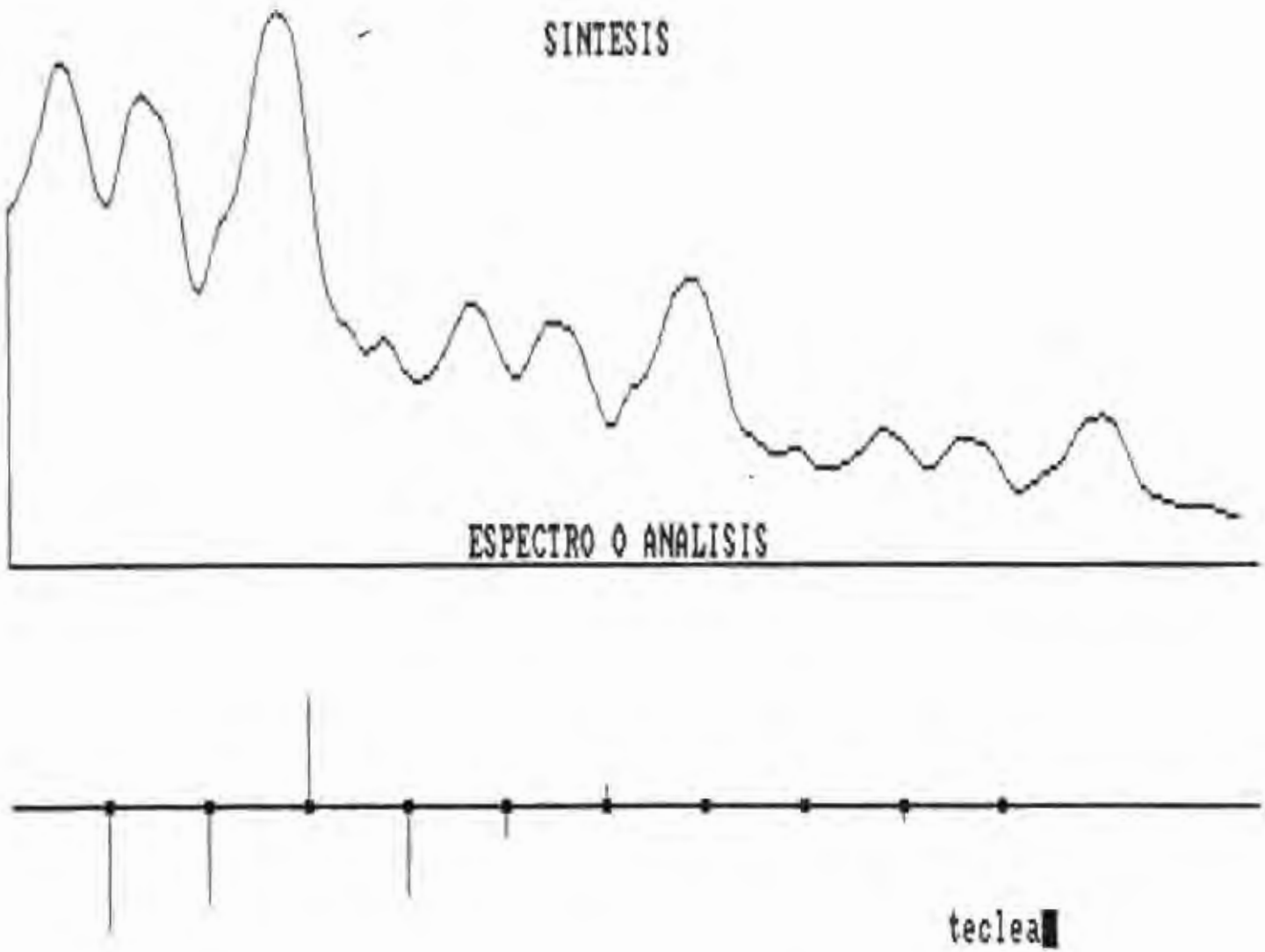


FIG. 4.14

CAPITULO CINCO

5.1 Conclusiones del capitulo 3

En resumen, el primer experimento de este capitulo nos muestra una variación en la potencia de salida de un láser longitudinal de CO_2, la cual está multiplicada por un factor exponencial decreciente. Con la finalidad de conocer las causas de estos 2 fenómenos, se realizaron los subsecuentes experimentos que fueron mostrados a su tiempo, en el capitulo mencionado.

De los resultados mostrados podemos concluir de manera inmediata, que el comportamiento de la intensidad de salida no es de ninguna manera errático y/o caótico como se pensó en un principio de este trabajo, ya que en cada una de las ocasiones en que el experimento se realizó, el comportamiento de la intensidad de salida fue cualitativamente el mismo, sin importar las condiciones iniciales del experimento.

Otra importante conclusión obtenida en este capitulo, es sin duda, que el comportamiento oscilatorio de la potencia de salida del láser no se debe a la temperatura de la cavidad láser y que el único efecto que la temperatura provoca en la salida del mismo, es el decaimiento exponencial.

También es relevante el hecho de mencionar que los experimentos mostrados en este capitulo, rechazan la

posibilidad de que parámetros como; voltaje de alimentación, corriente de alimentación, reflectividad en los espejos, mezcla de gas, etc. puedan ser planteados como posibles causas de las oscilaciones de la potencia de salida. Sin embargo deja abierta la posibilidad de que la longitud de la cavidad láser tiene cierta relevancia con la magnitud de las oscilaciones en la salida láser.

