



**CENTRO DE INVESTIGACIONES  
EN OPTICA, A.C.**

## **TESIS**

# **Detección de planetas extrasolares con un interferómetro de desplazamiento rotacional: condiciones**

Doctor en Ciencias (Óptica)

**Asesor: Dra. Marija Strojnik Pogacar**

**Estudiante: M. en C. Maximiliano Galán González**

León, Guanajuato, México, Mayo de 2019

## **AGRADECIMIENTOS**

A todos los que contribuyeron a formar en mí el pensamiento crítico y creativo, y a quienes me ayudaron a adquirir los valores propios del ámbito científico. En primer lugar, expreso mi agradecimiento a mi asesora, la Dra. Marija Strojnik, por el invaluable tiempo, apoyo y orientación brindados durante el desarrollo de nuestra investigación, así como por su orientación tanto en el ámbito profesional como personal.

Agradezco a mis amigos y compañeros del grupo de infrarrojo por la amistad otorgada, el apoyo brindado a lo largo de mi estancia en el CIO y por las largas pláticas compartidas: Antonio Ortega, Enoch Gutiérrez, Mariana Alfaro, y Camille Vázquez. También deseo mencionar a otros integrantes del grupo con quienes conviví y de quienes aprendí mucho: Eduardo López, Claudio Ramírez, Arturo Aranda, Juan Carlos Ramírez, Paulino Vacas y el Dr. Gonzalo Paez. Conviví y tuve muchas pláticas productivas con una buena parte de los compañeros del CIO, entre los que destaco a los integrantes del equipo de fútbol *las Gacelas* y muy especialmente a Rigoberto Castro.

Mi formación no hubiera sido la misma sin el aprendizaje obtenido de profesores como Evguenii Kurmyshev, Francisco Villa, Daniel Malacara, Fernando Mendoza y Yuri Bermenkov. Además de los profesores mencionados, compartí pláticas científicas y personales con la mayoría de los investigadores del Centro, pero de manera más frecuente con los doctores Rafael Espinosa, Bernardo Mendoza, Jorge García, Carlos Pérez, Enrique Landgrave y Noe Alcalá.

Igualmente deseo reconocer que el presente trabajo de investigación no hubiera podido llevarse a buen puerto sin el soporte económico otorgado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT). Gracias por brindarme esta oportunidad de desarrollo profesional y por apoyar a miles de jóvenes en su sueño por dedicarse a la Ciencia. Así mismo, le agradezco a todo el personal del Centro por permitir que la Institución otorgue las facilidades necesarias para llevar a cabo nuestra formación y realizar investigación, desde las personas

que lo mantienen limpio y bonito hasta el director general y los directores de área, pasando por los servicios administrativos, de comedor, biblioteca, etc.

En cuanto a la redacción de esta tesis, deseo agradecer las aportaciones de Enoch Gutiérrez, Mariana Alfaro, Alejandro Cornejo, Fernando Mendoza, Guillermo García Torales, Jorge Flores y de mi asesora Marija Strojnik.

En el ámbito más personal, quiero extender mi más profundo agradecimiento a mi familia. En especial a mi madre, Ma. Cristina González, por ser un gran ejemplo de superación y constancia, y a mi esposa, Tzaidel Vilches, por apoyarme y entenderme.

Finalmente, quiero dedicar este logro a mis Padres, a mi Asesora, a mi Esposa, y a mi Hijo.

# CONTENIDO

Listado de Figuras .....	7
Listado de Tablas.....	13
<b>1. Introducción.....</b>	<b>14</b>
<b>2. Búsqueda de planetas extrasolares.....</b>	<b>16</b>
<b>2.1 Introducción.....</b>	<b>16</b>
<b>2.2. Detección de planetas extrasolares por métodos indirectos.....</b>	<b>17</b>
2.2.1. <i>Sincronización de Pulsar.....</i>	18
2.2.2. <i>Medición de la velocidad radial.....</i>	19
2.2.3. <i>Astrometría.....</i>	21
2.2.4. <i>Detección por tránsito.....</i>	22
2.2.5. <i>Microensing.....</i>	24
<b>2.3. Detección de planetas extrasolares por métodos directos.....</b>	<b>25</b>
2.3.1. <i>Coronógrafos estelares.....</i>	26
<b>2.4. Conclusiones.....</b>	<b>28</b>
Referencias.....	29
<b>3. Principios básicos de interferometría e interferómetros.....</b>	<b>32</b>
3.1. <b>Introducción.....</b>	<b>32</b>
3.2. <b>Principios básicos de interferometría.....</b>	<b>33</b>
3.3. <b>Interferómetros.....</b>	<b>36</b>
3.3.1. <i>Interferómetro Mach-Zehnder.....</i>	36
3.3.2. <i>Interferómetro de desplazamiento rotacional.....</i>	37
3.4. <b>Luz parcialmente coherente.....</b>	<b>39</b>
3.4.1. <i>Teorema de van Cittert-Zernike.....</i>	44
3.5. <b>Conclusiones.....</b>	<b>45</b>
Referencias.....	45

<b>4.</b>	<b>Determinación de las tolerancias de alineación para un interferómetro de desplazamiento rotacional para detectar planetas extrasolares</b> .....	46
4.1.	<b>Introducción</b> .....	46
4.2.	<b>Señal del Sistema Estrella-Planeta detectado por el RSI</b> .....	48
4.2.1.	<i>Interferómetro de Desplazamiento Rotacional</i> .....	48
4.2.2.	<i>Señal del Sistema Estrella-Planeta y Visibilidad del Planeta</i> .....	49
4.3.	<b>Análisis de alineación</b> .....	53
4.3.1.	<i>Formulación de trazo exacto de rayos</i> .....	55
4.3.2.	<i>Visibilidad del planeta en presencia de errores de los prismas y desalineaciones del interferómetro</i> .....	57
4.4.	<b>Conclusiones</b> .....	66
	<b>Referencias</b> .....	66
<b>5.</b>	<b>Conjunto de telescopios para la detección de planetas extrasolares desde el lado lejano de la Luna</b> .....	69
5.1.	<b>Resumen</b> .....	69
5.2.	<b>Detección de planetas extrasolares con técnicas ópticas directas</b> .....	69
5.3.	<b>Débil planeta al lado de una estrella brillante</b> .....	72
5.4.	<b>Análisis matemático</b> .....	75
5.5.	<b>Observatorio Concepto: matriz de telescopios en el lado oculto de la Luna</b> ..82	
5.5.1.	<i>Concepto de instrumento: matriz de 4 por 4 telescopios en una configuración no redundante</i> .....	84
5.5.2.	<i>Número y distribución de telescopios</i> .....	85
5.5.3.	<i>Área total de captación de la radiación y tiempo de integración de la señal</i> .....	87
5.6.	<b>Conclusiones</b> .....	89
	<b>Referencias</b> .....	90
<b>Apéndice A</b>	<b>Método de diseño para un sistema catadióptrico sólido (SoCatS) compacto, acromático, de alto desempeño, para el Visible y el IR</b> .....	93
<b>A.</b>	<b>Introducción</b> .....	93

<b>A.1. Telescopio compacto y SoCatS</b> .....	93
<b>A.2. Método de diseño para IR y visible</b> .....	95
<b>A.3. Control de la aberración cromática en un doblete cementado</b> .....	96
<b>A.4. SoCatS como bloque monolítico para aplicaciones en IR</b> .....	97
<b>A.5. SoCatS con doblete cementado para reducir la aberración cromática en el visible, 0.4 <math>\mu\text{m}</math> a 1 <math>\mu\text{m}</math></b> .....	101
<b>A.6. Conclusiones</b> .....	103
<b>Referencias</b> .....	104

## Listado de figuras

Fig. 2.1. Esquema básico de un coronógrafo.

Fig. 3.1. Experimento de Young.

Fig. 3.2. Interferómetro Mach-Zehnder.

Fig. 3.3 Frentes de onda desplazados.

Fig. 3.4. IDR implementado modificando un Mach-Zehnder.

Fig. 3.5 Experimento de Young modificado.

Fig. 4.1. RSI implementado como un interferómetro Mach-Zehnder modificado con un prisma Dove en cada brazo del interferómetro. Para obtener la rotación relativa del frente de onda, un prisma se gira con respecto al otro. Este diseño de un RSI tiene la ventaja de que podemos seleccionar el valor del ángulo girado entre los frentes de onda.

Fig. 4.2. Sistema de estrella-planeta visto desde el interferómetro. La estrella no está alineada con el eje óptico del interferómetro (eje  $z$ ). Los planos estelar y planetario son coplanares y son paralelos al plano del interferómetro. La separación estrella-planeta subtende un ángulo de 1 segundo de arco.  $\hat{k}_s$  y  $\hat{k}_p$  son los vectores de onda de la estrella y el planeta, respectivamente.

Fig. 4.3. Diseño que muestra los errores de fabricación en prismas Dove comerciales. El error del ángulo de base ( $\Delta\beta$ ), en cada cara, es la diferencia con respecto al ángulo de base nominal (es decir,  $45^\circ$ ). El ángulo piramidal ( $\theta_1 + \theta_2$ ) es la suma de los ángulos de la rotación con respecto al eje  $x$  de las desviaciones del vector normal en sentido opuesto.

Fig. 4.4. Representación esquemática de un brazo del RSI.  $\Delta\xi$  y  $\Delta\eta$  son las rotaciones del espejo respecto de los eje  $x$  y  $y$ , respectivamente. Consideramos que el prisma tiene errores de fabricación y está completamente alineado. En este caso  $\Delta\xi$  y  $\Delta\eta$  son cero. Giramos el espejo para controlar el frente de onda que se desvía por el prisma.

Fig. 4.5. Propagación de la luz a través del prisma. Utilizamos la matriz de transformación de Euler  $M_j$  para rotar los componentes ópticos e incluir errores de prisma. La dirección del rayo  $\hat{K}_j$  se desvía en cada superficie, cuyo vector normal es  $(M_j \cdot \hat{N}_j)$ .  $\delta y$  y  $\delta x$  indican la desviación angular del frente de onda en  $y$  y  $x$ , respectivamente.

Fig. 4.6. Simulación de los patrones de interferencia generados por el sistema estrella-planeta (primera columna) y la correspondiente señal del planeta (segunda columna). Variamos el ángulo de inclinación de la estrella  $\beta$  para representar el proceso de alineación de la estrella a lo largo del eje óptico. Las simulaciones corresponden a los siguientes valores de  $\beta$ : (a) 0, (b) 0.005 arcsec, (c) 0.01 arcsec, y (d) 0.1 arcsec.

Fig. 4.7. Visibilidad del planeta en función del ángulo de inclinación de la estrella. La estrella se mueve a lo largo del eje  $x$  y el planeta está en el eje  $x$  para la línea discontinua y en el eje  $y$  para la línea continua. El ángulo de inclinación del planeta se mantiene constante e igual a 1 arcsec.

Fig. 4.8. Simulación de la señal del planeta, incluidos errores de ángulo base (primera columna) y ángulos piramidales (segunda columna). Las simulaciones corresponden a los siguientes valores de los respectivos errores de ángulo del prisma: (a) 0.15 arcsec, (b) 0.3 arcsec, (c) 0.45 arcsec, y (d) 0.6 arcsec. En el intervalo de análisis, y para los errores de ángulo base, la visibilidad del planeta disminuye a medida que aumenta el ángulo. Lo contrario ocurre para los ángulos piramidales.

Fig. 4.9. Visibilidad del planeta en función del error del ángulo base del prisma Dove. El ángulo de orientación del planeta ( $\gamma$ ) es de  $90^\circ$  para la línea discontinua y  $0^\circ$  para la línea continua. Para  $\gamma = 0^\circ$ , la visibilidad aumenta para los errores de ángulo de base menores que

1 arcsec y disminuye para los errores de ángulo de base más grandes. Para  $\gamma = 90^\circ$ , la visibilidad tiene un máximo antes de disminuir bruscamente para errores de ángulo base mayores que 0.5 arcsec.

Fig. 4.10. Gráfica de la visibilidad del planeta en función del ángulo piramidal del prisma Dove. El ángulo de orientación del planeta ( $\gamma$ ) es  $90^\circ$  para la línea discontinua y  $0^\circ$  para la línea continua. Para  $\gamma = 0^\circ$ , la visibilidad aumenta rápidamente para  $\theta_1 + \theta_2$  pequeña y positiva; disminuye moderadamente para ángulos piramidales mayores que 6.5 arcsec y para valores negativos. Cuando  $\gamma = 90^\circ$ , la visibilidad disminuye a valores menores que 0.2 a medida que el ángulo piramidal se desvía de cero.

Fig. 4.11. Visibilidad del planeta en función del ángulo de rotación del espejo. El telescopio se fija con un ángulo de inclinación de la estrella de 0.01 arcsec a lo largo del eje  $x'$ . El ángulo de orientación del planeta ( $\gamma$ ) es  $90^\circ$ . El error del ángulo base del prisma es de 5 arcsec para la línea de trazo y de 10 arcsec para la línea continua. La rotación del espejo en el eje  $y$  compensa el error del ángulo base del prisma. La visibilidad desciende a 0.4 con movimientos de espejo de 1.4 arcsec respecto al mejor ángulo de rotación.

Fig. 4.12. Compensación del error piramidal mediante la rotación del espejo. El ángulo de inclinación de la estrella es de 0.01 segundos de arco a lo largo del eje  $x'$ , y el ángulo de orientación del planeta ( $\gamma$ ) es  $0^\circ$ . El ángulo piramidal del prisma es de 15 arcsec para la línea discontinua y es de 10 para el sólido. La rotación del espejo en el eje  $x$  compensa el ángulo piramidal. La visibilidad se reduce a 0.4 con movimientos de espejo de 3 segundos de arco respecto al mejor ángulo de rotación.

Fig. 5.1. Geometría para la detección de un planeta fuera de nuestro sistema solar. El sistema de coordenadas basado en la Tierra / interferómetro se da como un sistema cartesiano  $(x, y, z)$ , mientras que el sistema planetario cercano se desplaza a lo largo del eje óptico, el eje  $Z$ , con las coordenadas cartesianas  $(X, Y, Z)$ . La *Estrella* y la *Tierra* emiten ondas

esféricas. Después de la propagación en el espacio libre, las ondas esféricas se convierten en ondas planas. Las ondas planas llegan inclinadas si se originan en un punto fuera del eje, como el de la *Tierra*.

Fig. 5.2. Número de fotones espectrales ( $N_{p\lambda}$ ) emitidos por el Sol y por varios planetas en función de la longitud de onda, normalizados contra la emisión solar a la máxima longitud de onda de emisión del Sol ( $N_S$ ). La relación entre la cantidad de fotones espectrales del planeta y la cantidad de fotones espectrales del Sol se define como la relación señal - ruido más simple.

Fig. 5.3. Los espectros de las ondas planas de la *Estrella* y la *Tierra* en función de la coordenada angular, en la parte superior. En los diagramas central e inferior, la coordenada angular muestra discontinuidad para permitir la presentación de distintas ondas planas con inclinación creciente, tanto para la *Estrella* como para la *Tierra*. En el medio, los espectros de onda plana se muestran como una función del ángulo a lo largo del cual se encuentra la *Tierra*. La representación inferior muestra los espectros en función de la inclinación respecto de x e y, haciendo explícitos los componentes simétricos y asimétricos de la emisión planetaria. Los espectros de ondas planas de la *Tierra* no poseen simetría polar alrededor del eje z. Los de la *Estrella* sí exhiben simetría polar.

Fig. 5.4. Separación L de las franjas en función de la longitud de onda, con la separación angular entre la *Estrella* y la *Tierra*  $\theta_{Tx}$  como parámetro. Para la separación angular *Tierra-Estrella* de 2  $\mu\text{rad}$ , la distancia entre los máximos adyacentes aumenta linealmente desde 5 m a 75 m, ya que la longitud de onda de detección varía de 10  $\mu\text{m}$  a 150  $\mu\text{m}$ .

Fig. 5.5. La modulación de la irradiancia, proveniente de un sistema planetario, en la superficie lunar en función de la posición. (a) La distribución de la irradiancia en función de la posición cuando las aberturas se alinean a lo largo de la línea *Tierra-Estrella*.  $M_N$  es el nivel de ruido intrínseco de la configuración del instrumento, incluida la radiación de la *estrella*. (b) La modulación de la irradiancia en función de dos coordenadas perpendiculares

cuando las aberturas se alinean a lo largo de la línea *Tierra-Estrella*. (c) La modulación de la irradiancia en función de dos coordenadas perpendiculares cuando la línea *Tierra-Estrella* subtienden un ángulo arbitrario con respecto a la línea de abertura.

Fig. 5.6. La configuración del observatorio lunar en la cara oculta de la Luna para la búsqueda de la *Tierra*, excepto en las noches sin Luna de la Tierra cuando la Luna está ubicada entre la Tierra y el Sol.

Fig. 5.7. El arreglo de telescopios en la cara oculta de la Luna recibe radiación sólo del sistema planetario invisible cuando los telescopios miran hacia la *Estrella*.

Fig. 5.8. Arreglo de 4 por 4 aberturas, dispuestas en una configuración no redundante a lo largo de las direcciones x e y, superpuestas a la modulación de la radiación de la *Estrella* y la *Tierra*. Cuando la línea de abertura es paralela a la línea *Estrella-Tierra*, el patrón de franjas es paralelo al eje y. Cada abertura muestrea y promedia la radiación sobre el área de recolección, indicada por el tono de gris. En un caso general, que se muestra a continuación, el patrón de franjas está sesgado. La distribución de abertura bidimensional aumenta significativamente el número de abertura de líneas de base.

Fig. 5.9. Número de fotones emitidos por la *Tierra* a 10 parsecs,  $N$ , en función del área de las aberturas de intercepción,  $A$ , con el tiempo de integración  $\tau$  como parámetro. Un pequeño tiempo de integración de una plataforma móvil requiere una gran área de recolección de la señal. A la inversa, el tiempo de integración de varias horas en una superficie lunar rígida requiere un área pequeña de recolección de radiación.

Fig. A.1. Trazo de rayos en el SoCatS con cuerpo monolítico. La abertura está ubicada en el espejo secundario para un mejor control de la aberración.

Fig. A.2. MTF policromáticas del SoCatS monolítico en función de la frecuencia espacial, para el intervalo espectral de 8.0 a 12.0  $\mu\text{m}$  y FOV de 4,2 por 4,2 grados. Las MTF se muestran para varias posiciones de campo en grados y se comparan con la MTF limitada por difracción.

Fig. A.3. MTF policromáticas del SoCatS monolítico en función de la frecuencia espacial, para el intervalo espectral de 3.0 a 5.0  $\mu\text{m}$  y FOV de 4.2 por 4.2 grados. Las MTF se muestran para varias posiciones de campo en grados y se comparan con la MTF limitada por difracción.

Fig. A.4. Diagramas de puntos policromáticos del SoCatS monolítico para el intervalo espectral de 8.0 a 12.0  $\mu\text{m}$  y FOV de 4.2 por 4.2 grados. Los diagramas de puntos se presentan para varias posiciones de campo.

Fig. A.5. Diagramas de puntos policromáticos del SoCatS monolítico para el intervalo espectral de 3.0 a 5.0  $\mu\text{m}$  y FOV de 4.2 por 4.2 grados. Los diagramas de puntos se presentan para varias posiciones de campo.

Fig. A.6. Un doblete SoCatS cementado que presenta dos sustratos diferentes para aplicaciones que requieren control adicional de la aberración cromática, como en el visible de 0.4  $\mu\text{m}$  - 1  $\mu\text{m}$ . La abertura (diafragma) en el espejo secundario proporciona un mejor control de la aberración.

Fig. A.7. MTF policromáticas del SoCatS cementado en función de la frecuencia espacial, de 0.4 a 1.0  $\mu\text{m}$  y FOV de 4.2 a 4.2 grados. Las MTF tangenciales se muestran para varias posiciones de campo en grados y se comparan con la MTF limitada por difracción.

Fig. A.8. Diagramas de puntos policromáticos del SoCatS monolítico para el intervalo espectral de 0.4 a 1.0  $\mu\text{m}$  y FOV de 4.2 por 4.2 grados. Los diagramas de puntos se exhiben para varias posiciones de campo.

## Listado de tablas

Table 4.1. Ángulos de rotación necesarios para obtener una visibilidad del planeta de al menos 0.4.

Tabla A.1. Longitud de onda media, tamaño de punto limitado por difracción, raíz cuadrada del tamaño medio de punto y tamaño de punto geométrico para las bandas espectrales visible, IR medio e IR lejano. Los requisitos del sistema son FOV = 4.2 por 4.2°, F / # = 4.3.

# 1

---

## *Introducción*

Detectar planetas parecidos a la Tierra fuera de nuestro sistema solar es uno de los grandes retos de nuestros tiempos. En los últimos años se han implementado una gran variedad de dispositivos ópticos, que han permitido detectar el efecto generado por planetas jovianos sobre sus estrellas huésped. Sin embargo, aún no se han logrado obtener imágenes directas de ningún planeta fuera de nuestro sistema solar. Básicamente existen dos tipos de arreglos con los cuales se prevé poder observar imágenes directas de planetas extrasolares: los coronógrafos y los interferómetros.

En el presente trabajo evaluamos las condiciones necesarias para detectar planetas extrasolares con un interferómetro de desplazamiento rotacional. Primeramente, en el capítulo II, mostramos el estado del arte en lo que respecta a búsqueda de planetas extrasolares. Describimos brevemente las principales técnicas de detección de planetas extrasolares y los resultados que se han obtenido hasta el momento. En el capítulo III enunciamos los principios fundamentales de la teoría de interferencia y describimos el funcionamiento del interferómetro de desplazamiento rotacional.

En el capítulo IV atacamos el problema que nos compete. Iniciamos describiendo el problema, y obtenemos la ecuación analítica de la distribución de intensidad de un sistema estrella-planeta observado mediante un interferómetro de desplazamiento rotacional. Establecemos el patrón de franjas que generaría el sistema estrella-planeta, cuando la estrella se encuentra sobre el eje del telescopio y cuando no lo está. Mediante los patrones de interferencia calculamos la visibilidad de la señal del planeta en función del ángulo de inclinación del telescopio (respecto de la estrella), y respecto de la diferencia de camino óptico que hay entre los brazos del interferómetro. En el apéndice A se muestra un telescopio compacto que puede beneficiar el desarrollo de nuevos instrumentos de medición para la detección de planetas extrasolares. En el capítulo V mostramos cómo se puede utilizar el

principio del interferómetro de desplazamiento rotacional para mediante un conjunto de telescopios detectar planetas extrasolares.

---

## *Búsqueda de planetas extrasolares*

### **2.1. Introducción**

Uno de los grandes enigmas que queda por resolver es saber si hay vida en otros planetas. Actualmente se están realizando grandes esfuerzos para resolver el misterio. Por un lado, están los vehículos y sondas espaciales (equipados con espectrógrafos e instrumentos ópticos sofisticados) enviados a registrar Marte y, en general, todo nuestro sistema solar, en busca de la mínima señal de vida [1,2,3]. Por otra parte están los telescopios con los que intentamos detectar sistemas planetarios extrasolares y, en especial, planetas parecidos a la Tierra. La abundancia de planetas semejantes a la Tierra sería un fuerte indicio de que no estamos solos en el universo.

Los desafíos para detectar planetas extrasolares están en el hecho de que la señal del planeta, si es que existe, se encuentra escondida bajo el ruido de la señal de la estrella, la cual es mucho mayor en magnitudes estelares y en extensión espacial. La intensidad de la estrella es mil millones de veces mayor que la intensidad del planeta en el visible, y un millón de veces en el infrarrojo [4,5]. Además, hay que añadir el inconveniente de la proximidad entre la estrella y el planeta; vistos desde Tierra subtienden un ángulo de separación que se encuentra entre un décimo de segundo de arco y un milisegundo de arco. Así, la tarea de detectar planetas directamente se reduce a separar la señal de éste de la señal de la estrella. Desafortunadamente no existen detectores capaces de resolver la insignificante señal del planeta; ni aún cuando se utiliza el mejor telescopio existente para realizar la observación.

El interés por detectar planetas extrasolares ha sido renovado recientemente, sobre todo por el desarrollo de tecnologías requeridas para la fabricación de componentes ópticos, corrección activa de la imagen y telescopios ópticos de gran diámetro. Gracias a esto, en los últimos 20 años se han encontrado alrededor de 4,000 planetas [1], la totalidad de los cuales han sido detectados por medios indirectos; a partir de la influencia del planeta sobre la órbita

de la estrella huésped. La mayoría de los planetas extrasolares observados son gigantes, como Saturno y Júpiter (o aún mayores) [1,3], o planetas en formación [6].

Desafortunadamente los planetas gigantes no cuentan con un ambiente propicio para que se geste la vida. Pero, ¿existen planetas como la Tierra? Los astrónomos creen que podemos encontrar planetas terrestres (similares a la Tierra) orbitando alrededor de estrellas con iluminación, edad y tamaño semejantes a las del Sol. Debido a que los planetas terrestres son menores que los planetas gigantes los retos para detectarlos son aún mayores.

Paralelamente a las observaciones por medios indirectos, se han ido proponiendo e implementando arreglos ópticos que permiten cancelar parcialmente la luz de la estrella; principalmente interferómetros y coronógrafos [4,5,7]. Al observar y analizar la luz del planeta, los métodos directos nos dan información de la composición de los planetas detectados. En los próximos años se tiene previsto poner en órbita interferómetros que nos permitan detectar planetas terrestres.\*

Cada técnica de observación es sensible a diferentes tipos de planetas, y nos proporciona información complementaria sobre los planetas que pueden encontrar. En las siguientes secciones presentamos una breve descripción de algunas de las principales técnicas de observación por métodos indirectos y directos.

## **2.2. Detección de planetas extrasolares por métodos indirectos**

Los métodos indirectos tienen la ventaja de requerir menor precisión de los instrumentos para ser efectivos. Esto ha permitido que en la última década se hayan detectado alrededor de 150 planetas. A continuación presentamos una breve descripción de cada una de las principales técnicas y algunos de los resultados obtenidos.

---

\* La NASA (National Aeronautics and Space Administration) y la ESA (European Space Agency) han invertido en programas estratégicos a largo plazo, tanto de investigación científica como de desarrollo tecnológico, encaminados a detectar y caracterizar planetas terrestres fuera de nuestro sistema Solar. La NASA lanzó al espacio a TESS (Transiting Exoplanet Survey Satellite) para relevar al telescopio espacial Kepler.

### 2.2.1. Sincronización de Pulsar

La primera confirmación de la detección de un planeta extrasolar fue hecha mediante la sincronización de un pulsar. Los pulsares son estrellas de neutrones magnetizadas que rotan rápidamente y emiten ondas de radio que, para un observador en la Tierra son vistas como pulsos periódicos. El periodo de los pulsares más estables está dentro del rango de los mejores relojes conocidos. Para rotaciones rápidas del pulsar, el pulso medio de llegada puede ser medido con una precisión de milisegundos [1].

Aunque los pulsos son emitidos periódicamente, los tiempos en que éstos alcanzan al observador no son constantes si la distancia entre el pulsar y el telescopio varía de manera no lineal. El movimiento de la Tierra alrededor del Sol y la propia rotación de la Tierra causan tales variaciones, las cuales pueden ser calculadas, y corregidas en los datos. La existencia de variaciones periódicas en los datos corregidos puede indicar la presencia de un compañero orbital del pulsar. Tales variaciones son más sensibles a planetas masivos, ya que la atracción gravitacional que generan es mayor y por lo tanto ocasionan efectos más claros de observar, ya que la oscilación de la estrella debido al planeta es mayor.

El primer planeta extrasolar fue descubierto por Alexander Wolszczan y Dale Frail a principios de los 90's [8]. Encontraron periodicidades en el tiempo de llegada del pulso proveniente del pulsar 1257+12 (el cual tiene un periodo rotacional de 6 ms) aún después de corregir el movimiento del telescopio alrededor del Sol, y atribuyeron estas variaciones a dos compañeros del pulsar. Uno de los compañeros tiene un periodo orbital de 66.54 días y el producto de su masa por el seno del ángulo de inclinación respecto del plano del cielo es  $M \sin i = 3.4 M_{\oplus}$  ( $M_{\oplus}$  es la masa de la Tierra); el otro planeta tiene un periodo de 98.22 días y  $M \sin i = 2.8 M_{\oplus}$  (estas masas asumen que el pulsar es 1.4 veces más masivo que el Sol). Ambos planetas tienen órbitas con excentricidades cercanas a 0.02. Observaciones posteriores mostraron el efecto de perturbaciones entre ambos objetos sobre sus órbitas, de tal modo que confirmaron la hipótesis de los planetas e implicaron que  $i$  es ligeramente menor a  $60^{\circ}$  [9].

Adicionalmente, los datos sugieren que probablemente hay un planeta más, con masa igual a la de la luna, orbitando entre los otros dos [10]. Hay indicios de un cuarto planeta con masa cercana a la de Saturno, orbitando a 40 AU (una unidad astronómica AU es la distancia media que hay entre la Tierra y el Sol) alrededor del pulsar. La sincronización del pulsar ha demostrado ser un detector de objetos planetarios muy sensible, pero sólo funciona para planetas orbitando un pulsar (un remanente estelar poco común).

### 2.2.2. *Medición de la velocidad radial*

Hasta el momento el método más exitoso para detectar planetas alrededor de estrellas de secuencia principal ha sido el de *velocidad radial* o *Espectroscopía Doppler*. A partir del corrimiento Doppler del espectro estelar se puede medir la velocidad con que la estrella se acerca o aleja del observador. Después de quitar el movimiento del observador respecto al centro de masa del Sistema Solar y otros movimientos conocidos, el movimiento radial resultante se deberá a la presencia de planetas orbitando la estrella.

El movimiento de la estrella alrededor del centro de masa del sistema estrella-planeta, ocasiona un corrimiento al azul y un corrimiento al rojo según se acerque o se aleje de nuestro detector. Las estrellas tipo Sol tienen un espectro electromagnético con abundantes líneas de absorción de las cuales se pueden obtener longitudes de onda distintivas para las mediciones por Doppler. Tales líneas contienen información acerca de la composición química, la temperatura, la presión, la actividad magnética y la razón de giro de la estrella.

La amplitud de la velocidad radial,  $K$ , de la estrella de masa  $M_*$  que es inducida por un planeta, de masa  $M_p$ , orbitando es [1]

$$K = \left( \frac{2\pi G}{P_{orb}} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_* + M_p)^{2/3} \sqrt{1 - e^2}}, \quad (2.1)$$

donde  $P_{orb}$  es el periodo orbital,  $i$  es el ángulo entre la normal del plano de la órbita y la dirección de observación y  $e$  es la excentricidad de la órbita. Como en el caso de la sincronización de un pulsar, la medida de la velocidad radial es producida por el producto de la masa del planeta y el seno del ángulo  $i$ , así como por el periodo y la excentricidad de la

órbita. Esta técnica es más sensible a planetas masivos y con periodos orbitales cortos. El grupo de Geoff Marcy ha alcanzado precisiones del orden de  $1 \text{ ms}^{-1}$  (que corresponden a corrimientos Doppler de una parte en  $10^8$ ) sobre estrellas espectralmente estables [1,7,11]. Con esta precisión, planetas Jovianos orbitando alrededor de estrellas tipo Sol son detectables, aunque estas detecciones requieren de tiempos de observación prolongados (comparable con el tiempo del periodo orbital del planeta). Planetas con masas menores a la de Urano orbitando muy cerca de la estrella también pueden ser detectados; sin embargo, planetas tipo Tierra orbitando a 1 AU de la estrella están mucho más allá de las capacidades previstas actualmente para esta técnica [1].

