



UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

Centro de Investigaciones en
Optica A. C.



Análisis estructural de sólidos
tridimensionales reales, mediante métodos
ópticos y computacionales

Tesis Presentada por el
Ing. David Moreno Hernández

Como requisito parcial para obtener
el grado de Maestro en Ciencias (Optica)

León, Gto.

Junio de 1996.

A mi Madre, A mi Padre y Hermanos

Agradecimientos

Mi mas sincera gratitud al Dr. Ramón Rodriguez Vera, por brindarme la oportunidad de realizar esta tesis. También quiero agradecerle la confianza, paciencia, amistad y el apoyo que me brindó durante la realización de ésta.

Al grupo de metrologia óptica por la ayuda brindada en la obtención de los resultados del el digitalizado óptico.

Al Dr. Salvador Botello por sus comentarios en el desarrollo de esta tesis.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el apoyo brindado durante mis estudios de Maestría en Ciencias (Optica).

A las autoridades del Centro de Investigaciones en Optica A. C., por haber permitido mi estancia en este centro.

Al director de formación académica, el Físico Xavier Garzón Cárdenas, y sus colaboradores, el Lic. Antonio Martínez Castillo y Lic. Guillermina Muñiz, por su apoyo y paciencia.

A todos mis maestros que tuve durante mi estancia en el CIO, por brindarme sus conocimientos.

Al personal de biblioteca, Maria de los Angeles Sánchez y Leonor Padilla, por su apoyo y paciencia.

Al departamento de computo, M.C. Reyna Duarte, Xochilt, Gerardo, José, Pancho Jimenez, por su apoyo y paciencia.

A mis compañeros y amigos, por su comprensión y paciencia.

A el Ing. Manuel Hernández, Ing. Sergio Ceballos, M.C. José Hector Puga, por la ayuda brindado en la realización de esta tesis.

Indice

Resumen	1
Introducción	2
1. Digitalizado en tres dimensiones de estructuras de ingeniería.	
Introducción	4
1.1 Digitalizado mecánico	4
1.1.1 Equipo requerido para la operación de la máquina de medición por coordeandas Carl Zeiss C 400	6
1.1.2 Procedimiento para el digitalizar una superficie	9
1.1.3 Resultados	12
1.2 Digitalizado óptico (proyección de franjas)	12
1.2.1 Resultados	17
1.3 Conclusiones	22
2. Introducción al método de elemento finito (MEF) y aplicación al análisis de estructuras de ingeniería.	
Introducción	23
2.1 Aplicabilidad del MEF	26
2.2 Problemas con valores en la frontera	26
2.3 Formulación del MEF	26
2.4 El MEF aplicado a un continuo	27
2.5 Procedimiento general del MEF	27

2.5.1	Identificación del problema y análisis por MEF	27
2.5.2	Idealización del problema	29
2.5.3	Idealización estructural	29
2.5.4	Discretización de la región en solución	29
2.5.5	Pasos en el procesamiento por computadora del MEF	33
2.5.6	Formación de matrices y vectores del elemento	35
2.5.7	Solución de las condiciones de equilibrio de la estructura	41
2.5.8	Resultados computacionales del elemento	41
2.6	Procedimiento para análisis del MEF con ANSYS	43
2.6.1	Construir el modelo	43
2.6.2	Aplicación de cargas y obtención de la solución	45
2.6.3	Revisión de resultados	46
2.7	Resultados	46
2.8	Conclusiones	48
3.	Medición de desplazamientos con interferometría electrónica de moteado (ESPI)	
	Introducción	60
3.1	Introducción de un cambio de fase $\Delta\psi$ por un d	61
3.1.2	Interferómetro sensible en plano	63
3.1.3	Teoría ESPI	65
3.2	Resultados	66
3.3	Conclusiones	73

4. Comparación de resultados y discusión general

	Introducción	73
4.1	Comparación de resultados	73
4.2	Pros y contras de los métodos empleados	78
4.3	Conclusiones generales	79
	Bibliografía	81

Resumen

La determinación del campo de esfuerzos en estructuras metálicas en mecánica experimental, es complicado si la forma de la superficie de la estructura es desconocida. Para aliviar esto, se han empleado técnicas numéricas como el método de elemento finito (MEF). Antes de utilizar el MEF, se requiere el modelo de la estructura que se analizará. Sin embargo, si la forma de la estructura es complicada, el modelado en 3D de estructuras requiere de tiempo para su realización. Entonces, para el análisis de esfuerzos de estructuras en ingeniería con el MEF se requieren las coordenadas geométricas del modelo de dicha estructura, las cuales pueden ser enlazadas al MEF a través de un paquete comercial CAD.

En este trabajo se describen métodos para digitalizar mecánica y ópticamente estructuras en 3D. El archivo que se obtiene del modelado es ligado a un paquete de elemento finito para su análisis. Los resultados que se obtienen en el MEF son comparados con los obtenidos con el método experimental conocido como interferometría electrónica de patrones de moteado.

Es recomendable que el analista use todos los métodos disponibles, por ejemplo, clásicos, numéricos y experimentales, para evitar la confianza sobre una sola aproximación en la solución. Esto permitirá a los resultados ser confirmados y proporcionará un grado de seguridad en sus valores.

Introducción

El diagnóstico y evaluación de materiales requiere el conocimiento de la forma del objeto que será analizado. Esto es importante porque se puede hacer el análisis apropiado de esfuerzos del objeto y permite conocer los lugares donde exista concentración de éstos, con ésto, el analista tiene la capacidad para predecir fracturas y por consiguiente, rediseñar el objeto analizado o en su caso la optimización de materiales en el diseño.

Cuando se aplica un esfuerzo a un cuerpo, éste se deforma, dichas deformaciones están relacionadas con el esfuerzo aplicado. Bajo el estado de carga, es conveniente averiguar la distribución real de esfuerzos en el cuerpo. La evaluación de la distribución del esfuerzo se conoce como análisis de esfuerzos e incluye la determinación de las clases, magnitudes y direcciones de los mismos. La solución analítica para la determinación de los esfuerzos se obtiene con facilidad con objetos de simple geometría; sin embargo, para geometrías complicadas se tienen que hacer muchas suposiciones y el aspecto matemático también se complica.

En este trabajo se describen dos técnicas para el modelado en tres dimensiones de estructuras de ingeniería, siendo éstas, una mecánica y la otra óptica. La técnica mecánica utiliza una máquina de medición por coordenadas (MMC), obviamente esta técnica es de contacto. La técnica óptica utiliza proyección de franjas, ésta da coordenadas de campo en 3D de la superficie a través de un mapa de fase. Sin embargo, con ambas técnicas no se obtiene completamente el modelo. La razón de esto en el caso del digitalizado mecánico, se debe, a que el palpador de la MMC no llega a regiones de forma complicada y no toca el interior, cuando los objetos son huecos. Para el digitalizado óptico se pierde información en regiones donde no hay iluminación, regiones de cambio abrupto de forma y en el interior de objeto huecos. Por lo que para retocar el modelo, se tiene que utilizar paquetes de ayuda al diseño por computadora, en este caso se ha utilizado, para tal fin, el paquete AUTOCAD *versión 10*.

Una vez que la geometría del modelo se tiene, ésta se utiliza para ser sometida a un

análisis de esfuerzos. Este análisis se lleva a cabo mediante el método de elemento finito (MEF). Para realizar el análisis mencionado se utiliza el paquete educativo ANSYS ED versión 5.0. Los resultados que se obtienen del MEF se comparan de una manera cuantitativa con un método experimental. Se utiliza el método de interferometría electrónica de patrones de moteado para realizar dicha comparación.

El propósito de este trabajo es la automatización del proceso en la creación de modelos de manera mecánica u óptica y ligar esta información a un paquete de elemento finito.

Es importante mencionar que este trabajo es continuación de uno anterior titulado "búsqueda y seguimiento de modelaje para determinar forma y deformación de una superficie", realizado por Fis. Jose Hector Puga y supervisado por el Dr. Ramón Rodríguez Vera[12]. En éste, se hace el análisis teórico y experimental de los desplazamientos que sufre un placa plana con agujero para determinadas condiciones de carga. Además se hace una comparación cualitativa de los resultados obtenidos de manera óptica y computacional.

Así que la variante en la presente tesis es enfocar la automatización del análisis a objetos de ingeniería reales que tienen geometrías mas complicadas.

Esta tesis se ha dividido en cuatro capítulos. El primer capítulo, tiene como objetivo introducir las técnicas para el digitalizado mecánico y óptico. El segundo capítulo, se deja al estudio del MEF aplicado a problemas de equilibrio asociado con mecánica de sólidos. Para el tercer capítulo, se hace el análisis experimental de los sólidos analizados en el capítulo dos. Finalmente, se hace una comparación de los resultados teóricos y experimentales que se obtienen.

Capítulo 1

Digitalización en tres dimensiones de estructuras de ingeniería

Introducción

La creación de modelos para la medición y simulación de sus parámetros de trabajo es de suma importancia para la optimización de estos, de ahí que se cuenten con varias técnicas para la digitalización de dichos modelos. En el presente trabajo se describen dos técnicas, siendo estas, el digitalizado por métodos mecánicos y ópticos. El objetivo final de digitalizado es introducirlo a un paquete de elemento finito para simular las condiciones al que sera sometido en su ambiente de trabajo.

Para realizar el digitalizado mecánico, se hace uso de una máquina de medición por coordenadas (MMC) y en el óptico, aunque existen varios métodos, se utiliza proyección de franjas, esto por su simplicidad.

Es importante hacer notar que con ambos métodos existen limitaciones. Es decir, la técnica en sí, no entrega el modelo completo del objeto, sino que se tiene que introducir la información obtenida de ambos métodos a un paquete CAD para terminar en su totalidad el modoelo del objeto a estudiar.

En el diagrama de bloques mostrado en la Fig.1.1 se puede ver el proceso que sigue cada método en el modelado, también se puede notar en este diagrama que la información obtenida pasa a un paquete CAD y finalmente a un paquete de elemento finito.

En el presente capítulo se describe paso a paso la manera de digitalizar una superficie particular con la MMC Zeiss C 400. Además, se dan la bases para el digitalizado óptico.

1.1 Digitalizado mecánico[1][2][3]

Con el transcurso del tiempo, las máquinas de medición han ido avanzando a la par con el desarrollo de nuevas tecnologías, desde el desarrollo del micrómetro por la invención

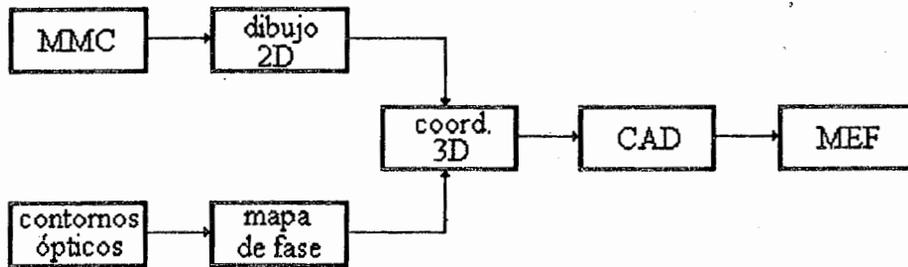


Fig 1.1 Diagrama de bloques que muestra los pasos seguidos en el digitalizado, hasta ligar la información al MEF.

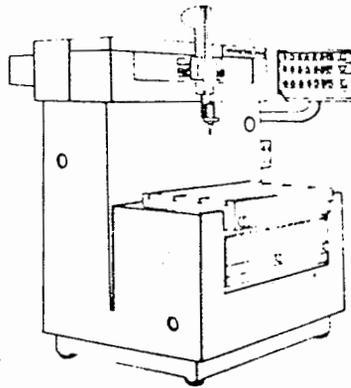


Fig 1.2 Aspecto de las primeras máquinas de medición por coordenadas.

de la cuerda en el siglo XIX, al desarrollo de los patrones de referencia a principios del siglo XX. Un cambio ocurrido en los años 50's con el surgimiento repentino del desarrollo de la electrónica de estado sólido, abrió el camino en la necesidad de satisfacer la producción de máquinas de medición de propósito general. Cuando dicha máquina llegó, y un ejemplo de las primeras se muestra en la Fig.1.2, vino de la industria electrónica, en lugar de la mecánica tradicional. La tecnología de la electrónica ha sido combinada satisfactoriamente con el uso de materiales no tradicionales, particularmente plástico y granito, para producir máquinas de medición versátiles, exactas y económicas.

La MMC ilustrada en la Fig.1.2, esta compuesta, de una plataforma que sostiene la parte fija, registro de posición y una cabeza movable que sostiene el palpador. El palpador puede ser trasladado en tres direcciones correspondiente a las coordenadas x, y, y z. Durante la operación, el palpador hace contacto con la superficie de la parte que será medida y la posición de las tres coordenadas son indicadas con un alto grado de exactitud. Exactitudes típicas de estas máquinas estan cerca de ± 0.0002 in. (0.0051 mm). Recientes avances en la tecnología de las MMC esta basada en gran parte sobre la gran inteligencia y comodidad suministradas por la computadora. Estos avances incluyen la capacidad para la alineación automática de la pieza de trabajo sobre la mesa de la máquina, iteración de programas de la MMC para la inspección por personal inexperto en el uso de computadoras, y conversión entre sistemas de coordenadas cartesianos y polares.

1.1.1 Equipo requerido para la operación de la Máquina de Medición por Coordenadas Carl Zeiss modelo C 400[13]

Máquina de medición por coordenadas

La máquina de medición por coordenadas empleada en este trabajo, tiene una capacidad de medición de la pieza de trabajo de 380 mm, 450 mm y 280 mm en los ejes x,y, y z respectivamente y un peso máximo de 410 kg, además cuenta con una resolución en la

medición de 0.5 μm .

La MMC permite tomar mediciones con alto grado de precisión de objetos o partes, ésta tiene tres ejes en ángulo recto, uno con respecto a otro. Los ejes establecen las direcciones en las que se puede mover el palpador, ellos forman un sistema de coordenadas en tres dimensiones y los ejes forman los planos coordenados x-y, x-z y y-z. Montado sobre los ejes existen cojinetes de aire que permiten el movimiento libre de fricción y escalas de vidrio lineales de alta precisión que determinan la posición del palpador. En la Fig.1.3 se muestra una fotografía de la MMC descrita.

Palpadores

El palpador se usa en la MMC para marcar puntos sobre la parte a analizar. Después que un punto es accionado por contacto con un TTP (Touch Triger Probe-dispara una señal eléctrica en la posición de contacto) o con un interruptor de pedal (duro, cero o videoprobador), las coordenadas del punto son almacenados por U-SOFT (Software de medición- Tiene capacidades gráficas, estadísticas y barrido digitalizado en otras funciones, además de poder intercomunicarse con sistemas CAD). Los puntos son combinados para calcular la posición, forma o diámetro de una característica o el ángulo o distancia entre dos características.

Sistema computacional

El sistema computacional unido a la MMC debe tener el siguiente equipo: Computadora, teclado, monitor y impresora. La computadora (la computadora unida a la MMC es una ACER 486 DX2 a 66 MHz y 8 MB de memoria RAM) ejecuta los calculos matematicos, salva programas, datos de la parte y controla los componentes del sistema que incluyen el teclado, monitor y impresora. El disco duro permite almacenar el software U-SOFT, programas y sistema software. La unidad de disco (disco flexible) permite respaldar programas.



Fig.1.3 Máquina de medición por coordenadas C 400.

1.1.2 Procedimiento para digitalizar una superficie.

Antes de iniciar el proceso de digitalizado es necesario que el sistema este alineado y los palpadores se encuentren calibrados. Para realizar estas labores se procede de la siguiente manera:

Alineación

La creación de un sistema alineado elimina la necesidad de consumo de tiempo en alinear mecánicamente el sólido. La parte es alineada electrónicamente usando mediciones o características de fabricación de la parte. Una alineación estandar comprende de tres fases o niveles:

Primario. En el nivel primario la parte usa los ejes x,y o z. Una característica en tres dimensiones tal como un plano, cilindro o cono, puede ser usado para el primario.

Secundario. El secundario alinea la rotación de la parte a un eje deseado. Una característica en dos dimensiones tal como una línea o una característica en tres dimensiones tal como una línea, cilindro o cono, puede ser usado para el secundario. Para el secundario no se puede usar un plano.

Datum. El datum coloca el punto cero donde todas las medidas o características de fabricación son referenciadas. El centro de una esfera, el centro de un círculo o un punto cualquiera puede ser usado como datum.

Del menú principal de el software de medición USOF-T, se entra ALIGNMENT y se inicia la alineación con la primera fase (primario). Se elige 3D ALIGNMENT y se escoge Plane como elemento. Se palpan los puntos requeridos y se presiona [F8] CONTINUE para continuar con la próxima fase. En la segunda y tercera fase (secundario y datum) se sigue

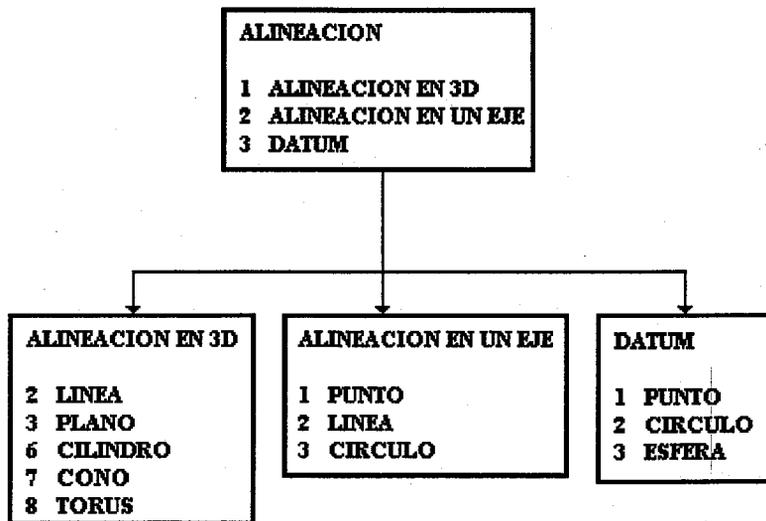


Fig 1.4 Pasos seguidos en la alineación de una parte.

el mismo procedimiento que para el primera fase. En el diagrama de bloque de la Fig. 1.4 se da el procedimiento para la alineación.

Calibración de palpadores

PROBE OPTIONS permite calibrar y almacenar los diferentes tipos y tamaños de palpadores que son necesarios para tocar características de la parte bajo estudio. Una vez que la calibración esta completa, el procedimiento no tiene que ser repetido a menos que el palpador sea removido de la máquina o la posición de los palpadores haya sido alterada desde la calibración original.

Antes de calibrar se debe revisar que la cabeza del palpador esté montada adecuadamente, y debe asegurarse que todos los cables electrónicos requeridos estén apropiadamente conectados. Debe atornillarse la punta o puntas de los palpadores en la localización deseada. De aquí, entonces podemos mover el palpador alrededor de varios puntos que serán medidos, revisar el espacio conveniente antes de la calibración. Para esto, se tiene que montar la esfera de referencia sobre la plataforma de la máquina y asegurar que ésta no se moverá durante la calibración.

Del menú principal se entra a [8] PROBE OPTIONS. Aquí se selecciona el tipo de palpador (duro o blando-Las diferencia entre estos palpadores radica principalmente en la punta de éstos. Por ejemplo, la punta esferica del palpador duro es adecuado para tocar puntos en forma continua y la punta esferica de rubi del palpador blando es adecuado para tocar puntos en forma discreta) con [F4] PROBE TYPE. Enseguida se escoge el sistema de palpación que se desea con [F1] SYSTEM SELECT. Posteriormente se escoge el palpador que se quiere calibrar, con éste se tocan como mínimo cinco puntos sobre la esfera de referencia.

Una vez realizadas la dos funciones anteriores se puede proceder a digitalizar. Del menú principal se entra a la opción de digitalizado (F8 Digitize) dentro de esta etapa, se elige si el digitalizado sera un elemento (línea, círculo, plano o cilindro) o un contorno en dos o

tres dimensiones. Enseguida se colocan los límites frontera de la imagen que será barrida en relación a la parte alineada. Hecho lo anterior se procede a digitalizar. Con el palpador se tocan puntos de la parte que se digitalizará, estos puntos son combinados para dar la forma del objeto. Finalmente los contornos obtenidos pueden convertirse a otros formatos adecuados para sistemas CAD o EDM. El diagrama de bloques de la Fig.1.6 resume lo que se realiza en la digitalización.

1.1.3 Resultados

Habiendo seguido los pasos dados anteriormente para la calibración de probadores y alineación de la parte que se estudiará se siguió con el digitalizado. Aquí se tocaron puntos de la superficie de la parte, éstos se combinaron para dar contornos en tres dimensiones. En la Fig.1.6 se muestran los contornos obtenidos con el digitalizado. Al archivo donde se encuentran estos resultados se les dio el formato adecuado para ser trasladado al programa AUTOCAD. En el programa los detalles de forma que no pudieron darse en el digitalizado debido a la limitación en la palpación se dieron en éste, en la parte izquierda de la Fig.1.7 se pueden ver los contornos que se mostraron en la Fig.1.6 y en la parte derecha se ven estos mismos contornos pero ya con forma volumétrica que es lo que se necesita para hacer un análisis adecuado de esfuerzos de la pieza completa. En la Fig.1.8 se muestra dicha pieza en tres dimensiones obtenida desde AUTOCAD. Para comparar el resultado que se obtuvo con la pieza que se digitalizó, en la Fig.1.8a se puede ver la fotografía de la pieza digitalizada.