5.2 Conclusiones del capitulo 4

Aún cuando los experimentos del capitulo 3 mostraron a la luz que la temperatura no es una causa de las oscilaciones en la potencia de salida, fueron realizados dos trabajos numéricos en donde se toma a la temperatura como causante indirecto del efecto observado en el haz de salida.

Sin embargo, los resultados obtenidos en ambas simulaciones no arrojaron resultados concretos, por lo que la hipótesis de que la temperatura es la causa de las oscilaciones fué rechazada definitivamente.

La conclusión anterior provocó que se buscara otra posibilidad. En concreto se trabajó numéricamente el modelo para un láser multimodo, y del cual se obtuvieron resultados muy semejantes a los ya obtenidos experimentalmente en los distintos experimentos del capitulo 3. Lo cual fue comprobado por medio de

la serie de Fourier.

De los resultados obtenidos podemos concluir que las oscilaciones que se presentan en la intensidad de salida del láser son causadas por una suma de modos longitudinales residentes en el interior de la cavidad láser.

5.3 Conclusiones generales

Los resultados obtenidos en el experimento 1 del capitulo 3 son de gran importancia en el diseño y construcción de láseres de baja potencia, en donde ovbiamente una inestabilidad como la que presentó el láser en este reporte, inutiliza cualquier aplicación práctica de estos.

De las conclusiones mostradas en las secciones anteriores podemos resumir que el decaimiento exponencial es causado por el incremento de temperatura en la cavidad láser, mientras que la inestabilidad es causada por una suma de modos longitudinales en la cavidad. Sin embargo queda por cuestionar si puede ser factible la construcción de láseres de baja potencia, cuyas caracteristicas de longitud de la cavidad y espesor de la misma, sean idénticas a las de los modelos láser investigados en el presente trabajo.

Aparentemente los resultados experimentales obtenidos en este trabajo darian, para la pregunta anterior, una respuesta negativa. Sin embargo una respuesta asi, seria muy arriesgada y

por el contrario, proponemos que antes de contestarla sea investigada el comportamiento de la potencia de salida de un láser variando la longitud de la cavidad en longitudes intermedias a las que fueron investigadas en este trabajo, modificando al mismo tiempo el diámetro del tubo interior.

Esta linea de investigación propuesta arrojará resultados que deben apoyar la conclusión de este trabajo respecto a los modos longitudinales y además dar una pauta a seguir en lo que respecta al diseño y la construción de láseres de CO_2 longitudinales de baja potencia en este Centro de Investigaciones.

REFERENCIAS

ABOITES V., TORRES-CISNEROS G.E., REPORTE TECNICO UNA INTRODUCCION A LASERES SECCION MAESTRIA. C.I.O., 1986

ARECCHI F. T., MEUCCI R., PUCCIONI G. AND TREDICCE J. PHYS. REV. LETTERS VOL. 49, No. 17, 1217, OCTOBER 1982

BERGE PIERRE, YVES POMEAU, CHRISTIAN VIDAL (1984) ORDER WITHIN CHAOS, HERMANN PARIS

BOYD R. W., RAYMER M. G., NARDUCCI L. M., CAMBRIDGE STUDIES IN MODERN OPTICS VOL. 4 OPTICAL INESTABILITIES. CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS 1985

BRUNER W., FISCHER R., PAUL H., J OPT SOC B 2 203 1984

DEWDNEY A. K. COMPUTER RECREATIONS SC. AM. JULY 1987

ELSGOLTZ L. ECUACIONES DIFERENCIALES Y CALCULO VARIACIONAL TERCERA EDICION

FEIGENBAUM M. J., STAT PHYS. 19, 25 1978

FEYNMAN, LEIGHTON, SANDS THE FEYNMAN LECTURES ON PHYSICS VOL II FONDO EDUCATIVO INTERAMERICANO 1971

HANST P. L., MORREAL J. A., HENSON W. J., APPL. PHYSC. LETT. 12, 58 1968

HOFELICH-ABATE E., HOFELICH F., J. APLL. PHYS. 39 4823 1968

HOFSTADTER DOUGLAS R. SCIENTIFIC AMERICAN NOV. 1981

KADANOF LEO P. PHYSICS TODAY DECEMBER 1983

KRIEDER, KULLER, OSTEMBERG (1973) ECUACIONES DIFERENCIALES FONDO

EDUCATIVO INTERAMERICANO

LAMB W. E., PHYS REV A 134 1429-1550 1964

LAUTERBORN W., EICK I. OPT. SOC. AM. 5 1089 1988

LIBCHABER A., J. MAURER, J. PHYS. (PARIS) **41** C3, 51 1980

LORENTZ E. N., J. ATMOS. SCI. 20, 130 (1963)

MARQUINA M. L., CALLES A. REV. MEX. DE FIS. VOL 33 No. 2, 275, MAYO 1987

OTT EDWARD REV. MOD. PHYS VOL. 53, No. 4, 655, PART.I OCTOVER 1981

RUSSELL DAVID A. AND OTT EDWARD. PHYS. FLUIDS VOL. 24, No. 11 1976 NOVEMBER 1981

SALTZMAN B., J. ATMOS. SCI,. 19, 329, 1962

SARGENT M., SCULLY M. O., LAMB W. E., LASER PHYSICS ADDISON-WESLEY READING MASS 1974

WOOD O. R., SCHWARZ S. E., APPL. PHYS. LETT. 12 88 1967