Para medir la velocidad radial con alta precisión se requieren un gran número de líneas espectrales, por lo que el método no puede ser aplicado a estrellas calientes (tipo espectral A, B y O);\* las cuales tienen mucho menos características espectrales que las estrellas más frías, como el Sol. La rotación estelar y la variabilidad intrínseca (incluyendo manchas solares) representan las principales fuentes de ruido para la medición de la velocidad radial.

Durante décadas, el límite en la resolución de la velocidad de la estrella medida mediante la técnica de velocidad radial era de  $500 \text{ ms}^{-1}$  [2]. La dificultad estriba en que el mínimo cambio en las condiciones del espectrógrafo (temperatura, presión e iluminación de la óptica) ocasiona desplazamientos pronunciados en los espectros estudiados. De tal manera que la señal del movimiento de la estrella se pierde en el ruido del instrumento.

Para resolver el problema se utilizan dos técnicas. La primera consiste en mantener un estricto control sobre la estabilidad del espectrógrafo, y la segunda utiliza un espectro de referencia con la luz de la estrella. Una computadora usa la información de la fuente conocida para monitorear cualquier variación del espectro y corregir el espectro de la estrella.

El primer planeta conocido que órbita una estrella de la secuencia principal, diferente al Sol, fue descubierto por Michel Mayor y Didier Queloz en 1995 orbitando la estrella 51

---

\* El esquema de clasificación de Harvard clasifica las estrellas de acuerdo a con su temperatura en O, B, A, F, G, K, y M. Donde las estrellas más calientes son del tipo O y las más frías del tipo M. Las estrellas del tipo O, B y A carecen de líneas espectrales debido a la ausencia de moléculas en la heliósfera de las estrellas.

Pegasi. Cuyos parámetros principales son  $M \sin i = 0.47 M_J$  ( $M_J$  es la masa de Júpiter),  $P_{orb} = 4.23$  días.[12] En los 90's, las pruebas por velocidad radial identificaron 30 compañeros con  $M \sin i < 13$  orbitando estrellas de la secuencia principal.\* Hasta el momento, todos los planetas identificados mediante pruebas de velocidad radial, comparten por lo menos dos de las siguientes tres características: su masa excede la de Saturno, su semieje mayor orbital es aproximadamente menor que 3 AU y dominan la variación de la velocidad radial de su estrella madre en un rango muy amplio de escala de tiempo (así, el planeta más masivo cercano a la estrella sobrepasa al segundo planeta más masivo por un factor mayor que el cociente entre la masa de Júpiter y Saturno).

### 2.2.3. Astrometría

La técnica se sustenta en el hecho de que el movimiento de un sistema planetario produce variaciones distintivas en la trayectoria de la estrella central. Ya que cada característica de la órbita del planeta es reflejada en el movimiento de la estrella, su trayectoria contiene información acerca de la masa, el radio y la excentricidad de la órbita de cada planeta del sistema. La astrometría es más sensible a los planetas masivos orbitando alrededor de estrellas que se encuentran cercanas a nuestro Sistema Solar. La amplitud de la oscilación,  $\Delta\theta$ , está dada por la fórmula [1]

$$\Delta\theta = \frac{M_P}{M_*} \frac{a_{AU}}{r} (\text{par sec}), \quad (2.2)$$

donde  $r$  es la distancia a la estrella desde nuestro Sistema Solar. Por ejemplo, un planeta igual a Júpiter orbitando a 10 AU de una estrella igual al Sol, localizada a 10 pársec (1 pársec = 3.26 años luz =  $2.06 \times 10^5$  AU =  $3.0857 \times 10^{16}$  m) de la Tierra, produciría una amplitud de oscilación de 1 milisegundos de arco (mas). Ya que el movimiento de la estrella es detectable en dos dimensiones, se puede obtener una mejor estimación de la masa del planeta usando astrometría que usando técnicas de velocidad radial. Sin embargo, es más difícil estimar la excentricidad de la órbita.

---

\* En la actualidad se han descubierto casi 800 planetas extrasolares por el método de velocidad radial [1].

Es más fácil detectar planetas con mayor distancia orbital usando astrometría, porque la amplitud del movimiento de la estrella también es mayor. Pero encontrar estos planetas requiere de tiempos de observación más prolongados debido a sus mayores periodos orbitales (de acuerdo con la tercera Ley de Kepler). Los sistemas astrométricos requieren alta estabilidad durante tiempos prolongados para reducir el ruido que puede conducir a una detección falsa. La mejor precisión a largo plazo alcanzada por un telescopio en Tierra es de  $\sim 1$  mas. Se espera que la interferometría desde Tierra permita alcanzar una precisión de  $\sim 20$  microsegundos de arco ( $\mu\text{as}$ ) en los próximos años. Además, con interferómetros en el espacio se podrán alcanzar  $\sim 3 \mu\text{as}$  en un futuro cercano. Ninguna detección nueva ha sido aún confirmada por medio de astrometría; pero los datos obtenidos por el satélite Hipparcos a finales de los 90's muestran que varias estrellas enanas café observadas con pruebas de velocidad radial tienen en realidad compañeras estelares de baja masa, cuyas órbitas son vistas casi de frente [1].

#### ***2.2.4. Detección por tránsito***

El método de búsqueda de planetas por tránsito depende de la observación del decrecimiento en el flujo de luz de la estrella producido por el tránsito de un planeta a través del disco de la estrella. La magnitud de esta reducción es proporcional a la razón entre el área del planeta y el de la estrella. Con fotometría de alta precisión son posibles de observar tales tránsitos, los cuales se distinguen de la modulación de las manchas solares y de la variabilidad estelar intrínseca por su periodicidad, por tener forma de pozo cuadrado y por mantener neutralidad espectral relativa. La observación por tránsito proporciona el tamaño y el periodo orbital del planeta detectado.

Para que un tránsito sea observado, los planetas deben de tener el plano orbital cercano a nuestra línea de visión [1],

$$\cos i < \frac{R_* + R_p}{a}, \quad (2.3)$$

donde  $R_*$  y  $R_P$  son los radios de la estrella y del planeta, respectivamente. Ignorando los tránsitos generados por el ruido electrónico de los instrumentos (ésos con una duración menor que la mitad del tránsito central), la probabilidad de detectar un planeta orbitando a 1 AU de la estrella con un radio igual al del Sol, es de 0.4%; mientras que la probabilidad de detectar un planeta a 0.05 AU de la misma estrella es de 8% [1]. Aunque las consideraciones geométricas limitan la fracción de planetas detectables por esta técnica, se pueden examinar miles de estrellas dentro del campo de visión de un telescopio, por lo que el tránsito con fotometría ha permitido más detecciones que ninguna otra técnica [1].

La precisión fotométrica está limitada por la variación de centelleos en la atmósfera terrestre a un milésimo de magnitud, pudiendo así detectar por tránsito planetas del tamaño de Júpiter (pero no del tamaño de la Tierra) vistos desde Tierra. Es posible alcanzar precisiones mayores por encima de la atmósfera, que permitan detectar planetas tan pequeños como la Tierra. Una ventaja importante de la técnica de tránsito es que los planetas más grandes detectados de esta forma también pueden ser observados mediante velocidad radial, obteniendo la masa del planeta (ya que la inclinación es conocida por el tránsito). Tal combinación de detecciones complementarias proporciona la densidad del planeta, un dato especialmente valioso para el estudio de formación de planetas.

Un telescopio espacial podría también detectar la modulación de la fase sinusoidal de la luz reflejada por el propio planeta gigante que órbita la estrella. El albedo (razón entre la energía luminosa que difunde por reflexión y la energía incidente) del planeta detectado por fotometría de tránsito y por fotometría de la luz reflejada podría así ser registrado.

En los últimos años se han detectado planetas, en número creciente, con el Hubble y telescopios de gran abertura en la Tierra [13-19]. Además ha servido para confirmar y analizar varios de los planetas ya descubiertos. Por ejemplo, en 1999 se observó el tránsito del planeta “51 Peg-Like” (descubierto mediante el método de velocidad radial), ayudando a establecer el ángulo de inclinación  $i$  y fijando así la masa del planeta [20].

### 2.2.5. *Microlensing*

De acuerdo con la teoría de la relatividad, la luz de una estrella lejana debe de desviarse al pasar junto a un objeto estelar masivo (lente). La técnica por Microlensing consiste en detectar la desviación de la luz de las estrellas que en su viaje hasta el telescopio se encuentran con algún lente. La técnica se está utilizando actualmente para investigar la distribución de fuentes estelares débiles y cuerpos con masas subestelares dentro de nuestra galaxia. Los lentes amplifican la luz de la fuente una fracción importante cuando la línea de visión cruza dentro del anillo de Einstein,  $R_E$ , el cual está dado por [1]

$$R_E = \sqrt{\frac{4GM_L r_{TL}}{c^2} \left(1 - \frac{r_{TL}}{r_{TS}}\right)}, \quad (2.4)$$

donde  $M_L$  es la masa del lente,  $c$  es la velocidad de la luz, y  $r_{TL}$  y  $r_{TS}$  son las distancias desde la Tierra hasta el lente y la fuente, respectivamente. El brillo de la fuente puede incrementarse varias veces para un periodo de algunas semanas durante el evento, y el patrón de iluminación puede ser utilizado para determinar (de manera probabilística) propiedades del lente. Si la estrella tiene compañeros planetarios, entonces los lentes pueden producir cambios característicos sobre las curvas de luz observadas, que se dan cuando la línea de visión pasa dentro del anillo de Einstein (muy pequeño) del planeta.

Bajo circunstancias muy favorables, se pueden detectar planetas tan pequeños como la Tierra. Microlensing proporciona información sobre las masas de los planetas detectados y las distancias (proyectadas) a sus estrellas, pero no la excentricidad de la órbita ni la inclinación. Un cuidadoso monitoreo de muchos eventos microlensing podría proporcionar un conjunto de datos muy útiles sobre la distribución de planetas dentro de nuestra galaxia. Sin embargo, las propiedades de planetas individuales, y las estrellas que orbitan, sólo se podrían estimar en un sentido estadístico debido a la gran cantidad parámetros que influyen en las curvas de luz por microlensing.

Esta técnica está rindiendo ya sus primeros frutos; en el año 2003 se obtuvo la primera detección y este año se confirmó el segundo planeta extra-solar por *microlensing* [21]. Éste

último tiene una masa de  $0.0071 \pm 0.0003$  veces la masa de la estrella huésped. Además la técnica se ha fortalecido por las observaciones de un sistema binario de enanas café mediante la técnica de *microlensing* [22].

### **2.3. Detección de planetas extrasolares por métodos directos**

Los planetas distantes son objetos muy débiles localizados cerca de un objeto muy brillante (la estrella o estrellas que orbitan), siendo extremadamente difíciles de captar. La luz de la estrella reflejada por los planetas con órbitas y tamaños como los planetas de nuestro Sistema Solar, es un millonésimo más débil que la de la estrella, aunque el contraste decrece tres órdenes de magnitud en el infrarrojo térmico. La luz dispersada por el telescopio óptico y las variaciones atmosféricas, se suman a las dificultades de la detección directa de planetas extrasolares.

Para poder caracterizar (medir temperatura, detectar y analizar la composición de la atmósfera y los océanos, detectar elementos biogénicos, etc.) los planetas extra-solares, la luz de los planetas debe ser examinada sin la contaminación de la luz de la estrella. Se espera que los avances tecnológicos en coronografía, interferometría y otros métodos de anulación permitan que alcancemos a proyectar la imagen y a realizar estudios espectroscópicos, que nos proporcionen las características del planeta. Hasta el momento sólo se ha podido analizar y observar directamente la estrella enana café Gl229, pero los alcances de la técnica son cada vez mayores.

Las técnicas directas de detección se enfocan en cancelar la luz de la estrella brillante, de tal manera que la tenue luz del planeta pueda ser detectada. Hasta el momento se han sugerido varios arreglos en los que intervienen coronógrafos, interferómetros o ambos. Las principales agencias espaciales (la NASA y la ESA) tienen varias misiones encaminadas a detectar planetas extra-solares por medios directos. Por ejemplo, los programas Origins de la NASA y Ariel de la ESA (Atmospheric Remote-sensing Infrared Exoplanet Large-survey que es la respuesta de la Agencia Europea a la cancelación de su programa Darwin) consisten en una serie de misiones, cada una de las cuales cimentada sobre el legado tecnológico y científico de las misiones anteriores.

A continuación presentamos una breve descripción del funcionamiento e implementación de coronógrafos, y en el capítulo IV se discute extensamente un arreglo interferométrico.

### ***2.3.1. Coronógrafos estelares***

Varios telescopios en Tierra y en el espacio cuentan con coronógrafos estelares, diseñados para observar regiones cercanas a las estrellas. El elemento esencial es una máscara que obstruye la zona central de la imagen. El coronógrafo debe permitir formar imágenes de las vecindades de la estrella brillante sin los problemas usuales de saturación, halation (ensanchamiento de la luz alrededor de áreas brillantes), blooming (ruido que se genera cuando los electrones de un píxel del CCD brincan a uno vecino) o daños permanentes del detector.

La figura 2.1 muestra una vista esquemática del sistema óptico de un coronógrafo estelar. El flujo radiante procedente de una estrella lejana llega desde la izquierda y cruza por la abertura de entrada, localizada en el plano 1, con potencia óptica  $\Phi_1$ . Se forma una imagen del objeto en la abertura de campo localizada en el plano 2. El eje del telescopio se encuentra sobre la línea de observación de la estrella. Se centra en la imagen de la estrella una máscara de amplitud y fase. Las características del elemento obstructor, esto es, su tamaño, amplitud, fase de la transmitancia y perfil de reflectancia, se optimizan para controlar la cantidad de radiación indeseada.

A la derecha de esta máscara del plano imagen, se coloca en el plano 3 una lente de campo de potencia óptica  $\Phi_3$ . La lente de campo desplaza la imagen de la abertura de entrada sobre el diafragma en el plano 4. En el plano 1, la difracción sobre los bordes de la abertura de entrada crea un anillo brillante de radiación indeseable alrededor de la pupila de entrada. El diafragma en el plano 4 está diseñado para controlar la radiación indeseada, que se difracta alrededor de los bordes de la imagen de amplitud compleja de la abertura de entrada en el plano 1. La óptica en el plano 5 desplaza la imagen del plano 2 sobre la imagen final del plano 6, donde se coloca el arreglo de detectores.

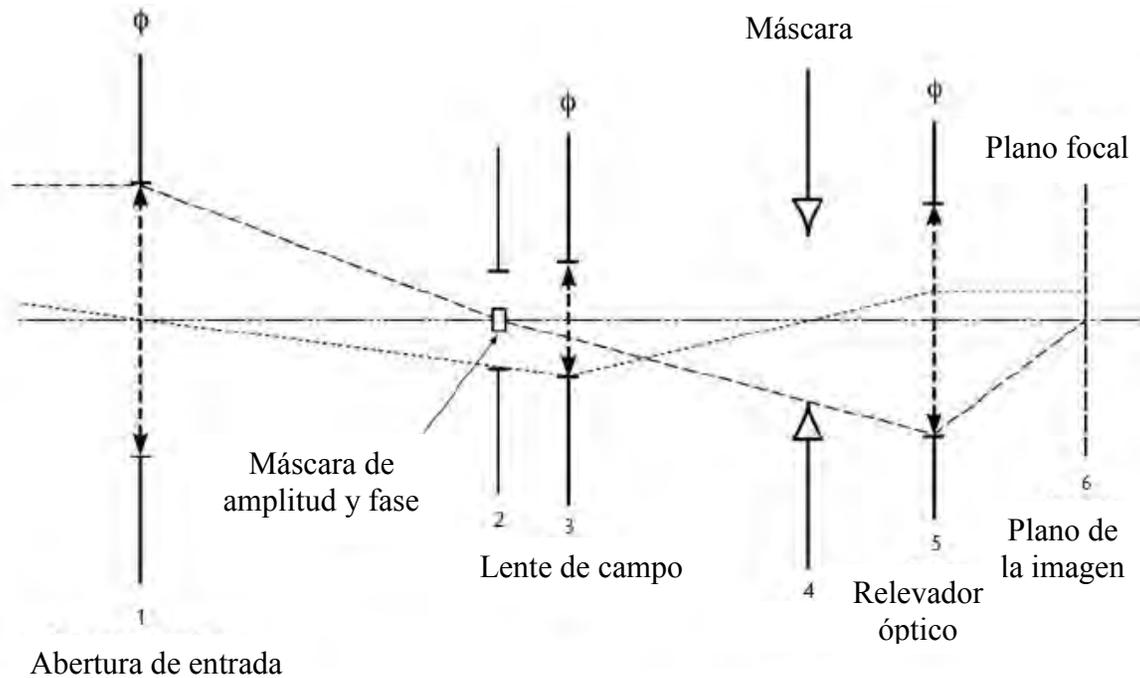


Figura 2.1. Esquema básico de un coronógrafo.

Los telescopios en Tierra que utilizan un coronógrafo estelar incorporan óptica adaptativa para poder corregir las degradaciones en la imagen debidas al centelleo de la atmósfera, y así, obtener imágenes en el límite de difracción del telescopio. Las degradaciones de la imagen debidas al “*seeing*” (distorsiones generadas en la atmósfera) pueden separarse en dos contribuciones principales: la inclinación del frente de onda total y la curvatura del frente de onda localizado en una celda con escala espacial del orden del tamaño del *seeing*.

La longitud de escala de distorsión se puede caracterizar con el “*parámetro de Fried*”,  $r_0$ , el cual da la distancia sobre la cual las variaciones del frente de onda generadas por turbulencias atmosféricas son menores a  $\lambda/17$  [7]. El *parámetro de Fried* depende de la longitud de onda con valores típicos que van desde de  $\sim 10$  cm para  $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$  hasta  $\sim 60$  cm para  $\lambda = 2.2 \mu\text{m}$ . Esta cantidad de distorsión corresponde a un *seeing* de alrededor de  $1''$ , el cual es típico para un sitio astronómico bueno. La escala de tiempo sobre la cual este patrón de distorsión permanece espacialmente coherente es de alrededor de 6 ms a 35 ms.

Algunos telescopios con coronógrafo y óptica adaptativa aprovechan la luz reflejada por el disco obstructor, para realizar el sensado de la distorsión presente en el frente de onda. Así,

la luz obstruida es utilizada para manejar el servomecanismo que se encarga de corregir la imagen. El servomecanismo tiene dos componentes: un plano pequeño articulado que corrige la inclinación total del frente de onda; y un espejo de membrana delgada con un arreglo de actuadores electrostáticos, que corrige la curvatura del frente de onda en la escala de  $r_0$ . La imagen de emisiones débiles cercanas a la estrella brillante, la cual pasa a través del disco obstructor, es así corregida cerca del límite de difracción del telescopio.

La magnitud mínima de la estrella central está determinada por la necesidad de recolectar suficientes fotones en la subabertura  $r_0$  durante del tiempo de coherencia. Para este sistema es  $m_v = 8$  para  $\lambda = 0.5\mu\text{m}$  a  $m_v = 14$  para  $\lambda = 2.2\mu\text{m}$ . Se espera que la razón de contraste sea del orden de  $10^6$  en una separación radial de  $2''$  desde centro de la estrella. En principio, mediante este dispositivo se tendrá la capacidad de resolver un gran número de planetas cercanos, proto-planetas o sistemas subestelares.

Se pueden alcanzar mejores resoluciones desde el espacio; limitadas únicamente por la calidad de los componentes ópticos. Por ejemplo, para el proyecto TPF (Terrestrial Planet Finder), se preveía que el sistema del coronógrafo sería capaz de bloquear la luz de la estrella hasta hacer 10 millones de veces más brillante la luz del planeta; por tal motivo el sistema que controla la luz difractada debía ser mejorado para prevenir que residuos de luz dispersada llegaran hasta los detectores, y enmascararan (o peor aún, mimetizaran) la luz del planeta. Para el TPF, el reto estaba en controlar la luz dispersa por el espejo primario de alta calidad (varias veces más liso que el del telescopio espacial Hubble), y en obtener un sistema de control capaz de corregir los errores del frente de onda introducidos por otros elementos en el sistema óptico. Cabe resaltar que el proyecto TPF fue pospuesto varias veces para finalmente ser cancelado en 2011 [23].

## 2.4. Conclusiones

Como hemos visto, la búsqueda y detección de planetas extrasolares ha sido impulsada por el avance en las técnicas de detección, y por las tecnologías que han proveído de componentes ópticas de mayor calidad. Gracias a estos avances, en 1992 se pudo detectar por primera vez un planeta extrasolar, y hoy en día el número asciende cerca de 4,000. Sin embargo, debido

a que la ingente intensidad de la estrella borra por completo la tenue señal del planeta, la inmensa mayoría han sido detectados por medios indirectos, es decir, a partir del efecto que genera cada planeta sobre su estrella huésped. Entre las principales técnicas de detección se encuentran: velocidad radial, astrometría, tránsito y *microlensing*. Cada una tiene sus ventajas y desventajas, pero todas tienen una limitante común: no permiten observar la luz del planeta, evitando análisis espectroscópico del mismo.

Para hacer emerger la luz del planeta, se han propuesto varios arreglos ópticos que centran sus esfuerzos en cancelar la luz de la estrella. Las técnicas propuestas incluyen coronógrafos e interferómetros. El principal inconveniente de los coronógrafos es que la luz de la estrella, obstruida por el coronógrafo, genera un patrón de difracción que desvanece la señal del planeta.

Aunque aún no se han podido observar planetas extra-solares por medios directos, las técnicas han ido avanzando y las principales agencias espaciales (NASA y ESA), en sus programas a mediano y largo plazo, contemplan misiones para detectar planetas de manera directa. Las agencias están adoptando una visión evolutiva; cada nueva misión está cimentada en las tecnologías precedentes e incluye lo aprendido en las misiones previas.

### ***Referencias***

1. Imke de Pater y Jack J. Lissauer, Planetary Sciences “Extrasolar Planets”, Cambridge University Press 2001.
2. R. Paul Butler, “Other Planetary System”, The New Solar System, Edited by J. Kelly Beatty, Carolyn Collins Petersen & Andrew Chaikin, Cambridge University Press, 377-386. 1999.
3. <http://planetquest.jpl.nasa.gov/>. Diciembre de 2018
4. Marija S. Scholl, “Signal generated by an extra-solar-system planet detected by a rotating rotationally shearing interferometer”, J. Opt. Soc. Am A. / Vol. 13, No. 7/July 1996.
5. Jim Breckinridge y Chris Lindensmith, “The Astronomical Search for Origins”, Optics & Photonics News, February 2005 Vol. 16 No. 2.

6. R. Neuhauser et. al., "Evidence for a co-moving sub-stellar companion of GQ Lup", Astronomy & Astrophysics manuscript no. GJ061, March 31, 2005.
7. A. Weaver and L. Danly, Proceedings of the Formation and Evolution of Planetary Systems Meeting, Edited by H., 1988 May 9-11, Space Telescope Science Institute, Cambridge University Press.
8. Wolszczan A. and Frail D. A., Nature, 355, 145 (1992).
9. Maciej Konacki et. al., The Astrophysical Journal, 513:471-476, 1999 March 1.
10. Alexander Wolszczan, "Confirmation of Earth-Mass Planets Orbiting the Millisecond Pulsar PSR B1257+12", Science, New Series, Vol. 264, No. 5158 (Apr. 22, 1994), 538-542.
11. R. Paul Butler et. al., "ULTRA-HIGH-PRECISION VELOCITY MEASUREMENTS OF OSCILLATIONS IN A CENTAURI A", The Astrophysical Journal, 600:L75-L78, 2004 January 1.
12. Michel Mayor and Didier Queloz, "A Jupiter-mass companion to a solar star", Nature Volume 378(6555), pp 355-359, 23 November 1995.
13. R. Paul Butler et. al., "SEVEN NEW KECK PLANETS ORBITING G AND K DWARFS", The Astrophysical Journal, 582:455-466, 2003 January 1.
14. Roi Alonso et. al., "TrES-1: THE TRANSITING PLANET OF A BRIGHT K0 V STAR", The Astrophysical Journal, 613:L153-L156, 2004 October 1.
15. Debra A. Fischer, et al., THE N2K CONSORTIUM I. A HOT SATURN PLANET ORBITING HD 88133, The Astrophysical Journal, 620:481-486, 2005 February 10.
16. D. Queloz, et al., Detection of a spectroscopic transit by the planet orbiting the star HD209458, Astronomy & Astrophysics 359, L13-L17 (2000).
17. Maciej Konacki et. al., "A TRANSITING EXTRASOLAR GIANT PLANET AROUND THE STAR OGLE-TR-10", The Astrophysical Journal, 624:372-377, 2005 May 1.
18. David Charbonneau et. al., "DETECTION OF PLANETARY TRANSIT ACROSS A SUN-LIKE STAR", The Astrophysical Journal, 529:L45-L48, 2000 January 20.

19. Timothy M. Brown et. al, "HUBBLE SPACE TELESCOPE TIME-SERIES PHOTOMETRY OF THE TRANSITING PLANET OF HD 209458", The Astrophysical Journal, 552:699-709, 2001 May 10.
20. Gregory W. Henry et. al., "A TRANSITING '51 PEG-LIKE' PLANET", The Astrophysical Journal, 529:L41-L44, 2000 January 20.
21. A. Udalski et. al., "A JOVIAN MASS PLANET IN MICROLENSING EVENT OGLE-2005-BLG-071", The Astrophysical Journal, 628:L109-L112, 2005 August 1.
22. D. Kubas et. al., "Full characterization of binary-lens event OGLE-2002-BLG-069 from PLANET observations", Astronomy & Astrophysics 435, 941-948 (2005).
23. Overbye, Dennis. "Finder of New Worlds". New York Times. Retrieved 13 May 2014.

# 3

---

## *Principios básicos de interferometría e interferómetros*

### **3.1. Introducción**

Describiremos brevemente los principios básicos de la interferometría. A partir de la superposición de dos ondas obtenemos la relación de la intensidad, primeramente, para el caso en que tales ondas son generadas por una fuente monocromática y posteriormente para el caso general en que consideramos una fuente finita. También describimos un interferómetro Mach-Zehnder y su implementación como interferómetro de desplazamiento rotacional. Por último, mencionamos el teorema de van Cittert-Zernike el cual establece el factor de coherencia que hay entre dos puntos generados por una fuente finita no coherente.

Cuando dos o más rayos de luz se superponen, en general tenemos que la distribución de la intensidad resultante no se puede describir de una manera sencilla. Así, si mediante un dispositivo conveniente la luz de una fuente es dividida en dos haces luminosos, los cuales son posteriormente superpuestos, se encuentra que la intensidad en la región de superposición varía de punto a punto entre un máximo que excede la suma de las intensidades de los dos haces, y un mínimo que puede ser cero. Este fenómeno es conocido como interferencia. La superposición de haces de luz estrictamente monocromática siempre ocasiona máximos de interferencia. Sin embargo, la luz producida por fuentes físicas reales nunca es estrictamente monocromática; esto se debe a las fluctuaciones internas de la fuente. Si los dos haces son originados en la misma fuente, las fluctuaciones de los dos están en general correlacionadas, y los haces son nombrados completamente o parcialmente coherentes, dependiendo de si la correlación es completa o parcial. Para haces provenientes de fuentes diferentes las fluctuaciones son completamente independientes y los haces son nombrados mutuamente incoherentes. Cuando dos haces provenientes de fuentes diferentes se superponen, bajo condiciones experimentales comunes, no se observa interferencia alguna.

### 3.2. Principios básicos de interferometría

A partir de las ecuaciones de Maxwell es posible demostrar que cada componente del campo electromagnético ( $E_x, E_y, E_z, B_x, B_y, B_z$ ) obedece la ecuación diferencial escalar de onda<sup>[23]</sup>

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}. \quad (3.1)$$

Donde  $v$  es la velocidad de la luz en el medio en que se propaga la onda electromagnética y cumple con la siguiente relación:

$$v = 1/\sqrt{\epsilon\mu}. \quad (3.2)$$

$\epsilon$  y  $\mu$  son respectivamente, la permitividad y la permeabilidad del medio. Una onda plana propagándose en la dirección  $\hat{k}$  se puede representar como

$$\Psi = A \exp[ik(\hat{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi)], \quad (3.3)$$

donde  $k$  es el número de onda, igual a  $2\pi/\lambda$ , y  $\varphi$  es el factor de fase de la onda. Es fácil comprobar que la ecuación 3.3 es una solución de la ecuación 3.1. Otra solución de la ecuación 3.1 es

$$\Psi = \frac{A}{r} \exp[ik(\hat{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi)]. \quad (3.4)$$

Esta última solución representa una onda electromagnética esférica que se aleja del origen de coordenadas. De hecho, una fuente real pequeña puede ser representada con la ecuación 3.4. Cuando la onda se encuentra muy retirada de la fuente que la origina, y considerando una pequeña área de observación (cuyas dimensiones lineales sean mucho menores que la distancia a la fuente), la ecuación 3.3 la modela correctamente, es decir, se aproxima mediante una onda plana.

Además, tenemos que la irradiancia “ $I$ ”, generada por una onda electromagnética, es proporcional al cuadrado del campo eléctrico y al cuadrado del campo magnético:[2]

$$I = v\epsilon\langle E^2 \rangle = \frac{v}{\mu}\langle B^2 \rangle = \langle \Psi^2 \rangle = \langle \Psi \cdot \Psi^* \rangle . \quad (3.5)$$

Donde  $\Psi$  (al cual denominamos simplemente *campo*) cumple con las siguientes relaciones:

$$\Psi = \sqrt{v\epsilon} E , \quad (3.6)$$

$$\Psi = \sqrt{\frac{v}{\mu}} B . \quad (3.7)$$

Notemos que la ecuación 3.1 es una ecuación diferencial parcial homogénea de segundo orden, la cual cumple con el principio de superposición: la suma de dos soluciones independientes es a su vez solución de la ecuación. Por lo tanto el campo eléctrico (o magnético) resultante, en un punto del espacio donde dos o más ondas electromagnéticas se superponen, es igual a la suma vectorial de los campos individuales. Como consecuencia, la irradiancia (o intensidad) en las regiones donde se superponen dos ondas existen puntos donde la intensidad es mayor que la suma de las intensidades individuales. Se puede decir que la interferencia óptica es la interacción de dos o más ondas electromagnéticas que producen una distribución de la intensidad que se desvía de la suma de las irradiancias individuales.

La irradiancia debida a la superposición de dos campos está dada por

$$I = \langle (\Psi_1 + \Psi_2)^2 \rangle = \langle \Psi_1^2 + \Psi_2^2 + 2\Psi_1\Psi_2 \rangle = \langle \Psi_1^2 \rangle + \langle \Psi_2^2 \rangle + \langle 2\Psi_1\Psi_2 \rangle = I_1 + I_2 + I_{12} . \quad (3.8)$$

Tenemos que la irradiancia total es igual a la suma de las intensidades de cada fuente más un término de interferencia. Promediando obtenemos que el término de interferencia es

$$I_{12} = \Psi_1 \Psi_2 \cos \delta = 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta, \quad (3.9)$$

donde  $\delta$ , igual a  $(k_1 \hat{k}_1 \cdot \vec{r} - k_2 \hat{k}_2 \cdot \vec{r})$ , es la diferencia de fase que hay entre los dos campos que interfieren. La intensidad en una región, donde dos ondas interfieren, es modulada por las variaciones en la diferencia de fase. Hemos supuesto que las dos ondas tienen la misma longitud de onda y por lo tanto el número de onda “ $k$ ” es el mismo para las dos ondas y que la fase inicial,  $\varphi$ , también es la misma.