1.2 Digitalizado óptico (proyección de franjas)

La técnica de moire por proyección de franjas, es una herramienta bien establecida para el contorneo de objetos en 3D y la medición de deformaciones y vibraciones. En principio hay dos métodos de proyección de franjas; por interferencia entre dos frentes onda mutuamente coherentes o por la formación de la imagen de una rejilla sobre el objeto.

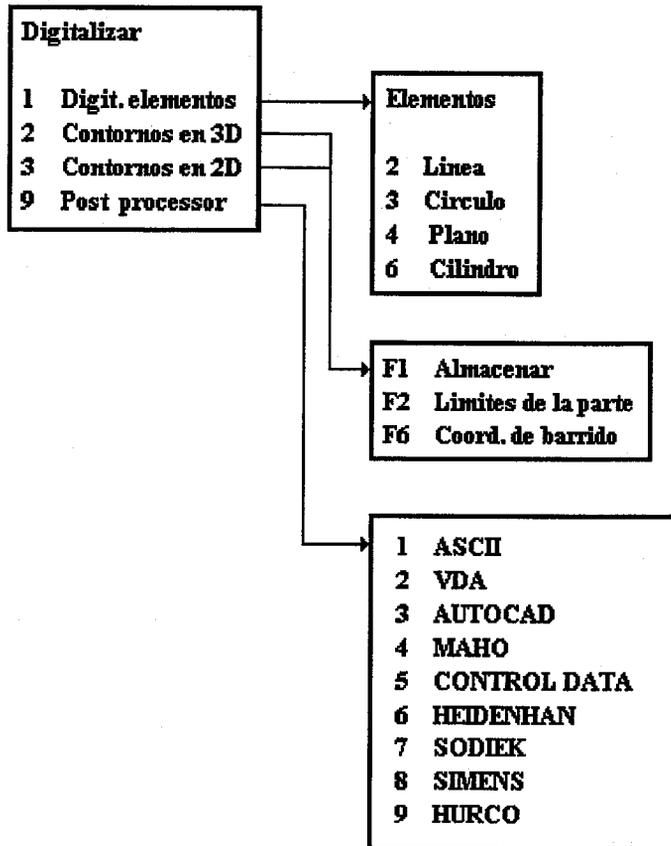


Fig. 1.5 Diagrama de bloques de los pasos para el digitalizado

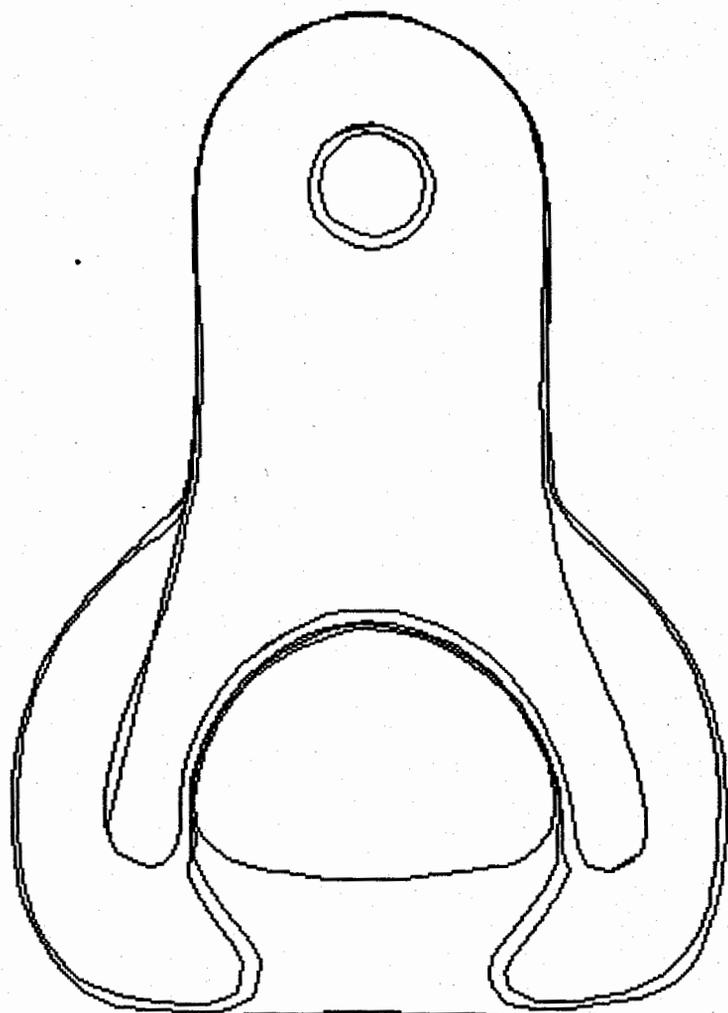


Fig 1.6 Contornos obtenido de la MMC.

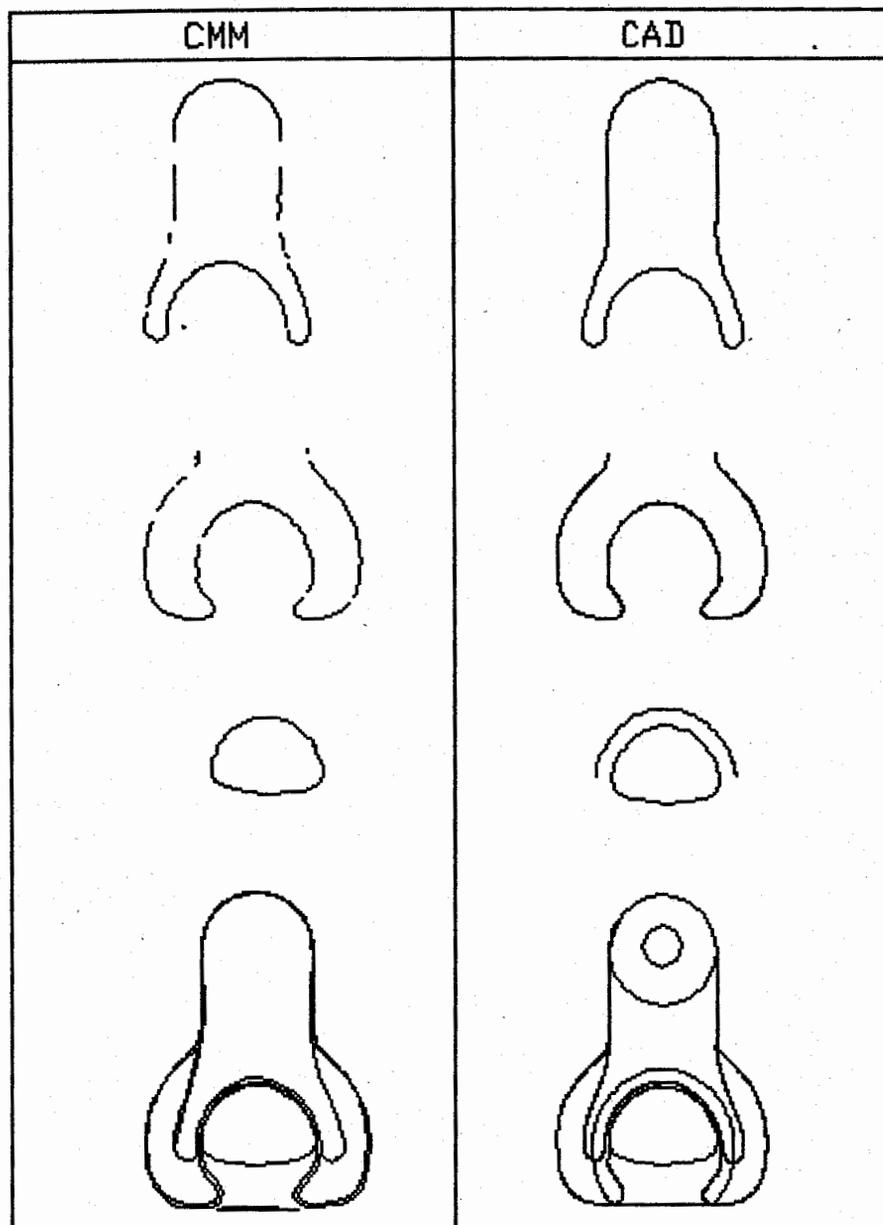


Fig. 1.7 Dibujos obtenidos desde la MMC y un sistema CAD.

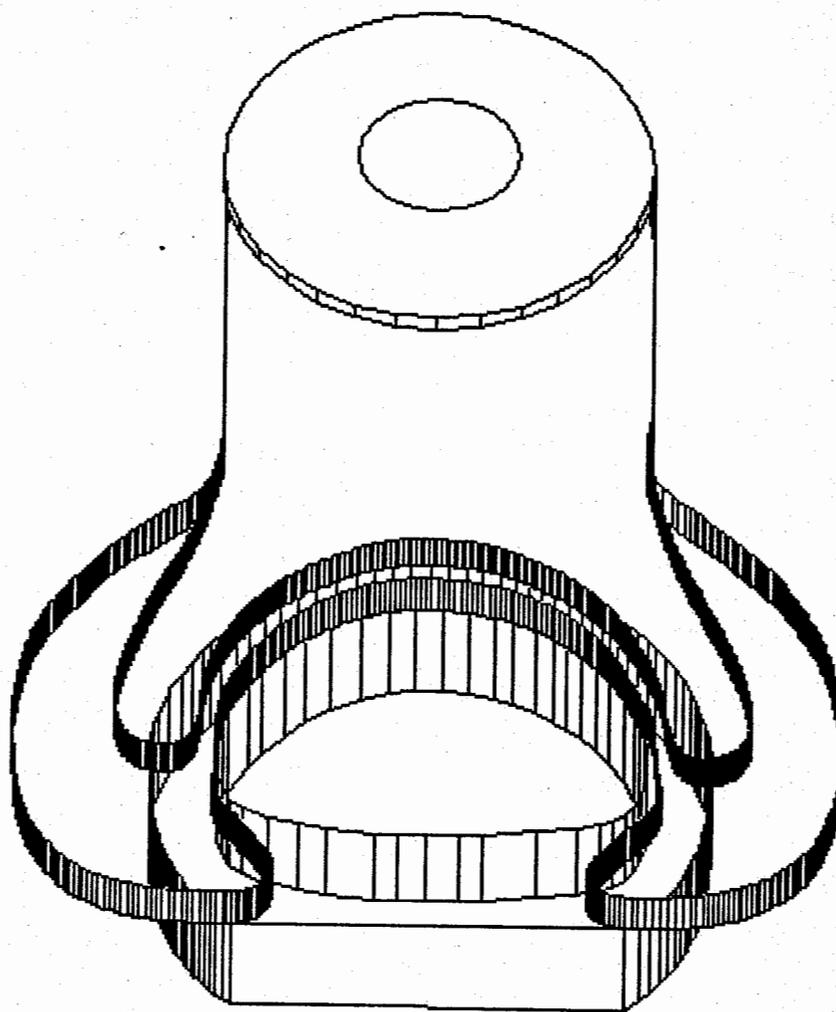


Fig. 1.8 Modelo en 3D del arnés obtenido desde AUTOCAD.



Fig. 1.8a Fotografía del arnés que se utilizó en el digitalizado.

En este trabajo se utiliza este último método en el digitalizado del mismo arnés.

Si el objeto es pequeño y esta suficientemente lejos del proyector, la iluminación objeto puede considerarse como colimada. Además se asume que la distancia entre el proyector y el punto de observación es pequeña comparada con la distancia desde el proyector-punto de observación al plano objeto. En estas circunstancias la imagen de la rejilla y la topografía del objeto $z(x,y)$ puede ser aproximada por:

$$I(x,y) = A + B \cos 2\pi/P \cos\beta [x \cos\beta - z(x,y) \cos\beta] \quad (1.1)$$

donde P es el período de la rejilla, β es el ángulo entre la fuente de iluminación y la dirección de observación.

1.2.1 Resultados experimentales

La Fig.1.9 muestra el arreglo experimental utilizado. Una rejilla de periodo P es proyectada oblicuamente a un ángulo β con respecto al eje z . Una cámara CCD capta la imagen a lo largo de la dirección Z . La señal de video es alimentada a un procesador digital de imágenes. El objeto codificado con esta iluminación fue digitalizado como se muestra en la Fig.1.10. En ésta se muestra el patrón de franjas modulado por la topografía del arnés. Para calcular la geometría del objeto fue utilizado el método de sincronía espacial para desenvolvimiento de la fase. Las Figs.1.11 y 1.12 muestran el mapa de fase e información de la forma de objeto respectivamente. Las fronteras de los datos ópticos dan información erosionada o ruido artificial debido a la técnica de análisis de franjas empleada. Este problema es resuelto por la interpolación en un sistema CAD desde el campo de coordenadas ópticas.

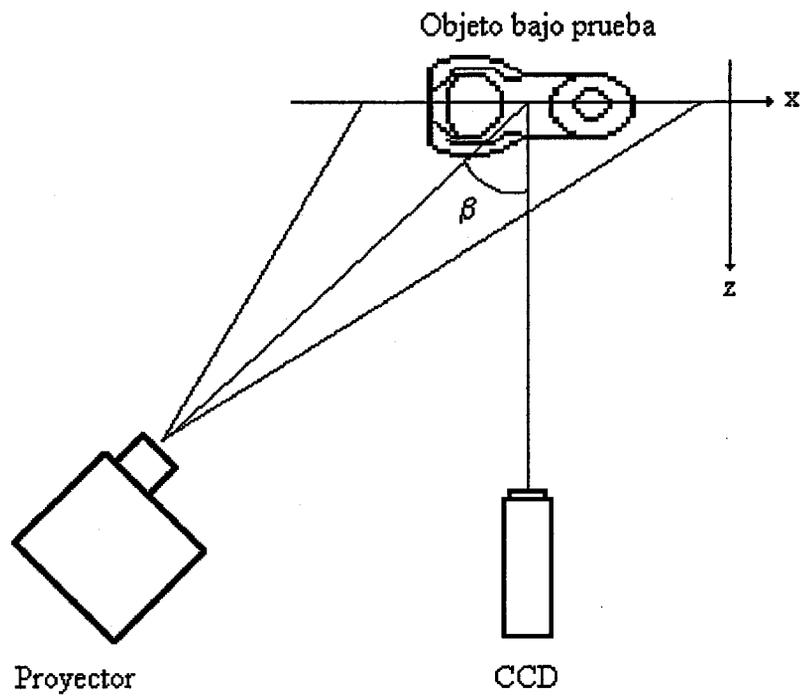


Fig.9 Arreglo experimental utilizado en el modelado del arnés.

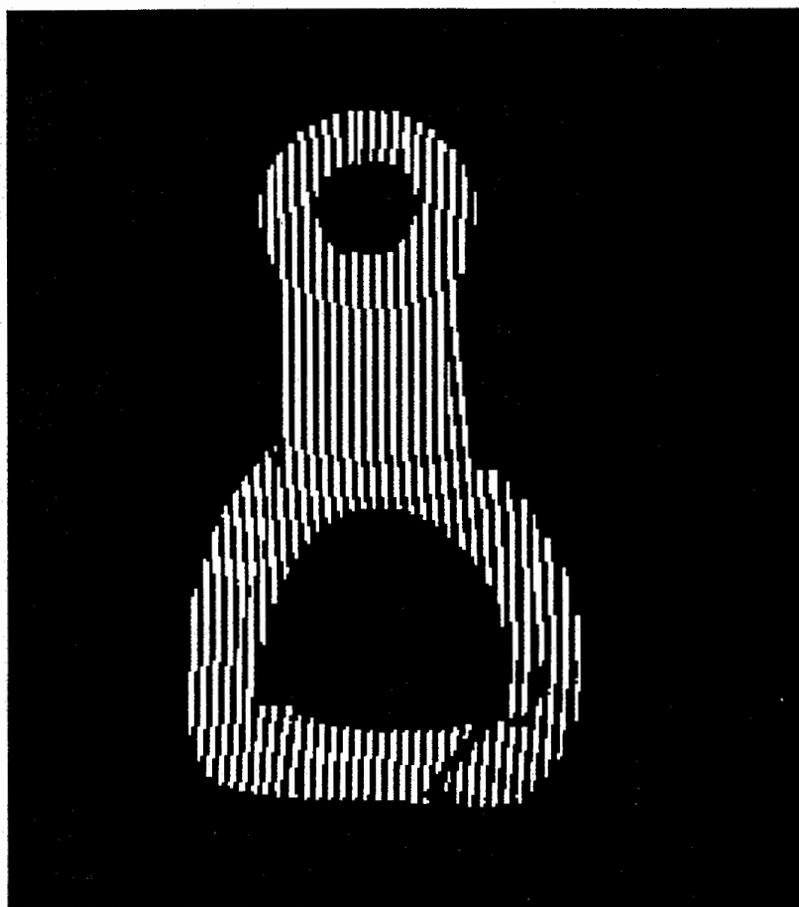


Fig. 1.10 Rejilla proyectada sobre el arnés, la rejilla es modulada por la topografía del objeto.

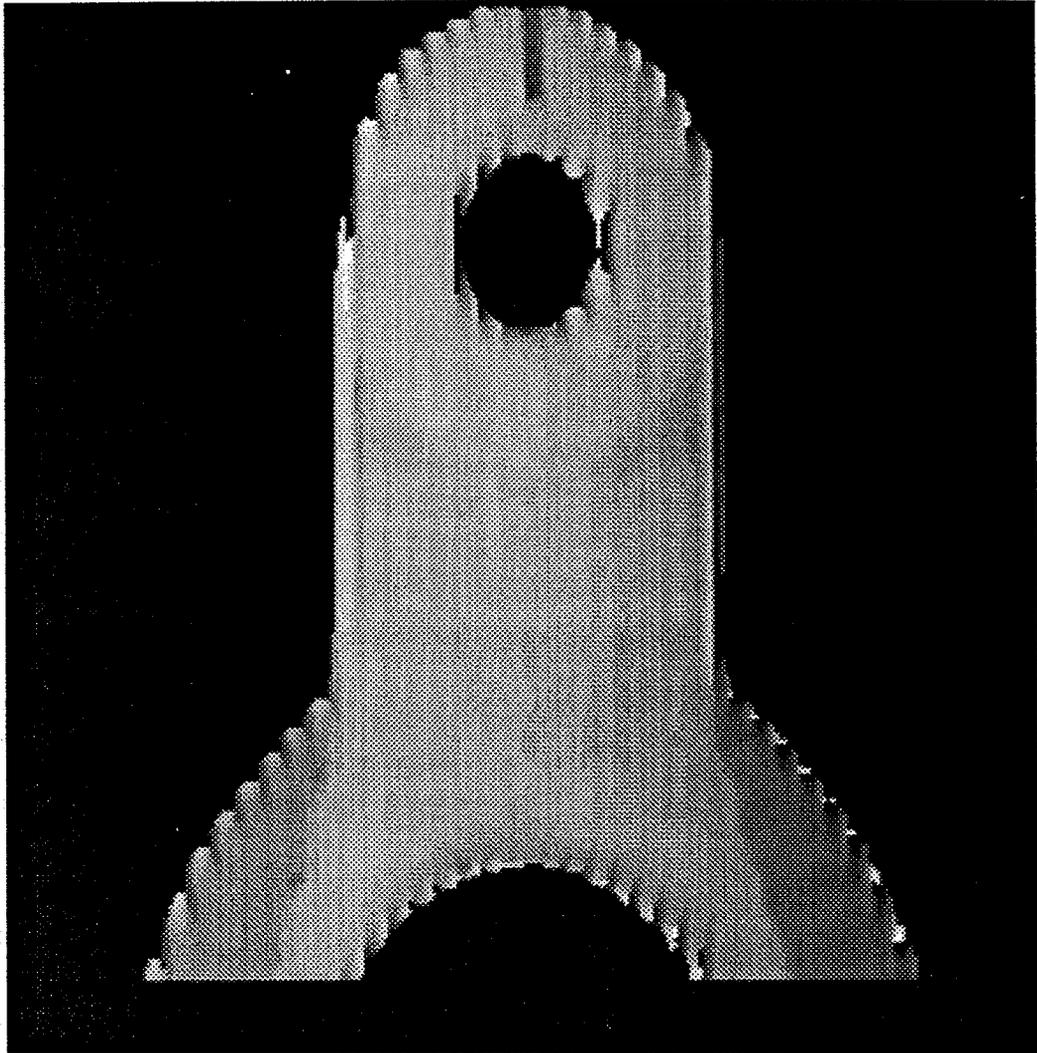


Fig 1.11 Mapa de fase del objeto.