Con el propósito de esclarecer las ideas anteriores, consideremos el arreglo que se muestra en la figura 3.1. La abertura que hay en la primera pantalla hace las veces de una fuente puntual. Esta fuente ilumina la segunda pantalla, donde cada una de las dos aberturas es a su vez, fuente de una onda esférica. Este arreglo es conocido como el experimento de Young, en honor de Thomas Young quien estableció por primera vez el principio de interferencia de la luz.

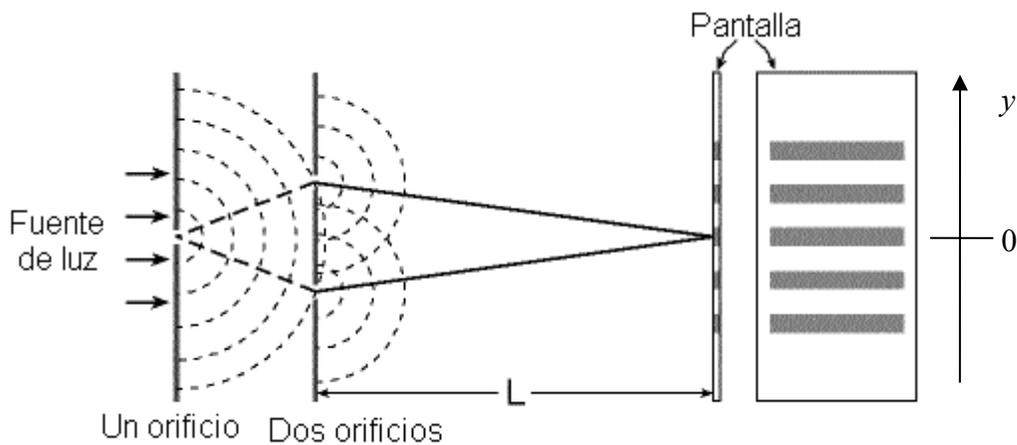


Figura 3.1. Experimento de Young.

A partir de la figura 3.1, obtenemos que para el experimento de Young la diferencia de fase es igual a

$$\delta = k \left( \frac{ya}{L} \right), \quad (3.10)$$

donde  $a$  es la distancia de separación entre las aberturas secundarias,  $L$  es la distancia de la segunda pantalla a la pantalla de observación, y “ $y$ ” es la altura del punto bajo análisis en la pantalla.

### **3.3. Interferómetros**

Los arreglos ópticos que separan la luz de un haz en dos o más haces, y luego los dirigen a una misma región, son conocidos como interferómetros. Existen dos tipos generales de interferómetro: los que dividen el frente de onda y los que dividen la amplitud del haz.

El experimento de Young es considerado un interferómetro de división de frente de onda. Otros interferómetros conocidos, de división de frente de onda, son: espejo doble de Fresnel, prisma doble de Fresnel y el espejo de Lloyd.

Los interferómetros que se usan con mayor frecuencia, para realizar pruebas ópticas y una infinidad de aplicaciones científicas y tecnológicas, son los de división de amplitud. Entre los más conocidos se encuentran los interferómetros: Michelson, Fabry-Perot, Fizeau, Mach-Zehnder y Twyman-Green.

#### **3.3.1. Interferómetro Mach-Zehnder**

En la figura 3.2 se muestra un interferómetro Mach-Zehnder. El primer divisor divide el haz de entrada en dos haces idénticos, los cuales se unen nuevamente por medio del segundo divisor, después de recorrer caminos similares. Este arreglo es utilizado para comparar un elemento óptico desconocido respecto de referencia. Debido a la semejanza entre los caminos ópticos recorridos, por el haz que atraviesa el elemento de prueba y por el que atraviesa el elemento de referencia, diferencias mínimas generarán un patrón de interferencia como el que se muestra en la figura 3.2.

A partir de un patrón de franjas, como el de la figura 3.2, es posible determinar la diferencia de fase de la onda. Con la diferencia de fase determinada podemos obtener una imagen de las aberraciones (deformaciones) del elemento óptico medido.

Es necesario que las componentes ópticas que componen el interferómetro tengan mayor calidad que la que se quiere medir. En caso contrario las franjas que aparecen en el interferómetro pueden ser debidas al mismo interferómetro y no al elemento analizado.

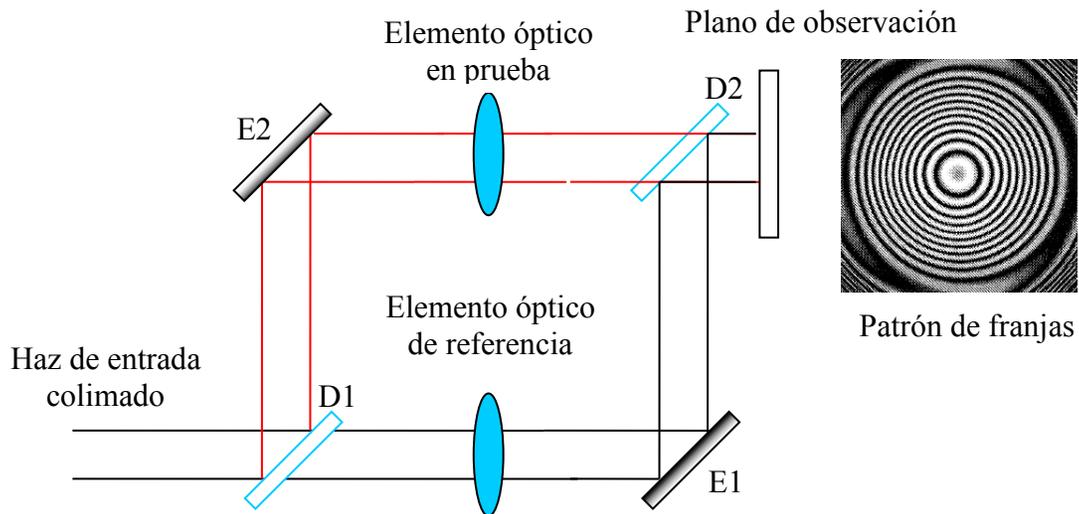


Figura 3.2. Interferómetro Mach-Zehnder.

### 3.3.2. Interferómetro de desplazamiento rotacional

Existen una clase de interferómetros, conocidos como interferómetros de desplazamiento, los cuales se pueden clasificar, en vectoriales, radiales y rotacionales. La operación fundamental de los interferómetros de desplazamiento consiste en comparar el frente de onda original consigo mismo después de haber sufrido algún cambio conocido. En el interferómetro de desplazamiento vectorial (IDV) el frente de onda original es desplazado (respecto al frente de onda original) en su totalidad, sin sufrir cambio alguno. El interferómetro de desplazamiento radial reduce o aumenta el tamaño del frente de onda original sin cambiar la forma del mismo. Por último, el interferómetro de desplazamiento rotacional (IDR) gira la imagen. En la figura 3.3 mostramos la manera en que se realiza cada uno de los desplazamientos del frente de onda original.

Los interferómetros de desplazamiento son utilizados para evaluar elementos ópticos esféricos, es decir, elementos con ausencia de simetría esférica [1]. Tales interferómetros no

requieren de un elemento óptico de referencia; a diferencia de los arreglos clásicos (como el mostrado en la figura 3.2) que sí lo requieren.

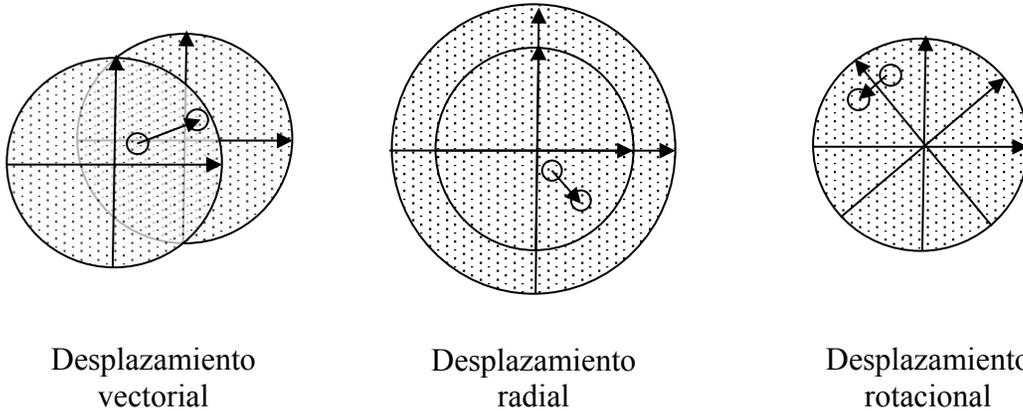


Figura 3.3 Frentes de onda desplazados.

En la zona donde se superponen los frentes de onda se genera un patrón de franjas. Para tener una región de interferencia considerable, los desplazamientos de este tipo de interferómetros suelen ser infinitesimales. En tal caso la diferencia de camino óptico entre los elementos del frente de onda original y los desplazados son aproximadamente iguales. Las pequeñas diferencias de fase las podemos expresar matemáticamente como:

$$\delta = \Phi(\rho, \varphi) - \Phi(\rho + \Delta\rho, \varphi + \Delta\varphi), \quad (3.11)$$

donde  $\Phi(\rho, \varphi)$  representa la fase de los puntos del frente de onda original en coordenadas polares y  $\Phi(\rho + \Delta\rho, \varphi + \Delta\varphi)$  representa la fase de los puntos del frente de onda desplazado. Para el caso del interferómetro de desplazamiento rotacional, y para un desplazamiento infinitesimal, la ecuación 3.11 se transforma en

$$\delta = \rho \left[ \frac{\delta\Phi(\rho, \varphi)}{\delta(\rho\varphi)} \right] \delta\varphi. \quad (3.12)$$

Si el frente de onda analizado tiene simetría axial (como las lentes convencionales), su derivada respecto de  $\varphi$  es cero y no se producen franjas de interferencia. Por lo tanto, el

interferómetro de desplazamiento rotacional es especialmente sensible a los elementos ópticos que no tienen simetría axial.

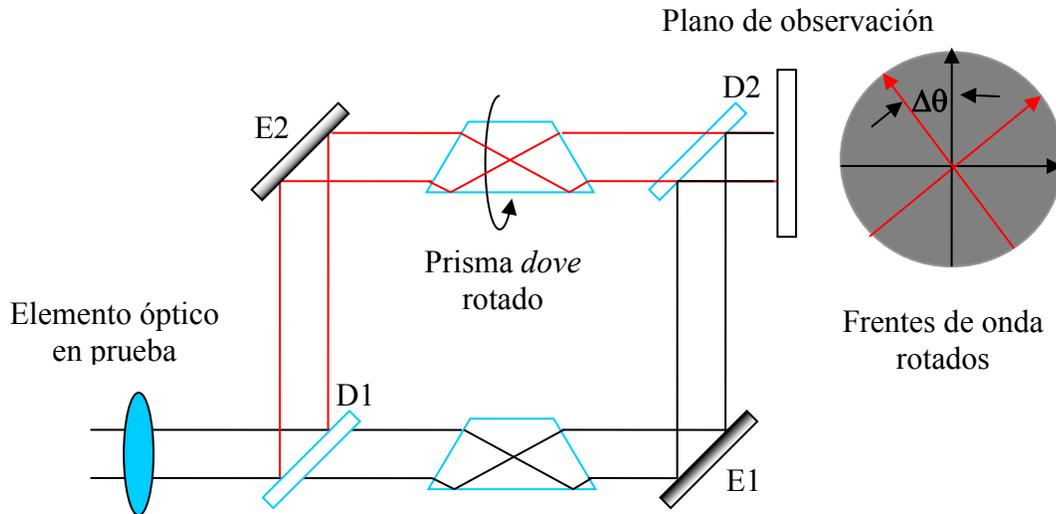


Figura 3.4. IDR implementado modificando un Mach-Zehnder.

El interferómetro de desplazamiento rotacional puede ser implementado colocando un prisma *dove* en cada uno de los brazos de un interferómetro *Mach-Zehnder*, como se muestra en la figura 3.4. Un prisma está rotado respecto al otro; cuando la rotación es muy pequeña tenemos un interferómetro de desplazamiento rotacional infinitesimal, y la ecuación 3.12 es válida [3,4].

### 3.4. Luz parcialmente coherente

Ahora consideramos el campo electromagnético en dos puntos  $P_1$  y  $P_2$  sobre el frente de onda producido por una fuente extendida cuasi-monocromática. Por simplicidad asumimos que la onda se propaga en el vacío y los puntos  $P_1$  y  $P_2$  se encuentran retirados a muchas longitudes de onda de la fuente. Podemos esperar que, cuando los puntos  $P_1$  y  $P_2$  se encuentren suficientemente cerca entre sí, las fluctuaciones de la amplitud en estos puntos, y también las fluctuaciones de la fase, no serán independientes. Esto es razonable de suponer si  $P_1$  y  $P_2$  se encuentran muy cerca el uno del otro. Cuando la diferencia  $\Delta S = SP_1 - SP_2$ , entre los caminos ópticos de cada uno de los puntos respecto a la fuente, es pequeña comparada con la longitud de onda media, entonces los campos en los puntos  $P_1$  y  $P_2$  son efectivamente los mismos. Para separaciones mayores (entre  $P_1$  y  $P_2$ ) seguirá existiendo alguna correlación entre los

campos, siempre y cuando, la diferencia de camino óptico  $\Delta S$  de todos los puntos de la superficie no exceda la longitud de coherencia  $c\Delta t \sim c/\Delta\nu = \bar{\lambda}^2/\Delta\lambda$  (donde  $\Delta\nu$  y  $\Delta\lambda$  representan el ancho del espectro). Hemos conducido así al concepto de una región de coherencia alrededor de cualquier punto  $P$  en la superficie de un frente de onda.

Para describir adecuadamente un frente de onda producido por una fuente finita monocromática es deseable introducir alguna medida de la correlación que existe entre los campos en los puntos  $P_1$  y  $P_2$  de la onda. Tal medida está estrechamente relacionada con la visibilidad de las franjas de interferencia las cuales resultarían de combinar las vibraciones de los dos puntos. Debemos esperar franjas nítidas cuando la correlación sea alta (e. g. cuando la luz en los puntos  $P_1$  y  $P_2$  venga de una fuente muy pequeña de un rango espectral estrecho), y no franjas en ausencia de correlación (e. g. cuando cada uno de los puntos  $P_1$  y  $P_2$  reciba luz procedente de diferentes fuentes). Describimos esta situación por el término de ‘coherencia e incoherencia’, respectivamente.

En la sección 3.2 suponemos que las ondas que interfieren son absolutamente coherentes. Como acabamos de comentar ésta no es una situación real, pero para los arreglos que utilizan un láser como fuente es aproximadamente correcto (siempre y cuando, la diferencia de camino óptico sea menor que la longitud de coherencia del láser). Ahora consideraremos una variación del experimento de Young. Supongamos que en lugar del primer orificio, de la figura 3.1, tenemos una fuente extendida de rango espectral estrecho, como se muestra en la figura 3.5. Analizamos con detalle el campo  $\tilde{\Psi}$  (en su forma compleja) producido por la fuente y propagado en forma de onda. El campo en las aberturas lo representamos mediante  $\tilde{\Psi}_1(t)$  y  $\tilde{\Psi}_2(t)$ . De acuerdo con el principio de superposición el campo eléctrico en el punto  $P$  está dado por

$$\tilde{\Psi}_p(t) = \tilde{K}_1\tilde{\Psi}_1(t-t_1) + \tilde{K}_2\tilde{\Psi}_2(t-t_2), \quad (3.13)$$

donde  $t_1 = r_1/c$  y  $t_2 = r_2/c$ . Esto quiere decir que el campo al tiempo  $t$  en el punto  $P$  está determinado por los campos que existieron en  $S_1$  y  $S_2$  en los tiempos  $(t-t_1)$  y  $(t-t_2)$ , donde  $t_1$

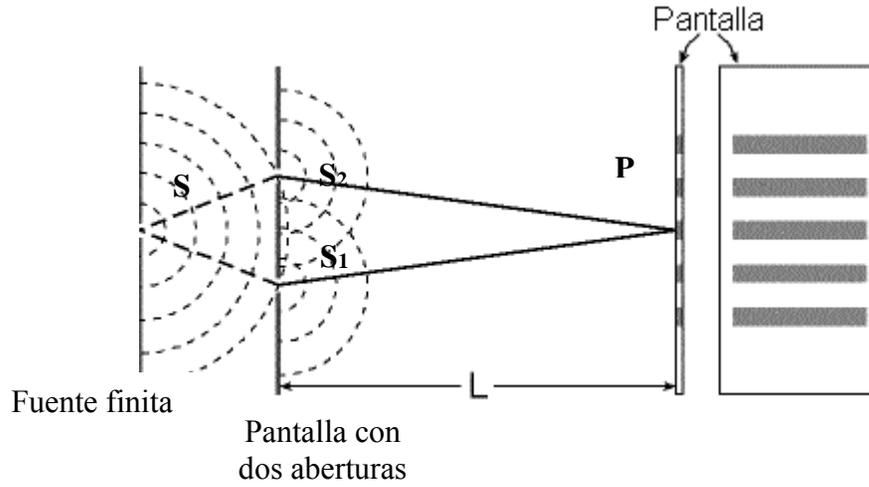


Figura 3.5 Experimento de Young modificado.

y  $t_2$  son los tiempos que tarda en llegar la luz desde los puntos S hasta el punto P. Las cantidades  $\tilde{K}_1$  y  $\tilde{K}_2$  son conocidas como propagadores, los cuales dependen del tamaño y posición de las aberturas. Los propagadores están relacionados con la variación que sufre la fase de la onda hasta llegar a la pantalla, y por lo tanto son números complejos imaginarios puros (es decir, sin componente real, y por lo tanto en el plano complejo están sobre el eje imaginario).

La intensidad en el punto P la obtenemos sustituyendo la ecuación 3.13 en la definición de irradiancia (ecuación 3.5):

$$\begin{aligned}
 I_P(t) = & \tilde{K}_1 \tilde{K}_1^* \langle \tilde{\Psi}_1(t-t_1) \tilde{\Psi}_1^*(t-t_1) \rangle + \tilde{K}_2 \tilde{K}_2^* \langle \tilde{\Psi}_2(t-t_2) \tilde{\Psi}_2^*(t-t_2) \rangle \\
 & + \tilde{K}_1 \tilde{K}_2^* \langle \tilde{\Psi}_1(t-t_1) \tilde{\Psi}_2^*(t-t_2) \rangle + \tilde{K}_2 \tilde{K}_1^* \langle \tilde{\Psi}_2(t-t_2) \tilde{\Psi}_1^*(t-t_1) \rangle.
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

Ya que la mayoría de los campos electromagnéticos son campos estacionarios, los promedios temporales de la ecuación 3.14 son independientes del tiempo. Por lo tanto, podemos describir los dos primeros términos como

$$I_{S_1}(t) = \langle \tilde{\Psi}_1(t) \tilde{\Psi}_1^*(t) \rangle \quad \text{y} \quad I_{S_2}(t) = \langle \tilde{\Psi}_2(t) \tilde{\Psi}_2^*(t) \rangle. \quad (3.15)$$

Haciendo el cambio de variable  $\tau = t_2 - t_1$  y desplazando el tiempo de inicio a  $t+t_2$ , los dos últimos términos de la ecuación 3.14 se describen

$$\tilde{K}_1 \tilde{K}_2^* \langle \tilde{\Psi}_1(t+\tau) \tilde{\Psi}_2^*(t) \rangle + \tilde{K}_2 \tilde{K}_1^* \langle \tilde{\Psi}_1^*(t+\tau) \tilde{\Psi}_2(t) \rangle = \text{Re} \left[ \tilde{K}_1 \tilde{K}_2^* \langle \tilde{\Psi}_1(t+\tau) \tilde{\Psi}_2^*(t) \rangle \right]. \quad (3.16)$$

El promedio temporal es una función de correlación cruzada que designamos por

$$\tilde{\Gamma}_{12}(\tau) = \langle \tilde{\Psi}_1(t+\tau) \tilde{\Psi}_2^*(t) \rangle, \quad (3.17)$$

la cual es conocida como función de coherencia mutua de los campos luminosos  $S_1$  y  $S_2$ . Considerando 3.15, 3.16 y 3.17, la ecuación 3.14 resulta

$$I_P(t, \tau) = \left[ |\tilde{K}_1|^2 I_{S_1}(t) + |\tilde{K}_2|^2 I_{S_2}(t) + 2|\tilde{K}_1| |\tilde{K}_2| \text{Re} \tilde{\Gamma}_{12}(\tau) \right]. \quad (3.18)$$

Donde hemos considerado que los propagadores  $\tilde{K}$  son puramente imaginarios, y por lo tanto  $\tilde{K}_1 \tilde{K}_2^* = \tilde{K}_1^* \tilde{K}_2 = |\tilde{K}_1| |\tilde{K}_2|$ . Además, es claro que  $|\tilde{K}_1|^2 I_{S_1}(t)$  y  $|\tilde{K}_2|^2 I_{S_2}(t)$  son las irradiancias en el punto de observación P debidas a cada una de las aberturas, y las denotamos por  $I_1$  e  $I_2$  respectivamente.

La función de coherencia mutua para cada uno de los campos está dada por

$$\tilde{\Gamma}_{11}(\tau) = \langle \tilde{\Psi}_1(t+\tau) \tilde{\Psi}_1^*(t) \rangle \quad \text{y} \quad \tilde{\Gamma}_{22}(\tau) = \langle \tilde{\Psi}_2(t+\tau) \tilde{\Psi}_2^*(t) \rangle. \quad (3.19)$$

Para  $\tau$  igual a cero tenemos que

$$\tilde{\Gamma}_{11}(0) = I_{S_1} \quad \text{y} \quad \tilde{\Gamma}_{22}(0) = I_{S_2}, \quad (3.20)$$

las cuales son conocidas como funciones de autocoherencia.

Entonces podemos expresar a  $I_1$  e  $I_2$  como:

$$I_1(\tau) = |\tilde{K}_1|^2 \tilde{\Gamma}_{11}(0) \quad \text{y} \quad I_2(\tau) = |\tilde{K}_2|^2 \tilde{\Gamma}_{22}(0). \quad (3.21)$$

A partir de estas relaciones obtenemos la siguiente igualdad

$$|\tilde{K}_1| |\tilde{K}_2| = \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{\sqrt{\tilde{\Gamma}_{11}(0) \tilde{\Gamma}_{22}(0)}}. \quad (3.22)$$

La forma normalizada de la función de coherencia mutua se define como

$$\tilde{\gamma}_{12}(\tau) = \frac{\tilde{\Gamma}_{12}(\tau)}{\sqrt{\tilde{\Gamma}_{11}(0) \tilde{\Gamma}_{22}(0)}}, \quad (3.23)$$

y recibe el nombre de grado de coherencia complejo. En función de lo anterior, rescribimos la expresión de irradiancia (ecuación 3.18) como

$$I_P(\tau) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \operatorname{Re} \tilde{\gamma}_{12}(\tau), \quad (3.24)$$

la cual es conocida como la ley general de interferencia para luz parcialmente coherente. El grado de coherencia es una cantidad compleja y la podemos expresar por

$$\tilde{\gamma}_{12}(\tau) = |\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| e^{i(\alpha_{12}(\tau) - \delta)}. \quad (3.25)$$

Hemos expresado la fase del grado de coherencia en función de dos parámetros,  $\alpha_{12}(\tau)$  que representa la correlación entre las fases iniciales en  $S_1$  y  $S_2$ , y  $\delta$  que es la diferencia de fase

dada por la diferencia de camino óptico entre las dos trayectorias. Al sustituir 3.25 en 3.24 obtenemos finalmente

$$I_p(\tau) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} |\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| \cos[\alpha_{12}(\tau) - \delta]. \quad (3.26)$$

De la ecuación 3.23 y de la desigualdad de Schwarz se puede demostrar que  $0 \leq |\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| \leq 1$ , ya que ésta es la forma normalizada de la función de coherencia mutua. Al comparar 3.9 con 3.26 resulta claro que si  $|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| = 1$   $I_p$  sería la misma que la generada por ondas coherentes. Por otra parte, si  $|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| = 0$  entonces  $I_p = I_1 + I_2$  y no hay interferencia. En los casos intermedios, en que  $0 < |\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| < 1$ , tenemos luz parcialmente coherente.

### **3.4.1. Teorema de van Cittert-Zernike**

De acuerdo con lo analizado en la sección anterior, es lógico esperar que exista correlación entre dos puntos del frente de onda emitido por una fuente extendida. De hecho, puede demostrarse que en el espacio libre es imposible que exista una onda electromagnética para la cual  $|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| = 0$ , para todos los valores de  $\tau$  y cualesquiera dos puntos del espacio [5].

Más aún, la coherencia espacial  $\Gamma_{12}(0)$  en el plano de observación es la transformada de Fourier en dos dimensiones de la distribución de intensidad óptica de la fuente no coherente. Dicho resultado es conocido como el teorema de van Cittert-Zernike [5].

Otra manera de formular el teorema es la siguiente: el grado de coherencia complejo  $\Gamma_{12}(0)$ , el cuál describe la correlación de las perturbaciones en un punto fijo  $P_2$  y en un punto variable  $P_1$  en un plano iluminado por una fuente incoherente monocromática extendida, es igual a la amplitud compleja normalizada en el punto correspondiente  $P_1$  en un patrón de difracción, centrado sobre  $P_2$ . Este patrón sería obtenido remplazando la fuente por una abertura de difracción con el mismo tamaño y forma que la fuente, iluminándolo con una onda esférica que converge en  $P_2$ , la amplitud de la distribución sobre el frente de onda en la

abertura es proporcional a la distribución de la intensidad que cruza la fuente. Este resultado fue establecido por primera vez por van Cittert y después generalizado por Zernike [2].

### **3.5. Conclusiones**

Hemos descrito de forma breve algunos de los principios básicos de la interferometría que se utilizaremos en la siguiente sección. En especial hay que recalcar que el hecho de que la luz generada por una fuente extendida tenga algún grado de coherencia permite que podamos realizar interferometría con la luz de las estrella. Este resultado matemático está comprobado y es el pilar sobre el que se sustenta la interferometría estelar. Además, hemos comprobado que un interferómetro de desplazamiento rotacional es sensible a frentes de onda esféricos. En el siguiente capítulo analizamos la pertinencia de utilizar un interferómetro de desplazamiento rotacional para detectar planetas extra-solares.

### ***Referencias***

1. Eugene Hecht y Alfred Zajac, *Óptica*, Addison Wesley, 1986.
2. Max Born & Emil Wolf, *Principles of Optical*, seventh (expanded) edition Cambridge, 2002.
3. Marija Strojnik and Gonzalo Paez, “Simulated interferometric patterns generated by a nearby star-planet system and detected by a rotational shearing interferometer”, *J. Opt. Soc. Am. A*, August 1999, Vol. 16, No. 8.
4. G. Páez y M. Strojnik, “Differential Rotationally-shearing Interferometer: Implementation Concept”, *Infrared Technology and Applications XXIII*, Proc. SPIE 3061, pp. 417-424 (1997).
5. Arvind S. Marathay, *Elements Of Optical Coherence Theory*, John Wiley & Sons, 1982.

---

## *Determinación de las tolerancias de alineación para un interferómetro de desplazamiento rotacional para detectar planetas extrasolares*

### **4.1. Introducción**

La detección directa de planetas extrasolares implica configuraciones instrumentalmente complejas y enormes esfuerzos tecnológicos. Uno de los mayores desafíos es la baja relación señal/ruido. Considerando que la radiación del planeta es la señal de interés, la radiación de la estrella se considera ruido. Para un planeta similar a Júpiter y una estrella similar al Sol, la relación más alta de señal / ruido es de  $10^{-5}$ , en la longitud de onda de máxima emisión del planeta, es decir,  $26 \mu\text{m}$  en el IR. La relación señal / ruido es 100 veces más pequeña para un planeta similar a la Tierra en su longitud de emisión máxima,  $12 \mu\text{m}$  [7]. Además, otro desafío para detectar la radiación de los planetas extrasolares es que el planeta potencial podría estar muy cerca de su estrella madre. Para las estrellas cercanas, la estrella y su planeta podrían subtender un ángulo de aproximadamente un segundo de arco visto desde la Tierra.

Los telescopios convencionales no pueden resolver la débil señal del planeta de la intensa señal de la estrella [8]. La mayoría de las veces, el telescopio incluye técnicas de procesamiento óptico y de señales para cancelar la radiación de la estrella, extrayendo la señal del planeta. Existen dos enfoques generales para eliminar la radiación de la estrella: coronografía y técnicas interferométricas. La coronografía utiliza una obstrucción física para bloquear la señal de la estrella, mientras que en las técnicas interferométricas, la señal estrella-planeta se divide y se mezclan para producir regiones de observación en las que se cancela la señal de la estrella.

En nuestro grupo, hemos estado trabajando en una técnica interferométrica prometedora, el interferómetro de desplazamiento rotacional (RSI, rotational shearing interferometer) [9-12]. Estamos interesados en el desarrollo e implementación de un RSI capaz de detectar la radiación que llega desde planetas extrasolares. Para este propósito, hemos propuesto un RSI

basado en un interferómetro Mach-Zehnder con un prisma Dove en cada brazo del interferómetro [7,12-15]. El RSI tiene la clara ventaja de que bajo ciertas condiciones es insensible a los frentes de onda rotacionalmente simétricos [10]. Simulamos los patrones de interferencia del sistema estrella-planeta y analizamos su visibilidad en función del ángulo de la estrella [16,17]. Lo definimos como el ángulo relativo entre la posición de la estrella y la línea de visión del telescopio. Para un sistema simple de estrella-planeta (una estrella y un planeta), si la estrella está sobre el eje y el interferómetro está configurado de manera óptima, es decir, no presenta errores de desalineaciones y los elementos ópticos que lo conforman no presentan aberraciones, entonces la contribución de la radiación de la estrella al patrón de interferencia del sistema extra-solar es despreciable [7]. Sin embargo, la desalineación de los elementos ópticos disminuye rápidamente la relación señal-ruido y, por consiguiente, hace que la detección del planeta sea significativamente más difícil. Por lo tanto, la alineación precisa de los elementos ópticos representa una de las tareas principales para lograr la detección de planetas extrasolares por parte del RSI [18]. Anteriormente, analizamos la tolerancia a los errores de fabricación de los prismas Dove incorporados en el RSI, utilizando el trazo exacto de rayos [19]. Determinamos la posición y las tolerancias angulares de los prismas y encontramos la resolución, de los movimientos finos de los espejos, necesaria para satisfacer una desviación máxima de frente de onda de  $\lambda/10$  (a 633 nm) en el RSI [18].

En este trabajo, ampliamos el trabajo anterior al analizar la disminución de la señal del planeta causada por errores en los prismas. Establecemos que la señal del planeta se puede recuperar con el desplazamiento angular apropiado de los espejos del interferómetro. Simulamos los errores del prisma y los movimientos del espejo utilizando el trazo exacto del rayo. Con el frente de onda correspondiente, obtenemos el patrón de interferencia del sistema estrella-planeta y determinamos la visibilidad del planeta. Utilizamos la visibilidad del planeta para identificar la relación entre la señal y la alineación de los espejos y establecemos los parámetros críticos de alineación del RSI para detectar planetas extrasolares.

## 4.2. Señal del Sistema Estrella-Planeta detectado por el RSI

En esta sección, describimos el principio de funcionamiento del RSI y mostramos el diseño propuesto del interferómetro Mach-Zehnder modificado. Además, presentamos el modelo del sistema estrella-planeta utilizado para obtener la ecuación de la distribución de intensidad detectada con el RSI.

### 4.2.1. Interferómetro de desplazamiento Rotacional

El RSI se basa en la idea de comparar un frente de onda con una versión rotada de sí mismo. El patrón interferométrico representa el gradiente de fase angular del frente de onda original [14]. Una de las ventajas sobresalientes del RSI es que es insensible a los frentes de onda rotacionalmente simétricos. Por lo tanto, si la estrella se encuentra exactamente sobre el eje del interferómetro, no se detectará su frente de onda. Sólo la derivada del incidente del frente de onda inclinado del planeta se registra en el patrón interferométrico.

Este estudio se centra en los telescopios de abertura única, incluso cuando el RSI se puede utilizar con telescopios de abertura única o múltiple [7,10-15]. En la figura 4.1, presentamos el diseño propuesto del RSI basado en un interferómetro Mach-Zehnder con un prisma Dove en cada brazo del interferómetro [7,13]. Para rotar el frente de onda, uno de los prismas gira respecto del otro. La magnitud del ángulo de inclinación determina el número de franjas en el patrón de interferencia; por lo tanto, al cambiar el ángulo se modifica la sensibilidad del RSI [20]. En el Mach-Zehnder modificado, podemos seleccionar el valor del ángulo de rotación entre los frentes de onda,  $\Delta\theta$ . El ángulo de rotación  $\Delta\theta$  es igual a  $180^\circ$  para el RSI convencional y un ángulo muy pequeño corresponde al interferómetro de desplazamiento rotacional diferencial (DRSI). El teorema de Van Cittert-Zernike establece que la función de coherencia se maximiza para los puntos vecinos [21]. Por lo tanto, los valores pequeños de  $\Delta\theta$  son los más adecuados.

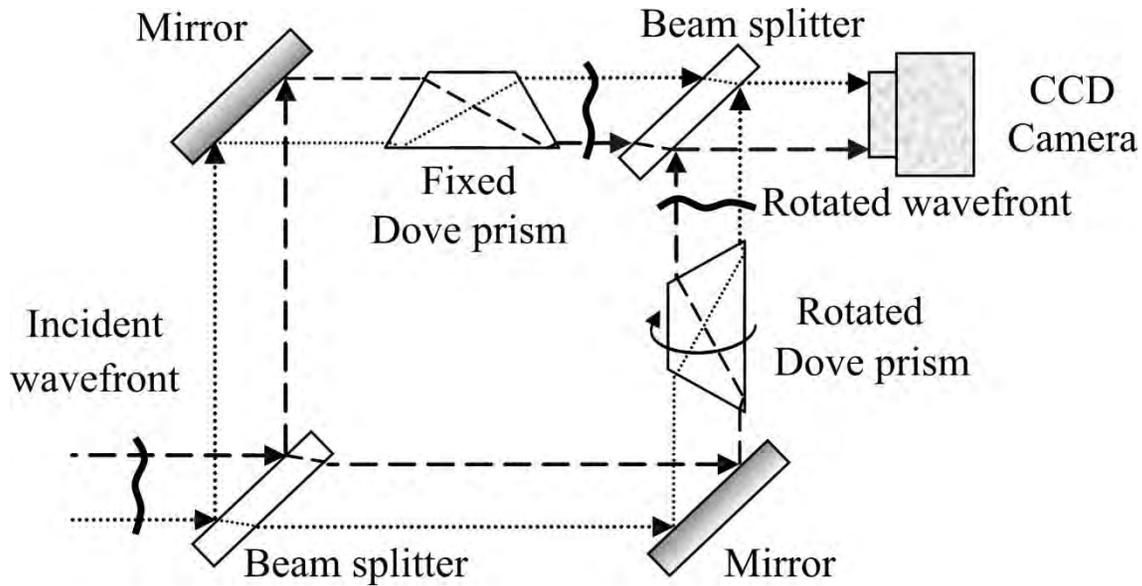


Fig. 4.1. RSI implementado como un interferómetro Mach-Zehnder modificado con un prisma Dove en cada brazo del interferómetro. Para obtener la rotación relativa del frente de onda, un prisma se gira con respecto al otro. Este diseño de un RSI tiene la ventaja de que podemos seleccionar el valor del ángulo girado entre los frentes de onda.

#### 4.2.2. Señal del Sistema Estrella-Planeta y Visibilidad del Planeta

El sistema estrella-planeta modelado consiste en un planeta tipo Júpiter que orbita una estrella similar al Sol [11,22]. Consideramos un sistema planetario ubicado a 10 parsec de la Tierra y un planeta separado de la estrella a 10 UA. Estas condiciones establecen un ángulo de 1 segundo de arco entre los frentes de onda de la estrella y el planeta. La Figura 4.2 muestra la representación esquemática del sistema estrella-planeta con respecto al interferómetro. La línea de visión del telescopio de abertura única está a lo largo del eje del interferómetro (eje z). El ángulo de inclinación de la estrella,  $\beta$ , representa el ángulo entre el vector de onda de la estrella y el eje óptico. El ángulo  $\phi$  indica la ubicación de la estrella en el plano  $x'-y'$ . Los ángulos de la estrella,  $\beta$  y  $\phi$ , cambian cuando el telescopio modifica su orientación. El planeta orbita la estrella sobre el plano  $x''-y''$ . Consideramos que este plano es paralelo al plano  $x'-y'$ , que a su vez es paralelo al plano de entrada del interferómetro (plano  $x-y$ ). El ángulo de inclinación del planeta,  $\alpha$ , representa el ángulo entre el vector de onda del planeta y el vector de onda de la estrella visto desde la Tierra. Usamos  $\gamma$  para denotar el ángulo de orientación del planeta con respecto al plano  $x''-y''$ .

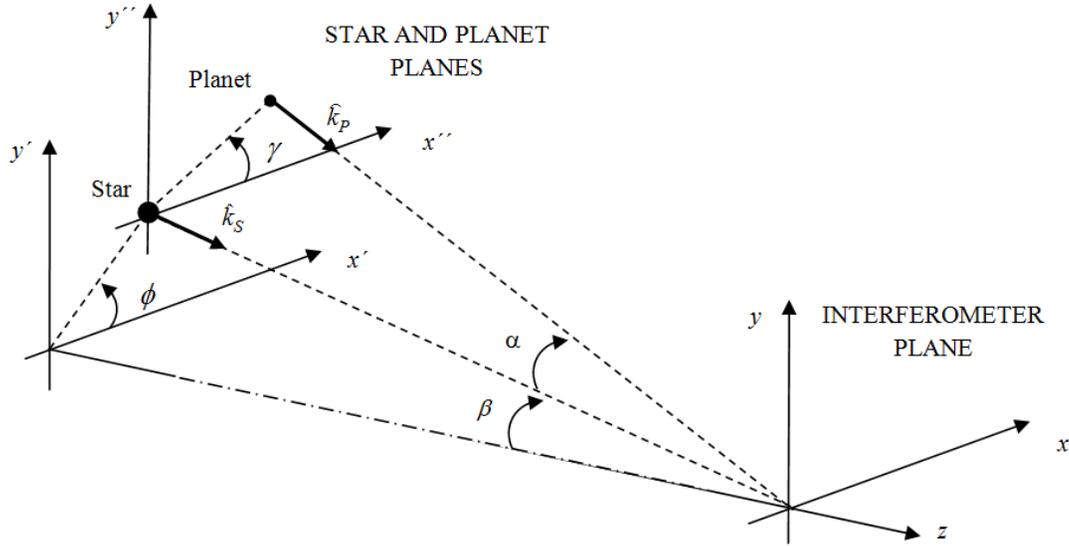


Fig. 4.2. Sistema de estrella-planeta visto desde el interferómetro. La estrella no está alineada con el eje óptico del interferómetro (eje z). Los planos estelar y planetario son coplanares y son paralelos al plano del interferómetro. La separación estrella-planeta subtende un ángulo de 1 segundo de arco.  $\hat{k}_S$  y  $\hat{k}_P$  son los vectores de onda de la estrella y el planeta, respectivamente.

Debido a la enorme distancia, a la cual se encuentra la estrella, asumimos que tanto la estrella como el planeta son fuentes puntuales [7,16-17], y que los frentes de onda de la estrella y el planeta son ondas planas. En el plano de entrada, el campo eléctrico del sistema estrella-planeta,  $\Psi_{SP}$ , es la suma de los campos de la estrella y el planeta,  $\Psi_S$  y  $\Psi_P$ , respectivamente.

$$\Psi_{SP}(x, y) = \Psi_S(x, y) + \Psi_P(x, y) = \sqrt{I_S} \exp[ik(x\Omega + y\Lambda)] + \sqrt{I_P} \exp[ik(x\Theta + y\Gamma)] \quad (4.1)$$

Aquí,  $x$  e  $y$  son las coordenadas de los puntos en el plano de entrada y  $k$  es el número de onda.  $I_S$  e  $I_P$  son la intensidad generada por la estrella y el planeta, respectivamente. Las constantes,  $\Theta$ ,  $\Omega$ ,  $\Gamma$  y  $\Lambda$  están relacionadas con las posiciones de la estrella y el planeta, y se definen de la siguiente manera.

$$\Omega = -\cos \phi \sin \beta \quad (4.2)$$

$$\Lambda = -\sin \phi \sin \beta \quad (4.3)$$

$$\Theta = -\frac{\tan \beta \cos \phi + \tan \alpha \cos \gamma}{\sqrt{(\tan \beta \cos \phi + \tan \alpha \cos \gamma)^2 + (\tan \beta \sin \phi + \tan \alpha \sin \gamma)^2 + 1}} \quad (4.4)$$

$$\Gamma = -\frac{\tan \beta \sin \phi + \tan \alpha \sin \gamma}{\sqrt{(\tan \beta \cos \phi + \tan \alpha \cos \gamma)^2 + (\tan \beta \sin \phi + \tan \alpha \sin \gamma)^2 + 1}} \quad (4.5)$$

De acuerdo, al principio de superposición, la distribución de intensidad en el plano de detección es igual al cuadrado de la suma de los campos de cada brazo del interferómetro.

$$I_{INT}(x, y) = [\Psi_{SP}(x_1, y_1) + \Psi_{SP}(x_2, y_2)][\Psi_{SP}(x_1, y_1) + \Psi_{SP}(x_2, y_2)]^* \quad (4.6)$$

El asterisco (\*) denota el conjugado complejo. Los subíndices de las coordenadas indican el brazo del interferómetro. Consideramos que un frente de onda se rota (subíndice 1) mientras que el otro permanece fijo (subíndice 2). Con estas condiciones, obtenemos que el patrón de interferencia del sistema estrella-planeta en el plano de observación (representado por la Ec. 4.6) es una función de las intensidades de la estrella y el planeta [16].

$$\begin{aligned} I_{INT}(x, y) = & (1/2)I_S + (1/2)I_P + (1/2)I_S \cos\{k\Delta\theta[y\Omega - x\Lambda] - \delta\} \\ & + (1/2)I_P \cos\{k\Delta\theta[y\Theta - x\Gamma] - \delta\} + (1/2)\sqrt{I_S I_P} \cos\{k[x(\Omega - \Theta) + y(\Lambda - \Gamma)]\} \\ & + (1/2)\sqrt{I_S I_P} \cos\{k[x(\Omega - \Theta - \Gamma\Delta\theta) + y(\Lambda - \Gamma + \Theta\Delta\theta)] - \delta\} \\ & + (1/2)\sqrt{I_S I_P} \cos\{k[x(\Omega - \Theta + \Lambda\Delta\theta) + y(\Lambda - \Gamma - \Omega\Delta\theta)] + \delta\} \\ & + (1/2)\sqrt{I_S I_P} \cos\{k[x(\Omega - \Theta - (\Gamma - \Lambda)\Delta\theta) + y(\Lambda - \Gamma + (\Theta - \Omega)\Delta\theta)]\} \end{aligned} \quad (4.7)$$

La ecuación 4.7 representa el patrón de interferencia del sistema estrella-planeta detectado con un DRSI cuando  $\Delta\theta$  es aproximadamente cero (utilizando la aproximación de Taylor de primer orden) y  $\delta$ , la diferencia de fase entre los frentes de onda de cada brazo del interferómetro, es constante. Cuando la estrella está a lo largo del eje óptico y la diferencia de fase es  $\pi$ , la señal de la estrella se cancela y las franjas son generadas sólo por el planeta.

Sin embargo, en general, las franjas combinan información sobre la estrella y el planeta. Definimos la señal del planeta como la diferencia entre la señal del sistema estrella-planeta y la señal de la estrella en ausencia del planeta, para así distinguir únicamente la señal del planeta [17].

$$\begin{aligned}
I_{PS}(x, y) &= I_{INT} - I_{INT}(I_P = 0) \\
&= (1/2)I_P + (1/2)I_P \cos\{k\Delta\theta[y\Theta - x\Gamma] - \delta\} + (1/2)\sqrt{I_S I_P} \cos\{k[x(\Omega - \Theta) + y(\Lambda - \Gamma)]\} \\
&\quad + (1/2)\sqrt{I_S I_P} \cos\{k[x(\Omega - \Theta - \Gamma\Delta\theta) + y(\Lambda - \Gamma + \Theta\Delta\theta)] - \delta\} \\
&\quad + (1/2)\sqrt{I_S I_P} \cos\{k[x(\Omega - \Theta + \Lambda\Delta\theta) + y(\Lambda - \Gamma - \Omega\Delta\theta)] + \delta\} \\
&\quad + (1/2)\sqrt{I_S I_P} \cos\{k[x(\Omega - \Theta - (\Gamma - \Lambda)\Delta\theta) + y(\Lambda - \Gamma + (\Theta - \Omega)\Delta\theta)]\} \quad (4.8)
\end{aligned}$$

La ecuación anterior contiene información sobre la presencia del planeta, y usamos esta información para determinar la visibilidad del planeta. Definimos la visibilidad del planeta como la relación de la diferencia entre el máximo y el mínimo de la señal del planeta sobre el máximo del patrón de interferencia del sistema estrella-planeta.

$$V = \frac{(I_{PS})_{\max} - (I_{PS})_{\min}}{I_{INT}} \quad (4.9)$$

Utilizamos la visibilidad del planeta para determinar el contraste de las franjas que surgen debido a la presencia del planeta. La visibilidad del planeta es una medida de la relación señal-ruido entre el planeta extrasolar y la estrella.

La ecuación 4.8 modela el RSI sin errores ópticos o desalineaciones. Sin embargo, hemos demostrado que los errores de fabricación y las desalineaciones del interferómetro determinan la desviación del frente de onda de salida [18]. Además, la visibilidad del planeta es altamente sensible a las desviaciones del frente de onda [17]. Por lo tanto, incluimos los errores de fabricación y las desalineaciones del interferómetro en nuestro análisis.

### 4.3. Análisis de alineación

En esta sección, obtenemos la visibilidad del planeta del sistema estrella-planeta detectada por el DRSI teniendo en cuenta los errores de fabricación de los prismas y el movimiento angular de los espejos. Primero, describimos los posibles errores de los prismas y las desalineaciones en el RSI. Después, utilizamos el trazado de rayos exacto para obtener la desviación del frente de onda debido a los errores del prisma y las desalineaciones. Con este proceso obtenemos la inclinación y la posición de los frentes de onda de salida para cada brazo de interferómetro.

Consideramos que el prisma Dove estándar, con una abertura cuadrada (la altura del prisma y la anchura son iguales) y ángulos de base iguales a  $45^\circ$ , se usa dentro del RSI. Los parámetros de línea de base del prisma Dove son aquellos que describen un componente disponible comercialmente: 25.4 mm de altura y anchura, 107.5 mm de longitud, y está hecho de vidrio BK7 con un índice de refracción de 1.515 a 633 nm. En el análisis, consideramos sólo errores de fabricación que causan desviaciones de los frentes de onda. Estos errores de fabricación son los errores del ángulo base ( $\Delta\beta_1$  y  $\Delta\beta_2$ ), y el ángulo piramidal ( $\theta_1 + \theta_2$ ) [23]. En la figura 4.3, mostramos estos errores, que comúnmente caracterizan la calidad de los prismas Dove comerciales. Es importante tener en cuenta que  $\Delta\beta$  y  $\beta$  no están relacionados, de la misma manera que  $\theta$  y  $\Delta\theta$  tampoco están relacionados.  $\Delta\beta$  y  $\theta$  son los posibles errores de fabricación del prisma, como se describió anteriormente, y  $\beta$  es el ángulo de inclinación de la estrella y  $\Delta\theta$  es el ángulo de rotación relativo entre los frentes de onda de cada brazo del interferómetro.

Modelamos los errores de fabricación rotando la normal a las superficies ópticas de los prismas. Variamos la orientación de los componentes ópticos modelando  $\Delta\xi$  y  $\Delta\eta$ , las rotaciones correspondientes del eje  $x$  y el eje  $y$  (en la figura 4.4, mostramos las desalineaciones rotacionales de los componentes ópticos de un brazo del interferómetro).

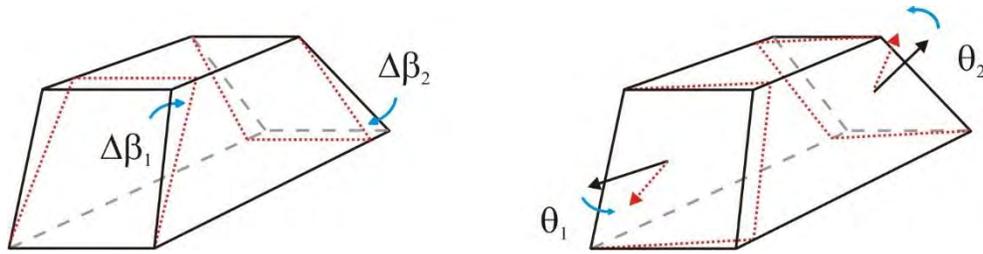


Fig. 4.3. Diseño que muestra los errores de fabricación en prismas Dove comerciales. El error del ángulo de base ( $\Delta\beta$ ), en cada cara, es la diferencia con respecto al ángulo de base nominal (es decir,  $45^\circ$ ). El ángulo piramidal ( $\theta_1 + \theta_2$ ) es la suma de los ángulos de la rotación con respecto al eje  $x$  de las desviaciones del vector normal en sentido opuesto.

Usamos la matriz de Euler (Ec. 4.10) para reproducir los errores de fabricación del prisma y las desalineaciones de rotación de los espejos y prismas en cada brazo del interferómetro.

$$M = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\eta) & \sin(\Delta\xi)\sin(\Delta\eta) & \cos(\Delta\xi)\sin(\Delta\eta) \\ 0 & \cos(\Delta\xi) & -\sin(\Delta\xi) \\ -\sin(\Delta\eta) & \sin(\Delta\xi)\cos(\Delta\eta) & \cos(\Delta\xi)\cos(\Delta\eta) \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

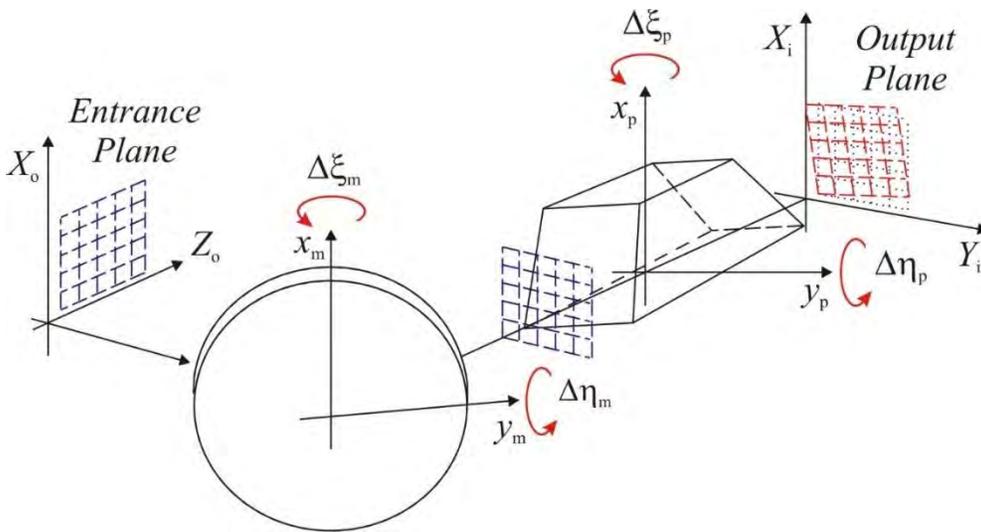


Fig. 4.4. Representación esquemática de un brazo del RSI.  $\Delta\xi$  y  $\Delta\eta$  son las rotaciones del espejo respecto de los ejes  $x$  y  $y$ , respectivamente. Consideramos que el prisma tiene errores de fabricación y está completamente alineado. En este caso  $\Delta\xi$  y  $\Delta\eta$  son cero. Giramos el espejo para controlar el frente de onda que se desvía por el prisma.

Anteriormente, hemos demostrado que las rotaciones del prisma sobre el eje  $x$  ( $\Delta\xi_p$ ) causan desviaciones insignificantes en el frente de onda, y la rotación sobre el eje  $y$  ( $\Delta\eta_p$ ) se puede evitar girando correctamente el espejo previo al prisma. En consecuencia, las desviaciones del frente de onda debidas a errores de fabricación del prisma se pueden compensar girando el espejo en la dirección apropiada [18].

#### 4.3.1. *Formulación de trazo exacto de rayos*

Empleamos el análisis de trazo exacto de rayos para obtener los frentes de onda de salida de cada brazo del RSI. El trazo exacto de rayos es una herramienta sencilla y útil para el estudio de alineación y optimización de sistemas ópticos [24-31]. Anteriormente, utilizamos este análisis para calcular la tolerancia a los errores de fabricación para un prisma Dove con el propósito de implementarlo en un RSI basado en un interferómetro Mach-Zehnder [19]. Además, cuantificamos los movimientos finos del espejo necesarios para satisfacer una desviación máxima del frente de onda de  $\lambda / 10$  en el RSI [18]. Ahora, usamos el trazo exacto de rayos para obtener la orientación relativa de los frentes de onda de salida entre los brazos del interferómetro, incluida la inclinación del frente de onda debido a desalineaciones. Entonces, usamos esta información para simular el patrón de interferencia del sistema estrella-planeta.

En trabajos previos hemos analizado los problemas de polarización de los prismas Dove y su efecto en el desempeño del RSI. Dado que hemos demostrado que el prisma Dove introduce cambios insignificantes en la polarización al rotar el frente de onda [32,33], los ignoramos a lo largo de nuestro análisis. Las principales ecuaciones implementadas en la formulación de trazo exacto de rayos son las expresiones vectoriales de refracción y traslación. La ecuación de refracción proporciona información sobre la desviación de las direcciones de los rayos al cruzar cada superficie. Codificamos la ecuación de refracción, en forma recursiva que incluye la matriz de Euler (Ec. 4.10) [18].

$$\hat{K}_{j+1} = \frac{n_j}{n_{j+1}} \hat{K}_j + \left[ \sqrt{\left(\frac{n_{j+1}}{n_j}\right)^2 - 1 + (\hat{K}_j \cdot [M_j \cdot \hat{N}_j])^2} - (\hat{K}_j \cdot [M_j \cdot \hat{N}_j]) \right] \frac{n_j}{n_{j+1}} [M_j \cdot \hat{N}_j] \quad (4.11)$$

Aquí,  $\hat{K}$  es el vector unitario que indica la dirección del rayo,  $\hat{N}$  es el vector normal para cada superficie y  $n$  representa el índice de refracción. Los subíndices  $j$  y  $j + 1$  indican las variables del rayo incidente y de los rayos transmitidos o reflejados en la superficie  $j$ -ésima, respectivamente.

La ecuación de traslación vectorial da las coordenadas del punto de intersección del rayo con una superficie. Implementamos la ecuación de traslación en su forma recursiva usando la ecuación 4.12 [18].

$$\vec{r}_{j+1} = \vec{r}_j \frac{(z_{j+1}\hat{k} - \vec{r}_j) \cdot [M_{j+1} \cdot \hat{N}_{j+1}]}{\hat{K}_{j+1} \cdot [M_{j+1} \cdot \hat{N}_{j+1}]} \hat{K}_{j+1} \quad (4.12)$$

Aquí, la variable  $z$  denota el punto de intersección de la superficie con el eje  $z$ ,  $\hat{k}$  es la representación estándar del vector unitario en la dirección  $z$  positiva,  $j$  indica la superficie  $j$ -ésima para el rayo de salida (en una superficie anterior) y  $j + 1$  denota lo siguiente superficie. En la figura 4.5, ilustramos el proceso de traslación y refracción. Empleamos las ecuaciones 4.11 y 4.12 para calcular el ángulo de inclinación y la posición de los frentes de onda de cada brazo del interferómetro en el plano de interferencia, considerando los errores de los prismas y los movimientos de los espejos.

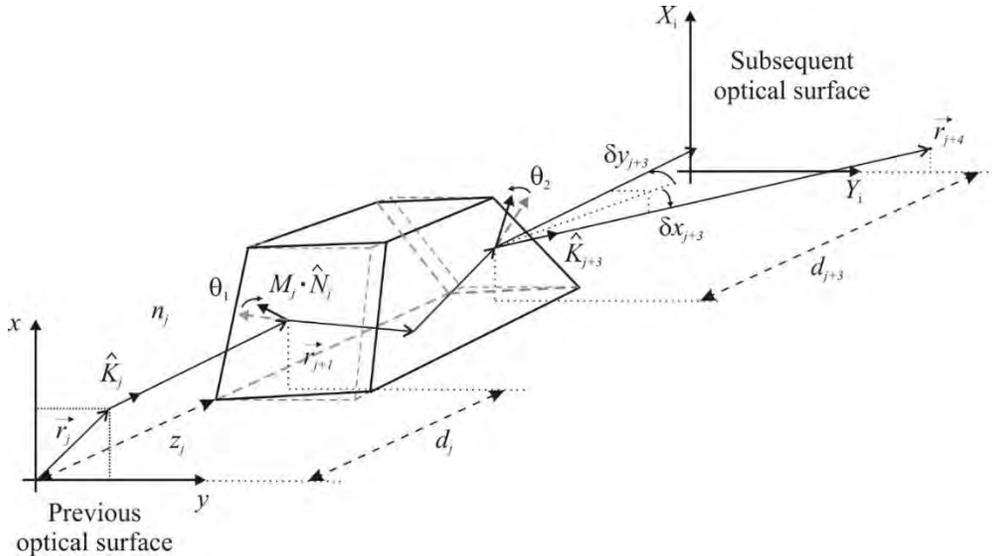


Fig. 4.5. Propagación de la luz a través del prisma. Utilizamos la matriz de transformación de Euler  $M_j$  para rotar los componentes ópticos e incluir errores de prisma. La dirección del rayo  $\hat{K}_j$  se desvía en cada superficie, cuyo vector normal es  $(M_j \cdot \hat{N}_j)$ .  $\delta y$  y  $\delta x$  indican la desviación angular del frente de onda en  $y$  y  $x$ , respectivamente.

### ***4.3.2. Visibilidad del planeta en presencia de errores de los prismas y desalineaciones del interferómetro***

En esta sección, estudiamos los efectos de los errores de fabricación del prisma y las desalineaciones del interferómetro en la visibilidad del planeta. Primero, simulamos el patrón de interferencia y la señal del planeta del sistema extrasolar cuando los componentes ópticos están alineados, el prisma no tiene errores de fabricación y la estrella no está a lo largo del eje óptico. En segundo lugar, calculamos la visibilidad del planeta, incluidos los posibles errores de fabricación del prisma y luego determinamos la resolución de los movimientos del espejo para lograr una visibilidad detectable.

Como se mencionó anteriormente, la señal estrella-planeta en el plano de entrada es la superposición de los campos de la estrella y el planeta (Ec. 4.1), y la intensidad en el plano de detección es el cuadrado de la suma del frente de onda de cada brazo del interferómetro (Ec. 4.6). Calculamos las coordenadas del frente de onda en el detector para cada brazo por medio del trazo exacto de rayos, aplicando de forma recursiva las ecuaciones 4.11 y 4.12. A lo largo del análisis, consideramos que la diferencia de fase es  $\pi$ , el ángulo de desplazamiento rotacional,  $\Delta\theta$ , es 3 mrad, el número de onda  $k$  es  $241,660 \text{ m}^{-1}$  ( $\lambda = 26 \text{ }\mu\text{m}$ ), el ángulo de inclinación del planeta  $\alpha$  es 1 segundo de arco, y la relación señal / ruido en la abertura de entrada del telescopio es de  $10^{-5}$  (la intensidad de la estrella es 100,000 veces más grande que la intensidad del planeta).

En la figura 4.6, mostramos la simulación de los patrones de interferencia generados por el sistema estrella-planeta (primera columna) y la señal del planeta correspondiente (segunda columna). Estos patrones representan el proceso de alineación de la estrella al irse alineando con el eje óptico, lo cual se logra disminuyendo el ángulo de inclinación de la estrella  $\beta$ . El telescopio se mueve a lo largo del eje  $x'$  ( $\phi = 0$ ), y el planeta se coloca en el eje  $y''$  ( $\gamma = 90^\circ$ ).

La primera columna de la figura 4.6 presenta patrones de interferencia simulados obtenidos para diferentes valores de  $\beta$ . El patrón de interferencia combina las señales de la estrella y el planeta. En este caso, distinguimos fácilmente la estrella y el planeta porque

generan franjas perpendiculares. Obtenemos la señal del planeta, definida como la diferencia entre el patrón de interferencia con y sin el planeta, para aislar la contribución del planeta. En la segunda columna de la figura 4.6, exhibimos la señal del planeta para los mismos valores del ángulo de inclinación de la estrella (de la primera columna). Comparando el patrón de interferencia y la señal del planeta, concluimos que el patrón de interferencia es generado únicamente por el planeta si la estrella está a lo largo del eje óptico. La señal del planeta disminuye bruscamente a medida que aumenta el ángulo de inclinación de la estrella, es decir, el incremento de  $\beta$  aumenta la intensidad de las franjas correspondientes a la estrella ocultando la señal del planeta.

Cabe resaltar, que los patrones de interferencia y las señales del planeta de la Fig. 4.6 también se pueden obtener directamente usando las ecuaciones 4.7 y 4.8 de forma recursiva; sin embargo, utilizamos el proceso de trazado de rayos exacto para tener en cuenta la desviación del frente de onda de cada brazo del interferómetro.

En la figura 4.7, graficamos la visibilidad del planeta en función del ángulo de inclinación de la estrella. Calculamos la visibilidad del planeta utilizando la ecuación 4.9 y la simulación del patrón de interferencia y la señal del planeta. La estrella se mueve a lo largo del eje  $x'$  mientras que el planeta está en el eje  $x''$  (línea de trazo) o en el eje  $y''$  (línea continua). Notamos que la reducción de la visibilidad es similar independientemente de la orientación relativa entre el planeta y el ángulo de inclinación del telescopio; disminuye bruscamente en ambos casos.

Ahora incluimos los errores de prisma de fabricación para analizar una situación más realista. Consideramos el peor escenario para los errores de los prismas:  $\Delta\beta_1 = -\Delta\beta_2$  y  $\theta_1 = \theta_2$  [17]. El telescopio está fijo con un ángulo de inclinación de la estrella de 0.01 segundos de arco a lo largo del eje  $x'$ , y el planeta está a lo largo del eje  $y''$  con un ángulo de inclinación del planeta de 1 segundo de arco. En la primera columna de la figura 4.8, representamos la señal del planeta para varios errores de ángulo base ( $\Delta\beta$ ) mientras que el ángulo piramidal ( $\theta_1 + \theta_2$ ) es cero.