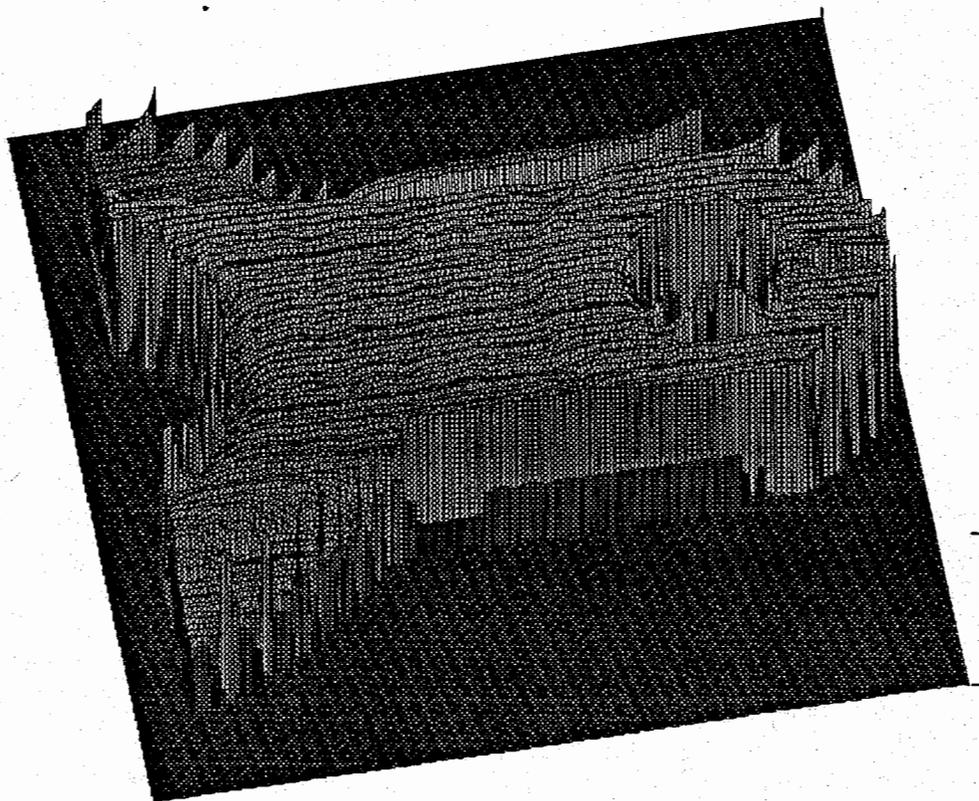


Fig. 1.12 Información tridimensional del objeto.

1.3 Conclusiones

En resumen, se presentó el procedimiento para digitalizar óptica y mecánicamente superficies. Los métodos propuestos usan técnicas de contacto y no contacto. El método de contacto utiliza una máquina de medición por coordenadas. Con esta se tocan puntos sobre la superficie de la estructura, los puntos tocados crean contornos en 2D, los contornos son ligados a un sistema CAD para finalizar el modelado. El método óptico utiliza una técnica de proyección de franjas. El campo de coordenadas dado por este método, podría ser ligado también a un sistema CAD. Es importante mencionar que el modelado óptico aun esta en etapa de investigación.

Capítulo 2

Introducción al método de elemento finito y aplicación al análisis de esfuerzos en estructuras de ingeniería.

Introducción

Como una solución al problema de análisis de esfuerzos mediante métodos numéricos, se encuentra el método de elemento finito. El método de elemento finito es una técnica numérica en la cual las ecuaciones que lo gobiernan están representadas en forma matricial y como tal son adecuadas para la solución por computadora. La región que representa la solución es mostrada como un ensamble de pequeñas subregiones llamadas elementos. Cuando el análisis es aplicado a un continuo (sólidos o fluidos son considerados como medios continuos ya que están compuestos de moléculas discretas) la idealización llega a ser un ensamble de un número discreto de elementos, cada uno con un número finito de grados de libertad (d.o.f.). El elemento es la unidad de construcción básica, cuenta con un determinado número de d.o.f. y puede tomar varias formas; como por ejemplo, resortes, barras, vigas, membranas, placas o elementos sólidos, como puede verse en la Fig.2.1.

Los elementos se conectan en uniones discretas (en las esquinas y algunas veces en puntos intermedios) conocidos como nodos. Implícito con cada tipo de elemento está la relación fuerza-desplazamiento nodal, llamada rigidez del elemento. El análisis requiere el ensamble y solución de un arreglo de ecuaciones simultáneas, que proporcionará el desplazamiento de todos los nodos en el modelo. Una vez que el campo de desplazamiento es determinado, las deformaciones y esfuerzos pueden ser determinados, usando las relaciones deformación-desplazamiento y esfuerzo-deformación respectivamente.

En este capítulo se muestra el análisis de esfuerzos de dos piezas, un anillo sólido y un arnés, como el digitalizado en el capítulo 1. Para llevar a cabo dicho análisis se utiliza el paquete educativo de elemento finito ANSYS versión 5.0.

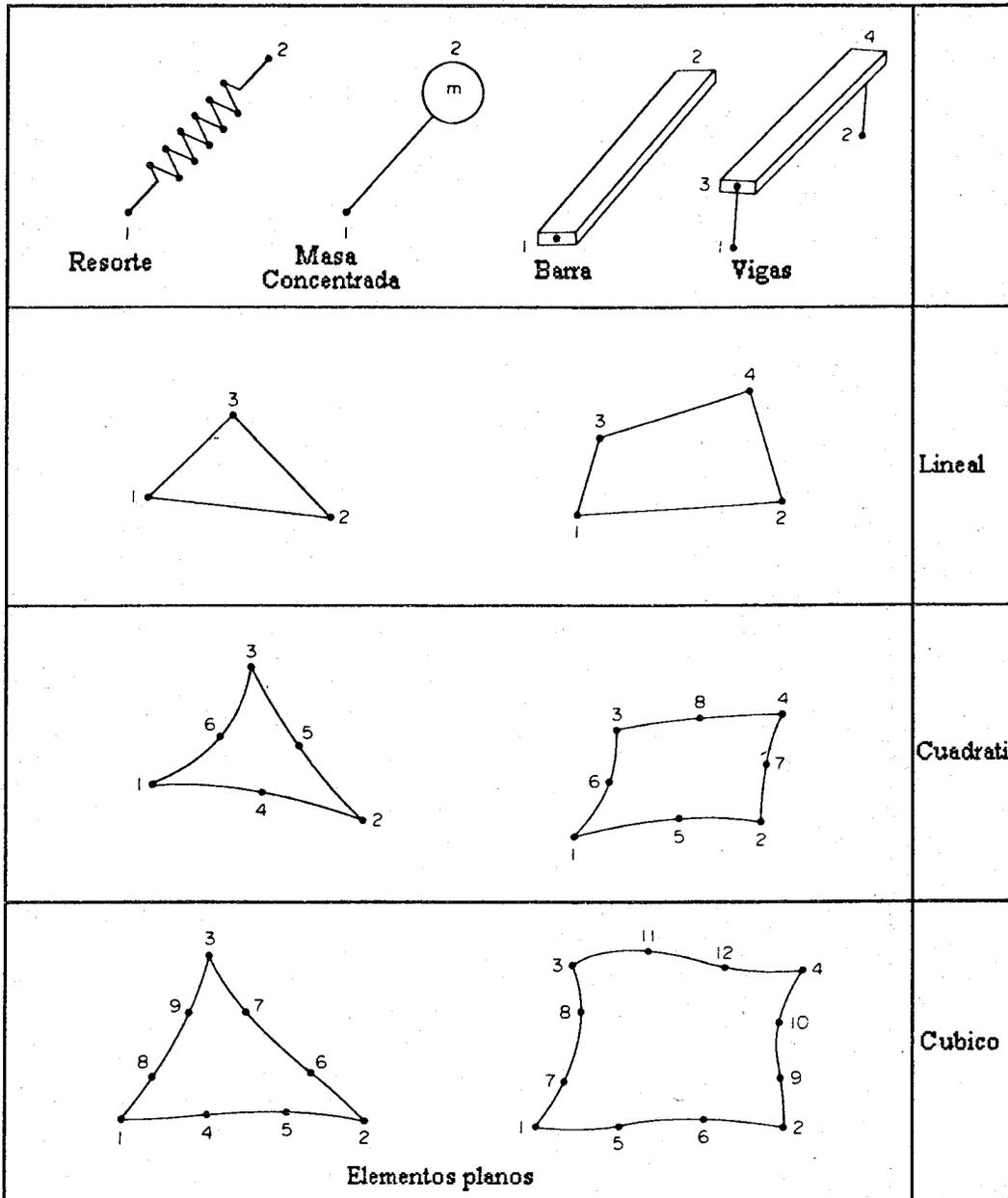


Fig.2.1 Ejemplos de tipos de elementos con sus puntos nodales numerados.

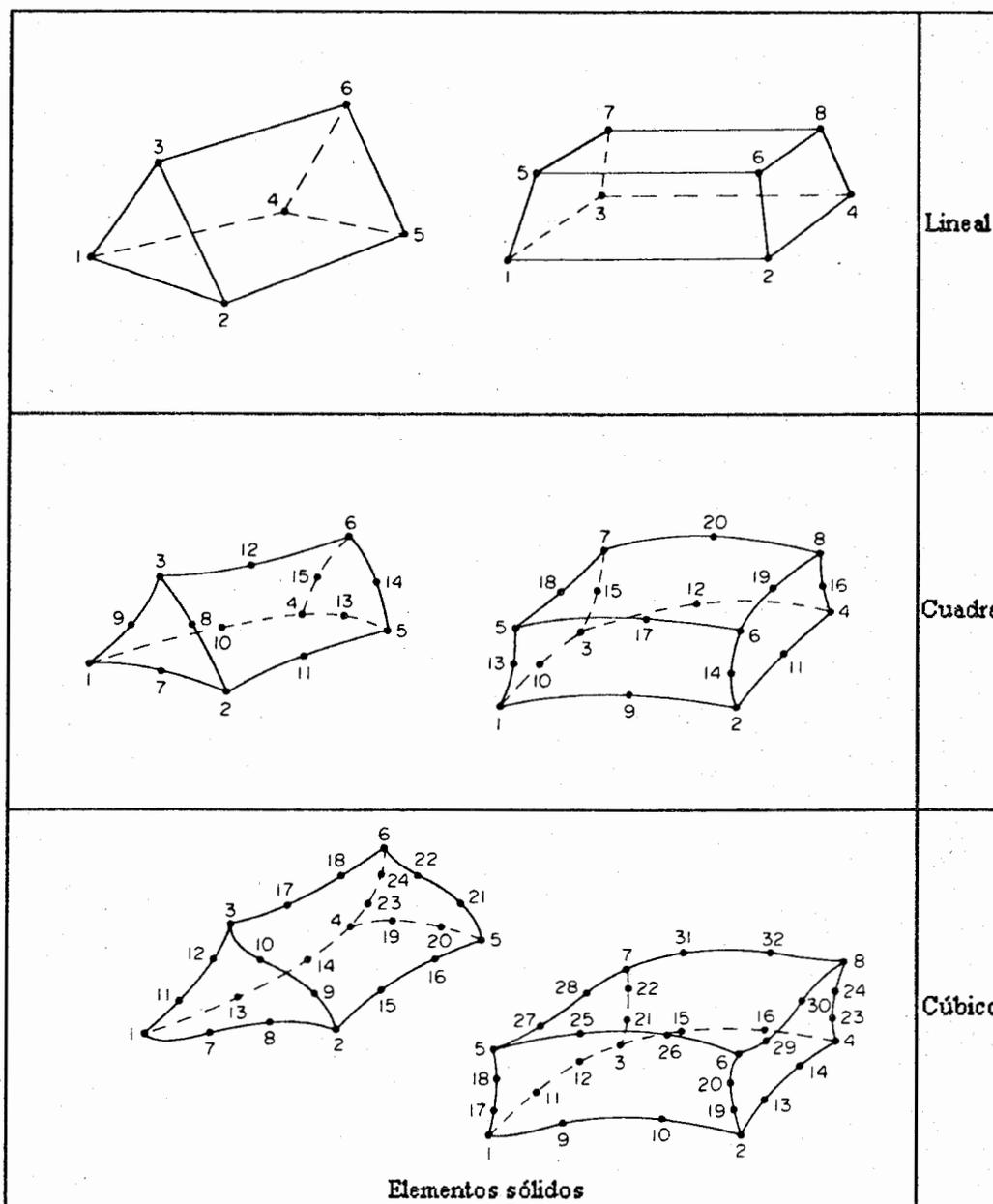


Fig.2.1 Continuación.

2.1 Aplicabilidad del método de elemento finito

El MEF surgió esencialmente de la industria aeroespacial, donde la demanda para el análisis de estructuras a gran escala era muy complicado[8]. La naturaleza general de la teoría lo hace aplicable a una variedad de problemas con valores en la frontera. Además del análisis de esfuerzos elástico-estático, el método ha sido aplicado a plasticidad, mecánica de fracturas y análisis de respuesta dinámica. Además el método no está confinado a mecánica de estructuras, sino que ha sido aplicado satisfactoriamente a otras disciplinas tal como conducción de calor, dinámica de fluidos y estudios en campos magnéticos y eléctricos.

2.2 Problemas con valores en la frontera

Los problemas con valores en la frontera pueden ser agrupados en tres categorías, llamados:

- (1) *Equilibrio o estado estable*; por ejemplo, desplazamientos o esfuerzos, temperatura o flujo de calor, presión o distribución de velocidad.
- (2) *Eigen valores*; por ejemplo, frecuencias naturales, estabilidad de flujos en fluidos, etc.
- (3) *Propagación o transitorios*; por ejemplo, propagación de fracturas, flujo de calor transitorios, propagación de onda, etc.

En el presente trabajo la atención es confinada a problemas de equilibrio asociados con mecánica de sólidos.

2.3 Formulación del MEF

Aun cuando nos restringimos al análisis de problemas de estructuras mecánicas, el MEF puede ser usado en una variedad de caminos. Estos caminos están divididos en *formulación diferencial* o *variacional*. De la formulación diferencial, el método que se usa con mayor frecuencia y está ampliamente documentado es el MEF basado en desplazamientos. Casi la mayoría de los programas de análisis de propósito general han sido

escritos usando esta formulación, debido a su simplicidad, generalidad y buenas propiedades numéricas. Solamente este método será considerado aquí, pero la mayoría de los conceptos utilizados pueden ser aplicados a otras formulaciones.

2.4 El método de elemento finito aplicado a un continuo

Si la región o dominio en solución es un continuo, necesitará ser idealizada con un número discreto de elementos para obtener una solución por MEF. A diferencia del análisis de estructuras de vigas, donde los miembros físicos son discretos y cada uno puede ser representado como un elemento finito; la subdivisión de un continuo en elementos finitos es un tanto arbitraria. Tales subdivisiones o discretizaciones, como es conocido, constituye uno de los pasos iniciales en el procedimiento general de MEF.

2.5 Procedimiento general del MEF

Los pasos básicos comprendidos en el análisis de elemento finito, pueden ser los que se representan en el diagrama de flujo mostrado en la Fig.2.2. Solamente una simple descripción de estos pasos es dada a continuación.

2.5.1 Identificación del problema y análisis apropiado por MEF

Asumamos que tenemos un problema de ingeniería el cual ejecutará una función particular y requiere la selección de un diseño económico. Los componentes en ingeniería, excepto en el más simple de los casos, tiene características no estandarizadas, tal como aquellas asociadas con la geometría, condiciones de frontera, comportamiento del material, o excitación, para los cuales las soluciones clásicas son rara vez disponibles. El analista debe así buscar aproximaciones alternativas a la solución. Un acercamiento el cual puede, algunas veces, ser muy efectivo, es simplificar el problema de su estado inicial mediante aproximaciones adecuadas. Sin embargo, muchos ingenieros prefieren tomar ventajas de la gran velocidad y capacidad de las computadoras digitales modernas y el uso de técnicas

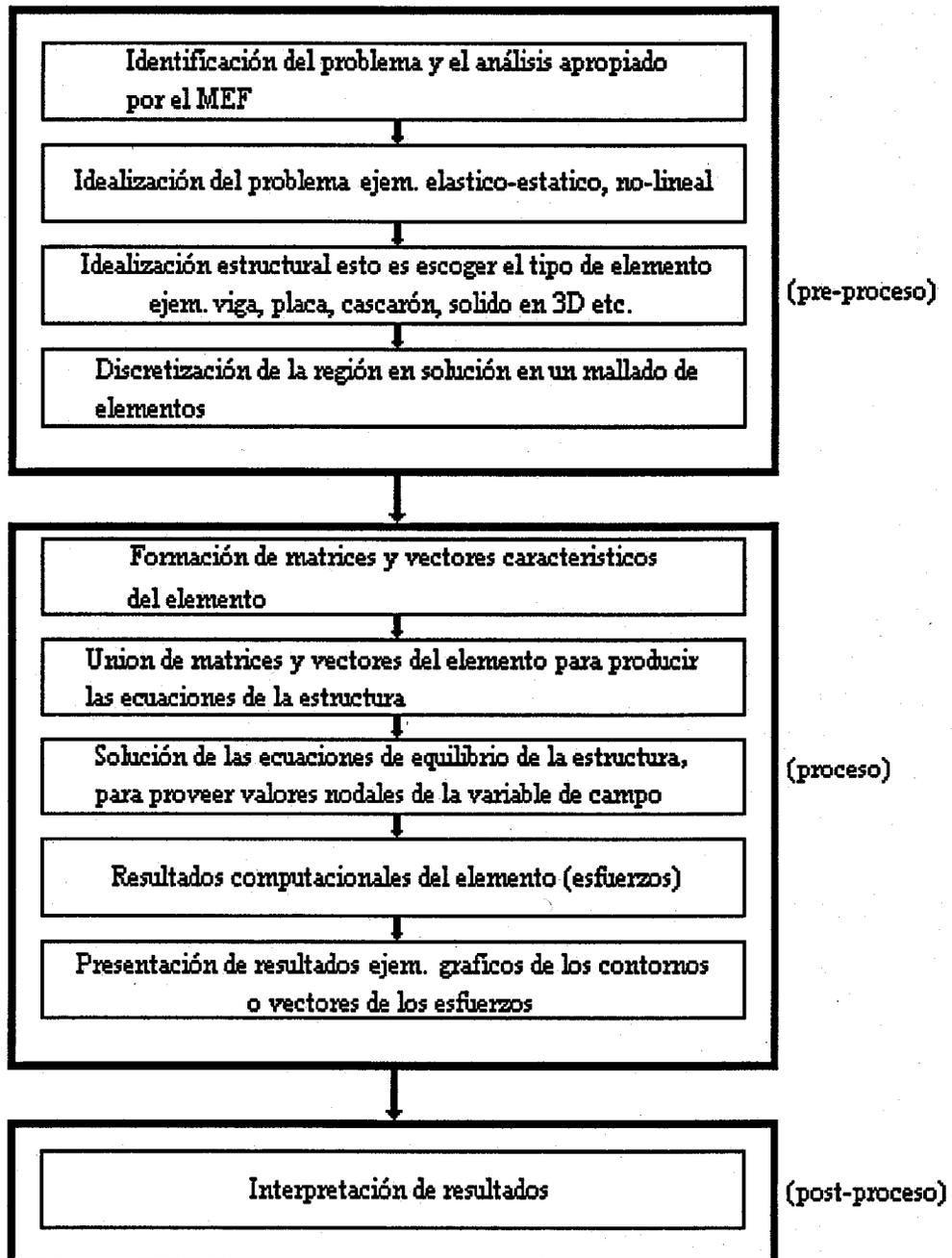


Fig.2.2 Pasos en el método de elemento finito (MEF).

númericas como el MEF.

Es recomendable que el analista use todos los métodos disponibles, por ejemplo, clásicos, numéricos y experimentales y evitar la confianza sobre una sola aproximación en la solución. Esto permitirá a los resultados ser confirmados y proporcionará un grado de seguridad en sus valores.

2.5.2 Idealización del problema

El problema necesita ser idealizado para que el método apropiado de análisis pueda ser empleado. Si el problema es de análisis estático entonces el sistema de ecuaciones será lineal y puede ser resuelto por una variedad de métodos, por ejemplo, eliminación Gaussiana, factorización de Choleski o Gauss-Seidel. Para problemas no lineales tal como los encontrados en plasticidad, fracturas, etc., son requeridos métodos de solución iterativos, tal como Newton-Raphson.

2.5.3 Idealización estructural

Los paquetes de elemento finito comercialmente disponibles, generalmente tienen un número diferente de elementos en su librería. El tipo de elemento que será empleado depende del problema. Por ejemplo, elemento barra para una estructura articulada en sus extremos y elementos sólidos para análisis en tres dimensiones. Sin embargo, en algunos casos, es posible que no sea claro el tipo de elemento que será usado, en tales casos se puede basar en las siguientes consideraciones:

- (i) Número de d.o.f.
- (ii) Exactitud requerida
- (iii) Esfuerzo computacional y
- (iv) El grado con el cual la estructura necesita ser modelada.

2.5.4 Discretización de la región en solución

Este paso es equivalente a reemplazar el sistema o estructura actual que tiene un número infinito de grados de libertad(d.o.f.), por un sistema que tiene un número finito de d.o.f. Este proceso de discretización se hace para modelar la región de la mejor forma posible. Una vez seleccionado el tipo de elemento, la discretización requiere cuidado en la selección de la forma del elemento, tamaño, número y configuración, para lograr una exactitud adecuada en los resultados y evitar un esfuerzo excesivo de la computadora.

Forma del elemento

La selección de la forma del elemento es principalmente dictada por la geometría del cuerpo y el número de coordenadas necesarias para describir el sistema. Algunos de los elementos que comúnmente se utilizan en una, dos y tres dimensiones se han mostrado en la Fig.2.1. Algunas regiones que están en tres dimensiones pueden ser descritas solamente en una o dos coordenadas independientes, por ejemplo, pistones, valvulas, boquillas, etc. Tales regiones pueden ser idealizadas usando elementos simétricos con respecto a un eje. Las fronteras curvas pueden ser representadas por elementos que tienen nodos intermedios, además de los existentes en las esquinas. Tales elementos son de un grado mayor que los elementos lineales (los cuales solamente pueden representar fronteras rectas). Los elementos de más alto orden corresponden a la familia de los elementos llamados isoparámetros, donde el mismo parámetro es usado para definir la geometría, así como los desplazamientos. Dichos elementos son capaces de representar lados de curvas y superficies.

Tamaño de elemento

El tamaño de elemento afecta directamente la convergencia de la solución. Se puede esperar que conforme el tamaño del elemento es más pequeño, se incrementará la exactitud de la solución. Sin embargo, se tiene que recordar que al reducir el tamaño del elemento, se incrementa el número de éstos y por consiguiente se elevará el esfuerzo computacional.

Un ejemplo de análisis de esfuerzo, aplicado a una placa con agujero sometido a tensión (Fig.2.3), sirve para ilustrar cómo el tamaño del elemento pueden ser dividido en elementos de tamaño pequeño alrededor del agujero (donde el gradiente esfuerzo/deformación sería mas elevado) a elementos de mayor tamaño lejos del agujero. Es decir, donde se requiere el valor del esfuerzo con una mayor exactitud, en esa región se puede incrementar el número de elementos.

Una característica relacionada con el tamaño del elemento y que puede afectar la solución es la "razón de aspecto" del elemento. La razón de aspecto es una medida (para elementos en dos dimensiones) de la razón de la dimensión mas grande y pequeña. Para mejores resultados es recomendable que la razón de aspecto este cerca de la unidad.

Número de elementos

El número de elementos que se escogen para una idealización esta relacionado con el tamaño del elemento, y para un tipo de elemento dado, se determina el número de grados de libertad del modelo. Generalmente un incremento en el número de elementos resulta en una mayor exactitud en la solución, pero un límite es alcanzado cuando un incremento en el número de éstos no significa una mayor exactitud en la solución. Es importante hacer notar que un incremento de d.o.f. resulta en un incremento en el número de elementos y por consiguiente se necesitará un mayor esfuerzo computacional.

Configuración del modelo

Pueden tomarse ventajas donde exista simetría geométrica y de carga, modelando solamente una porción de la estructura. Sin embargo, las condiciones de simetría necesitan ser impuestas para asegurar que la porción reducida es representativa de la estructura. Por ejemplo, en el análisis de la placa con agujero sometida a tensión, mostrada en la Fig.2.3, Solamente fué necesario modelar un cuadrante. Para que el cuadrante fuera representativo de la estructura, los desplazamientos nodales en u y v (donde u y v son los desplazamientos

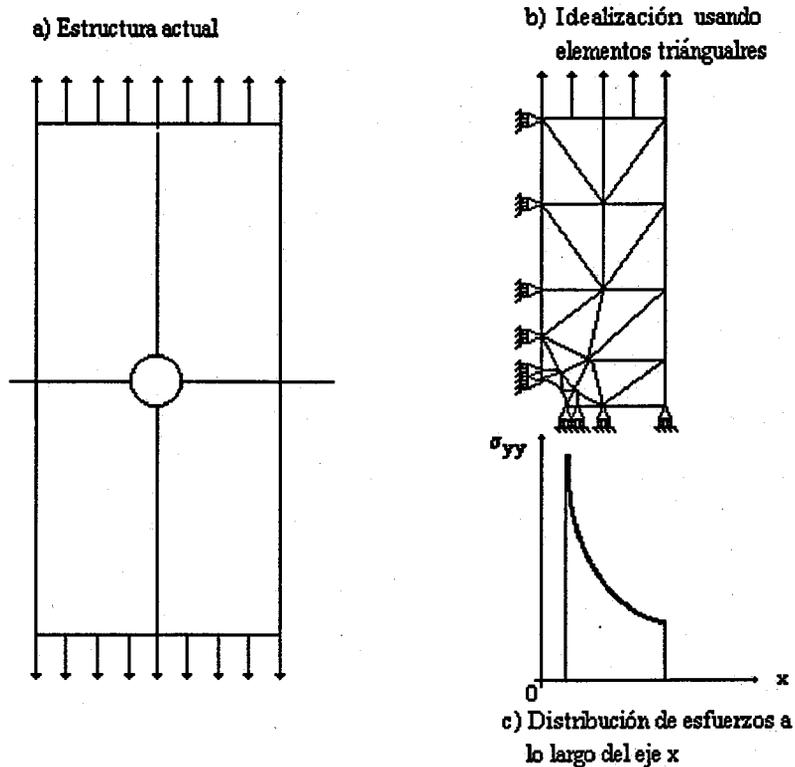


Fig.2.3 Análisis de elemento finito de una placa con agujero en el centro, utilizando elementos triangulares.

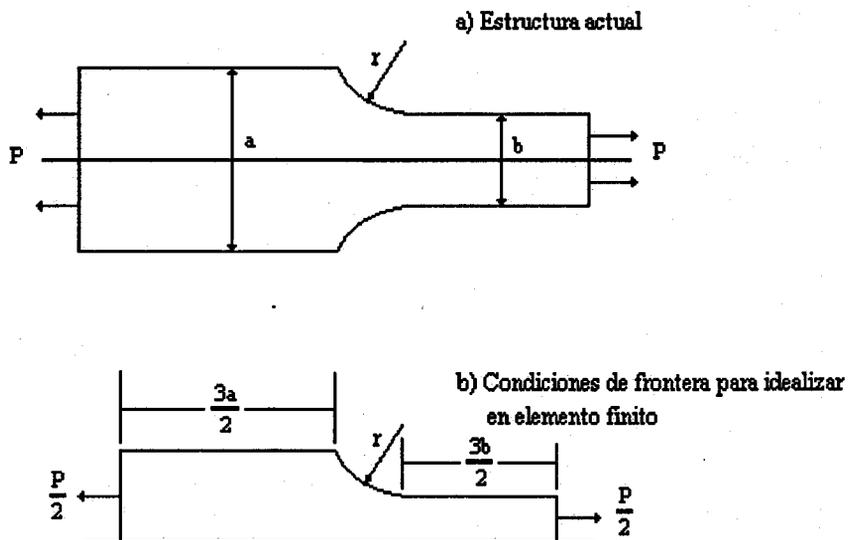


Fig.2.4 Idealización de un elemento mecánico.

en las direcciones x y y respectivamente) se restringieron.

Como es sabido, las distorsiones debido a la distribución de esfuerzos en función de la geometría o concentración de cargas solamente tiene un efecto local. El principio de Saint-Venant's[8] dice que el efecto de la concentración de esfuerzos desaparece en distancias relativamente pequeñas (aproximadamente igual a la dimension lateral más grande) desde la posición de la distorsión. Así pueden tomarse ventajas de este principio para reducir la extensión del modelo que se analiza. Una regla empírica muy utilizada en este respecto, es que el modelo necesita solamente extenderse a la mitad de la anchura desde la aplicación de la distorsión (Fig.2.4).

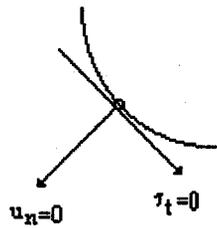
Condiciones de frontera

Considere las fronteras mostradas en la Fig.2.5a las cuales tienen un desplazamiento normal cero, esto es $u_n=0$, y un esfuerzo cortante tangencial cero, esto es $\tau=0$. Esto corresponde a las restricciones necesarias a lo largo de los ejes de simetría de la placa sometida a tensión de la Fig.2.3 La simbología que representa tales restricciones se muestra en la Fig.2.5b.

A menos que las condiciones de frontera sean aplicadas, el sistema de ecuaciones que rigen a tal esquema no puede ser resuelto puesto que existe un mecanismo, y la matrix que la representa se dice que es "singular". La interpretación física de esto, es que, el cuerpo cargado esta libre de sufrir movimiento de cuerpo rígido a menos que sean aplicadas las restricciones apropiadas.

2.5.5 Pasos en el procesamiento por computadora del MEF

Los pasos ejecutados por computadora pueden ser convenientemente ilustrados, considerando la aplicación a un modelo específico. El elemento triangular de tres nodos ha sido seleccionado en este ejemplo, puesto que, da el caso mas simple de elemento en dos dimensiones para análisis lineal de esfuerzo plano.



(a) Restricción actual



(b) Representación simbólica

Fig.5 Condiciones de frontera con desplazamiento y esfuerzo cortante cero.

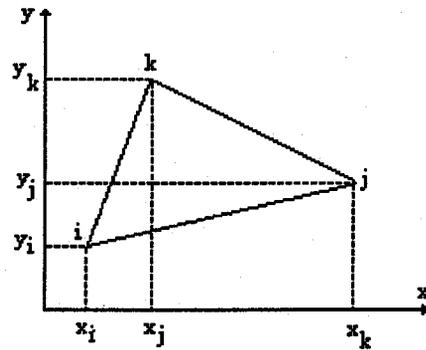
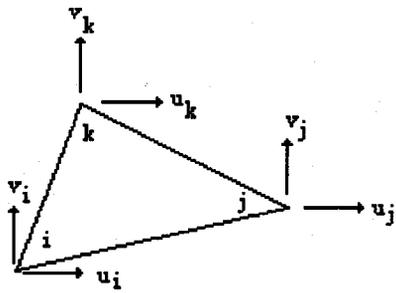


Fig.2.6 Elemento triangular con tres nodos.

2.5.6 Formación de matrices y vectores del elemento

La Fig.2.6 muestra un elemento triangular con sus tres nodos numerados en sentido contrario a las manecillas del reloj. Se asume que cada nodo tiene dos grados de libertad llamados desplazamientos en u y v , en las direcciones x y y respectivamente. Como se puede notar el elemento tiene seis grados de libertad.

Interpolación Polinomial

Las funciones usadas para representar el comportamiento de la solución dentro del elemento son llamadas "Funciones de Interpolación" o "Modelos de Interpolación". Las funciones de interpolación de tipo polinomial han sido ampliamente usadas debido a la facilidad de su formulación. En este ejemplo se asume que la interpolación polinomial describirá desplazamientos, por lo que es llamada "Función de desplazamiento".

Ambos desplazamientos u y v se asumen que varían linealmente en las direcciones x y y respectivamente, y pueden ser expresados en términos de las funciones de desplazamiento de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}u(x,y) &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \\v(x,y) &= \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y\end{aligned}\tag{2.1}$$

o en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{bmatrix}$$

Estas funciones de desplazamiento no representan exactamente la condición de desplazamiento, puesto que ellas contienen seis constantes $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_6$ y hay seis condiciones de frontera geométricas (ver abajo) con las que se puede satisfacer la compatibilidad.

Substituyendo las condiciones de frontera:

$$\begin{aligned} \text{en } x=x_i \text{ y } y=y_i, u=u_i \text{ y } v=v_i \\ \text{en } x=x_j \text{ y } y=y_j, u=u_j \text{ y } v=v_j \\ \text{en } x=x_k \text{ y } y=y_k, u=u_k \text{ y } v=v_k \end{aligned}$$

se tiene lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \\ v_i \\ v_j \\ v_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_j & y_j & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_k & y_k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_i & y_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_j & y_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

o, mas concisamente:

$$\{ P \} = [A] \{ \alpha \} \quad (2.5)$$

Donde las amplitudes de las funciones de desplazamiento, o "coordenadas generalizadas", como se sabe, son representadas por el vector $\{ \alpha \}$.

Las coordenadas generalizadas $\{ \alpha \}$, ahora son expresadas en términos de los desplazamientos nodales $\{ P \}$ como:

$$\{ \alpha \} = [A^{-1}] \{ P \} \quad (2.6)$$

Pueden tomarse ventajas de la partición en la matrix de inversión $[A]$ para obtener $[A^{-1}]$.

Formación de la matriz esfuerzo-deformación del elemento

Asumiendo condiciones de esfuerzo plano, las relaciones deformación-desplazamiento de primer orden son:

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \epsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.7)$$

Donde ϵ_{xx} y ϵ_{yy} son las deformaciones en las direcciones x y y respectivamente y ϵ_{xy} es la deformación de corte en el plano xy .

En forma matricial se puede representar de la siguiente manera:

$$\{\epsilon\} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Substituyendo de la ec.(2.2) y ejecutando las derivadas parciales se obtiene:

$$\{\epsilon\} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

mostrandose también como:

$$\{\epsilon\} = [B] \{\alpha\} \quad (2.10)$$

Se ha notado que la matrix $[B]$ es independiente de la posición dentro del elemento, y por consiguiente, las deformaciones (y los esfuerzos) serán constantes a través del elemento.

Para la condición de esfuerzo plano ($\sigma_{zz}=\sigma_{xz}=\sigma_{yz}=0$) y material isotrópico, la relación esfuerzo-deformación se representa en forma matricial como:

$$\{\sigma\} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \{\epsilon\} \quad (2.11)$$

esto es:

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} \quad (2.12)$$

Donde σ_{xx} y σ_{yy} son los esfuerzos paralelos a los ejes x y y respectivamente, σ_{xy} es el esfuerzo cortante en el plano xy , y $[D]$ es conocida como la "matriz de elasticidad".

Formación de la matriz de rigidez del elemento

Podemos obtener las coordenadas de rigidez generalizadas del elemento, $[\bar{k}]$, aplicando el principio de desplazamientos virtuales. Igualando el trabajo virtual, produce las coordenadas de rigidez generalizadas[8]:

$$[\bar{k}] = \int_{vol} [B^T] [D] [B] dV \quad (2.13)$$

El elemento de rigidez, $[\bar{k}]$, puede ser transformado ahora a $[k]$, la rigidez del elemento en términos de su desplazamiento en coordenadas del punto nodal, u y v .

esto es:

$$[k] = [A^{-1}]^T [\bar{k}] [A^{-1}] \quad (2.14)$$

Esta transformación estandar de coordenadas, en la cual la matriz de transformación $[A^{-1}]$, relaciona las coordenadas generalizadas $\{\alpha\}$, a las coordenadas del punto nodal $\{P\}$, se obtiene por igualación de la energía de deformación en las coordenadas locales y generalizadas del sistema.

En la presente consideración del desplazamiento lineal del elemento triangular, ambas matrices $[B]$ y $[D]$ son independientes de la coordenadas x y y , por lo que integración de la Ec. (2.13) puede ser resuelta para dar:

$$[\bar{k}] = at [B^t] [D] [B] \quad (2.15)$$

Donde a es el área del elemento, y t es el grosor del elemento (se asume que es constante).

Ensamble de matrices y vectores del elemento

El proceso de ensamble para obtener la estructura de la matrix de rigidez $[K]$, puede ser escrita como:

$$[\bar{K}] = \sum_{i=1}^m [k_i] \quad (2.16)$$

Donde la matrix, $[k_i]$, es la matrix de rigidez de i -esimo elemento y la sumatoria incluye todos los m elemento en el ensamble.

De la misma manera, el vector de carga de la estructura, $\{P\}$, esta ensamblada de los elementos del vector de carga, esto es:

$$\{ \bar{P} \} = \sum_{i=1}^m \{ \bar{P}_i \} \quad (2.17)$$

2.5.7 Solución de las ecuaciones de equilibrio de la estructura

Una vez que las condiciones de frontera han sido aplicadas, el sistema de ecuaciones que representan, puede ser resuelto. Si las ecuaciones son lineales, como en el caso de problemas estáticos o estado estable, hay dos tipos de métodos de solución; directo e iterativo. Ejemplos de métodos directos están los eliminación Gaussiana y Factorización de Crout. En los métodos iterativos, el método de Gauss-Seidel es usado frecuentemente.

En la solución de problemas no lineales se requiere la aplicación de un procedimiento iterativo y para problemas de equilibrio no lineales son usados los métodos de Newton-Raphson, Minimización y perturbación.

2.5.8 Resultados computacionales del elemento

La solución de las ecuaciones de equilibrio suministrará el vector de desplazamiento global nodal $\{P_n\}$ para la estructura entera. Por consiguiente el vector desplazamiento nodal $\{P_e\}$ se puede obtener para cualquier elemento. Ahora recordaremos la relación esfuerzo-deformación de la ecuación (2.2), es decir:

$$\{ \sigma \} = [D] \{ \epsilon \}$$

donde:

$$\{ \epsilon \} = [B] \{ \alpha \}$$

Los esfuerzos en el elemento pueden ser expresados en terminos de desplazamientos nodales usando la ecuación (2.6), esto es:

$$\{ \sigma \} = [D] \{ \epsilon \} \{ \alpha \}$$

o

$$\{ \sigma \} = [D] \{ \epsilon \} [A^{-1}] \{ p_e \}$$

o en forma mas completa:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = [D] [B] [A^{-1}] \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \\ v_i \\ v_j \\ v_k \end{bmatrix}$$

Presentación de resultados

Este paso involucra la presentación de resultados en la forma mas conveniente para el usuario. Es posible incluir la generación de un archivo de la información de salida, adecuado para la presentación gráfica de desplazamientos, contornos o vectores de los esfuerzos principales. Es necesario darse cuenta que MEF es potencialmente un productor prolífico de información de salida y es deseable que el usuario solicite la información que

es esencial, y donde sea posible tomar ventajas de la presentación gráfica.

Interpretación de resultados

Generalmente se produce un número considerable de decimales en la información de salida, el efecto es dar un grado de exactitud a la información. Sin embargo, el usuario necesita recordar que el MEF es numérico, por lo tanto es aproximado. Además, las aproximaciones asociadas con la idealización pueden significar errores que se incrementan del redondeo en la computadora. Una medida de la exactitud de la solución (asumiendo que los datos de entrada son correctos) se puede obtener mediante la prueba del equilibrio fuerzas, esto es evaluar o comprobar las cargas y reacciones aplicadas. Un desbalance excesivo indica que las condiciones son incorrectas y estas pueden deberse a un *pobre elemento* de la malla. Una falta de uniformidad en los contornos de los esfuerzos, derivados de elementos adyacentes, son además indicaciones de un modelaje pobre.

2.6 Procedimiento para análisis del MEF con ANSYS.

El procedimiento para análisis en ANSYS puede ser dividido en tres pasos:

- Construir el modelo.
- Aplicar cargas y obtener la solución.
- Revisión de resultados.

A continuación se da una breve explicación de cada uno de los pasos mencionados anteriormente.

2.6.1 Construir el modelo.

Es la parte del análisis en la que se consume más tiempo. En este paso, se especifica título y nombre del trabajo del análisis, bajo la instrucción PREP7 se define el tipo de elemento, constantes reales del elemento, propiedades del material y la geometría del modelo. Ahora se dará una breve explicación de cada uno de estos pasos.

Nombre de trabajo (jobname) - El jobname es un nombre que se puede usar para identificar el trabajo en ANSYS. Este jobname se le dará a todos los archivos producidos por el análisis, seguido de una extensión como identificador de archivo. De esta forma usando diferentes jobname, en el próximo análisis se asegurará que los archivos no se sobrescribirán.

Título- Define un título para el análisis. Este es utilizado para mostrarlo en todas las gráficas y la salida de las soluciones.

Elección de tipo de elemento- La librería de elementos ANSYS contiene 80 diferentes tipos de elementos. Cada tipo de elemento es identificado por un número y un prefijo que asocia la categoría del elemento; por ejemplo: BEAM4, PLANE77, SOLID96, PIPE16, etc. Las siguientes categorías están disponibles en esta versión: BEAM, COMBINATION, CONTAC, FLUID, HYPERelastic, LINK, MASS, MATRIX, PIPE, PLANE, SHELL, SOLID, SUOURCE, USER, SURFACE, and VISCOelastic (o viscoplastic).

Definiendo las constantes reales de los elementos- Las constantes de los elementos son propiedades que son especificadas para un tipo de elemento dado, tal como la sección transversal del elemento de una viga. Por ejemplo las constantes reales para BEAM3, son area(AREA), momento de inercia(I_{zz}), Altura(HEIGHT), deformación inicial(ISTRN), unidad de masa por unidad de longitud(ADDMAS). No todos los elementos requieren constantes reales.

Definiendo las propiedades de los materiales- Las propiedades del material se requieren para la mayoría de los tipos de elementos. Dependiendo de la aplicación, las propiedades de los elementos pueden ser lineales, no lineales, y/o anisotrópicas. Las propiedades lineales de los materiales pueden ser constantes o dependientes de la temperatura, isotrópicas o ortótropicas

Creación de la geometría del modelo- El principal objetivo de este paso es generar un modelo de elemento finito- nodos y elementos- que adecuadamente describan la geometría del modelo.

Hay dos métodos para crear el modelo de elemento finito: modelado sólido y generación directa. Con modelado sólido se describe la geometría de la fronteras del modelo y se da instrucciones al programa ANSYS para el mallado automático con nodos y elementos. Se puede controlar el tamaño y la forma de los elementos que el programa crea. Con generación directa se define manualmente la localización de cada nodo y la conexión de cada elemento. Varias operaciones, tal como copiar un patrón de nodos y elementos existentes, reflexión simétrica, etc. están disponibles en generación directa.