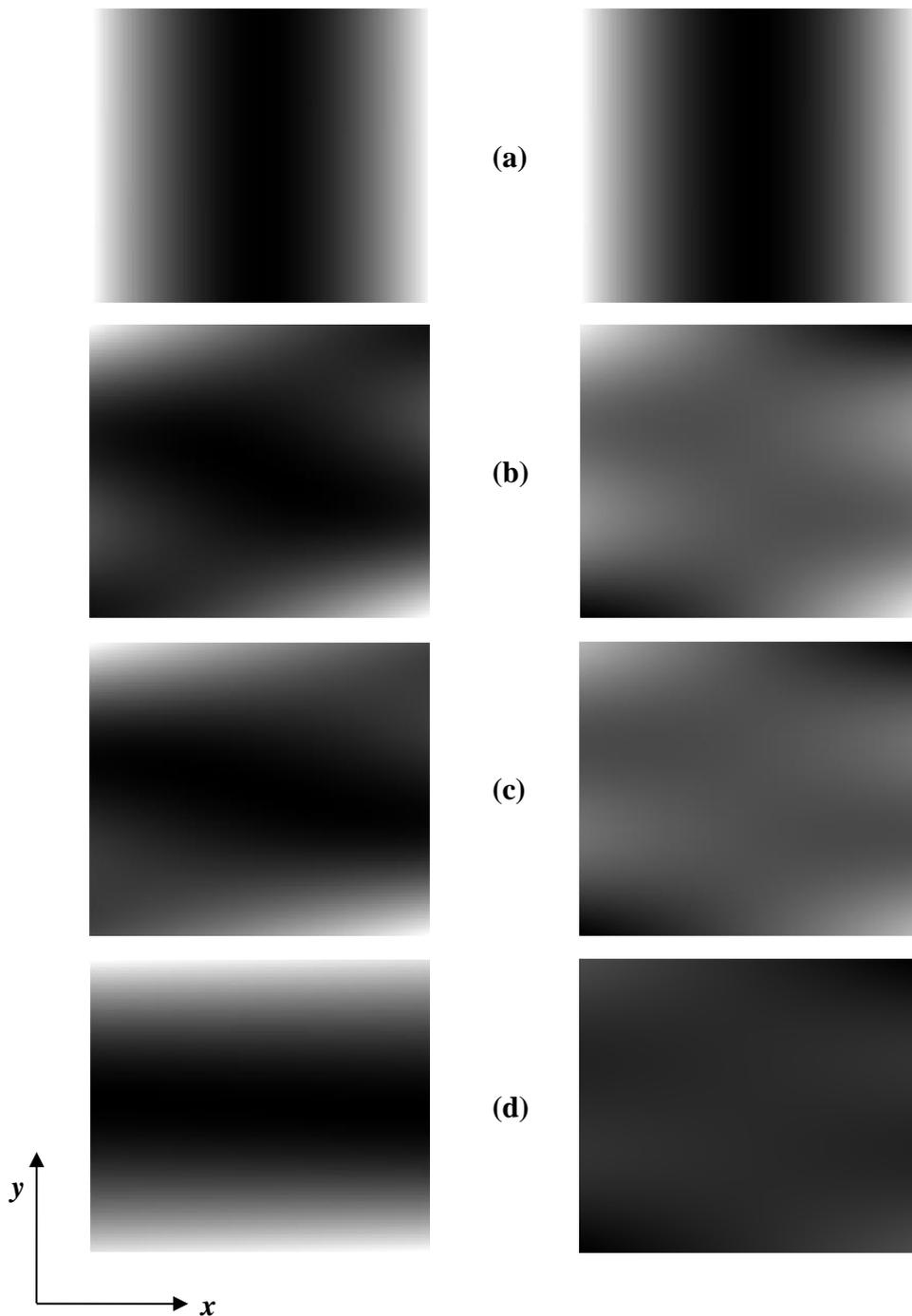


Fig. 4.6. Simulación de los patrones de interferencia generados por el sistema estrella-planeta (primera columna) y la correspondiente señal del planeta (segunda columna). Variamos el ángulo de inclinación de la estrella  $\beta$  para representar el proceso de alineación de la estrella a lo largo del eje óptico. Las simulaciones corresponden a los siguientes valores de  $\beta$ : (a) 0, (b) 0.005 arcsec, (c) 0.01 arcsec, y (d) 0.1 arcsec.

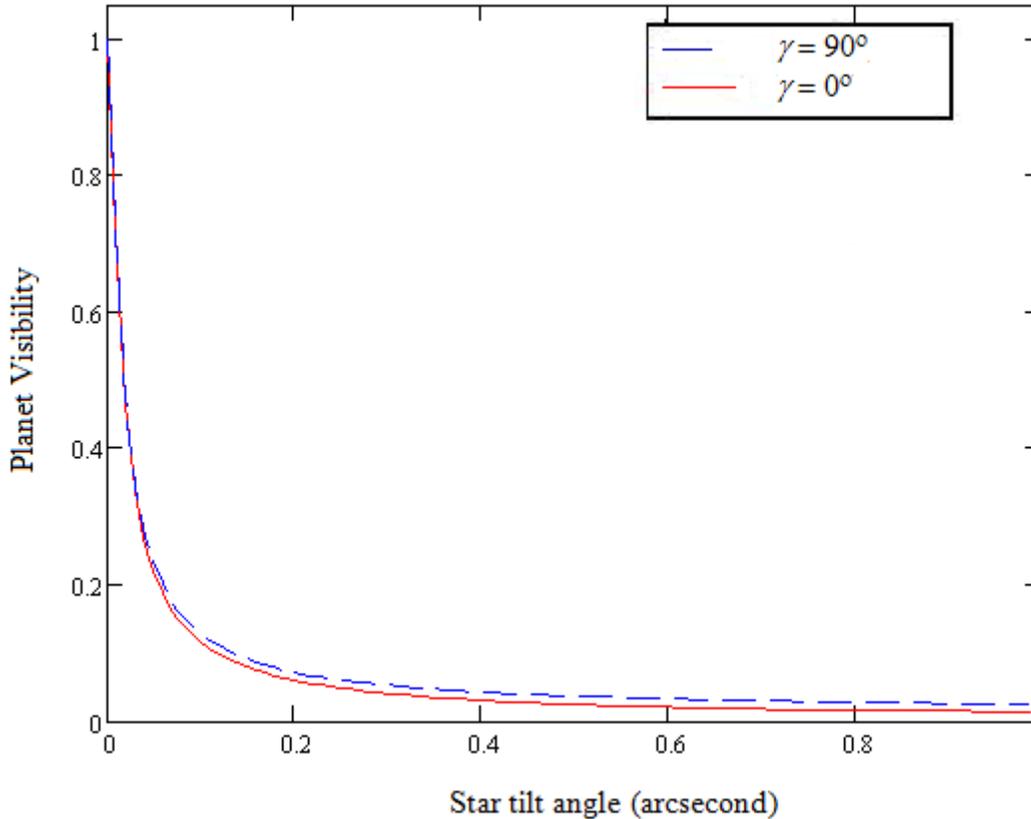


Fig. 4.7. Visibilidad del planeta en función del ángulo de inclinación de la estrella. La estrella se mueve a lo largo del eje  $x$  y el planeta está en el eje  $x$  para la línea discontinua y en el eje  $y$  para la línea continua. El ángulo de inclinación del planeta se mantiene constante e igual a 1 arcsec.

En la segunda columna, ilustramos la señal del planeta para algunos ángulos piramidales en ausencia de errores de ángulo de base. Para un análisis cuantitativo, obtenemos la visibilidad del planeta como una función del error del ángulo base y del ángulo piramidal (ver figuras 4.9 y 4.10, respectivamente). En ambas figuras, las líneas discontinuas corresponden a la orientación del planeta utilizada en la figura 4.8 (planeta en el eje  $y''$ ), y las líneas continuas representan el planeta en el eje  $x''$ . Notamos que la reducción de la visibilidad depende de la orientación relativa entre el planeta y la estrella. Cuando el planeta está en el eje  $x''$ , la visibilidad del planeta aumenta moderadamente para errores de ángulo base menores que 1 segundo de arco y disminuye para errores de ángulo base más grandes (Fig. 4.9). Cuando el planeta está sobre el eje  $y''$ , la visibilidad tiene un máximo antes de disminuir bruscamente para errores de ángulo base mayores que 0.5 segundos de arco. El máximo de la visibilidad

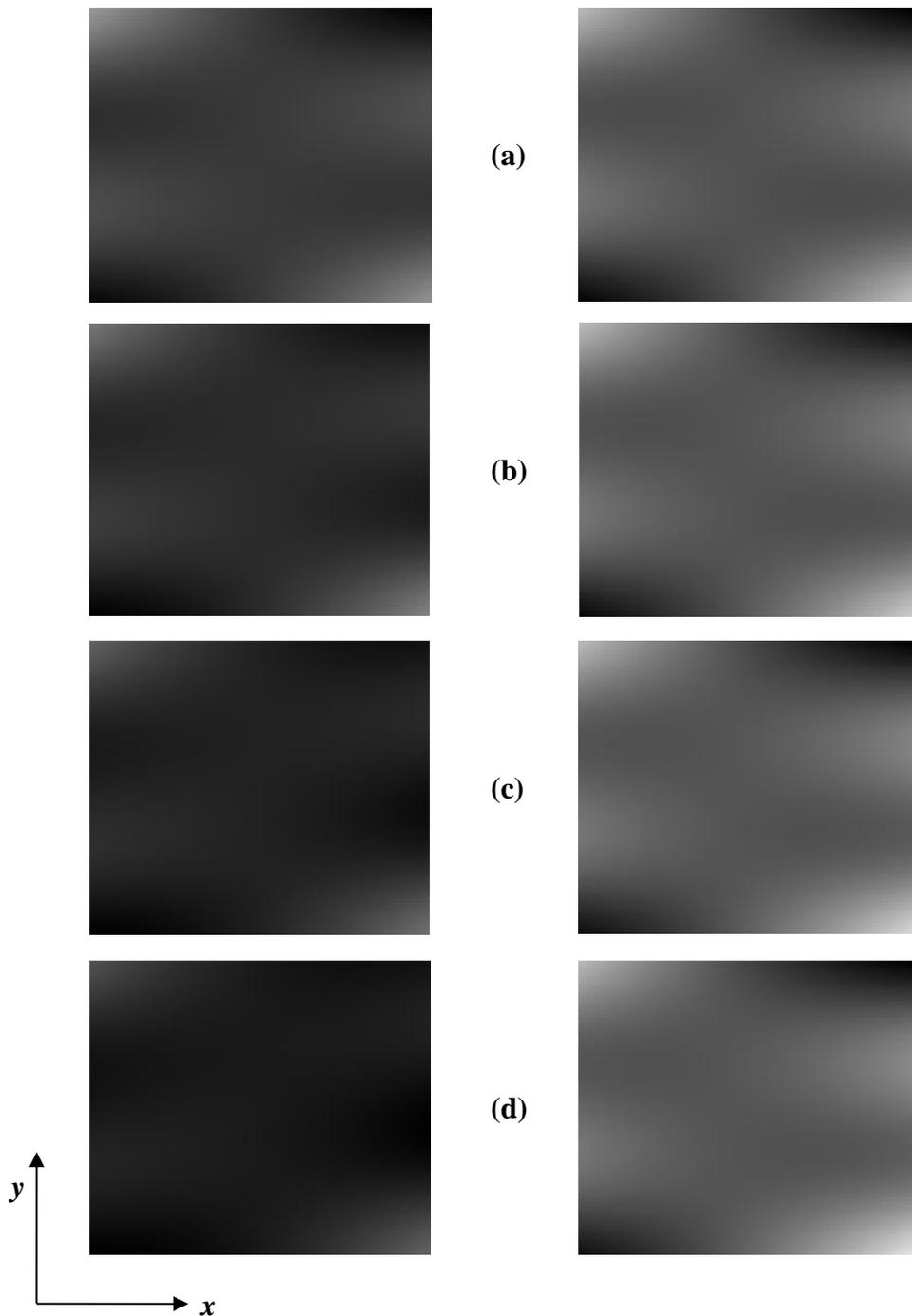


Fig. 4.8. Simulación de la señal del planeta, incluidos errores de ángulo base (primera columna) y ángulos piramidales (segunda columna). Las simulaciones corresponden a los siguientes valores de los respectivos errores de ángulo del prisma: (a) 0.15 arcsec, (b) 0.3 arcsec, (c) 0.45 arcsec, y (d) 0.6 arcsec. En el intervalo de análisis, y para los errores de ángulo base, la visibilidad del planeta disminuye a medida que aumenta el ángulo. Lo contrario ocurre para los ángulos piramidales.

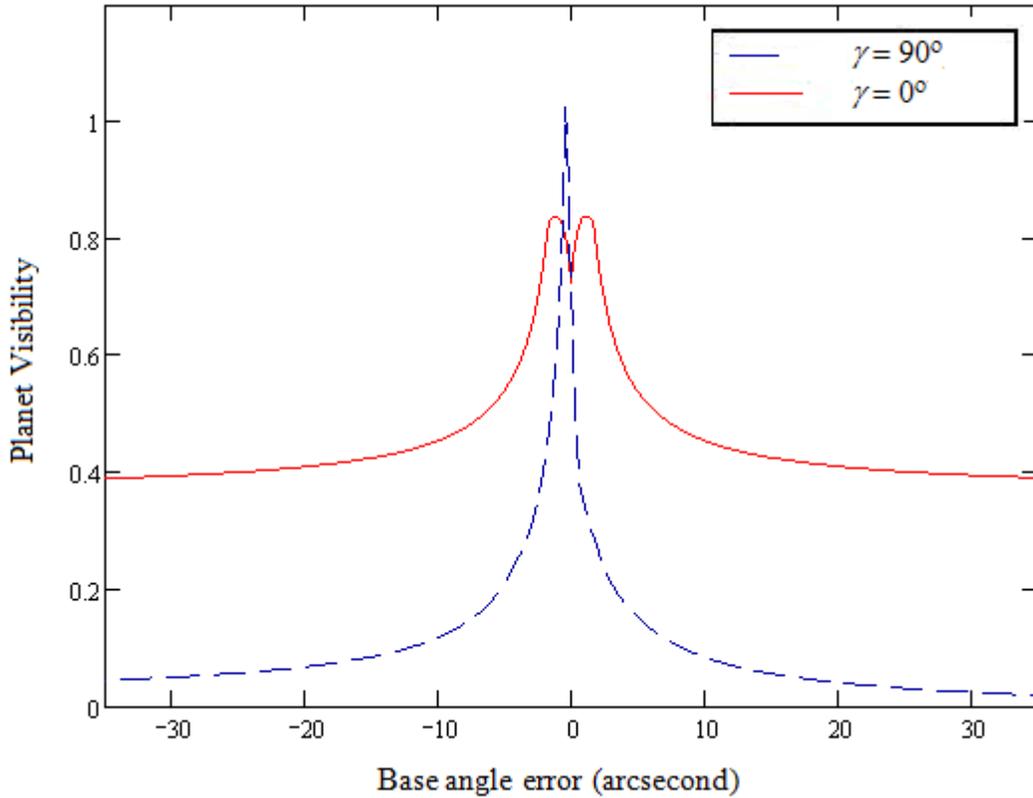


Fig. 4.9. Visibilidad del planeta en función del error del ángulo base del prisma Dove. El ángulo de orientación del planeta ( $\gamma$ ) es de  $90^\circ$  para la línea discontinua y  $0^\circ$  para la línea continua. Para  $\gamma = 0^\circ$ , la visibilidad aumenta para los errores de ángulo de base menores que 1 arcsec y disminuye para los errores de ángulo de base más grandes. Para  $\gamma = 90^\circ$ , la visibilidad tiene un máximo antes de disminuir bruscamente para errores de ángulo base mayores que 0.5 arcsec.

se centra en un valor negativo de  $\Delta\beta$ . Esto se debe a que los patrones de interferencia tienen una pequeña contribución de una interferencia de desplazamiento lateral generada por las desviaciones del frente de onda de los errores del prisma. En la Fig. 4.10, mostramos los efectos del ángulo piramidal en la visibilidad del planeta. Para el planeta en el eje  $y''$ , la visibilidad aumenta rápidamente para la suma  $\theta_1 + \theta_2$  pequeña y positiva; disminuye moderadamente para ángulos piramidales mayores de 6.5 segundos de arco y para valores negativos. Cuando el planeta está en el eje  $x''$ , la visibilidad se reduce a valores menores que 0.2 cuando el ángulo piramidal se desvía de cero. Sin embargo, como mencionamos en la Sección 3, podemos compensar las desviaciones del frente de onda girando el espejo en la dirección apropiada. Para errores de ángulo de base, el espejo debe girarse con respecto al eje  $y$  ( $\Delta\eta$ ), y para el ángulo piramidal, el espejo debe girarse con respecto al eje  $x$  ( $\Delta\xi$ ).

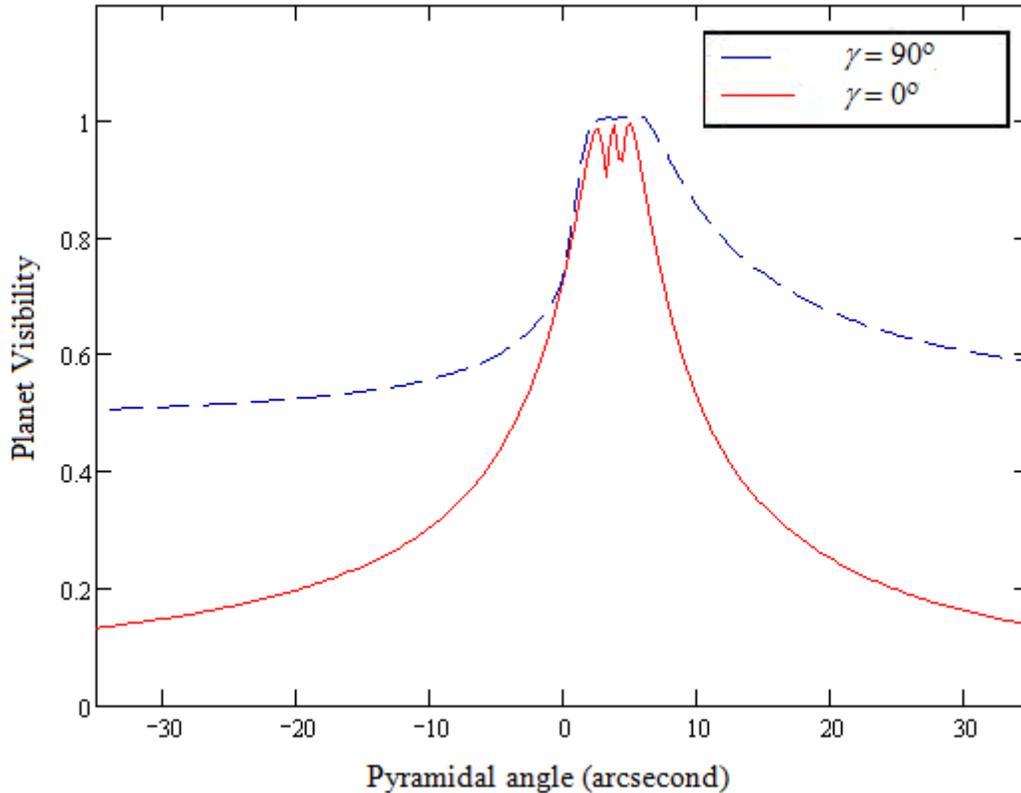


Fig. 4.10. Gráfica de la visibilidad del planeta en función del ángulo piramidal del prisma Dove. El ángulo de orientación del planeta ( $\gamma$ ) es  $90^\circ$  para la línea discontinua y  $0^\circ$  para la línea continua. Para  $\gamma = 0^\circ$ , la visibilidad aumenta rápidamente para  $\theta_1 + \theta_2$  pequeña y positiva; disminuye moderadamente para ángulos piramidales mayores que 6.5 arcsec y para valores negativos. Cuando  $\gamma = 90^\circ$ , la visibilidad disminuye a valores menores que 0.2 a medida que el ángulo piramidal se desvía de cero.

Mostramos cómo mejorar la visibilidad del planeta previamente disminuida por errores de prisma. Tomamos cuatro valores, dos para el error del ángulo base y dos para el ángulo piramidal, y luego seleccionamos la orientación del planeta que disminuye más la visibilidad. La Figura 4.11 ilustra la visibilidad del planeta en función de los ángulos de rotación del espejo con respecto al eje y para dos valores fijos del error del ángulo base: 5 segundos de arco para la línea de discontinua y 10 segundos de arco para la línea continua. En la tabla 4.1, enumeramos los ángulos de rotación necesarios para obtener una visibilidad del planeta de 0.4. De acuerdo con la tabla, el espejo debe ser girado 5.6 y 8.7 segundos de arco para un error de ángulo base de 5 segundos de arco, y 12 y 14.8 segundos de arco para un error de ángulo base de 10 segundos de arco.

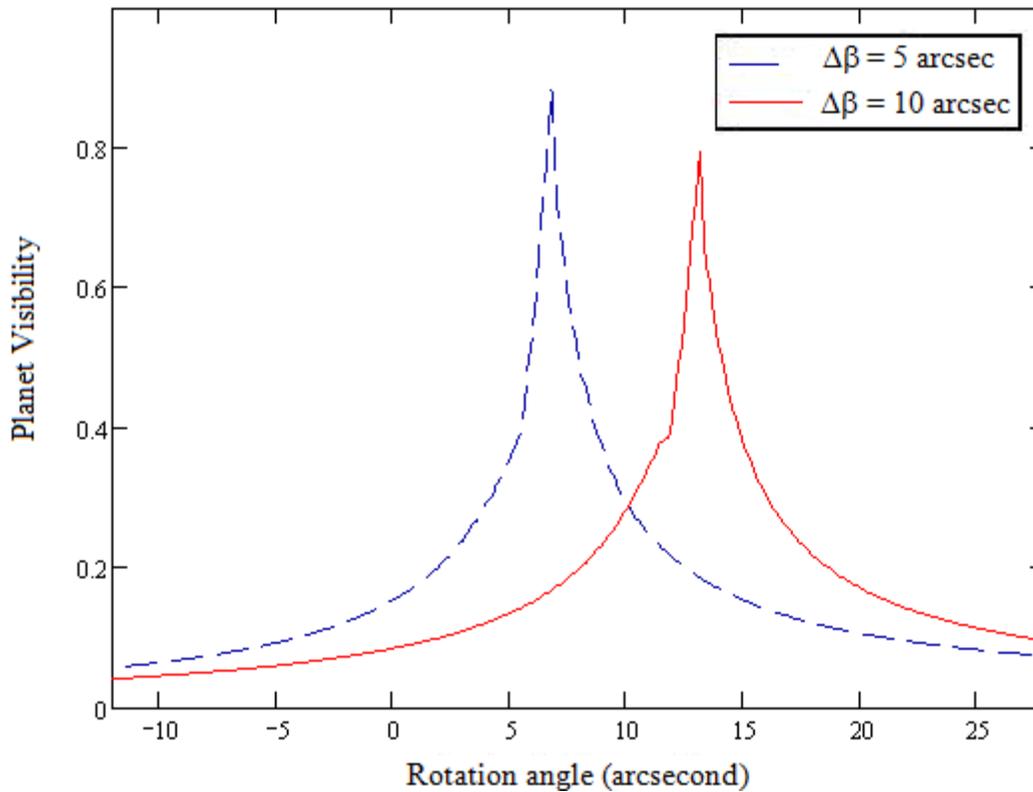


Fig. 4.11. Visibilidad del planeta en función del ángulo de rotación del espejo. El telescopio se fija con un ángulo de inclinación de la estrella de 0.01 arcsec a lo largo del eje  $x'$ . El ángulo de orientación del planeta ( $\gamma$ ) es  $90^\circ$ . El error del ángulo base del prisma es de 5 arcsec para la línea de trazo y de 10 arcsec para la línea continua. La rotación del espejo en el eje y compensa el error del ángulo base del prisma. La visibilidad desciende a 0.4 con movimientos de espejo de 1.4 arcsec respecto al mejor ángulo de rotación.

Table 4.1. Ángulos de rotación necesarios para obtener una visibilidad del planeta de al menos 0.4

Error del Ángulo Base (arcsec)				Ángulo Piramidal (arcsec)			
5		10		20		30	
V	$\Delta\eta$ ["]	V	$\Delta\eta$ ["]	V	$\Delta\xi$ ["]	V	$\Delta\xi$ ["]
0.407	5.6	0.419	12	0.400	2.2	0.404	5.4
0.403	8.7	0.405	14.8	0.402	8.2	0.402	11.4

La Figura 4.12 muestra la visibilidad del planeta en función del ángulo de rotación con respecto al eje  $x$  para dos valores fijos del ángulo piramidal. Los ángulos de rotación necesarios para obtener una visibilidad del planeta de 0.4 son de 2.2 y 8.2 segundos de arco

para un ángulo piramidal de 20 segundos de arco, y de 5.4 y 11.4 segundos de arco para un ángulo piramidal de 30 segundos de arco (Tabla 4.1). Para lograr una visibilidad de 0.4, la resolución de la rotación del espejo debe ser inferior a 2.8 segundos de arco, independientemente del error del ángulo base. Con el análisis anterior, demostramos que se puede lograr una visibilidad máxima seleccionando ángulos de rotación adecuados para los prismas.

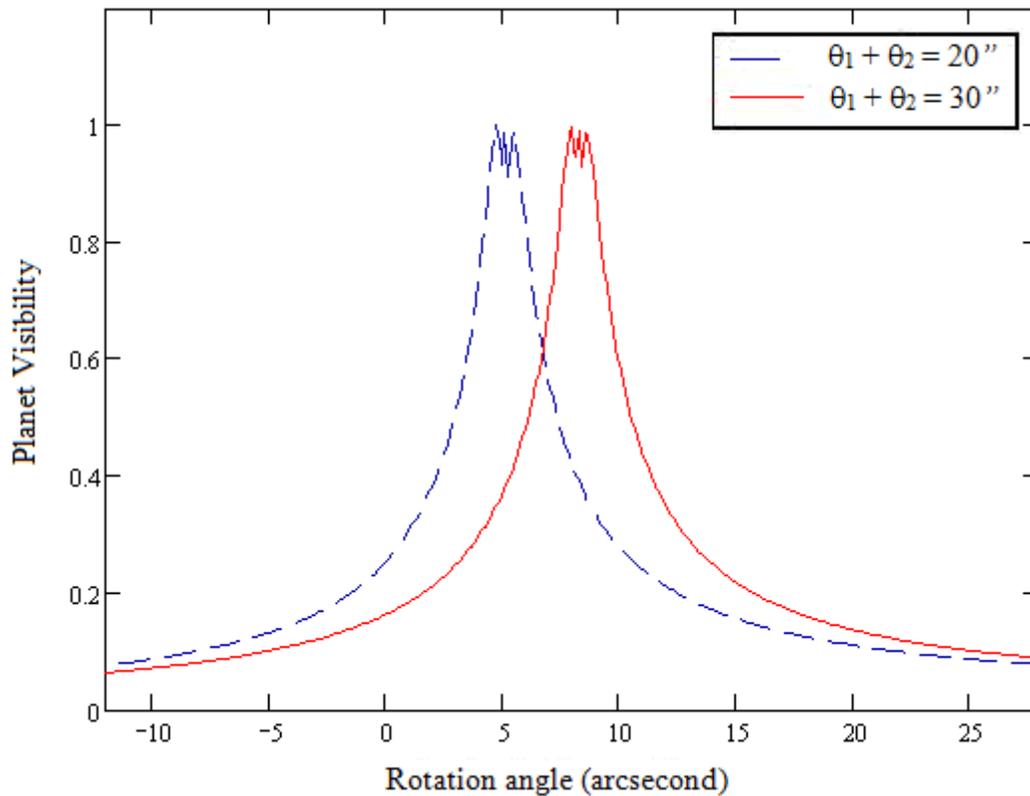


Fig. 4.12. Compensación del error piramidal mediante la rotación del espejo. El ángulo de inclinación de la estrella es de 0.01 segundos de arco a lo largo del eje  $x'$ , y el ángulo de orientación del planeta ( $\gamma$ ) es  $0^\circ$ . El ángulo piramidal del prisma es de 15 arcsec para la línea discontinua y es de 10 para el sólido. La rotación del espejo en el eje  $x$  compensa el ángulo piramidal. La visibilidad se reduce a 0.4 con movimientos de espejo de

3 segundos de arco respecto al mejor ángulo de rotación.

#### **4.4. Conclusiones**

Desarrollamos un método para determinar los parámetros de desalineación del RSI para la detección de planetas extrasolares, utilizando la visibilidad del planeta. Después de analizar un sistema ideal, obtuvimos las desviaciones del frente de onda debido a las desalineaciones del RSI utilizando el trazo exacto de rayos. Luego, calculamos la señal del sistema estrella-planeta, teniendo en cuenta el ángulo de inclinación de la estrella y la desalineación del espejo del interferómetro. Primero, mostramos los patrones de interferencia simulados y la señal del planeta en función del ángulo de inclinación de la estrella. Utilizamos estas simulaciones para obtener la visibilidad del planeta en función del ángulo de inclinación de la estrella. Además, simulamos la señal del planeta considerando posibles errores de fabricación (error de ángulo de la base y ángulo piramidal) en los prismas Dove utilizados para rotar los frentes de onda en el RSI propuesto. Encontramos que la visibilidad depende fuertemente de la orientación del planeta. Finalmente, demostramos que es posible mejorar la visibilidad del planeta girando los espejos dentro del RSI en la dirección adecuada, compensando los errores de fabricación del prisma. Utilizamos la visibilidad del planeta para establecer la viabilidad de detectar la presencia del planeta con un RSI. Concluimos que la resolución de la rotación del espejo debe ser igual o menor a 2 segundos de arco para compensar los errores del prisma y lograr una visibilidad del planeta de al menos 0.4.

#### **Referencias**

1. M. Mayor; D. Queloz, *Nature* 378 (1995) 355.
2. S. Dong, et al., *Astrophys. J.* 695 (2009) 970.
3. S. Meschiari, et al., *Astrophys. J.* 727 (2011) 117.
4. N. M. Batalha, et al., *Astrophys. J. S.*, 204 (2013) 24.
5. G. Lo Curto, et al., *Astron. Astrophys.* 551 (2013) A59.
6. W. F. Welsh, *Nature* 499 (2013) 33.
7. M. Strojnik-Scholl, G. Paez, *Infr. Phys. Tech.* 40 (1999) 357.
8. M. S. Scholl, *J. Opt. Soc. Am. A* 13 (1996) 1584.

9. R. N. Bracewell, *Nature* 274 (1978) 780.
10. M. S. Scholl, *Infr. Phys. Tech.*, 37 (1996) 307.
11. M. Strojnik, G. Paez, *J. Opt. Soc. Am. A* 16 (1999) 2019.
12. M. Strojnik, G. Paez, *Appl. Opt.* 42 (2003) 5897.
13. G. Paez, M. S. Scholl, *Proc. SPIE* 3061 (1997) 417.
14. G. Paez-Padilla, M. Strojnik, *Proc. SPIE* 3061 (1997) 425.
15. I. Moreno, G. Paez, M. Strojnik, *Appl. Opt.* 42 (2003) 4514.
16. M. Galan, M. Strojnik, G. Paez, *Proc. SPIE* 6307 (2006) 63070M.
17. M. Galan, M. Strojnik, G. Paez, *Proc. SPIE* 6678 (2007) 66781K.
18. E. Gutierrez-Herrera, G. Paez, M. Strojnik, *J. Mod. Opt.* 57 (6) (2010) 444.
19. E. Gutierrez-Herrera, M. Strojnik, *Opt. Commun.* 281 (2008) 897.
20. G. Paez, M. Strojnik, *Proc. SPIE* 3122 (1997) 236.
21. M. Born, E. Wolf, *Principles of optics*, Cambridge University Press, New York, 1999.
22. C. Vasquez-Jacaud, G. Paez, M. Strojnik, *J. Mod. Opt.* 57 (2010) 1808.
23. S. K. Gupta, R. Hradaynath, *Appl. Opt.* 22 (1983) 3146.
24. T. Sakamoto, *Appl. Opt.* 26 (1987) 2943.
25. J. F. Lee, C. Y. Leung, *Appl. Opt.* 28 (1989) 3691.
26. E. Ettetdgui-Atad, J. W. Harris, C. M. Humphries, *Proc. SPIE* 1271 (1990) 340.
27. M. S. Scholl, *J. Opt. Soc. Am. A* 12 (1995) 1589.
28. M. S. Scholl, *J. Mod. Opt.* 43 (1996) 1583.
29. D. Zhao, W. Zhang, S. Wang, *Optik* 112 (2001) 271.
30. G. Garcia-Torales, G. Paez, M. Strojnik, J. Villa, J. L. Flores, A. G. Alvarez, *Opt. Commun.* 257 (2006) 16.
31. M. J. Guardalben, *Appl. Opt.* 47 (2008) 4959.