2.6.2 Aplicación de carga y obtención de la solución

En este paso se define el tipo y opciones de análisis, aplicación de cargas, se especifica la opción de paso de carga y se inicia la solución de elemento finito. Enseguida se da una breve explicación de cada uno de los pasos mencionados.

1. Entrar a la solución ejecutando el comando /SOLU
2. Definir el tipo y opciones de análisis. El tipo de análisis seleccionado está basado sobre las condiciones de carga y respuesta que se desea en el cálculo. Los siguientes tipos de análisis están disponibles en el programa ANSYS. Estático (o estado estable), transitorio, armónico, modal, espectro, etc.
3. Aplicación de cargas al modelo. La palabra carga usada aquí incluye condiciones de frontera (restricciones, soportes, o especificaciones de campos de frontera) así como las cargas aplicadas externamente y internamente. Las cargas en el programa ANSYS están divididas en seis categorías, siendo estas:

DOF restricciones

"Fuerzas"

Cargas superficiales

Cargas sobre cuerpo

Cargas inerciales

Cargas de campos acoplados

La mayoría de estas cargas pueden ser aplicadas sobre el modelo del sólido (puntos, líneas, áreas) o el modelo de elemento finito (nodos y elementos).

4. Especificación del paso de carga. Las opciones de paso de carga puede ser cambiadas desde un paso de carga a otro paso de carga, tal como el número de sub-pasos, tiempo en la finalización en el paso de carga y controles de salida. Dependiendo del tipo de análisis que se esta haciendo la opción de paso de carga puede ser utilizado o no.
5. Guardar una copia de reserva de la base de datos sobre el nombre de un archivo usando el comando SAVE.
6. Empezar los calculos para el analisis ejecutando el comando SOLVE.
7. Finalmente, utilizar FINISH para salir de SOLUTION.

2.6.3 Revisión de resultados

Una vez que la solución ha sido calculada se puede usar postprocessors para revisar los resultados. Dos postprocesos estan disponibles: POST1 y POST26.

POST1. El postprocesor general es usado para revisar los resultados en un subpaso (tiempo de paso) sobre el modelo anterior. El comando para entrar a post1 es /POST1, y solamente es válido en le primer nivel. Se pueden mostrar contornos, deformaciones y listados para la revisión e interpretación de los resultados del análisis. Muchas otras posibilidades están disponibles en POST1, incluyendo estimación de error, combinaciones de cargas, cálculos entre resultados y caminos de operación.

2.7 Resultados

Una vez que se dió el nombre y el título de trabajo se definieron las características físicas de los modelos. En la tabla 1 se pueden ver las características físicas mencionadas.

Para el anillo se eligió un elemento en 3D con 8 nodos y para el arnés un elemento plano con 4 nodos. Se puede ver que en el caso del arnés se escogieron 5 veces el mismo elemento, esto porque cada elemento tiene diferente espesor, Además se observa que las propiedades del material corresponden a las del aluminio. Las dimensiones globales del arnés se pueden ver en la Fig.1.8 y las del anillo son de 0.0315m de radio interior, 0.063m de radio exterior y 0.024 de espesor.

Los modelos con la malla pueden verse en las Figs.2.7 y 2.11. Los colores en la malla del arnés es representativo de un espesor diferente para cada elemento. En la tabla 2 pueden verse el número de elementos y nodos de cada una de éstos modelos. También en la Fig.2.11 puede verse que debido a la simetría del arnés nos permitió analizar solamente la mitad de éste.

Ya con las características y geometría de los modelos se procedió a la aplicación de restricciones, cargas y solución del problema. Para el anillo fueron aplicadas restricciones en dirección vertical en los puntos donde la pieza es soportada y se cargó con una fuerza a compresión de 644N aplicada en los puntos diametralmente opuestos a donde se aplicaron las restricciones. En el caso del arnés se colocaron restricciones a todos los nodos a lo largo del eje y , por la simetría de éste. Además de las restricciones impuestas en la dirección y para soportar la pieza y se aplicó una carga de 46N a compresión en la parte superior del arnés.

Finalmente se entró a Post-proscesor para la revisión de los resultados. El programa ANSYS produjo mapas de contornos de los desplazamientos, esfuerzos normales y esfuerzos cortantes. Estos resultados pueden verse en Fig.2.8 y 2.9 para el anillo y Fig.2.12 y 2.13 para el arnés respectivamente. Además, en las Fig.2.10 y 2.14 se muestra la representación vectorial de los desplazamientos y esfuerzos para el anillo y arnés respectivamente. Como se habrá notado, en la parte superior derecha de las figuras se ven los valores de los resultados mencionados. Las cantidades negativas significan que el cuerpo estuvo sometido a compresión y las positivas a tensión.

2.8 Conclusiones

Se utilizó el MEF en el análisis de un anillo sólido y un arnés como el digitalizado en el capítulo 1. Se muestran resultados de los mapas de contorno de los desplazamientos y esfuerzos, además se muestran estos mismos resultados en forma vectorial. Para realizar este análisis, se usó el paquete educativo de elemento finito ANSYSED *version 5.0*.

Es importante mencionar que el programa cuenta con limitaciones que lo hacen inapropiado para el análisis de algunos modelos en tres dimensiones. Como ejemplo podemos mencionar el arnés, con éste se encontró dificultad para ligar el archivo desde el programa AUTOCAD al programa ANSYS. Esto porque ANSYS permite solamente introducir un determinado número de puntos, líneas, áreas, volúmenes, nodos, elementos y grados de libertad (el arnés excede en el número de puntos, líneas, areas y volúmenes). Por lo que el análisis de esfuerzos del arnés se lleva acabo en dos dimensiones. Sin embargo, en el análisis del anillo no hubo ningún problema para el estudio en tres dimensiones.

Pieza	Tipo de elemento		Cte. reales		Prop. del material		
	Referen.	Nombre	Referen.	G	Material	NUxy	Ex
Anillo	1	Solid45	1	x	1	0.33	69e9
Arnés	1	Plane42	1	.0103	1	0.33	69e9
	2	Plane42	2	.0103	2	0.33	69e9
	3	Plane42	3	.0086	3	0.33	69e9
	4	Plane42	4	.0046	4	0.33	69e9
	5	Plane42	5	.0119	5	0.33	69e9

Tabla1. Características físicas de los modelos. NUxy-razón de Poisson, Ex- Módulo de Young (N/m), G- grosor (m.).

Pieza	Elementos	Nodos
Anillo	100	300
Arnés	241	266

Tabla2. Número de elementos y nodos de los modelos.

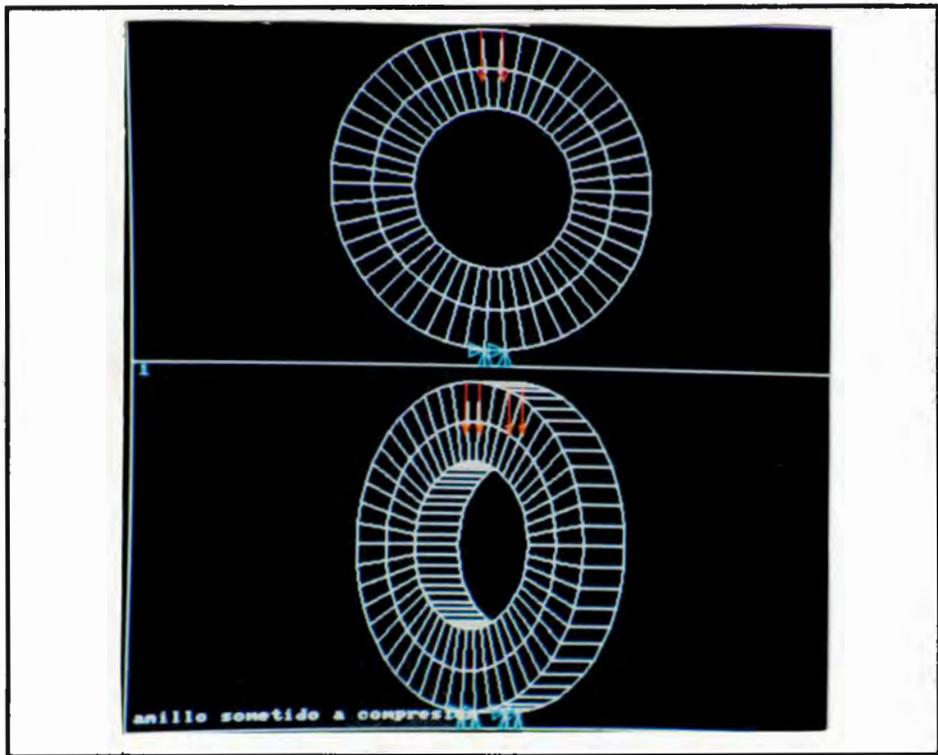
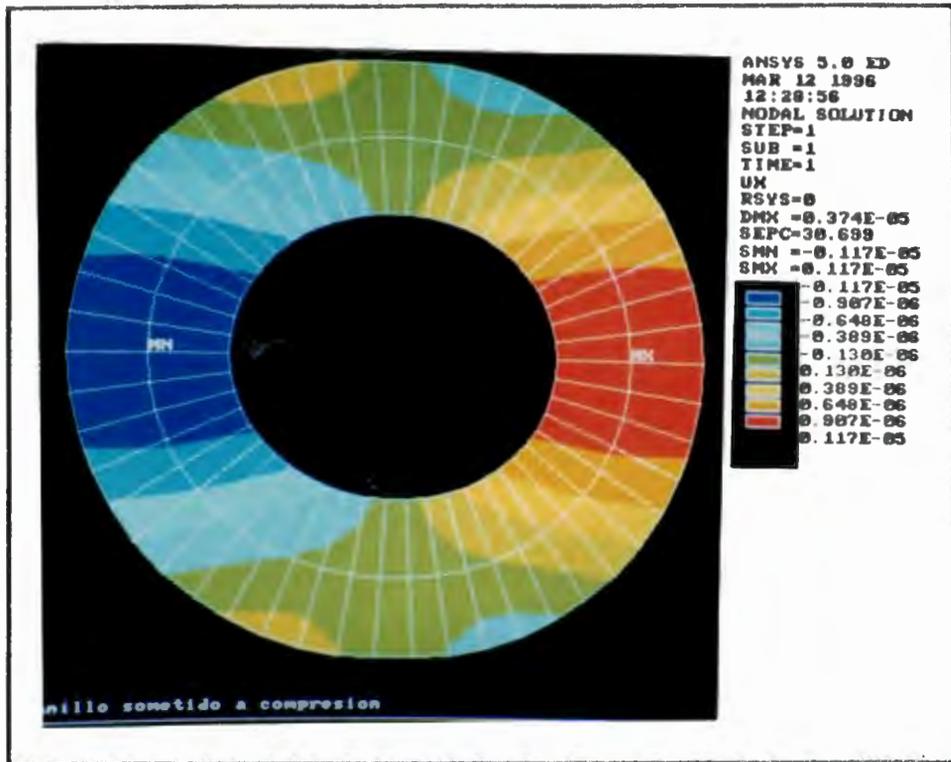


Fig.2.7 Malla del anillo con elemento solid45 de 8 nodos.

a)



b)

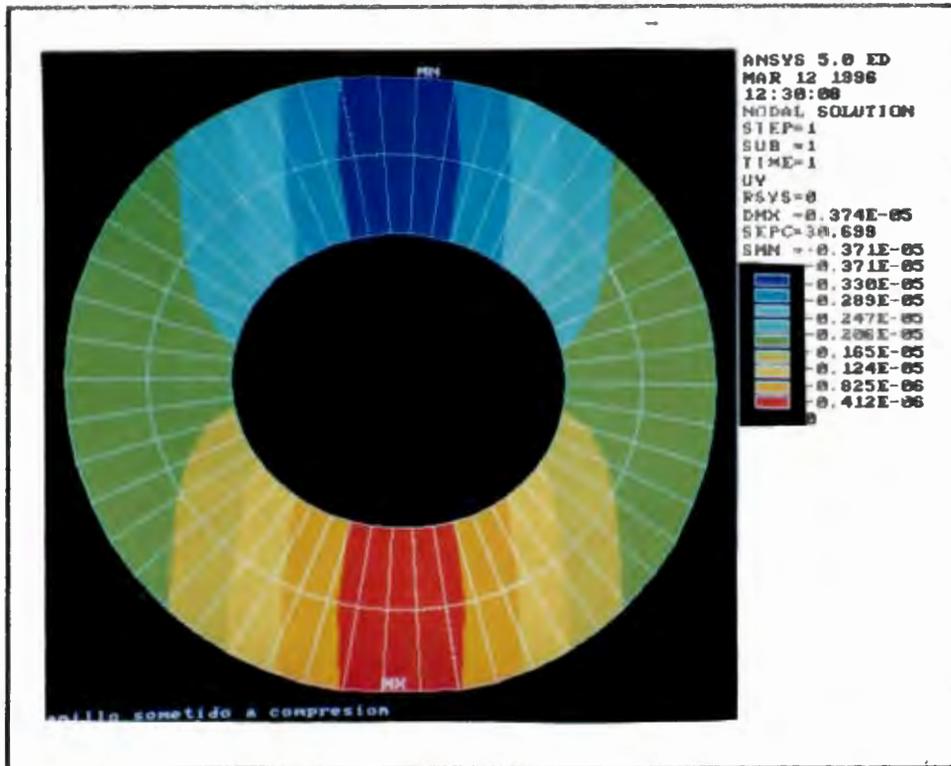
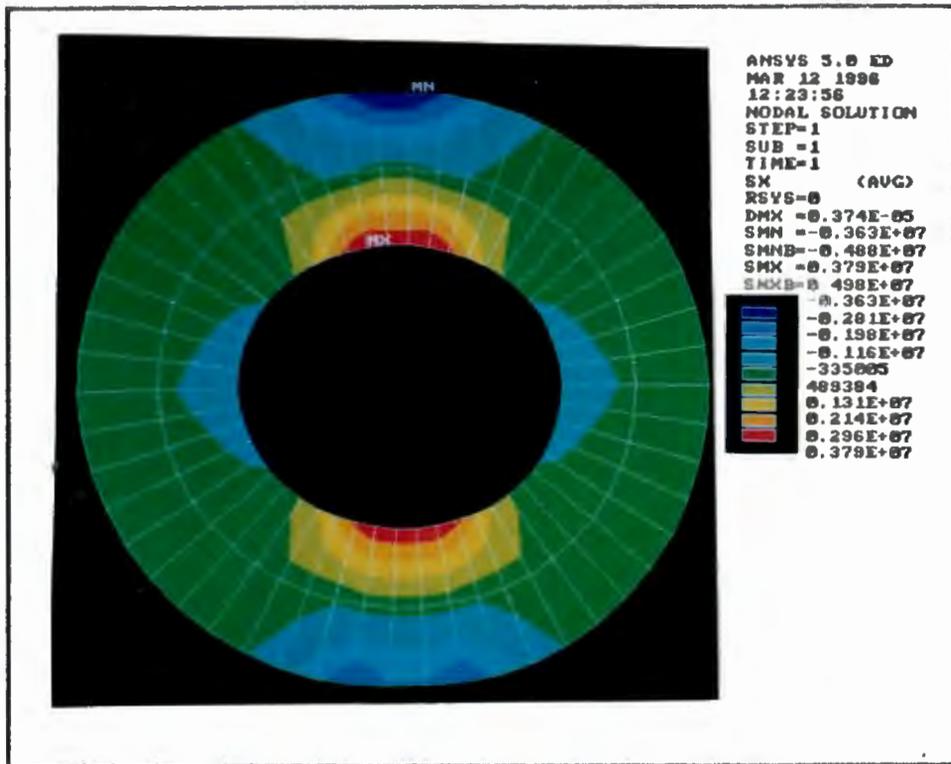


Fig.2.8 Desplazamiento en la direccion a)x, b)y

a)



b)

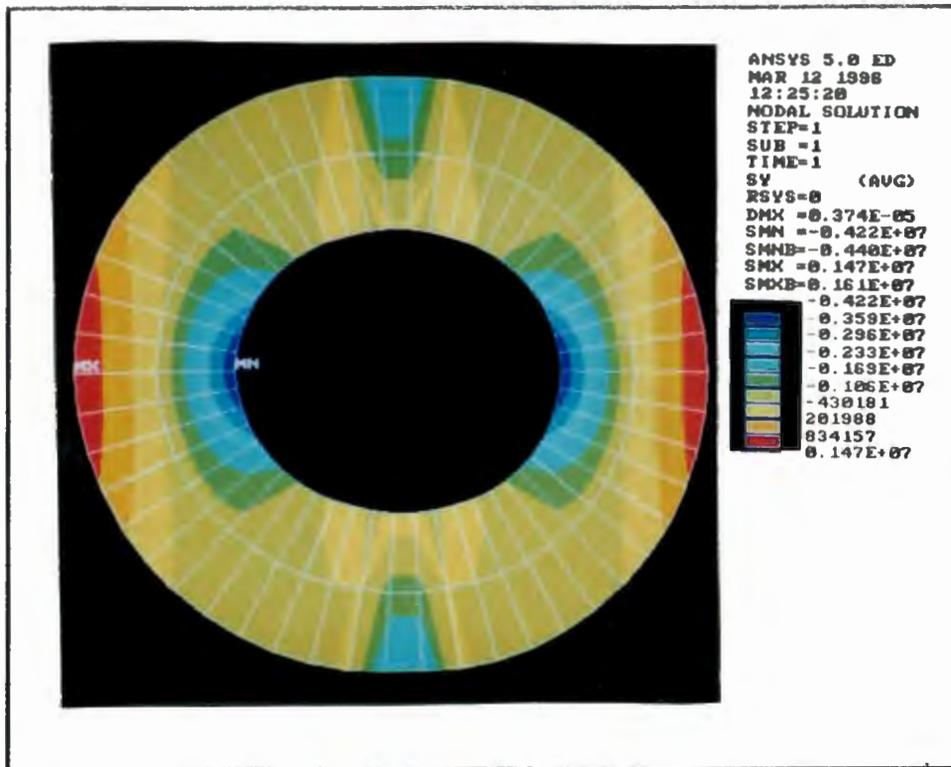


Fig.2.9.Esfuerzos en la direcci3n a)x, b)y, c)xy.

c)

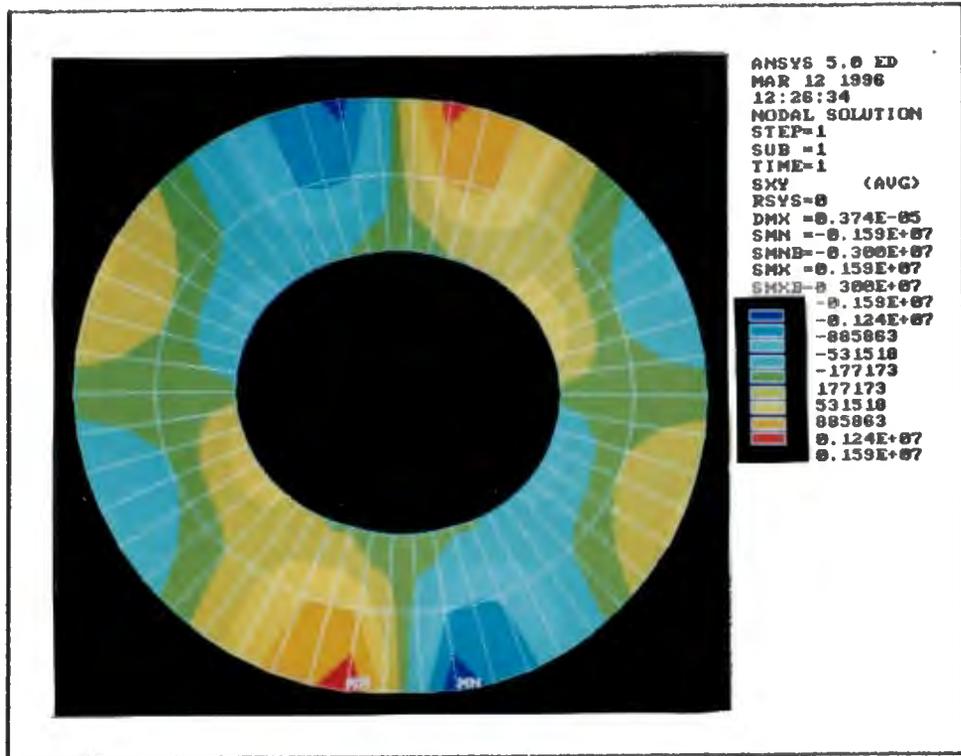
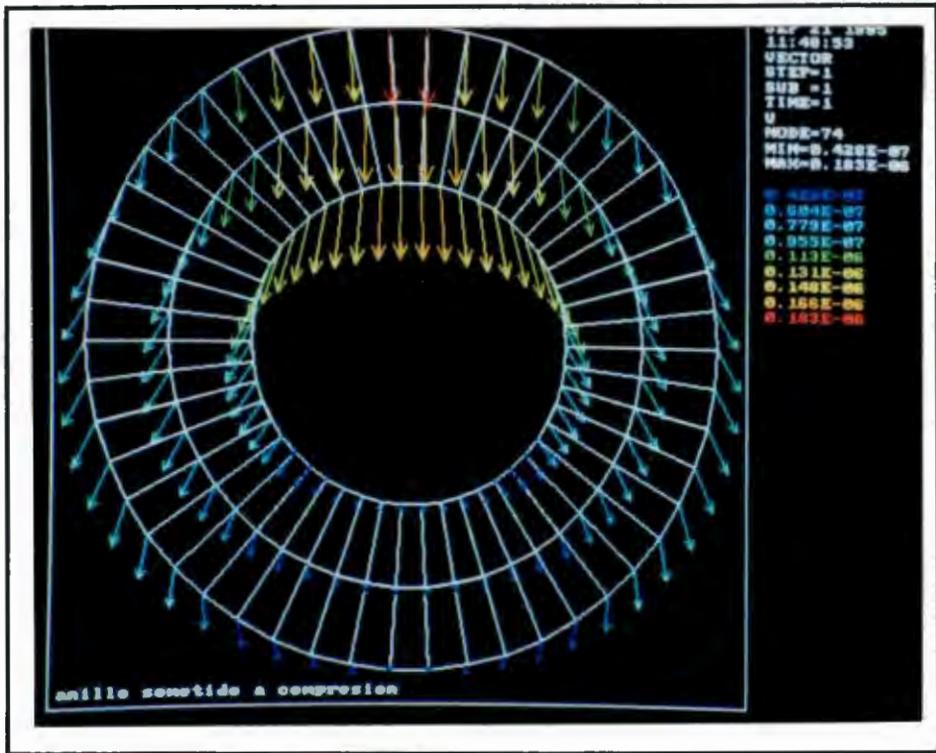


Fig.2.9 Continuación.

a)



b)

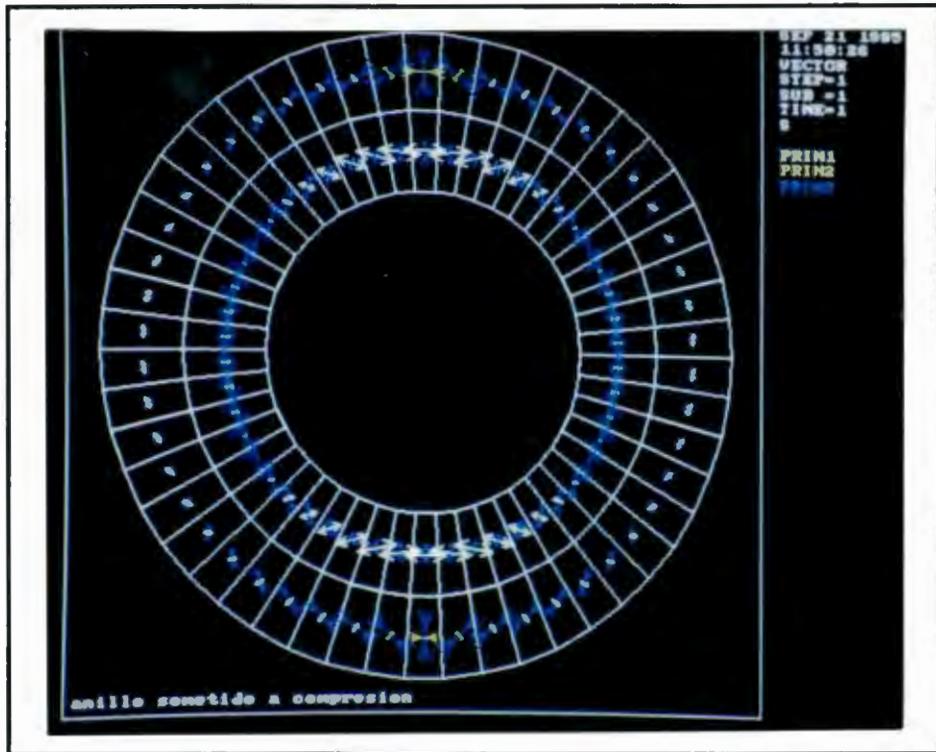


Fig.2.10 Representación vectorial de a) desplazamiento, b) esfuerzo.

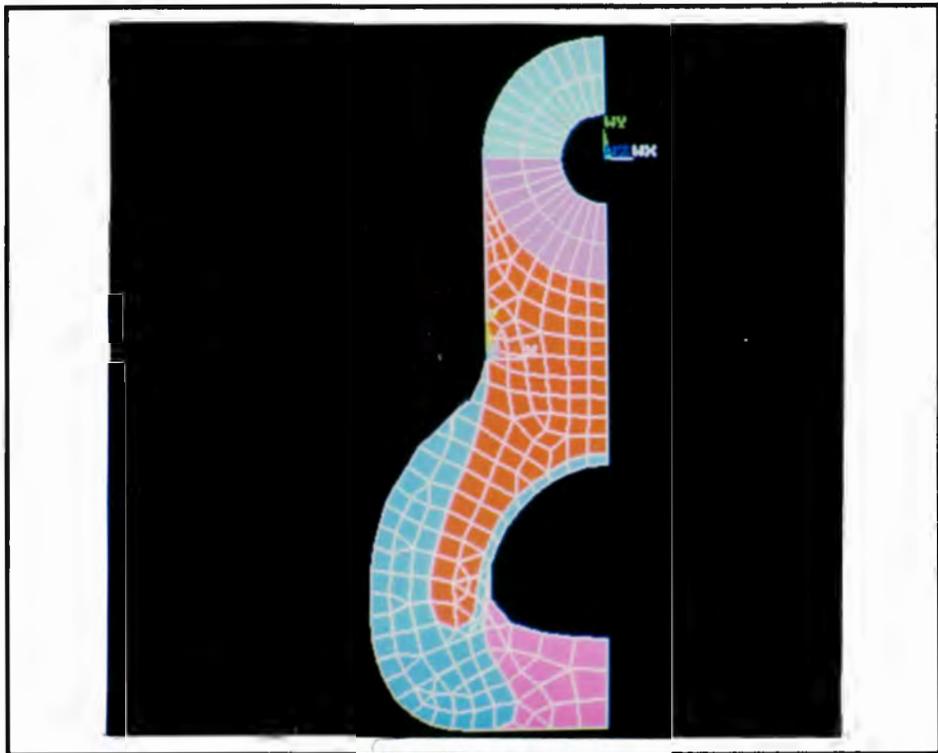
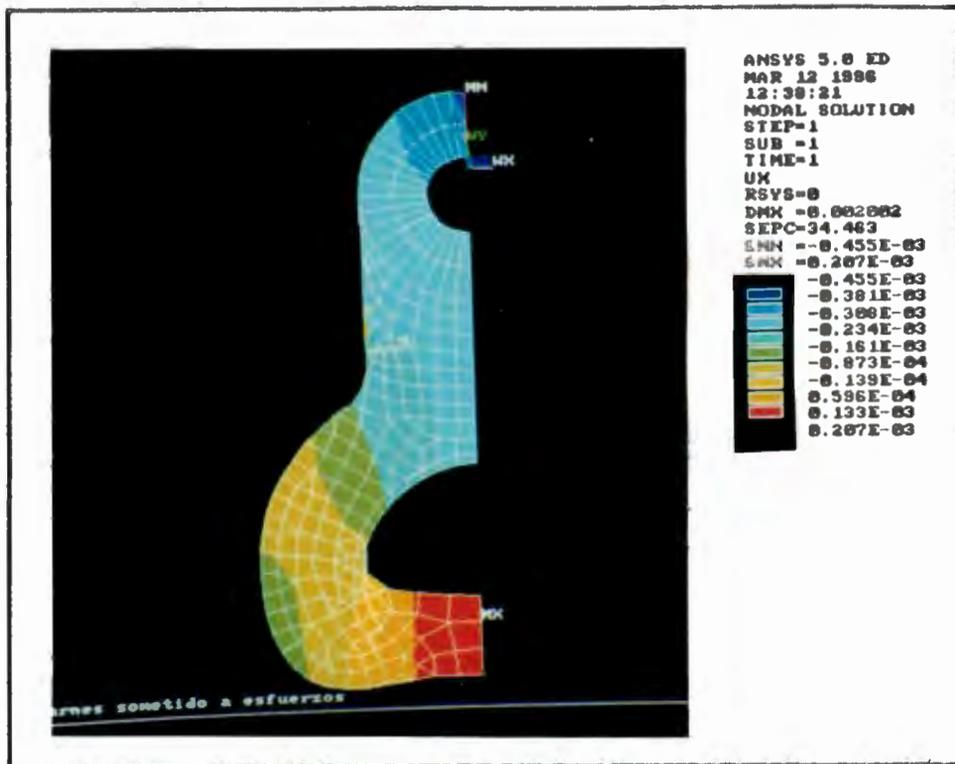


Fig.2.11 Malla de arnés con elemento plane42 de 4 nodos.

a)



b)

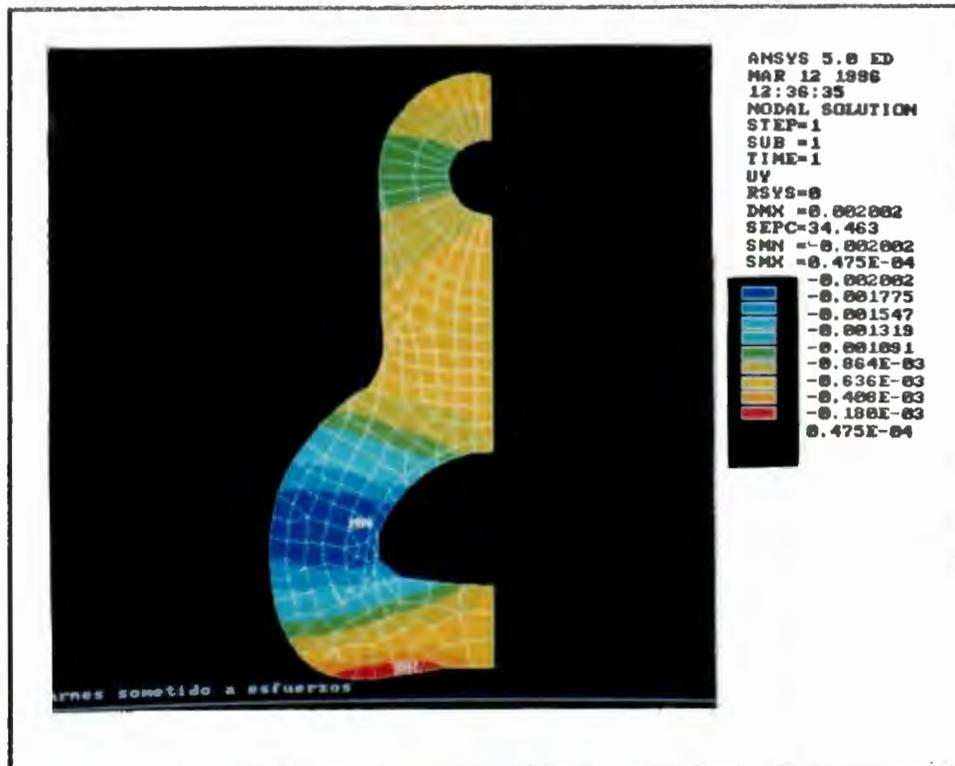
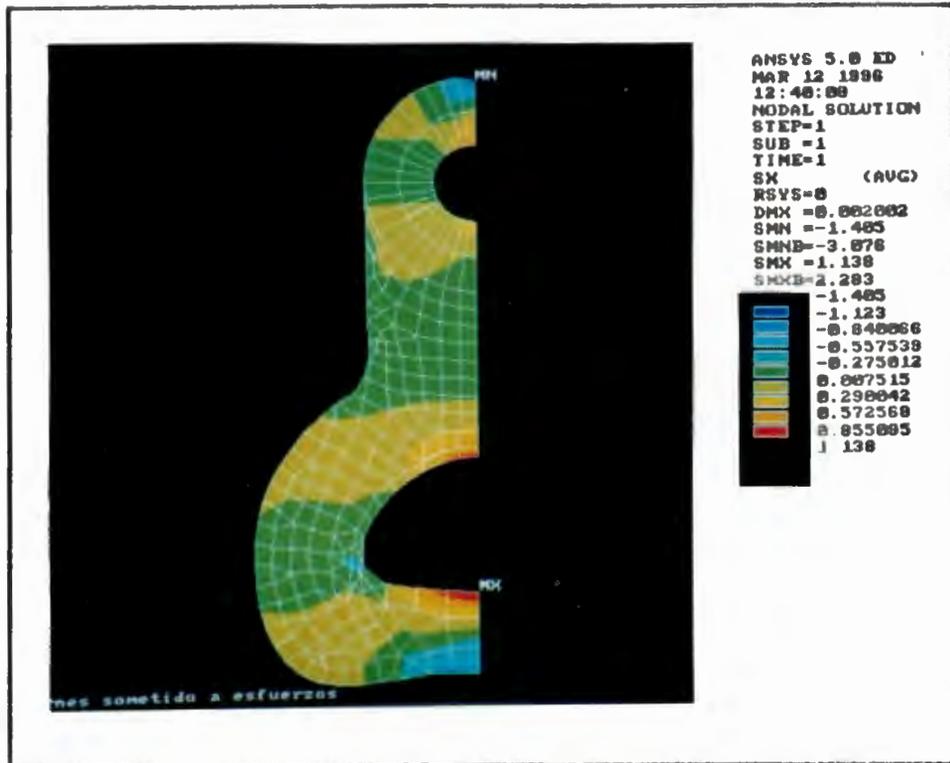


Fig.2.12 Desplazamiento en la dirección a)x, b)y.

a)



b)

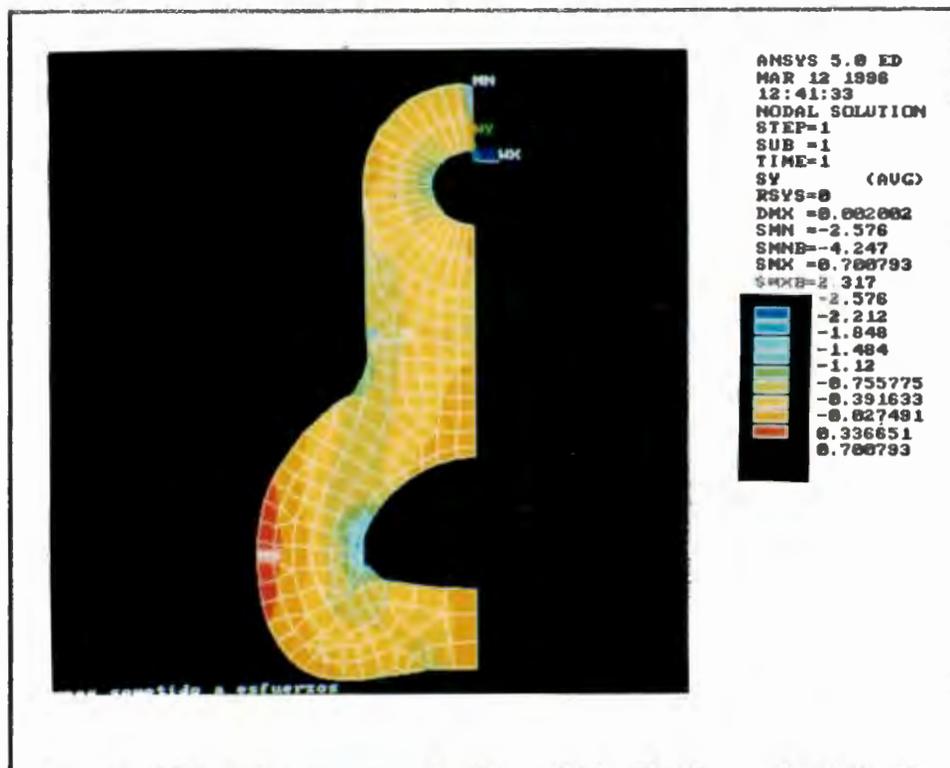


Fig.2.13 Esfuerzo en la dirección a)x, b)y, c)xy.

c)

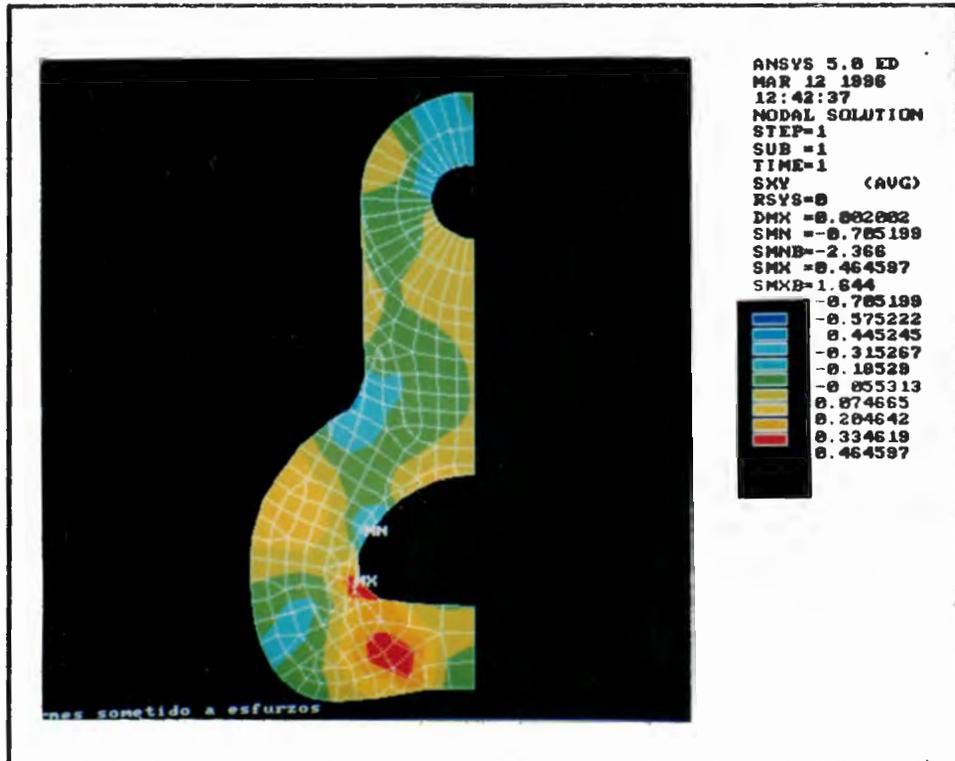
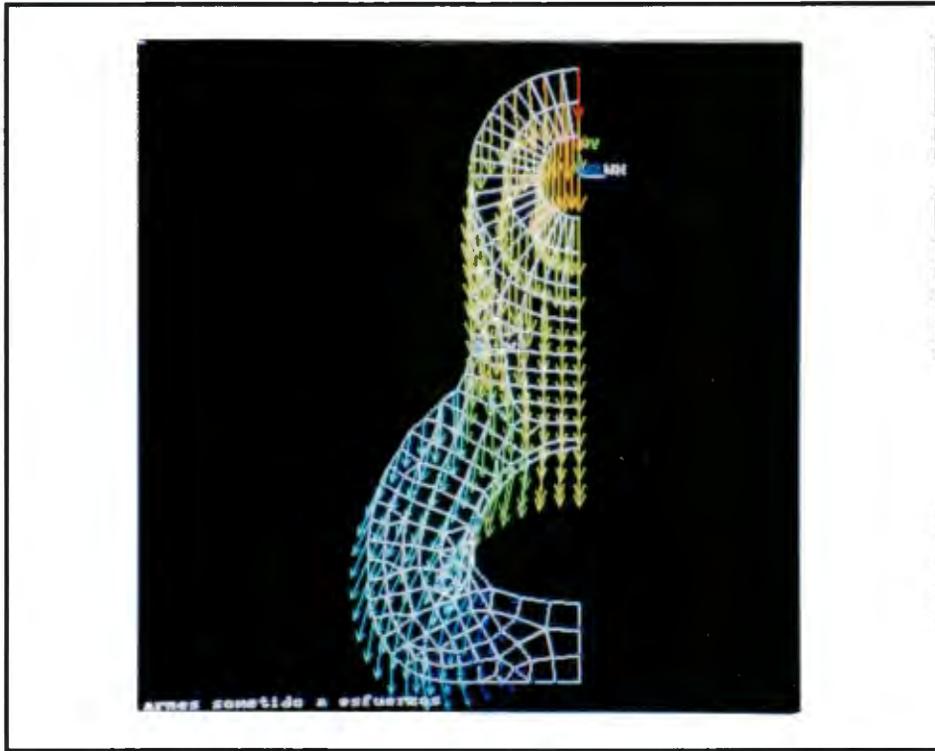


Fig.2.13 Continuación.

a)



b)

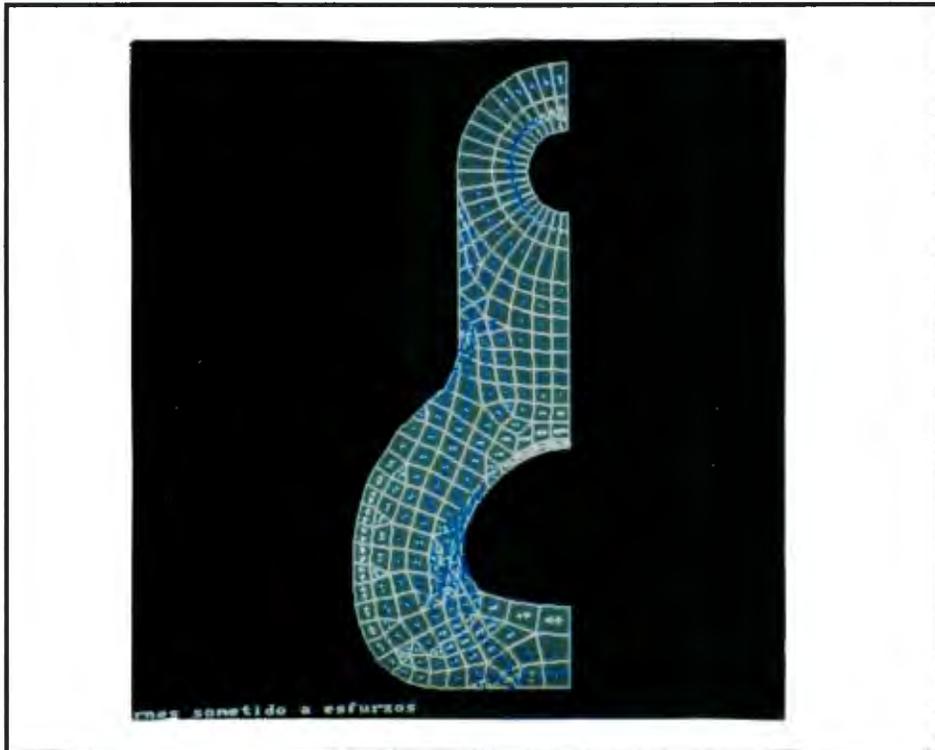


Fig.2.14 Representación vectorial de a) desplazamiento b) esfuerzo.