32. I. Moreno, G. Paez, M. Strojnik, *Opt. Commun.* 220 (2003) 257.

33. I. Moreno, *Appl. Opt.* 43 (2004) 3373.

## *Conjunto de telescopios para la detección de planetas extra-solares desde la cara oculta de la Luna*

### **5.1. Introducción**

A partir de lo visto en el capítulo anterior, en éste le damos un cambio de enfoque, al considerar un arreglo de telescopios en lugar de un sólo telescopio concentrador. Proponemos que se coloque un arreglo de 4 por 4 telescopios de diámetro pequeño, posiblemente de 1 m de radio, en la cara oculta de la Luna para el monitoreo continuo de estrellas cercanas en busca de la existencia de un compañero planetario, similar a la Tierra, y factible para colonización humana. Las ventajas de esta ubicación incluyen largos intervalos de oscuridad, la disponibilidad de una plataforma rígida en forma del cuerpo lunar y, lo que es más importante, la ausencia de la atmósfera que permite la transmisión completa de la radiación en el rango espectral de UV a las ondas de radio mm. La tarea se facilita porque los telescopios actúan como "cubos" ligeros para recolectar fotones durante largos períodos de integración. Ya se ha demostrado la viabilidad tecnológica para llevar instrumentos a la Luna, durante la era de las misiones Apolo, la NASA envió elementos ópticos a la superficie de la Luna. Las desventajas son principalmente operativas, en términos de requerir el establecimiento de un hábitat humano en la Luna. Del mismo modo, todos los aspectos de la construcción de una gran matriz de espejos de 75 m por 75 m en la superficie de la Luna serán difíciles. A la vez, la disminución de la gravedad requiere menos esfuerzos y menos energía para realizar las tareas de construcción. La ausencia de atmósfera permite que la búsqueda se extienda desde menos de 10 micras a 300 micras para encontrar planetas similares a la Tierra o incluso más fríos.

### **5.2. Detección de planetas extra-solares con técnicas ópticas directas**

La humanidad ha estado interesada en explorar su entorno desde tiempos inmemoriales. Después de viajar a través de los océanos utilizando la navegación estelar [1], dirigimos nuestra atención a explorar nuestro sistema solar [2]. Un primer paso ha sido el envío de

sondas espaciales, con vehículos robóticos a explorar la superficie Marciana [3] o con satélites en órbita alrededor de los planetas y sus lunas. Ahora, empezamos a preguntarnos si existen planetas similares al nuestro en otros sistemas solares y si tuvieran las condiciones para albergar alguna forma de vida.

Los desafíos de la detección de planetas se han formulado en función de los problemas radiométricos, de distancia y de tecnología, como un problema de detección de señales en condiciones muy desfavorables [4]. Los desafíos se entienden mejor haciendo referencia a la Figura 5.1. Vamos a analizar el reto de encontrar un sistema solar simple definido por tener una estrella, similar a nuestro Sol, y un planeta, similar a Júpiter. Proponemos referirnos a la estrella como *Estrella* y a su planeta como *Tierra*, porque cualquiera de las estrellas cercanas que ya tienen un nombre también puede tener un planeta invisible. Esto también evita la confusión con el Sol y los planetas en nuestro sistema solar.

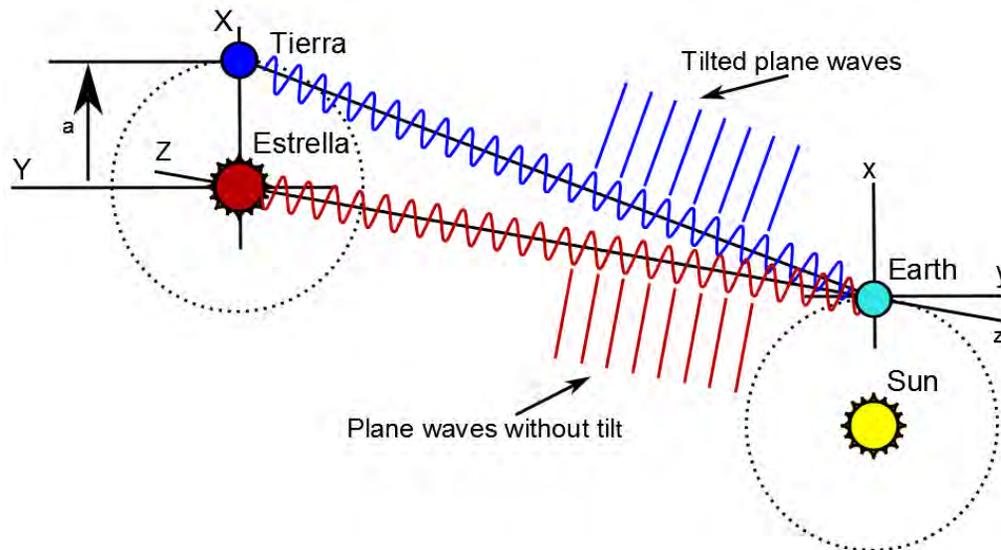


Fig. 5.1. Geometría para la detección de un planeta fuera de nuestro sistema solar. El sistema de coordenadas basado en la Tierra / interferómetro se da como un sistema cartesiano  $(x, y, z)$ , mientras que el sistema planetario cercano se desplaza a lo largo del eje óptico, el eje  $Z$ , con las coordenadas cartesianas  $(X, Y, Z)$ . La *Estrella* y la *Tierra* emiten ondas esféricas. Después de la propagación en el espacio libre, las ondas esféricas se convierten en ondas planas. Las ondas planas llegan inclinadas si se originan en un punto fuera del eje, como el de la *Tierra*.

Nuestro Sol irradia como un emisor de cuerpo negro a 5,800 K. Júpiter, el planeta más grande del sistema solar, irradia como un cuerpo negro a 125 K. Se considera que este planeta es el más fácil de detectar debido a su gran distancia al Sol. La Figura 5.1 muestra la *Tierra* en su configuración más favorable para la detección. La probabilidad de que la *Tierra* orbite la *Estrella* en un plano normal a la línea de visión entre la *Estrella* y la *Tierra* con su instrumento de observación es pequeña. Sin embargo, en un momento particular del tiempo, correspondiente a la observación inicial, la *Tierra* estará a una distancia proyectada  $a$  de la *Estrella*. Su órbita puede seguir una trayectoria elíptica cuando se proyecta en el plano normal a la línea que conecta la *Estrella* y la *Tierra*. El año local de la *Tierra* determina el período de rotación cuando ésta completa una órbita alrededor de la *Estrella*. En este modelo simple, sería igual al de Júpiter y sería apreciablemente más largo que los 365 días terrestres, digamos diez veces más.

Un planeta en un sistema solar fuera del nuestro (un sistema extra-solar) es difícil de ser detectado directamente porque su intensidad es entre 6 y 4 órdenes de magnitud,  $10^{-6}$  y  $10^{-4}$ , más pequeña que la de la *Estrella*. El tamaño del planeta es al menos 100 veces más pequeño, y su distancia a la Tierra hace que aparezca como un objeto puntual [5]. Actualmente, no hay telescopios que puedan detectar un planeta utilizando técnicas de imágenes directas, aunque nuevos planetas se siguen descubriendo con técnicas indirectas.

A la fecha, han sido reportados cerca de 4,000 planetas descubiertos con métodos indirectos: (a) por el paso de un planeta frente al brillante disco solar [6]; (b) movimiento del centro de gravedad de un sistema de dos cuerpos y cambio de frecuencia Doppler [7]; (c) Curvatura gravitacional de rayos que pasan por un sistema solar mayor que la debida sólo a la *estrella* [8]; (d) usando espectroscopia [9] y (e) astrometría, para enumerar algunos. Los hallazgos iniciales de la investigación incluyen nubes de polvo y estrellas dobles con diferentes tamaños [10,11].

### 5.3. Un débil planeta al lado de una estrella brillante

La Figura 5.2 muestra el problema de la relación señal ruido debido a la opacidad de los planetas (los más representativos de nuestro Sistema Solar) en relación con el brillo del Sol. En la figura se observa la radiancia espectral en término del número de fotones emitidos por varios planetas representativos normalizado por el número de fotones emitidos por el Sol en la longitud de onda de mayor emisión. En este análisis, se consideran dos fuentes de radiación para los planetas: la emisión debida a la temperatura de la superficie del planeta y la radiación originada en el Sol y reflejada por el planeta. El albedo es de 0.52 para Júpiter, 0.367 para la Tierra y 0.51 para Urano.

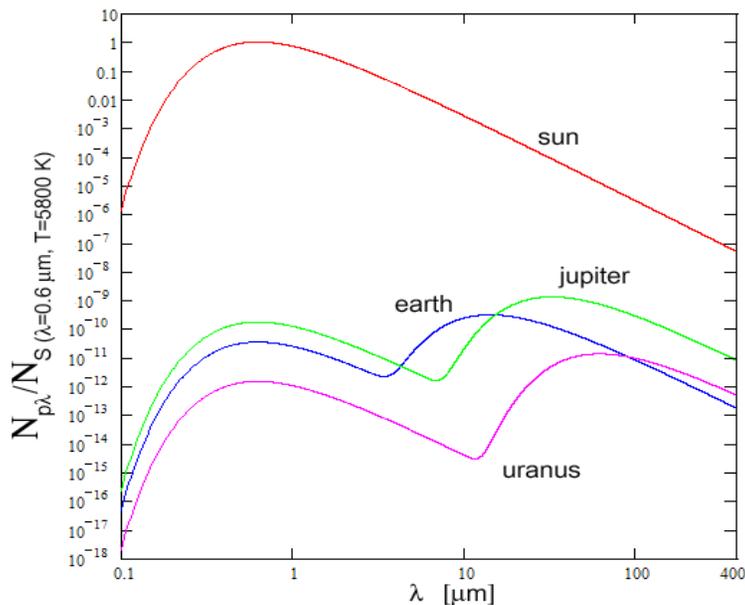


Fig. 5.2. Número de fotones espectrales ( $N_{px}$ ) emitidos por el Sol y por varios planetas en función de la longitud de onda, normalizados contra la emisión solar a la máxima longitud de onda de emisión del Sol ( $N_S$ ). La relación entre la cantidad de fotones espectrales del planeta y la cantidad de fotones espectrales del Sol se define como la relación señal - ruido más simple.

En la Fig. 5.1, la distancia de la Tierra a la *Tierra* es casi igual a la distancia de la Tierra a la *Estrella*, por lo que se consideran iguales. Tanto el planeta como el Sol se tratan como fuentes puntuales, porque ambos se encuentran a una gran distancia. Actualmente, el Sol es la única estrella que puede resolverse ópticamente desde la Tierra, debido al estado de la

tecnología en la fabricación de telescopios [12].

El área de intercepción y el intervalo de recolección de la señal son los mismos tanto para la *Estrella* como para la *Tierra*, ya que son observados con el mismo instrumento. La curva de emisión del Sol se normaliza a su emisión máxima modelado como un radiador de cuerpo negro a una temperatura de 5,800 K. Vea la referencia [14] para los emisores de cuerpo negro y la transferencia de energía. Esta es básicamente la relación señal a ruido radiométrica espectral más simple, necesaria para los análisis conceptuales de primer orden en el diseño de instrumentos.

Consideramos un telescopio espacial con una abertura, cuya área de recolección de fotones es de  $1 \text{ m}^2$ , que se encuentra a una distancia de 10 parsecs de nuestro sistema solar. Bajo estas suposiciones, el telescopio colecta un fotón por segundo en la región de  $34 \mu\text{m}$  procedentes de la Tierra y alrededor de 70 fotones por segundo en la región de  $12 \mu\text{m}$  procedentes de Júpiter. Sobre la base de los bajos niveles de emisión de luz, se necesitan grandes tiempos de integración, del orden de horas, para recolectar una señal medible. Este hecho conduce directamente a estrictos requerimientos de diseño, es decir, una plataforma estable, en la que se debe montar el sistema de detección de la *Tierra*.

A continuación, examinamos algunas posibles bandas espectrales de detección. En el pico de emisión del Sol, que está en el visible, el número de fotones del Sol reflejados desde el Júpiter es un factor  $10^{-10}$  más pequeño que el número emitido directamente por el Sol. Esto se puede leer directamente de la coordenada vertical en la Fig. 5.2. La relación señal-ruido es casi diez veces más pequeña para la Tierra, disminuyendo a casi  $10^{-11}$ . En esta primera comparación el número de fotones, en la figura 5.2, son fotones reflejados y dependen exclusivamente del diámetro del planeta y de la distancia de este al Sol.

Al considerar longitudes de onda más largas, encontramos un segundo pico, de mayor intensidad, debido a la emisión planetaria, con la ubicación del este determinada por la temperatura del planeta, de acuerdo con la ley de desplazamiento de Wien. A lo que hay que añadir la disminución de la emisión del Sol en longitudes de onda más largas. En el caso de

la Tierra, este segundo pico está a una longitud de onda de  $18 \mu\text{m}$ , con una relación señal a ruido de  $10^{-6}$ . Examinando la Fig. 5.2 encontramos que el caso más favorable corresponde a Júpiter, siendo la relación señal-ruido de fotones espectrales aproximadamente de  $10^{-4}$  a  $35 \mu\text{m}$ . Curiosamente, ésta no es la relación señal-ruido más alta. Conforme crece la longitud de onda la emisión del Sol cae más rápidamente que la de Júpiter, y la relación señal-ruido (en término de fotones) aumenta lentamente. A  $200 \mu\text{m}$ , donde la atmósfera terrestre es opaca a la radiación, ésta alcanza aproximadamente  $3 \times 10^{-4}$ .

Como se mencionó previamente, analizamos el caso de un sistema extrasolar simple, con una estrella idéntica a nuestro Sol, a la que denominamos *Estrella*, y un planeta igual a Júpiter, al que denominamos *Tierra*. El diámetro de la *Estrella* se supone diez veces el diámetro de la *Tierra*, la misma relación entre los diámetros del Sol y Júpiter. Con la separación angular de  $2 \mu\text{rad}$  para la distancia de observación de 10 parsecs, la *Estrella* subtiende un ángulo de 0.0002 micro radianes ( $2 \times 10^{-4} \mu\text{rad}$ ), y la *Tierra* diez veces menos, o 0.00002 micro radianes ( $2 \times 10^{-5} \mu\text{rad}$ ). De acuerdo con el criterio de resolución de Rayleigh, debe haber alguna separación entre los discos detectados en el plano focal correspondiente a la *Estrella* y el correspondiente a la *Tierra*, desplazados por su separación angular relativamente grande de  $2 \mu\text{rad}$ .

La resolución es un parámetro en un sistema formador de imágenes. En todo sistema óptico limitado por difracción, la imagen de un punto no es un punto, sino una mancha [12]. La imagen de una fuente puntual obtenida en el plano focal de un instrumento óptico se extiende debido principalmente a la difracción y a las aberraciones introducidas por los elementos ópticos, y a los errores de desalineación. El tamaño y la forma de la imagen extendida del punto dependen de muchos factores adicionales, incluida la estabilidad mecánica de la plataforma del instrumento y el sistema electrónico para el control de movimiento.

Uno de los problemas más importantes en la búsqueda de detección de la *Tierra* desde la superficie de la Tierra es que la atmósfera de la Tierra es en su mayoría opaca en el espectro del IR, de  $1 \mu\text{m}$  a  $1 \text{mm}$ , lo que permite la monitorización de IR sólo dentro de ventanas

específicas de transmisión del IR. Las más conocidas son  $[3 \mu\text{m} - 5 \mu\text{m}]$ ,  $[8 \mu\text{m} - 12 \mu\text{m}]$ , y desde 1 mm en adelante. Sin embargo, los estudios de viabilidad y los conceptos de instrumentos están trabajando con la radiación visible debido a las limitaciones tecnológicas humanas [14,15].

#### 5.4. Análisis matemático

En la literatura, parece haber cierta confusión, en cuanto a qué causa el patrón de interferencia, y dónde se puede detectar. Revisamos los pasos principales en la derivación de la expresión de interferencia para llegar a la expresión significativa para la modulación de la distribución de irradiancia y sus parámetros [4].

Consideramos que tanto la *Estrella* como la *Tierra* están compuestas por fuentes puntuales, y se encuentran a una distancia  $r_{PS}$  del plano de observación, centrado en el plano  $x$ - $y$ . En la figura 4.2 se muestra el esquema general, pero en este caso particular consideramos que la *Estrella* se encuentra sobre el eje  $z$ . Debido a la gran distancia de propagación, asumimos que la radiación incidente en el plano de las aberturas es coherente, como lo demuestra el teorema de Van Cittert-Zernike. Usamos el subíndice PS para el Sistema Planetario, con los subíndices E para la *Estrella* y T para la *Tierra*.

La Figura 5.3 ilustra cómo la radiación que emite un objeto se puede modelar como un arreglo de fuentes puntuales, en frentes de onda esféricos. Al viajar grandes distancias, los frentes de onda esféricos se transforman en ondas planas, cada una con inclinaciones ligeramente diferentes. La onda plana, que se origina en un punto del origen de coordenadas planetarias  $X_{PS} = Y_{PS} = 0$ , se desplaza a lo largo del eje  $Z$ . Sólo el punto central de la *Estrella* genera un frente de onda plano que no produce ninguna inclinación cuando el telescopio está orientado directamente hacia la *Estrella*.

El frente de onda en el arreglo del plano de la abertura es la suma de las ondas que provienen de la *Estrella* y la *Tierra*. En el plano del arreglo ( $z = 0$ ), las ondas planas provenientes de la *Estrella* y de la *Tierra* se superponen. Las amplitudes (la amplitud al cuadrado es igual a la irradiancia) de la *Estrella* y la *Tierra*, consideradas ondas electromagnéticas planas, son proporcionales a  $u_E$  y  $u_T$ , respectivamente. La orientación en el plano de observación  $z = 0$  es el producto de la suma de estas ondas y su complejo conjugado. Finalmente, llegamos a la expresión para la interferencia de dos haces no iguales.

La irradiancia,  $I$ , de dos ondas planas, ligeramente inclinadas entre sí, muestra franjas rectas normales al plano de las ondas incidentes.

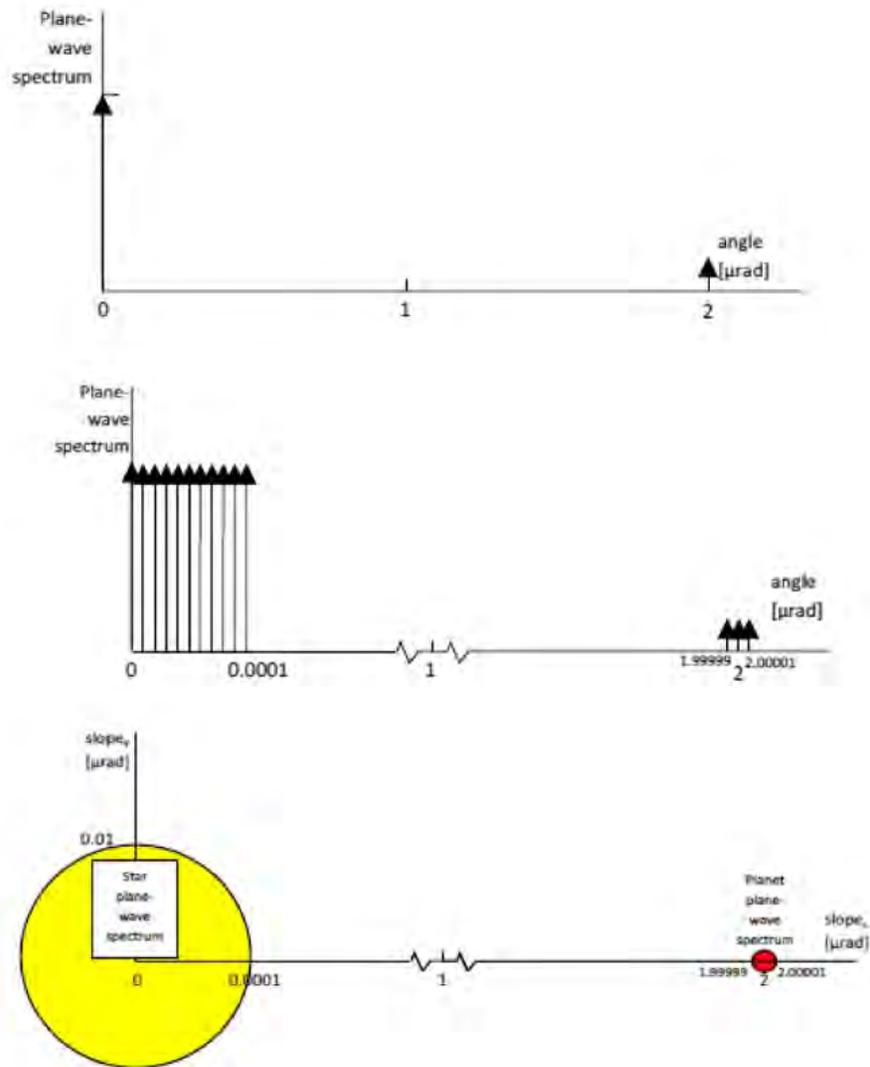


Fig. 5.3. Los espectros de las ondas planas de la *Estrella* y la *Tierra* en función de la coordenada angular, en la parte superior. En los diagramas central e inferior, la coordenada angular muestra discontinuidad para permitir la presentación de distintas ondas planas con inclinación creciente, tanto para la *Estrella* como para la *Tierra*. En el medio, los espectros de onda plana se muestran como una función del ángulo a lo largo del cual se encuentra la *Tierra*. La representación inferior muestra los espectros en función de la inclinación respecto de  $x$  e  $y$ , haciendo explícitos los componentes simétricos y asimétricos de la emisión planetaria. Los espectros de ondas planas de la *Tierra* no poseen simetría polar alrededor del eje  $z$ . Los de la *Estrella* sí exhiben simetría polar.

$$I_{AP}(x, y, 0; X, Y, Z) = u_{E0}^2 - 2u_{E0}u_{T0} + u_{T0}^2 + 4u_{E0}u_{T0} \cos^2 \left\{ \left( \frac{\pi}{\lambda} \right) [(\theta_{Ex} - \theta_{Tx})x + (\theta_{Ey} - \theta_{Ty})y] + \vartheta \right\} \quad (5.1)$$

Usamos  $\theta_E$  y  $\theta_T$  para representar el ángulo de inclinación de los frentes de onda planos de la *Estrella* y la *Tierra*, y  $\vartheta$  es la diferencia de fase entre los dos frentes de onda. En ausencia de la *Tierra*, no hay radiación emitida por esta, y  $u_{T0}$  es igual a cero. Por lo tanto, no hay patrón de interferencia, y la ecuación 5.1 se reduce al primer término. Esto es sólo la orientación de la *Estrella*. Este es un resultado importante, porque la misma detección de las franjas de interferencia establece la existencia de la segunda fuente puntual, una *Tierra* complementaria.

$$I_{AP}(x, y, 0; X, Y, Z) = (u_{E0} - u_{T0})^2 + 4u_{E0}u_{T0} \cos^2 \left\{ \left( \frac{\pi}{\lambda} \right) [(\theta_{Ex} - \theta_{Tx})x + (\theta_{Ey} - \theta_{Ty})y] + \vartheta \right\} \quad (5.2)$$

La dirección de la franja es perpendicular a la orientación de la diferencia entre las pendientes de las ondas planas provenientes de los puntos respectivos de la *Estrella* y la *Tierra*. La irradiancia máxima se puede encontrar a partir de la ecuación 5.2 cuando el cuadrado del coseno es igual a 1. La señal máxima en el plano de interferencia es el cuadrado de la suma de la amplitud de onda de la *Tierra* y la de la *Estrella*.

$$I_{AP \max}(x, y, 0; X, Y, Z) = (u_{E0} + u_{T0})^2$$

La función coseno es uno cuando el argumento de la función coseno-cuadrado es un múltiplo entero de  $\pi$ .

$$\left( \frac{\pi}{\lambda} \right) [(\theta_{Ex} - \theta_{Tx})x + (\theta_{Ey} - \theta_{Ty})y] + \vartheta = N\pi \quad (5.4)$$

De manera similar, la irradiancia mínima se puede encontrar cuando la función coseno es igual a cero. La señal mínima en el plano de interferencia es el cuadrado de la diferencia de la amplitud de onda de la *Tierra* menos la de la *Estrella*.

$$I_{AP \min}(x, y, 0; X, Y, Z) = (u_{E0} - u_{T0})^2 \quad (5.5)$$

Esta condición se cumple cuando el argumento de la función coseno cuadrado es 1/2 más un

entero  $N$  multiplicado por  $\pi$ .

$$\left(\frac{\pi}{\lambda}\right) [(\theta_{Ex} - \theta_{Tx})x + (\theta_{Ey} - \theta_{Ty})y] + \vartheta = \left(N + \frac{1}{2}\right) \pi \quad (5.6)$$

La irradiancia promedio es entonces la mitad de la suma de la orientación máxima y mínima, ecuaciones 5.3 y 5.5.

$$\begin{aligned} I_{AP\ ave}(x, y, 0; X, Y, Z) &= \left(\frac{1}{2}\right) [I_{AP\ max}(x, y, 0; X, Y, Z) + I_{AP\ min}(x, y, 0; X, Y, Z)] = \\ \left(\frac{1}{2}\right) [(u_{E0} + u_{T0})^2 + (u_{E0} - u_{T0})^2] &= u_{E0}^2 + u_{T0}^2 \end{aligned} \quad (5.7)$$

La señal promedio en el plano del arreglo de las aberturas es la suma de los cuadrados de la amplitud de onda de la *Estrella* y de la *Tierra*. Entonces, la amplitud de interferencia es la mitad de la diferencia entre la irradiancia máxima y mínima, las ecuaciones 5.3 y 5.5.

$$\begin{aligned} I_{AP\ ave}(x, y, 0; X, Y, Z) &= \left(\frac{1}{2}\right) [I_{AP\ max}(x, y, 0; X, Y, Z) - I_{AP\ min}(x, y, 0; X, Y, Z)] = \\ \left(\frac{1}{2}\right) [(u_{E0} + u_{T0})^2 - (u_{E0} - u_{T0})^2] &= 2u_{E0}u_{T0} \end{aligned} \quad (5.8)$$

La amplitud de la señal (amplitud de la potencia de radiación que incide por unidad de área) en el plano de abertura es igual al doble del producto de la amplitud de onda de la *Estrella* y la de la *Tierra*. Recordemos que la cantidad de fotones / potencia corresponden al cuadrado de la amplitud de onda.

Sin ninguna pérdida de generalidad, elegimos parámetros convenientes para visualizar la modulación de la señal, utilizando la expresión para la irradiancia máxima, Eq. 5.4. Suponemos que la *Tierra* está ubicada en el eje X y que la *Estrella* está centrada en el eje Z. La diferencia de fase simplemente desplaza el origen de las franjas en el plano de observación, por lo que podemos dejarla a un lado.

$$\theta_{Tx} x = N\lambda \quad (5.9)$$

Al cambiar el número entero  $N$  por 1, encontramos el cambio en la distancia  $\Delta L$  correspondiente a la separación entre las señales de los picos.

$$\Delta L = \frac{\lambda}{\theta_{Tx}} \quad (5.10)$$

Este es un resultado completamente general. Al elegir la longitud de onda de observación y la separación angular anticipada entre la *Tierra* y *Estrella*, la separación marginal se determina de forma única. La Figura 5.4 muestra la separación de las franjas en función de la longitud de onda; el ángulo subtendido entre la *Estrella* y la *Tierra*  $\theta_T$  es un parámetro. Para el sistema planetario simplificado con la separación angular de  $2 \mu\text{rad}$ , la separación entre franjas aumenta linealmente de 5 a 75 m, ya que la longitud de onda de detección varía de  $10 \mu\text{m}$  a  $150 \mu\text{m}$ . Para la radiación de  $25 \mu\text{m}$ , el período de las franjas podría disminuir de 25 m a 12.5 m con el ángulo *Estrella-Tierra* aumentando de  $1 \mu\text{rad}$  a  $2 \mu\text{rad}$ .

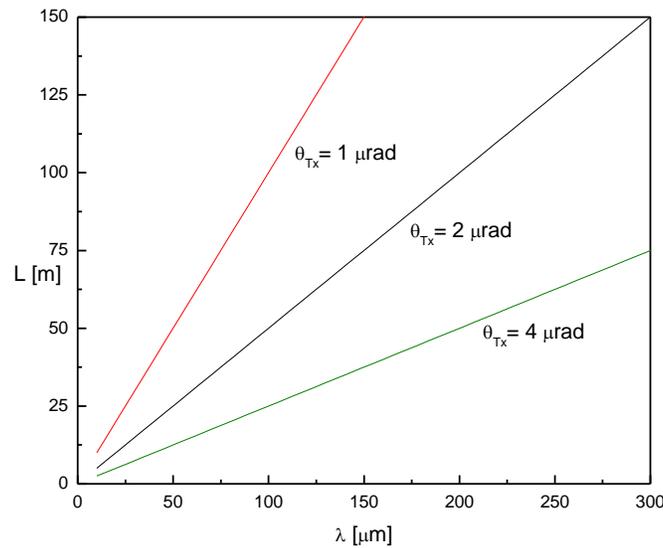


Fig. 5.4. Separación  $L$  de las franjas en función de la longitud de onda, con la separación angular entre la *Estrella* y la *Tierra*  $\theta_{Tx}$  como parámetro. Para la separación angular Tierra-*Estrella* de  $2 \mu\text{rad}$ , la distancia entre los máximos adyacentes aumenta linealmente desde 5 m a 75 m, ya que la longitud de onda de detección varía de  $10 \mu\text{m}$  a  $150 \mu\text{m}$ .