Capítulo 3

Medición de desplazamiento con interferometría electrónica de moteado

Introducción

Los métodos experimentales siempre han jugado un papel importante en la ciencia e ingeniería. Estos pueden ser usados para validar o corregir modelos analíticos y numéricos. Dentro de estos métodos experimentales existen varios para la medición de desplazamiento, entre ellos: mecánicos, eléctricos y ópticos. Los métodos ópticos ofrecen ventajas sobre los otros métodos, siendo estas alta sensibilidad y medición de campo completo sin contacto con la superficie bajo prueba.

Dentro de los métodos ópticos se cuenta con técnicas de moiré, holografía y moteado *para medición de desplazamientos*. Esta última técnica es utilizada para el propósito de este trabajo.

El moteado se deriva del efecto de interferencia entre ondas de luz coherente esparcidas desde partes adyacentes de una superficie rugosa. Este se manifiesta como un patrón de regiones brillantes y oscuras en todas partes del espacio atravesado por la luz esparcida. El tamaño del moteado depende de la extensión angular sobre la cual la luz esparcida es recibida. Por ejemplo, si una lente es usada para formar la imagen de una superficie rugosa iluminada con luz láser, se formará la imagen del moteado y el tamaño promedio de la mota es inversamente proporcional al tamaño angular de la apertura de la lente. Cuantitativamente el tamaño de la mota está dado por $\sigma = 1.22\lambda F$. Donde F es el número f de la lente. Antes del advenimiento del láser, el moteado fue una curiosidad académica. Inicialmente se vió como algo indeseable en técnicas como interferometría holográfica. Ahora forma la base de muchas técnicas ópticas en metrología. Las técnicas caen en dos categorías, aquellas que usan interferencia para producir variación en la brillantes del

moteado (v.g., Interferometría de Moteado) y aquellas que usan un cambio en la distribución del patrón de moteado (v.g., Fotografía de Moteado). En el análisis del arnés y el anillo nos limitaremos al estudio de desplazamientos utilizando interferometría electrónica de patrones de moteado (ESPI- electronic speckle pattern interferometry).

Las franjas que se obtienen en ESPI pueden representar desplazamientos o gradiente de desplazamiento en una dirección específica. Estas direcciones están definidas por la geometría de la iluminación y observación. El desplazamiento es representado por el vector d y tiene componentes d_i , $i=1,2,3$. Las franjas representan intervalos de desplazamientos del orden de la longitud de onda de luz utilizada. Para el análisis requerido del arnés y el anillo se utilizó un interferómetro sensible en plano, por lo que solamente nos limitaremos al estudio de éste.

3.1 Introducción de un Cambio de fase $\Delta\psi$ por un desplazamiento d

La Fig.3.1 muestra un punto Q sobre la superficie del objeto, el cual es iluminado por luz incidente en la dirección n_o . La luz es esparcida desde el punto Q al punto P en el plano imagen con dirección n_s . El objeto es modificado y el punto Q se desplaza una cantidad d hacia Q'. Si el desplazamiento d es más pequeño que la distancia entre el objeto y la fuente de iluminación y el objeto y el plano de observación, entonces las direcciones de iluminación y observación para Q y Q' se pueden considerar como iguales. La diferencia de camino óptico para la luz desde Q a P puede verse en la Fig.3.2 y está dado por:

$$\Delta\delta = Q'M + Q'N \quad (3.1)$$

como

$$Q'M = d\cos\theta = n_o \cdot d \quad (3.2)$$

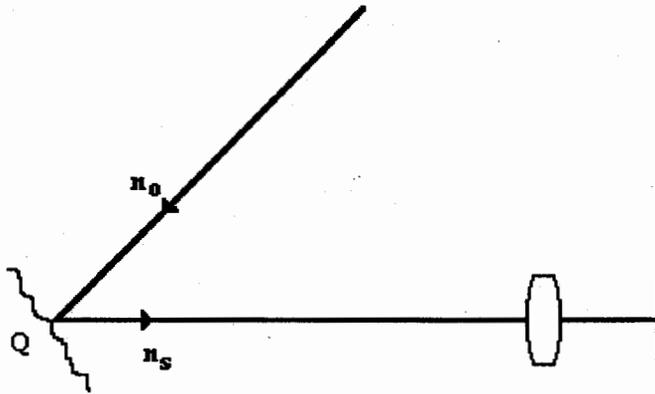


Fig.3.1 Geometría general de iluminación y observación.

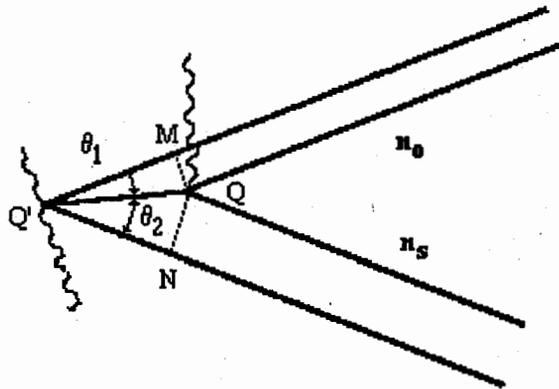


Fig.3.2 Cambio en la diferencia de camino óptico debido a un desplazamiento d .

y

$$QN = d \cos \theta = n_s \cdot d \quad (3.3)$$

entonces se tiene

$$\Delta \delta = (n_o - n_s) \cdot d \quad (3.4)$$

por tanto, tenemos que el cambio de fase $\Delta \psi$ de la luz esparcida desde Q a P esta dado por:

$$\Delta \psi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_s) \cdot d \quad (3.5)$$

3.1.2 Interferómetro sensible en plano

Un interferómetro sensible en plano es mostrado en la Fig.3.3. Aquí el objeto es iluminado por frentes de ondas planos e inciden con un ángulo θ igual y opuestos a la normal de la superficie. La superficie es observada en dirección normal por la lente L detectada por una cámara CCD. Se asume que el objeto se encuentra en el plano x_2, y_2 y la dirección de observación en x_1 . El cambio de fase $\Delta \Psi_1$ y $\Delta \Psi_2$ en los dos patrones de moteado debido al desplazamiento d esta dado por

$$\Delta \psi_1 = d_1 \cos \theta + d_2 \sin \theta \quad (3.6a)$$

$$\Delta \psi_2 = d_1 \cos \theta - d_2 \sin \theta \quad (3.6b)$$

Así, el cambio de fase relativo entre los dos rayos esta dada por:

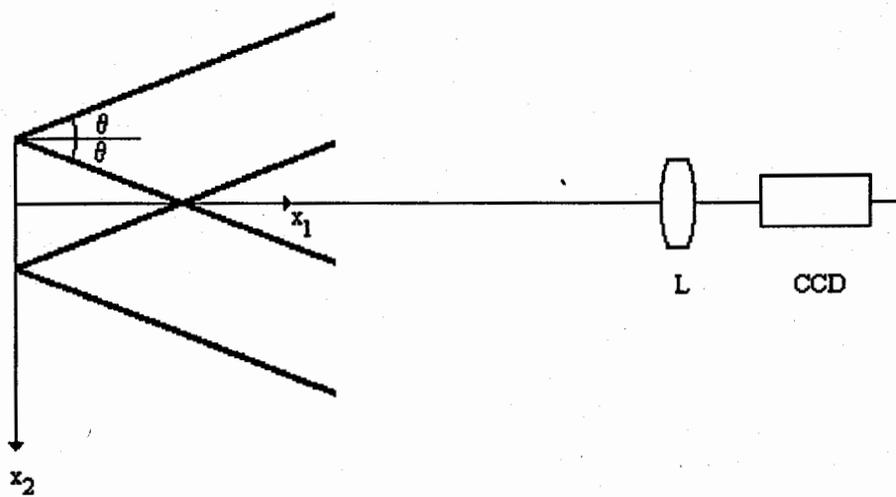


Fig.3.3 Arreglo óptico de ESPI en plano.

$$\Delta\Psi = \frac{2\pi}{\lambda}(2d_2\text{sen}\theta) \quad (3.7)$$

Se observaran franjas oscuras en la substracción de los patrones de moteado cuando:

$$d_2 = \frac{\lambda}{2\text{sen}\theta} \quad (3.8)$$

Por tanto las franjas se representan contornos de desplazamiento en plano y no tiene sensibilidad para el desplazamiento en las direcciones d_1 , d_2 .

3.1.3 Teoría ESPI

Si I_{ref} e I_{def} son las intensidades de los patrones de moteado correspondientes a dos estados del objeto, y se representan como:

$$\begin{aligned} I_{ref}(x,y) &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\psi \\ I_{def}(x,y) &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\psi + \delta) \end{aligned} \quad (3.9)$$

entonces la diferencia entre la primera y segunda imagen es:

$$\Delta I = I_{def} - I_{ref} = 4\sqrt{I_1 I_2} \text{sen}\left(\theta + \frac{\delta}{2}\right) \text{sen}\frac{\delta}{2} \quad (3.10)$$

donde ψ es la diferencia de fase entre los haces y δ es el cambio de fase debido a la deformación del objeto. La señal de video es proporcional a ΔI , esta señal tiene valores positivos y negativos. Como las señales negativas son mostradas como áreas oscuras en el monitor, la diferencia de señales ΔI es rectificadas antes de que llegue el monitor.

La brillantés B en el monitor es proporcional a ΔI y puede ser expresada como:

$$B = 4K \sqrt{I_1 I_2} \left| \sin\left(\theta + \frac{\delta}{2}\right) \sin\frac{\delta}{2} \right| \quad (3.11)$$

donde K es una constante de proporcionalidad. La brillantes es máxima cuando:

$$\delta = (2m+1)\pi$$

y mínima cuando

$$\delta = 2m\pi$$

siendo m un entero.

3.2 Resultados

El arreglo experimental del interferómetro utilizado en este trabajo se muestra en la Fig.3.4. El objeto es iluminado simétricamente por luz láser y la imagen es recibida por la cámara CCD. La CCD esta conectada a un sistema de procesamiento de imagenes. Con el objeto en su estado inicial, una imagen de éste es grabada. Enseguida el objeto es deformado mediante una compresión (tal compresión se realizó mediante un tornillo mecánico, por tanto, no se pudo cuantificar la fuerza aplicada a los objetos) y se resta electrónicamente de la imagen de referencia. Las franjas obtenidas de la correlación de las dos imagenes son mostradas en el monitor en tiempo real. En las Figs.3.5a,b se muestran resultados del anillo sometido a compresión y en la Fig.3.6a,b se pueden ver los resultados del arnés.

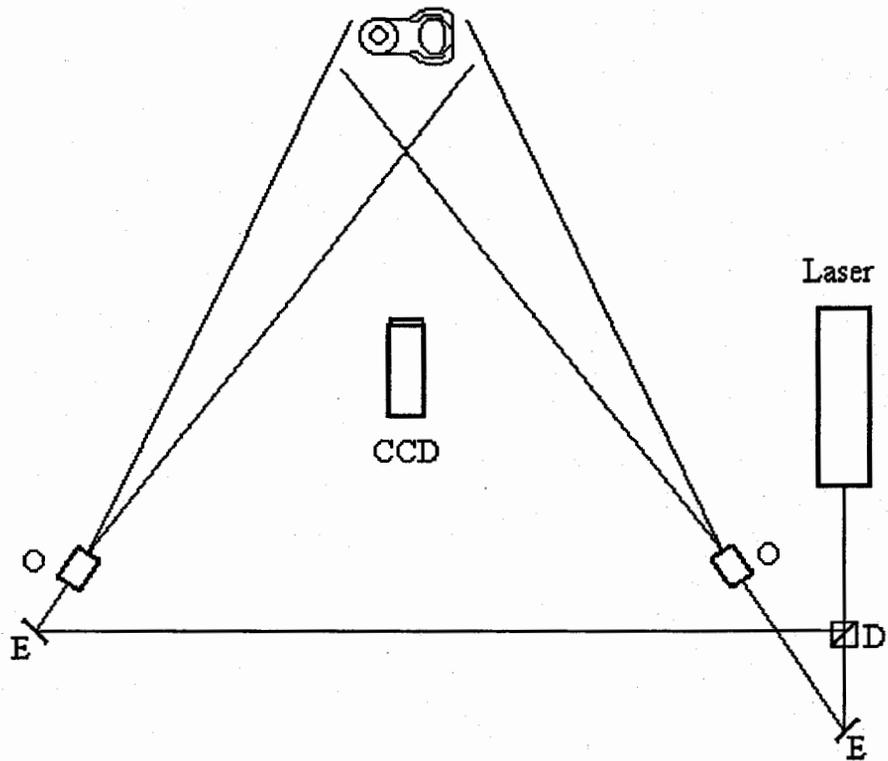


Fig.3.4 Sistema ESPI sensible en plano. D-divisor de haz, O-objetivo de microscopio, E-espejo.

a)

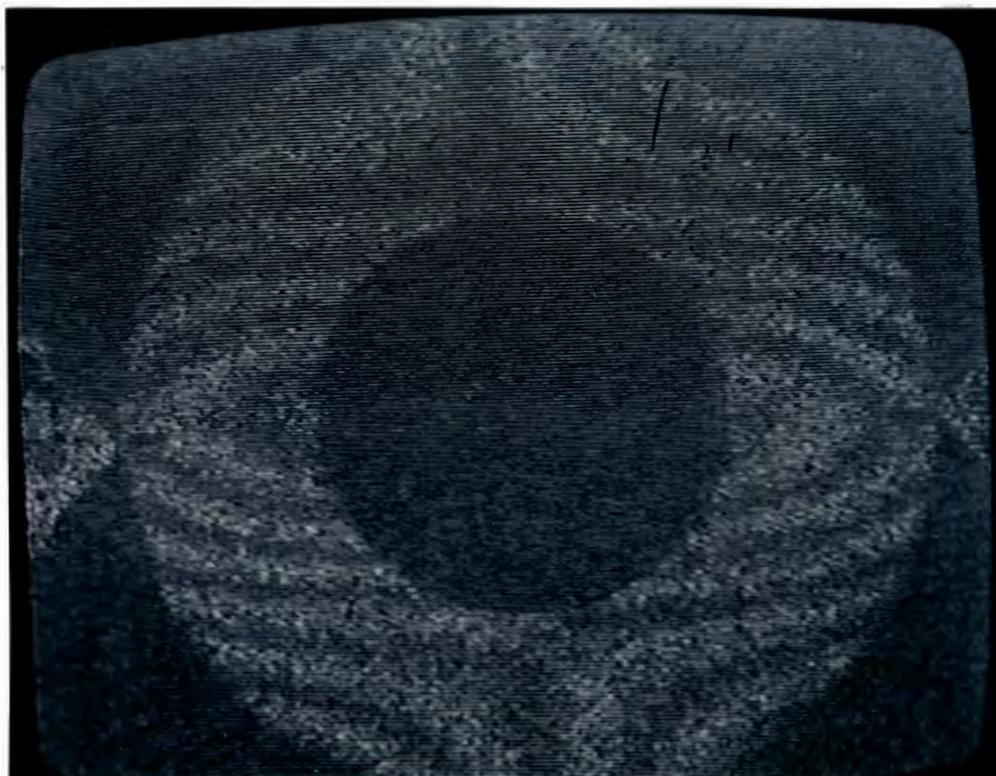


Fig.3.5 Mapas de desplazamiento de anillo sometido a compresión obtenido desde ESPI para diferentes valores de carga.

b)

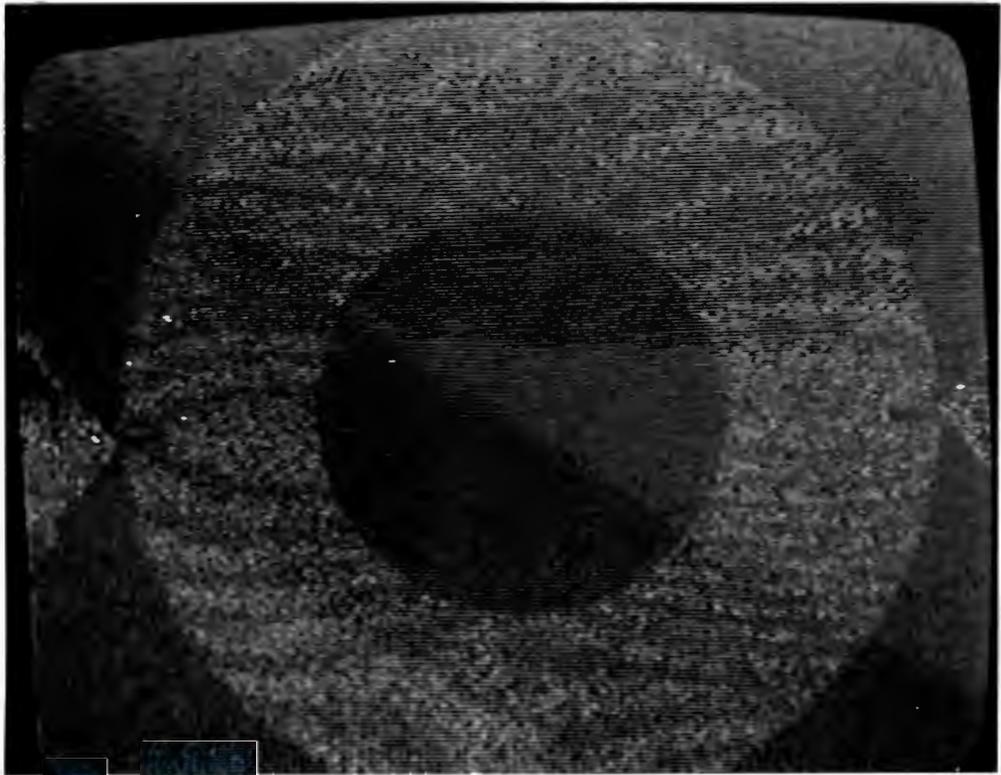


Fig.3.5 Continuación.

a)



Fig.3.6 Mapas de desplazamiento de arnés sometido a compresión obtenidos desde ESPI para diferentes valores de carga.

b)

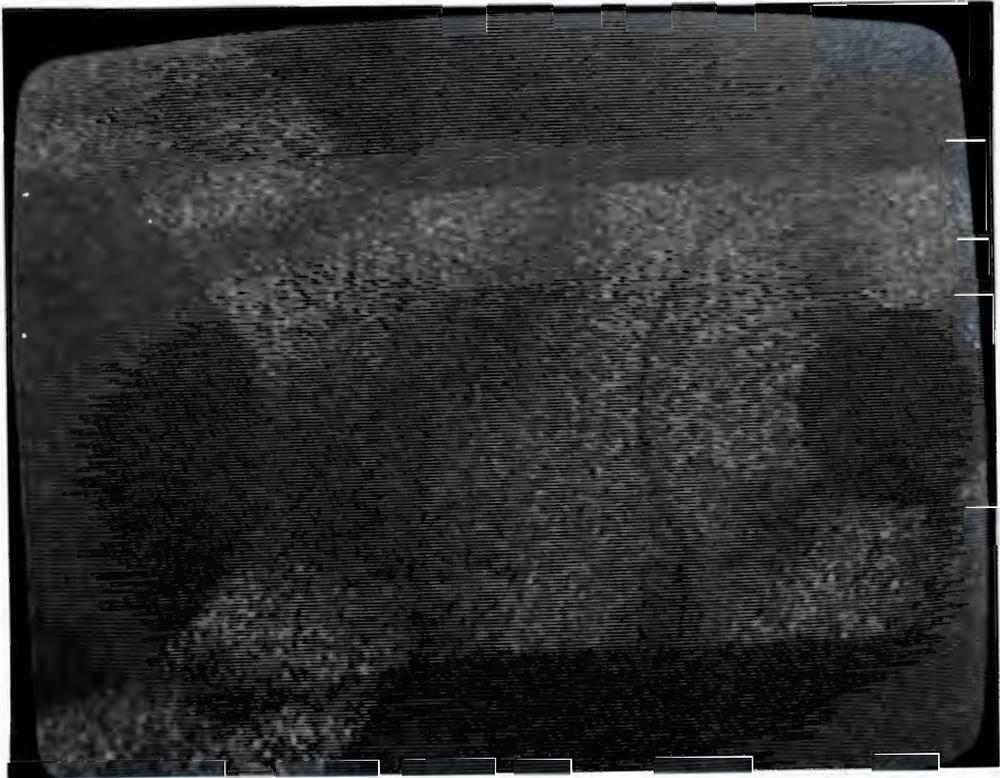


Fig.3.6 Continuación.