Podemos sustituir las ecuaciones 5.3, 5.5, 5.7 y 5.8 en la ecuación 5.2, para obtener una ecuación de interferencia simple.

$$I(x, y, 0) = I_N + I_{min} + 2I_{amp} \cos^2 \left\{ \left( \frac{\pi}{\lambda} \right) (\theta_{Tx}x - \theta_{Ty}y) + \partial \right\} \quad (5.11)$$

Aquí suponemos que la *Estrella* subtende un ángulo mucho menor que el ángulo entre la *Estrella* (centro) y la *Tierra*,  $\theta_{Tx} \gg \theta_{Ex}$ . Entonces, puede ser despreciado,  $\theta_{Ex} = 0$ . Además, incluimos un término  $I_N$  para el ruido, inevitable en cualquier configuración de instrumento. También incluye la radiación de la *Estrella*, que en el problema de detección del exoplaneta también se considera ruido. También suprimimos el subíndice "AP". Para un caso especial cuando las líneas de base del telescopio están alineadas con la línea *Tierra-Estrella*,  $\theta_{Ty} = 0$  en la ecuación 5.11. Después de la simplificación se tiene que

$$I(x, y, 0) = I_N + I_{min} + 2I_{amp} \cos^2 \left\{ \left( \frac{\pi}{\lambda} \right) (\theta_{Tx} x) + \partial \right\} \quad (5.12)$$

En la Fig. 5.5, presentamos la distribución de irradiancia desde el observatorio (la cual, como se explicó al principio de este capítulo, se plantea sobre la superficie de la Luna) cuando la *Tierra* está en el eje X de su sistema coordenado.  $I_N$ , como se ha mencionado, es el nivel de ruido intrínseco de la configuración del instrumento, incluido el ruido debido a la radiación de la *Estrella*. La abscisa se marca adicionalmente en términos de las distancias reales, correspondientes al valor del diseño simplificado de 75 m, para el periodo del término coseno. La parte (a) muestra la distribución de franjas en función de la posición, con las señales de emisión de la *Tierra* y la *Estrella* normalizadas (mostradas en la Fig. 5.2). La parte (b) ilustra la modulación de la irradiancia en función de dos coordenadas perpendiculares, bajo las mismas condiciones, excluyendo los términos de irradiancia constantes. La línea *Tierra-Estrella* en general no es paralela a la coordenada a lo largo de la cual se distribuyen las aberturas. Esta configuración da como resultado el patrón de interferencia, que se muestra en la parte (c).

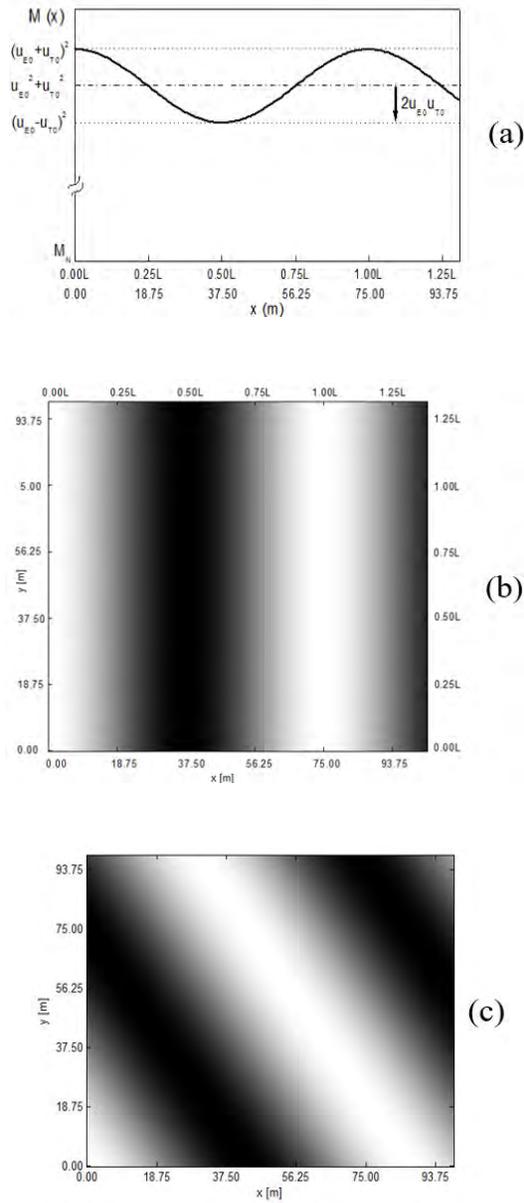


Fig. 5.5. La modulación de la irradiancia, proveniente de un sistema planetario, en la superficie lunar en función de la posición. (a) La distribución de la irradiancia en función de la posición cuando las aberturas se alinean a lo largo de la línea *Tierra-Estrella*.  $M_N$  es el nivel de ruido intrínseco de la configuración del instrumento, incluida la radiación de la *estrella*. (b) La modulación de la irradiancia en función de dos coordenadas perpendiculares cuando las aberturas se alinean a lo largo de la línea *Tierra-Estrella*. (c) La modulación de la irradiancia en función de dos coordenadas perpendiculares cuando la línea *Tierra-Estrella* subtenden un ángulo arbitrario con respecto a la línea de abertura.

### 5.5. Observatorio Concepto: matriz de telescopios en el lado oculto de la Luna

Recientemente hemos propuesto que se coloque un observatorio de detección de planetas en cara oculta de la Luna. Entre las consideraciones que se analizan para determinar el sitio ideal para un observatorio espacial, la Luna parece tener la mayoría de las ventajas y el menor número de desventajas críticas [18]. Estamos a favor de que el observatorio del telescopio de múltiples aberturas se coloque en la cara oculta de la Luna. Esta ubicación evita la irradiancia proveniente de la Tierra y su entorno. Desde allí, el sistema de telescopios puede explorar el espacio profundo, sin ver el Sol al menos el 75% de la órbita lunar, es decir 21 de los 28 días del período de la Luna alrededor de la Tierra.

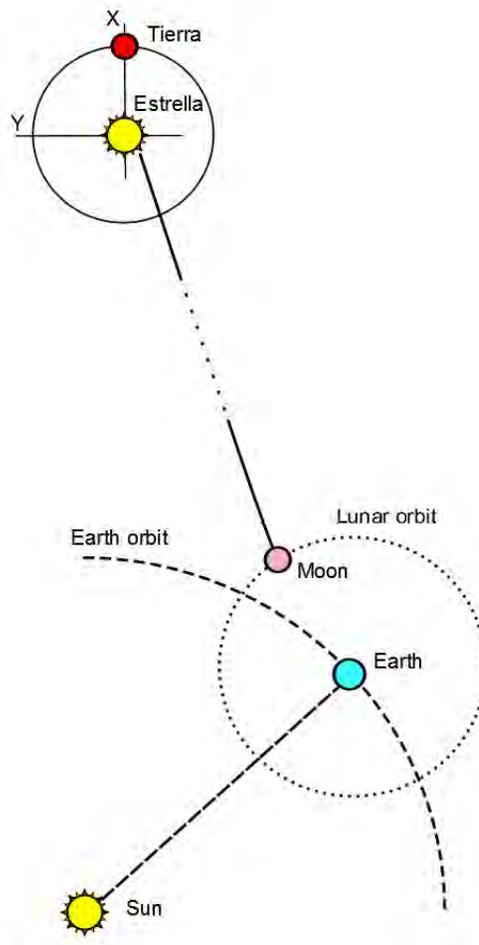


Fig. 5.6. La configuración del observatorio lunar en la cara oculta de la Luna para la búsqueda de la *Tierra*, excepto en las noches sin Luna de la Tierra cuando la Luna está ubicada entre la Tierra y el Sol.

A continuación, revisamos brevemente la configuración de dicho sistema. La Figura 5.6 presenta la configuración propuesta para detectar la *Tierra* desde la cara oculta de la Luna. En el sistema estelar, aún desconocido, la *Tierra* orbita alrededor de su *estrella*, que se indica esquemáticamente en la esquina superior izquierda. En la esquina inferior derecha, la Tierra gira alrededor del Sol y la Luna gira alrededor de la Tierra. Por lo tanto, la colocación del observatorio en la cara oculta de la Luna lo sitúa en un entorno de bajo ruido de radiación. En esta figura, indicamos la configuración donde la línea Sol - Luna (Tierra) está aproximadamente a  $90^\circ$  con respecto a la línea *Tierra (Estrella)* - Luna. En esta disposición, la radiación solar proporciona una cantidad insignificante de radiación / ruido óptico al observatorio lunar.

La Figura 5.7 indica el concepto artístico del observatorio de la *Tierra* en la cara oculta de la Luna, que describe una serie de telescopios. Este observatorio nunca se vería desde la Tierra, tal como nunca se ve la superficie de la Tierra ni incide la radiación electromagnética que emana de ella. El Sol lo vería durante casi la mitad del período de rotación lunar. Sin embargo, los únicos rayos solares que pueden terminar dentro de la estructura del telescopio son aquellos que se difractan y dispersan en los bordes del telescopio y en las superficies internas. Empleando procedimientos establecidos de diseño de deflectores, el efecto de estos rayos en la producción de luz dispersa puede ser significativamente limitado. [17] Además, las estrategias de observación podrían disminuir el impacto de la luz dispersa, al elegir objetivos en el lado del horizonte opuesto al del Sol. Estimamos que únicamente un cuarto del período lunar no está disponible para la observación en este ambiente sin atmósfera.

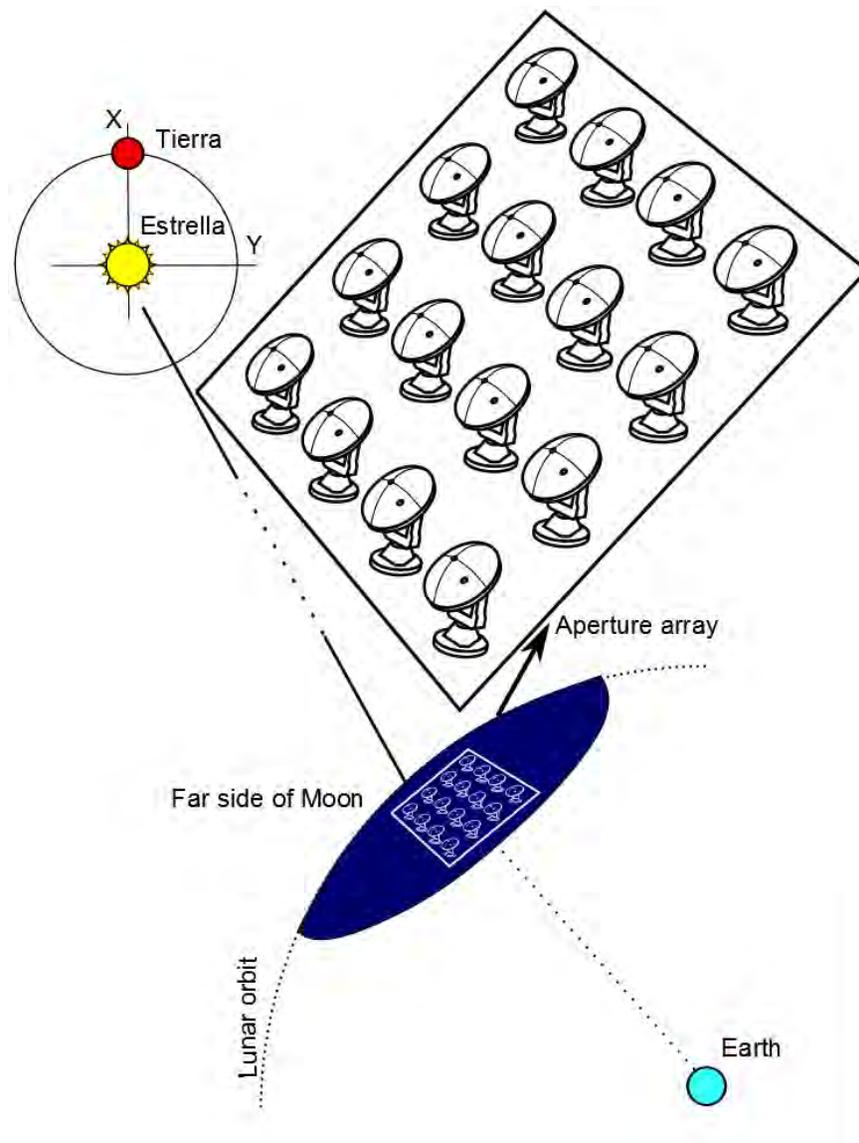


Fig. 5.7. El arreglo de telescopios en la cara oculta de la Luna recibe radiación sólo del sistema planetario invisible cuando los telescopios miran hacia la *Estrella*.

### 5.5.1. Concepto de instrumento: matriz de 4 por 4 telescopios en una configuración no redundante

Con la *Estrella* en el origen, la *Tierra* en la órbita a  $2 \mu\text{rad}$  en el eje X, ( $2 \times 10^{-6}$  rad), utilizando la longitud de onda de aproximadamente 150 micras, evaluamos la ecuación 5.10 para que la separación (máxima) de diseño sea de 75 m. Esto significa que, dentro de la distancia de 75 m en la superficie de la Luna, la irradiancia (y el número de fotones) disminuye de su valor

máximo al mínimo, logrando nuevamente el valor máximo. Adopta el mismo valor dos veces en un periodo. Con imágenes a  $34 \mu\text{m}$ , una longitud de onda aproximadamente 4 veces más corta, la separación de la franja disminuye en un factor de 4, hasta aproximadamente 17 m. Para la separación *Tierra-Estrella* más pequeña por un factor de 2, en el caso de la *Estrella* al doble de la distancia, la separación de las franjas se duplica. Las aberturas no redundantes no necesitan muestrear la modulación de coseno de la irradiancia dentro de un período único. Por lo tanto, nos concentramos en la mayor separación de las franjas de 75 m en el diseño simplificado.

Necesitamos al menos cuatro aberturas de muestreo en dos direcciones perpendiculares para determinar el período del patrón de interferencia, el retardo de fase, su valor promedio y su amplitud. El objetivo de determinar cuatro parámetros del patrón de la modulación de la irradiancia se lograría idealmente con un pequeño número de aberturas de pequeño diámetro con un corto tiempo de integración del detector, mientras se recolecta el número de fotones suficiente que dé una señal mayor al ruido. Examinamos estos requisitos en conflicto a continuación.

### ***5.5.2. Número y distribución de telescopios***

El arreglo mínimo propuesto para muestrear la distribución de irradiancia es entonces de 4 aberturas a lo largo de una dirección  $x$  seleccionada, y otras 4 a lo largo de una dirección  $y$  perpendicular. Proponemos un arreglo completo de 4 por 4, en lugar de dos matrices lineales de 4 aberturas en dos direcciones perpendiculares. Con esta configuración, el área general de recolección de fotones aumenta, como veremos más adelante. Al aumentar el número de aberturas en un factor de tan sólo 2 (16 en lugar de 8 en una cruz, o 7 en una configuración de esquina), el área de recolección de luz a lo largo de cada dirección se cuadruplica. De esta manera, el diámetro de todas las aberturas se puede mantener pequeño sin comprometer las capacidades de recolección de energía. El tamaño reducido facilita su fabricación, transporte y, potencialmente, elimina la necesidad de montaje *in situ*. El telescopio Hubble con una abertura de 2.3 m de diámetro, elevado al espacio en los años ochenta con un transporte espacial reutilizable, fue previamente montado en la Tierra, porque se ajustó convenientemente en el puerto del transbordador espacial.

Los centros de los telescopios se pueden separar equidistantemente sobre la longitud de 75 m del arreglo lineal. Esto daría centros de matriz a -37.50 m, -12.5 m, 12.5 m, y 37.50 m, medidos desde el centro de gravedad del arreglo lineal. Podría ser incluso mejor, y no mucho más difícil de implementar, si las aberturas de recolección se distribuyen de acuerdo con un esquema no redundante. El desarrollo teórico y la discusión sobre aberturas redundantes y no redundantes se publicó anteriormente [14]. En una configuración de abertura lineal no redundante, cada separación de abertura aparece sólo una vez en la lista de todas las posibles separaciones de abertura.

Un posible diseño de abertura no redundante tendría centros en -37.5 m, -24.5 m, 18 m y 37.5 m, medidos desde el centro de gravedad de la matriz lineal. Esta configuración no redundante permite el muestreo del dominio de la frecuencia espacial con el doble de muestras en comparación con el redundante.

Proponemos cuatro líneas de dichos arreglos lineales, separados según el esquema no redundante propuesto, a lo largo de la coordenada perpendicular, a -37.5 m, -24.5 m, 18 m y 37.5 m, medidas desde el centro de gravedad del arreglo lineal. Se pueden elegir otros valores para los centros de aberturas sin pérdida de generalidad, aún en una configuración no redundante, para facilitar el posicionamiento y la alineación de las aberturas. La configuración de arreglo bidimensional no redundante propuesta se muestra en la Figura 5.8 con el fondo de modulación, en función de las coordenadas  $x$  e  $y$  en la Luna. Los ejes están marcados adicionalmente en términos de  $L$ , el período de las franjas.

Cada abertura actúa como un colector de luz (a veces llamado cubo de luz). Por lo tanto, únicamente colecta la cantidad de radiación incidente en él. La salida de una abertura de captación de luz es la cantidad total de radiación que incide sobre ella. Realiza promedios de la radiación sobre su área. Un esquema de muestreo preciso en realidad favorece las aberturas de diámetro pequeño. Se prefieren los arreglos con un gran número de estas a lo largo de cada dirección perpendicular para recolectar la cantidad requerida de la radiación incidente, y para determinar todas las variables en la distribución de la irradiancia. Además, las aberturas de diámetro pequeño son fáciles de fabricar, ensamblar, transportar e instalar.

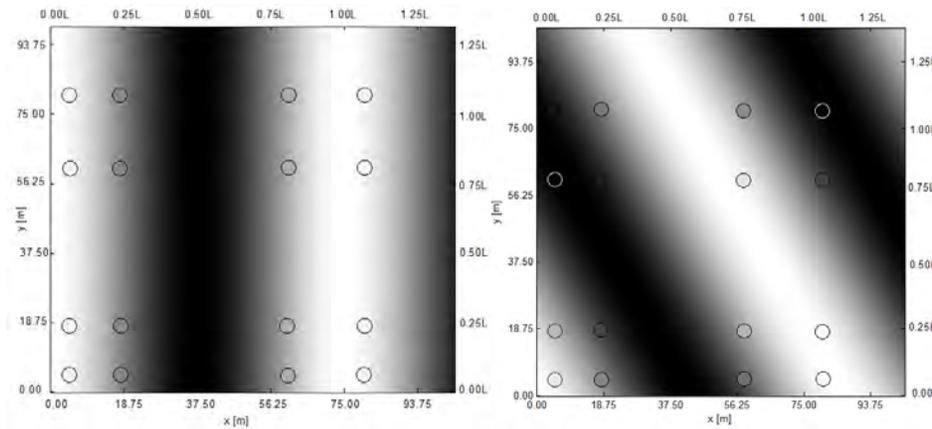


Fig. 5.8. Arreglo de 4 por 4 aberturas, dispuestas en una configuración no redundante a lo largo de las direcciones x e y, superpuestas a la modulación de la radiación de la *Estrella* y la *Tierra*. Cuando la línea de apertura es paralela a la línea *Estrella-Tierra*, el patrón de franjas es paralelo al eje y. Cada apertura muestrea y promedia la radiación sobre el área de recolección, indicada por el tono de gris. En un caso general, que se muestra a continuación, el patrón de franjas está sesgado. La distribución de apertura bidimensional aumenta significativamente el número de apertura de líneas de base.

### 5.5.3 Área total de captación de la radiación y tiempo de integración de la señal

La función principal de la apertura de cada telescopio individual es muestrear la modulación de la irradiancia. El segundo es coleccionar la radiación. Por lo tanto, su diámetro debe ser preferiblemente grande para que cada telescopio pueda coleccionar una gran cantidad de flujo radiante. El uso de la apertura con un área amplia es tecnológicamente factible porque incluso las estructuras segmentadas ensambladas de manera imperfecta pueden usarse de forma efectiva para coleccionar la radiación. Sin embargo, el aumento del tamaño del área de recolección no mejora la relación señal-ruido de la radiación *Tierra - Estrella*. Mejora la precisión de medición de la radiación muestreada para determinar la modulación de la señal.

El límite superior en el diámetro de la apertura es que debe ser más pequeño que la separación más pequeña entre los centros de las aberturas, 13 m en la configuración propuesta, y para permitir espacio entre los telescopios individuales para su instalación, operación y mantenimiento. Estimaríamos que este espacio de trabajo no es más ancho que la mitad de la separación entre centros de apertura, redondeando el diámetro máximo de apertura hasta 6 m. Con un diámetro más pequeño, es posible que se deba incorporar una

mayor cantidad de aberturas para recolectar la cantidad suficiente de radiación para un muestreo preciso de la irradiancia o el tiempo de integración del detector debe extenderse.

De acuerdo con la Figura 5.2, se colectarían aproximadamente 60 veces más fotones por unidad de tiempo a una longitud de onda de  $12\ \mu\text{m}$  provenientes de un planeta similar a la Tierra que a  $37\ \mu\text{m}$  provenientes de un planeta similar a Júpiter, estando ambos a la misma distancia. Considerando una distancia de 10 parsecs, y una abertura de  $1\ \text{m}^2$  se colectarían 1 fotón por segundo del planeta extrasolar tipo Júpiter, al que previamente denominamos *Tierra*.

Este resultado siempre se ha utilizado para ilustrar la enorme dificultad del problema de detección de las *Tierras*. Sin embargo, cuando consideramos que la presencia de la *Tierra* da como resultado el establecimiento del patrón de interferencia, o, a la inversa, que la presencia misma de un patrón de interferencia demuestra la existencia de una *Tierra* que orbita su *Estrella*, el problema se reduce a la detección de un patrón de interferencia débil.

La Figura 5.9 muestra el número de fotones recolectados de la *Tierra* similar a Júpiter a 10 parsecs en función del área total de captación de luz, con el tiempo de integración de la señal  $\tau$  como parámetro. El tiempo de integración de 1 segundo puede considerarse difícil de mantener estable para una mano humana o un instrumento que viaja en el espacio. No se espera que un largo tiempo de integración en el orden de las horas sea un problema con un telescopio conectado a una roca sólida, como es el cuerpo de la Luna. Con un área de captación de radiación relativamente grande de  $100\ \text{m}^2$ , por ejemplo, 100 fotones de la *Tierra* similar a Júpiter proporcionan una señal medible a  $37\ \mu\text{m}$  durante el tiempo de integración de 1 s (consulte el gráfico más bajo en la Fig. 5.9).

La gran ventaja del observatorio lunar, donde no hay atmósfera, es que la señal de la radiación puede ser colectada e integrada en un amplio intervalo espectral, abarcando el rango espectral desde  $15\ \mu\text{m}$  hasta potencialmente  $70\ \mu\text{m}$ . Recopilando la señal de este intervalo, hay aproximadamente 45 fotones por segundo incidente en la abertura del área de  $1\ \text{m}^2$ . Para una *Tierra* similar a la Tierra, la integración de la radiación de  $5\ \mu\text{m}$  a  $50\ \mu\text{m}$  dará como resultado 30 veces más fotones incidentes por unidad de área y tiempo, o 1,350 fotones por segundo para una abertura de  $1\ \text{m}^2$ .

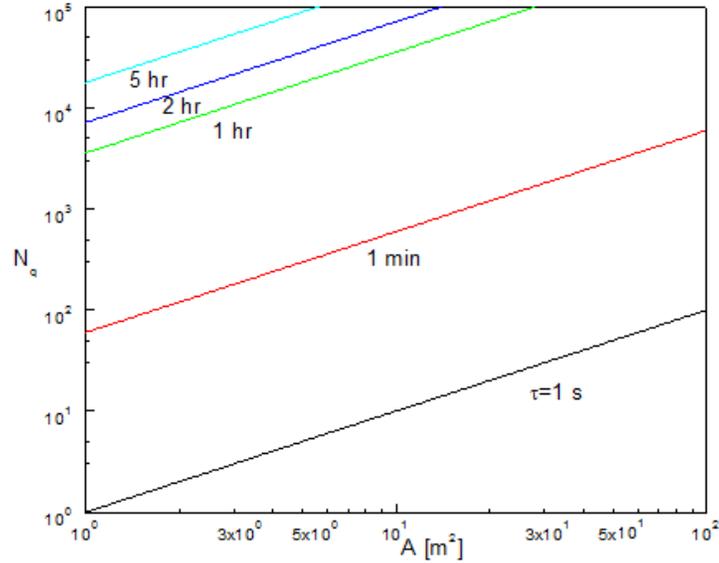


Fig. 5.9. Número de fotones emitidos por la *Tierra* a 10 parsecs,  $N$ , en función del área de las aberturas de intercepción,  $A$ , con el tiempo de integración  $\tau$  como parámetro. Un pequeño tiempo de integración de una plataforma móvil requiere una gran área de recolección de la señal. A la inversa, el tiempo de integración de varias horas en una superficie lunar rígida requiere un área pequeña de recolección de radiación.

Con la posibilidad de largos tiempos de integración de hasta varias horas, incluso una serie de pequeños telescopios detectarían la modulación de la irradiancia derivada de la *Tierra*. Podemos ver el equilibrio entre el área de abertura total y el tiempo de integración para señales grandes al examinar las curvas en el cuadrante superior izquierdo de la Fig. 5.9.

Un espejo de un metro de radio tiene un área de recolección de fotones de más de  $2 \text{ m}^2$ . Esta estimación permite espacio para el espejo secundario y la instrumentación del plano focal. Una sola abertura de  $2 \text{ m}^2$  de área recolectaría unos 104 fotones a  $34 \mu\text{m}$ , emitidos por una *Tierra* similar a Júpiter a 10 parsecs durante el tiempo de integración de 1 hora; y 60 veces más de una *Tierra* similar a la *Tierra* a  $12 \mu\text{m}$ . Ambas señales son fácilmente detectables, lo que confirmaría la presencia de un sistema planetario extrasolar.

## 5.6. Conclusiones

Demostramos teóricamente que mediante interferometría sería posible detectar la existencia de un planeta extrasolar, similar a Júpiter orbitando alrededor de una estrella similar al Sol,

nombrados *Tierra* y *Estrella*, respectivamente. Esto se podría confirmar directamente al detectar débiles franjas rectas, mediante un arreglo de telescopios colocados en la cara oculta de la Luna. Demostramos que se necesita un arreglo esparcido de 4 telescopios, a lo largo de dos ejes coordenados perpendicular entre sí. La idea propuesta es que cada telescopio muestree el patrón de interferencia, a lo largo de los ejes coordenados. Desarrollamos el modelo que describe el patrón de interferencia producido por dos fuentes, considerando que una de ellas es extremadamente débil. Proponemos emplear una matriz de 16 telescopios en una configuración no redundante a lo largo de las direcciones  $x$  y  $y$ . Proponemos que se dispongan en una configuración no redundante, a lo largo de cada eje de matriz.

El área recomendada de cada telescopio es de sólo  $2 \text{ m}^2$ , lo que permite el transporte del instrumento ensamblado a la superficie lunar con un vehículo espacial de tipo transbordador. La relación del área de muestreo sobre el cuadrado de la separación de abertura, inferior a 0.01, también favorece el tamaño pequeño de abertura para aumentar la precisión de muestreo.

La separación de franjas medida en una longitud de onda de observación específica determina la separación angular de la *Tierra* desde el centro de la *Estrella*. Determinamos la relación entre la señal que se origina en la *Tierra* y el área de abertura de detección. Descubrimos que miles de fotones proporcionarán una señal más que suficiente debido a la viabilidad de largos tiempos de integración en la superficie lunar, durante las noches lunares prolongadas. Cuando la observación continúa durante varias horas, se acumula una cantidad adecuada de la señal de la *Tierra* para la detección de la modulación de la irradiancia. La ubicación del observatorio en la cara oculta de la Luna permitirá largas noches de observación durante la ausencia total del Sol. Estos periodos facilitarán la recolección de fotones durante el tiempo que sea necesario, proporcionando inequívocamente la evidencia de la presencia de una *Tierra*, en caso de que uno esté orbitando de forma invisible su *Estrella*.

### **Referencias**

1. Scholl, M., "Experimental demonstration of a star field identification algorithm," Opt. Lett. 18, No. 6, (March 1993), pp. 412-404 (1993).

2. G. Arnold, et al., "MERTIS—thermal IR imaging of Mercury: advances in mid-IR remote sensing technology for planetary exploration," *Proceeding of SPIE 7808, Infrared Remote Sensing and Instrumentation XVIII*, San Diego, CA, USA (2010).
3. M. Scholl, S. y Eberlein, "Automated site characterization for robotic sample acquisition systems," *Opt. Eng.* 32, No. 4, pp. 840-846, ISSN 0091- 3286 (1993).
4. M. S. Scholl, "Signal detection by an extra-solar-system planet detected by a rotating rotationally-shearing interferometer," *J. Opt. Soc. Am. A*, 13 (7), 1584- 1592 (1996);
5. C. Vasquez-Jaccaud, M. Strojnik, G. Paez, "Effects of a star as an extended body in extra-solar planet search," *J. Mod. Optics* 57 (18, 20), pp 1808–1814 (2010);
6. T. Brown, et al., "Hubble Space Telescope Time-Series Photometry of the Transiting Planet of HD 209458," *Astrophysical Journal* 552, No. 2, pp. 699-709, ISSN 1538-4357 (2001).
7. R. Butler, et al., "Ultra-High-Precision Velocity Measurements of Oscillations in AlphaCentauri A," *Astrophysical Journal* 600, No. 1, (January 2001), pp. L75-L78 (2004).
8. A. Udalski, et al., "A Jovian Mass Planet in Microlensing Event OGLE-2005-BLG-071," *Astrophysical Journal*, 628, No. 2, (June 2005), pp. L109-L112 (2005).
9. L. Richardson, (2007), "A Spectrum of an Extrasolar Planet," *Nature* 445 No 7130, pp. 892-895 (2007).
10. C. Moutou, et al., "The HARPS search for southern extra-solar planets XXVIII. Seven new planetary systems," *Astrophysical Journal* 527, No. 2, pp. A63 ISSN 1538-4357 (2001).
11. J. Wright, et al., "Ten new and updated multiplanet systems and survey of exoplanetary systems," *Astrophysical Journal* 693, No. 2, pp. 1084-1089 (2001).
12. G. Paez, y M. Strojnik, "Telescopes," in *Handbook of Optical Engineering*, D. Malacara, B. Thompson, Eds., 207-26, Marcel Dekker (2001).
13. M. Strojnik, G. Paez, "Radiometry," in *Handbook of Optical Engineering*, D. Malacara, B. Thompson, Eds., 649-700, Marcel Dekker (2001).
14. M. Strojnik, G. Paez, "Comparison of linear and rotationally shearing interferometric layouts for extrasolar planet detection from space," *Appl. Opt.*, 42 (29), 5897 - 5905 (2003);
15. J. A. Ferrari, J. L. Flores, G. Paez, y E. Frins, "Single-element nulling interferometer for extra-solar planet detection," *Journal of Applied Remote Sensing* 8, 084996 (pp. 1-8) (2014).

16. M. Strojnik, G. Paez, y R. Baltazar-Barron, "Detection of planet in nearby solar system with rotational shearing interferometer: concept demonstration," Latin America Optics & Photonics Conference (LAOP), OSA, Cancun, Mexico, Nov. 17-21, 2014.
17. M. Strojnik, y M. K. Scholl, "Extrasolar planet observatory on the far side of the Moon," J. Appl. Remote Sens., 8(1), 084982 (2014); doi:10.1117/1.JRS.8.084982.
18. M. S. Scholl, "Stray light issues for background-limited far-infrared telescope operation," Opt. Eng., 33 (3), 681-684 (1994).

# Apéndice A

---

## *Método de diseño para un sistema catadióptrico sólido (SoCatS) compacto, acromático, de alto desempeño, para el Visible y el IR*

### **A. Introducción**

La búsqueda de estrategias que nos permitan detectar planetas extra-solares mediante arreglos asociados con el interferómetro de desplazamiento rotacional (IDR o RSI), nos ha llevado a plantear enfoques poco convencionales como el arreglo de telescopios del capítulo anterior. En este apéndice describimos un ingenioso sistema telescópico compacto que pudiera ser utilizado para capturar la radiación para posteriormente ser interferida en un IDR. Maresse describió un sistema catadióptrico sólido (SoCatS) clásico para una lente que comprende un cuerpo sólido y una construcción de tipo Maksutov de foco único, caracterizada por dos superficies refractivas y dos reflejantes. Debido a que los rayos se propagan dos veces a través del bloque sólido, el diseño es factible a una única longitud de onda, de lo contrario sufre una aberración cromática inducida por la dispersión. Diseñamos un SoCatS para un telescopio y describimos una clase de solución para reducir y controlar la aberración esférica y cromática en el sistema catadióptrico sólido. El nuevo concepto de diseño se basa en los principios de diseño óptico del doblete acromático en la aproximación paraxial para el visible y correcciones cromáticas en el IR. Empleando el nuevo método de diseño, requerido principalmente en las regiones de longitud de onda más corta, dos materiales, seleccionados de forma apropiada, se aplican en la realización en el visible, mientras que un solo material es incorporado para el IR.