3.5 Conclusiones

Se hizo el análisis experimental de los desplazamientos que sufre el anillo y arnés estudiados en el capítulo 2 con interferometría electrónica de patrones de moteado. Se muestran mapas de contornos de los desplazamientos para diferentes valores de carga. Es importante mencionar que debido a la forma en que se sometieron los cuerpos a carga no se pudo cuantificar el valor de dicha carga. Además, el arnés utilizado en el experimento es una replica del utilizado en el análisis que se hizo con el método de elemento finito, esto para poder hacer una comparación de los resultados.

Capítulo 4

Discusión y conclusiones generales

Introducción

Los métodos experimentales para la determinación de los esfuerzos y deformación de estructuras requieren del apoyo de otros métodos para la corroboración de los resultados que se obtienen. Los métodos numéricos han sido una poderosa herramienta para confirmar los resultados de los métodos experimentales.

En los capítulos 2 y 3 se mostró, el análisis teórico y experimental respectivamente de la deformación sufrida de una arnés y un anillo sólido. En el presente capítulo se hace una comparación de los resultados obtenidos.

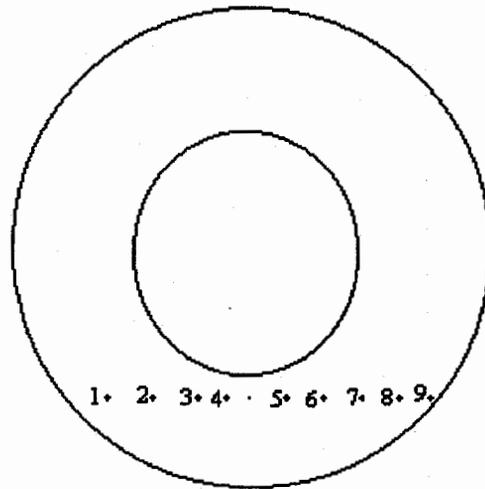
Se sabe que los métodos experimentales no dan directamente el valor del esfuerzo, sino que se obtienen de relaciones teóricas a partir de la medición de deformaciones, por lo que la comparación se hace de los desplazamientos obtenidos del MEF y ESPI.

4.1 Comparación de resultados

Las Fig.2.8b y 2.12b del MEF y las Fig.3.5a y 3.6a de ESPI son los resultados que se comparan. Para los resultados en ESPI, se puede ver que, a una mayor concentración de franjas es indicativo de una carga aplicada más elevada. La sensibilidad que podemos obtener con el método experimental es de $0.4474 \mu\text{m/franja}$ para un laser de He-Ne, esto quiere decir que podemos medir un valor constante en el desplazamiento entre franjas de $0.4474 \mu\text{m}$. Por otro lado, con el MEF el desplazamiento que se puede obtener entre contornos depende del valor de la carga aplicada. Entonces, a diferencia del método experimental, al agrandar, la carga el valor del desplazamiento entre contornos aumenta. En el análisis del anillo y el arnés con MEF se obtuvo un valor del desplazamiento entre contornos de $0.41 \mu\text{m}$ y $0.227 \mu\text{m}$ respectivamente.

Las Fig.4.1 y 4.2 se representan las graficas que muestran la comparación entre las soluciones teóricas y experimentales para los desplazamientos sufridos por los elementos

a)



b)

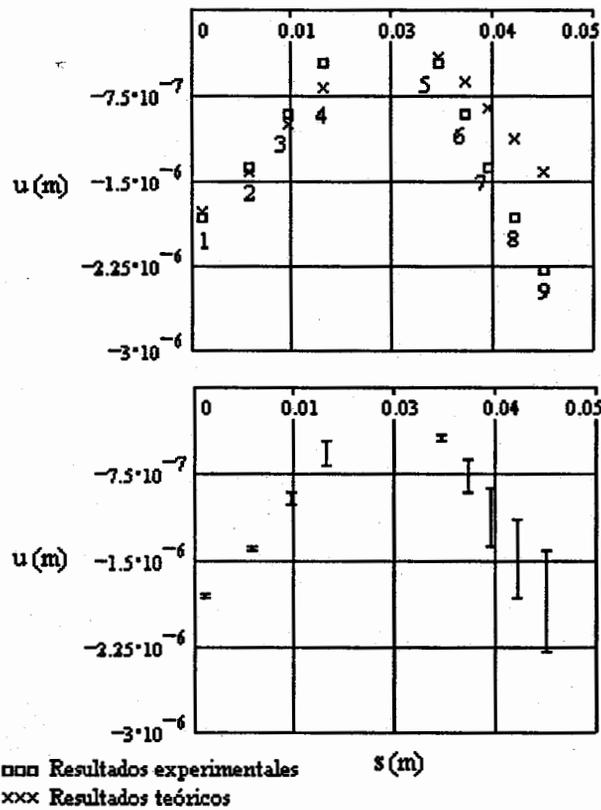
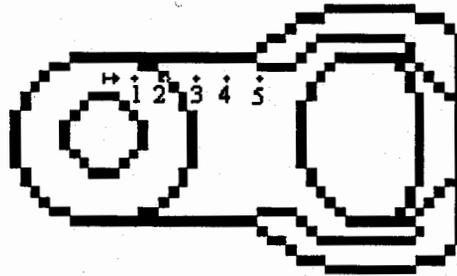


Fig.4.1 Comparación de resultados experimentales y teóricos a) anillo, b) gráficas que representan la diferencia y el error.

a)



b)

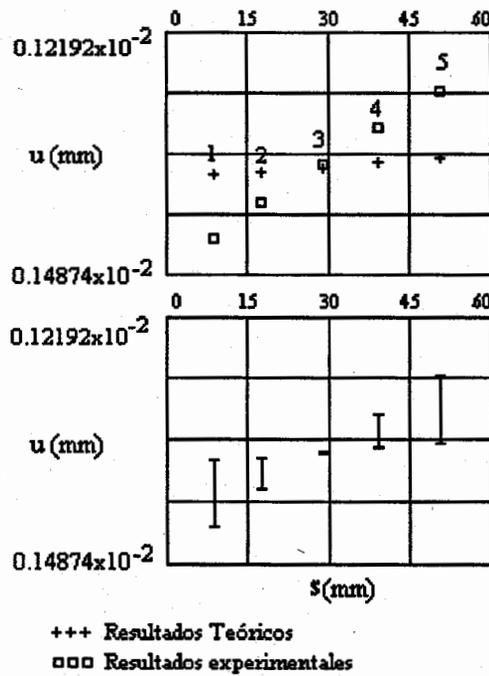


Fig.4.2 Comparación de resultados experimentales y teóricos
 a) arnés, b) gráficas que representan la diferencia y el error.

estudiados, además en la misma figura se puede ver los puntos trazados sobre los elementos, para el análisis del desplazamiento que sufrieron los puntos mencionados.

Es claro la diferencia que existe en la comparación de los resultados. Pero se pueden dar algunas causas para justificar esto.

a) Cuando los cuerpos se sometieron a compresión, éstos sufrieron movimiento de cuerpo rígido, no permitiendo obtener mapas de desplazamiento similares a los de elemento finito.

b) Se mencionó anteriormente que el valor de la fuerza no se pudo cuantificar, por lo que, se tuvo que hacer una aproximación de valor de ésta.

c) El procesamiento de datos de los resultados experimentales se hizo de forma manual, originando esto errores en la medición.

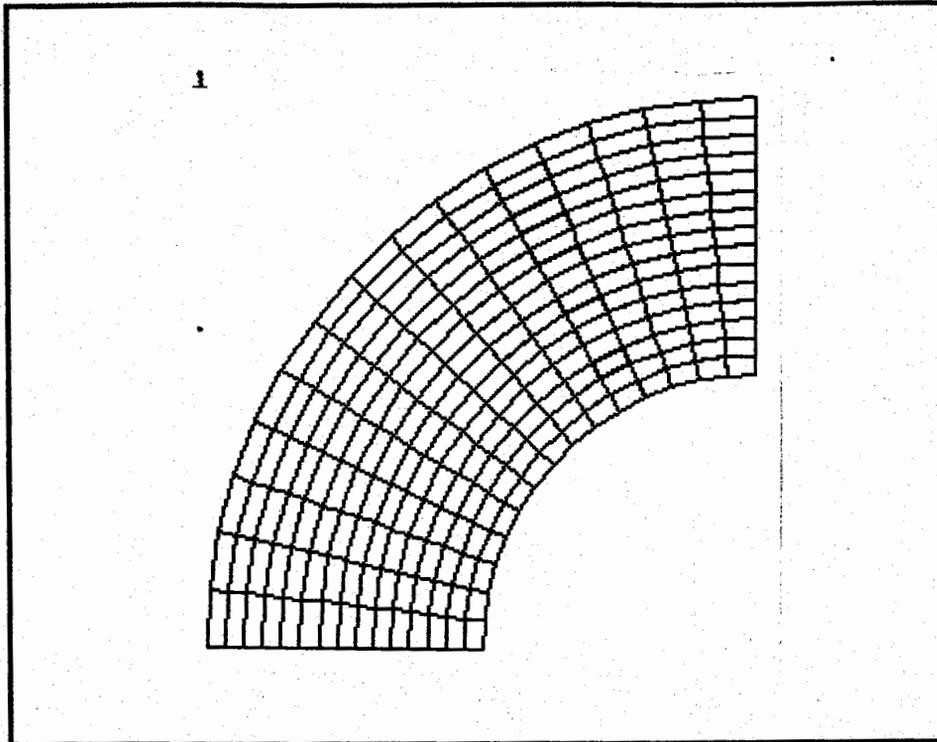
d) En el caso del anillo la aplicación de la carga no fué diametralmente opuesto, originando que la deformación no fuera simétrica, y por consiguiente, ocasionando que las condiciones de frontera no fueran similares a las impuestas en el análisis de elemento finito.

e) Las limitaciones en la cantidad de elementos y nodos no nos permitió generar mallas más finas, se sabe que al tener mallas más finas la exactitud de los resultados se incrementa. El paquete de elemento finito ANSYS estima el valor del error en la solución debido específicamente a la discretización del mallado. Durante la solución, el programa calcula el error de energía para cada elemento en el modelo. El error de energía es similar al concepto de energía de deformación. El error de energía estructural es una medida de la discontinuidad del campo de esfuerzos de elemento a elemento.

En el caso específico del anillo se obtuvo un error del 30.699 por ciento, pero podemos ver en la fig.4.3a, que con el fin de tener una mayor disposición de elementos, se modeló un cuarto del anillo, haciendo esto, se pudo reducir el error a 21.947 por ciento, como puede verse en la fig.4.3b.

f) Elementos de forma pobre comúnmente causan resultados pobres. Si algún elemento de forma pobre está localizado en alguna región crítica (como una región con un alto gradiente de esfuerzos), sus efectos son severos sobre los resultados.

a)



b)

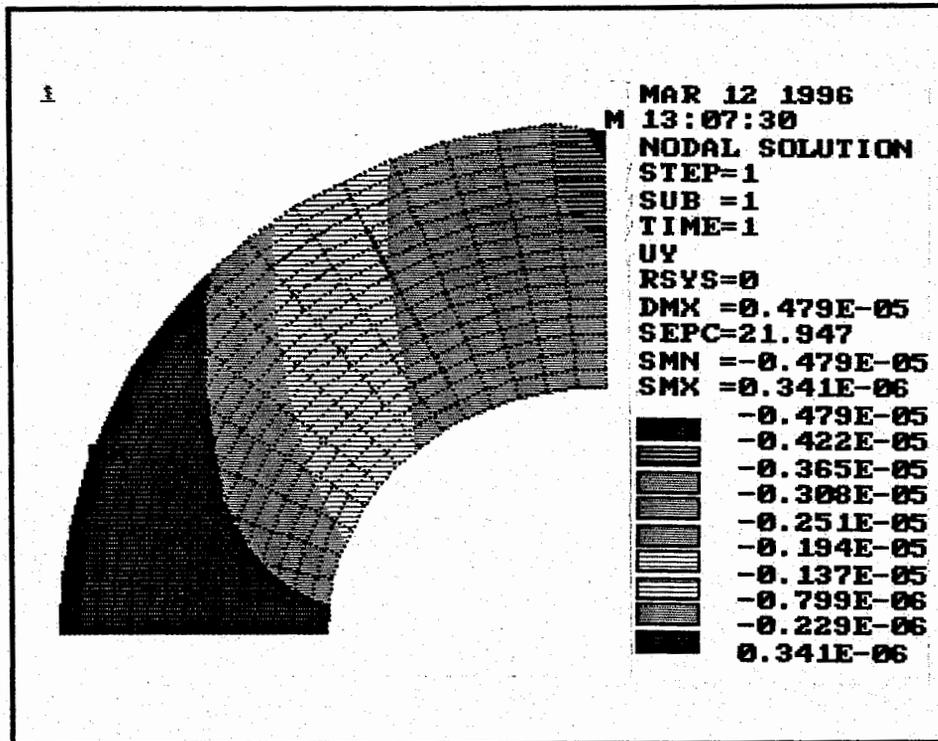


Fig.4.3 Análisis de un cuarto de anillo a) Malla del anillo con elemento Plane42, b) desplazamiento en la dirección y. Se utilizarón 225 elementos.

La malla del arnés se hizo de forma automática y como se puede ver la geometría de éste es muy complicada. Esto ocasionó que en varios puntos del arnés existieran elementos de forma pobre, y por tanto, los resultados tienen un error muy grande. Además, se sabe que cuando un elemento estructural contiene una discontinuidad tal como un agujero o un cambio súbito de sección generalmente se presentan grandes esfuerzos cerca de la discontinuidad, y, el arnés tiene muchas discontinuidades, por consiguiente, esto también se sumó al error de los resultados.

Es evidente las limitaciones que existen en el análisis y obtención de resultados, por lo que, se tiene que trabajar en la mejora de éstos.

4.2 Pros y contras de los métodos empleados

Los métodos empleados en este trabajo son herramientas bien establecidas para el análisis de estructuras, estos ofrecen ventajas y desventajas sobre otros métodos. Los métodos ópticos para el análisis experimental de estructuras ofrecen ventajas sobre otros, en que son, pruebas de campo completo, no destructivas, no se tiene contacto con la superficie que se analiza, además de la rapidez en la entrega de resultados de éstos métodos.

La técnica óptica empleada en este trabajo tiene la ventaja de utilizar un sistema TV para la detección y procesamiento de imágenes. Se pueden hacer mediciones en tiempo real, así que puede ser aplicado a problemas bastante complejos en el análisis de desplazamiento en superficies. Una desventaja de ESPI comparada con holografía interferométrica es que, debido a la baja resolución del sistema de video empleado y el patrón de moteado es la portadora de la información, deben usarse aperturas de lentes pequeñas para que el moteado pueda ser resuelto por el sistema de video empleado, esto significa que el moteado es claramente visible en el patrón de franjas y por consiguiente, la claridad de las franjas es considerablemente de menor calidad que las franjas holográficas. En ESPI es necesario que el sistema óptico sea interferométricamente estable en la duración de la medición, esto impone bastante estabilidad cuando se usa un láser de onda continua (cw).

El método de elemento finito es una técnica numérica en la cual las ecuaciones que lo gobiernan están representadas en forma matricial y como tal son adecuadas para la solución en computadora. La naturaleza general de la teoría lo hace aplicable a una variedad de problemas con los valores en la frontera. Además, del análisis del esfuerzo elástico-estático, el método ha sido aplicado a plasticidad, mecánica de fracturas y análisis de respuesta dinámica. El método no está confinado a mecánica de estructuras, sino que ha sido aplicado satisfactoriamente a otras disciplinas tal como conducción de calor, dinámica de fluidos y estudios en campos magnéticos y eléctricos. Acordes con la aplicabilidad del método podemos formular las siguientes ventajas del MEF con respecto a otros métodos:

- a) Exige una cierta intuición en su uso, debido a la analogía natural que tiene ciertos ensamblados discretos en ingeniería mecánica;
- b) tiene una gran capacidad para adaptarse a formas tridimensionales o bidimensionales de geometría complicada, utilizando elementos de forma arbitraria pero simple;
- c) debido a la naturaleza de las interconexiones entre elementos, el sistema de ecuaciones resultante puede ser escrito con matrices diagonales o de bandas, lo cual facilita su resolución.

Por otra parte, sus desventajas son, que requiere un trabajo previo más laborioso para ponerlo a funcionar, y que la matemática de sus fundamentos teóricos es altamente abstracta, pues requiere del análisis funcional y de la teoría de espacios de Sobolev y Hilbert.

4.3 Conclusiones generales

Se presenta el modelado de dos piezas: un anillo y un arnés. La primera de esta se modela en el paquete ANSYS y en la segunda se utiliza dos métodos para realizar dicho modelado. Los métodos propuestos usan técnicas de contacto y no contacto. El método de contacto utiliza una máquina de medición por coordenadas. Con esta se tocan puntos sobre la superficie de la estructura, los puntos tocados crean contornos en 2D, los contornos son ligados a un sistema CAD para finalizar el modelado. El método óptico utiliza una técnica

de proyección de franjas. El campo de coordenadas dado por este método, podría ser ligado también a un sistema CAD. Es importante mencionar que modelado óptico, aun está en etapa de investigación.

El modelo creado en ANSYS (anillo) y el modelo creado por el método mecánico (arnés), son sometidos a un análisis de esfuerzos. Se presentan resultados de los desplazamientos y esfuerzos en forma vectorial y de contornos.

También se hace el análisis experimental de los mismos modelos, utilizando interferometría electrónica de moteado. Se presentan resultados de los desplazamientos que se obtienen, producto de la compresión a la que fueron sometidos. Se hace una comparación de resultados teórico-experimentales.

El análisis de esfuerzos del arnés se hizo en dos dimensiones, por lo que, para la obtención de los resultados experimentales, se tuvo que hacer una versión del arnés semejante a la que se estudio en el paquete de elemento finito.

En resumen, esta tesis esta enfocada al modelado de estructuras de ingeniería reales y el análisis de estos modelos mediante un paquete de elemento finito.

Es notorio observar en este trabajo la falta de recursos adecuados para el análisis experimental. Por ejemplo, podemos mencionar que no se tenía el equipo idóneo para someter el cuerpo a compresión y por consiguiente, el control sobre la carga aplicada en dicho cuerpo. Además se tenían limitantes en el software que se utilizó para el análisis computacional. Por esto, el trabajo queda inconcluso y se deja para un trabajo posterior lo siguiente:

1. Concluir el digitalizado óptico.
2. El análisis tridimensionales teórico-experimental del arnés digitalizado en el capítulo 1.
3. La comparación adecuada de los resultados del análisis bidimensional que se mostró en este trabajo.

También podemos mencionar que se requiere la mejora en los procedimientos para la obtención de resultados experimentales, además de la adquisición de un paquete profesional de análisis de elemento finito.

Bibliografia

1. Francis T. Farago, Handbook of dimensional measurement. Industrial Press Inc., 1982
2. Mikell P. Groover and Emory W. Zimmers, CAD/CAM Computer aided design and manufacturing. Prentice-hall, New Jersey, 1984.
3. D.M. Anthony, Engineering Metrology. Pergamon Press, 1986.
4. R. Rodriguez-Vera, D. Kerr, and F. Mendoza-Santoyo, Electronic speckle contouring, J. Opt. Soc. Am. 9A, 2000-2008(1992).
5. Gasvik, K. J., Optical Metrology, (John Wiley & Sons, New York, 1987).
6. R. Rodriguez-Vera and M. Servin, Phase locked loop profilometry, Opt. Laser Technol. 26, 393-398 (1994).
7. R. S. Pryputniewicz, Experimental and FEM modeling, in Fringe'93, 2nd International Workshop on Automatic Processing of fringe patterns, W. Juptner and W. Osten Eds., Akademie Verlag, 257-271 (1993).
8. E. J. Hearn, Mechanics of Materials, Pergamon Press, 1985.
9. Alson E. Hatheway, A Review of Finite Element Analysis Techniques Capabilities and Limitations, Optomechanical Design.

10. M.M. Ratnam and W. T. Evans, Comparison of Measurement of Piston Deformation Using Holographic Interferometry and Finite Elements, *Experimental Mechanics*, 336-342 (1993).

11. ANSYS, User's Manual, Vol.1 (Procedures, revision 5.0), Swanson Analysis Systems, Inc. (1992).

12. Puga Soberanes, J. H. (1995). Busqueda y seguimiento de modelaje para determinar forma defromación de una superficie. Tesis de Maestría. CIO. Universidad de Guanajuato.

13. U-Soft, User's Guide, Second Edition, (Revision B), 1992