#### **A.1. Telescopio compacto y SoCatS**

Un telescopio Ritchey-Chretien (R-C), como por ejemplo el telescopio espacial Hubble, es un sistema óptico reflector con dos espejos en eje, y con un oscurecimiento central. Cada espejo tiene un conjunto diferente de coeficientes esféricos de alto orden para corregir aberraciones, incluyendo esférica, coma y astigmatismo. Anteriormente diseñamos un telescopio R-C en el visible (VIS) para inspeccionar la superficie marciana y seleccionar el área que podría ser adecuada para aterrizar el rover y para su exploración inicial [1]. Pensando

en el uso adicional del telescopio como una cámara de inspección para buscar la firma infrarroja (IR) de los contenidos geológicos y minerales en la superficie marciana, incorporamos varias lentes para permitir imágenes también en el IR. [2]. El diseño del instrumento incluyó componentes reflectantes y refractores, lo que lo convirtió en un sistema catadióptrico.

En los últimos treinta años, se lograron un número significativo de avances dentro del diseño del instrumento óptico, el desarrollo de la tecnología óptica y la difusión del uso de la óptica en otras áreas de la optoelectrónica, incluida la invención de los discos ópticos [3,4]. miniaturización de cámaras digitales y disponibilidad de arreglos CCD que se abrieron camino en cámaras y teléfonos celulares cada vez más compactos [5], impresión UV [6], sensores de posición [7,8] y sistemas de seguimiento e inspección en IR [9], para enumerar algunos. Con la disponibilidad de computadoras cada vez más rápidas y paquetes de diseño óptico cada vez más sofisticados, los telescopios, cámaras y objetivos ópticos tradicionales [10] se han vuelto más compactos, más pequeños y menos sensibles a los errores de alineación en los últimos diez años.

Un sistema catadióptrico sólido simplemente compacta, o acerca, dos espejos en el telescopio R-C, llenando con vidrio el (pequeño) espacio de aire entre ellos. Esto se ilustra en la Fig. A.1 que incluye el trazado de rayos para varios haces de rayos clave. De hecho, no es necesario utilizar una configuración de telescopio R-C, como se demuestra en un diseño de lente de imagen sólida, que incorpora una configuración de Maksutov [11].

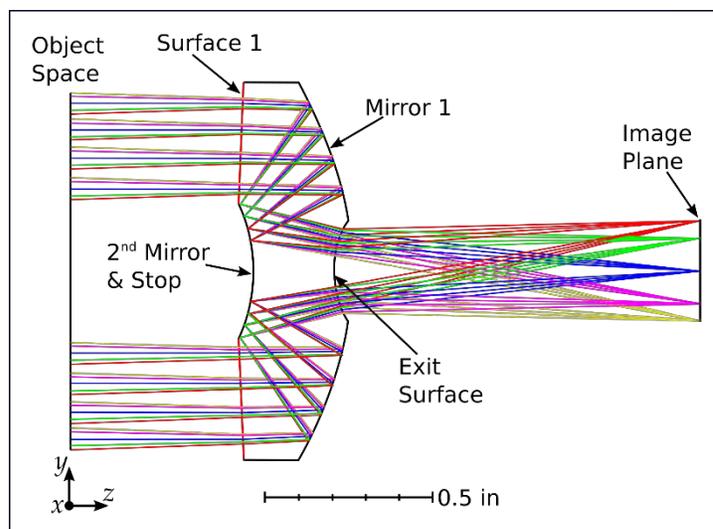


Fig. A.1. Trazo de rayos en el SoCatS con cuerpo monolítico. La abertura está ubicada en el espejo secundario para un mejor control de la aberración.

## A.2. Método de diseño para IR y visible

El diseño R-C de sólo espejos está libre de aberraciones cromáticas, ya que es un conjunto de espejos. Cuando un medio sólido y transparente adecuado, llamado vidrio por simplicidad, llena el espacio entre los dos espejos, cada superficie, perpendicular al eje óptico en la aproximación paraxial, que encierra el vidrio sólido es tanto reflectiva como transmisiva. Estas características están incorporadas en diferentes posiciones radiales medidas desde el eje óptico. Si seguimos la trayectoria de un rayo típico en la Fig. A.1, vemos que la primera superficie que se encuentra es transmisiva únicamente en la región anular fuera del espejo secundario, que en realidad actúa sobre los rayos entrantes como una obstrucción, como en los telescopios reflectantes tradicionales. Los rayos pueden refractarse en la región anular externa de la primera superficie encontrada, dependiendo de su ángulo de incidencia. Desde allí viajan a la segunda superficie que encierra el bloque sólido. Se reflejan en el anillo exterior de esta superficie que funciona como el espejo primario. Desde allí se reflejan e inciden en el espejo secundario que ocupa el círculo interior de la primera superficie del bloque sólido. Tanto el anillo exterior del espejo primario como el círculo interior del espejo secundario están recubiertos con un revestimiento reflectante en el exterior. Tanto el anillo exterior de la primera superficie como el círculo interior de la segunda superficie pueden recubrirse con un revestimiento antirreflectante para disminuir el ruido de la luz parásita y aumentar el rendimiento. Desde el espejo secundario, los rayos se reflejan a través de la segunda superficie transparente del bloque sólido y en el conjunto EO de detección.

Este sistema ha sido llamado el Sistema Catadióptico Sólido, o SoCatS (Solid Catadioptric System), en corto. Notemos que la letra "r" falta en comparación con la designación anterior similar. En las SoCatS [3-10] tradicionales, que reflejan el estado de todas las demás técnicas anteriores, este bloque se fabrica a partir de un único material óptico al que nos hemos referido como "vidrio". Por lo tanto, sufre de una cantidad apreciable de aberración cromática cuando se usa en un intervalo espectral extendido, requiriendo componentes correctivos adicionales. El uso sobre una banda espectral da como resultado la degradación de la calidad de la imagen y el deterioro del desempeño (rendimiento), especialmente en el visible, debido a su longitud de onda relativamente corta en comparación con las de IR, y el intervalo espectral relativamente amplio. El ancho de longitud de onda sobre la longitud de onda

promedio para el visible es aproximadamente 1, mientras que es 0.4 para la ventana atmosférica de la longitud de onda larga del IR. Por lo tanto, el deterioro del rendimiento en una amplia región espectral es un problema menor en el IR. Sin embargo, tampoco se puede despreciar, al menos no para aplicaciones de alta resolución.

El análisis del diagrama de túnel conceptual incluye las siguientes trayectorias de rayos. Esencialmente, el telescopio R-C está compuesto por un par de espejos, uno positivo y el otro negativo. En la Fig. A.1, se presenta un diseño SoCatS para el IR, vemos que la función óptica de la Superficie 1 al Espejo 1 es equivalente a una lente positiva; desde el Espejo 1 al Espejo 2, la potencia óptica es equivalente a otra lente positiva (de diferente valor); y desde el Espejo 2 hasta la salida de Superficie, la función es equivalente a la de una lente negativa. Además, se puede considerar que las dos lentes positivas forman un doblete positivo. El doblete positivo y la lente negativa en el SoCatS es similar al espejo positivo y negativo en el diseño tradicional de R-C. Este doblete de lentes positivos y negativos equivalentes se modela en el sistema paraxial para el control de la aberración cromática. Por lo tanto, el bloque monolítico de la figura A.1 también se modela como un doblete. Algunos investigadores han propuesto el uso de los símbolos T y R para denotar diferentes funciones de las superficies que el rayo encuentra en su viaje a través de un sistema óptico.

El SoCatS es compacto, con una relación entre la longitud total del camino óptico y la longitud focal efectiva de aproximadamente 0,6 o menos. Esto es menor que la relación de teleobjetivo en teleobjetivos comerciales. Su tamaño compacto y su peso ligero lo hacen altamente ventajoso para aplicaciones comerciales, espaciales y militares. Sin embargo, el oscurecimiento central debido al espejo secundario y la compacidad en el tren óptico restringen en gran medida el campo de visión (FOV, field of view) a menos de 5 por 5 grados y la relación focal sigue siendo mayor que  $F / 4$ .

### **A.3. Control de la aberración cromática en un doblete cementado**

El tratado paraxial clásico sobre la aberración cromática se puede encontrar en la mayoría de los libros de diseño óptico [12-17]. Modelamos la corrección cromática de la aberración

cromática como en un sistema de dos lentes, un doblete cementado. La ecuación gobernante para controlar el color axial es entonces:

$$0 = \frac{\Phi_1}{v_1} + \frac{\Phi_2}{v_2} \quad (\text{A.1})$$

También tenemos

$$\frac{1}{f} = \Phi(v, f) = \Phi_1(v_1, f) + \Phi_2(v_2, f) \quad (\text{A.2})$$

Aquí,  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  y  $\Phi$  son las potencias ópticas para el elemento 1, 2 y el doblete; denotamos con  $v_1$ ,  $v_2$  los números de Abbe para los elementos 1 y 2, respectivamente; y  $f$  es la distancia focal del sistema (doblete). Teniendo en cuenta que  $v$  siempre es positiva para las lentes ópticas, estamos buscando una combinación de una lente positiva y negativa en el doblete. Esperamos que haya muchos de estos conjuntos disponibles para que un diseñador cumpla con sus objetivos de diseño específicos. Las siguientes expresiones se pueden resolver a partir de las ecuaciones A.1 y A.2:

$$\Phi_1(v, f) = \frac{v_1}{f(v_1 - v_2)} \quad (\text{A.3})$$

Las potencias tienen signo opuesto.

$$\Phi_2(v, f) = -\frac{v_2}{f(v_1 - v_2)} \quad (\text{A.4})$$

El valor absoluto de la potencia óptica de cada lente es proporcional a su número de Abbe e inversamente proporcional a la distancia focal del sistema y a la diferencia en sus números de Abbe. Se puede lograr una reducción significativa en la aberración cromática en el diseño incorporando elementos ópticos fabricados con materiales, que presenten una gran diferencia en sus números de Abbe.

#### **A.4. SoCatS como bloque monolítico para aplicaciones en IR**

A continuación, presentamos la descripción y la optimización del dispositivo para las aplicaciones más simples de telescopio infrarrojo. Aquí, la nueva metodología del concepto de diseño de SoCatS recomienda el empleo de un solo sustrato. Esta idea se ilustra en la Figura A.1 presentando el SoCatS para las aplicaciones en el IR.

Sobre la base de los principios de diseño óptico [12-14] para un doblete acromático (véanse las ecuaciones A.2 y A.3), podemos observar que la aberración cromática es proporcional al índice de refracción,  $n$ , y bajo  $1 / \nu$  (alto  $\nu$ ) donde  $\nu$  es el número Abbe del material del bloque. Por lo tanto, como regla general, para seleccionar los materiales del dispositivo utilizado en el IR, y lograr el potencial completo del nuevo instrumento, buscamos un material con un índice de refracción  $n$  bajo y un valor alto de  $\nu$ .

Algunos materiales de ejemplo incluirían germanio (Ge), arseniuro de galio (GaAs) y silicio (Si) (Grupo 1), todos materiales populares para los sistemas ópticos en IR. Estos materiales presentan un alto índice de refracción para reducir la aberración esférica, acompañado de un alto  $\nu$ . Sin embargo, un mayor índice de refracción del material en el SoCatS, como un solo bloque, impide su rendimiento óptico. Los materiales del segundo grupo (Grupo 2), selenito de zinc (ZnSe), sulfuro de zinc (ZnS), Amtir1 (IRG100) tienen similarmente un número de Abbe  $\nu$  grande, con un valor del índice de refracción  $n$  menor que los materiales del Grupo 1. Estos materiales proporcionan una mejor calidad de imagen correspondiente, con respecto a la corrección de la aberración cromática.

Un material popular, el fluoruro de calcio ( $\text{CaF}_2$ ), exhibe un índice de refracción mucho menor que los dos grupos anteriores. Sin embargo, debido a su menor número de Abbe, no puede ofrecer un buen rendimiento del límite de difracción. El bromuro de potasio (KBr), con un alto índice de Abbe  $\nu$  y un índice de refracción  $n$  ligeramente más alto que el del fluoruro de calcio ( $\text{CaF}_2$ ), proporciona una calidad de imagen cercana al límite de difracción. Este es el material que elegimos para el diseño presentado en la Fig. A.1.

Las figuras A.2 y A.3 presentan la función de transferencia de modulación (MTF) de un telescopio monolito, diseñado para 4.2 por 4.2 grados FOV. Mostramos el rendimiento para los intervalos espectrales de IR, de 8 a 12  $\mu\text{m}$  (Fig. A.2) y de 3 a 5  $\mu\text{m}$  (Fig. A.3). En la gráfica, la relación del ancho espectral sobre la longitud de onda promedio es 0.5. Las MTF se muestran para varias posiciones de campo en grados y se comparan con las MTF limitadas por difracción.

La superficie de salida en aplicaciones de IR puede ser asferizada para cumplir con los estrictos requisitos de alto rendimiento y para alcanzar el límite de difracción. Las lentes resistentes a la radiación son obligatorias para la aplicación espacial. Hay, por ejemplo, 7 vidrios (Crown y Flint) disponibles en el catálogo de Schott.

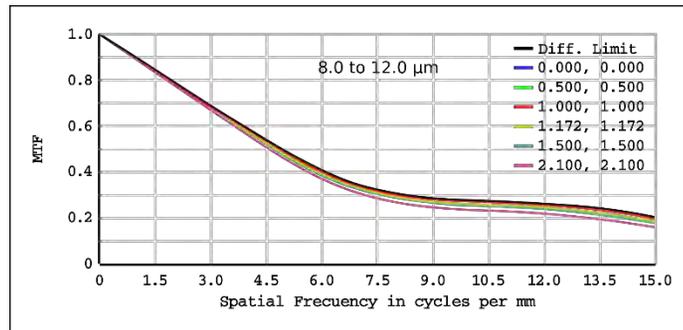


Fig. A.2. MTF policromáticas del SoCatS monolítico en función de la frecuencia espacial, para el intervalo espectral de 8.0 a 12.0  $\mu\text{m}$  y FOV de 4,2 por 4,2 grados. Las MTF se muestran para varias posiciones de campo en grados y se comparan con la MTF limitada por difracción.

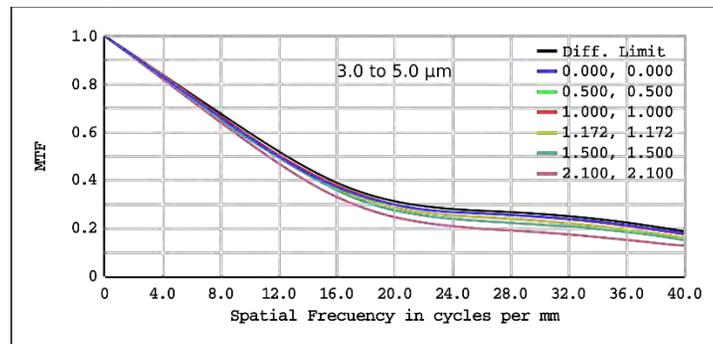


Fig. A.3. MTF policromáticas del SoCatS monolítico en función de la frecuencia espacial, para el intervalo espectral de 3.0 a 5.0  $\mu\text{m}$  y FOV de 4.2 por 4.2 grados. Las MTF se muestran para varias posiciones de campo en grados y se comparan con la MTF limitada por difracción.

Las Figuras A.4 y A.5 presentan los diagramas de puntos de los telescopios monolíticos, diseñados para 4.2 por 4.2 grados de campo de visión (FOV) y  $F/\#$  de 4.3. Mostramos el rendimiento para los intervalos espectrales de IR, de 8 a 12  $\mu\text{m}$  (Fig. A.4) y de 3 a 5  $\mu\text{m}$  (Fig. A.5). Los diagramas de puntos se muestran para varias posiciones de campo. La Tabla A.1 enumera los parámetros de interés: longitud de onda promedio, tamaño de punto limitado por difracción, tamaño de punto cuadrado medio de la raíz y tamaño de punto geométrico para

las bandas espectrales visible, IR medio e IR lejano. Los requisitos del sistema son FOV = 4.2 por 4.2 grados,  $F / \# = 4.3$ .

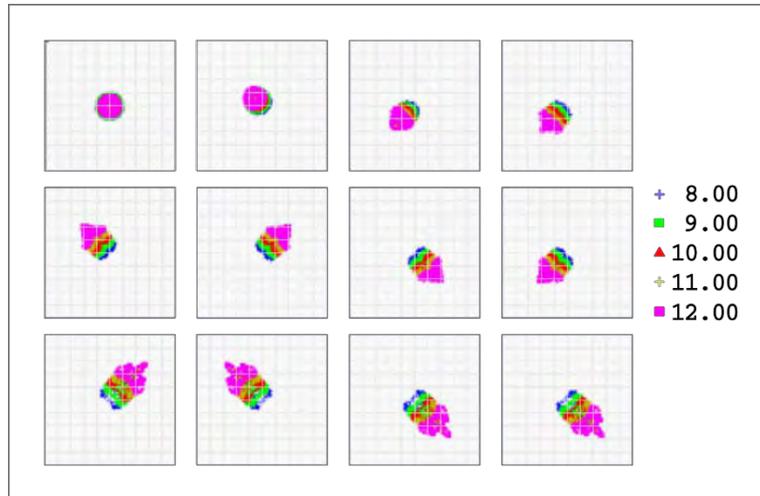


Fig. A.4. Diagramas de puntos policromáticos del SoCatS monolítico para el intervalo espectral de 8.0 a 12.0  $\mu\text{m}$  y FOV de 4.2 por 4.2 grados. Los diagramas de puntos se presentan para varias posiciones de campo.

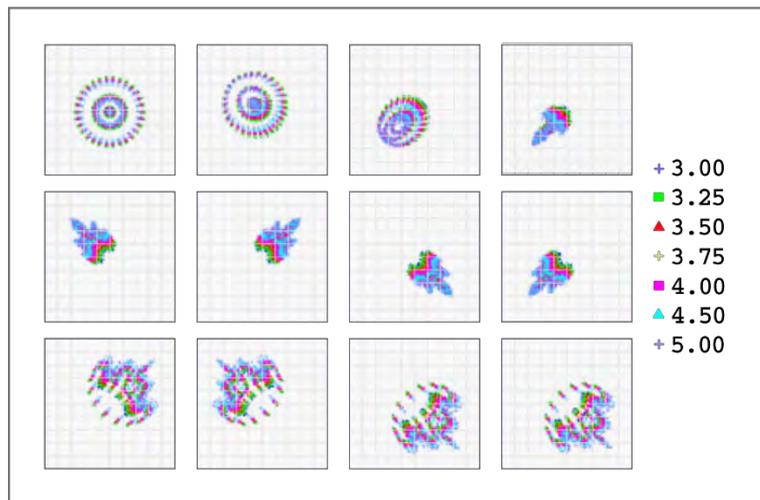


Fig. A.5. Diagramas de puntos policromáticos del SoCatS monolítico para el intervalo espectral de 3.0 a 5.0  $\mu\text{m}$  y FOV de 4.2 por 4.2 grados. Los diagramas de puntos se presentan para varias posiciones de campo.

Tabla A.1. Longitud de onda media, tamaño de punto limitado por difracción, raíz cuadrada del tamaño medio de punto y tamaño de punto geométrico para las bandas espectrales visible, IR medio e IR lejano. Los requisitos del sistema son FOV = 4.2 por 4.2°, F / # = 4.3.

$\Delta\lambda$ [ $\mu\text{m}$ ]	8.0 – 12.0	3.0 – 5.0	0.40 – 1.0
$\lambda_{\text{ave}}$ [ $\mu\text{m}$ ]	10.00	4.00	0.70
$r_{\text{dl}}$ [ $\mu\text{m}$ ]	105.00	42.0	7.34
$r_{\text{rms}}$ [ $\mu\text{m}$ ]	6.37	6.11	7.34
$r_{\text{g}}$ [ $\mu\text{m}$ ]	10.20	10.2	7.34

### A.5. SoCatS con doblete cementado para reducir la aberración cromática en el visible, 0.4 $\mu\text{m}$ a 1 $\mu\text{m}$

A continuación, describimos el rendimiento y la optimización del dispositivo para aplicaciones en el visible. Aquí, el nuevo concepto de diseño de SoCatS recomienda dividir el bloque sólido en dos piezas con diferentes materiales de sustrato y luego cementarlos juntos. Esta idea se ilustra en la Fig. A.6, mostrando el SoCatS para aplicaciones en el visible.

Basado en los principios de diseño óptico de un doblete acromático [Eqs. (3) y (4)], en nuestro diseño usamos vidrio Crown para la primera lente equivalente en el doblete cementado, y Flint para la segunda. A continuación, seleccionamos una diferencia de número Abbe entre las dos lentes equivalentes.

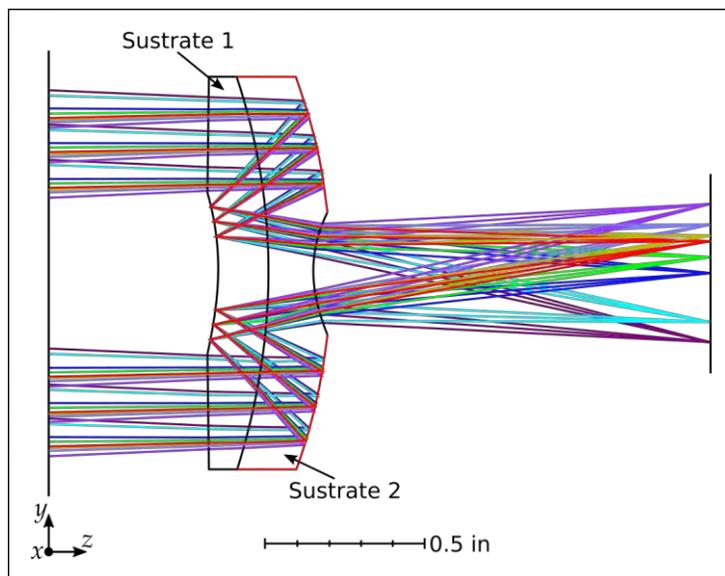


Fig. A.6. Un doblete SoCatS cementado que presenta dos sustratos diferentes para aplicaciones que requieren control adicional de la aberración cromática, como en el visible de 0.4  $\mu\text{m}$  - 1  $\mu\text{m}$ . La abertura (diafragma) en el espejo secundario proporciona un mejor control de la aberración.

Elegimos el grosor de cada lente equivalente para satisfacer los principios de diseño óptico lo mejor posible. Finalmente, de manera similar al R-C tradicional, los coeficientes a-esféricos de alto orden de los dos espejos se utilizan para mejorar o compensar y controlar el esférico, el coma y algunos astigmatismos, todo con el objetivo de lograr un rendimiento limitado por difracción.

En la Figura A.7 se presentan las funciones de transferencia de modulación (MTF) del telescopio doblete cementado, diseñado para 4.2 por 4.2 grados FOV. Mostramos el rendimiento para el rango visible, de 0.4 a 1.0  $\mu\text{m}$ , para varios ángulos de campo. Los gráficos para MTF tangencial se comparan con el rendimiento limitado por difracción.

Las figuras A.4 y A.5 muestran los diagramas de puntos del telescopio monolito, diseñados para 4.2 por 4.2 grados de campo de visión (FOV). Mostramos el rendimiento para los intervalos espectrales de IR, de 8 a 12  $\mu\text{m}$  (Fig. A.4) y de 3 a 5  $\mu\text{m}$  (Fig. A.5). Los diagramas de puntos se muestran para varias posiciones de campo. La tabla A.1 enumera los parámetros de interés.

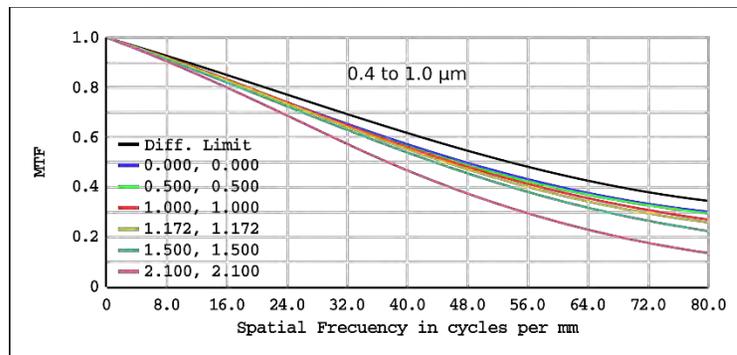


Fig. A.7. MTF policromáticas del SoCatS cementado en función de la frecuencia espacial, de 0.4 a 1.0  $\mu\text{m}$  y FOV de 4.2 a 4.2 grados. Las MTF tangenciales se muestran para varias posiciones de campo en grados y se comparan con la MTF limitada por difracción.

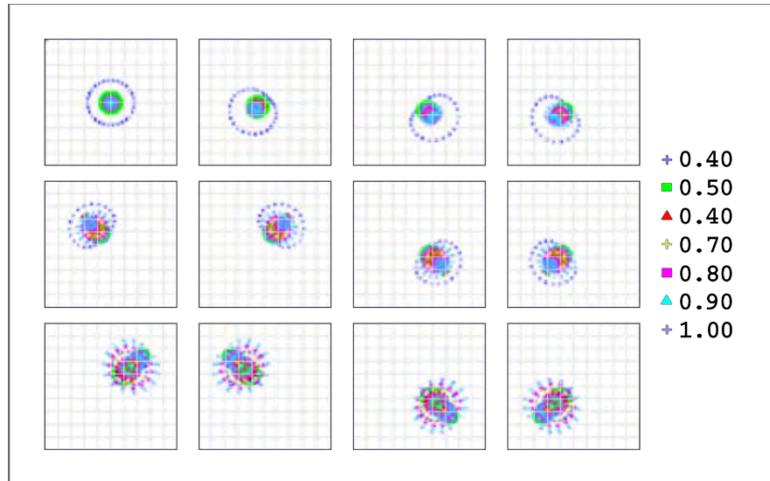


Fig. A.8. Diagramas de puntos policromáticos del SoCatS monolítico para el intervalo espectral de 0.4 a 1.0  $\mu\text{m}$  y FOV de 4.2 por 4.2 grados. Los diagramas de puntos se exhiben para varias posiciones de campo.

Para aplicaciones comerciales y no espaciales, se pueden usar materiales ópticos adecuados para el moldeo de precisión. Las dos lentes gruesas, formadas de diferentes materiales, pueden moldearse por separado y luego cementarse juntas en un momento posterior, posiblemente después de la aplicación de recubrimientos en las superficies exteriores. Existen 27 vidrios (Crown y Flint) aptas para moldear, disponibles en el catálogo de Schott.

La superficie de salida también puede ser esférica para cumplir con los requisitos adicionales de alto rendimiento para lograr una calidad de imagen cercana al límite de difracción, o incluso mejor que ésta. Esto potencialmente implicaría un costo adicional para la fabricación de moldes o para el mecanizado con diamante de la superficie externa.

## A.6. Conclusiones

Presentamos una metodología de diseño novedosa para lograr un rendimiento cercano al limitado de difracción de un telescopio SoCatS corto y sólido, adecuado para su uso de 0.4 a 15 micrones. El nuevo método de diseño tiene la ventaja principal de que reduce y / o elimina casi por completo las aberraciones cromáticas y esféricas en comparación con todos los sistemas catadiópticos sólidos anteriores.

Describimos tres ejemplos de diseño para ilustrar la novedosa metodología de diseño, dos que son adecuados para aplicaciones tradicionales de IR, que incorporan un bloque de monolito, y un tercero para las aplicaciones de visible a casi IR que emplean un doblete cementado.

Esta metodología de diseño óptico y su modelo son un excelente bloque de construcción para sistemas ópticos más complejos, que incluyen cámaras de vigilancia, objetivos, lentes zoom y cámaras de filmación profesionales. Existen posibilidades de mejoras adicionales debido a algunas aberraciones esféricas residuales, así como aberraciones cromáticas axiales de segundo orden, lo que lleva al desarrollo e investigaciones futuras interesantes en diseño óptico.

Los conceptos y el método de implementación del dispositivo presentan muchos beneficios sobre los sistemas existentes. La idea novedosa del doblete cementado para aplicaciones en el visible, mejora en gran medida la calidad de la imagen para aplicaciones comerciales, de observación en tierra, de sensores remotos y de vigilancia de la NASA y del DOD. La posibilidad de utilizar el proceso de moldeo hace que este sistema sea particularmente atractivo para aplicaciones comerciales o en arreglos de telescopios.

Los enfoques para la selección de materiales y la compactación para aplicaciones en el IR también mejoran en gran medida la calidad de imagen de estos sistemas. Estamos particularmente interesados en los sistemas moldeados.

### ***Referencias***

1. M. S. Scholl, Y. Wang, J. E. Randolph, J. A. Ayon, "Site certification imaging sensor for Mars exploration," *Opt. Eng.* 30 (5), 590-597 (1991). <https://doi.org/10.1117/12.55842>
2. M. S. Scholl, Y. Wang, "Design of a high-resolution telescope for an Imaging sensor to characterize a (Martian) landing-site," *Opt. Eng.*, 34 (11), 3222-3228 (1995). <https://doi.org/10.1117/12.213606>
3. R. K. Kerschner, "Catadioptric lens system for a scanning device," US Patent 6,639,203 B1 (2003) Oct. 28.

4. Chul-woo Lee, Gyeonggi-do; Ki-Won Lee, Seung-tae Jung, Dae-sik Kim, "Solid immersion mirror type objective lens and optical pickup device adopting the same," US Patent 6,801,492 B2 (2004) Oct. 5.
5. T. Tsunashima, "Catadioptric lens," US Patent 6,169,637 B1 (2001) Jan. 2.
6. J. E. Webb, "Catadioptric imaging system for high numerical aperture imaging with deep ultraviolet light," US Patent 7,564,633 B2 (2009) Jul. 21.
7. M. Yamakawa, "Photoelectric sensor having a folded light path," US Patent 4,978,843 (1990) Dec.
8. Y. Seko, "Positional measurement system and lens for positional measurement," US Patent 7,554,676 B2 (2009) Jun. 30.
9. B. A. Cameron, Gino, R. Sturiale, "Solid Catadioptric Lens," US Patent 5,793,538 (1998) Aug. 11.
10. Z. Maresse, "Ultra compact mono-bloc catadioptric imaging lens," US Patent 7,391,580 B2 (2008) Jun. 24.
11. M. Strojnik, M. S. Kirk, "Telescopes," in Handbook of Optical Engineering: Fundamentals and Basic Optical Instruments, D. Malacara, B. Thompson, Eds., 325-375, CRC Press (2017). <https://www.crcpress.com/Fundamentals-and-Basic-Optical-Instruments/Hernandez/p/book/9781498720748>
12. W.T. Welford, Aberrations of the symmetrical optical systems, Academic Press, New York, 173 (1974).
13. R. S. Longhurst, Geometrical and physical optics, Longman, New York, 402 (1973).
14. R. Kingslake, Lens design fundamentals, Academic Press, 79, New York (1978).
15. R. E. Fischer, and B. Tadic-Galeb, Optical system design, McGraw-Hill, New York, 460 (2000).
16. W. J. Smith, Modern Optical Engineering, 4th ed., McGraw-Hill, New York, 421 (2000).
17. M. Born and E. Wolf, Principles of optics, 7th ed., Cambridge U. Press, 188, (1999.)